SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 1

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Tỉ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Tỉ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

1) Hãy lập bảng tần số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

2) Hãy tính xác suất cầu thủ được chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường có tên bắt đầu bởi chữ cái "T".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{2x+2\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0, x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=36$

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P=AB$ có giá trị nguyên.

Câu III: (2,5 điểm)

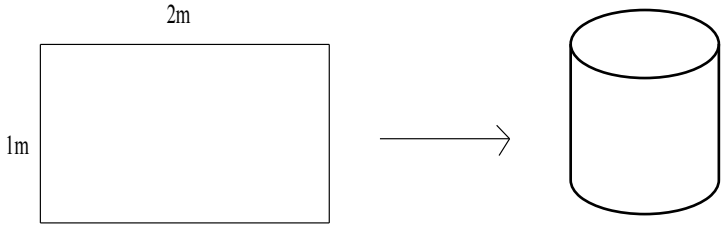
1) Hai dung dịch có khối lượng tổng cộng là 220 gam. Lượng muối trong dung dịch X là 5 gam, lượng muối trong dung dịch Y là $4,8$ gam. Biết nồng độ muối trong dung dịch X nhiêu hơn nồng độ muối trong dung dịch Y là 1%. Tính khối lượng mỗi dung dịch nói trên?

2) Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong. Nếu đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\dfrac{9}{20}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong công việc đó trong bao lâu.

3) Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-m-3=0$. Tìm m để biểu thức $A=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Mặt xung quanh của một thung chứa nước hình trụ có chiều cao 1 m được gõ từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 1 m $\times$ 2 m (như hình vẽ).



a) Hỏi thùng nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước?

(*Bỏ qua bề dày của thùng nước và lấy* $\pi = 3,14$ *làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai*).

b) Một em bé đánh rơi quả bóng bươi xuống thùng tôn. Bên cạnh có một vòi nước cung cấp nước. Em bé cần lấy bao nhiêu nước từ vòi để lấy được bóng.

2) Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O. Gọi I là trung điểm của OB. Tia CI cắt đường tròn (O) tại E. Gọi H là giao điểm của AE và CD.

a) Chứng minh bốn điểm O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn.

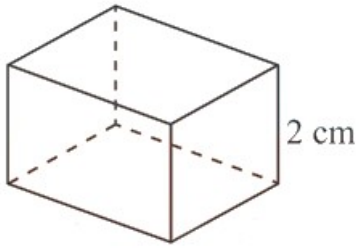
b) Chứng minh: $AH.AE = 2R^2$ và $OA = 3 \cdot OH$.

c) Gọi K là hình chiếu của O trên BD, Q là giao điểm của AD và BE.

Chứng minh: Q, K, I thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích $500\,\text{cm}^3$, chiều cao của hộp là 2 cm. Tìm kích thước đáy của hộp sao cho sử dụng ít vật liệu nhất.



HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Tỉ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Tỉ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

1) Hãy lập bảng tần số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

2) Hãy tính xác suất cầu thủ được chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường có tên bắt đầu bởi chữ cái "T".

Giải

1) Số học sinh bình chọn cho Tuấn là $\dfrac{500\cdot 30\%}{100\%}=150$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho Trường là $\dfrac{500\cdot 25\%}{100\%}=125$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho An là $\dfrac{500\cdot 10\%}{100\%}=50$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho Linh là $\dfrac{500\cdot 35\%}{100\%}=175$ (học sinh)

Ta có bảng tần số

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Số học sinh bình chọn	150	125	50	175

2) Tổng số học sinh bình chọn cho Tuấn và Trường là $150+125=275$

Xác suất cầu thủ được chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường có tên bắt đầu bởi chữ cái "T" là $\dfrac{275}{500}=0,55$.

Vậy xác suất tìm được là $0,55$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{2x+2\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0, x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=36$

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P=AB$ có giá trị nguyên.

Giải

1) Thay $x=36$ (tmđk) vào A ta được $A=\dfrac{36-5}{\sqrt{36}}=\dfrac{31}{6}$

Vậy $A=\dfrac{31}{6}$ khi $x=36$

2) $B=\dfrac{2x+2\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0,x\neq 1$.

$$B=\frac{2x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$, $x>0,x\neq 1$

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P=AB$ có giá trị nguyên

$$P=\frac{x-5}{\sqrt{x}-1}$$

$$P=\frac{x-5}{\sqrt{x}-1}=0\Rightarrow x=5(tm)$$

$$P\neq 0,x\in Z,\sqrt{x}\in I\Rightarrow P\notin Z$$

$$P=\sqrt{x}+1-\frac{4}{\sqrt{x}-1}\neq 0,x\in Z,\sqrt{x}\in Z\Rightarrow \sqrt{x}-1\in U(4)$$

$x\in\{4;9;25\}$ (tmđk)

Vậy $x\in\{4;5;9;25\}$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hai dung dịch có khối lượng tổng cộng là 220 gam. Lượng muối trong dung dịch X là 5 gam, lượng muối trong dung dịch Y là $4,8$ gam. Biết nồng độ muối trong dung dịch X nhiêu hơn nồng độ muối trong dung dịch Y là 1%. Tính khối lượng mỗi dung dịch nói trên?

2) Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong. Nếu đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\dfrac{9}{20}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong công việc đó trong bao lâu.

3) Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-m-3=0$. Tìm m để biểu thức $A=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải

1) Gọi khối lượng dung dịch X và Y lần lượt là x, y (g) điều kiện $x > 0, y > 0$

Nồng độ muối trong dung dịch X là $\frac{5}{x} \cdot 100\%$

Nồng độ muối trong dung dịch Y là $\frac{4,8}{x} \cdot 100\%$

Khối lượng hai dung dịch là 220 gam nên $x + y = 220$ (g) (1)

Nồng độ muối trong dung dịch X nhiêu hơn nồng độ muối trong dung dịch Y là 1% nên

$\frac{5}{x}.100\% - \frac{4,8}{y}.100\% = 1\%$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} x + y = 220 \\ \frac{5}{x}.100\% - \frac{4,8}{y}.100\% = 1\% \end{cases}$

Suy ra $x = 100, y = 120$

Vậy khối lượng dung dịch X và Y lần lượt là $100(\text{g}), 120(\text{g})$

2) Gọi thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội A là x (ngày), $(x > 0)$;

Thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội B là y (ngày), $(y > 0)$.

Ta có mỗi ngày đội A làm được $\frac{1}{x}$ công việc; mỗi ngày đội B làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Vì hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 24 ngày thì xong nên mỗi ngày hai đội làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$ (công việc).

Vì đội A làm trong 10 ngày và đội B làm trong 12 ngày thì được $\frac{9}{20}$ công việc nên ta có phương trình: $\frac{1}{x}.10 + \frac{1}{y}.12 = \frac{9}{20}$.

Vậy ta có hệ: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \\ \frac{10}{x} + \frac{12}{y} = \frac{9}{20} \end{cases}$. Giải hệ ta được $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{40} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy đội A làm riêng hoàn thành công việc trong 40 ngày, đội B làm riêng hoàn thành công việc trong 60 ngày.

3) Xét phương trình: $x^2-2(m-1)x-m-3=0$ (1).

(1) có $\Delta'=\left[-(m-1)\right]^2-1.(-m-3)=m^2-2m+1+m+3=m^2-m+4=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}>0$ với mọi m Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\x_1x_2=-m-3\end{cases}$.

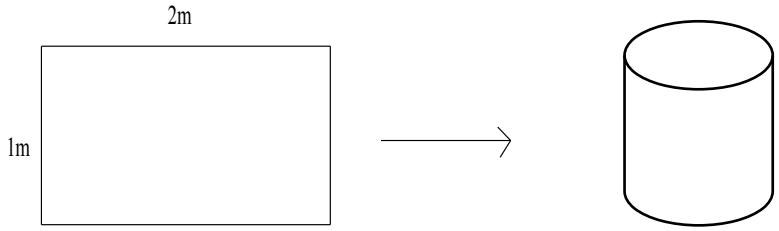
$$\Rightarrow A=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\left[2(m-1)\right]^2-2(-m-3)=4m^2-8m+4+2m+6=4m^2-6m+10$$

$$=\left(2m-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2+10=\left(2m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{31}{4}\geq\frac{31}{4}$$ với mọi m.

Vậy $\min A=\frac{31}{4}$ khi $m=\frac{3}{4}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Mặt xung quanh của một thùng chứa nước hình trụ có chiều cao $1m$ được gõ từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước $1m$ x $2m$ (như hình vẽ).



a) Hỏi thùng nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước?

(*Bỏ qua bề dày của thùng nước và lấy* $\pi=3,14$ *làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai*).

b) Một em bé đánh rơi quả bóng bưởi xuống thùng tôn. Bên cạnh có một vòi nước cung cấp nước. Em bé cần lấy ít nhất bao nhiêu nước từ vòi để lấy được bóng bưởi một cách an toàn?

Giải

a) Thùng nước là một hình trụ có chiều cao $h=1m$, Chu vi đáy là $C=2m$

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ

Ta có : $C=2\pi R\Leftrightarrow R=\frac{C}{2\pi}=\frac{2}{2\pi}=\frac{1}{\pi}$ (m)

Thể tích của hình trụ là : $V=\pi R^2h=\pi.\left(\frac{1}{\pi}\right)^2.1=\pi.\frac{1}{\pi^2}=\frac{1}{\pi}=\frac{1}{3,14}\approx 0,32m^3$

Vậy thùng đựng được $0,32m^3$ nước.

b) Để lấy bóng, em bé chỉ cần đổ đầy nước vào thùng tôn. Em bé cần lấy ít nhất $0,32m^3$ nước.

Thì bóng nổi trên mặt thùng tôn khi đó sẽ an toàn.

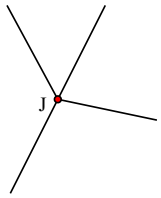
2) Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc tại O. Gọi I là trung điểm của OB. Tia CI cắt đường tròn (O) tại E. Gọi H là giao điểm của AE và CD.

a) Chứng minh bốn điểm O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $AH.AE=2R^2$ và $OA=3\cdot OH$.

c) Gọi K là hình chiếu của O trên BD, Q là giao điểm của AD và BE.

Chứng minh: Q,K,I thẳng hàng.



a) Gọi J là trung điểm của ID

+) $AB \perp CD$ tại O, mà $I \in OB$

Suy ra $\widehat{IOD} = 90^0 \Rightarrow \Delta IOD$ vuông tại O,

từ đó suy ra $JO = JI = JD$ (1)

+) Chứng minh: $\widehat{IED} = 90^0 \Rightarrow \Delta IED$ vuông tại E,

từ đó suy ra $JI = JE = JD$ (2)

+) Từ (1) và (2) suy ra O, I, E, D cùng thuộc một đường tròn

b) +) Chứng minh: $\Delta AHO \# \Delta ABE$ (g.g)

+) Suy ra: $AH \cdot AE = AO \cdot AB = R \cdot 2R = 2R^2$

+) Suy ra: $\dfrac{OA}{OH} = \dfrac{AE}{BE}$

+) Mà EI là tia phân giác của góc AEB nên suy ra:

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AI}{IB} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{1}{2}R} = 3$$

+) Suy ra: $\dfrac{OA}{OH} = 3$, do đó $OA = 3.OH$

c) +) Chứng minh được: $OD = 3.OH$ suy ra $HD = \dfrac{2}{3}OD$

+) Suy ra: H là trọng tâm ΔABD

+) Chứng minh K là trung điểm của BD

Suy ra: A, H, K, E thẳng hàng

+) Suy ra: K là trực tâm của ΔABQ

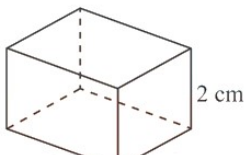
+) Suy ra: KQ vuông góc AB

+) Chứng minh được: KI vuông góc AB

+) Suy ra: Q, K, I thẳng hàng

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích $500\,\text{cm}^3$, chiều cao của hộp là 2 cm. Tìm kích thước đáy của hộp sao cho sử dụng ít vật liệu nhất.



Giải

Gọi chiều rộng của đáy hộp là x ($x>0$, cm).

Ta có chiều dài của hộp là $\frac{500}{2x}$ (cm)

Ta có diện tích toàn phần của chiếc hộp là

$$S=2x\cdot\frac{500}{2x}+2\left(x+\frac{500}{2x}\right)\cdot 2=500+2x+\frac{250}{x}$$ (cm^2)

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số thực dương $2x$ và $\frac{250}{x}$, ta có

$$2x+\frac{250}{x}\geq 2\sqrt{2x\cdot\frac{250}{x}}=20\sqrt{5}$$

Từ đó $S\geq 500+20\sqrt{5}$ (cm^2)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x=\frac{250}{x}$ hay $x^2=\frac{250}{2}=125$

Suy ra $x=5\sqrt{5}$ cm, từ đó $\frac{250}{5\sqrt{5}}=10\sqrt{5}$ cm.

Vậy chiều rộng của hộp là $5\sqrt{5}$ cm, chiều dài là $10\sqrt{5}$ cm.

Chứng minh bổ sung Bất đẳng thức Cauchy

Xét hai số thực dương a , b ta có $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$.

Thật vậy, vì a , b là các số thực dương nên

Từ $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$, suy ra $a+b\geq 2\sqrt{ab}$

Hay $\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2-2\sqrt{ab}\geq 0$

$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0$ (luôn đúng)

Vậy với hai số thực dương a , b bất kỳ ta có $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 2

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

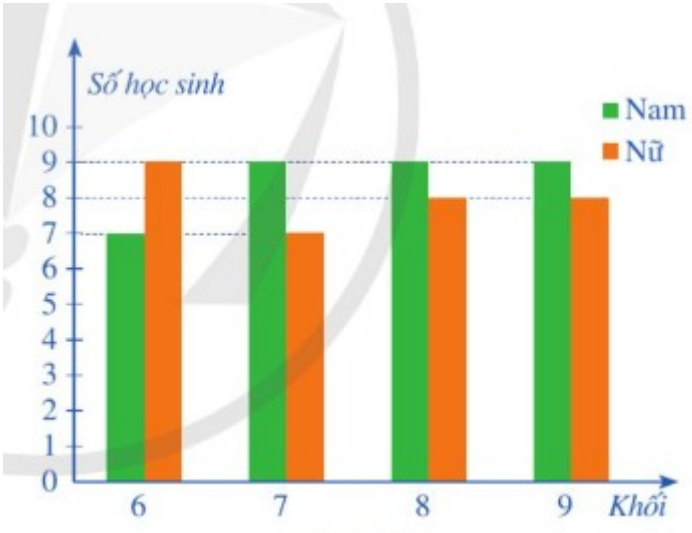
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ cột kép ở Hình 30 biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường trung học cơ sơ.



Hình 30

Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của trường đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là nam";

B: "Học sinh được chọn thuộc khối 6";

C: "Học sinh được là nữ và không thuộc khối 9".

2) Một hộp đựng 5 tấm thẻ ghi các số $1;2;3;4;5$. Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$A=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{x-3\sqrt{x}+5}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x\ge 0;\ x\ne 4;\ \ne x\ne 9$

1 Tính giá trị của A khi $x=25$.

2) Rút gọn B.

3) Cho $P=A:B$. Tìm x để $2P=2\sqrt{x}-9$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm được bao nhiêu sản phẩm ?

2) Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 180 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 3 sản phẩm, vì thế không những hoàn thành sớm một ngày, mà còn vượt mức 18 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 4x - 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - 2$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta thả một cục đá vào cốc thuỷ tinh hình trụ có chứa nước, đá chìm một phần xuống nước trong cốc. Hãy tính thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó, biết diện tích đáy của cốc nước hình trụ là $16,5\,\text{cm}^2$ và nước dâng lên thêm $80\,\text{mm}$.

2) Cho (O) đường kính AB. Kẻ đường kính CD vuông góc với AB. Lấy M thuộc cung nhỏ BC, AM cắt CD tại E. Qua D kẻ tiếp tuyến với (O) cắt đường thẳng BM tại N. Gọi P là hình chiếu vuông góc của B lên DN

a) Chứng minh các điểm M, N, D, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $EN // CB$.

c) Chứng minh $AM.BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.

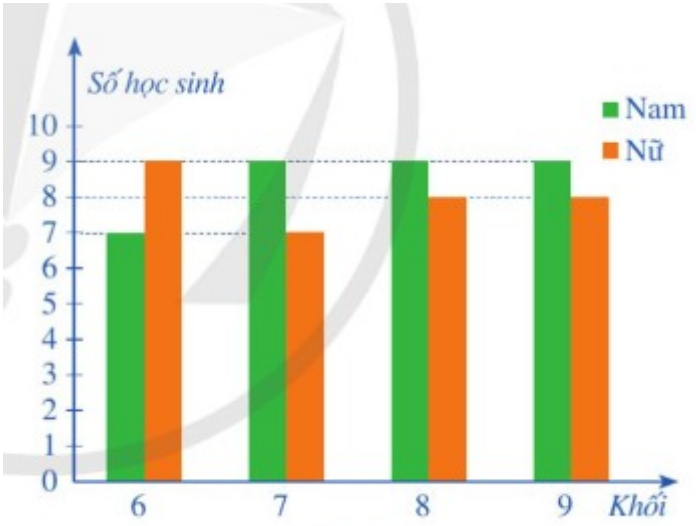
Câu V: (0,5 điểm) Người ta muốn làm một vườn rau có dạng hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $640m^2$, để tạo thêm cảnh quan xung quanh đẹp hơn, người ta mở rộng thêm bốn phần diện tích để trồng hoa, tạo thành một đường tròn đi như hình vẽ, biết tâm hình tròn trùng với giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật. Khi đó chọn kích thước cạnh $ABCD$ như thế nào để diện tích của bốn phần đất trồng hoa nhỏ nhất?

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

1) Biểu đồ cột kép ở Hình 30 biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường trung học cơ sơ.



Hình 30

Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của trường đó. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là nam";

B: "Học sinh được chọn thuộc khối 6";

C: "Học sinh được là nữ và không thuộc khối 9".

2) Một hộp đựng 5 tấm thẻ ghi các số $1;2;3;4;5$ Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

1. Nhìn vào biểu đồ ta thấy:

- Lớp 6 có tất cả: 7 nam $+9$ nữ $=16$ học sinh

- Lớp 7 có tất cả: 9 nam $+7$ nữ $=16$ học sinh

- Lớp 8 có tất cả: 9 nam $+8$ nữ $=17$ học sinh

- Lớp 9 có tất cả: 9 nam $+8$ nữ $=17$ học sinh

Như vậy, không gian mẫu trong bài này có tất cả $16+16+17+17=66$ học sinh.

- Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $7+9+9+9=34$ học sinh

Xác suất để biến cố A xảy ra là: $P(A)=\dfrac{34}{66}=\dfrac{17}{33}$

- Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 16 học sinh

Xác suất để biến cố B xảy ra là: $P(B)=\frac{16}{66}=\frac{8}{33}$

- Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là: $9+7+8=24$ học sinh

Xác suất để biến cố C xảy ra là: $P(C)=\frac{24}{66}=\frac{12}{33}$.

2. a) Phép thử: Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

Kết quả của phép thử:

- Lần rút thứ nhất: 5 kết quả có thể xảy ra $(1;2;3;4;5)$

- Lần rút thứ hai: 4 kết quả có thể xảy ra (vì sau lần rút thứ nhất, chit còn lại 4 thẻ trong hộp).

b)Mô tả không gian mẫu của phép thử:

Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Sử dụng cặp số (x,y) để mô tả kết quả với:

- x là số trên thẻ rút ra lần thứ nhất.

- y là số trên thẻ rút ra lần thứ hai.

Lần 2 Lần 1	1	2	3	4	5
1	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$	$(1;5)$
2	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(2;5)$
3	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(3;5)$
4	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$	$(4;5)$
5	$(5,1)$	$(5,2)$	$(5;3)$	$(5;4)$	$(5;5)$

Vì tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

Không gian mẫu:

$$\Omega = \{(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(2;1);(2;3);(2;4);(2;5);(3;1);(3;2);(3;4);(3;5);(4;1);(4;2);(4;3);(4;5);(5;1);(5;2);(5;3);(5;4)\}$$

Vậy không gian mẫu có 20 phần tử.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$A = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \dfrac{x-3\sqrt{x}+5}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x \ge 0$; $x \ne 4$; $\ne x \ne 9$

1 Tính giá trị của A khi $x = 25$.

2) Rút gọn B.

3) Cho $P = A:B$. Tìm x để $2P = 2\sqrt{x} - 9$.

Lời giải

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$

Biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$

Điều kiện: $x \ge 0$

Với $x = 25$ thỏa mãn điều kiện

Thay $x = 25$ vào biểu thức A ta có: $A = \dfrac{\sqrt{25}+3}{\sqrt{25}+1} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

Vậy với $x = 25$ thì $A = \dfrac{4}{3}$

2) Rút gọn B

Điều kiện xác định: $x \ge 0$; $x \ne 4$; $\ne x \ne 9$

Ta có: $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \dfrac{x-3\sqrt{x}+5}{x-5\sqrt{x}+6}$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{x-3\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)-(x-3\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}+x-4-x+3\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$

3) Cho $P=A:B$. Tìm x để $2P=2\sqrt{x}-9$

Điều kiện xác định: $x\ge 0$; $x\ne 4$; $\ne x\ne 9$

Ta có: $P=A:B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}:\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}.\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Để $2P=2\sqrt{x}-9$

$\dfrac{2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}+1}=2\sqrt{x}-9$

$2\sqrt{x}-4=\left(2\sqrt{x}-9\right)\left(\sqrt{x}+1\right)$

$2\sqrt{x}-4=2x+2\sqrt{x}-9\sqrt{x}-9$

$2x-9\sqrt{x}+5=0$

$\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-5\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}2\sqrt{x}+1=0\ (\text{PTVN})\\ \sqrt{x}-5=0\end{array}\right.$

$\sqrt{x}-5=0$

$x=25$ (TM)

Vậy để $2P=2\sqrt{x}-9$ thì $x=25$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 15% và đội II làm vượt mức 20% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 1295 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm được bao nhiêu sản phẩm ?

2)

Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 180 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 3 sản phẩm, vì thế không những hoàn thành sớm một ngày, mà còn vượt mức 18 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

3) Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2-4x-7=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}-2$

Lời giải

1. Gọi số sản phẩm tháng thứ nhất đội I làm được là x (sản phẩm) $\left(x\in\mathbb{N}^*,x<1100\right)$

Số sản phẩm tháng thứ nhất đội II làm được là y (sản phẩm) $\left(y \in \mathbb{N}^*, y < 1100\right)$

Vì tháng thứ nhất hai đội sản xuất được 1100 sản phẩm nên ta có phương trình

$x + y = 1100 \quad (1)$

Số sản phẩm tháng thứ hai đội I làm được là $x + 15\%x = 1,15x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tháng thứ hai đội II làm được là $y + 20\%y = 1,2y$ (sản phẩm)

Theo bài ra ta có phương trình $1,15x + 1,2y = 1295 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1100 \\ 1,15x + 1,2y = 1295 \end{cases}$

$\begin{cases} 1,15x + 1,15y = 1265 \\ 1,15x + 1,2y = 1295 \end{cases}$ $\begin{cases} 0,05y = 30 \\ x + y = 1100 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 600 \\ x + y = 1100 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 600 \\ x + 600 = 1100 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 600 \\ x = 500 \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện)

Vậy tháng thứ nhất đội I làm được là 500 (sản phẩm), đội II làm được là 600 (sản

2. Gọi số sản phẩm theo kế hoạch cơ sở cần sản xuất trong một ngày là: x (sản phẩm, $x > 0$)

Số sản phẩm thực tế cơ sở cần sản xuất trong một ngày là: $x + 3$ (sản phẩm, $x > 0$)

Sản phẩm cơ sở cần hoàn thành theo kế hoạch là: 180 (sản phẩm)

Thực tế cơ sở sản xuất vượt mức 18 sản phẩm theo kế hoạch

Số sản phẩm thực tế là: 198 (sản phẩm)

Thời gian theo kế hoạch cơ sở hoàn thành công việc là: $\dfrac{180}{x}$ (ngày)

Thời gian thực tế cơ sở hoàn thành công việc là: $\dfrac{198}{x+3}$ (ngày)

Theo bài ra ta có phương trình:

$\dfrac{180}{x} - \dfrac{198}{x+3} = 1$

$180(x+3) - 198x = x(x+3)$

$180x + 540 - 198x = x^2 + 3x$

$x^2 + 21x - 540 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 15 \quad (\text{TM}) \\ x = -36 \quad (\text{KTM}) \end{array}\right.$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày cơ sở cần phải làm 15 (sản phẩm)

3) $x^2 - 4x - 7 = 0$

Phương trình có $ac = -7 < 0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng hệ thức Vi et ta có : $x_1+x_2=4; x_1x_2=-7$.

Khi đó ta có : $T=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}-2=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}-2=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}-2=\frac{4^2-2.(-7)}{-7}-2=\frac{-44}{7}$

Vậy $T=-\frac{44}{7}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Người ta thả một cục đá vào cốc thuỷ tinh hình trụ có chứa nước, đá chìm một phần xuống nước trong cốc. Hãy tính thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó, biết diện tích đáy của cốc nước hình trụ là $16,5\,\text{cm}^2$ và nước dâng lên thêm $80\,\text{mm}$.

2) Cho (O) đường kính AB . Kẻ đường kính CD vuông góc với AB . Lấy M thuộc cung nhỏ BC , AM cắt CD tại E . Qua D kẻ tiếp tuyến với (O) cắt đường thẳng BM tại N . Gọi P là hình chiếu vuông góc của B lên DN

a) Chứng minh các điểm M,N,D,E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $EN//CB$.

c) Chứng minh $AM.BN=2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.

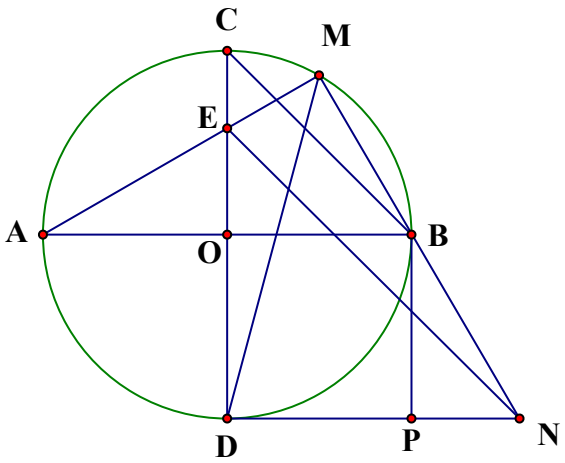
Lời giải

1.Đổi $80\,\text{mm}=8\,\text{cm}$

Phần thể tích nước dâng lên chính là thể tích của phần đá chìm trong nước của cục đá đó.

Nên thể tích phần đá chìm trong nước của cục đá đó là: $16,5.8=132\,\text{cm}^3$

1) Chứng minh các điểm M,N,D,E cùng thuộc một đường tròn.



Xét tứ giác $MNDE$:

Có $DN\perp CD$ (vì DN là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \widehat{CDN} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{EDN} = 90^\circ$

ΔEDN vuông tại D

Suy ra 3 điểm E, D, N thuộc đường tròn đường kính EN (1)

Ta có $\widehat{AMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow \widehat{EMN} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta EMN$ vuông tại M

Suy ra 3 điểm E, M, N thuộc đường tròn đường kính EN (2)

Từ (1) và (2) Suy ra các điểm M, N, D, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $EN // CB$.

Xét (O) có $\widehat{CDM} = \widehat{CBM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CM)

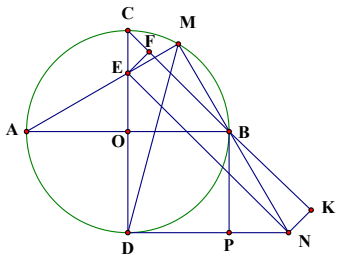
$\Rightarrow \widehat{EDM} = \widehat{CBM}$

Vì tứ giác $MNDE$ nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{EDM} = \widehat{ENM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EM)

Suy ra $\widehat{CBM} = \widehat{ENM} \left(= \widehat{EDM}\right)$ mà hai góc này ở vị trí so le trong
$\Rightarrow EN // CB$.

3) Chứng minh $AM.BN = 2R^2$ và tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để diện tích tam giác BNC đạt giá trị lớn nhất.



Xét ΔAMB và ΔBPN :

Có $BP \perp DN \Rightarrow \widehat{BPN} = 90^0 \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{BPN} = 90^0$ (1)

Có $DN \perp CD$ (DN kẻ tiếp tuyến với (O)

$\Rightarrow BA // DN$

$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{DNB}$ (hai góc đồng vị) (2)

Từ (1) và (2) ta có $\Delta AMB \backsim \Delta BPN$ (g - g)

Xét tứ giác $OBPD$ có :

$\widehat{DOB} = \widehat{BPD} = \widehat{ODP} = 90^0$

$OD = OB = R$

$\Rightarrow OBPD$ là hình vuông (DHNB) nên $OD = OB = BP = R$

Có $\Delta AMB \backsim \Delta BPN$ (cmt) $\Rightarrow \dfrac{AM}{BP} = \dfrac{AB}{BN}$

$\Rightarrow AM.BN = BP.AB = R.2R = 2R^2$

* Kẻ $EF \perp BC, NK \perp BC$

$S_{NBC} = \dfrac{1}{2} NK.BC$. Do BC không đổi nên S_{NBC} max khi và chỉ khi NK max.

Do $EF \perp BC, NK \perp BC \Rightarrow EF // NK$.

Có tứ giác $EFKN$ là hình bình hành (DHNB)

Có $EF \perp BC \Rightarrow \widehat{EFK} = 90^0$ nên tứ giác $EFKN$ là hình chữ nhật (DHNB)

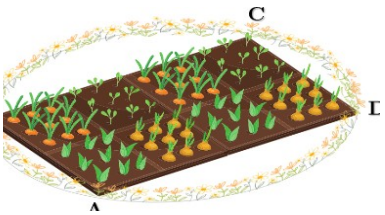
$\Rightarrow EF = NK$.

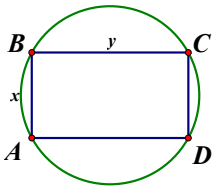
Ta có NK max khi EF max

khi $E \equiv O$ khi $M \equiv B$

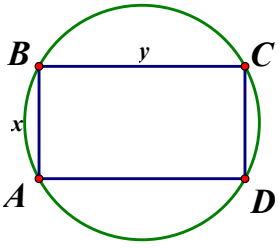
Câu V: (0,5 điểm)

Người ta muốn làm một vườn rau có dạng hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích $640m^2$, để tạo thêm cảnh quan xung quanh đẹp hơn, người ta mở rộng thêm bốn phần diện tích để trồng hoa, tạo thành một đường tròn đi như hình vẽ, biết tâm hình tròn trùng với giao điểm hai đường chéo của hình chữ nhật. Khi đó chọn kích thước cạnh $ABCD$ như thế nào để diện tích của bốn phần đất trồng hoa nhỏ nhất?





Lời giải



Độ dài đường kính của đường tròn là đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$,

Vậy biểu thức xác định đường kính của đường tròn là $\sqrt{x^2 + y^2}$

Vậy bán kính của đường tròn là $\dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$

Diện tích đường tròn là $S = \pi.\dfrac{x^2+y^2}{4}$

Diện tích của hình chữ nhật là $S_{hcn} = xy = 640(m^2)$

Diện tích phần đất trồng hoa là

$$S' = S - S_{hcn} = \pi.\frac{x^2+y^2}{4} - xy$$

Có $(x-y)^2 \geq 0$ với mọi $x;y$

$$\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{4} \geq \frac{xy}{2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi(x^2+y^2)}{4} \geq \frac{\pi xy}{2} \Rightarrow \frac{\pi(x^2+y^2)}{4} - xy \geq \frac{\pi xy}{2} - xy$$

Vậy $S' \geq \dfrac{\pi xy}{2} - xy \Rightarrow S \geq 320\pi - 640$

Vậy để diện tích của bốn phần đất trồng hoa nhỏ nhất thì $x = y$

Khi đó $x = y = 8\sqrt{10}$ (m)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 3

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

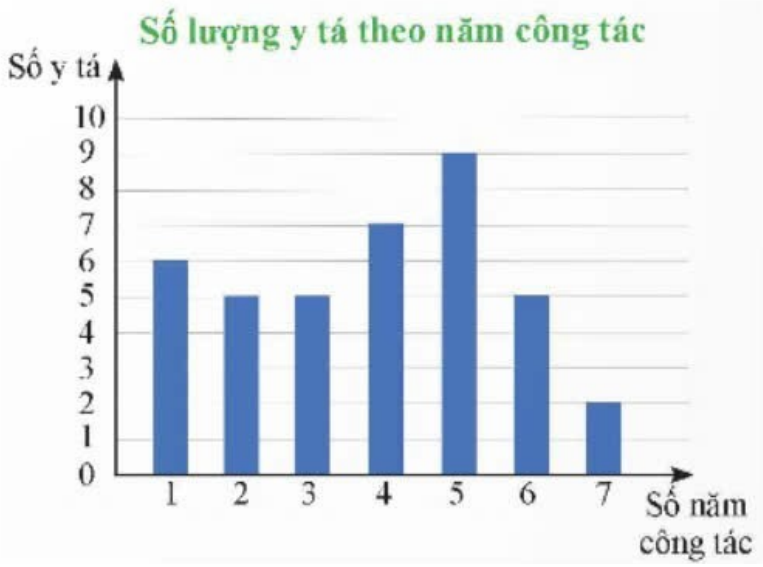
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Hà Nội.



a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.

b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?

c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

2) Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường trung học cơ sở có 6 bạn, trong đó có 3 bạn nam là: Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); Việt (lớp 9C); và 3 bạn nữ là: An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm đó để tham gia hoạt động tình nguyện bên trường

a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra trong phép thử trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Bạn được chọn là bạn nữ";

B: "Bạn được chọn thuộc lớp 9A".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$ với $x>0, x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bến sông C và D là $60km$. Một ca nô đi xuôi dòng từ bến C đến bến D, nghỉ 36 phút rồi đi ngược dòng quay lại bến C. Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 7 giờ. Tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 5km/h.

2) Một nhà may A sản xuất một lô váy 700 chiếc với tổng số vốn ban đầu là 40 triệu đồng và giá bán ra mỗi chiếc váy là 250 000 đồng. Khi đó gọi X (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà may A thu được khi bán t chiếc váy.

a) Thiết lập biểu thức của X theo t.

b) Hỏi phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc váy thì nhà may bắt đầu có lời?

3) Cho phương trình $x^2+(m+1)x-3=0$. Tìm giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn : $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=2$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hình nón có độ dài đường sinh bằng 50 cm và bán kính đáy bằng 30cm. Tính thể tích của hình nón đó (lấy $\pi\approx 3,14$).

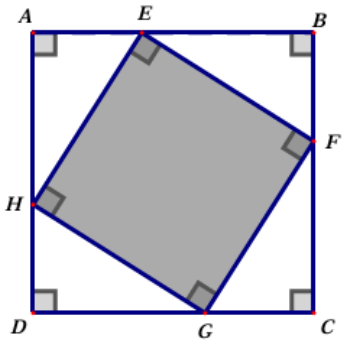
2) Cho ΔABC có ba góc nhọn $(AB<AC)$. Ba đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$.

b) Gọi I là trung điểm của AH. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M (M khác C), EF cắt AD tại K. Chứng minh ba điểm B,K,M thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một mảnh đất hình vuông $ABCD$ cạnh 30m. Người ta xây dựng một vườn hoa dạng hình vuông $EFGH$ có các đỉnh E,F,G,H thuộc các cạnh của hình vuông $ABCD$ (hình vẽ). Xác định vị trí điểm E trên cạnh AB để diện tích vườn hoa nhỏ nhất.

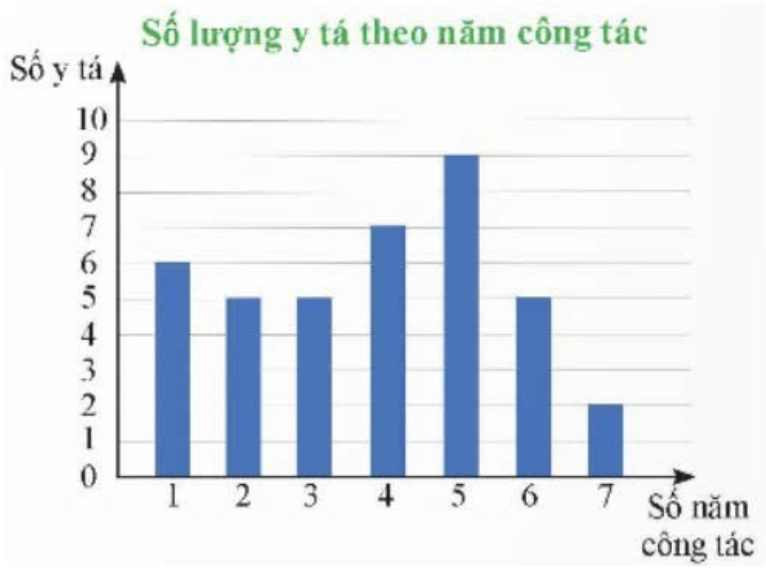


HẾT

HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I:

1) Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Hà Nội.



a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

2) Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường trung học cơ sở có 6 bạn, trong đó có 3 bạn nam là: Trung (lớp 9A); Quý (lớp 9A); Việt (lớp 9C); và 3 bạn nữ là: An (lớp 9A); Châu (lớp 9B); Hương (lớp 9D). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm đó để tham gia hoạt động tình nguyện bên trường

a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra trong phép thử trên. Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra.
b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
A: "Bạn được chọn là bạn nữ";
B: "Bạn được chọn thuộc lớp 9A".

Lời giải

1)

a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị sau $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7.$

Bảng tần số:

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7
Số y tá	6	5	5	7	9	5	2

b) Phòng khám có: $6+5+5+7+9+5+2=39$ y tá.

c) Có $5+7+9+5+2=28$ y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm.

2)

a) Các kết quả có thể xảy ra là: Trung, Quý, Việt, An, Châu, Hương.

b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: An, Châu, Hương.

Vậy $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: Trung, Quý, An.

Vậy $P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$ với $x>0, x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên

Lời giải

1) Thay x = 9 (tmđk) vào biểu thức A, ta được:

$A=\frac{9-7}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$

Vậy khi $x=9$ thì $A=\frac{2}{3}$

2) $B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$

$=\frac{\sqrt{x}-2-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$

$=\frac{\sqrt{x}-2-x-2\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$

$=\frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0, x\neq 4$

3) $P=\frac{x-7}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{x-7}{\sqrt{x}+2}$

+ Xét $P=\frac{x-7}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{x-7}{\sqrt{x}+2}$ (thoả mãn đk)

+ Xét $P\neq 0$

TH1: $x\in\mathbb{Q}; x\neq 7; \sqrt{x}$ là số vô tỉ $P\notin\mathbb{Q}$ (loại)

TH2: $x\in\mathbb{Q}, \sqrt{x}\in\mathbb{Q}$

Ta có: $P=\frac{x-4-3}{\sqrt{x}+2}=\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}-\frac{3}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}-2-\frac{3}{\sqrt{x}+2}$

$P \in \mathbb{Z}$

Để $\sqrt{x} - 2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z}$

Suy ra $\dfrac{3}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z}$

Suy ra $\sqrt{x}+2 \in$ Ư(3)

Suy ra $\sqrt{x}+2 \in \{1;3\}$

Vậy $\sqrt{x}+2 \geq 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+2=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$

Do (thoả mãn)

Vậy với $x \in \{1;7\}$; thì P có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bến sông C và D là $60km$. Một ca nô đi xuôi dòng từ bến C đến bến D, nghỉ 36 phút rồi đi ngược dòng quay lại bến C. Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 7 giờ. Tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 5km/h.

2) Một nhà may A sản xuất một lô váy 700 chiếc với tổng số vốn ban đầu là 40 triệu đồng và giá bán ra mỗi chiếc váy là 250 000 đồng. Khi đó gọi X (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà may A thu được khi bán t chiếc váy.

a) Thiết lập biểu thức của X theo t.

b) Hỏi phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc váy thì nhà may bắt đầu có lời?

3) Cho phương trình $x^2+(m+1)x-3=0$. Tìm giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn : $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=2$

Lời giải

1) Gọi vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là x (km/h) (ĐK: x > 5) Do kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 7 giờ nên ta có:

$$\frac{60}{x+5}+\frac{60}{x-5}+\frac{3}{5}=7$$

Suy ra $\dfrac{60}{x+5}+\dfrac{60}{x-5}=\dfrac{32}{5}$

$$\Rightarrow 300(x-5)+300(x+5)=32(x-5)(x+5)$$

$$32x^2-600x-800=0 \Leftrightarrow (x-20)(4x+5)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x-20=0 \\ 4x+5=0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=20(TM) \\ x=\dfrac{-5}{4}(L) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là 20 km/h

2) a) Bán t chiếc váy với giá 250 000 đồng 1 chiếc thì thu về: $250000.t$ đồng.

Biểu thức $X=250000.t-40000000$ (đồng)

c) Để bắt đầu có lời thì: $X>0$

$250000.t>40\ 000\ 000$

$t>160$

Vậy phải bán được ít nhất 161 chiếc váy thì nhà may bắt đầu có lời.

3) Phương trình $x^2+(m+1)x-3=0$

$$\Delta=(m+1)^2-4(-3)=(m+1)^2+12>0$$

Ta có:

Vì $\Delta>0$ với mọi m nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Áp dụng định lý Ta-lét ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-(m+1) \\ x_1x_2=-3 \end{cases}$$

Ta có: $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=2$, ($x_1;x_2\neq 0\Rightarrow m\neq -1$)

$$\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=2$$

$$\frac{-(m+1)}{-3}=2$$

$$\frac{m+1}{3}=2$$

$$m+1=6$$

$$m=5\ (t/m)$$

Vậy để thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=2$ thì m = 5.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hình nón có độ dài đường sinh bằng 50 cm và bán kính đáy bằng 30cm. Tính thể tích của hình nón đó (lấy $\pi\approx 3,14$).

2) Cho ΔABC có ba góc nhọn $(AB<AC)$. Ba đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H

a) Chúng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$.

b) Gọi I là trung điểm của AH. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M (M khác C), EF cắt AD tại K. Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.

Lời giải

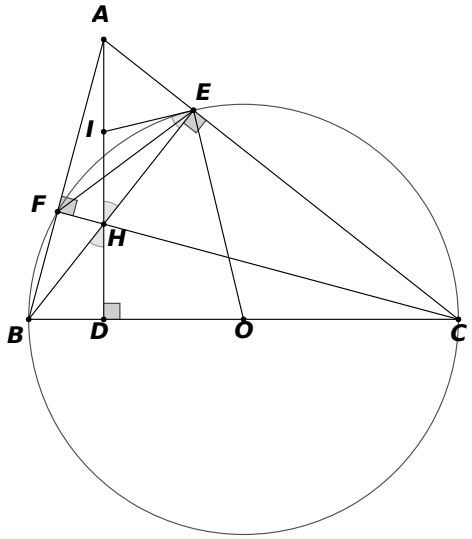
1) Hình nón có đường sinh l = 50 cm; bán kính đáy R = 30 cm; chiều cao h

Áp dụng định lí Pythagore, ta có: $h^2 + R^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 + 30^2 = 50^2 \Leftrightarrow h^2 = 1600 \Rightarrow h = 40(cm)$

Thể tích của hình nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 30^2 \cdot 40 = 37680(cm^3)$

2)

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$



Vì $CF \perp AB$ nên $\widehat{CFB} = 90°$ suy ra tam giác *BFC* vuông tại *F*

Vì $BE \perp AC$ nên $\widehat{BEC} = 90°$ suy ra tam giác *BEC* vuông tại *E*

Gọi *O'* là trung điểm đoạn BC.

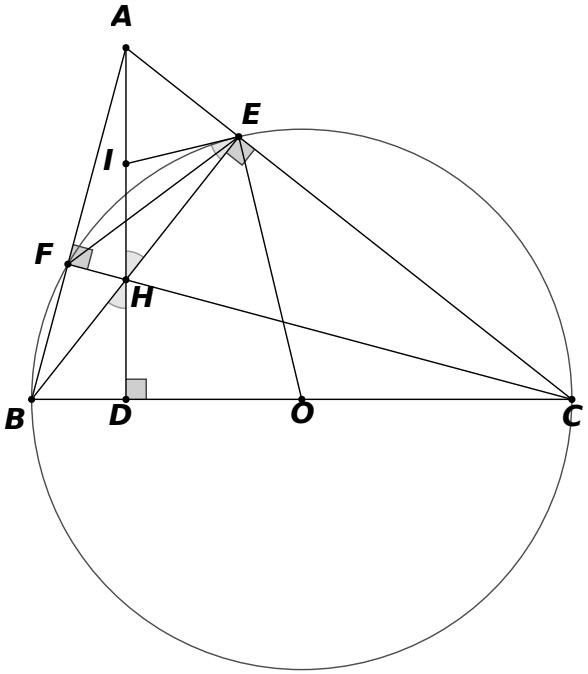
Xét tam giác *BEC* vuông tại *E*, *O'* là trung điểm đoạn BC. Suy ra $O'E = O'B = O'C$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông.) (1)

Xét tam giác *BFC* vuông tại *F*, *O'* là trung điểm đoạn BC. Suy ra $O'F = O'B = O'C$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông.) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $O'E = O'B = O'C = O'F$ mà *O* là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$, suy ra O trùng *O'*

Suy ra O là trung điểm đoạn BC.

b) Gọi I là trung điểm của AH. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn (O).



Xét ΔAEH vuông tại H, có EI là đường trung tuyến ứng với cạnh AH nên $EI = \frac{1}{2}AH = IH$

Suy ra: ΔIEH cân tại $I \Rightarrow \widehat{IEH} = \widehat{IHE}$

Mà $\widehat{IHE} = \widehat{BHD}$ (Hai góc đối đỉnh)

Suy ra: $\widehat{IEH} = \widehat{BHD}$ (1)

Ta lại có: $OB = OE = R \Rightarrow \Delta OEB$ cân tại O

$\Rightarrow \widehat{OBE} = \widehat{OEB}$ (2)

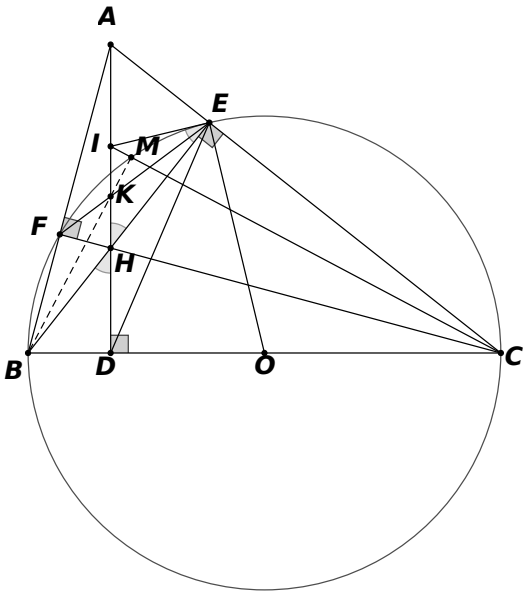
Từ (1) và (2), ta có: $\widehat{IEH} + \widehat{OEB} = \widehat{BHD} + \widehat{OBE}$

Mặt khác: $\widehat{BHD} + \widehat{OBE} = 90^\circ$ (vì ΔBHD vuông tại D)

Suy ra: $\widehat{IEH} + \widehat{OEB} = \widehat{BHD} + \widehat{OBE} = 90^\circ$ hay $\widehat{OEI} = 90^\circ$

$\Rightarrow OE \perp EI$ và $E \in (O)$ Do đó: IE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Vẽ CI cắt đường tròn (O) tại M (M khác C), EF cắt AD tại K. Chứng minh ba điểm B, K, M thẳng hàng.



Ta có: góc BMC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên góc BMC = 90 độ

$\Rightarrow BM \perp IC$

Xét ΔIEK và ΔIDE có:

$\widehat{EIK}$ là góc chung

$\widehat{IDE} = \widehat{IEK} (= \widehat{ECF})$

Do đó: $\Delta IEK \backsim \Delta IDE$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{IE}{ID} = \frac{IK}{IE} \Rightarrow ID.IK = IE^2$$

Mặt khác: $IM.IC = IE^2$ (Bạn đọc tự chứng minh)

$\Rightarrow ID.IK = IM.IC$

$$\Rightarrow \frac{IM}{ID} = \frac{IK}{IC}$$

Xét tam giác IMK và tam giác IDC có:

Góc MIK là góc chung

$$\frac{IM}{ID} = \frac{IK}{IC}$$

$\Rightarrow \Delta IMK \backsim \Delta IDC$

$\Rightarrow \widehat{KMI} = \widehat{CDI} = 90^\circ$

$\Rightarrow KM \perp IC$

$\left.\begin{matrix} BM \perp IC \\ KM \perp IC \end{matrix}\right\} \Rightarrow B, M, K$ thẳng hàng

Câu V: (0,5 điểm) Một mảnh đất hình vuông ABCD cạnh 30m. Người ta xây dựng một vườn hoa dạng hình vuông EFGH có các đỉnh E, F, G, H thuộc các cạnh của hình vuông ABCD (hình vẽ). Xác định vị trí điểm E trên cạnh AB để diện tích vườn hoa nhỏ nhất.

Lời giải

Đặt AE = x $(0 \le x \le 30)$

Chỉ ra được $S_{EFGH} = S_{ABCD} - 4S_{AEH} = 900 - 2x(30 - x)$

Do đó: $S_{EFGH} = 2x^2 - 60x + 900 = 2(x - 15)^2 + 450 \ge 450$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x = 15 (tm)

Vậy min $S_{EFGH} = 450m^2$ khi AE = 15m

❣ HẾT ▯

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 4

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được như bảng sau:

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

a) Hãy lập bảng tần số tương đối ở bảng trên.

b) Hãy tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ.

c) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng " Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó". Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3, \ldots, 20$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp".

a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra đối với số xuất hiện trên viên bi được lấy ra.

b) Viết không gian mẫu phép thử đó.

c) Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $N = \dfrac{24}{\sqrt{x}+6}$ và $M = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-6} + \dfrac{17\sqrt{x}+30}{x-36}$ với $x \geq 0, x \neq 36.$

1) Tính giá trị của biểu thức N khi $x = 9$

2) Rút gọn biểu thức $M.$

3) Tìm số nguyên x để biểu thức $L = N.M$ có giá trị nguyên lớn nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Có hai loại quặng chứa 75% sắt và 50% sắt. Tính khối lượng của mỗi loại quặng đem trộn để được 25 tấn quặng chứa 66% sắt

2) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Hai công nhân làm chung một công việc thì sau 5 giờ 50 phút sẽ hoàn thành xong công việc. Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc?

3) Cho phương trình $3x^2 - 11x - 15 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{3x_1}{x_2} + \frac{3x_2}{x_1}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Đường ống nối hai bể cá trong một thủy cung có dạng một hình trụ, độ dài của đường ống là $30m.$ Dung tích của đường ống nói trên là $1800\ m^3.$ Tính diện tích đáy của đường ống.

2. Cho tam giác ABC nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn $(O).$ Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm $H.$ Gọi K là trung điểm $BC.$

a) Chứng minh ΔAEF đồng dạng $\Delta ABC.$

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng $EF.$

c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và $N.$ Gọi I là trung điểm của MN, J là trung điểm của $AH.$ Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi. Biết thể tích của nó là $1280cm^3$ và chiều cao là $20cm$. Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích xung quanh.

HƯỚNG DẪN CHẤM

<table>
<tr><th>Câu</th><th></th><th></th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Câu I
1,5 điểm</td><td rowspan="2">1)</td><td>a) Bảng tần số tương đối:
<table><tr><td>Số đại biểu</td><td>84</td><td>64</td><td>64</td><td>1616</td><td>12</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>42%</td><td>32%</td><td>12%</td><td>8%</td><td>6%</td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b) Tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ là: $32\% + 12\% + 8\% + 6\% = 58\%$.
c) Ý kiến đó đúng vì:
- Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của 1 năm trước là: $\frac{54}{220}.100\% = 24,5\%$.
- Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của nay là: . $12\% + 8\% + 6\% = 26\% > 24,5\%$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>a) Các kết quả có thể xảy ra là:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.</td><td>0,75</td></tr>
</table>

b) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$.

c) Có 3 kết quả thuận lợi là $1; 8; 15$

Vậy $P(T) = \frac{3}{20}$.

Câu III *1,5 điểm*

1) ***Tính giá trị của biểu thức*** M ***khi*** $x = 9$.

Thay $x = 9$ (tmđk) vào N — *0,25*

Tính $N = \frac{24}{\sqrt{9}+6} = \frac{8}{3}$. — *0,25*

2) M.

Rút gọn biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)}{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-6)} + \frac{\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-6)} + \frac{17\sqrt{x}+30}{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-6)}$ — *0,25*

$= \frac{x-6\sqrt{x}+\sqrt{x}+6+17\sqrt{x}+30}{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-6)}$ — *0,25*

$= \frac{x+12\sqrt{x}+36}{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-6)} = \frac{(\sqrt{x}+6)}{(\sqrt{x}+6)(\sqrt{x}-6)}$ — *0,25*

$= \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-6}$ — *0,25*

3) $L = N.M$ ***đạt giá trị nguyên lớn nhất.***

$L = \frac{24}{\sqrt{x}-6}$ — *0,25*

Lý luận P đạt giá trị nguyên lớn nhất khi $x = 49$ khi đó $P = 24$. — *0,25*

Câu III *2,5 điểm*

1) Gọi khối lượng quặng chứa 75% sắt và 50% sắt là x, y (tấn, $x, y > 0$) — ***0,5***

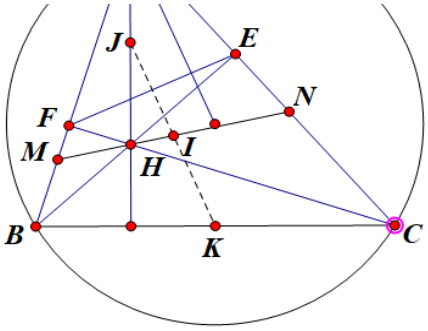
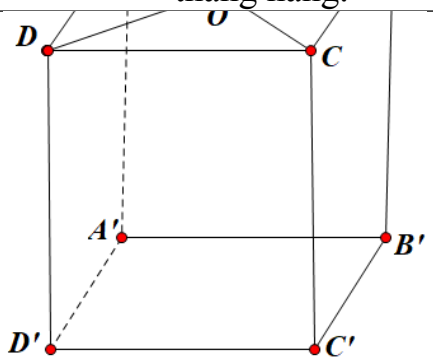
Theo bài ra ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=25 \\ \frac{75x}{100}+\frac{50y}{100}=\frac{66}{100}.25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16 \\ y=9 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy đem 16 tấn loại quặng chứa 75% sắt, 9 tấn loại quặng chứa 50% sắt

2) ***…mỗi công nhân làm riêng thì trong bao nhiêu giờ …***

Đổi $5h50' = \frac{35}{6}h$. Gọi thời gian công nhân thứ nhất làm một mình xong — *0,25*

		công việc là x (đơn vị: giờ, $x > 0$)	
		Thời gian công nhân thứ hai làm một mình xong công việc là y (đơn vị: giờ, $y > 0$)	
		Trong một giờ công nhân thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Trong một giờ công nhân thứ nhất làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)	*0,25*
		Vì hai công nhân làm chung công việc đó sau $\frac{35}{6}h$ thì xong nên ta có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{6}{35}$ (1)	*0,25*
		Vì Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc nên ta có phương trình $\frac{5}{x}+\frac{7}{y}=1$ (2)	*0,25*
		Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{6}{35}\\ \frac{5}{x}+\frac{7}{y}=1\end{cases}$	*0,25*
		Giải hệ tìm được $\begin{cases}x=10\\ y=14\end{cases}$ (tmđk)	
		Vậy công nhân thứ nhất làm một mình xong công việc trong 10 giờ, công nhân thứ hai làm một mình xong công việc trong 14 giờ.	*0,25*
	3)	a) Ta có $3x_1+4x_2=3$ $\Leftrightarrow (x_1+x_2)+x_2=6$ $\Rightarrow x_2=-9$ Vì $x=-9$ là nghiệm của phương trình nên ta có $(-9)^2-5.(-9)+m+4=0$. Tìm được $m=-3\pm\sqrt{13}$	*0,5*

	1)	***Bồn nước này đựng được bao nhiêu mét khối nước?*** Diện tích đáy của đường ống đó là: $1800:30=60(m^2)$.	*1,0*
	2)	***Chứng minh*** ΔAEF ***đồng dạng*** ΔABC.	
			
		Vẽ đúng hình đến ý 1)	*0,25*
		$BE\perp AC\Rightarrow \dot{BEC}=90^0$ (TGV) $CF\perp AB\Rightarrow \dot{CFB}=90^0$ (TGV)	*0,25*
		$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp	*0,25*
		$\Rightarrow \Delta AEF$ đồng dạng ΔABC.	*0,25*
Câu *4điể*	2)	***Chứng minh đường thẳng*** OA ***vuông góc với đường thẳng***	
		Tứ giác BCEF nội tiếp $\Rightarrow \dot{AEF}=\dot{ABC}$	*0,25*
		ΔOAC cân tại O $\Rightarrow \dot{EAO}=\dfrac{180^0-\dot{AOC}}{2}$	*0,25*
		$\dot{ABC}=\dfrac{1}{2}\dot{ABC}\Rightarrow \dfrac{180^0-\dot{AOC}}{2}=90^0-\dot{ABC}$	*0,25*
		$\Rightarrow \dot{AEF}+\dot{EAO}=90^0\Rightarrow AO\perp EF$	*0,25*
	3)	***Chứng minh tứ giác*** $AFHI$ ***nội tiếp và*** I,J,K ***thẳng hàng.***	
		Chứng minh ΔAMN cân tại A vì $\dot{AMN}=\dot{MBH}+\dot{MHB}=\dot{NCH}+\dot{NHC}=\dot{ANM}$ $\Rightarrow AI\perp MN$	*0,25*
		$\dot{AFH}=\dot{AIH}=90^0\Rightarrow$ Tứ giác $AFHI$ là tứ giác nội tiếp.	*0,25*
		Có $\dot{MAH}=\dot{NAO}\Rightarrow \dot{IAH}=\dot{IAO}\Rightarrow IJ\parallel AO$ suy ra IJ trung trực EF	*0,25*
		Có $JE=JF, KE=KF\Rightarrow KI$ trung trực $EF\Rightarrow I,J,K$ thẳng hàng.	*0,25*
Câu *0,5*		Ta đặt $AC=2m; BD=2n.$ Diện tích đáy $ABCD$ là: $S=\dfrac{1}{2}.2m.2n=2mn.$ Mặt khác: $S=\dfrac{V}{h}=\dfrac{1280}{20}=64\left(cm^2\right)$ Vậy $2m.n=64\left(cm^2\right).$	
			
		Diện tích xung quanh hình lăng trụ đứng là: $S_{xq}=4.AB.20=80AB.$ Vậy S_{xq} nhỏ nhất khi AB nhỏ nhất.	
		Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Ta có $AC\perp BD$ tại O. Xét ΔAOB vuông tại O, ta có: $AB^2=OA^2+OB^2=m^2+n^2.$	

uigeli.xyz

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 5

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Một lớp học gồm 40 học sinh được khảo sát về chiều cao và đưa ra bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm chiều cao	Tần số
[140; 150)	5
[150; 160)	15
[160; 170)	12
[170; 180)	8

Tính tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[170;180)$.

2). Trong một trò chơi xúc xắc, một người chơi lần lượt gieo hai viên xúc xắc. Xác định không gian mẫu của phép thử và tính xác suất cho biến cố B: Hai viên xúc xắc đều ra số chẵn.

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0$, $x\neq 4$

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.

2). Rút gọn biểu thức B.

3). Cho biểu thức $P=A.B$. Tìm x là số nguyên lớn nhất để $P<\dfrac{1}{2}$.

Câu III: (2,5 điểm)

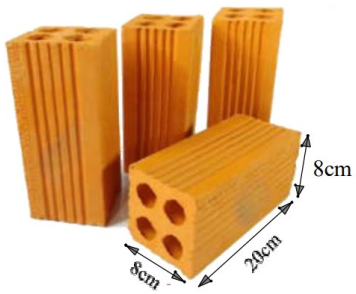
1). Trong một đợt khuyến mãi, siêu thị giảm giá cho mặt hàng A là 20% và mặt hàng B là 15% so với giá niêm yết. Một khách hàng mua 2 món hàng A và 1 món hàng B phải trả số tiền là $362\ 000$ đồng. Nhưng nếu mua trong khung giờ vàng thì món hàng A được giảm giá 30% còn món hàng B được giảm giá 25% so với giá niêm yết. Một người mua 3 món hàng A và 2 món hàng B trong khung giờ vàng nên chỉ trả số tiền là $552\ 000$ đồng. Tính giá niêm yết của mỗi món hàng A và B.

2). Một nhóm thợ thủ công lên kế hoạch làm 1200 chiếc đèn lồng cho dịp lễ Trung Thu. Trong 12 ngày đầu họ làm đúng theo kế hoạch. Những ngày còn lại do có thêm người làm cùng nên mỗi ngày họ đã làm vượt mức 20 chiếc và hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Theo kế hoạch, mỗi ngày nhóm thợ phải làm bao nhiêu chiếc đèn lồng?

3). Cho phương trình $4x^2-2x-1=0$ có 2 nghiệm là x_1,x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=(x_1-x_2)^2-x_1\left(x_1-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài $20\ cm$, rộng $8\ cm$, cao $8\ cm$. Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính $2,5\ cm$.



a) Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (lấy $\pi = 3,14$)

b) Theo toán học, bác Ba muốn xây một ngôi nhà phải mua $10\ 000$ viên gạch, giá một viên là 1100 đồng. Nhưng khi thi công, bác Ba phải mua dư 2% số gạch cần dùng dự phòng cho hư hao. Tính số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà.

2). Cho ΔABC $(AB < AC)$ nội tiếp $(O;R)$ đường kính BC, trên cung nhỏ AC lấy điểm D, BD cắt AC tại E, từ E vẽ $EF \perp BC$ tại F.

a) Chứng minh tứ giác $BAEF$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh DB là phân giác góc ADF.

c) Gọi M là trung điểm EC. Chứng minh $DM.CA = CF.CO$.

Câu V: (0,5 điểm)

Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia . Để kích thích mọi người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thi sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt lả lớn nhất.

HẾT

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu 1:

1) Từ bảng tần số ghép nhóm, nhóm chiều cao $[170;180)$ có tần số là 8.

Tần số tương đối của nhóm này được tính bằng: $\frac{8}{40}=0,2=20\%.$

Vậy, tần số ghép nhóm của nhóm $[170;180)$ là 8, và tần số tương đối của nhóm này là 20%.

2) Xác suất của biến cố B"Hai viên xúc xắc đều ra số chẵn":

Khi gieo hai viên xúc xắc, thì không gian mẫu của phép thử là 36 cặp sô (1,1); (1,2), (1,3), …..

(1,6), (2,1), (2,2),……(6,6)

Các số chẵn trên một viên xúc xắc là: 2, 4, 6.

Do đó, hai viên xúc xắc đều ra số chẵn có các cặp (x, y) là:

$(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6).$

Có 9 kết quả thỏa mãn điều kiện này, do đó xác suất của biến cố B là:

$P(B)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}.$

Câu 2:

1) Thay $x=1$ (thoả mãn) vào biểu thức A, ta có: $A=\frac{\sqrt{1}-2}{\sqrt{1}+9}=\frac{1-2}{1+9}=\frac{-1}{10}$

Vậy $A=\frac{-1}{10}$ tại $x=1$.

2) $B=\frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}-\frac{1}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0$, $x\neq 4$

$$B=\frac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$B=1+\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$$

3) $P=A.B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+9}$

$P<\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+9}<\frac{1}{2}$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+9}-\frac{1}{2}<0$$

$$\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+9\right)}{2\left(\sqrt{x}+9\right)}<0$$

$$\frac{2\sqrt{x}-2-\sqrt{x}-9}{2\left(\sqrt{x}+9\right)}<0.$$

$$\frac{\sqrt{x}-11}{2\left(\sqrt{x}+9\right)}<0$$

Giá trị phân thức nhỏ hơn 0 khi tử và mẫu trái dấu

Với mọi x thoả mãn điều kiện, ta có: mẫu = $2\left(\sqrt{x}+9\right)>0$

Nên $\sqrt{x}-11<0$

$\sqrt{x}<11$

$x<121$

Kết hợp điều kiện xác định : $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 4 \\ x<121 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 0<x<121 \\ x\neq 4 \end{cases}$

Mà x là số nguyên lớn nhất nên $x=120$ (thoả mãn)

Vậy $x=120$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3:

1) Gọi x, y (đồng) lần lượt là giá niêm yết của món hàng A và món hàng B.

Điều kiện: $x, y>0$

Mặt hàng A giảm giá 20% so với giá niêm yết nên giá phải trả cho 1 món hàng A là

$x-20\%x=x\left(1-20\%\right)$ (đồng)

mặt hàng B giảm giá là 15% so với giá niêm yết nên giá phải trả cho 1 món hàng A là

$y-15\%y=y\left(1-15\%\right)$ (đồng)

Mặt hàng A giảm giá 20% và mặt hàng B giảm giá là 15% so với giá niêm yết và mua 2 món hàng A và 1 món hàng B phải trả tổng số tiền là $362\ 000$ đồng

nên $2.x\left(1-20\%\right)+y\left(1-15\%\right)=362\,000$

Trong khung giờ vàng thì món hàng A được giảm giá 30% nên giá phải trả cho 1 món hàng A là

$x-30\%x=x\left(1-30\%\right)$ (đồng)

Trong khung giờ vàng thì món hàng B được giảm giá 25% nên giá phải trả cho 1 món hàng A là

$y-25\%y=y\left(1-25\%\right)$ (đồng)

trong khung giờ vàng thì món hàng A được giảm giá 30% còn món hàng B được giảm giá 25% so với giá niêm yết và mua 3 món hàng A và 2 món hàng B trong khung giờ vàng nên chỉ trả số

tiền là $552\ 000$ đồng

nên $3.x.(1-30\%)+2.y.(1-25\%)=552000$

ta có hệ phương trình: $\begin{cases}2.x(1-20\%)+y(1-15\%)=362\,000\\3.x.(1-30\%)+2.y.(1-25\%)=552000\end{cases}$

$$\begin{cases}1,6x+0,85y=362\,000\\2,1x+1,5y=552\,000\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=120\,000\\y=200\,000\end{cases}$$

Vậy giá niêm yết của món hàng A là 120000 đồng, của món hàng B là 200000 đồng.

2) Gọi số đèn lồng phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (đèn) ($x\in N^*$)

thì Thời gian làm số đèn theo kế hoạch là $\dfrac{1200}{x}$ (ngày)

Trong 12 ngày làm theo kế hoạch được $12x$ (đèn)

Số đèn còn lại là $1200-12x$ (đèn)

Năng suất làm số đèn còn lại là $x+20$ (đèn)

Thời gian làm số đèn còn lại $\dfrac{1200-12x}{x+20}$ (ngày)

Vì nhóm thợ đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày

Ta có phương trình $\dfrac{1200}{x}=12+\dfrac{1200-12x}{x+20}+2$

Giải phương trình được $x=60$ (thỏa mãn), $x=-200$ (loại)

Vậy số đèn lồng phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là 60 (đèn)

3) phương trình $4x^2-2x-1=0$

Vì $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4.4.(-1)=20>0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases}S=x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}\\P=x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-1}{4}\end{cases}$

Ta có: $A=(x_1-x_2)^2-x_1\left(x_1-\dfrac{1}{2}\right)$

$$A=(x_1-x_2)^2-x_1\left(x_1-\frac{1}{2}\right)$$

$$A=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2-x_1(x_1-x_1-x_2)$$

$$A=x_1^2-x_1x_2+x_2^2$$

$$A=(x_1+x_2)^2-3x_1x_2$$

$$A=\left(\frac{1}{2}\right)^2-3.\left(\frac{-1}{4}\right)$$

$$A=1$$

Câu 4:

1) a) Thể tích đất sét làm viên gạch hình hộp chữ nhật chưa trừ bốn lỗ rỗng bên trong là:

$$V = 8.8.20 = 1280\left(cm^3\right)$$

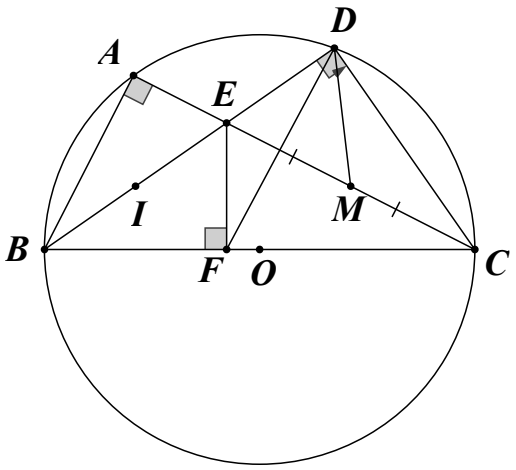
Thể tích của 1 lỗ ống hình trụ là: $V_1 = \pi R^2 h = 3,14.\left(\frac{2,5}{2}\right)^2.20 = 98,125\left(cm^3\right)$

Mỗi viên gạch bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau

Nên thể tích đất sét để làm một viên gạch là: $V_2 = V - 4.V_1 = 1280 - 4.98,125 \approx 887,5\left(cm^3\right)$

b) Số viên gạch bác Ba cần mua là: $10000.(1+2\%) = 10200$ (viên gạch)

Số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà là: $10\ 200.\ 1\ 100 = 11\ 220\ 000$ (đồng)



2)

a) Chứng minh tứ giác $BAEF$ nội tiếp đường tròn.

Xét tứ giác $BAEF$, ta có:

$\dot{B}FE = 90°$ ($EF \perp BC$ tại F)

$\dot{B}AE = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa (O))

Gọi I là trung điểm BE. Theo tính chất trung tuyến của tam giác vuông

Thì $IA = IE = IB = IF$ suy ra 4 điểm B, A, E, F cùng thuộc đường tròn

$\Rightarrow$ Tứ giác $BAEF$ nội tiếp

b) Chứng minh DB là phân giác góc ADF.

Chứng minh tương tự tứ giác $CDEF$ nội tiếp

$\Rightarrow \dot{E}DF = \dot{B}CA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EF)

Mà $\dot{B}CA = \grave{A}DB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của (O)

Nên $\dot{E}DF = \grave{A}DB$

$\Rightarrow DB$ là tia phân giác của góc ADF.

c) Chứng minh $DM.CA = CF.CO$.

Xét ΔCDE vuông tại D, ta có: DM là đường trung tuyến (M là trung điểm của CE)

$\Rightarrow DM = \frac{1}{2}CE \Rightarrow CE = 2DM$.

Xét ΔCEF và ΔCBA, ta có:

$\widehat{ACB}$ là góc chung

$\widehat{CFE} = \widehat{CAB} \ (= 90^\circ)$

$\Rightarrow \Delta CEF \backsim \Delta CBA \ (g\text{-}g)$

$\Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{CF}{CA}$ (tỉ số đồng dạng)

$\Rightarrow CE.CA = CF.CB$

Mà $CE = 2DM$ và $CB = 2CO$ (BC là đường kính của (O))

Nên $2DM.CA = CF.2CO$

$\Rightarrow DM.CA = CF.CO$.

Câu 5: Gọi số lần giảm giá $100\,000$ đồng thì thu được doanh thu lớn nhất là x (lần)

$\Rightarrow$ Sau x lần giảm thì giá của tour là:

$2\,000\,000 - 100\,000.x$ (đồng).

Vì cứ sau 1 lần giảm thì có thêm 20 người tham gia nên sau x lần giảm thì có thêm $20.x$ (người tham gia) nên tổng số người tham gia sau x lần giảm giá là:

$150 + 20.x$ (người)

Tổng doanh thu sau x lần giảm giá là:

$$S = (2\,000\,000 - 100\,000.x).(150 + 20.x) \text{ (đồng)}$$

$$S = 100\,000.10.(20 - x).(15 + 2x) \text{ (đồng)}$$

$$S = 1\,000\,000.(-2x^2 + 25x + 300) \text{ (đồng)}$$

Xét $(-2x^2 + 25x + 300) = -2\left(x^2 - \frac{25}{2}x - 150\right)$

$$= -2\left[\left(x^2 - 2.\frac{25}{4}.x + \left(\frac{25}{4}\right)^2\right) - \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 150\right]$$

$$= -2\left[\left(x - \frac{25}{4}\right)^2 - \frac{3025}{16}\right]$$

Vì : $-2\left(x - \frac{25}{4}\right)^2 + 2.\frac{3025}{16} \le \frac{3025}{8}$

$$\Rightarrow 1\,000\,000. - 2\left[\left(x - \frac{25}{4}\right)^2 - \frac{3025}{16}\right] \le 1\,000\,000.\frac{3025}{8}$$

$$\Rightarrow 1\,000\,000. - \left[\left(x - \frac{15}{4}\right)^2 - \frac{3025}{16}\right] \le 378\,125\,000$$

$$\Rightarrow S \le 378\,125\,000$$

$\Rightarrow S_{\max} = 378\,125\,000$

Khi đó $x = \dfrac{25}{4} = 6,25$ (lần)

Vậy: Giá tour khi đó: $2\,000\,000 - 100\,000.6,25 = 1\,375\,000$ (đồng).

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 6

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số $1;2;3;4$. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{3}{\sqrt{x}+2} - \dfrac{12}{x-4}$ với $x \ge 0$, $x \ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

3) Với $P = A.B$. Tìm giá trị của x để $|P| > P$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một ô tô khách và một ô tô tải chở vật liệu xây dựng khởi hành cùng một lúc từ bến xe khách Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè. Do trọng tải lớn nên xe tải chở vật liệu xây dựng đi với vận tốc chậm hơn xe khách 10 km/h. Xe khách đến trung tâm thị trấn Mường Tè sớm hơn xe tải 1 giờ 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường từ bến xe khách thành phố Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè là 132 km.

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể (không có nước) trong $\frac{49}{48}$ giờ phút thì đầy bể.

Nếu mở vòi thứ nhất trong 3 giờ và vòi thứ hai trong 4 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể nước. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể.

3) Tìm m để phương trình $x^2+2x+m=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $3x_1+2x_2=1$

Câu IV: (4,0 điểm)

Một chiếc nón lá có đường kính vành nón là 28cm và độ dài đường sinh là 30cm. Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết chiếc nón được làm bằng 2 lớp lá (không tính phần ghép nối, lấy $\pi\approx 3,14$)

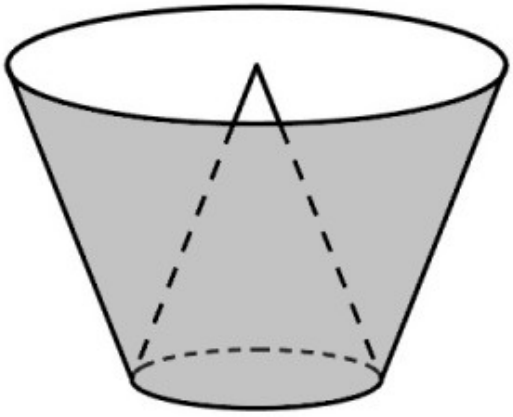
2) Cho ΔABC có 3 góc nhọn và đường cao BE. Gọi H,K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến $AB,AC.$

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp;

b) Chứng minh: $BH.BA=BK.BC;$

c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB, I là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh rằng H,I,K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một cái thùng đựng nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng hai lần bán kính mặt đáy của thùng. Bên trong thùng có một cái phễu dạng hình nón có đáy là đáy của thùng, có đỉnh là tâm của miệng thùng (xem hình minh họa). Biết rằng đổ 12 lít nước vào thùng thì đầy thùng (nước không chảy được vào bên trong phễu), tính thể tích của phễu.



HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp $9C$ được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

Lời giải

Độ tuổi (phút)	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	54	46	42	18
Tần số tương đối	$30,56\%$	$19,44\%$	25%	25%

2) Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số $1;2;3;4$. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 viên bi từ túi đó, viên bi lấy ra lần đầu không trả lại vào túi. Mô tả không gian mẫu của phép thử và tính xác suất để lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}$$

Số các kết quả có thể xảy ra (số phần tử của không gian mẫu) là $n(\Omega) = 12$.

Gọi A là biến cố *"Lấy được 2 viên bi mà tổng hai số trên hai viên bi đó là số lẻ"*.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 8$.

Xác suất của biến cố A là $$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{12}{x-4}$ với $x\ge 0$, $x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$.

3) Với $P=A.B$. Tìm giá trị của x để $|P|>P$.

Lời giải

a) $x=25$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

$$A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{25}-2}{\sqrt{25}+2}=\frac{3}{7}$$

Vậy $A=\dfrac{3}{7}$ khi $x=25$.

b) Với $x\ge 0$, $x\ne 4$.

Ta có : $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{12}{x-4}$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+4\sqrt{x}+4-3\sqrt{x}+6-12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$$

c) Ta có : $P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

$|P|>P$

TH 1: $P>P$ (Vô lí)

TH 2: $-P>P\Leftrightarrow\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}>\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

$$\Rightarrow 1-\sqrt{x}>\sqrt{x}-1\Leftrightarrow 2>2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 1>\sqrt{x}\Leftrightarrow 1>x$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có : $1>x\ge 0$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một ô tô khách và một ô tô tải chở vật liệu xây dựng khởi hành cùng một lúc từ bến xe khách Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè. Do trọng tải lớn nên xe tải chở vật liệu xây dựng đi với vận tốc chậm hơn xe khách 10 km/h. Xe khách đến trung tâm thị trấn Mường Tè

sớm hơn xe tải 1 giờ 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường từ bến xe khách thành phố Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè là 132 km.

Lời giải

Gọi vận tốc của xe tải là $x\ (\text{km/h})\ (x>0)$

$\Rightarrow$ vận tốc của xe khách là $x+10\,(\text{km/h})$

Thời gian đi hết quãng đường của xe tải là $\frac{132}{x}(h)$ và xe khách là $\frac{132}{x+10}(h)$

Vì xe khách đi nhanh hơn xe tải là 1 giờ 6 phút = $\frac{11}{10}(h)$

Nên ta có phương trình: $\frac{132}{x}-\frac{132}{x+10}=\frac{11}{10}$

$$\Rightarrow 132.10(x+10)-132.10x=11x(x+10)$$

$$\Rightarrow x^2+10x-1200=0$$

Giải phương trình ta được $x=40$ (loại); $x_2=30$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của xe tải là $30\,\text{km/h}$ và xe khách là $40\,\text{km/h}$.

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể (không có nước) trong 49 giờ 48 phút thì đầy bể.

Nếu mở vòi thứ nhất trong 3 giờ và vòi thứ hai trong 4 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể nước. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể.

Lời giải

Gọi x , y thứ tự là số giờ để vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể $(x>0\ ,\ y>0)$.

Ta có 4 giờ 48 phút $=\frac{24}{5}$ giờ

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể); và thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể) và cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ (bể).

Ta có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{\frac{24}{5}}$ hay $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}$

Vòi thứ nhất chảy 3 giờ; vòi thứ hai chảy 4 giờ được $\frac{3}{4}$ bể, ta có phương trình: $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{3}{4}$

Vậy, ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$

Đặt $u=\frac{1}{x};v=\frac{1}{y}\left(u>0\ ,\ v>0\right)$.

Ta có hệ: $\begin{cases}u+v=\frac{5}{24}\\ 3u+4v=\frac{3}{4}\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}3u+3v=\frac{5}{8}\\ 3u+4v=\frac{3}{4}\end{cases}$ hay $\begin{cases}u=\frac{1}{12}\\ v=\frac{1}{8}\end{cases}$

Ta tìm được: $x=12;y=8$ (thỏa mãn điều kiện $x>0\ ,\ y>0$.

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 12 giờ đầy bể, vòi thứ hai chảy một mình trong 8 giờ đầy bể.

3) Tìm m để phương trình $x^2+2x+m=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $3x_1+2x_2=1$

Lời giải

Ta có $a=1;b=2\Rightarrow b'=1;c=m$

Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1;x_2$ khi và chỉ khi

$\Delta'\ge 0\Leftrightarrow 1-m\ge 0\Leftrightarrow m\le 1$

Theo hệ thức Viète, ta có $x_1+x_2=-2$ và $x_1x_2=m$

Xét hệ: $\begin{cases}x_1+x_2=-2\\ 3x_1+2x_2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=5\\ x_2=-7\end{cases}$

(hệ hai ẩn bậc nhất đối với x_1 và x_2)

Thế $x_1=5$ và $x_2=-7$ vào phương trình $x_1x_2=m$, ta có:

$m=5.(-7)=-35$ (thỏa điều kiện $m\le 1$)

Vậy $m=-35$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một chiếc nón lá có đường kính vành nón là $28\,\text{cm}$ và độ dài đường sinh là $30\,\text{cm}$. Tính diện tích lá dùng để làm nón, biết chiếc nón được làm bằng 2 lớp lá (không tính phần ghép nối, lấy $\pi\approx 3,14$)

Lời giải

Bán kính đáy là: $R=\frac{d}{2}=\frac{28}{2}=14(\text{cm})$

Diện tích xung quanh chiếc nón là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.14.30=420\pi\ (\text{cm}^2)$

Diện tích lá cần dùng là:

$S=(420\pi).2\approx 840.3,14=2637,6\ (\text{cm}^2)$

$S \approx 2637,6(\text{cm}^2)$

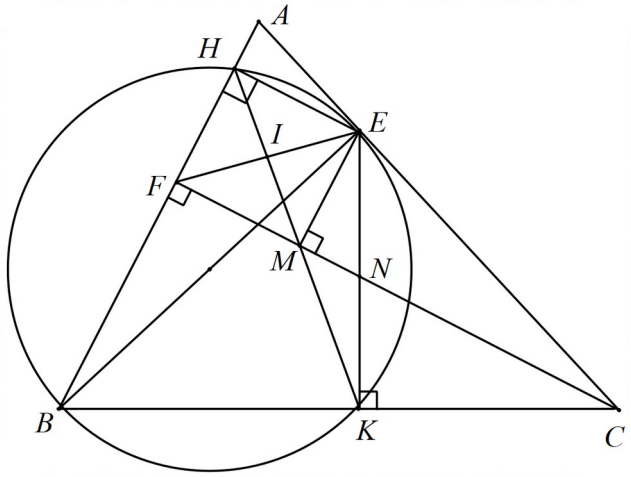
2) Cho ΔABC có 3 góc nhọn và đường cao BE. Gọi H, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến $AB, AC.$

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp;

b) Chứng minh: $BH.BA = BK.BC;$

c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB, I là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh rằng H, I, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có $\widehat{BHE} = 90°$ nên 3 điểm B, H, E nằm trên đường tròn đường kính BE

$\widehat{BKE} = 90°$ nên 3 điểm B,K, E nằm trên đường tròn đường kính BE

Nên 4 điểm B, H, K, E nằm trên đường tròn đường kính BE

Suy ra $BHEK$ là tứ giác nội tiếp

b) Vì $BHEK$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BHK} = \widehat{BEK}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BK}$) mà $\widehat{BEK} = \widehat{BCE}$ (cùng phụ $\widehat{KEC}$)

$\Rightarrow \widehat{BHK} = \widehat{BCE}$

+) Xét ΔBHK và ΔBCA có $\widehat{B}$ chung; $\widehat{BHK} = \widehat{BCA}$

ΔBHK đồng dạng $\Delta BCA(g.g) \Rightarrow \dfrac{BH}{BC} = \dfrac{BK}{BA} \Rightarrow BH.BA = BK.BC;$

c) Giả sử HK cắt CF tại M. Ta chỉ việc chứng minh HM đi qua trung điểm I của EF

- Vì $BHEK$ nội tiếp $\widehat{HBE} = \widehat{HKE}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HE}$)

- $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$ (cùng phụ với $\widehat{H}$) $\Rightarrow \widehat{MKE} = \widehat{MCE}$

Giả sử CM cắt KE tại N

Ta có ΔMNK đồng dạng ΔENC (g-g) suy ra $\frac{NM}{NC} = \frac{NK}{NE}$

Xét ΔMNE và ΔKNC có

$\frac{NM}{NC} = \frac{NK}{NE}$; $\widehat{MNE} = \widehat{KNC}$ (đối đỉnh)

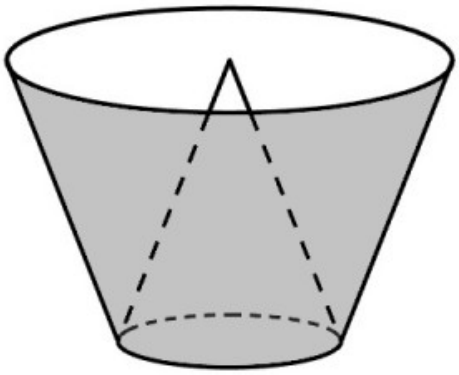
Suy $\widehat{ENC} = \widehat{EKC}$ mà $\widehat{EKC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EMC} = 90^\circ$

Hay $\widehat{EHF} = \widehat{HFM} = \widehat{FME} = 90^\circ$

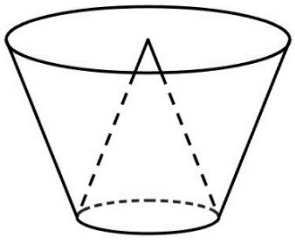
$\Rightarrow EHFM$ là hình chữ nhật mà I là trung điểm của đường chéo $EF \Rightarrow I$ là trung điểm của HM

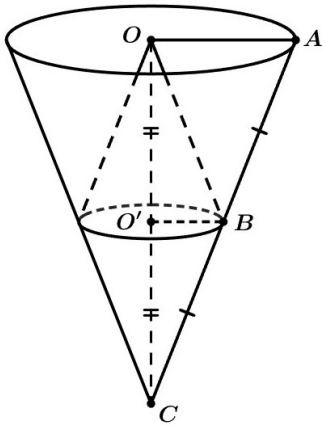
$\Rightarrow H, I, M, K$ thẳng hàng.

Câu V: **(0,5 điểm)** Một cái thùng đựng nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng hai lần bán kính mặt đáy của thùng. Bên trong thùng có một cái phễu dạng hình nón có đáy là đáy của thùng, có đỉnh là tâm của miệng thùng (xem hình minh họa). Biết rằng đổ 12 lít nước vào thùng thì đầy thùng (nước không chảy được vào bên trong phễu), tính thể tích của phễu.



Lời giải





Đường sinh AB cắt trục OO' tại C.

Khi đó hai hình nón có đỉnh O, C có chung đáy là hình tròn (O') có thể tích bằng nhau.

- Gọi

V_1 là thể tích hình nón đỉnh C, đáy là hình tròn (O');

V_2 là thể tích hình nón đỉnh O, đáy là hình tròn (O');

$V_n = 12$ là thể tích nước đổ vào.

V là thể tích hình nón đỉnh C, đáy là hình tròn (O);

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{3}\cdot CO'\cdot \pi \cdot O'B^2}{\frac{1}{3}\cdot CO\cdot \pi \cdot OA^2} = \frac{CO'}{CO}\cdot\left(\frac{O'B}{OA}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

Ta có .

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{8}V$$

Suy ra (1).

(V_1 là thể tích hình nón đỉnh C, đáy là hình tròn (O'); V_2 là thể tích hình nón đỉnh O, đáy là hình tròn (O'), đường cao của mỗi hình nón bằng nhau $CO' = OO'$).

Mặt khác, ta có: $V_1 + V_2 + V_n = V$

$$\Rightarrow \frac{1}{8}V + \frac{1}{8}V + V_n = V$$

$$V_n = \frac{6}{8}V$$

Do đó thể tích nước đổ vào (2)

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{6}V_n = \frac{1}{6}\cdot 12 = 2$$

Từ (1) và (2) suy ra lít.

Vậy thể tích của phễu là 2 lít.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 7

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần là:

85	81	65	58	47	30	51	89	85	42
55	37	31	82	63	33	44	88	77	57
44	74	63	67	46	73	52	53	47	35

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đó sau khi được ghép nhóm theo sáu nhóm sau: $[30;40), [40;50), [50;60), [60;70), [70;80), [80;90)$.

b) Tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[50;60)$.

2) Một hình tròn được chia thành 10 hình quạt như nhau, được đánh số như hình bên và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm.

Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố A: " Mũi tên chỉ vào các số la mã ".

Tính xác suất của biến cố A

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}; B=\dfrac{7}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{12}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(3-\sqrt{x}\right)}$ với $x\ge 0; x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=\dfrac{9}{4}$.

b) Rút gọn $M=A-B$.

c) Tìm các giá trị của x sao cho $M^2<\dfrac{25}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

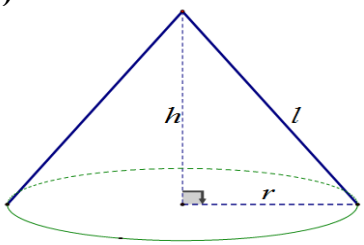
1) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì cả hai vòi chảy được $\dfrac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

2) Hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 30 cây trong một thời gian nhất định. Do mỗi giờ chi đoàn trồng nhiều hơn dự định 5 cây nên đã hoàn thành công việc trước dự định 20 phút và trồng thêm được 10 cây nữa. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ.

3) Cho phương trình $x^2+2x+m=0$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1-2x_2=1$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1)



Khung của nón lá có dạng hình nón được làm bởi các thanh gỗ nối từ đỉnh tới đáy như các đường sinh l, 16 vành nón được làm từ những thanh tre mảnh nhỏ, dẻo dai uốn thành những vòng tròn có đường kính to, nhỏ khác nhau, cái nhỏ nhất to bằng đồng xu.

– Đường kính $(d=2r)$ của chiếc nón lá khoảng 40 (cm);

– Chiều cao (h) của chiếc nón lá khoảng 19 (cm).

a) Tính độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vảnh chiếc nón lá.(không kể phần chắp nối, tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ hai, biết $\pi\approx 3,14$).

b) Tính diện tích phần lá phủ xung quanhcủa chiếc nón lá. (không kể phần chắp nối,tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ hai). Biết diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi.R.l$.

2) Cho đường tròn $(O;R)$ và dây $BC<2R$. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB<AC$. Các đường cao AD và BF của tam giác ABC cắt nhau tại I.

a) Chứng minh tứ giác $ABDF$ nội tiếp đường tròn và xác định tâm của đường tròn đó.

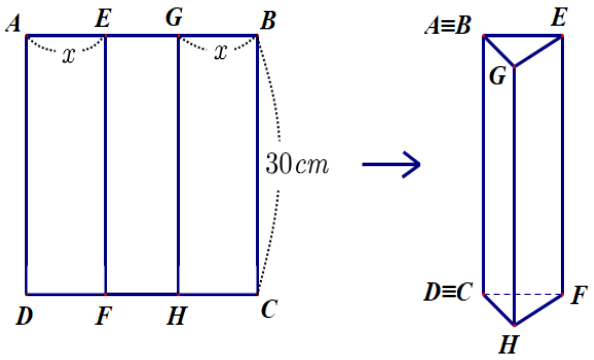
b) Chứng minh: $CD.CB = CF.CA$

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDF cắt $(O;R)$ tại điểm H (H khác C). Vẽ đường kính CK của $(O;R)$ và gọi E là trung điểm của AB. Chứng minh 3 điểm K, E, H thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là $30\,cm$.

Trên cạnh AB lấy hai điểm E, G sao cho $AE = GB = x\,(cm)$ và điểm E nằm giữa điểm A và điểm G. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại F; qua G kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại H. Người ta gập hình vuông theo hai cạnh EF và GH sao cho cạnh AD trùng cạnh BC như hình vẽ để tạo thành hình lăng trụ đứng khuyết đáy. Tìm x để thể tích hình lăng trụ lớn nhất.



HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần là:

85	81	65	58	47	30	51	89	85	42
55	37	31	82	63	33	44	88	77	57
44	74	63	67	46	73	52	53	47	35

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đó sau khi được ghép nhóm theo sáu nhóm sau: $[30;40), [40;50), [50;60), [60;70), [70;80), [80;90)$.

b) Tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[50;60)$.

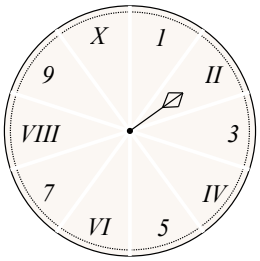
Lời giải

a) Lập bảng tần số ghép nhóm :

Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	Cộng
Tần số (n)	5	6	6	4	3	6	$N=30$

b) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[50;60)$ là: $f=\frac{6.100}{30}\%=20\%$

2) Một hình tròn được chia thành 10 hình quạt như nhau, được đánh số như hình bên và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm.



Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố A: " Mũi tên chỉ vào các số la mã ".

Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần"

Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là :

$W=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}$

Số phần tử của tập hợp W là 12.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là : $II, IV, VI, VIII$.

Do đó, có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Vậy $P(A)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3};B=\frac{7}{\sqrt{x}+1}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(3-\sqrt{x}\right)}$ với $x\ge 0;x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=\frac{9}{4}$.

b) Rút gọn $M=A-B$.

c) Tìm các giá trị của x sao cho $M^2<\frac{25}{4}$.

Lời giải

a) Tính giá trị của A khi $x=\frac{9}{4}$.

Thay $x=\frac{9}{4}$ (tmđk) vào A ta được: $A=\frac{\sqrt{\frac{9}{4}}}{\sqrt{\frac{9}{4}}-3}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}-3}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{-3}{2}}=-1$.

Vậy khi $x=\frac{9}{4}$ thì $A=-1$.

b) Rút gọn $M=A-B$.

$$M=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\left[\frac{7}{\sqrt{x}+1}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(3-\sqrt{x}\right)}\right]$$

$$M=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{7}{\sqrt{x}+1}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-7\left(\sqrt{x}-3\right)-12}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}-7\sqrt{x}+21-12}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{x-6\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

c) Tìm các giá trị của x sao cho $M^2<\frac{25}{4}$.

$$M^2<\frac{25}{4}$$

$$\left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}\right)^2<\frac{25}{4}$$

$$\left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}\right)^2<\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}-\frac{5}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}+\frac{5}{2}\right)<0$$

$$\left(7\sqrt{x}-1\right)\left(-3\sqrt{x}-11\right)<0$$

$$7\sqrt{x}-1>0$$

$x>\frac{1}{49}$, điều kiện $x\ge 0;x\ne 9$

Vậy với $\frac{1}{49}<x;\ x\ne 9$ thì $M^2<\frac{25}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải

Đổi 7 giờ 12 phút = $\frac{36}{5}$ giờ

Gọi thời gian vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể lần lượt là *x, y* (giờ). Điều kiện $x,y>0$

Trong 1 giờ, vòi 1 chảy được : $\frac{1}{x}$ (bể)

Trong 1 giờ, vòi 2 chảy được: $\frac{1}{y}$ (bể)

Trong 1 giờ, car2 vòi chảy được : $\frac{5}{36}$ (bể)

Ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{36}$ (1)

Vì mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại thì vòi 1 chảy được: $\frac{5}{x}$ (bể),

và mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì vòi 2 chảy được: $\frac{6}{y}$ (bể)

Vậy cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể, ta có phương trình: $\frac{5}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{36}\\ \frac{5}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{5}{x}+\frac{5}{y}=\frac{25}{36}\\ \frac{5}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{1}{y}=\frac{1}{18}\\ \frac{1}{x}=\frac{1}{12}\end{cases}$ $\begin{cases}x=12(\text{tm})\\ y=18(\text{tm})\end{cases}$

Vậy vòi 1 chảy một mình đầy bể hết 12 giờ;

Vòi 2 chảy một mình đầy bể hết 18 giờ

2) Hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 30 cây trong một thời gian nhất định. Do mỗi giờ chi đoàn trồng nhiều hơn dự định 5 cây nên đã hoàn thành công việc trước dự định 20 phút và trồng thêm được 10 cây nữa. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ.

Lời giải

Gọi số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là x (cây) (ĐK: $x>0$)

Số cây chi đoàn trồng được trong mỗi giờ trên thực tế là $x+5$ (cây)

Thời gian chi đoàn dự định trồng xong số cây là $\frac{30}{x}$ (h)

Số cây mà chi đoàn trồng được trong thực tế là $30+10=40$ (cây)

Thời gian chi đoàn trồng xong số cây trong thực tế là $\frac{40}{x+5}$ (h)

Do chi đoàn hoàn thành công việc trước dự định là 20 phút = $\frac{1}{3}$ h nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x}-\frac{40}{x+5}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{30.3(x+5)-40.3x}{3.x(x+5)}=\frac{x(x+5)}{3.x(x+5)}$$

$$90(x+5)-120x=x(x+5)$$

$$x^2+35x-450=0$$

$$\Delta=35^2-4.1.(-450)=3025$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1=\frac{-35+\sqrt{3025}}{2.1}=10$ $\quad$ $x_2=\frac{-35-\sqrt{3025}}{2.1}=-45$

$x_1=10$ (Thỏa mãn điều kiện); $x_2=-45$ (Loại)

Vậy số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là 10 cây

1) Cho phương trình $x^2+2x+m=0$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1-2x_2=1$.

Lời giải

Phương trình: $x^2+2x+m=0$

Ta có $\Delta'=1-1.m=1-m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0$ (vì $a=1\neq 0$)

$1-m>0$

$m<1$.

Áp dụng định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-2 & (1) \\ x_1.x_2=m & (2) \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$x_1+2x_2=1 \quad (3)$

Từ (1) và (3) ta có hệ phương trình

$\begin{cases} x_1+x_2=-2 \\ x_1+2x_2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=3 \\ x_1+2x_2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=3 \\ x_1+2.3=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=3 \\ x_1=-5 \end{cases}$

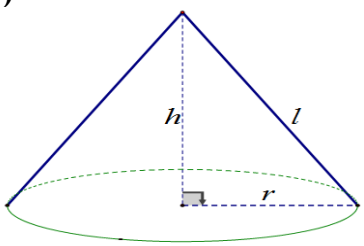
Thay x_1; x_2 vào (2) ta được:

$m=3.(-5)=-15$ (nhận).

Vậy $m=-15$ là giá trị cần tìm.

Câu IV: (4,0 điểm)

1)



Khung của nón lá có dạng hình nón được làm bởi các thanh gỗ nối từ đỉnh tới đáy như các đường sinh l, 16 vành nón được làm từ những thanh tre mảnh nhỏ, dẻo dai uốn thành những vòng tròn có đường kính to, nhỏ khác nhau, cái nhỏ nhất to bằng đồng xu.

– Đường kính $(d=2r)$ của chiếc nón lá khoảng 40 (cm);

– Chiều cao (h) của chiếc nón lá khoảng 19 (cm).

a) Tính độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vảnh chiếc nón lá.(không kể phần chắp nối, tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ hai, biết $\pi\approx 3,14$).

b) Tính diện tích phần lá phủ xung quanhcủa chiếc nón lá. (không kể phần chắp nối,tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ hai). Biết diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi.R.l$.

Lời giải

a) Độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vảnh chiếc nón lá bằng chu vi đường tròn đáy:

$C=\pi d$

$C\approx 125,6$ cm.

b) Độ dài đường sinh : $l=\sqrt{20^2+19^2}=\sqrt{761}$(cm).

Diện tích phần lá phủ xung quanhcủa chiếc nón lá bằng diện tích xung quanh hình nón.

Diện tích lá cần dùng là:

$S = \pi.R.l = 1732,42\,cm^2$.

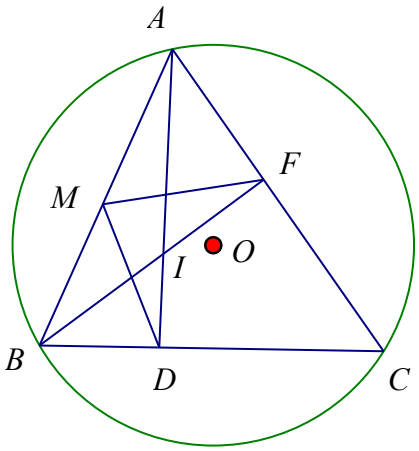
2) Cho đường tròn $(O;R)$ và dây $BC < 2R$. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Các đường cao AD và BF của tam giác ABC cắt nhau tại I.

a) Chứng minh tứ giác $ABDF$ nội tiếp đường tròn và xác định tâm của đường tròn đó.

b) Chứng minh: $CD.CB = CF.CA$

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDF cắt $(O;R)$ tại điểm H (H khác C). Vẽ đường kính CK của $(O;R)$ và gọi E là trung điểm của AB. Chứng minh 3 điểm K, E, H thẳng hàng.

Lời giải



1) Gọi M là trung điểm AB

Ta có: AD đường cao của tam giác ABC

$\Rightarrow AD \perp BC$

$\Rightarrow \widehat{ADB} = 90^0$

ΔABD vuông tại D có DM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

$\Rightarrow DM = MA = MB = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow A, B, D$ nằm trên đường tròn đường kính AB.

Có: BF là đường cao của tam giác ABC

$\Rightarrow BF \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{BFA} = 90^\circ$

ΔABF vuông tại F có FM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

$\Rightarrow FM = MA = MB = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow B, F, A$ nằm trên đường tròn đường kính AB

$\Rightarrow$ các điểm A, B, D, F, A cùng thuộc đường tròn đường kính AB

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABDF$ nội tiếp đường tròn đường kính AB, hay tâm đường tròn là trung điểm AB

2) Xét ΔADC và ΔBFC có:

$\left.\begin{array}{l}\widehat{ADC} = \widehat{BFC} = 90^\circ \\ \widehat{ACB} \text{ chung}\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ADC \backsim BFC$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{CD}{CF} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow CD.CB = CF.CA$

3) *) Ta có: $BF \perp AC$ (gt);

$KA \perp AC$ (do $\widehat{KAC}$ nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow AK // BF \Rightarrow AK // BI$ (3)

Tương tự ta có: $AD \perp BC$ (gt)

$KB \perp BC$ (do $\widehat{KBC}$ nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow AD // KB \Rightarrow AI // KB$

Mà: $AK // BI$ (cmt)

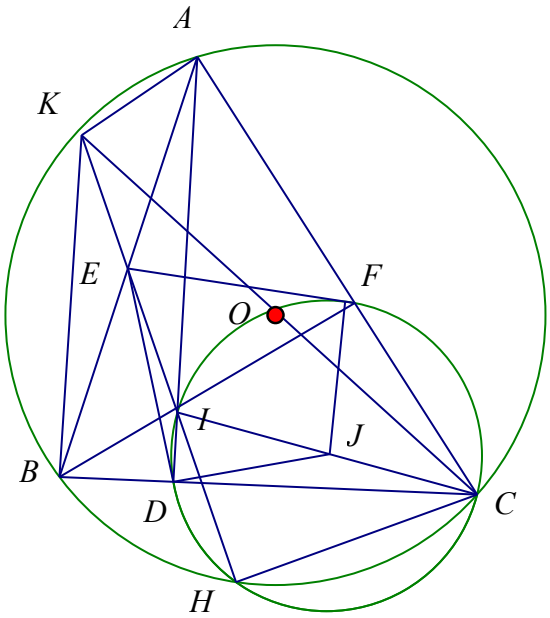
$\Rightarrow AKBI$ là hình bình hành

*) Vì: $AKBI$ là hình bình hành $\Rightarrow AB$ cắt KI tại trung điểm mỗi đường

Mà E là trung điểm của AB

$\Rightarrow E$ là trung điểm của KI

$\Rightarrow K; I; E$ thẳng hàng (1)



+) Xét (O) có góc $\widehat{KHC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow KH \perp CH$

Gọi J là trung điểm IC

ΔDIC vuông tại D có DJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

$\Rightarrow JD = JI = JC = \frac{1}{2} IC$

ΔFIC vuông tại F có FJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

$\Rightarrow JF = JI = JC = \frac{1}{2} IC$

$\Rightarrow JF = JI = JC = JD$

Suy ra, F, I, C, D cùng thuộc đường tròn đường kính IC

mà H cùng thuộc đường tròn này.

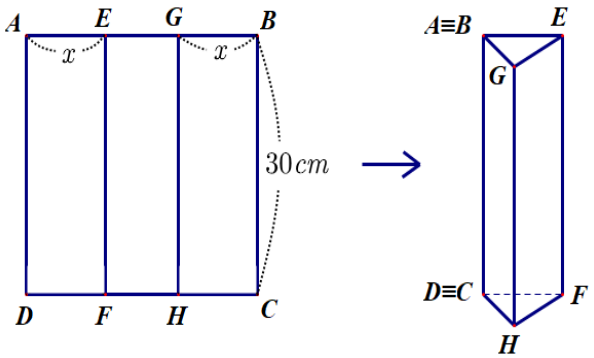
$\Rightarrow IH \perp CH$ mà $KH \perp CH$ (cmt)

$\Rightarrow K; I; H$ thẳng hàng (2)

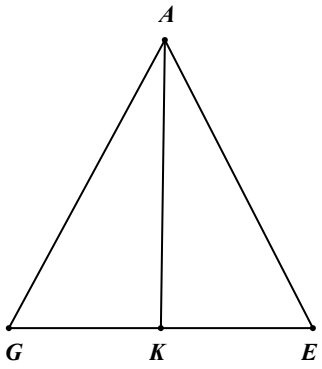
Từ (1); (2) $\Rightarrow K; E; H$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là $30\,cm$. Trên cạnh AB lấy hai điểm E, G sao cho $AE = GB = x\,(cm)$ và điểm E nằm giữa điểm A và điểm G. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại F; qua G kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại H. Người ta gập hình vuông theo hai cạnh EF và GH sao cho cạnh AD trùng cạnh BC như hình vẽ để tạo thành hình lăng trụ đứng khuyết đáy. Tìm x để thể tích hình lăng trụ lớn nhất.



Lời giải



Ta có $AE = GB = x\ (0 < x < 15) \Rightarrow EG = 30 - 2x$.

Kẻ đường cao AK của ΔAGE.

Vì ΔAGE cân tại A nên $KE = \dfrac{EG}{2} = \dfrac{30-2x}{2} = 15 - x$ (cm).

ΔAKE vuông tại K $\Rightarrow AE > KE \Rightarrow x > \dfrac{15}{2}$.

Áp dụng định lý Py-ta-go vào tam giác vuông AKE ta có

$AK^2 + KE^2 = AE^2$

$\Leftrightarrow AK^2 = AE^2 - KE^2$

$\Leftrightarrow AK = \sqrt{AE^2 - KE^2}$

$\Leftrightarrow AK = \sqrt{x^2 - (15-x)^2}$

$\Leftrightarrow AK = \sqrt{30x - 225}$.

Diện tích đáy AGE là

$S_{AGE} = \dfrac{1}{2} AK.GE = \dfrac{1}{2}\sqrt{30x-225}.(30-2x) = \sqrt{30x-225}.(15-x)\ (cm^2)$.

Thể tích lăng trụ là $V = 30.\sqrt{30x-225}.(15-x)\ (cm^3)$.

$V = 30.\sqrt{30x-225}.(15-x) = 30.\sqrt{15.(2x-15)}.\sqrt{15-x}.\sqrt{15-x}$

$= 10.\sqrt{15}.3.\sqrt{2x-15}.\sqrt{15-x}.\sqrt{15-x}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $2x-15$, $15-x$, $15-x$ ta được

$3.\sqrt[3]{(2x-15)(15-x)(15-x)} \le (2x-15) + (15-x) + (15-x)$

$\Leftrightarrow \sqrt[3]{(2x-15)(15-x)(15-x)} \le 5$

$\Leftrightarrow (2x-15)(15-x)(15-x) \le 5^3$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-15)(15-x)(15-x)} \le \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$

$\Rightarrow V \le 10.\sqrt{15}.3.5\sqrt{5} \Rightarrow V \le 750\sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x - 15 = 15 - x \Leftrightarrow x = 10$.

Vậy $x = 10$ thì thể tích lăng trụ lớn nhất.

❣ HẾT ❣

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 8

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[36; 38)$	20
$[38; 40)$	15
$[40; 42)$	25
$[42; 44)$	30
$[44; 46)$	10
Cộng	$N = 100$

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

2) . Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 52$; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau.

Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất các biến cố sau:

a) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 27".

b) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 19 và nhỏ hơn 51".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{2}{1-\sqrt{x}} - \dfrac{4}{x-1}$ (với $x \ge 0$; $x \ne 1$).

1) . Tính giá trị của A khi $x = 16$.

2) . Rút gọn biểu thức B.

3) . Đặt $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \dfrac{7}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1). Một trường THCS tổ chức cho 250 người bao gồm giáo viên và học sinh đi tham quan khu du lịch Đảo Ngọc Xanh. Biết giá vé vào cổng của một giáo viên là $80\,000$ đồng, vé vào cổng của một học sinh là $60\,000$ đồng. Nhà trường tổ chức đi vào đúng dịp Khai trương nên được giảm 5% cho mỗi vé vào cổng, vì vậy nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là 14535000 đồng. Hỏi có bao nhiêu giáo viên và học sinh của trường đi tham quan?

2). Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đi đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km

3). Cho phương trình: $2x^2-4x-3=0$ có hai nghiệm là $x_1;\ x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A=(x_1-x_2)^2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một ly đựng đầy nước dạng hình trụ có chiều cao là 15 cm, bán kính đáy bằng 5 cm.

a. Tính thể tích nước chứa trong ly.

b. Người ta thả vào ly 5 viên bi đặc không thấm nước có dạng hình cầu, đường kính mỗi viên bi bằng $3cm$. Tính thể tích nước tràn ra ngoài ly.

2). Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$ có đường cao AD và đường phân giác trong AO (D, O thuộc cạnh BC). Kẻ $OM\perp AB$ tại M, $ON\perp AC$ tại N.

a) Chứng minh bốn điểm O, M, D, N cùng nằm trên một đường tròn.

b) $\widehat{BDM}=\widehat{ODN}$.

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt MN tại I, AI cắt BC tại K. Chứng minh K là trung điểm của BC.

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng bìa hình vuông có cạnh 6 dm. Ở mỗi góc của hình vuông người ta cắt đi một hình vuông nhỏ cạnh x rồi gấp bìa để được một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Tính cạnh x của mỗi hình vuông nhỏ để hộp có thể tích lớn nhất

HẾT

HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[36; 38)$	20
$[38; 40)$	15
$[40; 42)$	25
$[42; 44)$	30
$[44; 46)$	10
Cộng	$N = 100$

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

2) Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 52$; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau.

Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất các biến cố sau:

a) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 27".

b) "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lớn hơn 19 và nhỏ hơn 51".

Lời giải

1) Tần số tương đối của mỗi nhóm là:

- Nhóm $[36; 38)$: $\left(\frac{20}{100}\right).100\% = 20\%$
- Nhóm $[38; 40)$: $\left(\frac{15}{100}\right).100\% = 15\%$
- Nhóm $[40; 42)$: $\left(\frac{25}{100}\right).100\% = 25\%$
- Nhóm $[42; 44)$: $\left(\frac{30}{100}\right).100\% = 30\%$
- Nhóm $[44; 46)$: $\left(\frac{10}{100}\right).100\% = 10\%$

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	Tần số (n)	Tần số tương đối (%)

$[36;\ 38)$	20	20%
$[38;\ 40)$	15	15%
$[40;\ 42)$	25	25%
$[42;\ 44)$	30	30%
$[44;\ 46)$	10	10%
Cộng	$N = 100$	100%

2) a) Kết quả thuận lợi cho biến cố là những số từ 1 đến 26.

Có 26 kết quả thuận lợi cho biến cố.

Vậy $P = \dfrac{26}{52} = \dfrac{1}{2}$.

b) Kết quả thuận lợi cho biến cố là những số từ 20 đến 50.

Có $(50-20):1+1=31$ kết quả thuận lợi cho biến cố.

Vậy $P = \dfrac{31}{52}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{2}{1-\sqrt{x}} - \dfrac{4}{x-1}$ (với $x \ge 0$; $x \ne 1$).

1) . Tính giá trị của A khi $x = 16$.

2) . Rút gọn biểu thức B.

3) . Đặt $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P = \dfrac{7}{4}$.

Lời giải

1) Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{16-2}{\sqrt{16}+2} = \frac{7}{3}$$

Vậy khi $x = 16$ thì $A = \dfrac{7}{3}$.

2) Với $x \ge 0$; $x \ne 1$ ta có:

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{4}{x-1}$$

$$= \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} + \frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} - \frac{4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$= \frac{x+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$.

3) Với $x \geq 0$; $x \neq 1$ ta có:

$$P = A.B = \frac{x-2}{\sqrt{x}+2}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-2}{\sqrt{x}+1}$$

Để $P = \frac{7}{4}$

$$\frac{x-2}{\sqrt{x}+1} = \frac{7}{4}$$

$$4x - 7\sqrt{x} - 15 = 0$$

$$(\sqrt{x}-3)(4\sqrt{x}+5) = 0$$

Nên $\sqrt{x}-3=0$ hoặc $4\sqrt{x}+5=0$

Vậy $x = 9$ thì $P = \frac{7}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một trường THCS tổ chức cho 250 người bao gồm giáo viên và học sinh đi tham quan khu du lịch Đảo Ngọc Xanh. Biết giá vé vào cổng của một giáo viên là $80\,000$ đồng, vé vào cổng của một học sinh là $60\,000$ đồng. Nhà trường tổ chức đi vào đúng dịp Khai trương nên được giảm 5% cho mỗi vé vào cổng, vì vậy nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là $14\,535\,000$ đồng. Hỏi có bao nhiêu giáo viên và học sinh của trường đi tham quan?

2) Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đi đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h. Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km

3) Cho phương trình: $2x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2$.

Lời giải

1) Gọi x là số giáo viên, y là số học sinh của trường tham gia tham quan ($0 < x, y < 250;\ x, y \in \mathbb{N}$, đơn vị người)

Vì số giáo viên và học sinh tham gia là 250 người nên ta có phương trình:

$x + y = 250$ (1)

Số tiền vé của một giáo viên sau khi được giảm là $95\%.80000 = 76\ 000$ (đồng)

Số tiền vé của một học sinh sau khi được giảm là $95\%.60000 = 57\ 000$ (đồng)

Vì nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là 14535000 đồng nên ta có phương trình:

$76\,000x + 57\,000y = 14535000 \quad (2)$

Từ (1) và (2) có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 250 \\ 76\,000x + 57\,000y = 14535000 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 15\,(TM) \\ y = 235\,(TM) \end{cases}$

Vậy số giáo viên tham gia là 15 người

Số học sinh tham gia là 235 người

2) Đổi: 50 phút $= \dfrac{5}{6}$ giờ

Gọi vận tốc của xe khách là x (km/h, $x > 0$)

Gọi vận tốc của xe du lịch là y (km/h, $y > 0$)

Vì vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h nên ta có phương trình: $y - x = 20 \quad (1)$

Thời gian xe khách đi từ A đến B là: $\dfrac{100}{x}$ (giờ)

Thời gian xe du lịch đi từ A đến B là: $\dfrac{100}{y}$ (giờ)

Vì xe du lịch đi đến B trước xe khách 50 phút nên ta có phương trình:

$\dfrac{100}{x} - \dfrac{100}{y} = \dfrac{5}{6}$

$\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có HPT: $\begin{cases} y - x = 20 \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \end{cases}$

$\begin{cases} x = 40 \ \ (tm) \\ y = 60 \ \ (tm) \end{cases}$

Vậy vận tốc của xe khách là 40 km/h; vận tốc xe du lịch là 60 km/h

3) $2x^2-4x-3=0$

Phương trình có $ac=-6<0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2

Theo hệ thức Viète, ta có: $x_1+x_2=2;\ x_1x_2=-\dfrac{3}{2}$

Ta có:

$A=(x_1-x_2)^2$

$A=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$

$A=2^2-4.\left(\dfrac{-3}{2}\right)$

$A=10$

Vậy $A=10$.

Câu IV. (4 điểm)

1) Một ly đựng đầy nước dạng hình trụ có chiều cao là 15 cm, bán kính đáy bằng 5 cm.

a. Tính thể tích nước chứa trong ly.

b. Người ta thả vào ly 5 viên bi đặc không thấm nước có dạng hình cầu, đường kính mỗi viên bi bằng $3cm$. Tính thể tích nước tràn ra ngoài ly.

2) Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$ có đường cao AD và đường phân giác trong AO (D, O thuộc cạnh BC). Kẻ $OM\perp AB$ tại M, $ON\perp AC$ tại N.

a) Chứng minh bốn điểm O,M,D,N cùng nằm trên một đường tròn. (dấu cách của dấu phảy, dấu chấm viết không đúng)

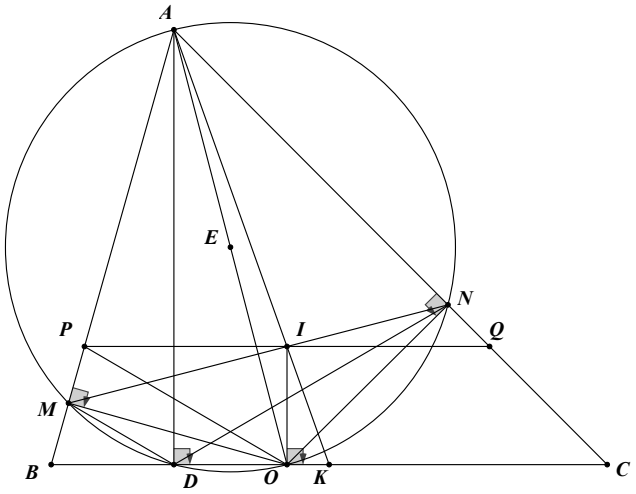
b) Chứng minh: $\widehat{BDM}=\widehat{ODN}$.

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt MN tại I, AI cắt BC tại K. Chứng minh K là trung điểm của BC.

Lời giải

1) a. Thể tích nước chứa trong ly là: $V=\pi R^2h=\pi.5^2.15=375\pi$ (cm^3).

b. Thể tích nước tràn ra ngoài ly là: $V=5\cdot\dfrac{4}{3}\pi\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^3=22,5\pi$ (cm^3).



2) a) Gọi E là trung điểm AO.

Vì ΔAMO vuông tại M (gt)

$\Rightarrow EA = EM = EO = \frac{1}{2}AO$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Chứng minh tương tự, ta có: $EO = EA = ED = \frac{1}{2}AO$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông ADO) (2)

Chứng minh tương tự, ta có: $EA = EO = EN = \frac{1}{2}AO$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông ANO) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow OE = DE = ME = AE = NE = \frac{1}{2}AO$

Suy ra O, M, A, D, N thuộc đường tròn tâm E đường kính AO

Suy ra O, M, D, N thuộc đường tròn tâm E đường kính AO.

b) Chứng minh $\Delta AON = \Delta AOM$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra $\widehat{AON} = \widehat{AOM}$ (hai góc tương ứng)

Ta có: $\widehat{BDM} + \widehat{MDA} = 90^\circ$ (do $AD \perp BC$ tại D)

$\widehat{ODN} + \widehat{ADN} = 90^\circ$ (do $AD \perp BC$ tại D)

$\widehat{ADM} = \widehat{AOM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$ của $\left(E, \frac{AO}{2}\right)$)

$\widehat{ADN} = \widehat{AON}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AN}$ của $\left(E, \frac{AO}{2}\right)$)

Suy ra $\widehat{BDM} = \widehat{ODN}$

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC tại P, Q.

Chứng minh P, I, O, M cùng thuộc đường tròn đường kính PO

Suy ra $\widehat{POI} = \widehat{PMI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{IP}$.

Chứng minh tứ giác $INQO$ nội tiếp

Suy ra $\widehat{IOQ} = \widehat{INA}$ (cùng bù với $\widehat{INQ}$)

Ta có $\widehat{PMI} = \widehat{INA}$ (cùng bằng $\widehat{AON}$, $\widehat{AOM}$)

Suy ra $\widehat{POI} = \widehat{QOI}$

Suy ra OI là phân giác của $\widehat{POQ}$

Ta có: $OI \perp PQ$ (do $OI \perp BC$ và $PQ//BC$)

Suy ra ΔPOQ cân tại O

Suy ra OI là đường trung tuyến của ΔOPQ

Suy ra $IP = IQ$

Vì $PQ//BC$

Suy ra $\Delta API \backsim \Delta ABK$ (g - g)

Suy ra $\dfrac{PI}{BK} = \dfrac{AI}{AK}$

Tương tự, $\Delta AIN \backsim \Delta AKC$ (g - g)

Suy ra $\dfrac{IQ}{KC} = \dfrac{AI}{AK}$

$\dfrac{PI}{BK} = \dfrac{IQ}{KC}$

mà $PI = IQ$ (cmt)

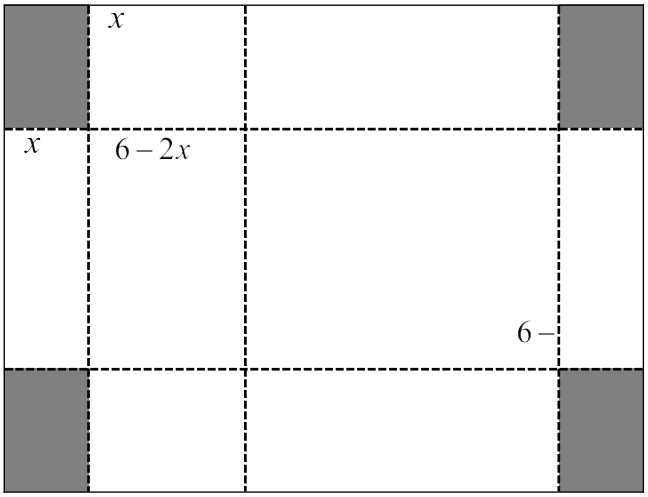
suy ra $KB = KC$

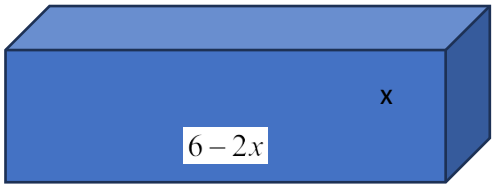
Vậy K là trung điểm BC.

Câu V: **(0,5 điểm)** Một miếng bìa hình vuông có cạnh 6 dm. Ở mỗi góc của hình vuông người ta cắt đi một hình vuông nhỏ cạnh x rồi gấp bìa để được một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Tính cạnh x của mỗi hình vuông nhỏ để hộp có thể tích lớn nhất

Lời giải

Gọi x là cạnh hình vuông nhỏ, V là thể tích của hình hộp. Cần tìm giá trị lớn nhất của $V = x(6-2x)^2$





Ta có $V = x(6-2x)^2 = 4x(3-x)^2$ nên $\dfrac{V}{2} = 2x(3-x)(x-3)$

Ba số nguyên dương $2x,\ 3-x,\ 3-x$ có tổng không đổi bằng 6 nên tích của chúng lớn nhất khi $2x=3-x=3-x$

Hay $x=1$

Khi đó $V=1(6-2.1)^2=16$ (dm^3)

Vậy khi cạnh hình vuông nhỏ bằng 1 dm thì hộp có thể tích lớn nhất là 16 dm^3

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 9

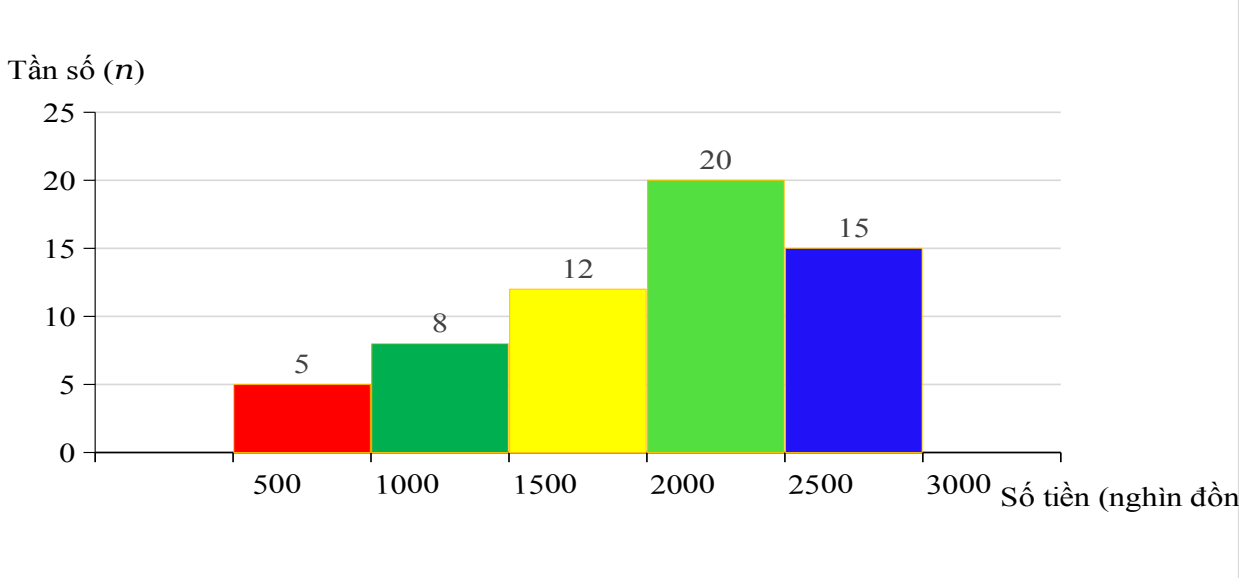
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Một cửa hàng tạp hóa thống kê số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) trong 60 ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



1) Tính tần số tương đối của mỗi nhóm?

2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức**:**

$A=\dfrac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x>0, x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A biết $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $P=A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P\leq 6$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Anh Bình đến siêu thị để mua 1 cái bàn ủi và 1 cái quạt điện có tổng giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán bàn ủi và quạt điện đã giảm lần lượt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã được giảm 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của mỗi sản phẩm mà anh Bình đã mua nói trên là bao nhiêu?

2) Cho quãng đường từ địa điểm A tới địa điểm B dài 90 km. Lúc 6 giờ một xe máy đi từ A để tới B. Lúc 6 giờ 30 phút cùng ngày, một ô tô cũng đi từ A để tới B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy $15\ km/h$. (Hai xe chạy trên cùng một con đường đã cho). Hai xe nói trên đều đến B cùng lúc. Tính vận tốc mỗi xe.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2-4x+m=0$ có một nghiệm $x=\dfrac{2+\sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một ống đồng hình trụ có chiều cao gấp 5 lần bán kính. Biết thể tích ống đồng bằng $40\pi\ \text{cm}^3$. Tính chiều cao của ống đồng đó.

2) Cho $(O;R)$ đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), MB cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh bốn điểm C, B, H, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh CA là phân giác MCK.

c) Kẻ Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A. Lấy $P\in Ax$ sao cho $\dfrac{AP.MB}{MA}=R$. Chứng minh PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

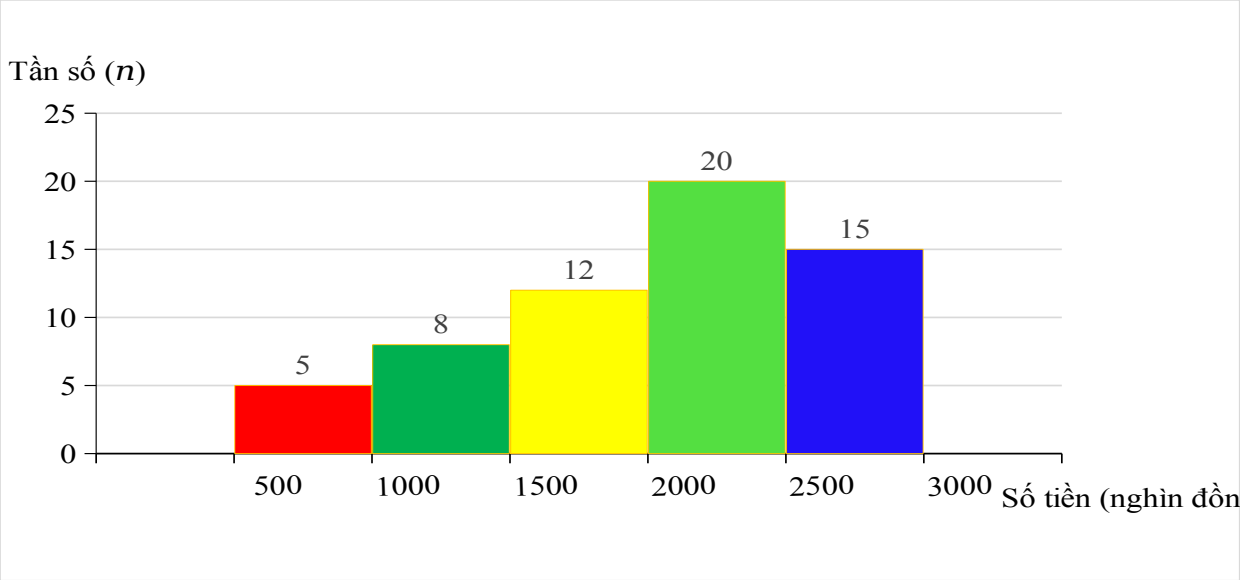
Câu V: (0,5 điểm) Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là $384cm^2$. Lề trên, lề dưới là $3cm$; lề phải, lề trái là $2cm$. Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang giấy là nhỏ nhất?

HẾT

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: **(1,5 điểm)** Một cửa hàng tạp hóa thống kê số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) trong 60 ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



1) Tính tần số tương đối của mỗi nhóm?

2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên.

Lời giải

1) Tần số tương đối của mỗi nhóm là:

$f_1=\frac{5.100}{60}\%=8,3\%$; $f_2=\frac{8.100}{60}\%=13,4\%$; $f_3=\frac{12.100}{60}\%=20\%$; $f_4=\frac{20.100}{60}\%=33,3\%$; $f_5=\frac{15.100}{60}\%=25\%$

2) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho là:

Số tiền (nghìn đồng)	$[500;1000)$	$[1000;1500)$	$[1500;2000)$	$[2000;2500)$	$[2500;3000)$
Tần số tương đối	8,3%	13,4%	20%	33,3%	25%

Câu II: **(1,5 điểm)** Cho hai biểu thức:

$A=\frac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x>0, x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A biết $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $P=A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P\leq 6$.

Lời giải

1) Có $A=\frac{x-3}{\sqrt{x}}$ $(x>0, x\neq 4)$

Thay $x=16$ (TMĐK) vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{16-3}{\sqrt{16}}=\frac{13}{4}$$

Vậy $A=\frac{13}{4}$ khi $x=16$

2) Rút gọn B:

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{4\sqrt{x}}{4-x}(x>0,x\neq 4)$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}+\frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{x-2\sqrt{x}+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0,x\neq 4$

3) Có $A=\frac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}(x>0,x\neq 4)$

$$P=A.B$$

$$P=\frac{x-3}{\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$P=\frac{x-3}{\sqrt{x}-2}$$

Để $P\leq 6$ thì $\frac{x-3}{\sqrt{x}-2}\leq 6$

$$\frac{x-3}{\sqrt{x}-2}-6\leq 0$$

$$\frac{x-3-6(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2}\le 0$$

$$\frac{x-3-6\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}-2}\le 0$$

$$\frac{x-6\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-2}\le 0$$

$$\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)^2}{\sqrt{x}-2}\le 0$$

TH1: $\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)^2}{\sqrt{x}-2}=0$

$$\left(\sqrt{x}-3\right)^2=0$$

$$\sqrt{x}-3=0$$

$$\sqrt{x}=3$$

$x=9$ (TMĐK)

TH2: $\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)^2}{\sqrt{x}-2}<0$

Mà $\left(\sqrt{x}-3\right)^2\ge 0,\forall x$ TMĐKXĐ

$$\Rightarrow\begin{cases}\left(\sqrt{x}-3\right)^2>0\\ \sqrt{x}-2<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x}-3\ne 0\\ \sqrt{x}<2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x}\ne 3\\ x<4\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x\ne 9\\ x<4\end{cases}$$

$\Rightarrow x<4$ mà $x>0,x\ne 4$ và x là số nguyên $\Rightarrow x\in\{1;2;3\}$

Vậy để $P\le 6$ thì $x\in\{1;2;3;9\}$

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Anh Bình đến siêu thị để mua 1 cái bàn ủi và 1 cái quạt điện có tổng giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán bàn ủi và quạt điện đã giảm lần lượt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã được giảm 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của mỗi sản phẩm mà anh Bình đã mua nói trên là bao nhiêu?

2) Cho quãng đường từ địa điểm A tới địa điểm B dài 90 km. Lúc 6 giờ một xe máy đi từ A để tới B. Lúc 6 giờ 30 phút cùng ngày, một ô tô cũng đi từ A để tới B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h. (Hai xe chạy trên cùng một con đường đã cho). Hai xe nói trên đều đến B cùng lúc. Tính vận tốc mỗi xe.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2-4x+m=0$ có một nghiệm $x=\dfrac{2+\sqrt{10}}{2}$. Tính tổng nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

1) Gọi giá tiền niêm yết của một cái bàn ủi: x (ngàn đồng).

Gọi giá tiền niêm yết của một cái quạt điện là: y (ngàn đồng).

Điều kiện: $0<x<850;\ 0<y<850$.

Vì với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x+y=850. \quad (1)$$

Thực tế khi trả tiền:

+ Số tiền mà anh Bình được giảm khi mua một cái bàn ủi là: $10\%x=0,1x$ (ngàn đồng).

+ Số tiền mà anh Bình được giảm khi mua một cái quạt điện là: $20\%y=0,2y$ (ngàn đồng).

Vì anh Bình đã được giảm giá 125 ngàn đồng khi mua 2 sản phẩm trên nên ta có phương trình: $0,1x+0,2y=125$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=850\\0,1x+0,2y=125\end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases}x=450\\y=400\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một chiếc bàn ủi mà anh Bình đã mua là: $450.10\%=45$ (ngàn).

Số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một chiếc bàn ủi mà anh Bình đã mua là: $400.20\%=80$ (ngàn).

2) Xe máy đi trước ô tô thời gian là: 6 giờ 30 phút - 6 giờ = 30 phút = $\dfrac{1}{2}h$.

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) $(x>0)$

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 15 km/h nên vận tốc của ô tô là $x+15$ (km/h)

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x}(h)$

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x+15}(h)$

Do xe máy đi trước ô tô $\frac{1}{2}$ giờ và hai xe đều tới B cùng một lúc nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x}-\frac{1}{2}=\frac{90}{x+15}$$

$$90.2.(x+15)-x(x+15)=90.2x$$

$$180x+2700-x^2-15x=180x$$

$$x^2+15x-2700=0$$

Ta có: $\Delta=15^2-4.(-2700)=11025>0$; $\sqrt{\Delta}=\sqrt{11025}=105$

$x_1=\frac{-15-105}{2}=-60$ (không thỏa mãn)

$x_2=\frac{-15+105}{2}=45$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của xe máy là 45 (km/h), vận tốc của ô tô là $45+15=60$ (km/h).

3) $2x^2-4x+m=0$ có nghiệm $x=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$ nên ta thay $x=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$ vào phương trình:

$$2\left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right)^2-4.\frac{2+\sqrt{10}}{2}+m=0$$

$$7+2\sqrt{10}-4-2\sqrt{10}+m=0$$

$$m=-3$$

Phương trình: $2x^2-4x-3=0$

Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1.x_2=\frac{-3}{2}\end{cases}$

Tổng nghịch đảo 2 nghiệm: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1.x_1}=\frac{2}{\frac{-3}{2}}=\frac{-4}{3}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một ống đồng hình trụ có chiều cao gấp 5 lần bán kính. Biết thể tích ống đồng bằng $40\pi\ \text{cm}^3$. Tính chiều cao của ống đồng đó.

2) Cho $(O;R)$ đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), MB cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh bốn điểm C, B, H, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh CA là phân giác $\widehat{MCK}$.

c) Kẻ Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A. Lấy $P \in Ax$ sao cho $\dfrac{AP.MB}{MA} = R$. Chứng minh PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Lời giải

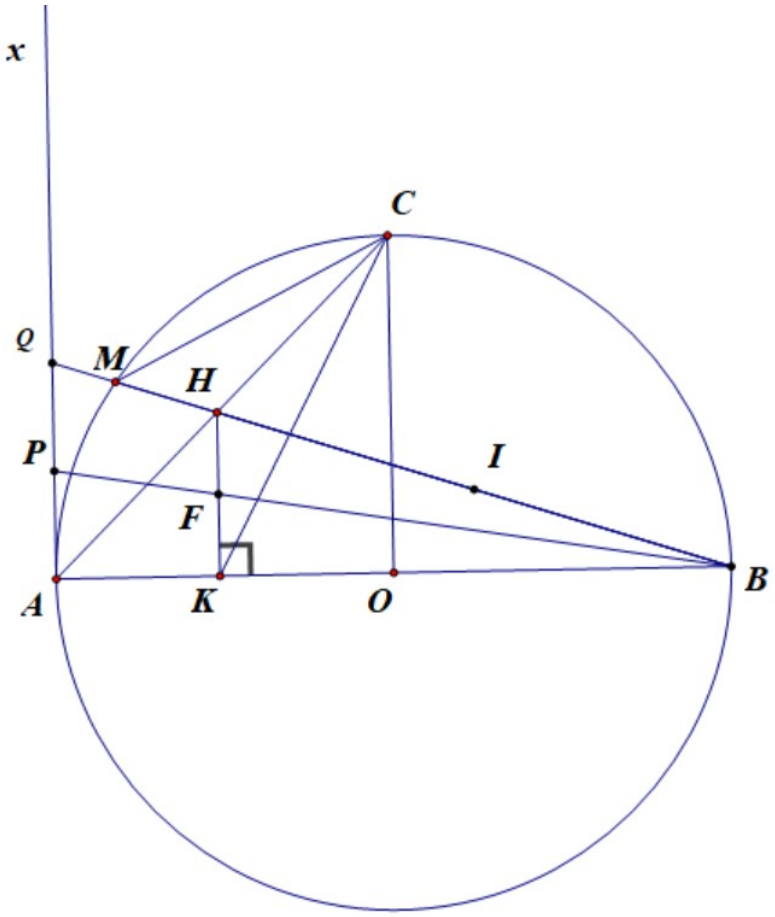
1)Vì ống đồng hình trụ có $h = 5R$ nên: $V_{ongdong} = S_d.h = \pi R^2 h = \pi R^2 5R = 5\pi R^3$

$\Rightarrow R^3 = \dfrac{V_{ongdong}}{5\pi} = \dfrac{40\pi}{5\pi} = 8$

$\Rightarrow R = 2 \Rightarrow h = 10$ (cm)

Vậy chiều cao của ống đồng là 10 (cm).

2)



a) Gọi I là trung điểm của $HB \Rightarrow HI = IB = \dfrac{HB}{2}$

Xét nửa đường tròn (O), đường kính AB có: $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \Delta CHB$ vuông, mà CI là đường trung tuyến

$\Rightarrow IC = IH = IB = \dfrac{HB}{2}$ (1)

Xét nửa đường tròn (O), đường kính AB có: $\widehat{HKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \Delta KHB$ vuông, mà KI là đường trung tuyến.

$\Rightarrow IK = IH = IB = \dfrac{HB}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\Rightarrow IC = IK = IH = IB$

$\Rightarrow$ Bốn điểm C, B, H, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Có $\widehat{MCA} = \widehat{MBA}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$); $\widehat{ACK} = \widehat{MBA}$ (tứ giác $CHKB$ nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{MCA} = \widehat{ACK}$

$\Rightarrow CA$ là phân giác $\widehat{MCK}$.

c) Theo giả thiết: $\dfrac{AP.MB}{MA} = R \Rightarrow \dfrac{AP}{MA} = \dfrac{OA}{MB}$

Xét ΔPAO và ΔAMB có: $\dfrac{AP}{MA} = \dfrac{OA}{MB}$; $\widehat{PAO} = \widehat{AMB} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta PAO \backsim \Delta AMB$ (c-g-c)

$\Rightarrow \widehat{POA} = \widehat{MBA}$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow OP // BQ$

Xét ΔABQ có: $OP // BQ$, O là trung điểm của AB nên P là trung điểm của AQ.

Gọi F là giao điểm của BP và HK.

Xét ΔABP có $FK // AP$ nên $\dfrac{FK}{AP} = \dfrac{BF}{BP}$

Xét ΔQBP có $FH // QP$ nên $\dfrac{FH}{QP} = \dfrac{BF}{BP}$

Từ đó $HF = FK$ suy ra PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Câu V: (0,5 điểm) Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là $384cm^2$. Lề trên, lề dưới là $3cm$; lề phải, lề trái là $2cm$. Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang giấy là nhỏ nhất?

Lời giải

Gọi $a, b(cm)(a > 0, b > 0)$ là độ dài chiều dọc và chiều ngang của trang chữ suy ra kích thước trang giấy là $a + 6, b + 4.$

Ta có: $a.b = 384$ suy ra $b = \dfrac{384}{a}(1)$.

Diện tích trang sách là $S = (a + 6)(b + 4)$

Suy ra $S = 4a + \dfrac{2304}{a} + 408$.

Theo bất đẳng thức CAUCHY ta có:

$S \ge 2\sqrt{4a.\frac{2304}{a}} + 408 = 600.$

Suy ra $MinS = 600$ suy ra $4a = \frac{2304}{a}$ suy ra $a = 24$

Suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu của trang giấy là $30cm, 20cm$.

❣ HẾT ▯

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 10

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm sau về tuổi thọ của một loại điện thoại.

Tìm giá trị đại diện cho nhóm $[3;3,5)$ và cho biết tần số tương đối của chúng của nhóm $[3;3,5)$.

2) . Bạn Bình gieo một đồng xu cân đối và bạn Cường rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp chứa 7 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Tính xác suất của biến cố A sau:

"Rút được tấm thẻ ghi số 6 hoặc đồng xu xuất hiện mặt N".

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x}\right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ (với $x > 0,\ x \ne 4$).

1) . Rút gọn biểu thức B.

2) . Tính giá trị của B với $x=\frac{1}{4}$.

3). Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B<-\sqrt{x}$.

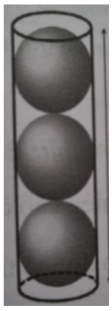
Câu III: (2,5 điểm)

1) . Bác Dũng có số tiền nhàn dỗi là 700 triệu đồng. Bác Dũng quyết định gửi một số tiền (triệu đồng) cho gói tiết kiệm ngắn hạn với lãi suất $0,5\%$ /tháng, phần còn lại gửi cho gói tiết kiệm trung hạn với lãi suất $0,8\%$ /tháng. Sau mỗi tháng bác đều rút toàn bộ số tiền lãi của cả hai gói và được 4,7 triệu đồng. Tính số tiền gửi mỗi gói?.

2) . Một người đi siêu thị nếu mua 1 cái áo và 1 đôi giày theo giá niêm yết hết 800000 đồng. Nhưng gặp đợt khuyến mãi 1 cái áo giảm 5% và 1 đôi giày giảm 10% nên người đó chỉ phải trả 735000 đồng. Ngoài ra, nếu khách mua hàng có hóa đơn từ 2000000 đồng trở lên sẽ được giảm tiếp 10% trên tổng số tiền đã mua. Trong dịp này, người đó đã mua 4 cái áo và 2 đôi giày. Hỏi người đó đã trả hết tất cả bao nhiêu tiền?

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2+x+m=0$ có hai nghiệm là $x_1=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ và x_2. Tính giá trị của biểu thức $A=2024x_1+2025x_2$.

Câu IV: (4,0 điểm)



1). Một hộp đựng bóng có dạng hình trụ đựng được vừa khít 3 quả bóng như hình vẽ bên. Coi quả bóng có dạng hình cầu với đường kính $6cm$. Tính thể tích phần khoảng không trong hộp?

2). Từ điểm A nằm ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính CD của (O).

a). Chứng minh $BD//AO$.

b). AD cắt (O) tại E (A, E, D theo thứ tự). Chứng minh rằng $AB^2=AE.AD$.

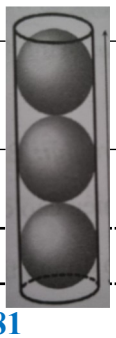
c). Vẽ $BH\perp DC$ tại H. Gọi I là trung điểm của BH. Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm). Một trường THCS dự định tổ chức cho 645 người gồm giáo viên và học sinh hai khối 8 và 9 tham gia hoạt động trải nghiệm. Nhà trường đã liên hệ với công ty du lịch để thuê 2 loại xe. Loại 35 chỗ ngồi và loại xe 50 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết rằng giá thuê xe loại 35 chỗ ngồi là 3 500 000 đồng/chiếc; loại xe 50 chỗ ngồi là 5 200 00 đồng/chiếc. Hỏi nhà trường cần thuê mỗi loại bao nhiêu chiếc để vừa đủ số chỗ ngồi cho 645 người và chi phí thuê xe là ít nhất?

❣ HẾT ▯

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

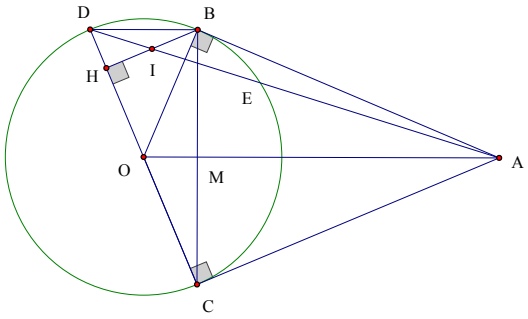
Câu	Nội dung trình bày	Điểm
I. 1,5 đ	1) Giá trị đại diện cho nhóm $[3;3,5)$ là $\frac{3+3,5}{2}=3,25$	**0,5**
	Tần số tương ứng của nhóm $[3;3,5)$ là	0,25
	2) Không gian mẫu của phép thử là:	0,25



	$W=\{(S;1);(S;2);(S;3);(S;4);(S;5);(S;6);(S;7)$ $(N;1);(N;2);(N;3);(N;4);(N;5);(N;6);(N;7)\}$. Không gian mẫu có 14 phần tử.	
	Các kết quả của phép thử là đồng khả năng. + Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(S;6);(N;1);(N;2);(N;3);(N;4);$ $(N;5);(N;6);(N;7)$.	0,25
	Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$.	0,25
II. 1,5 đ	1) Cho biểu thức $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{x+4}{4-x}\right):\frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ (với $x>0,\ x\neq 4$). a) Rút gọn biểu thức B. b) Tính giá trị của B với $x=\frac{1}{4}$.	**1,5**
	c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B<-\sqrt{x}$.	
	a) $B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)-x-4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{x}$	
	$=\frac{x-2\sqrt{x}-x-4}{\left(\sqrt{x}+2\right).\sqrt{x}}$	0,25
	$=\frac{-2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right).\sqrt{x}}$	
	$=\frac{-2}{\sqrt{x}}, x>0, x\neq\pm 4$	0,25
	b) Với $x=\frac{1}{4}$, thay vào B, ta có $B=\frac{-2}{\sqrt{x}}=\frac{-2}{\sqrt{\frac{1}{4}}}=\frac{-2}{\frac{1}{2}}=-4$	0,5
	c) Với $x>0,\ x\neq 4$, ta có $B<-\sqrt{x}\Rightarrow\frac{-2}{\sqrt{x}}<-\sqrt{x}\Leftrightarrow\frac{2}{\sqrt{x}}-\sqrt{x}>0$	0,25
	d)	
	$\Leftrightarrow\frac{2-x}{\sqrt{x}}>0\Rightarrow 2-x>0\Leftrightarrow x<2$. Kết hợp điều kiện suy ra $0<x<2$, mà x nguyên nên $x=1$	0,25

	Vậy $x=1$.	
III. 2,5đ	1) . Bác Dũng có số tiền nhàn dỗi là 700 triệu đồng. Bác Dũng quyết định gửi một số tiền (triệu đồng) cho gói tiết kiệm ngắn hạn với lãi suất $0,5\%$ /tháng, phần còn lại gửi cho gói tiết kiệm trung hạn với lãi suất $0,8\%$ /tháng. Sau mỗi tháng bác đều rút toàn bộ số tiền lãi của cả hai gói và được 4,7 triệu đồng. Tính lãi suất của mỗi gói.	**1,0**
	Gọi số tiền gửi theo gói ngắn hạn là x (triệu đồng, $0<x<700$) Số tiền gửi theo gói ngắn hạn là y (triệu đồng, $0<y<700$) Ta có $x+y=700$	0,25
	Số tiền lãi thu được một tháng ở gói ngắn hạn là $x.0,5\%=0,005x$ (triệu đồng) Số tiền lãi thu được một tháng ở gói trung hạn là $y.0,8\%=0,008y$ (triệu đồng)	0,25
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=700\\0,005x+0,008y=4,7\end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình ta được $x=0,5, y=0,8$ Vậy lãi suất gói ngắn hạn là $0,5\%$, gói trung hạn là $0,8\%$	0,25
	2) Một người đi siêu thị nếu mua 1 cái áo và 1 đôi giày theo giá niêm yết hết 800000 đồng. Nhưng gặp đợt khuyến mãi 1 cái áo giảm 5% và 1 đôi giày giảm 10% nên người đó chỉ phải trả 735000 đồng. Ngoài ra, nếu khách mua hàng có hóa đơn từ 2000000 đồng trở lên sẽ được giảm tiếp 10% trên tổng số tiền đã mua. Trong dịp này, người đó đã mua 4 cái áo và 2 đôi giày. Hỏi người đó đã trả hết tất cả bao nhiêu tiền?	**1,0**
	Gọi giá niêm yết của 1 cái áo là x (nghìn đồng), 1 đôi giày là y (nghìn đồng).	0,25
	Theo bài ra ta có hệ $\begin{cases}x+y=800\\0,95x+0,9y=735\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=300\\y=500\end{cases}$	0,25
	Số tiền người đó đã trả khi mua 4 cái áo và 2 đôi giày là $\left(4\times300\times0,95+2\times500\times0,9\right)\times0,9=1836$ (nghìn đồng) Vậy số tiền người đó đã trả là 1836000 đồng.	0,25
	3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2+x+m=0$ có hai nghiệm là $x_1=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ và x_2. Tính giá trị của biểu thức $A=2024x_1+2025x_2$.	**0,5**

	Ta có $x_1 = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)} = 3+2\sqrt{2}$ Xét phương trình bậc hai $x^2+x+m=0$. Theo định lý Viet, ta có $x_1+x_2=-1$ $3+2\sqrt{2}+x_2=-1$ $x_2=-4-2\sqrt{2}$ Vậy $A=2024x_1+2025x_2=2024\left(3+2\sqrt{2}\right)+2025\left(-4-2\sqrt{2}\right)=-2028-2\sqrt{2}$	0,25 0,25
IV.4,0đ	1). Một hộp đựng bóng có dạng hình trụ đựng được vừa khít 3 quả bóng như hình vẽ bên. Coi quả bóng có dạng hình cầu với đường kính $6cm$. Tính thể tích phần khoảng không trong hộp?	**1,0**
	1) Chiều cao của hộp là: $6cm.3=18cm$ Bán kính của mặt hộp là: $6cm:2=3cm$ Thể tích hộp là: $V=\Pi R^2h=3^2.18\Pi=162\Pi\left(cm^3\right)$	0,25 0,25
	Thể tích 3 quả bóng là $V=3.\dfrac{4}{3}.\Pi.r^3=3.\dfrac{4}{3}.\Pi.3^3=108\Pi\left(cm^2\right)$	0,25
	Thể tích phần khoảng không trong hộp là: $162\Pi-108\Pi=54\Pi\left(cm^3\right)$	0,25
	2). Từ điểm A nằm ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính CD của (O). a). Chứng minh $BD//AO$. b). AD cắt (O) tại E (A, E, D theo thứ tự). Chứng minh rằng $AB^2=AE.AD$. c). Vẽ $BH\perp DC$ tại H. Gọi I là trung điểm của BH. Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.	**3,0**



a) Ta có B thuộc (O) và có CD là đường kính của (O)

Suy ra ΔBCD nội tiếp $\left(O;\dfrac{CD}{2}\right)$

Suy ra ΔBCD vuông tại B

Suy ra $\widehat{CBD}=90^0$

Suy ra $BD\perp BC$

Vì AB,AC là hai tiếp tuyến của (O) nên $AB=AC$ (tính chất)

Suy ra ΔABC cân tại A

Lại có AO là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

Suy ra AO là đường cao của ΔABC

Suy ra $AO\perp BC$

Ta có $BD\perp BC$, $AO\perp BC$. Suy ra $BD//AO$

1.0

b) Ta có E thuộc (O) và có CD là đường kính của (O)

Suy ra ΔCDE nội tiếp $\left(O;\dfrac{CD}{2}\right)$

Suy ra ΔCDE vuông tại E

Suy ra $\widehat{CED}=90^0$

Suy ra $CE\perp AD$

Xét hai tam giác ΔAEC và ΔACD có:

$\widehat{AEC}=\widehat{ACD}=90^0$

$\widehat{A}$ chung

Vậy ΔAEC đồng dạng với ΔACD

Suy ra $\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AC}{AD}\Rightarrow AC^2=AE.AD$

Mà $AB=AC$

Suy ra $AB^2=AE.AD$

c)Xét hai tam giác ΔHDB và ΔCOA có:

$\widehat{DHB}=\widehat{OCA}=90^0$

$\widehat{HDB}=\widehat{COA}$ (đồng vị và $BD//AO$)

Vậy ΔHDB đồng dạng với ΔCOA

1,0

	Suy ra $\frac{HD}{OC}=\frac{BH}{AC}\Rightarrow\frac{HD}{2OC}=\frac{BH}{2AC}$ Mà $CD=2OC, BH=2HI$ (vì O, I lần lượt là trung điểm của CD, BH) Suy ra $\frac{HD}{CD}=\frac{HI}{AC}$ Xét hai tam giác ΔHDI và ΔCDA có: $\widehat{DHI}=\widehat{DCA}=90^0$ $\frac{HD}{CD}=\frac{HI}{AC}$ Vậy ΔHDI đồng dạng với ΔCDA Suy ra $\widehat{HDI}=\widehat{CDA}$ Suy ra hai tia DI, DA trùng nhau Vậy ba điểm A, I, D thẳng hàng	1,0
V. 0,5đ	Một trường THCS dự định tổ chức cho 645 người gồm giáo viên và học sinh hai khối 8 và 9 tham gia hoạt động trải nghiệm. Nhà trường đã liên hệ với công ty du lịch để thuê 2 loại xe. Loại 35 chỗ ngồi và loại xe 50 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết rằng giá thuê xe loại 35 chỗ ngồi là 3 500 000 đồng/chiếc; loại xe 50 chỗ ngồi là 5 200 00 đồng/chiếc. Hỏi nhà trường cần thuê mỗi loại bao nhiêu chiếc để vừa đủ số chỗ ngồi cho 645 người và chi phí thuê xe là ít nhất?	0,5
	Gọi số xe 35 chỗ và 50 chỗ lần lượt là x, y (chiếc, x, y nguyên dương) x xe 35 chỗ chở số người là 35x (người) y xe 50 chỗ chở số người là 50y (người) Theo bài ra ta có: $35x+50y=645$ $\Rightarrow 7x+10y=129$ $\Rightarrow 129-7x=10y$ $\Rightarrow 129-7x\vdots 10, 129-7x\geq 10$ $\Rightarrow x\in\{7;17\}$ + Với x=7, y=8 thì giá thuê xe là 7.3 500 000 +8. 5 200 000 = 66 100 000 (đồng) + Với x=17, y=1 thì giá thuê xe là 17.3 500 000 +1. 5 200 000 = 64 700 000 (đồng) Vậy nhà trường thuê 17 xe 35 chỗ và 1 xe 50 chỗ thì đảm bảo theo yêu cầu.	0,25 0,25

----------Hết----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 11

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Viết tập hợp Ω tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra .

b) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố B: "Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 11".

c) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố C: "Số tự nhiên được viết ra chia cho 10 dư 6".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Có hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20%, trộn hai dung dịch aci vd đó để được $0,5\ \text{kg}$ dung dịch có nồng độ acid là 16%. Tính cần dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch acid nói trên.

2) . Xe máy thứ nhất đi quãng đường từ Hà Nội về Nam Định hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai là $3\ \text{km}$. Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội về Nam Định.

3) .Cho phương trình: $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện : $x_1^2+x_2^2=7$.

Câu IV: (4,0 điểm) Đề.

1) .Vườn nhà bạn Minh có trồng loại dưa hấu hình vuông. Trong hình dưới là quả dưa hấu hình vuông có cạnh dài 18 cm.

a) Tính thể tích của quả dưa hấu hình vuông.

b) Minh muốn cắt quả dưa hấu thành những hình vuông nhỏ có cạnh 5 cm để bày ra đĩa và dự định mỗi đĩa bày 12 miếng dưa. Hỏi Minh có thể bày được mấy đĩa? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

2) .Cho tam giác ABC nhọn với $AB > AC$. Các đường cao BM, CN cắt nhau tại H.

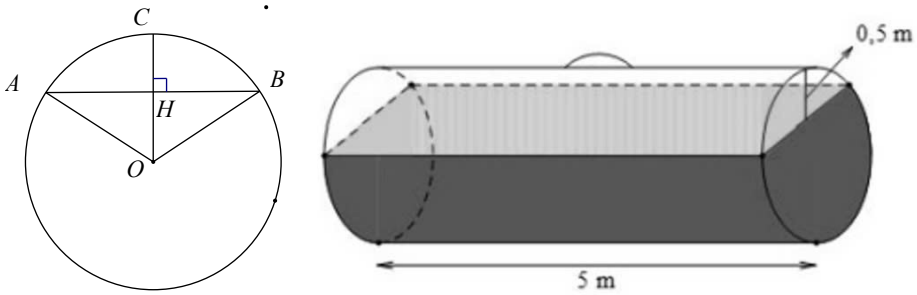
a/ Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b/ Gọi D là giao điểm của AH và BC. Chứng minh DA phân giác của MDN

c/ Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J. Chứng minh D là

trung điểm IJ.

Câu V: **(0,5 điểm)** Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5\,\text{m}$, có bán kính đáy $1\,\text{m}$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5\,\text{m}$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3).



HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Viết tập hợp Ω tất cả các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra

b) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố B: "Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 11"

c) Xác định kết quả thuận lợi cho biến cố C: "Số tự nhiên được viết ra chia cho 10 dư 6"

Lời giải:

a) $\Omega = \{10; 11; 12; 13; ...; 98; 99\}$

b) Kết quả thuận lợi cho biến cố B: "Số tự nhiên được viết ra chia hết cho 11" là:

$11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99$

c) Kết quả thuận lợi cho biến cố C: "Số tự nhiên được viết ra chia cho 10 dư 6" là:

$16; 26; 36; 46; 56; 76; 86; 96$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0$, $x \neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

b) Chứng minh $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\dfrac{A}{B} \geq \dfrac{x}{4} + 5$.

Lời giải:

a) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1} = \frac{7}{2}$$

Vậy khi $x = 9$ thì $A = \dfrac{7}{2}$.

b) $B = \dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$

$B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

Vậy $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0$; $x\ne 1$.

c) $\dfrac{A}{B}=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}:\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+4\ \ (x\ge 0;x\ne 1;x\ne 3)$

$\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$

$\sqrt{x}+4\ge\dfrac{x}{4}+5$

$\dfrac{x}{4}-\sqrt{x}+1\le 0$

$x-4\sqrt{x}+4\le 0$

$\left(\sqrt{x}-2\right)^2\le 0$

Mà $\left(\sqrt{x}-2\right)^2\ge 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định.

$\left(\sqrt{x}-2\right)^2\le 0$

$\sqrt{x}-2=0$

$\sqrt{x}=2$

$x=4$.

So với điều kiện, thỏa mãn.

Vậy $x=4$ thì $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Có hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20%, trộn hai dung dịch acid đó để được $0,5\ \text{kg}$ dung dịch có nồng độ acid là 16%. Tính cần dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch acid nói trên.

Lời giải

Đổi $0,5\,\text{kg}=500\,\text{g}$

Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 10% đem trộn là $x\,(\text{g})\ (0<x<500)$.

Gọi khối lượng dung dịch acid có nồng độ 20% đem trộn là $y\,(\text{g})\ (0<y<500)$.

Vì trộn $x\,(\text{g})$ dung dịch acid có nồng độ 10% và $y\,(\text{g})$ dung dịch acid loại có nồng độ 20% để được $500\ \text{kg}$ acid mới nên ta có phương trình: $x+y=500$ (1)

Vì trộn hai loại dung dịch acid cùng loại có nồng độ acid lần lượt là 10% và 20% để được $0,5\ \text{kg}$ dung dịch có nồng độ acid là 16% nên ta có phương trình:

$$10\%x+20\%y=16\%\,.\,500$$

$$0,1x+0,2y=80 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0,1x+0,2y=80 & (1) \\ x+y=500 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $y=500-x \quad (3)$

Thay (3) vào (1) ta được $0,1x+0,2(500-x)=80$

$0,1x+100-0,2x=80$

$-0,1x=-20$

$x=200$ (nhận)

Thay $x=200$ vào (3) ta được $y=300$ (nhận)

Vậy khối lượng dung dịch acid loại có nồng độ acid 10% là $200\,\text{g}$.

Khối lượng dung dịch acid loại có nồng độ acid 20% là $300\,\text{g}$.

2) . Xe máy thứ nhất đi quãng đường từ Hà Nội về Nam Định hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai là $3\,\text{km}$. Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội về Nam Định.

Lời giải:

- Gọi vận tốc của xe máy thứ nhất và xe máy thứ hai lần lượt là $x,\ y\ (\text{km/h})$, $x>3$, $y>0$.

- Vì xe thứ nhất đi nhanh hơn xe thứ hai là $3\ \text{km/h}$ nên ta có: $x-y=3 \quad (1)$

- Trong 3 giờ 20 phút $=\dfrac{10}{3}\,\text{h}$, xe máy thứ nhất đi được : $\dfrac{10}{3}x\ (\text{km})$

- Trong 3 giờ 40 phút $=\dfrac{11}{3}\,\text{h}$, xe máy thứ hai đi được : $\dfrac{11}{3}y\ (\text{km})$

- Đó là quãng đường từ Hà Nội đến Nam Định nên ta có phương trình:

$$\frac{10}{3}x=\frac{11}{3}y$$

$$\frac{10}{3}x-\frac{11}{3}y=0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y=3 \\ \dfrac{10}{3}x-\dfrac{11}{3}y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=3 \\ 10x-11y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=33 \\ y=30 \end{cases} \quad (\text{tmđk})$$

Vậy vận tốc của xe máy thứ nhất là $33\,(\text{km/h})$ và vận tốc xe máy thứ hai $30\,(\text{km/h})$

Quãng đường từ Hà Nội đến Nam Định là: $\frac{10}{3}.33=110\,(\text{km})$.

3) .Cho phương trình: $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện : $x_1^2+x_2^2=7$.

Lời giải:

Phương trình đã cho có $\Delta=(4m-1)^2-12m^2+8m=4m^2+1>0$, $\forall m$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$.

+ Theo ĐL Vi –ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=4m-1\\x_1x_2=3m^2-2m\end{cases}$.

Khi đó: $x_1^2+x_2^2=7$

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7$

$(4m-1)^2-2(3m^2-2m)=7$

$10m^2-4m-6=0$

$5m^2-2m-3=0$

Ta thấy tổng các hệ số: a + b + c = 0 suy ra $m=1,\ m=-\frac{3}{5}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) .Vườn nhà bạn Minh có trồng loại dưa hấu hình vuông. Trong hình dưới là quả dưa hấu hình vuông có cạnh dài 18 cm.

a) Tính thể tích của quả dưa hấu hình vuông.

b) Minh muốn cắt quả dưa hấu thành những hình vuông nhỏ có cạnh 5 cm để bày ra đĩa và dự định mỗi đĩa bày 12 miếng dưa. Hỏi Minh có thể bày được mấy đĩa? (Làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải:

a) Thể tích của quả dưa hấu hình vuông là:

$$V_1 = 18^3 = 5832\ (\text{cm}^3)$$

b) Thể tích của một miếng dưa hấu nhỏ hình vuông có cạnh 5 cm là:

$$V_2 = 5^3 = 125\ (\text{cm}^2)$$

Số miếng dưa nhỏ được cắt ra là: $5832:125 = 46,656$ (miếng)

Số đĩa dưa mà bạn Minh có thể xếp được là: $46,656:12 \approx 4$ (đĩa).

2) .Cho tam giác ABC nhọn với $AB > AC$. Các đường cao BM, CN cắt nhau tại H.

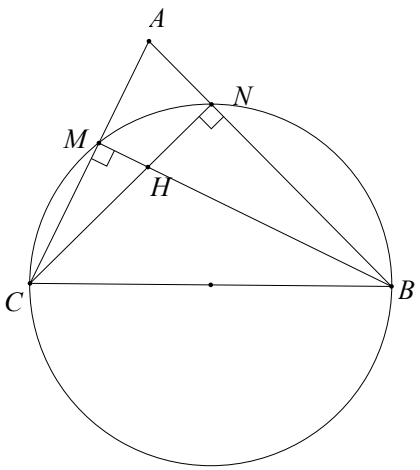
a/ Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

b/ Gọi D là giao điểm của AH và BC. Chứng minh DA phân giác của $\widehat{MDN}$

c/ Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J. Chứng minh D là

trung điểm IJ

Lời giải



a/ Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp

Các đường cao BM, CN cắt nhau tại H nên ta có $\Delta ANH, \Delta AMH$ vuông tại N, M

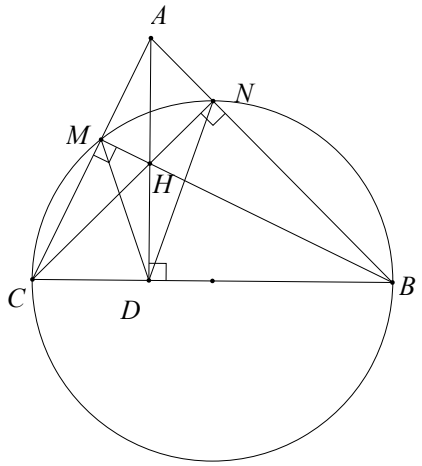
Xét ΔANH có $\widehat{ANH} = 90^\circ$ nên ba điểm A, N, H nằm trên đường tròn đường kính AH

Xét ΔAMH có $\widehat{AMH} = 90^\circ$ nên ba điểm A, M, H nằm trên đường tròn đường kính AH

Khi đó bốn điểm A, M, H, N nằm trên đường tròn đường kính AH

Vậy tứ giác $AMHN$ nội tiếp đường tròn đường kính AH.

b/ Gọi D là giao điểm của AH và BC. Chứng minh DA phân giác của $\widehat{MDN}$



Có $\widehat{HMC} = \widehat{HDC} = 90^\circ$

Xét ΔHMC có $\widehat{HMC} = 90^\circ$ nên ba điểm C, M, H nằm trên đường tròn đường kính CH

Xét ΔCDH có $\widehat{HDC} = 90^\circ$ nên ba điểm C, D, H nằm trên đường tròn đường kính CH

Khi đó bốn điểm D, C, M, H nằm trên đường tròn đường kính CH

Suy ra tứ giác $HDCM$ nội tiếp

Suy ra $\widehat{HDM} = \widehat{HCM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HM)

Có $\widehat{HDB} = \widehat{HNB} = 90^\circ$

Xét ΔHDB có $\widehat{HDB} = 90^\circ$ nên ba điểm B, D, H nằm trên đường tròn đường kính BH

Xét ΔHNB có $\widehat{HNB} = 90^\circ$ nên ba điểm B, N, H nằm trên đường tròn đường kính BH

Khi đó bốn điểm D, B, N, H nằm trên đường tròn đường kính BH

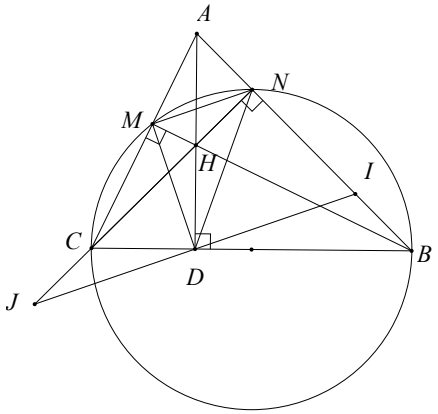
Suy ra tứ giác $HDBN$ nội tiếp

$\widehat{NDH} = \widehat{NBH}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HN)

Mà $\widehat{HCM} = \widehat{NBH}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$)

Suy ra $\widehat{HDM} = \widehat{HDN}$ Suy ra AD là phân giác của góc $\widehat{MDN}$ (đpcm).

c/Đường thẳng qua D và song song với MN cắt AB, CN lần lượt tại I, J. Chứng minh D là trung điểm IJ.



Có $\widehat{BMC} = \widehat{CNB} = 90^\circ$

Xét ΔMCB có $\widehat{BMC} = 90^\circ$ nên ba điểm B, M, C nằm trên đường tròn đường kính BC

Xét ΔBNC có $\widehat{BNC} = 90^\circ$ nên ba điểm B, N, C nằm trên đường tròn đường kính BC

Khi đó bốn điểm C, B, N, M nằm trên đường tròn đường kính BC

Suy ra tứ giác $BCMN$ nội tiếp

Suy ra $\widehat{HNM} = \widehat{HBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung CM)

Tứ giác $HDBN$ nội tiếp nên $\widehat{HBD} = \widehat{HND}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung HD)

Suy ra $\widehat{HNM} = \widehat{HND}$

Ta có $IJ // MN \ (gt)$ Suy ra $\widehat{HNM} = \widehat{HJI} = \widehat{HJD}$ (Hai góc so le trong bằng nhau)

Suy ra $\widehat{HND} = \widehat{HJD}$

Nên tam giác DNJ cân tại D (tam giác có 2 góc ở đáy bằng nhau)

Suy ra $DN = DJ$ (tính chất tam giác cân) (1)

Vì $\widehat{HND} = \widehat{HJD}$ (chứng minh trên)

Mà $\widehat{HND} + \widehat{DNI} = \widehat{HNI} = 90^\circ$ và $\widehat{HJD} + \widehat{NID} = 90^\circ$ (do ΔJNI vuông tại N)

Suy ra $\widehat{DNI} = \widehat{NID}$

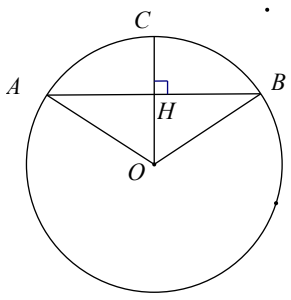
Tam giác ΔNID cân tại D (tam giác có 2 góc ờ đáy bằng nhau)

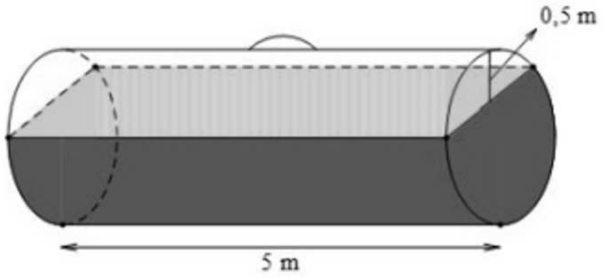
Suy ra $DN = DI$ (tính chất tam giác cân) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DI = DJ = DN$

Vậy D là trung điểm IJ

Câu V: **(0,5 điểm)** Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5\,\text{m}$, có bán kính đáy $1\,\text{m}$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5\,\text{m}$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3) .





Lời giải.

Ta có: $HO = OC - CH = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (m)

Ta có: $HB = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$AB = 2HB = \sqrt{3}$ (m)

Ta có: $S_{OAB} = \frac{1}{2} AB.OH = \frac{1}{2} . \sqrt{3} . \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ (m^2)

Tam giác OHB có $\sin \widehat{HOB} = \frac{HB}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\widehat{HOB} = 60^0$

$\widehat{AOB} = 2\widehat{HOB} = 120^0$

Gọi S_1 là diện tích hình quạt tròn $OACB$, ta có:

$S_1 = \frac{\pi R^2 120}{360} = \frac{\pi}{3}$ (m^2)

Gọi S_2 là diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$, ta có:

$S_2 = S_1 - S_{OAB} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12}$ (m^2)

Thể tích phần dầu đã hút đi là: $V_1 = \frac{1}{3} S_2 . 5 = \frac{5.\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)}{36}$ (m^2)

Thể tích của thùng dầu là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 . 5 = \frac{5\pi}{3}$ (m^2)

Thể tích dầu còn lại trong thùng là: $V_2 = V - V_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{5 . \left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)}{36} \approx 4,21$ (m^2)

Vậy thể tích dầu còn lại trong thùng là $4,21\ m^3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

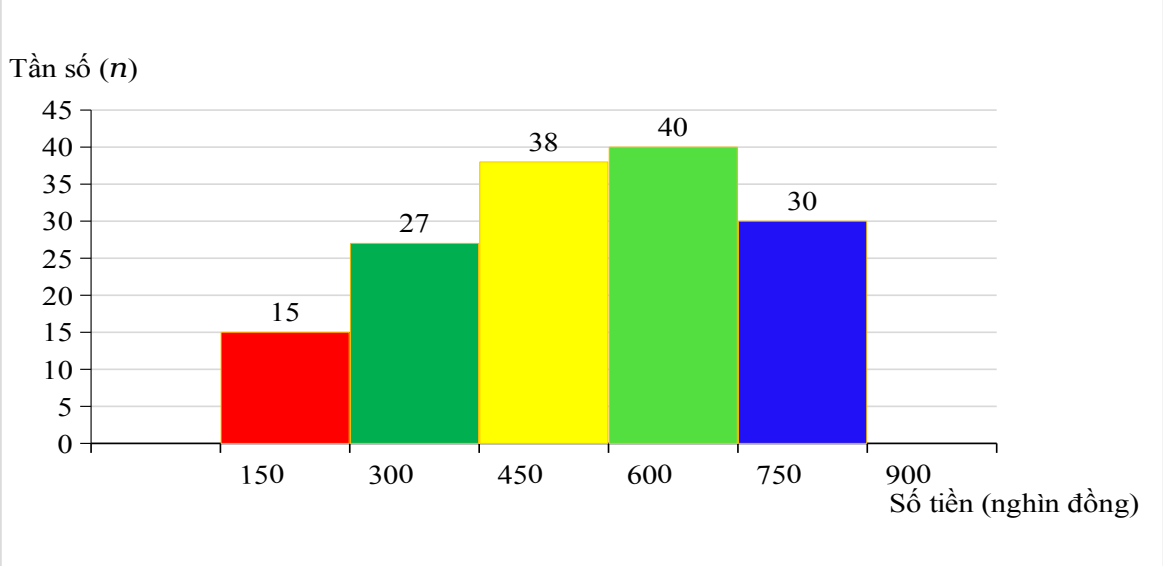
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 12

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

2) Cho tập hợp $A=\{4;5;6\}$. Từ các chữ số của tập hợp A viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số. Tính xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x>0,\ x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) So sánh biểu thức $\dfrac{A}{B}$ với 3.

Câu III: (2,5 điểm) .

1) Một cửa hàng xe máy điện cung cấp gói thuê pin theo tháng cho khách hàng dưới hai hình thức như sau:

Gói linh hoạt: mức giá là 189000 đồng/tháng, cho phép xe di chuyển tối đa $400\ \text{km}$. Nếu vượt số ki-lô-mét này, người dùng sẽ trả thêm 374 đồng cho mỗi ki-lô-mét vượt.

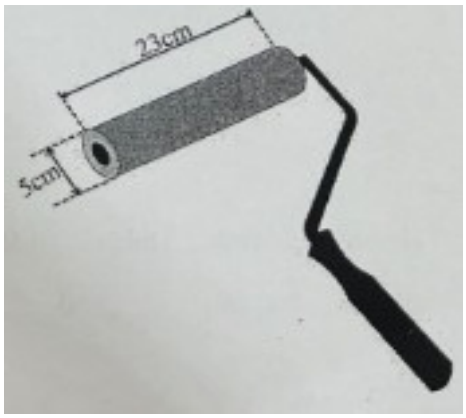
Gói cố định: mức giá là 350000 đồng/tháng, không giới hạn số ki-lô-mét di chuyển. Trung bình mỗi tháng anh Tâm di chuyển $800\ \text{km}$ bằng xe máy điện. Hỏi anh Tâm nên thuê pin theo hình thức nào thì tiết kiệm hơn? Và tiết kiệm được bao nhiêu tiền mỗi tháng?

2) Một đội công nhân theo kế hoạch làm 480 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Khi làm được 60 sản phẩm, do yêu cầu đẩy nhanh tiến độ công việc nên mỗi ngày đội đã làm thêm được nhiều hơn dự kiến 5 sản phẩm, vì vậy đội hoàn thành sớm hơn so với dự kiến 2 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2-2mx-4m-5=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thoả mãn $x_1^2-2(m-1)x_1+2x_2-4m=5+2x_1x_2$.

Câu IV: **(4,0 điểm)**.

1) Một trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy trục lăn là 5 cm, chiều dài trục lăn là 23 cm (hình bên). Sau khi lăn trục lăn trọn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là bao nhiêu cm^2 (giả sử các đường lăn không chồng lấn lên nhau, lấy $\pi=3,14$).



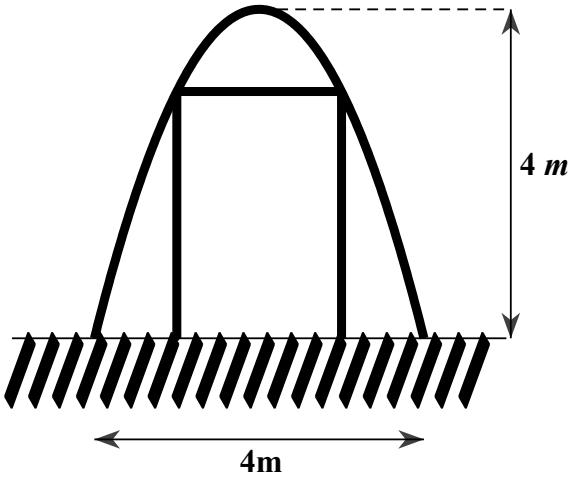
2) Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D; BD cắt CE tại H, AH cắt BC tại I. Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN của đường tròn (O) (M, N là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $AEHD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AB.BE=BI.BC$, từ đó suy ra $AB.BE+AC.CD=BC^2$

c) Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu V: **(0,5 điểm)** Cửa hầm lò khai thác than có dạng một Parabol, khoảng cách từ điểm cao nhất của cửa đến mặt đất là 4 mét, khoảng cách giữa hai chân cửa là 4 mét. Người ta muốn gia cố cho cửa lò bằng một khung thép hình chữ nhật sao cho hai đỉnh dưới của khung thép chạm đất, hai đỉnh trên của khung thép chống vào mái hầm *(hình vẽ minh họa)*. Tìm kích thước của khung thép sao cho diện tích của hình chữ nhật tạo bởi khung thép lớn nhất.

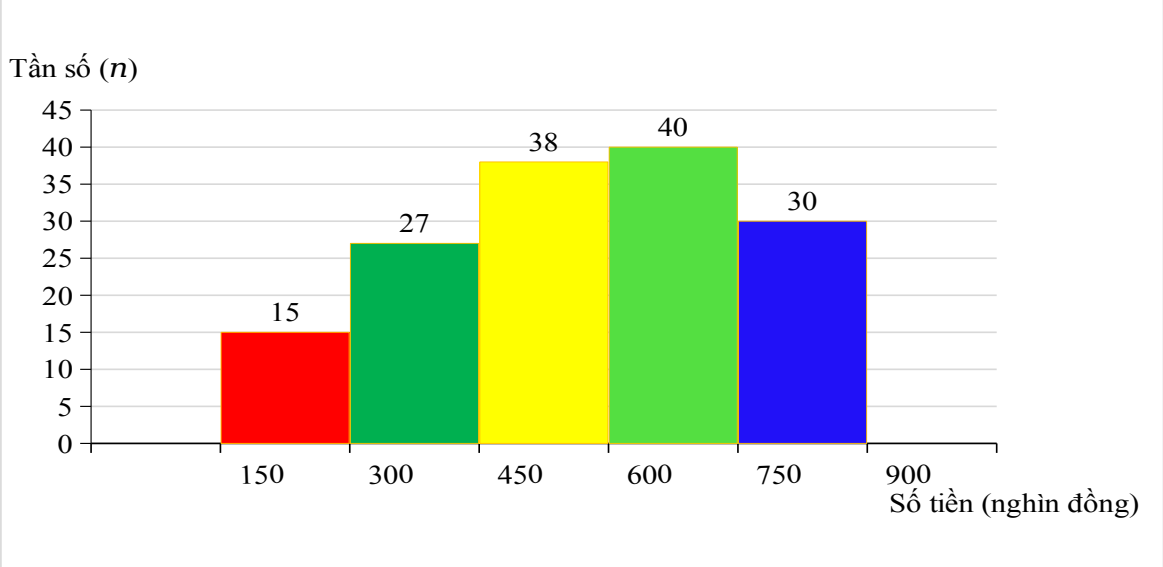


❣ HẾT ❣

HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

2) Cho tập hợp $A=\{4;5;6\}$. Từ các chữ số của tập hợp A viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số. Tính xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau.

Lời giải

1) Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $[600;750)$ với tần số 40.

Tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất là $\frac{40.100}{150}\%=26,7\%$.

2) Không gian mẫu là $\Omega=\{44;45;46;54;55;56;64;65;66\}$, suy ra $n(\Omega)=9$

Có 6 kết quả thuận lợi của biến cố " Số được viết có hai chữ số khác nhau" là $\{45;46;54;56;64;65\}$. Vậy $P=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{3\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x>0,\ x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) So sánh biểu thức $\frac{A}{B}$ với 3.

Lời giải

1) Với $x=16$ (thoả mãn $x>0,\ x\neq 4$) ta có $A=\frac{16+3}{\sqrt{16}-2}=\frac{19}{2}$. Vậy $A=\frac{19}{2}$ khi $x=16$.

2) Với $x>0,\ x\neq 4$ ta có $B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)-3\sqrt{x}-6}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{x+5\sqrt{x}+6-3\sqrt{x}-6}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy với $x>0,\ x\neq 4$ thì $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

3) Ta có $\frac{A}{B} = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$

Xét $\frac{A}{B}-3 = \frac{x+3}{\sqrt{x}}-3 = \frac{x-3\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x}-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}{\sqrt{x}}$

Với $x>0,\ x\neq 4$ thì $\sqrt{x}>0, \left(\sqrt{x}-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ nên $\frac{A}{B}-3>0$. Suy ra $\frac{A}{B}>3$.

Vậy với $x>0,\ x\neq 4$ thì $\frac{A}{B}>3$.

Câu III: **(2,5 điểm)** .

1) Một cửa hàng xe máy điện cung cấp gói thuê pin theo tháng cho khách hàng dưới hai hình thức như sau:

Gói linh hoạt: mức giá là 189000 đồng/tháng, cho phép xe di chuyển tối đa $400\ \text{km}$. Nếu vượt số ki-lô-mét này, người dùng sẽ trả thêm 374 đồng cho mỗi ki-lô-mét vượt.

Gói cố định: mức giá là 350000 đồng/tháng, không giới hạn số ki-lô-mét di chuyển. Trung bình mỗi tháng anh Tâm di chuyển $800\ \text{km}$ bằng xe máy điện. Hỏi anh Tâm nên thuê pin theo hình thức nào thì tiết kiệm hơn? Và tiết kiệm được bao nhiêu tiền mỗi tháng?

2) Một đội công nhân theo kế hoạch làm 480 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Khi làm được 60 sản phẩm, do yêu cầu đẩy nhanh tiến độ công việc nên mỗi ngày đội đã làm thêm được nhiều hơn dự kiến 5 sản phẩm, vì vậy đội hoàn thành sớm hơn so với dự kiến 2 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày làm bao nhiêu sản phẩm?

3) Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2-2mx-4m-5=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2-2(m-1)x_1+2x_2-4m=5+2x_1x_2$.

Lời giải

1) Nếu thuê theo gói cố định thì hàng tháng anh Tâm phải trả số tiền là 350000 (đồng).

Nếu thuê theo gói linh hoạt thì hàng tháng anh Tâm phải trả số tiền là

$189000+374.400=338600$ (đồng)

Như vậy, nếu anh Tâm nên thuê pin theo gói linh hoạt thì tiết kiệm hơn.

Số tiền anh Tâm tiết kiệm được mỗi tháng là $350000-338600=11400$ (đồng).

2) Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong một ngày là x (sản phẩm) $(x\in\mathbb{N}^*;\ x>60)$

Thời gian hoàn thành dự kiến $\frac{480}{x}$ (ngày).

Số sản phẩm thực tế làm được trong một ngày sau khi tăng năng suất là: $x+5$ (sản phẩm)

Số ngày thực tế hoàn thành: $\frac{60}{x}+\frac{480-60}{x+5}=\frac{60}{x}+\frac{420}{x+5}$ (ngày).

Vì đội hoàn thành sớm hơn so với dự kiến 2 ngày nên ta có: $\frac{480}{x}-\left(\frac{60}{x}+\frac{420}{x+5}\right)=2$

$$\frac{480}{x}-\frac{60}{x}-\frac{420}{x+5}=2$$

$$\frac{420}{x}-\frac{420}{x+5}=2$$

$$\frac{420(x+5)}{x}-\frac{420x}{x+5}=\frac{2x(x+5)}{x(x+5)}$$

$$420(x+5)-420x=2x(x+5)$$

$2x^2+10x-2100=0$, suy ra $\left[\begin{array}{l}x=30\ (tm)\\x=-35\ (ktm)\end{array}\right.$

Vậy theo dự kiến mỗi ngày sẽ làm được 30 sản phẩm.

3) Ta có: $\Delta'=(-m)^2-(-4m-5)=m^2+4m+5$

$=(m^2+4m+4)+1=(m+2)^2+1\geq 1\ \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2

Theo hệ thức Viète: $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=2m\\x_1x_2=-4m-5\end{array}\right.$.

Ta có x_1 là nghiệm của (1) nên $x_1^2-2mx_1-4m-5=0$

$$x_1^2-2(m-1)x_1+2x_2-4m=5+2x_1x_2$$

$$x_1^2-2(m-1)x_1+2x_2-4m-5-2x_1x_2=0$$

$$x_1^2-2mx_1+2x_1+2x_2-2x_1x_2+(-4m-5)=0$$

$$x_1^2-2mx_1-4m-5+2x_1+2x_2-2x_1x_2=0$$

$$2(x_1+x_2-x_1x_2)=0$$

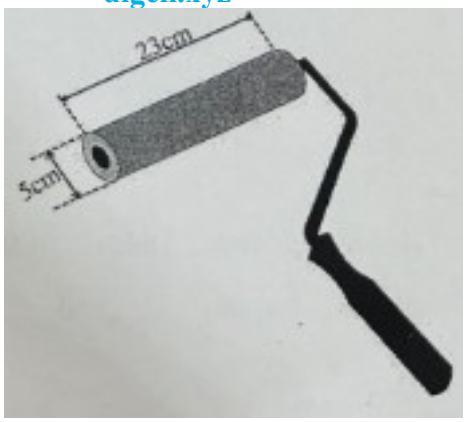
$$2m+4m+5=0$$

$m=-\frac{5}{6}$.

Vậy $m=-\frac{5}{6}$.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Một trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy trục lăn là $5\ \text{cm}$, chiều dài trục lăn là $23\ \text{cm}$ (hình bên). Sau khi lăn trục lăn trọn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là bao nhiêu cm^2 (giả sử các đường lăn không chồng lấn lên nhau, lấy $\pi=3,14$).



2) Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D; BD cắt CE tại H, AH cắt BC tại I. Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN của đường tròn (O) (M, N là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $AEHD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AB.BE = BI.BC$, từ đó suy ra $AB.BE + AC.CD = BC^2$

c) Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Lời giải

1) Bán kính của đường tròn đáy trục lăn là $5:2 = 2,5$ cm

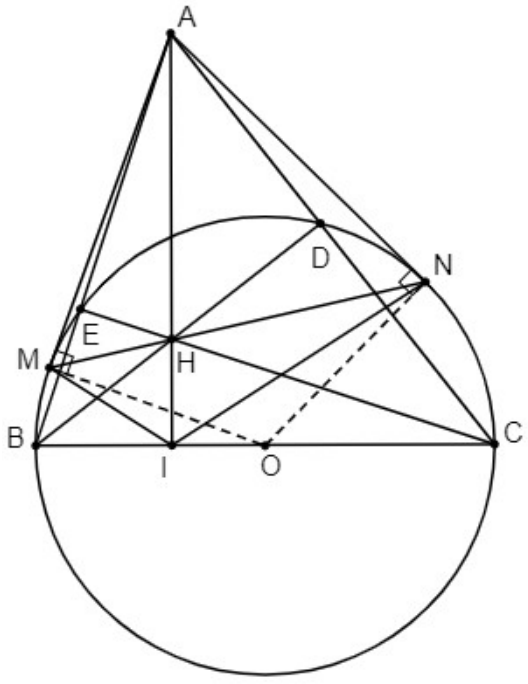
Trục lăn sơn có dạng hình trụ nên ta có:

Diện tích xung quanh trục lăn sơn là: $S_{mq} = 2\pi rh = 2\pi.2,5.23 = 361,1\left(\text{cm}^2\right)$

Sau khi lăn 15 vòng trên một bức tường phẳng thì diện tích phủ sơn là:

$361,1.15 = 5416,5\left(\text{cm}^2\right)$.

2)



a) Vì $\widehat{BEC}$ và $\widehat{BDC}$ là hai góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên: $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{AEH} = \widehat{ADH} = 90^\circ$

Suy ra hai điểm E và D cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Do đó bốn điểm A, E, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Vậy tứ giác $AEHD$ nội tiếp đường tròn đường kính AH

b) Chứng minh H là trực tâm của ΔABC suy ra $AI \perp BC$

Chứng minh được $\Delta ABI \backsim \Delta CBE$ (g.g)

Suy ra: $\frac{AB}{CB} = \frac{BI}{BE}$ hay $AB.BE = AI.BC$ (1)

Tương tự: $AC.CD = AI.BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AB.BE + AC.CD = BI.BC + CI.BC = (BI + CI).BC = BC^2$

Vậy $AB.BE + AC.CD = BC^2$

c) Chứng minh 5 điểm A, M, I, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO, suy ra tứ giác $AMIN$ nội tiếp , suy ra $\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = 180^\circ$ (*)

Chứng minh $\Delta AEH \backsim \Delta AIB$ (g.g), suy ra $\frac{AE}{AI} = \frac{AH}{AB}$ hay $AE.AB = AI.AH$ (3)

Chứng minh $\Delta AME \backsim \Delta ABM$ (g.g), suy ra $\frac{AE}{AM} = \frac{AM}{AB}$ hay $AB.AE = AM^2$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra hay $\frac{AM}{AI} = \frac{AH}{AM}$

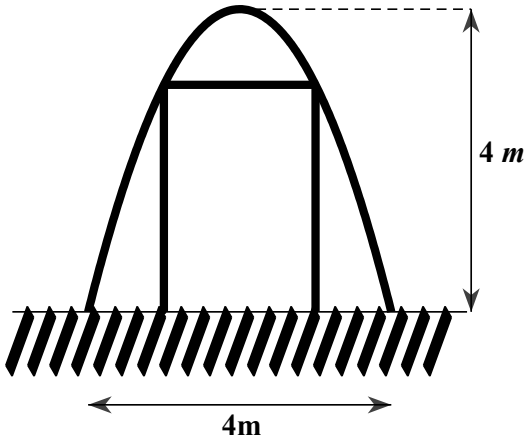
Chứng minh $\Delta AMI \backsim \Delta AHM$ (c.g.c), suy ra $\widehat{AMI} = \widehat{AHM}$ (**)

Tương tự: $\widehat{ANI} = \widehat{AHN}$ (***)

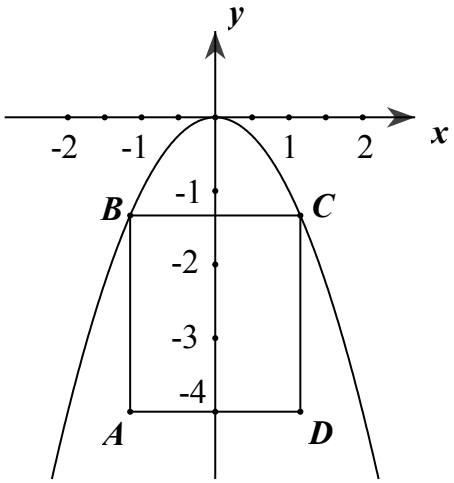
Từ (*), (**) và (***) suy ra $\widehat{AHM} + \widehat{AHN} = 180^\circ$

Vậy ba điểm M , H , N thẳng hàng.

Câu V: **(0,5 điểm)** Cửa hầm lò khai thác than có dạng một Parabol, khoảng cách từ điểm cao nhất của cửa đến mặt đất là 4 mét, khoảng cách giữa hai chân cửa là 4 mét. Người ta muốn gia cố cho cửa lò bằng một khung thép hình chữ nhật sao cho hai đỉnh dưới của khung thép chạm đất, hai đỉnh trên của khung thép chống vào mái hầm *(hình vẽ minh họa)*. Tìm kích thước của khung thép sao cho diện tích của hình chữ nhật tạo bởi khung thép lớn nhất.



Lời giải



Đặt hệ tọa độ như hình vẽ, coi khung sắt là hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó (P) đi qua các điểm $O(0;0)$; $(-2;-4)$; $(2;-4)$ nên parabol (P) có phương trình: $y=-x^2$.

Giả sử $C\in(P)\Rightarrow C(x;-x^2)\ (0<x<2)$. Khi đó $BC=2x$; $CD=4-x^2$ suy ra $S=2x(4-x^2)$

Ta có:

$$S^2=4x^2(4-x^2)^2=16x^2\cdot\frac{4-x^2}{2}\cdot\frac{4-x^2}{2}\le 16\left(\frac{x^2+\frac{4-x^2}{2}+\frac{4-x^2}{2}}{3}\right)^3=\frac{1024}{27}$$

Suy ra $S^2\le\frac{1024}{27}$ hay $S\le\frac{32\sqrt{3}}{9}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vậy kích thước của khung thép có chiều rộng là $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (m); chiều dài là $\frac{8}{3}$ (m).

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 13

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[30;40)$.

2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A,B,C,D,E trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A,B được tô màu đỏ; ba điểm C,D,E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra

ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng.

Tính xác suất của mỗi biến cố X :“ Trong hai điểm được chọn ra có điểm A ”.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ và } B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} \text{ với } x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9.$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B<A$

Câu III: (2,5 điểm)

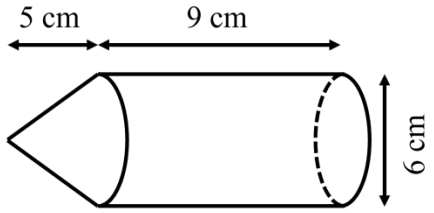
1) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

2) Một tổ sản xuất phải làm 600sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm, do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.

3) Cho phương trình $x^2-4\sqrt{3}x+8=0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2,$ không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $Q=x_1^3+x_2^3$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Tính thể tích của mô hình tên lửa trong hình bên.



2) Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giácABC cắt nhau tại điểm H. Gọi K là trung điểm BC.

a) Chứng minh ΔAEF đồng dạng ΔABC.

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và N. Gọi I là trung điểm của MN, J là trung điểm của AH. Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu V:(0,5 điểm) Cho biểu thức : $B=(1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right)+(1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

Với $x > 0, y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B .

❣ HẾT ▯

HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[30;40)$.

2) Trên mặt phẳng cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm A, B được tô màu đỏ; ba điểm C, D, E được tô màu xanh. Bạn Châu chọn ra ngẫu nhiên một điểm tô màu đỏ, sau đó chọn ngẫu nhiên một điểm tô màu xanh để nối thành một đoạn thẳng.

Tính xác suất của mỗi biến cố X : " Trong hai điểm được chọn ra có điểm A".

Lời giải

1) Tần số ghép nhóm $[30;40)$ là 27

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[30;40)$ là:

$$\frac{27.100}{60}\% = 45\%$$

2) Không gian mẫu của phép thử là: $W = \{AC;AD;AE;BC;BD;BE\}$

Không gian mẫu có 6 phần tử.

Các kết quả của phép thử là đồng khả năng.

+ Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố X là $AC;AD;AE$. Xác suất của biến cố X là

$$P(X) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < A$

Lời giải

1) Với $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện) suy ra $A = \dfrac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-2} = \dfrac{6}{3} = 2$.

Vậy $x = 25$ thì $A = 2$

2) Thu gọn biểu thức

$$B = \frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)+\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{x-4+\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{x+4\sqrt{x}-3\sqrt{x}-12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ thì $B = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}$

3) Ta có: $B < A \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2} < \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện suy ra $0 \leq x < 4$. Mà $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{0;1;2;3\}$.

Vậy $x \in \{0;1;2;3\}$ thì $B < A$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là 8%/năm và 9%/năm. Tổng số tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng. Tính số tiền của hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.
2) Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định với năng suất như nhau. Sau khi làm được 400 sản phẩm, tổ đã tăng năng suất thêm mỗi ngày 10 sản phẩm,

do đó đã hoàn thành công việc sớm hơn một ngày. Tính số sản phẩm làm trong mỗi ngày theo quy định.

3) Cho phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$, không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $Q = x_1^3 + x_2^3$

Lời giải

1) Gọi x (triệu đồng), y (triệu đồng) lần lượt là số tiền mà cửa hàng đã vay từ ngân hàng A và B $(x > 0, y > 0)$.

Cửa hàng đã vay tổng 600 triệu đồng nên: $x + y = 600$

Vì lãi suất của hai ngân hàng A và B lần lượt là 8%/năm và 9%/năm, tổng tiền lãi một năm phải trả cho cả hai ngân hàng là 50 triệu đồng nên: $8\%.x + 9\%.y = 50$ hay $8x + 9y = 5000$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 600 & (1) \\ 8x + 9y = 5000 & (2) \end{cases}$

Từ phương trình (1) ta có: $y = 600 - x$.

Thế $y = 600 - x$ vào phương trình (2) ta được: $8x + 9.(600 - x) = 5000$ (3)

Giải phương trình (3):

$$\begin{aligned} 8x + 9.(600 - x) &= 5000 \\ 8x + 5400 - 9x &= 5000 \\ -x &= -400 \\ x &= 400 \end{aligned}$$

Ta thấy $x = 400$ thỏa mãn $x > 0$

Thay $x = 400$ vào phương trình $y = 600 - x$, ta có: $y = 600 - 400 = 200$ (thỏa mãn $y > 0$)

Vậy số tiền của hàng đã vay từ ngân hàng A và B lần lượt là 400 triệu đồng và 200 triệu đồng.

2) Gọi số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là x (sản phẩm).

Điều kiện: $x > 0$.

Thời gian dự kiến là $\frac{600}{x}$ (ngày).

Thời gian làm 400 sản phẩm đầu là $\frac{400}{x}$ (ngày).

Thời gian làm 600 - 400 = 200 sản phẩm sau là $\frac{200}{x + 10}$ (ngày).

Vì thực tế công việc hoàn thành sớm hơn dự kiến 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} = 1$$

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1$$

$$\frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$$

$$x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 - 2025 = 0$$

$$(x+5)^2 = 2025.$$

$x_1 = 40$ (thỏa mãn), $x_2 = -50$ (loại).

Vậy số sản phẩm dự kiến làm trong mỗi ngày là 40 (sản phẩm).

3) Phương trình $x^2 - 4\sqrt{3}x + 8 = 0$

$D' = (2\sqrt{3})^2 - 8 = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1; x_2

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1x_2 = 8$

Ta có: $Q = x_1^3 + x_2^3$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2)$$

$$Q = (x_1 + x_2)(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$$

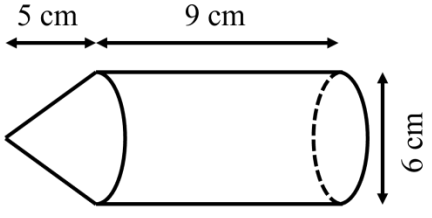
$$Q = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

Thay $x_1 + x_2 = 4\sqrt{3}$ và $x_1x_2 = 8$ vào Q ta được:

$$Q = (4\sqrt{3})^3 - 3.8.4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Tính thể tích của mô hình tên lửa trong hình bên.



2) Cho tam giác ABC nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giácABC cắt nhau tại điểm H. Gọi K là trung điểm BC.

a) Chứng minh ΔAEF đồng dạng ΔABC.

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

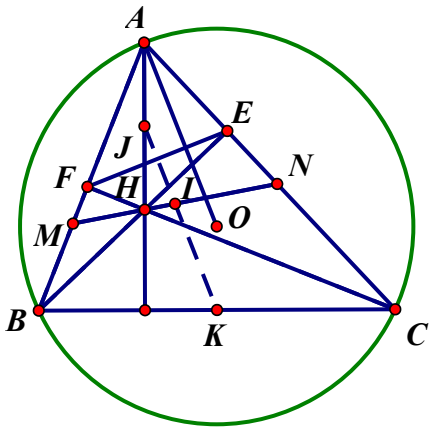
c) Đường phân giác góc FHB cắt AB và AC lần lượt tại M và N. Gọi I là trung điểm của MN, J là trung điểm của AH. Chứng minh tứ giác $AFHI$ nội tiếp và ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải

1) Thể tích thân tên lửa chính là thể tích hình trụ có bán kính đáy $R = \frac{6}{2} = 3\,(cm)$ và chiều cao $h = 9\,(cm)$ nên $V_1 = pR^2h = p.3^2.9 = 81p(cm^3)$

-Thể tích đầu tên lửa chính là thể tích của hình nón có bán kính đáy $R = \frac{6}{2} = 3\,(cm)$ và chiều cao $h = 5\,(cm)$ nên $V_2 = \frac{1}{3}pR^2h = \frac{1}{3}p.3^2.5 = 15p\ (cm^3)$

- Thể tích của mô hình tên lửa là : $V = V_1 + V_2 = 81p + 15p = 96p\ (cm^3)$



2)

a) Vẽ đúng hình đến ý 1)

$BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^0$

$CF \perp AB \Rightarrow \widehat{CFB} = 90^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \Delta AEF$ đồng dạng ΔABC.

b) ***Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng***

Tứ giác BCEF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ABC}$

ΔOAC cân tại O $\Rightarrow \widehat{EAO} = \frac{180^0 - \widehat{AOC}}{2}$

$\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} \Rightarrow \frac{180^0 - \widehat{AOC}}{2} = 90^0 - \widehat{ABC}$

$\Rightarrow \widehat{AEF} + \widehat{EAO} = 90^0 \Rightarrow AO \perp EF$

c) ***Chứng minh tứ giác*** $AFHI$ ***nội tiếp và*** I, J, K ***thẳng hàng.***

Chứng minh ΔAMN cân tại A vì $\widehat{AMN} = \widehat{MBH} + \widehat{MHB} = \widehat{NCH} + \widehat{NHC} = \widehat{ANM} \Rightarrow AI \perp MN$

$\widehat{AFH} = \widehat{AIH} = 90^0 \Rightarrow$ Tứ giác $AFHI$ là tứ giác nội tiếp.

Có $\widehat{MAH} = \widehat{NAO} \Rightarrow \widehat{IAH} = \widehat{IAO} \Rightarrow IJ \parallel AO$ suy ra IJ trung trực EF

Có $JE = JF, KE = KF \Rightarrow KI$ trung trực $EF \Rightarrow I, J, K$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Cho $P = \sqrt{a+1} + \sqrt{b+1}$, với a, b là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P.

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$\sqrt{2}\sqrt{a+1} \le \frac{2+a+1}{2} \le \frac{3+\frac{a^2+1}{2}}{2}$, dấu bằng xảy ra khi $a = 1$

Chứng minh tương tự suy ra $P \le 2\sqrt{2}$, đẳng thức xảy ra khi $a = b = 1$.

$$a\left(\sqrt{2} - a\right) + b\left(\sqrt{2} - b\right) \ge 0 \Leftrightarrow a + b \ge \frac{a^2 + b^2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Do đó,

Ta có: $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \ge 1 + \sqrt{a+b+1} \ge 1 + \sqrt{\sqrt{2}+1}$,

Vậy GTLN của P là $2\sqrt{2}$ khi $a = b = 1$.

đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a = 0 \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = 0 \end{cases}$.

Vậy GTLN của P là $1 + \sqrt{\sqrt{2}+1}$ khi $\begin{cases} a = 0 \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = 0 \end{cases}$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 14

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

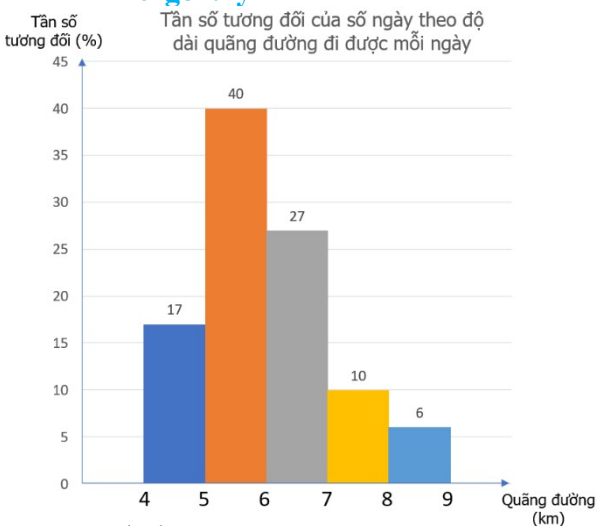
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

2) . Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp". Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x\ge 0,\ x\ne 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x=64$

2) . Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

3) . Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P\ge\dfrac{2}{x+2}$

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

1) . Nhân dịp ngày Giỗ Tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này tủ lạnh giảm 40% giá niêm yết và máy giặt giảm 25% giá niêm yết. Vì thế, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?

2) . Một xí nghiệp sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định, nhờ đổi mới phương pháp thu mua xí nghiệp đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.

3) . Cho phương trình: $4x^2-5x-3=0$ có hai nghiệm là $x_1,\ x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S=x_1+x_2;\ P=x_1x_2;\ F=(x_1+1)(x_2+1)-(x_1-x_2)^2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Để làm một mô hình cái bút chì trang trí, người ta dùng một khối gỗ hình trụ và một khối gỗ hình nón có cùng đường kính đáy chồng khít lên nhau. Khối gỗ hình trụ có đường kính đáy

là $20cm$, chiều cao là $30cm$. Khối gỗ hình nón có chiều cao là $15cm$. Tính thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này.

2) . Cho đường tròn (O), dây CD cố định. Gọi B là điểm chính giữa cung nhỏ CD, kẻ đường kính AB cắt CD tại I. Lấy điểm H bất kỳ trên cung lớn CD, HB cắt CD tại E. Đường thẳng AH cắt đường thẳng CD tại P.

a) . Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

b). Chứng minh: $AH.AP = AI.AB$.

c). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP. Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M, cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Câu V: **(0,5 điểm)** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

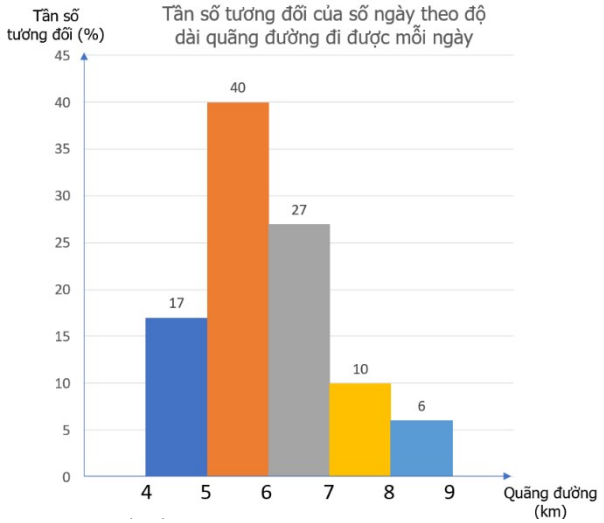
.

❣ HẾT ❣

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) . Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

2) . Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp". Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Lời giải

1) . Nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất là $[5;6)$ có tần số tương đối $f = 40\%$ và tần số $n = 12$.

2) . Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là:

$\Omega = \{1, 2, \ldots, 20\}$.

Gọi T: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15

Vậy xác suất của T là $P(T) = \frac{3}{20}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x\ge 0,\ x\ne 4$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x=64$

2) . Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$

3) . Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P\ge\dfrac{2}{x+2}$

Lời giải

1) . Thay $x=64$ *(thỏa mãn điều kiện)* vào biểu thức A ta được $A=\dfrac{2}{\sqrt{64}-2}=\dfrac{1}{3}$.

2) . Ta có $B=\dfrac{3\left(\sqrt{x}+2\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\dfrac{x+4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$.

3) . Với $x\ge 0,\ x\ne 4$ thì

$$P=\frac{A}{B}=\frac{2}{\sqrt{x}-2}:\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}=\frac{2}{\sqrt{x}+2}.$$

Để

$$P\ge\frac{2}{x+2}\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{x}+2}\ge\frac{2}{x+2}.$$

Do $2>0$ và $x+2>0,\ \sqrt{x}+2>0\Rightarrow\sqrt{x}+2\le x+2\Rightarrow\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\ge 0$

TH1: $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)=0$ nên $\sqrt{x}=0\Rightarrow x=0$ (

TH2: $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)>0\Rightarrow\sqrt{x}-1>0$ vì $\sqrt{x}\ge 0$ nên $x>1$.

Kết hợp với điều kiện $x\ge 0,\ x\ne 4$ ta được $x=0$ hoặc $x\ge 1,\ x\ne 4$.

Câu III: (2,5 điểm) Cho .

1) . Nhân dịp ngày Giỗ Tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Tuy nhiên, trong dịp này tủ lạnh giảm 40% giá niêm yết và máy giặt giảm 25% giá niêm yết. Vì thế, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?

2) . Một xí nghiệp sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định, nhờ đổi mới phương pháp thu mua xí nghiệp đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.

3) . Cho phương trình: $4x^2-5x-3=0$ có hai nghiệm là $x_1,\ x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S=x_1+x_2;\ P=x_1x_2;\ F=\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)-\left(x_1-x_2\right)^2$.

Lời giải

1) . Gọi giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt lần lượt là $x,\ y$ (triệu đồng) $(0 < x < 25,4;\ 0 < y < 25,4)$.

Theo bài, giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh và một chiếc máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nên ta có: $x + y = 25,4.$

Do tủ lạnh được giảm 40% giá niêm yết nên giá của chiếc tủ lạnh sau giảm giá là $60\%x = 0,6x$ (triệu đồng).

Do máy giặt được giảm 25% giá niêm yết nên giá của chiếc máy lạnh sau giảm giá $75\%y = 0,75y$ (triệu đồng).

Theo bài, cô Liên đã mua hai mặt hàng trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng nên ta có phương trình: $0,6x + 0,75y = 16,77$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 25,4. \\ 0,6x + 0,75y = 16,77 \end{cases}$$

Giải hpt ta được:

$$\begin{cases} x = 15,2 \\ y = 10,2 \end{cases}$$

Vậy giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh là 15,2 triệu đồng và giá niêm yết của một chiếc máy giặt là 10,2 triệu đồng.

2) . Gọi số cá mà xí nghiệp phải mua mỗi tuần theo kế hoạch là x tấn. $(0 < x < 120)$.

Số tuần xí nghiệp đó định mua cá là: $\dfrac{120}{x}$ tuần.

Thực tế mỗi tuần xí nghiệp đó thu mua được số cá là: $x + 6$ tấn.

Thực tế số cá xí nghiệp đó thu mua được là: 130 tấn.

Thực tế số tuần xí nghiệp đó thu mua cá là: $\dfrac{130}{x+6}$ tuần.

Vì xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần nên ta có phương trình :

$$\frac{120}{x} - \frac{130}{x+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{120(x+6) - 130x}{x(x+6)} = 1 \Leftrightarrow \frac{720 - 10x}{x^2 + 6x} = 1$$

$$\Rightarrow 720 - 10x = x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 20 \\ x = -36 \end{array}\right.$$

Vì $0 < x < 120$ nên $x = 20$.

Vậy theo kế hoạch một tuần xí nghiệp đó thu mua 120 tấn cá.

3) Ta có: $4x^2 - 5x - 3 = 0.$

$a = 4;\ b = -5;\ c = -3$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.4.(-3) = 73 > 0$$

.

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$

3). Theo định lí Viète, ta có: $S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{5}{4};\ \ P = x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-3}{4}.$

Ta có: $F=(x_1+1)(x_2+1)-(x_1-x_2)^2$

$F=x_1x_2+x_1+x_2+1-x_1^2+2x_1x_2-x_2^2$

$F=x_1x_2+x_1+x_2+1-x_1^2-2x_1x_2-x_2^2+4x_1x_2$

$F=5x_1x_2+x_1+x_2+1-(x_1+x_2)^2$

$F=5.\dfrac{-3}{4}+\dfrac{5}{4}+1-\left(\dfrac{5}{4}\right)^2=\dfrac{-49}{16}.$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Để làm một mô hình cái bút chì trang trí, người ta dùng một khối gỗ hình trụ và một khối gỗ hình nón có cùng đường kính đáy chồng khít lên nhau. Khối gỗ hình trụ có đường kính đáy là $20cm$, chiều cao là $30cm$. Khối gỗ hình nón có chiều cao là $15cm$. Tính thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này.

2) . Cho đường tròn (O), dây CD cố định. Gọi B là điểm chính giữa cung nhỏ CD, kẻ đường kính AB cắt CD tại I. Lấy điểm H bất kỳ trên cung lớn CD, HB cắt CD tại E. Đường thẳng AH cắt đường thẳng CD tại P.

a) . Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

b). Chứng minh: $AH.AP=AI.AB$.

c). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP. Kẻ $KM\perp AB$ cắt AB tại M, cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh N,I,H thẳng hàng.

Lời giải

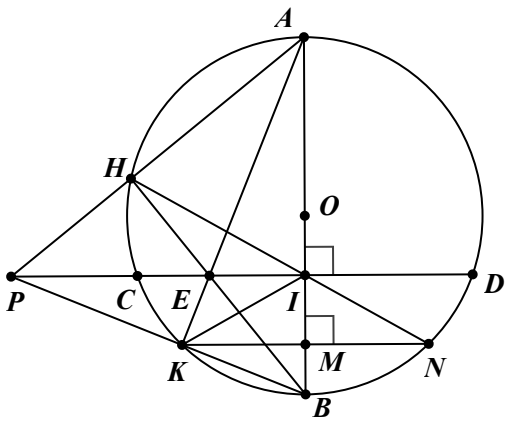
1) . Vì đường kính của khôi gỗ hình trụ là $20cm$ nên bán kính của khối gỗ hình trụ là $10cm$.

Thể tích của khối gỗ hình trụ là: $\pi.10^2.30=3000\pi\left(cm^3\right)$.

Thể tích của hình nón là: $\dfrac{1}{3}\pi.10^2.15=500\pi\left(cm^3\right)$.

Thể tích gỗ cần dùng để làm mô hình này là: $3000\pi+500\pi=3500\pi\left(cm^3\right)$

2) .



a) . Chứng minh: Tứ giác $PHIB$ nội tiếp.

Ta có $\widehat{AHB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{PHB} = 90°$ (kề bù với $\widehat{AHB} = 90°$);

$\widehat{PIB} = 90°$ (GT) $\Rightarrow H, I$ cùng thuộc đường tròn đường kính $PB \Rightarrow$ tứ giác $PHIB$ nội tiếp đường tròn đường kính PB.

b) . Chứng minh: $AH.AP = AI.AB$.

Xét ΔAHI và ΔABP có:

$\widehat{HAI}$ chung;

$\widehat{AHI} = \widehat{ABP}$ (cùng bù với $\widehat{PHI}$ do tứ giác $PHIB$ nội tiếp)

$\Rightarrow \Delta AHI \text{"} \Delta ABP (g.g) \Rightarrow \dfrac{AH}{AI} = \dfrac{AB}{AP} \Leftrightarrow AH.AP = AI.AB$.

c) . Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và BP. Kẻ $KM \perp AB$ cắt AB tại M, cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh N, I, H thẳng hàng.

Tứ giác $PHIB$ nội tiếp nên $\widehat{HIP} = \widehat{HBP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HP}$) (1);

Tam giác ABP có hai đường cao PI, BH cắt nhau tại $E \Rightarrow E$ là trực tâm của $\Delta ABP \Rightarrow AE \perp BP$ hay $AK \perp BP \Rightarrow \widehat{EKB} = 90°$, mà $\widehat{EIB} = 90°$ (GT) $\Rightarrow$ tứ giác $BKEI$ nội tiếp đường tròn đường kính $BE \Rightarrow \widehat{EIK} = \widehat{HBP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EK}$) (2);

Mà $\widehat{EKB} = 90° \Rightarrow K \in (O)$, lại có $AB \perp KN$ tại $M \Rightarrow MK = MN$ (quan hệ vuông góc đường kính và dây) $\Rightarrow \Delta IMK = \Delta IMN (c.g.c) \Rightarrow \widehat{MIK} = \widehat{MIN} \Rightarrow 90° - \widehat{MIK} = 90° - \widehat{MIN}$

$\Rightarrow \widehat{EIK} = \widehat{DIN}$ (3);

Từ (1), (2), (3) ta có $\widehat{HIP} = \widehat{DIN} \left(= \widehat{HBP} = \widehat{EIK}\right) \Rightarrow \widehat{HIP} + \widehat{PIN} = \widehat{DIN} + \widehat{PIN} = \widehat{PID} = 180°$

$\Rightarrow \widehat{HIN} = 180° \Rightarrow H, I, N$ thẳng hàng.

Câu V: **(0,5 điểm)** Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

Lời giải

Gọi số máy móc công ty nên sử dụng là x (máy)

Điều kiện $x > 0$.

Trong một giờ, số quả bóng tennis sản xuất được là $30x$ (quả bóng)

Như vậy, số giờ để sản xuất 8000 quả bóng là $\frac{8000}{30x}$ (giờ)

Mỗi giờ phải trả 192 nghìn đồng cho người giám sát và chi phí thiết lập cho mỗi máy là 200 nghìn đồng nên chi phí sản xuất là

$B = 200000x + \frac{8000}{30x}.192000 = 200000x + \frac{51200000}{x}$ (đồng).

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương $200000x$ và $\frac{51200000}{x}$, ta được

$200000x + \frac{51200000}{x} \geq 2\sqrt{200000x.\frac{51200000}{x}} = 6400000$.

Dấu "=" xảy ra khi $200000x = \frac{51200000}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16$ (nhận) hay $x = -16$ (loại).

Vậy số máy móc công ty nên sử dụng là 16 máy để chi phí sản xuất là thấp nhất.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 15

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$
Tần số tương đối	30%	45%	25%

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[10;20)$?

2) Một túi đựng 5 viên bi có cùng khối lượng và kích thước như nhau, được đánh số $1;2;3;4;5$. Xét phép thử: "Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi" và biến cố A: "Tích của hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 10" Tính xác xuất của biến cố A?

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}; B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| + P = 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cận thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 35 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 20% số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nữ không bị cận thị.

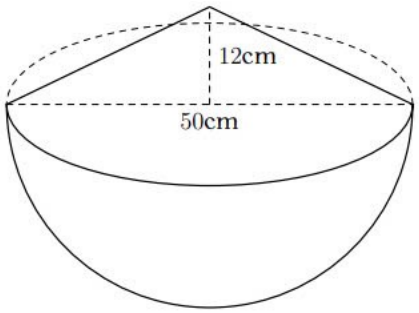
2) Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc ?

3) Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2.

Không giải phương trình, tính: $P = \dfrac{2x_2^2}{x_1 + x_2} + 2x_1$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính $50cm$, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao $12cm$.



a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là $5cm$, chiều cao $14cm$ dùng để đong gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và mỗi lần đong thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và ΔMDE cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là 1 điểm cố định.

Câu V: (0,5 điểm) Chứng minh rằng: $\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)} + \sqrt{b(3b+a)}} \le \dfrac{1}{2}$ với a, b là các số dương .

HẾT

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: 1) Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$
Tần số tương đối	30%	45%	25%

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[10;20)$?

2) Một túi đựng 5 viên bi có cùng khối lượng và kích thước như nhau, được đánh số $1; 2; 3; 4; 5$. Xét phép thử: "Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi" và biến cố A: "Tích của hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 10" Tính xác xuất của biến cố A?

Lời giải

1) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $\left[10;20\right)$ là 45%

Tần số ghép nhóm của nhóm $\left[10;20\right)$ là $45\%.40=18$.

2) Không gian mẫu của phép thử là:

$$W=\left\{(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(2;3);(2;4);(2;5);(3;4);(3;5);(4;5)\right\}$$

Không gian mẫu có 11 phần tử.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(3;4);(3;5);(4;5)$.

Vậy $P\left(A\right)=\frac{3}{11}$.

Câu II: Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1};B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{2}{x-1}$ với $x\ge 0;x\ne 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x=9$

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Cho $P=A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $\left|P\right|+P=0$.

Lời giải

1) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có $A=\frac{\sqrt{9}-2}{\sqrt{9}-1}=\frac{3-2}{3-1}=\frac{1}{2}$.

Vậy $A=\frac{1}{2}$ khi $x=9$.

2) $B=\frac{x-\sqrt{x}-\sqrt{x}-1+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$ (với $x\ge 0,x\ne 1$)

$$B=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$ (đpcm)

3) Ta có $P=A.B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}.\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Ta có: $|P|+P=0\Rightarrow |P|=-P\Rightarrow P\le 0\Rightarrow \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}\le 0$

Mà $x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+1>0$, với mọi x thoả mãn ĐKXĐ

Suy ra $\sqrt{x}-2\le 0$

$\sqrt{x}\le 2$

$x\le 4$.

Vì $x\in \mathbb{N}, x\ge 0, x\ne 1\Rightarrow x\in\{0;2;3;4\}$.

Vậy $x\in\{0;2;3;4\}$ thì $|P|+P=0$.

Câu III:

1) Cận thị trong học sinh ngày càng tăng. Lớp 9A có 35 học sinh, trong đó chỉ có 25% học sinh nam và 20% số học sinh nữ không bị cận thị. Biết tổng số học sinh nam và học sinh nữ không bị cận thị là 8 học sinh. Tính số học sinh nữ không bị cận thị.

2) Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc ?

3) Cho phương trình $3x^2+5x-6=0$ có hai nghiệm x_1,x_2.

Không giải phương trình, tính: $P=\dfrac{2x_2^2}{x_1+x_2}+2x_1$.

Lời giải

1) Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x,y (học sinh; $x,y\in\mathbb{N}^*$)

Vì lớp 9A có 35 học sinh nên ta có PT: $x+y=35$ (1)

Vì số học sinh không cận thị là 8 nên ta có $25\%x+20\%y=8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=35\\25\%x+20\%y=8\end{cases}$

Tìm ra $x=20,y=15$ (TMĐK)

Vậy số học sinh nữ bị cận thị là $20\%.15=3$ (học sinh).

2) Gọi x là số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc ($x>1$) (ngày)

Số cây dự kiến trồng trong 1 ngày là $\dfrac{600}{x}$ (cây)

Số ngày thực tế để chi đoàn hoàn thành công việc là $x-1$ (ngày)

Số cây thực tế trồng được trong 1 ngày là $\frac{600}{x}+30$ (cây)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$(x-1)\left(\frac{600}{x}+30\right)=600$$

$$(x-1)(600+30x)=600x$$

$$600x-600+30x^2-30x=600x$$

$$30x^2-30x-600=0$$

$$x^2-x-20=0$$

$$x^2-5x+4x-20=0$$

$$x(x-5)+4(x-5)=0$$

$$(x-5)(x+4)=0$$

TH1:

$x-5=0$

$x=5$ (tm)

TH2:

$x+4=0$

$x=-4$ $(ko\ tm)$

Vậy số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc là 5 ngày

3) Chứng minh PT có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-5}{3}\\ x_1x_2=-2\end{cases}$

Theo đề bài ta có :

$$\frac{2x_2^2}{x_1+x_2}+2x_1=\frac{2x_2^2+2x_1^2+2x_1x_2}{x_1+x_2}=\frac{2\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]+2x_1x_2}{x_1+x_2}$$

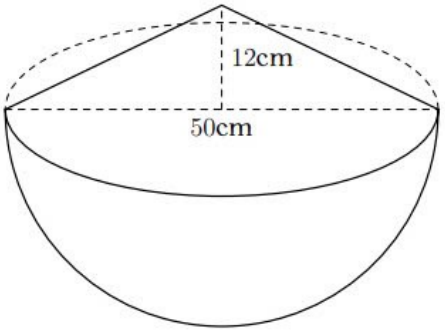
$$=\frac{-86}{15}$$

Câu IV:

1) Một cái thùng dùng để đựng gạo có dạng nửa hình cầu với đường kính $50cm$, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao $12cm$.

a) Tính thể tích phần gạo trong thùng.

b) Nhà bạn An dùng lon sữa bò dạng hình trụ với bán kính đáy là $5cm$, chiều cao $14cm$ dùng để đong gạo mỗi ngày. Biết rằng mỗi ngày nhà An ăn 4 lon gạo và



mỗi lần đong thì lượng gạo chiếm 90% thể tích của lon. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu ngày để nhà An có thể ăn hết số gạo trong thùng?

2) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh $AD.AK = AB.AC$ và ΔMDE cân.

c) Gọi F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là 1 điểm cố định.

Lời giải

1) a) Bán kính của hình cầu là: $R = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25(cm)$

Thể tích phần gạo hình cầu là: $V_c = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi 25^3 = \frac{31250}{3} \pi (cm^3)$

Thể tích phần gạo vun lên dạng hình nón là: $V_n = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 25^2 \times 12 = 2500\pi (cm^3)$

Thể tích gạo trong thùng là: $V_g = \frac{31250}{3} \pi + 2500\pi = \frac{38750}{3} \pi (cm^3)$

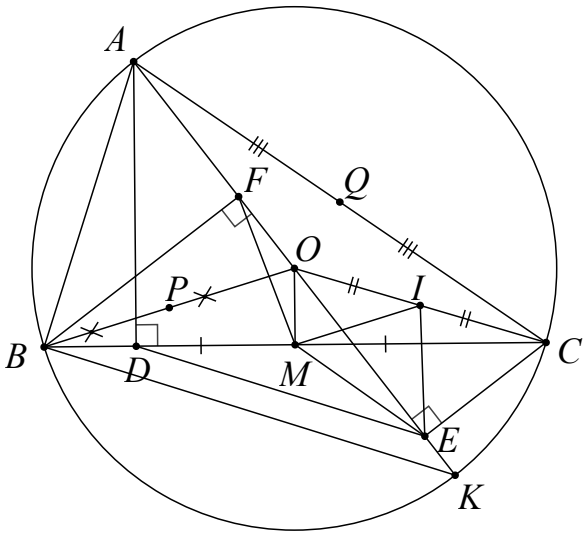
b) Thể tích lon là: $\pi .5^2 .14 = 350\pi (cm^3)$

Thể tích gạo một ngày múc là : $4.90\%.350\pi = 1260\pi (cm^3)$

Ta có : $\frac{38750}{\pi} : 1260\pi \approx 10,3$

Vậy cần ít nhất 11 ngày để dùng hết số gạo trong thùng.

2)



a) Chứng minh bốn C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

ΔOBC cân tại O, M là trung điểm của BC nên OM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao. Suy ra $OM \perp BC \Rightarrow \widehat{OMC} = 90^\circ$

Theo bài ra, E là hình chiếu của C trên AK nên $CE \perp AK \Rightarrow CE \perp EO \Rightarrow \widehat{OEC} = 90^\circ$.

Gọi I là trung điểm của OC

Dễ dàng chứng minh $IO = IE = IM = IC$

Do đó C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn (I).

b) ***Chứng minh*** $AD.AK = AB.AC$

Xét ΔDBA và ΔCKA có

+) $\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90°$

+) $\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Nên $\Delta DBA \backsim \Delta CKA$

Do đó ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AK}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Hay $AD.AK = AB.AC$ (đpcm).

Chứng minh ΔMDE cân.

Theo bài ra $\begin{cases} AD \perp BC \\ AE \perp EC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ADC} = 90° \\ \widehat{AEC} = 90° \end{cases}$

Gọi Q là trung điểm của AC

Dễ dàng chứng minh $QA = QC = QD = QE$

Suy ra bốn điểm A,C,D,E cùng thuộc đường tròn (Q)

Suy ra $\widehat{CAE} = \widehat{CDE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE) (1)

Xét (O) ta có: $\widehat{CBK} = \widehat{CAE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CBK} = \widehat{CDE}$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị (3)

Suy ra $DE // BK$

Xét đường tròn (I) có: $\widehat{EMC} = \widehat{EOC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EC}$). (4)

Xét đường tròn (O) có: $\widehat{KBC} = \frac{1}{2}\widehat{KOC}$ (Góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung $\overset{\frown}{KC}$). (5)

Từ (3); (4) và (5) suy ra: $\widehat{EMC} = 2\widehat{CDE}$.

ΔMDE có $\widehat{EMC} = \widehat{MDE} + \widehat{MED}$ (góc ngoài của tam giác) mà $\widehat{EMC} = 2\widehat{MDE}$

Nên $\widehat{MDE} = \widehat{MED}$. Do đó, ΔMDE cân tại M.

c) Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là 1 điểm cố định.

Gọi P là trung điểm của BO

Dễ dàng chứng minh được $PB = PO = PF = PM$

Suy ra bốn điểm O,M,B,F cùng thuộc đường tròn (P)

Nên $\widehat{OBM} = \widehat{MFO}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MO}$).

Xét đường tròn (I) có: $\widehat{MEO} = \widehat{MCO}$ CK (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MO}$).

Mà $\widehat{OBM} = \widehat{OCM}$ (ΔOCB cân tại O.

Do đó $\widehat{MFO} = \widehat{MEO} \Rightarrow \Delta EMF$ cân tại $M \Rightarrow ME = MF$

Mà $ME = MD$ (Tam giác MDE cân tại M).

Suy ra: $MD = ME = ME$.

Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

Mà M là trung điểm của BC nên M là điểm cố định.

Vậy khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Câu V: Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \geq \frac{1}{2}$ với a, b là các số dương .

Lời giải

Ta có: $\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)}} (1)$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương ta được:

$$\sqrt{4a(3a+b)} \leq \frac{4a+(3a+b)}{2} = \frac{7a+b}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{4b(3b+a)} \leq \frac{4b+(3b+a)}{2} = \frac{7b+a}{2} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra: $\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)} \leq 4a+4b \quad (4)$

Từ (1) và (4) suy ra:

$$\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \geq \frac{2(a+b)}{4a+4b} = \frac{1}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

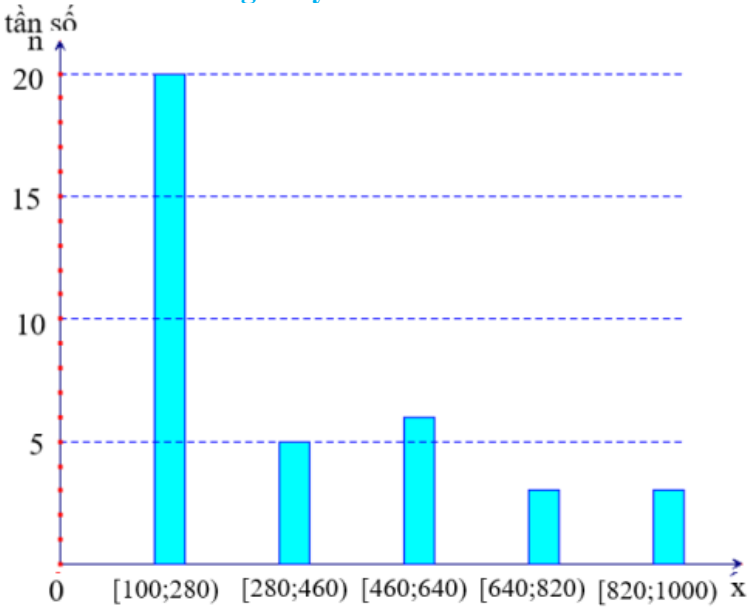
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 16

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km^2) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



a) Tìm tần số ghép nhóm của nhóm $[460;640)$

b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[100;280)$

2). Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;...;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.

Xét phép thử: "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố A : "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố ". Tính xác suất của biến cố A .

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\dfrac{x-3}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{9}{x-3\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 9$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

2). Rút gọn biểu thức B .

3). Xét biểu thức $P=A\times B$. Chứng minh $P>0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Bác Tuấn vay tổng số tiền là 5 tỉ đồng từ hai ngân hàng Sacombank và Vietcombank đầu tư vào bất động sản. Sau một năm, tổng số tiền lãi phải trả cho hai ngân hàng trên là 570 triệu đồng. Lãi suất cho vay của ngân hàng Sacombank là 12%/năm và của Vietcombank là 11%/năm. Tính số tiền bác Tuấn đã vay của mỗi ngân hàng.

2). Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.(*Giả định rằng số sản phẩm mà công nhân đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau*).

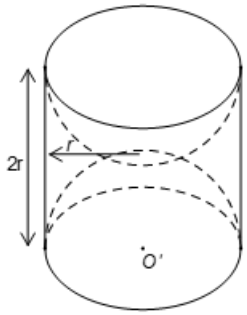
3).

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ với các hệ số a,b,c là số nguyên nhận $x=\frac{\sqrt{5}-2}{3}$ làm nghiệm.

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy $r=10(cm)$, chiều cao $h=20(cm)$. Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình vẽ.



a. Tính thể tích của khối gỗ khi chưa khoét.

b. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại sau khi khoét (diện tích cả ngoài lẫn trong). (các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

2) Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD. Hai đường chéo AC,BD cắt nhau tại E. Từ E kẻ EF vuông góc với AD ($F\hat{I}AD$). Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M. Giao điểm của BD và CF là N. Chứng minh :

a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

b) FA là tia phân giác của $\dot{B}FM$.

c) $BE.DN=EN.BD$.

Câu V: (0,5 điểm) Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích $54p(m^3)$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 ngàn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

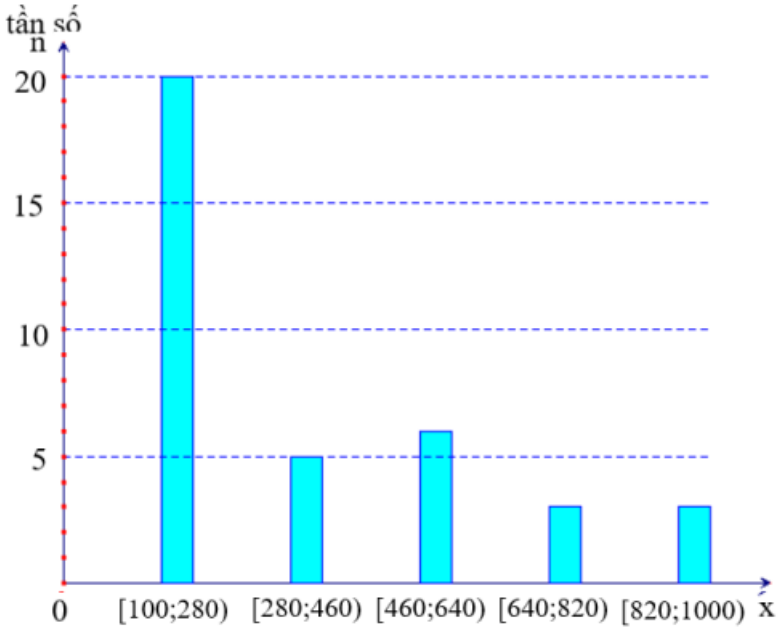
.

❣ HẾT ▯

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1). Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km^2) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



a) Tìm tần số ghép nhóm của nhóm $[460;640)$.

b) Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[100;280)$.(làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Tần số ghép nhóm của nhóm $[460;640)$ là 6.

---

b .Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[100;280)$ là $f=\frac{20}{37}.100\%\approx 54\%$.

---

2). Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;...;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.

Xét phép thử: "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố A : "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố ". Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

Ta có: không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}$

Nên số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega)=12$.

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 3; 5; 7; 11.

Nên $n(A)=5$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(W)}=\dfrac{5}{12}$

.....

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\dfrac{x-3}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{9}{x-3\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 9$.

1). Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

2). Rút gọn biểu thức B.

3). Xét biểu thức $P=A\times B$. Chứng minh $P>0$.

Lời giải

1) Khi $x=25$ (ĐKXĐ thoả mãn)

Ta có $A=\dfrac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+3}=\dfrac{5-3}{5+3}=\dfrac{1}{4}$.

Vậy $A=\dfrac{1}{4}$

---

2) Rút gọn biểu thức B.

Ta có $B=\dfrac{x-3}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{9}{x-3\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

$$=\frac{(x-3)\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}+\frac{9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}+\frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+9+3\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{x}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\dfrac{x}{\sqrt{x}-3}$

---

3). Xét biểu thức $P=A\times B$. Chứng minh $P>0$.

Ta có $P=A\times B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}.\dfrac{x}{\sqrt{x}-3}=\dfrac{x}{\sqrt{x}+3}$

Với $x>0;x\neq 9$, ta có $\sqrt{x}+3>0$ nên $P=\dfrac{x}{\sqrt{x}+3}>0$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Bác Tuấn vay tổng số tiền là 5 tỉ đồng từ hai ngân hàng Sacombank và Vietcombank đầu tư vào bất động sản. Sau một năm, tổng số tiền lãi phải trả cho hai ngân hàng trên là 570 triệu đồng. Lãi suất cho vay của ngân hàng Sacombank là 12% /năm và của Vietcombank là 11% /năm. Tính số tiền bác Tuấn đã vay của mỗi ngân hàng.

Lời giải

Gọi số tiền bác Tuấn đã vay ngân hàng Sacombank và Vietcombank lần lượt là x, y (tỉ đồng)

Điều kiện: $0 < x < 5;\ 0 < y < 5.$

Theo bài, tổng số tiền vay là 5 tỉ đồng nên ta có phương trình: $x + y = 5$.

Số tiền lãi phải trả mỗi năm cho ngân hàng Sacombank là $x.12\% = 0,12x$ (tỉ đồng).

Số tiền lãi phải trả mỗi năm cho ngân hàng Vietcombank là $y.11\% = 0,11y$ (tỉ đồng).

Theo bài, tổng số tiền lãi phải trả là 570 triệu đồng nên ta có phương trình:

$0,12x + 0,11y = 0,57$ hay $12x + 11y = 57.$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 12x + 11y = 57. \end{cases}$.

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 11, ta được hệ phương trình: $\begin{cases} 11x + 11y = 55 \\ 12x + 11y = 57 \end{cases}$.

Trừ hai vế của hai phương trình trên, ta được: $x = 2$.

Thay $x = 2$ vào phương trình $x + y = 5$,

Ta được $2 + y = 5$.

$y = 3.$

Ta thấy $x = 2$ và $y = 3.$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy số tiền bác Tuấn đã vay của ngân hàng Sacombank là 2 tỉ đồng và Vietcombank là 3 tỉ đồng.

2). Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.(*Giả định rằng số sản phẩm mà công nhân đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau*).

Lời giải

Gọi số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là $x\ (x \in \mathbb{N}^*, x < 20)$

Theo dự định: Thời gian hoàn thành là $\frac{72}{x}$ (ngày)

Thực tế: Mỗi giờ người đó đã làm $x + 1$ (sản phẩm)

Thời gian hoàn thành $\frac{80}{x+1}$ (ngày).

Vì thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định 12 phút $= \frac{1}{5}h$

Nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x+1} - \frac{72}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{400x - 360(x+1)}{5x(x+1)} = \frac{x(x+1)}{5x(x+1)}$$

$$40x - 360 = x^2 + x$$

$$x^2 - 39x + 360 = 0$$

$$\Delta = 39^2 - 4.360 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-(-39)+9}{2} = 24$ (loại) và $x_2 = \frac{-(-39)-9}{2} = 15$ (tmđk).

Vậy số sản phẩm dự định làm trong 1 giờ của người đó là 15 sản phẩm.

---

3).

a). Hãy tìm một phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ với các hệ số a,b,c là số nguyên nhận $x = \frac{\sqrt{5}-2}{3}$ làm nghiệm.

b). Tính tổng lập phương hai nghiệm của phương trình vừa tìm được ở câu a)

Lời giải

a). Ta có $x = \frac{\sqrt{5}-2}{3}$

$$3x = \sqrt{5}-2$$
$$3x+2 = \sqrt{5}$$
$$(3x+2)^2 = 5$$
$$9x^2+12x+4 = 5$$
$$9x^2+12x-1 = 0$$

Vậy phương trình bậc hai cần tìm là: $9x^2+12x-1=0$

---

b). Theo hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2 = \frac{-4}{3} \\ x_1x_2 = \frac{-1}{9} \end{cases}$

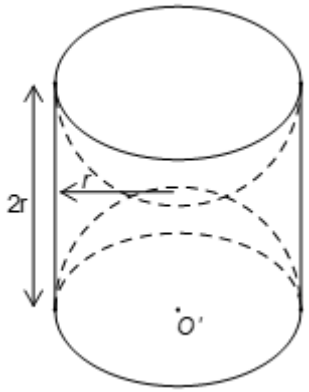
Ta có $x_1^3+x_2^3 = (x_1+x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1+x_2) = \left(\frac{4}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{-1}{9}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{-76}{27}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1). Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy $r = 10(cm)$, chiều cao $h = 20(cm)$.
Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình vẽ.

a. Tính thể tích của khối gỗ khi chưa khoét.

b. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại sau khi khoét (diện tích cả ngoài lẫn trong).
(các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

a. Thể tích của khối gỗ lúc chưa khoét là:

$V = \pi r^2 h = \pi.10^2.20 \approx 6283(cm^3)$

b. Diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại gồm diện tích xung quanh của hình trụ (có bán kính đáy là $r = 10(cm)$, và chiều cao $h = 20(cm)$) và diện tích hai nửa mặt cầu bán kính $r = 10(cm)$,

Diện tích cần tìm là: $S = 2\pi r.h + 4\pi r^2 = 2\pi.10.20 + 4.\pi.10^2 \approx 2513(cm^2)$

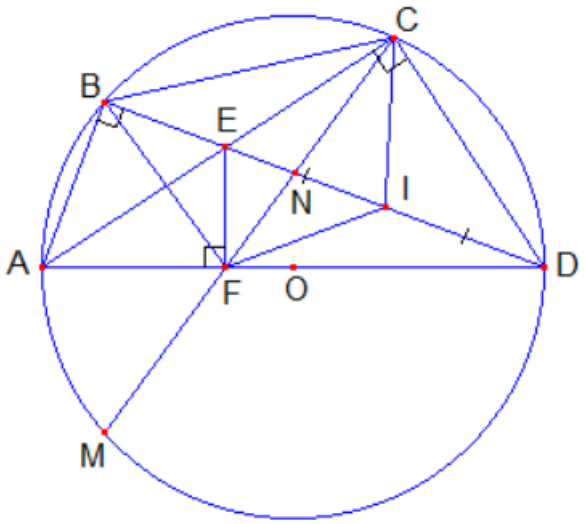
---

2. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AD. Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E. Từ E kẻ EF vuông góc với AD ($F \in AD$). Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M. Giao điểm của BD và CF là N. Chứng minh :

a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

b) FA là tia phân giác của $\widehat{BFM}$.

c) $BE.DN = EN.BD$.



a) $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\widehat{ACD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên ΔECD vuông tại C

Gọi I là trung điểm của ED

Ta có CI là đường trung tuyến hạ xuống cạnh huyền ED

Nên $CI = IE = ID = \frac{1}{2}ED$ (1)

Tương tự trong tam giác EFD vuông tại F , ta có

$FI = IE = ID = \frac{1}{2}ED$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CI = FI = IE = ID$

Hay tứ giác $CEFD$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I đường kính ED

---

b) FA là tia phân giác của $\widehat{BFM}$

Ta có $CEFD$ nội tiếp=> $\widehat{CED} = \widehat{CFD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{CD}$)

Chứng minh tương tự câu a) ta có $ABEF$ là tứ giác nội tiếp

=> $\widehat{BEA} = \widehat{BFA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AB}$)

Mà $\widehat{BEA} = \widehat{CED}$ (đối đỉnh)

$\widehat{AFM} = \widehat{CFD}$ (đối đỉnh)

Do đó $\widehat{BFA} = \widehat{AFM}$

Hay FA là tia phân giác $\dot{B}FM$

c) $BE.DN = EN.BD$.

Ta có $\dot{E}FC = \dot{E}DC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EC}$)

$\dot{E}FB = \dot{B}AE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EB}$)

Mà $\dot{B}AE = \dot{B}AC = \dot{B}DC = \dot{E}DC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$)

Suy ra $\dot{E}FC = \dot{E}FB$ hay FE là tia phân giác của $\dot{B}FC$

Trong ΔBFN có FE là phân giác trong tại đỉnh F $\Rightarrow \dfrac{BE}{EN} = \dfrac{FB}{FN}$

Mà $EF \perp FD \Rightarrow FD$ là phân giác ngoài tại đỉnh F $\Rightarrow \dfrac{BD}{DN} = \dfrac{FB}{FN}$

Suy ra $\dfrac{BE}{EN} = \dfrac{BD}{DN} \Rightarrow BE.DN = EN.BD$

Câu V: (0,5 điểm)

Một cửa hàng xăng dầu cần xây một bồn chứa dầu hình trụ bằng thép có thể tích $54\pi\left(m^3\right)$ và giá mỗi mét vuông thép là 500 ngàn đồng. Hỏi số tiền thấp nhất mà cửa hàng phải trả ? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Gọi bán kính đáy là $x(m)(x>0)$, chiều cao bồn chứa là $h(m)$.

Thể tích chứa của bồn là $V = \pi x^2 \times h = 54\pi \Rightarrow h = \dfrac{54}{x^2}(m)$.

Diện tích toàn phần của bồn chứa là: $S_{TP} = 2\pi x^2 + 2\pi x \times h = 2\pi x^2 + \dfrac{108\pi}{x}\left(m^2\right)$

Để chi phí xây dựng thấp nhất thì diện tích toàn phần của bồn phải nhỏ nhất.

Ta có

$S_{TP} = 2\pi x^2 + \dfrac{108\pi}{x} = 2\pi x^2 + \dfrac{54\pi}{x} + \dfrac{54\pi}{x} \geq 3\sqrt[3]{2\pi x^2 . \dfrac{54\pi}{x} . \dfrac{54\pi}{x}} = 54\pi$ (BĐT Cô si cho 3 số không âm)

S_{TP} đạt giá trị nhỏ nhất bằng $54\pi\left(m^2\right)$ khi $2\pi x^2 = \dfrac{54\pi}{x} \Rightarrow x^3 = 27 \Rightarrow x = 3$ (m)

Khi đó số tiền xây bồn thấp nhất mà cửa hàng phải trả là : $54\pi.500000 \approx$ 84 823 002 (đồng)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 17

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1). Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156	157	164	166	166	165	157	154	155	158	160	163	163
161	162	159	159	160	160	160	159	158	160	160	158	163
162	162	162	161	162	161	163	161	163	161	164	166	165
165												

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

2) . Trong túi có 6 quả bóng bàn kích thước và chất liệu như nhau gồm 2 quả màu đỏ, 2 quả màu trắng, 2 quả màu xanh. Không nhìn vào túi mà lấy ra 2 quả bóng. Tính xác suất của biến cố A lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$

2) . Đặt $P=A+B$. Rút gọn biểu thức P

3) . Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x}+3)=m$

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

2) . Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu người thợ thứ nhất làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 4 ngày thì cả hai làm được $\frac{7}{9}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

3) . Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4-\sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và bán kính đáy là 5 dm. Trong bồn đang chứa đầy nước, người ta tháo nước ở trong bồn ra cho đến khi mực nước trong bồn còn cao 1m. Hỏi số nước đã tháo ra ngoài là bao nhiêu lít? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

2) . Cho đường tròn (O) cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M;N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của dây BC.

a) . Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.

b). Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: $AK.AI = AB.AC$

c). Xác định vị trí của cát tuyến ABC để $IM = 2IN$.

Câu V: (0,5 điểm) Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất

HẾT

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu I: *(1,5đ)* 1) . Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156	157	164	166	166	165	157	154	155	158	160	163	163
161	162	159	159	160	160	160	159	158	160	160	158	163
162	162	162	161	162	161	163	161	163	161	164	166	165
165												

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

2). Trong túi có 6 quả bóng bàn kích thước và chất liệu như nhau gồm 2 quả màu đỏ, 2 quả màu trắng, 2 quả màu xanh. Không nhìn vào túi mà lấy ra 2 quả bóng. Tính xác suất của biến cố A lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ.

Lời giải	Điểm
1) Bảng tần số ghép nhóm Chiều cao (cm) | [155; 158) | [158; 161) | [161; 164) | [164;167) Số HS | 5 | 12 | 15 | 8	*0,5đ*
• Tần số tương đối của nhóm [161; 164) là $\frac{15}{40}.100\% = 37,5\%$	*0,25đ*
2) Kí hiệu các quả bóng đỏ trắng xanh là $Đ_1, Đ_2, X_1, X_2, T_1, T_2$ Không gian mẫu: Ω = { $Đ_1Đ_2$, X_1X_2, T_1T_2, $Đ_1X_1$, $Đ_1X_2$, $Đ_2X_1$, $Đ_2X_2$, $Đ_1T_1$, $Đ_1T_2$, $Đ_2T_1$, $Đ_2T_2$, X_1T_1, X_1T_2, X_2T_1, X_2T_2}	*0,25đ*
Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là : $Đ_1Đ_2$, $Đ_1X_1$, $Đ_1X_2$, $Đ_2X_1$, $Đ_2X_2$, $Đ_1T_1$, $Đ_1T_2$, $Đ_2T_1$, $Đ_2T_2$	*0,25đ*
$P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$	*0,25đ*

Câu II: **(1,5 điểm)** Cho hai biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \ge 0, x \ne 1$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

2) . Đặt $P = A + B$. Rút gọn biểu thức P

3) . Tìm m để có x thỏa mãn $P(\sqrt{x}+3) = m$

Lời giải	Điểm
1) Bảng tần số ghép nhóm Chiều cao (cm) | [155; 158) | [158; 161) | [161; 164) | [164;167)	*0,5đ*

Số HS	5	12	15	8

1) Thay $x=16$ (tmđk) vào biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ ta được

$$A=\frac{3\sqrt{16}-2}{1-\sqrt{16}}=\frac{3.4-2}{1-4}=\frac{12-2}{-3}=-\frac{10}{3}$$

Vậy khi $x=16$ thì $A=-\dfrac{10}{3}$ 0,5đ

2) Với $x\ge 0$, $x\ne 1$. Ta có:

$$P=A+B=\frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}+\frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$$

$$P=\frac{\left(-3\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{15\sqrt{x}-11}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{\left(2\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$P=\frac{-3x-7\sqrt{x}+6+15\sqrt{x}-11-2x-\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{-5x+7\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{-\left(\sqrt{x}-1\right)\left(5\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$P=\dfrac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$. Vậy với $x\ge 0;x\ne 1$ thì $P=\dfrac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$ 0,5đ

Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là : $Đ_1Đ_2$, $Đ_1X_1$, $Đ_1X_2$, $Đ_2X_1$, $Đ_2X_2$, $Đ_1T_1$, $Đ_1T_2$, $Đ_2T_1$, $Đ_2T_2$ 0,25đ

3) Với $x\ge 0;x\ne 1$ ta có: $m=P\left(\sqrt{x}+3\right)=\dfrac{-5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}.\left(\sqrt{x}+3\right)=-5\sqrt{x}+2$

Với $x\ge 0\Rightarrow -5\sqrt{x}\le 0\Rightarrow -5\sqrt{x}+2\le 2\Rightarrow m\le 2$ (1)

Mặt khác $x\ne 1\Rightarrow\sqrt{x}\ne 1\Rightarrow -5\sqrt{x}\ne -5\Rightarrow -5\sqrt{x}+2\ne -3\Rightarrow m\ne -3$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow m\le 2;m\ne -3$

Vậy với $m\le 2;m\ne -3$ thì có x thỏa mãn $P\left(\sqrt{x}+3\right)=m$ 0,5đ

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

2) . Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu người thợ thứ nhất làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 4 ngày thì cả hai làm được $\dfrac{7}{9}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

3) . Biết phương trình $x^2 + ax + 5 = 0$ có một nghiệm là $x = 4-\sqrt{11}$. Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải	Điểm
1) (1,0đ)	
Đổi 30 *phút* $=\frac{1}{2}$ *giờ* ; Gọi vận tốc riêng của ca nô là x(km/h) (x > 3) Vận tốc xuôi dòng là x + 3 (km/h) Vận tốc ngược dòng là x - 3 (km/h)	0,25đ
Thời gian xuôi dòng là $\frac{48}{x+3}(h)$ Thời gian ngược dòng là $\frac{48}{x-3}(h)$ Thời gian cả đi và về và nghỉ là: 10 giờ 36 phút - 6 giờ 30 phút = 4 giờ 06 phút = $\frac{41}{10}h$	0,25đ
Ta có phương trình: $\frac{48}{x+3}+\frac{48}{x-3}+\frac{1}{2}=\frac{41}{10}$. Giải phương trình ra $x_1 = 27; x_2 = \frac{-1}{3}$	0,25đ
Đối chiếu điều kiện và trả lời Vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h	0,25đ
2) (1,0đ)	
Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong việc là x (ngày) (x > 6) Gọi thời gian người thứ hai làm một mình xong việc là y (ngày) (y > 6) Thì 1 ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) 1 ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) 1 ngày cả hai người làm được $\frac{1}{6}$ (công việc)	0,25đ
Ta có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$ (1)	0,25đ
5 ngày người thứ nhất làm được $\frac{5}{x}$ (công việc) 4 ngày người thứ hai làm được $\frac{4}{y}$ (công việc) Ta có phương trình $\frac{5}{x}+\frac{4}{y}=\frac{7}{9}$ (2)	0,25đ
Giải hệ 2 phương trình (1), (2) được x = 9, y = 18 Đối chiếu kết quả với điều kiện và trả lời	0,25đ
3) (0,5đ)	
Phương trình đã cho có 2 nghiệm khi $\Delta = a^2 - 20 \geq 0 \, hay \, a^2 \geq 20$ Theo định lí Viète ta có $x_1 . x_2 = 5$ mà $x_1 = 4-\sqrt{11}$ nên $x_2 = 4+\sqrt{11}$	0,25đ
Ta có $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2 - 2x_1 . x_2 = 8^2 - 2.5 = 54$	0,25đ

Câu IV: (4,0 điểm)

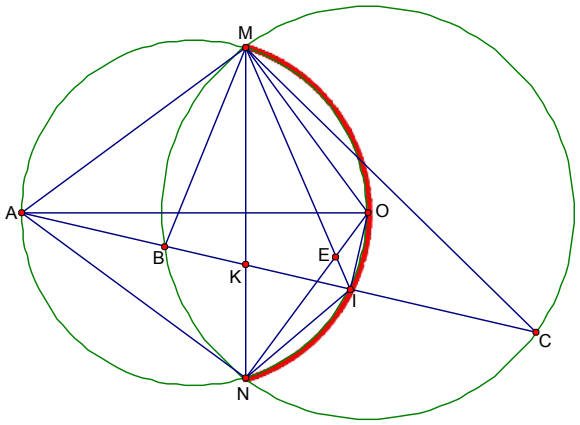
1) . Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và bán kính đáy là 5 dm. Trong bồn đang chứa đầy nước, người ta tháo nước ở trong bồn ra cho đến khi mực nước trong bồn còn cao 1m. Hỏi số nước đã tháo ra ngoài là bao nhiêu lít? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

2) . Cho đường tròn (O) cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M;N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của dây BC.

a) . Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.

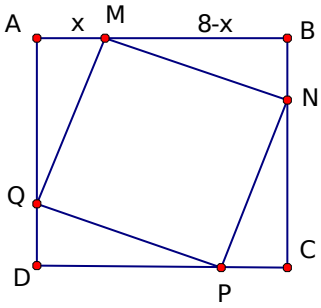
b). Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: $AK.AI = AB.AC$

c). Xác định vị trí của cát tuyến ABC để $IM = 2IN$.

Lời giải	Điểm
1) (1,0đ)	
Đổi 1,75m = 17,5 dm Số nước đã tháo ra ngoài thể tích của hình trụ có bán kính ddáy là 5 dm và có chiều cao là: 17,5dm – 10dm = 7,5dm	0,5đ
Thể tích phần nước tháo ra là $2.5.\pi .7,5 \approx 235,5\ dm^3 = 235,5$ l Vậy thể tích nước đã tháo ra ngoài xấp xỉ 235,5 lít	0,5đ
2) (3,0đ)	
	0,25đ
a) Tứ giác AMON nội tiếp Vì AM là tiếp tuyến nên AM $\perp$ MO Do đó ΔAMO vuông tại M nên nội tiếp trong đường tròn đường kính AO Chứng minh tương tự ta được ΔANO nội tiếp trong đường tròn đường kính AO Do đó 4 điểm A, O, M, N cùng nằm trên đường tròn đường kính AO Vậy tứ giác AMON nội tiếp	0,75đ
b) Chứng minh I thuộc đường tròn đường kính AO Chứng minh $\Delta AKM \backsim \Delta AMI\,(gg) \Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AK.AI = AM^2\ (1)$ Chứng minh $\Delta ABM \backsim \Delta AMC\,(gg) \Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AB.AC = AM^2\ (2)$ Từ (1) và (2) suy ra AK.AI = AB.AC	1,0đ
c) Chứng minh $\Delta KIN \backsim \Delta KMA\,(gg) \Rightarrow \frac{IN}{MA} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow IN = \frac{KN.MA}{KA}$ Chứng minh $\Delta KIM \backsim \Delta KNA\,(gg) \Rightarrow \frac{IM}{NA} = \frac{KM}{KA} \Rightarrow IM = \frac{KM.NA}{KA} = \frac{KM.MA}{KA}$ (vì NA=MA)	1,0đ

$IM = 2IN \Leftrightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{KN.MA}{KA}}{\frac{KM.MA}{KA}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$ Do đó Vậy IM=2.IN khi cát tuyến ABC cắt MN tại K với $\frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$	

Câu V: **(0,5 điểm)** Một cái sân hình vuông ABCD có cạnh là 8 m. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí lên mảnh sân hình vuông MNPQ nội tiếp trong sân hình vuông ABCD. Tìm vị trí của M, N, P, Q để hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất

Lời giải	Điểm
 Gọi cái sân đó là hình vuông ABCD, phần nát gạch màu trang trí là hình vuông MNPQ Chứng minh $\Delta AMQ = \Delta BNM = \Delta CPN = \Delta DQP$ Gọi AM = x thì MB = 8-x Diện tích hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất khi tổng diện tích 4 tam giác vuông ở 4 góc hình vuông ABCD là lớn nhất. Gọi S là tổng diện tích 4 tam giác đó, ta có: S = 2. AM. AQ Mà AM + AQ = AM + MB = 8 (m) $(AM - MB)^2 \geq 0$ $AM^2 + MB^2 \geq 2.AM.MB$ $(AM + MB)^2 \geq 4.AM.MB$ $2.AM.MB \leq \frac{(AM+MB)^2}{2} = \frac{8^2}{2} = 32$ Hay $S \leq 32$ Dấu "=" xảy ra khi AM = MB = $\frac{AB}{2} = 4$ Khi đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Vậy khi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA thì hình vuông MNPQ có diện tích nhỏ nhất.	0,25đ 0,25đ

❣ HẾT ❣

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 18

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8.2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3...., 20$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp". Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức

$$A=\frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} \text{ và } B=\frac{x+1}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad (x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9)$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=A.B$

Câu III: (2,5 điểm)

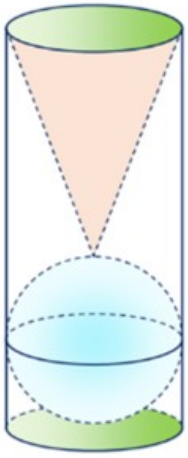
1) Bác Bình An vay ở một ngân hàng 500 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn một năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác Bình An phải trả tất cả 605 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

2) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng $2,17$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loạt hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng $2,18$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+6m-4=0$ *(với m là tham số).* Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2-x_2^2=3x_1x_2(x_2-x_1)$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều trong



bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài.

a) Tính thể tích nước còn lại trong cốc

b) Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

2) Trên nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính BC, lấy điểm A sao cho $BA = R$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tính số đo các góc B, C của tam giác vuông ABC.

b) Qua B kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O), nó cắt tia CA tại D. Qua D kẻ tiếp tuyến DE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OD và BE. Chứng minh rằng $OD \perp BE$ và $DI.DO = DA.DC$

c) Kẻ EH vuông góc với BC tại H. EH cắt CD tại G. Chứng minh IG song song với BC.

Câu V: (0,5 điểm) Trong cuộc thi "Đố vui để học", mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

HẾT

1. Tất cả các số, các điểm đều được gõ trong mathtype, cô sửa lại.

2. Cỡ chữ và cỡ mathtype đều là 12, cô đồng nhất lại nhé.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu I:

1) Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8.2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

Lời giải

Các số liệu trên được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: [6,6; 7,2), [7,2; 7,8), [7,8; 8,4), [8,4; 9), [9; 9,6).

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3....,20$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.

Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp". Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$.

Có 3 kết quả thuận lợi là: 1, 8, 15

Vậy $P(T) = \dfrac{3}{20}$.

Câu II: Cho hai biểu thức $A = \dfrac{3\sqrt{x}-9}{x-4}$ và $B = \dfrac{x+1}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ $\left(x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9\right)$

1) . Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$

$B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

2) . Chứng minh

3) . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Lời giải

1). Thay $x = 1$ (TMĐK) vào biểu thức A

$$A = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-4} = \frac{3.\sqrt{1}-9}{1-4} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$B = \frac{x+1}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{x+1+\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

2).

$$B=\frac{x+1+x-9-x+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{x-4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0;x\ne 4;x\ne 9$.

$$P=A.B=\frac{3\sqrt{x}-9}{x-4}.\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}=\frac{3\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

3).

Vì $x\ge 0$ nên $\sqrt{x}+2\ge 2>0$. Suy ra $P=\frac{3}{\sqrt{x}+2}\le\frac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$ (tmđk)

Vậy giá trị lớn nhất của $P=\frac{3}{2}$ khi $x=0$.

Câu III :

1) Bác Bình An vay ở một ngân hàng 500 triệu đồng để sản xuất trong thời hạn một năm. Lẽ ra đúng một năm sau bác phải trả cả tiền vốn lẫn tiền lãi, song bác đã được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm 1 năm nữa, số tiền lãi của năm đầu được gộp vào với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm bác Bình An phải trả tất cả 605 triệu đồng. Hỏi lãi suất cho vay của ngân hàng đó là bao nhiêu phần trăm trong một năm?

Lời giải

Gọi lãi suất của ngân hàng đó là x

Ta có: Số tiền phải trả sau năm thứ nhất là: $500+500x$ (triệu đồng).

Số tiền phải trả sau năm thứ hai là:

$$500+500x+\left(500+500x\right)x=500x^2+1000x+500$$ (triệu đồng).

Vì sau hai năm bác Bình An phải trả 605 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$500x^2+1000x+500=605$$
$$500x^2+1000x-105=0$$.

Giải phương trình ta được $x_1=0,1$ (thỏa mãn); $x_2=-2,1$ (loại).

Vậy lãi suất mỗi năm của ngân hàng đó là $0,1=10\%$.

2) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng $2,17$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loạt hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng $2,18$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Lời giải

Gọi số tiền không kể thuế của loại hàng thứ nhất là x (triệu đồng), của loại hàng thứ hai là y (triệu đồng) ($0<x,y<2,17$).

Tổng số tiền phải trả là 2,17 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng loạt hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai nên ta có phương trình:

$$x+8\%x+y+10\%y=2,17$$
$$1,08x+1,1y=2,17 \quad (1)$$

Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng nên ta có phương trình:

$$x+9\%x+y+9\%y=2,18$$
$$1,09x+1,09y=2,18 \quad (2)$$

Vậy ta có hệ: $\begin{cases}1,08x+1,1y=2,17\\1,09x+1,09y=2,18\end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases}x=1,5\\y=0,5\end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy không kể thuế VAT thì loại hàng thứ nhất phải trả 1,5 triệu đồng, loại hàng thứ hai phải trả 0,5 triệu đồng.

2) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+6m-4=0$ *(với m là tham số)*. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thoả mãn $x_1^2-x_2^2=3x_1x_2(x_2-x_1)$.

Lời giải

Ta có $\Delta'=(m-2)^2+1>0\ \forall m.$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với $\forall m.$

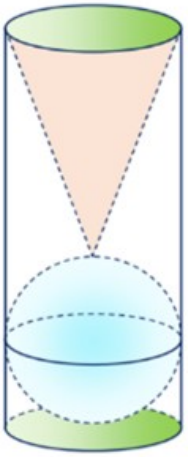
Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+1)\\x_1x_2=6m-4.\end{cases}$

Ta có $x_1^2-x_2^2=3x_1x_2(x_2-x_1)\Leftrightarrow(x_1-x_2)(x_1+x_2+3x_1x_2)=0$

$x_1+x_2+3x_1x_2=0$ (do x_1,x_2 phân biệt)

$2(m+1)+3(6m-4)=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}.$ Vậy $m=\frac{1}{2}.$

Câu IV: (4,0 điểm)



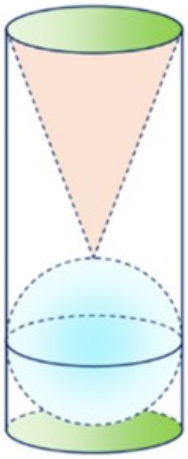
1) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao nón trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối kính đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường (như trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài.

a) Tính thể tích nước còn lại trong cốc

b)Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.

Lời giải

Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao trong bằng 3 lần đường kính trong của đáy; một viên bi hình cầu và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi và khối nón đều có đường kính bằng đường kính trong của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu.



Lời giải

a) Chiều cao của hình trụ là : $6R$

Chiều cao của hình nón là : $6R-2R=4R$

Ta có:

Thể tích hình trụ là: $V_1=\pi R^2 h=\pi .R^2.6R=6\pi R^3$.

Thể tích viên bi là: $V_2=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích hình nón là: $V_3=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{1}{3}\pi .R^2.4R=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích nước còn lại trong bình là: $V_4=V_1-V_2-V_3=6\pi R^3-\frac{4}{3}\pi R^3-\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{10}{3}\pi R^3$

b) Tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu là tỉ số thể tích của hiệu thể tích hình trụ với tổng thể tích hình nón và hình cầu với thể tích của hình trụ.

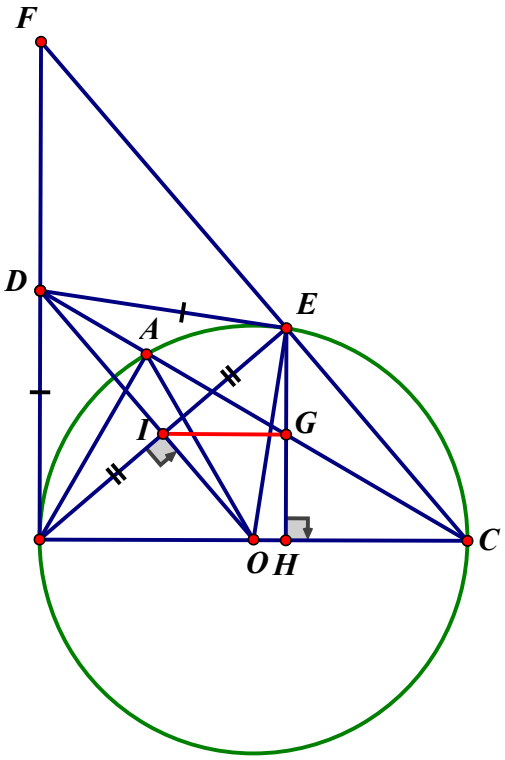
Tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu là: $\frac{V_4}{V_1}=\frac{\frac{10}{3}\pi R^3}{6\pi R^3}=\frac{5}{9}$.

2) Trên nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính BC, lấy điểm A sao cho $BA=R$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tính số đo các góc B, C của tam giác vuông ABC.

b) Qua B kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O), nó cắt tia CA tại D. Qua D kẻ tiếp tuyến DE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của OD và BE. Chứng minh rằng $OD\perp BE$ và $DI.DO=DA.DC$

c) Kẻ EH vuông góc với BC tại H. EH cắt CD tại G. Chứng minh IG song song với BC.



a) Ta có OA = R, BC = 2R

$\Rightarrow OA=OB=OC=\frac{BC}{2}=R$

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A(định lý đảo đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)

Ta có $\sin C=\frac{AB}{BC}=\frac{R}{2R}=\frac{1}{2}\Rightarrow \widehat{C}=30^0$

$\widehat{B}=90^0-30^0=60^0$

b) Vì DB, DE là 2 tiếp tuyến cắt nhau $\Rightarrow DB=DE$ và $OB=OE=R$

$\Rightarrow$ OD là đường trung trực BE $\Rightarrow OD\perp BE$

ΔDBO vuông tại B, BI là đường cao

$\Rightarrow DI.DO=DB^2$ (áp dụng hệ thức lượng) (1)

ΔDBC vuông tại B, BA là đường cao

$\Rightarrow DB^2 = DA.DC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow DI.DO = DA.DC$

c) Kéo dài CE cắt BD tại F. Vì $\widehat{BEC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BEF} = 90^0$ (tính chất kề bù)

mà DB = DE (chứng minh trên)

suy ra ED là đường trung tuyến ΔFEB vuông tại E $\Rightarrow BD = DF$

Vì $GH // BD$ (cùng $\perp BC$) $\Rightarrow \frac{GH}{BD} = \frac{GC}{DC} (Ta-let) (3)$

Vì GE // DF (cùng $\perp BC$) $\Rightarrow \frac{GE}{DF} = \frac{GC}{DC}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{GH}{BD} = \frac{GE}{DF}$ $do\ BD = DF\ (cmt) \Rightarrow GH = GE$

Mà IB = IC (OD trung trực BE)

Do đó IG là đường trung bình tam giác EHB

$\Rightarrow IG // BH \Rightarrow IG // BC\ (dpcm)$

Câu V: Trong cuộc thi "Đố vui để học", mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Lời giải

Gọi x là số câu trả lời đúng Điều kiện : $x \in \mathbb{N}^*, x \le 12$

Suy ra $12-x$ là số câu trả lời sai.

Số điểm được cộng là 5x, số điểm bị trừ là $2(12-x)$.

Vì muốn vào vòng thi tiếp theo mỗi thí sinh cần có ít nhất 50 điểm, ban đầu mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm nên ta có:

$5x - 2(12-x) + 20 \ge 50$

$5x - 24 + 2x + 20 \ge 50$

$5x - 2x \ge 50 + 24 - 20$

$7x \ge 54$

$x \ge \frac{54}{7} \approx 7,7$

Vậy muốn vào vòng thi tiếp theo, thí sinh cần trả lời đúng ít nhất 8 câu.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 19

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: "Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên".

Tính xác suất của biến cố A.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $M=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}; P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 1$.

1) Tính M khi $x=0,49$

2) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt $Q=M.P+\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$. So sánh Q với 3.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cách đây hai năm, bác Chín gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Bây giờ số tiền bác Chính có được cả gốc lẫn lãi là $33,708$ triệu đồng. Hỏi ban đầu bác Chín gửi vào bao nhiêu tiền? (Biết số tiền lãi năm trước được tính gộp vào gốc cho năm sau)

2) Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng .Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ , đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong .Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc ?

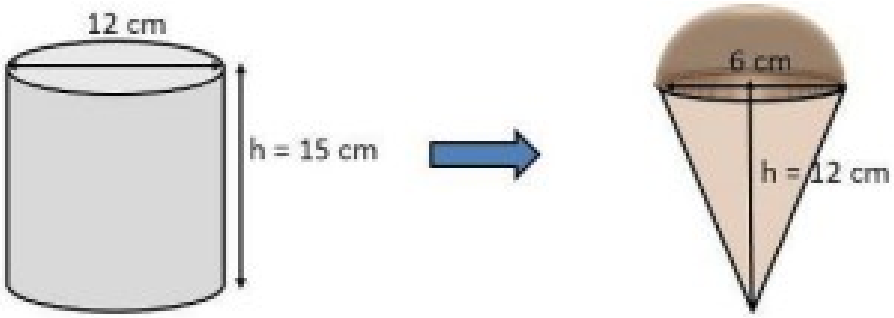
3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp kem hình trụ có đường kính $12\,cm$ và chiều cao $15\,cm$ đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.

a) Tính thể tích hộp kem.

b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao $12\,cm$ và đường kính $6\,cm$, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.



2) Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). AE cắt CD tại K.

a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE = AI.AB$.

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC, Q là giao điểm của AP và BK. Chứng minh IK là phân giác của $\widehat{EIQ}$. Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE.

Câu V: (0,5 điểm) Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần $2kg$ nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận $40\,000$ đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần $4kg$ nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lợi nhuận $30\,000$ đồng. Xưởng có $200kg$ nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất? .

HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I :

1) Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

2) Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: "Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên".

Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

1) a) Trong mẫu số liệu trên, số liệu có giá trị nhỏ nhất là 41, số liệu có giá trị lớn nhất là 59. Vì thế, ta có thể chọn nửa khoảng $[40;\ 60)$ sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng $[40;\ 60)$. Vì độ dài của nửa khoảng $[40;\ 60)$ bằng $60-40=20$ nên ta có thể phân chia nửa khoảng đó thành bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: $[40;\ 45)$, $[45;\ 50)$, $[50;\ 55)$ $[55;\ 60)$.

Vậy ta có thể ghép mẫu số liệu đã cho theo bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng đó.

b) Tốc độ của xe đi từ 40 km/h đến dưới 45 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 45 km/h đến dưới 50 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 50 km/h đến dưới 55 km/h là 5 xe;

Tốc độ của xe đi từ 55 km/h đến dưới 60 km/h là 6 xe.

Do đó ta có bảng tần số ghép nhóm

Tốc độ (km/h)	$[40;\ 45)$	$[45;\ 50)$	$[50;\ 55)$	$[55;\ 60)$
Tần số	7	7	5	6

2)

- Không gian mẫu của phép thử "Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số" là: $\Omega=\{11;\ 13;\ 15;\ ...;\ 97;\ 99\}$

- Số phần tử của tập hợp Ω là: $\dfrac{99-11}{2}+1=45$ (phần tử)

- Các kết quả thuận lợi của biến cố A: "Số tự nhiên viết ra là bình phương của 1 số tự nhiên" là: $\{25;\ 49;\ 81\}$. Biến cố này gồm 3 phần tử.

- Xác suất của biến cố A là: $3:45=\dfrac{1}{15}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $M=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}};P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}$ với x > 0; x ≠ 1.

1) Tính M khi $x=0,49$

2) Chứng minh P = $\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$

3) Đặt Q = M.P + $\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$. So sánh Q với 3.

Lời giải

1) Thay $x=0,49$ (thỏa mãn) vào M, ta có: $M=\dfrac{\sqrt{0,49}-1}{\sqrt{0,49}}=\dfrac{-3}{7}$.

Vậy $M=\dfrac{-3}{7}$ khi $x=0,49$

2) $P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2+8\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}$

$P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2+8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$

$P=\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\dfrac{2+8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\dfrac{2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$P=\dfrac{x-3\sqrt{x}+2+2+8\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$

$P=\dfrac{x+7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ (điều phải chứng minh)

3) Xét $Q=M.P+\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}$ suy ra $Q=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{x-5}{\sqrt{x}}=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

Xét hiệu $Q-3=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-3=\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}$

Với $x>0;x\neq 1$ thì $\left(\sqrt{x}-1\right)^2\geq 0$ và $\sqrt{x}>0$ suy ra $\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}\geq 0$ hay $Q\geq 3$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cách đây hai năm, bác Chín gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Bây giờ số tiền bác Chính có được cả gốc lẫn lãi là $33,708$ triệu đồng. Hỏi ban đầu bác Chín gửi vào bao nhiêu tiền?

2) Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc ?

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải phương trình, tính các giá trị của các biểu thức $D = \frac{x_1}{x_2 + 2} + \frac{x_2}{x_1 + 2}$.

Lời giải

1) Gọi số tiền gửi ban đầu là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Tiền lãi sau một năm là: $x.6\% = 0,06x$ (triệu đồng)

Số tiền cả gốc lẫn lãi sau một năm là: $x+0,06x=1,06x$ (triệu đồng)

Số tiền cả gốc và lãi sau năm thứ hai là: $1,06x.(1+6\%)=1,1236x$ (triệu đồng)

Vì sau hai năm, bác Chín nhận được $33,9$ triệu đồng cả gốc và lãi, nên ta có phương trình:

$1,1236x=33,708$

$x=33,708:1,1236=30$ (thỏa mãn)

Vậy số tiền ban đầu bác Chín gửi vào là 30 triệu đồng.

2) Gọi thời gian đội 1 hoàn thành công việc một mình là x (giờ, $x>4$)

Gọi thời gian đội 2 hoàn thành công việc một mình là y (giờ, $y>4$)

Trong một giờ, đội 1 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc); đội 2 làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc).

Trong một giờ, cả hai đội là được số phần công việc là: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$. Trong bốn giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

Khi đó cả hai đội làm xong việc nên ta có phương trình là: $4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1$ (1)

Trong ba giờ, cả hai đội làm được số phần công việc là: $3.\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ (công việc);

Trong ba giờ, đội 2 làm được số phần công việc là: $3.\frac{1}{y}$ (công việc).

Khi đó công việc mới xong, nên ta có phương trình: $3.\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+3.\frac{1}{y}=1$ hay $3.\frac{1}{x}+6.\frac{1}{y}=1$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases}4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1\\3.\frac{1}{x}+6.\frac{1}{y}=1\end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta có: $\begin{cases}x=6\\y=12\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy đội 1 làm một mình trong 6 giờ xong, đội 2 làm một mình trong 12 giờ xong công việc

3) Phương trình có tích $ac=3.(-6)=-18<0$ nên có nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo định lý Viète, ta có

$x_1+x_2=\frac{-5}{3}$ và $x_1x_2=-2$.

$x_1, x_2\neq -2$

$D=\frac{x_1}{x_2+2}+\frac{x_2}{x_1+2}=\frac{x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$

$$D=\frac{\left(x_1^2+x_2^2\right)+2\left(x_1+x_2\right)}{x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)+4}$$

$$D=\frac{\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)}{x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)+4}$$

$$D=\frac{\left(\frac{-5}{3}\right)^2-2\,.\,(-2)+2\cdot\left(\frac{-5}{3}\right)}{(-2)+2\cdot\left(\frac{-5}{3}\right)+4}=\frac{-31}{12}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hộp kem hình trụ có đường kính $12\,\text{cm}$ và chiều cao $15\,\text{cm}$ đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.

a) Tính thể tích hộp kem.

b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao $12\,\text{cm}$ và đường kính $6\,\text{cm}$, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.

2) Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). AE cắt CD tại K.

a) Chứng minh bốn điểm K,E,B,I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE=AI.AB$.

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC, Q là giao điểm của AP và BK. Chứng minh IK là phân giác của $\widehat{EIQ}$. Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE.

Lời giải

1)

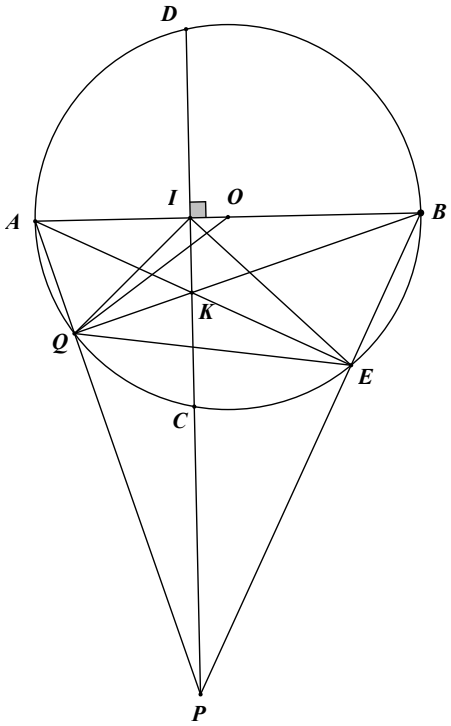
a) Thể tích kem trong hộp hình trụ là: $V_T=\pi R_T^2.h_T=\pi\left(\frac{12}{2}\right)^2.15=540\pi\ (\text{cm}^3)$

b) Thể tích kem trong hộp hình nón có hình bán cầu trên đỉnh là $V_{kem}=\frac{1}{3}\pi R_N^2.h_N+\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R_C^3$

$$=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{6}{2}\right)^2.12+\frac{1}{2}.\frac{4}{3}.\pi.\left(\frac{6}{2}\right)^3=54\pi\ (\text{cm}^3)$$

Vậy số que kem có thể chia được là: $\frac{540\pi}{54\pi}=10$ que.

2)



a) Chứng minh bốn điểm K,E,B,I cùng thuộc một đường tròn.

Xét $(O;R)$ có: $\widehat{AEB}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{KEB}=90°$

đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow \widehat{KIB}=90°$

Xét ΔKEB vuông tại E có cạnh huyền KB suy ra K,E,B thuộc đường tròn đường kính KB (1)

Xét ΔKIB vuông tại I có cạnh huyền KB suy ra K,I,B thuộc đường tròn đường kính KB (2)

Hay bốn điểm K,E,B,I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AE=AI.AB$.

Xét ΔAKI và ΔABE, ta có: $\widehat{A}$ là góc chung và $\widehat{AIK}=\widehat{AEB}=90° \Rightarrow \Delta AKI \backsim \Delta ABE$ $(g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{AK}{AB}=\dfrac{AI}{AE} \Rightarrow AK.AE=AI.AB$ (đpcm)

c) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC, Q là giao điểm của AP và BK. Chứng minh IK là phân giác của $\widehat{EIQ}$. Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE.

*** Chứng minh IK là phân giác của $\widehat{EIQ}$.**

Xét ΔAPB có: $PI \perp AB\,(I \in AB)$; $AE \perp PB\,(E \in PB)$; $PI \cap AE \equiv \{K\}$

$\Rightarrow K$ là trọng tâm của $\Delta APB \Rightarrow PQ \perp AP\,(Q \in AP) \Rightarrow \widehat{AQB}=90°$ hay $\widehat{AQK}=90°$

Đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow \widehat{AIK}=90°$

Chứng minh được bốn điểm A,I,Q,K cùng thuộc đường tròn đường kính AK suy ra $AIKQ$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{QAK}=\widehat{QIK}$ (hai góc nt cùng chắn $\overset{\frown}{QK}$)

Ta có: $KEBI$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{KIE}=\widehat{KBE}$ (hai góc nt cùng chắn $\overset{\frown}{EK}$)

Lại có: $\widehat{QAK}=\widehat{KBE}$ (hai góc nt cùng chắn cung $\overset{\frown}{QE}$)

$\Rightarrow \widehat{KIE} = \widehat{KIQ}$ hay IK là phân giác của $\widehat{EIQ}$ (đpcm)

***Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE.**

Ta có: $\widehat{AQB} = 90° \Rightarrow Q \in (O;R)$

Xét ΔOQB, ta có:

$OQ = OB = R$

$\Rightarrow \Delta OQB$ là tam giác cân tại O

$\Rightarrow \widehat{OQB} = \widehat{OBQ}$ hay $\widehat{OQK} = \widehat{OBQ}$ (1)

Xét ΔIBK và ΔQPK, ta có:

$\widehat{IKB} = \widehat{QKP}$ (hai góc đối đỉnh)

$\widehat{KQP} = \widehat{KIB} = 90°$

$\Rightarrow \Delta IBK \backsim \Delta QPK$ (g-g)

$\Rightarrow \widehat{IBK} = \widehat{QPK}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{OBK} = \widehat{QPK}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{OQK} = \widehat{QPK}$ (*)

Ta có: $\widehat{BQE} = \widehat{BAE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BE}$) hay $\widehat{KQE} = \widehat{IAK}$ (3)

Xét ΔIAK và ΔEPK, ta có:

$\widehat{IKA} = \widehat{EKP}$ (hai góc đối đỉnh)

$\widehat{KEP} = \widehat{KIA} = 90°$

$\Rightarrow \Delta IAK \backsim \Delta EPK$ (g-g)

$\Rightarrow \widehat{IAK} = \widehat{EPK}$ (hai góc tương ứng) (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{KQE} = \widehat{EPK}$ (**)

Từ (*) và (**) ta có: $\widehat{OQK} + \widehat{KQE} = \widehat{QPK} + \widehat{EPK} \Rightarrow \widehat{OQE} = \widehat{QPE}$

Lại có: ΔQEP nội tiếp $\Rightarrow \widehat{QPE} = \frac{1}{2} sd\overset{\frown}{QE}$ (tc góc nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{OQE} = \frac{1}{2} sd\overset{\frown}{QE}$

$\Rightarrow OQ$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm) Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần $2kg$ nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận $40\,000$ đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần $4kg$ nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lợi nhuận $30\,000$ đồng. Xưởng có $200kg$ nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất?

Lời giải

Gọi $x\ (x \ge 0)$ là số kg loại I cần sản xuất, $y\ (y \ge 0)$ là số kg loại II cần sản xuất.

Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$, có mức lợi nhuận là $40000x + 30000y$.

Theo giả thiết bài toán xưởng có $200kg$ nguyên liệu và 120 giờ làm việc suy ra $2x+4y\le 200$ hay $x+2y-100\le 0$ và $30x+15y\le 1200$ hay $2x+y-80\le 0$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y thoả mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y-100\le 0 \\ 2x+y-80\le 0 \end{cases}$ với $x\ge 0$ và $y\ge 0$ sao cho $L(x;y)=40000x+30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng $(d):x+2y-100=0,\ (d'):2x+y-80=0$.

Giá trị lớn nhất của $L(x;y)=40000x+30000y$ đạt tại một trong các điểm $(0;0),(40;0),(0;50),(20;40)$

Ta có: $L(0;0)=0; L(40;0)=1600000; L(0;50)=1500000; L(20;40)=2000000$ suy ra giá trị lớn nhất của $L(x;y)$ là $2\,000\,000$ khi $(x;y)=(20;40)$.

Vậy cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để có mức lợi nhuận lớn nhất.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 20

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Số học sinh	3	7	10	20

1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?

2) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất và có 6 mặt. Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có số chấm là bội của 3.

Câu II: (1,5 điểm) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ với $x>0; x\ne 4; x\ne 9$

(Chỗ ĐK cô gõ lại bằng mathype)

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=100$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M=A:B$ có giá trị nguyên

Câu III: (2,5 điểm)

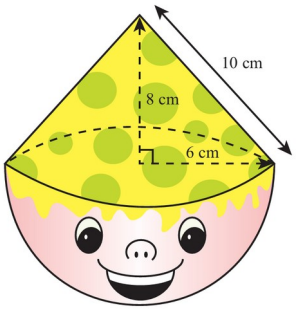
1) Một dung dịch chứa 30% axit nitoric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitoric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitoric?

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

3) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1) + m^2 - 4m + 3 = 0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu. (Cô thay bằng bài khác vì đã bỏ BPT bậc hai)

Câu IV: (4,0 điểm) Cô

1) Hình bên dưới là một món đồ chơi trẻ em có cấu tạo từ một bán cầu (nửa khối cầu) và một hình nón.



a) Tìm thể tích của món đồ chơi.

b) Tìm diện tích toàn phần của món đồ chơi (Bài tập đơn điệu quá vì 2 ý giống nhau)

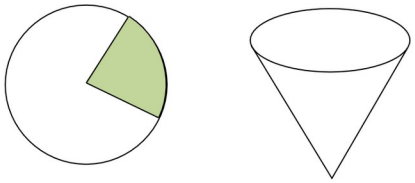
2) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Dây cung MN vuông góc với AB, ($AM < BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB.

a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NB.HK = AN.HB$.

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu V: (0,5 điểm) Với một tấm tôn hình tròn có bán kính R = 6 *cm*. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt một phần (dạng hình quạt) của hình tròn như hình bên dưới. Thể tích lớn nhất của hình nón có được khi người ta cắt cung tròn của hình quạt có chiều dài là bao nhiêu?



HẾT

HƯỚNG DẪN
LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: **(1,5 điểm)** Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	**[40; 45)**	**[45; 50)**	**[50; 55)**	**[55; 60)**
Số học sinh	3	7	10	20

1) Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?

2) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất và có 6 mặt. Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có số chấm là bội của 3.

Lời giải

1)

Nhóm số liệu	**Tần số**
Nhóm [40; 45)	$\frac{3}{40}.100\% = 7,5\%$
Nhóm [40; 45)	$\frac{7}{40}.100\% = 17,5\%$
Nhóm [40; 45)	$\frac{10}{40}.100\% = 25\%$
Nhóm [55; 60)	$\frac{20}{40}.100\% = 50\%$

2) Các kết quả có thể xảy ra khi gieo con xúc xắc là: 1; 2; 3; 4; 5; 6.
Có 2 kết quả có thể xảy ra một số là bội của 3 là: 3 và 6.

Xác suất của biến cố là: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Câu II: **(1,5 điểm)** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{x + 9\sqrt{x}}{x - 9}$ với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 100$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $M = A : B$ có giá trị nguyên

Lời giải

1) Điều kiện $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

Khi $x = 100$ (thỏa mãn điều kiện) thì $A = \frac{10}{10 - 2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

2) $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{x + 9\sqrt{x}}{x - 9} = \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x} + 3\right) - x - 9\sqrt{x}}{x - 9} = \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$

3) Ta có $M = A:B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}.\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{\sqrt{x}-2+5}{\sqrt{x}-2} = 1+\dfrac{5}{\sqrt{x}-2}$

TH1: $x \in \mathbb{Q}$ nhưng $\sqrt{x} \notin \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{x}$ là số vô tỷ $\Rightarrow M \notin \mathbb{Q}$

TH2: $x \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$

Để M nguyên thì $\sqrt{x}-2 \in U(5)$ và $\sqrt{x}-2 > -2$

Suy ra $\sqrt{x}-2 \in \{-1;1;5\} \Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{1;3;7\} \Leftrightarrow x \in \{1;9;49\}$ (thỏa mãn đkxđ)

Vậy $x \in \{1;9;49\}$ thì $M \in \mathbb{Z}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một dung dịch chứa 30% axit nitoric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitoric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitoric?

2) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\dfrac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)+m^2-4m+3=0$ (với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.

Lời giải

1) Gọi x,y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 $(x,y>0)$.

Lượng axit nitoric chứa trong dung dịch loại 1 là $\dfrac{30}{100}x$ và loại 2 là $\dfrac{55}{100}y$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=100 \\ \dfrac{30}{100}x+\dfrac{55}{100}y=50. \end{cases}$

Giải hệ này ta được: $x=20$ và $y=80$.

Vậy lượng dung dịch loại 1 là 20 lít và loại 2 là 80 lít.

2) Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ) ĐK: $x;y>0$)

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\dfrac{1}{x}$ bể, vòi thứ hai chảy được $\dfrac{1}{y}$ bể

Vì hai vòi cùng chảy trong 3 giờ đầy bể nên ta có phương trình $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}$ (1)

Trong 20 phút = $\dfrac{1}{3}$ giờ vòi thứ nhất chảy được $\dfrac{1}{3x}$ (bể)

Trong 30 phút = $\dfrac{1}{2}$ giờ tiếp theo vòi thứ hai chảy được là $\dfrac{1}{2y}$ (bể)

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy một mình trong 30 phút thì được $\frac{1}{8}$ bể nên ta có phương trình $\frac{1}{3x}+\frac{1}{2y}=\frac{1}{8}\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3x}+\frac{1}{2y}=\frac{1}{8}\end{cases}$. Giải hệ ta được $\begin{cases}x=4\\ y=12\end{cases}$ (thoả mãn)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 4 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 12 giờ.

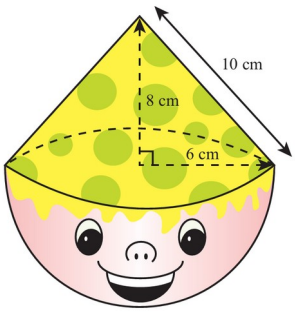
3) Phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu khi:

$$\begin{cases}\Delta' \ge 0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)^2-(m^2-4m+3)\ge 0\\ m^2-4m+3>0.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>\frac{1}{3}\\ \left[\begin{array}{l}m<1\\ m>3\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>3\\ \frac{1}{3}<m<1\end{array}\right.$$

Vậy khi $m>3$ hoặc $\frac{1}{3}<m<1$ phương trình có hai nghiệm cùng dấu.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Hình bên dưới là một món đồ chơi trẻ em có cấu tạo từ một bán cầu (nửa khối cầu) và một hình nón.



a) Tìm thể tích của món đồ chơi.

b) Tìm diện tích toàn phần của món đồ chơi

Lời giải

a) Thể tích món đồ chơi là

$$\frac{1}{3}.\pi.6^2.8+\frac{2}{3}.\pi.6^3=240\pi\ (\text{cm}^3)$$

b) Diện tích toàn phần của đồ chơi là

$$\pi.6.10+2.\pi.6^2=132\pi\ (\text{cm}^2)$$

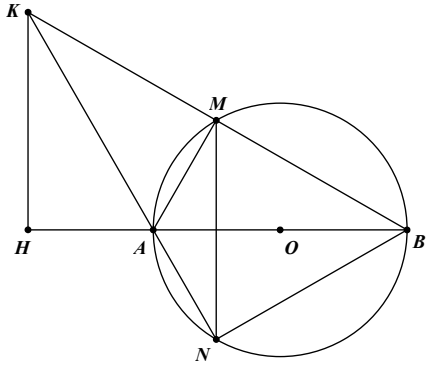
2) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Dây cung MN vuông góc với AB, ($AM<BM$). Hai đường thẳng BM và NA cắt nhau tại K. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ K đến đường thẳng AB.

a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $NB.HK = AN.HB$.

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp trong một đường tròn.

+) Có: $\widehat{AHK} = 90°$ (vì $KH \perp AB$)

$\Rightarrow \Delta AHK$ vuông tại $H \Rightarrow$ 3 điểm $A;H;K$ nằm trên đường tròn đường kính AK

+)Xét (O) có:

$\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{AMK} = 90°$ (kề bù với $\widehat{AMB}$)

$\Rightarrow \Delta AMK$ vuông tại $M \Rightarrow$ 3 điểm $A;M;K$ nằm trên đường tròn đường kính AK

Suy ra tứ giác $AHKM$ nội tiếp đường tròn đường kính AK.

b) Chứng minh rằng: $NB.HK = AN.HB$.

Xét ΔANB và ΔKHB có:

+) $\widehat{ANB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{ANB} = \widehat{KHB} = 90°$;

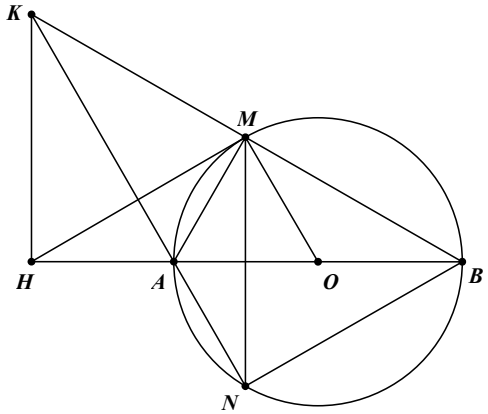
+) Xét ΔOMN cân tại O, có OA là đường cao => OA là đường phân giác của góc MON.

$\Rightarrow \widehat{MOA} = \widehat{NOA} \Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{KBH}$ (Góc nội tiếp bằng ½ góc ở tâm)

Suy ra $\Delta ANB \backsim \Delta KHB$ $(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{AN}{NB} = \dfrac{KH}{HB} \Rightarrow NB.HK = AN.HB$.

c) Chứng minh HM là tiếp tuyến của đường tròn (O).



+) Ta có HM giao với đường tròn (O) tại M, ta phải chứng minh $HM \perp OM$. Thật vậy:

Tứ giác $AHKM$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HMK} = \widehat{HAK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HK}$);

$\widehat{HAK} = \widehat{NAB}$ (hai góc đối đỉnh);

+) Theo phần b) ΔOMN cân tại O, có OA là đường cao => OA là đường trung trực của MN => AB là trung trực của MN => MB = NM => $\overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{NB} \Rightarrow \widehat{NAB} = \widehat{MAB}$

+) $\widehat{MAB} = \widehat{OMA}$ (ΔOAM cân tại O);

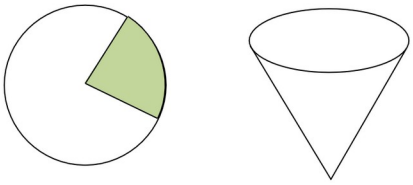
$\Rightarrow \widehat{HMK} = \widehat{OMA} \left(= \widehat{HAK} = \widehat{NAB} = \widehat{MAB}\right) \Rightarrow \widehat{HMK} + \widehat{HMA} = \widehat{OMA} + \widehat{HMA}$;

Mà $\widehat{HMK} + \widehat{HMA} = \widehat{AMK} = 90°$ (kề bù với $\widehat{AMB} = 90°$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);

$\Rightarrow \widehat{OMA} + \widehat{HMA} = 90° \Rightarrow \widehat{HMO} = 90° \Rightarrow HM \perp OM$ tại $M \in (O)$

$\Rightarrow HM$ là tiếp tuyến của (O).

Câu V: **(0,5 điểm)** Với một tấm tôn hình tròn có bán kính R = 6 *cm*. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt một phần (dạng hình quạt) của hình tròn như hình bên dưới. Thể tích lớn nhất của hình nón có được khi người ta cắt cung tròn của hình quạt có chiều dài là bao nhiêu?



Lời giải

Gọi x (cm, $x > 0$) là chiều dài cung tròn được ghép tạo thành hình nón. Suy ra đường tròn đáy của hình nón có độ dài là x (cm). Bán kính R của hình tròn sẽ trở thành đường sinh của hình nón.

Gọi bán kính của đáy là r (cm, $r > 0$). Suy ra : $2\pi r = x \Rightarrow r = \dfrac{x}{2\pi}$

Chiều cao của hình nón là : $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{x^2}{4\pi^2}}$

Thể tích của hình nón là : $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{\pi}{3}\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)^2 \sqrt{R^2 - \dfrac{x^2}{4\pi^2}}$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có :

$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2}\left(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \le \frac{4\pi^2}{9}\left(\frac{\frac{x^2}{8\pi^2} + \frac{x^2}{8\pi^2} + R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{R^6}{27}$$

Do đó V lớn nhất khi và chỉ khi $\dfrac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \dfrac{x^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{6}\pi$ (cm)

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 21

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh lớp 9 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0\,;\,20)$	$[20\,;\,40)$	$[40\,;\,60)$	$[60\,;\,80)$
Số học sinh	8	9	11	8

Tính tần số tương đối của nhóm $[40\,;\,60)$? (Làm tròn đến hàng phần mười)

2) Hình dưới đây mô tả một đĩa tròn, cân đối bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số $1;\,2;\,3;\,4;\,5;\,6;\,7;\,8$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.

Tính xác suất của các biến cố sau: "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0\,;\ x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức B với $x=25$.

2) Chứng minh $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm x để biểu thức $S=A.B$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương , một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là $25,4$ triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 25% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là $16,77$ triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền ?

2) Một người đi ô tô từ A đến B cách nhau 100 km với vận tốc xác định. Khi từ B trở về A, người đó đi theo đường khác dài hơn đường cũ 20 km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi mỗi giờ 20 km. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ (x là ẩn số)

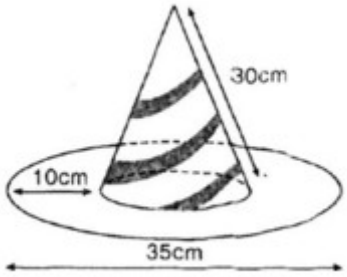
Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=7$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ.

a) Tính thể tích của cái mũ.

b) Tính tổng diện tích giấy làm nên cái mũ (không tính phần hao hụt, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



2) Cho tam giác $ABC(AB<AC)$ nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính BC, đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D.

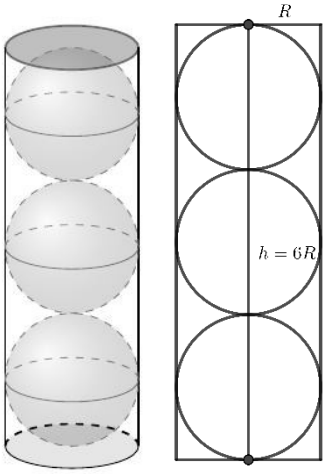
a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P, sao cho $PB=BO=2cm$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc APC.

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC}=\frac{AB^2}{AC^2}$.

Câu V: (0,5 điểm)

Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với hộp đựng bóng tennis?



❣ HẾT ❣

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh lớp 9 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$
Số học sinh	8	9	11	8

Tính tần số tương đối của nhóm $[40;60)$? (Làm tròn đến hàng phần mười)

2) Hình dưới đây mô tả một đĩa tròn, cân đối bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;4;5;6;7;8$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.

Tính xác suất của các biến cố sau: "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8".

Lời giải

1) Nhóm $[40;60)$ có tần số tương đối là $\frac{11}{36}\approx 30,6\%$

2) Ta có $\Omega=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$, có 8 phần tử.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố: "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8" là: $1;2;4;8$

Þ Xác suất của biến cố: "Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 8" là: $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0;\ x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức B với $x=25$.

2) Chứng minh $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm x để biểu thức $S=A.B$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức B với $x=25$.

Với $x=25$ (thỏa mãn điều kiện) thay vào biểu thức B ta có:

$$B=\frac{\sqrt{25}+3}{\sqrt{25}+1}=\frac{5+3}{5+1}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}.$$

Vậy $B=\frac{4}{3}$ khi $x=25$.

2) Chứng minh $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

Ta có: $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)+\left(\sqrt{x}-1\right)-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0$; $x\ne 1$.

3) Tìm x để biểu thức $S=A.B$ đạt giá trị lớn nhất.

Với $x\ge 0$; $x\ne 1$.

Ta có: $S=A.B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}=1+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$

Ta có: $x\ge 0\Rightarrow\sqrt{x}+2\ge 2\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{x}+2}\le\frac{1}{2}\Rightarrow 1+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\le 1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy GTLN của S là $\frac{3}{2}$ khi $x=0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương , một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là $25,4$ triệu đồng

nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 25% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là $16,77$ triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền ?

2) Một người đi ô tô từ A đến B cách nhau 100 km với vận tốc xác định. Khi từ B trở về A, người đó đi theo đường khác dài hơn đường cũ 20 km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi mỗi giờ 20 km. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ (x là ẩn số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=7$.

Lời giải

1) Gọi x (triệu đồng) là giá tiền một tủ lạnh khi chưa giảm giá $(x>0)$

Gọi y (triệu đồng) là giá tiền một máy giặt khi chưa giảm giá $(y>0)$

Giá niêm yết hai món đồ trên là $25,4$ triệu nên có phương trình:

$x+y=25,4$

Giá bán hai món đồ trên sau khi giảm giá là $16,77$ triệu nên có phương trình

$(100\%-40\%).x+(100\%-25\%).y=16,77$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=25,4 \\ \dfrac{3}{5}x+\dfrac{3}{4}y=16,77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15,2(t/m) \\ y=10,2(t/m) \end{cases}$

Vậy giá một tủ lạnh chưa giảm giá là $15,2$ triệu đồng

Giá một máy giặt chưa giảm giá là $10,2$ triệu đồng

2) Gọi vận tốc lúc đi là x $(km, x>0)$.

Chiều dài quãng đường đi từ A đến B là $100km$.

Thời gian lúc đi là $\dfrac{100}{x}$ (giờ).

Quãng đường lúc về là $100+20=120$ (km).

Vận tốc lúc về là $x+20$ (km/h).

Thời gian lúc về là $\dfrac{120}{x+20}$ (giờ).

Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian đi 30 phút $=\dfrac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$\dfrac{100}{x}-\dfrac{120}{x+20}=\dfrac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{100(x+20)-120x}{x(x+20)}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2000-20x}{x(x+20)}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x(x+20)=2(2000-20x) \Leftrightarrow x^2+20x=4000-40x$$

$$\Leftrightarrow x^2+60x-4000=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=40\ (tm) \\ x=-100\ (ktm) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc lúc đi là 40 km/h.

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ (x là ẩn số)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=7$.

Ta có:

$$\Delta' = \left[-(m+1)\right]^2-(m^2+2)$$

$$=m^2+2m+1-m^2-2$$

$$=2m-1$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi :

$$\Delta' > 0$$

$$2m-1>0$$

$$m>\frac{1}{2}\ (*)$$

Áp dụng hệ thức Viét, ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=2m+2 \\ x_1x_2=m^2+2 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^2-x_1x_2+x_2^2=7$$

$$\left(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2\right)-3x_1x_2=7$$

$$(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=7$$

$$(2m+2)^2-3(m^2+2)=7$$

$$m^2+8m-9=0$$

$$(m-1)(m+9)=0$$

$m=1$ hoặc $m=-9$

Kết hợp (*) và (**), ta được: $m=1$

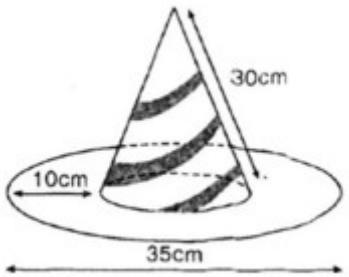
Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cái mũ của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ. (Các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

a) Tính thể tích của cái mũ.

b) Tính tổng diện tích giấy làm nên cái mũ (không tính phần hao hụt).



2) Cho tam giác $ABC(AB<AC)$ nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính BC, đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D.

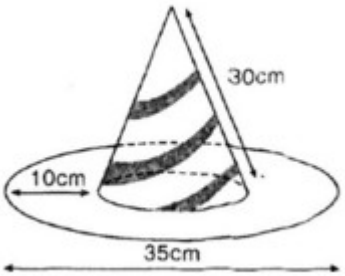
a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P, sao cho $PB=BO=2cm$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc APC.

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC}=\frac{AB^2}{AC^2}$.

Lời giải

1)



a) Bán kính đường tròn đáy của hình nón: $r=\frac{35-2.10}{2}=7,5(\text{cm})$

Chiều cao của cái mũ: $h=\sqrt{30^2-7,5^2}\approx 29(cm)$

Tính thể tích của cái mũ: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.7,5^2.29=543,75\pi\approx 1708(cm^3)$

b) Diện tích giấy làm nên cái mũ là tổng diện tích xung quanh của hình nón và diện tích vành nón.

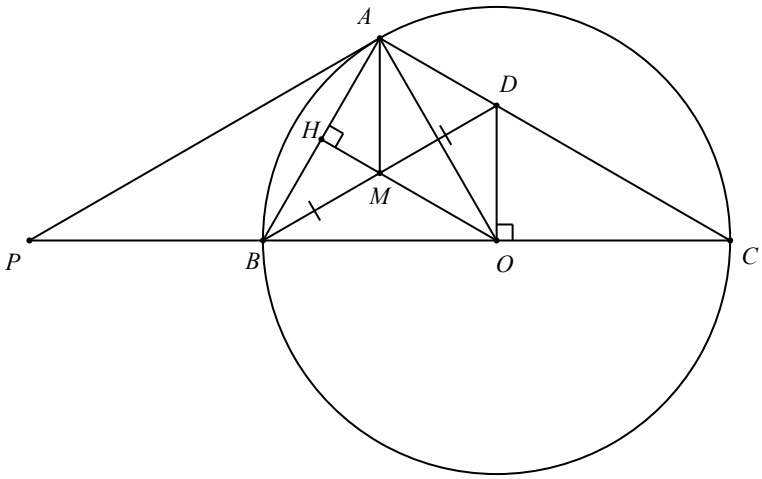
Diện tích xung quanh hình nón: $Sxq = \pi.r.l = \pi.7,5.30 = 225\pi \ (\text{cm}^2)$

Diện tích vành nón (hình vành khăn): $S_{vk} = \pi.\left(\frac{35}{2}\right)^2 - \pi.7,5^2 = 250\pi\,(\text{cm}^2)$

Diện tích tích giấy làm nên cái mũ : $S = 225\pi + 250\pi = 475\pi \approx 1492\ (\text{cm}^2)$

2)

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.



Xét đường tròn (O) có BC là đường kính (gt)

Suy ra $\widehat{BAC} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Gọi M là trung điểm của BD.

Xét ΔABD vuông tại A có AM là đường trung tuyến

Suy ra $AM = \frac{1}{2}BD$.(1)

Xét ΔOBD vuông tại $O\,(OD \perp BC)$ có OM là đường trung tuyến

Suy ra $OM = \frac{1}{2}BD$.(2)

Từ (1), (2) suy ra $MA = MO = MB = MD = \frac{1}{2}BD$

Do đó tứ giác $ABOD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD.

b) Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P, sao cho $PB = BO = 2\,\text{cm}$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc APC.

Ta có: $OA = OB = BP = 2\,\text{cm}$ suy ra $OP = 4\,\text{cm}$.

Ta có: ΔPAO vuông tại A (PA là tiếp tuyến)

Suy ra $PA^2 + OA^2 = OP^2$ (định lý Pythagore)

Do đó $PA^2 + 2^2 = 4^2$ hay $PA^2 = 12$ hay $PA = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$.

Ta có: $\sin\widehat{APO} = \frac{OA}{OP} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Suy ra $\widehat{APO} = 30°$ hay $\widehat{APC} = 30°$.

c) Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC}=\frac{AB^2}{AC^2}$.

Kẻ $OH\perp AB\left(H\in AB\right)$.

Xét ΔOAB cân tại O $\left(OA=OB\right)$ có OH là đường cao

Suy ra OH đồng thời là đường phân giác

Do đó $\widehat{AOH}=\widehat{BOH}=\frac{1}{2}\widehat{AOB}$.

Ta lại có: $\widehat{PAB}+\widehat{BAO}=90°$ (PA là tiếp tuyến)

mà $\widehat{AOH}+\widehat{BAO}=90°$ (ΔOHA vuông tại H)

Suy ra $\widehat{PAB}=\widehat{AOH}=\frac{1}{2}\widehat{AOB}$

Mặt khác, $\widehat{ACB}=\frac{1}{2}\widehat{AOB}$ (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn một cung)

Suy ra $\widehat{PAB}=\widehat{ACB}$ hay $\widehat{PAB}=\widehat{PCA}$.

Xét ΔPAB và ΔPCA có:

$\widehat{P}$ là góc chung

$\widehat{PAB}=\widehat{PCA}$ (cmt)

Suy ra $\Delta PAB\backsim\Delta PCA\left(g.g\right)$

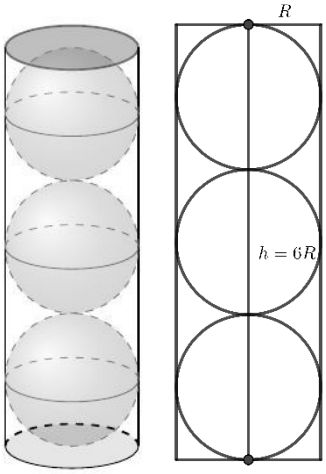
Do đó $\frac{PA}{PC}=\frac{PB}{PA}=\frac{AB}{AC}$

Suy ra $PA^2=PB\,.\,PC$ và $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{PA^2}{PC^2}$

Từ đó $\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{PB\,.\,PC}{PC^2}=\frac{PB}{PC}$.

Câu V. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với hộp đựng bóng tennis?

Lời giải



Đặt h, R lần lượt là đường cao và bán kính hình tròn đáy của hộp đựng bóng tennis.

Dễ thấy mỗi quả bóng tennis có cùng bán kính R với hình tròn đáy của hộp đựng bóng tennis và $h = 6R$.

Do đó ta có:

Tổng thể tích của ba quả bóng là $V_1 = 3.\frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi R^3$;

Thể tích của hình trụ (hộp đựng bóng) là $V_0 = \pi R^2 h = 6\pi R^3$;

Thể tích phần còn trống của hộp đựng bóng là $V_2 = V_0 - V_1 = 2\pi R^3$.

Khi đó tỉ lệ phần không gian còn trống so với hộp đựng bóng là $\frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \approx 33\%$.

❣ HẾT ▯

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 22

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điều tra sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

2) Hình bên dưới mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 12 phần bằng nhau và

ghi các số $1,2,3,...,12$ *; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.*

Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần". Tính xác suất của biến cố D: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-9}{\sqrt{x}}$ *và* $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}+4}{9-x}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$

2) Xét biểu thức $P=AB$. *So sánh* P^2 *với* P.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Cô Tâm đi cửa hàng điện máy mua một chiếc ti vi. Dịp này cửa hàng điện máy đang có chương trình khuyến mãi giảm giá 10%, *nhưng có thẻ khách hàng VIP nên được giảm thêm* 5% *trên giá đã giảm. Do đó cô chỉ phải trả số tiền là* 17100000 *đồng. Hỏi giá ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi là bao nhiêu tiền?*

2) Một tổ sản xuất kế hoạch làm 400 *sản phẩm cùng loại trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ làm được nhiều hơn* 20 *sản phẩm so với số sản phẩm dự định làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch* 1 *ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đó làm được mỗi ngày là bằng nhau).*

3) Biết phương trình bậc hai $x^2+5x+a=0$ *có một nghiện là* $x=\dfrac{-5+\sqrt{13}}{2}$. *Tìm tổng các lập phương hai nghiệm của phương trình trên.*

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một Téc nước hình trụ tròn có bán kính 60 *cm, chiều cao* 220 *cm. Hỏi:*

a) Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước (có nắp) là bao nhiêu mét vuông (giả sử phần nắp cong không đáng kể)

b) Khi Téc nước hình trụ chứa đầy nước thì được bao nhiêu lít?

2) Cho đường tròn (O) *đường kính* $AB=2R$. *Đường thẳng* d *vuông góc với bán kính* OB *tại* H. *Trên nửa đường tròn* (O) *lấy điểm* M *thay đổi (*$M\neq A, M\neq B, M$ *không nằm trên* d. *Tia* AM *cắt đường thẳng* d *tại* C. *Tia* BM *cắt đường thẳng* d *tại* D. *Tiếp tuyến tại* M *của đường tròn cắt đường thẳng* d *ở* K.

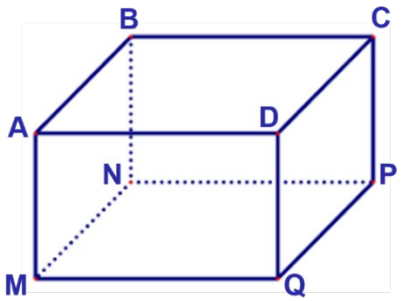
a) Chứng minh bốn điểm M,D,C,E *cùng thuộc một đường tròn.*

b) Đường thẳng AD *cắt đường tròn* (O) *tại* E*. Chứng minh* B,E,C *thẳng hàng.*

c) Chứng minh KE *là tiếp tuyến của đường tròn* (O)*.*

d) Chứng minh ME *luôn đi qua một điểm cố định khi* M *thay đổi trên đường tròn* (O)*.*

Câu V (0,5đ) . Bác Minh muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác Minh muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (đáy $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

HẾT

HƯỚNG DẪN

LÀM LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN.

Câu I: (1,5 điểm)

1) Trong bảng số liệu sau có một số lệu bị điều tra sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

Lời giải:

Số liệu không chính xác ở đây là 15%. *Sửa lại thành* 12% *vì* $\frac{6}{24+16+6+4}.100\%=12\%$

2) Hình bên dưới mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 12 *phần bằng nhau và ghi các số* $1,2,3,...,12$ *; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.*

Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần". Tính xác suất của biến cố D: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố".

Lời giải:

Có 12 *kết quả có thể của phép thử "Quay đĩa tròn* 1 *lần" là* $1,2,3,...,12$.

Có 5 *kết quả thuận lợi cho biến cố D: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố"*

Vậy xác suất của biến cố D là $\frac{5}{12}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{x-9}{\sqrt{x}}$ *và* $B=\frac{2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+4}{9-x}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$

Thay $x=4$ *(TMĐK) vào biểu thức* A *ta được:*

$$A=\frac{x-9}{\sqrt{x}}=\frac{4-9}{\sqrt{4}}=\frac{-5}{2}$$

Vậy $A=\frac{-5}{2}$ *khi* $x=4$

2) *Chứng minh* $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-9}$.

$ĐKXĐ: x>0, x\neq 9$.

$$B=\frac{2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+4}{9-x}$$

$$B=\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{\sqrt{x}+4}{x-9}$$

$$B=\frac{2(\sqrt{x}+3)}{x-9}-\frac{\sqrt{x}+4}{x-9}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}+6-\sqrt{x}-4}{x-9}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-9}$ *với* $x>0, x\neq 9$.

3) *Xét biểu thức* $P=A.B$. *So sánh* P^2 *với* P

$ĐKXĐ: x>0, x\neq 9$

$$P=AB=\frac{x-9}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+2}{x-9}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

Xét hiệu $P-1=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-1=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$

Ta có: $P^2-P=P(P-1)$

Vì $x>0$ *nên* $\sqrt{x}>0$ *và* $\sqrt{x}+2>0$

Khi đó $\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}>0$ *và* $\dfrac{2}{\sqrt{x}}>0$ *hay* $P>0$ *và* $P-1>0$.

Suy ra $P(P-1)>0$ *hay* $P^2-P>0$

Vậy $P<P^2$ *với* $x>0, x\neq 9$

Câu III: (2,5 điểm)

1) *Cô Tâm đi cửa hàng điện máy mua một chiếc ti vi. Dịp này cửa hàng điện máy đang có chương trình khuyến mãi giảm giá* 10%, *nhưng có thẻ khách hàng VIP nên được giảm thêm* 5% *trên giá đã giảm. Do đó cô chỉ phải trả số tiền là* 17100000 *đồng. Hỏi giá ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi là bao nhiêu tiền?*

Lời giải:

Gọi x *(đồng) là giá tiền ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi* $(x>0)$

Giá tiền của chiếc ti vi sau khi được giảm giá 10% *là:* $x.(1-10\%)=0,9x$ *(đồng)*

Giá tiền của chiếc ti vi sau khi được giảm giá thêm 5% *giá đã giảm do có thẻ khách hàng VIP là:* $0,9x.(1-5\%)=0,855x$ *(đồng)*

Vì giá tiền của chiếc ti vi sau khi được giảm giá là 17100000 *đồng nên ta có phương trình:*

$$0,855x = 17100000$$
$$x = 20000000$$

Vậy giá ban đầu của chiếc ti vi khi chưa khuyến mãi là 20000000 *(đồng)*

2) *Một tổ sản xuất kế hoạch làm* 400 *sản phẩm cùng loại trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ làm được nhiều hơn* 20 *sản phẩm so với số sản phẩm dự định làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch* 1 *ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đó làm được mỗi ngày là bằng nhau).*

Lời giải:

Gọi số sản phẩm cần làm theo kế hoạch trong một ngày là x(sản phẩm) $(x < 400; x \in N^*)$

Số ngày hoàn thành theo kế hoạch là y (ngày) $(y > 1)$

Vì theo kế hoạch làm được 400 sản phẩm nên ta có phương trình $xy = 400$ *(1)*

Thực tế mỗi ngày làm thêm 20 sản phẩm và hoàn thành công việc sớm hơn một ngày nên ta có phương trình: $(x+20)(y-1) = 400$ *(2)*

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 400 \\ (x+20)(y-1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{400}{y} \\ 20y^2 - 5y - 400 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{400}{y} \\ (y-5)(y+20) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 5 \end{cases}$$ *(tm)*

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày tổ sản suất 80 sản phẩm.

3) *Biết phương trình bậc hai* $x^2 + 5x + a = 0$ *coa một nghiện là* $x = \dfrac{-5+\sqrt{13}}{2}$ *. Tìm tổng các lập phương hai nghiệm của phương trình trên.*

Lời giải:

$x^2 + 5x + a = 0$ *có nghiệm* $x = \dfrac{-5+\sqrt{13}}{2}$ *nên ta thay* $x = \dfrac{-5+\sqrt{13}}{2}$ *vào phương trình:*

$$\left(\frac{-5+\sqrt{13}}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{-5+\sqrt{13}}{2}\right) + a = 0$$

$$\frac{19-5\sqrt{13}}{2} + \frac{-25+5\sqrt{13}}{2} + a = 0$$

$$a = 3$$

Phương trình $x^2 + 5x + 3 = 0$

Theo định lý Vieet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1.x_2 = 3 \end{cases}$

Tổng các lập phương hai nghiệm

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$
$$= (-5)^3 - 3.3.(-5) = -125 + 45 = -80$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) *Một Téc nước hình trụ tròn có bán kính* 60 *cm, chiều cao* 220 *cm. Hỏi:*

a) Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước (có nắp) là bao nhiêu mét vuông (giả sử phần nắp cong không đáng kể)

b) Khi Téc nước hình trụ chứa đầy nước thì được bao nhiêu lít?

Lời giải :

a) Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước hình trụ (có nắp) gồm diện tích hai đáy (đáy Téc và nắp Téc) và diện tích xung quanh của Téc nước hình trụ

Diện tích hai đáy là $S_1 = 2\pi R^2 = \pi.60^2 = 7200\pi$ (cm^2)

Diện tích xung quanh là $S_2 = 2\pi Rh = 2\pi.60.220 = 26400\pi$ (cm^2)

Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước là $S = 7200\pi + 26400\pi = 33600\pi$ (cm^2)

Hay $S = 3,36\pi \approx 10,56$ (m^2)

Vậy diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước là $10,56$ m^2.

b) Thể tích của Téc nước hình trụ là $V = \pi R^2 h = \pi.60^2.220 = 792000\pi$ (cm^3)

Hay $V = 792\pi \approx 2488,14$ *(lít)*

Vậy khi Téc nước hình trụ chứa đầy nước thì được $2488,14$ *lít.*

2) *Cho đường tròn* (O) *đường kính* $AB = 2R$. *Đường thẳng* d *vuông góc với bán kính* OB *tại* H. *Trên nửa đường tròn* (O) *lấy điểm* M *thay đổi (*$M \neq A, M \neq B, M$ *không nằm trên* d. *Tia* AM *cắt đường thẳng* d *tại* C. *Tia* BM *cắt đường thẳng* d *tại* D. *Tiếp tuyến tại* M *của đường tròn cắt đường thẳng* d *ở* K.

a) Chứng minh bốn điểm A, M, D, H *cùng thuộc một đường tròn.*

b) Đường thẳng AD *cắt đường tròn* (O) *tại* E. *Chứng minh* B, E, C *thẳng hàng.*

c) Chứng minh $KM = KE$.

d) Chứng minh ME *luôn đi qua một điểm cố định khi* M *thay đổi trên đường tròn* (O).

Lời giải :

a) Có M thuộc đường tròn (O) đường kính AB nên ΔAMB vuông tại M.

Vì $D \in MB \Rightarrow \Delta AMD$ vuông tại $M \Rightarrow \Delta AMD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD.

$\Rightarrow A, M, D$ tuộc đường tròn đường kính $AD (1)$

$d \perp AB$ tại H nên ΔAHD vuông tại $H \Rightarrow \Delta AHD$ nội tiếp đường tròn đường kính $AD \Rightarrow A, M, D$ tuộc đường tròn đường kính $AD (2)$

Từ $(1);(2)$ bốn điểm A, M, D, H cùng thuộc một đường tròn đường kính AD (đpcm).

b) Xét ΔABC có hai đường cao CH, BM cắt nhau tại D nên D là trực tâm

Suy ra $AD \perp BC (3)$

Có E thuộc đường tròn đường kính $AB \Rightarrow \widehat{AEB} = 90° \Rightarrow AE \perp BE$. Hay $AD \perp BE (4)$

Từ (3) và (4) suy ra B, E, C thẳng hàng.

c) Xét (O) có MK là tiếp tuyến tại M nên $\widehat{OMK} = 90^0 \Rightarrow \widehat{KMD} + \widehat{BMO} = 90^0 (5)$

ΔOMB cân tại $O \Rightarrow \widehat{OMB} = \widehat{OBM}$, $\widehat{KDM} = \widehat{BDH}$ (đđ), $\widehat{HDB} + \widehat{MBO} = 90^0 (6)$

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{KMD} = \widehat{KDM} \Rightarrow \Delta KMD$ cân tại $K \Rightarrow KM = KD$ (t/c) (7)

Có $\widehat{DMK} + \widehat{KMC} = 90^0, \widehat{MDK} + \widehat{KCM} = 90^0, \widehat{KMD} = \widehat{KDM} \Rightarrow \widehat{KMC} = \widehat{KCM}$

$\Rightarrow \Delta KMC$ cân tại $K \Rightarrow KM = KC$ (t/c) (8)

Từ (7) và (8) suy ra $KD = KC$

Có E thuộc đường tròn (O) đường kính AB nên ΔAEB vuông tại E.

Hay ΔCED vuông tại E mà EK là trung tuyến nên $EK = KD = KC = \dfrac{CD}{2} (t/c) (9)$

Từ (8) và (9) suy ra $KM = KE$ (đpcm)

d) Gọi I là giao điểm của BM và KO, F là giao điểm của AB và ME.

Có $KM = KE, OM = OE \Rightarrow KO$ là đường trung trực của $\mathrm{ME} \Rightarrow \mathrm{KO} \perp \mathrm{ME}$ tại I

Xét ΔOEK có $\widehat{OEK} = 90°, EI \perp OK \Rightarrow OI.OK = OE^2 = R^2$

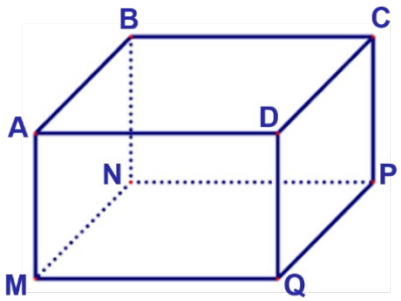
Xét ΔFIO và ΔKHO có: $\widehat{OIF} = \widehat{OHK} = 90°, \widehat{O}$ chung $\Rightarrow \Delta OIF \backsim \Delta OHK (g.g)$

$\Rightarrow \frac{FO}{KO} = \frac{OI}{OH} \Rightarrow FO = \frac{KO.OI}{OH} = \frac{R^2}{OH}$ *không đổi (Vì* O, H *cố định)*

Suy ra điểm F *nằm trên tia* AB *cố định và cách điểm* H *cố định một khoảng* $FO = \frac{R^2}{OH}$ *không đổi nên* F *là điểm cố định.*

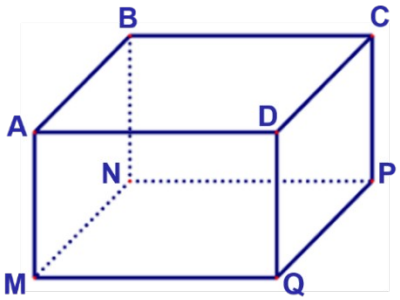
Vậy ME *luôn đi qua một điểm* F *cố định khi* M *thay đổi trên đường tròn* (O).

Câu V (0,5đ) .Bác Minh muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác Minh muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (đáy $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là $4dm^3$.

Lời giải :



Gọi độ dài cạnh đáy MN và độ dài chiều cao AM của hộp quà lần lượt là $x(dm)$, $y(dm)$ $(x > 0, y > 0$)

Do thể tích hộp quà là $4dm^3$ nên $x^2y = 4$ hay $y = \frac{4}{x^2}$.

Tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý là: $S = 4xy + x^2 = x^2 + \frac{16}{x}$

$$S = x^2 - 4x + 4 + \frac{4x^2 + 16}{x} - 4 = (x - 2)^2 + \frac{4(x - 2)^2}{x} + 12 \geq 12$$

Chứng minh được $S \geq 12$ và dấu bằng xảy ra khi $x = 2, y = 1$.

Vậy, để tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất thì độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao chiếc hộp lần lượt là $2dm$ và $1dm$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

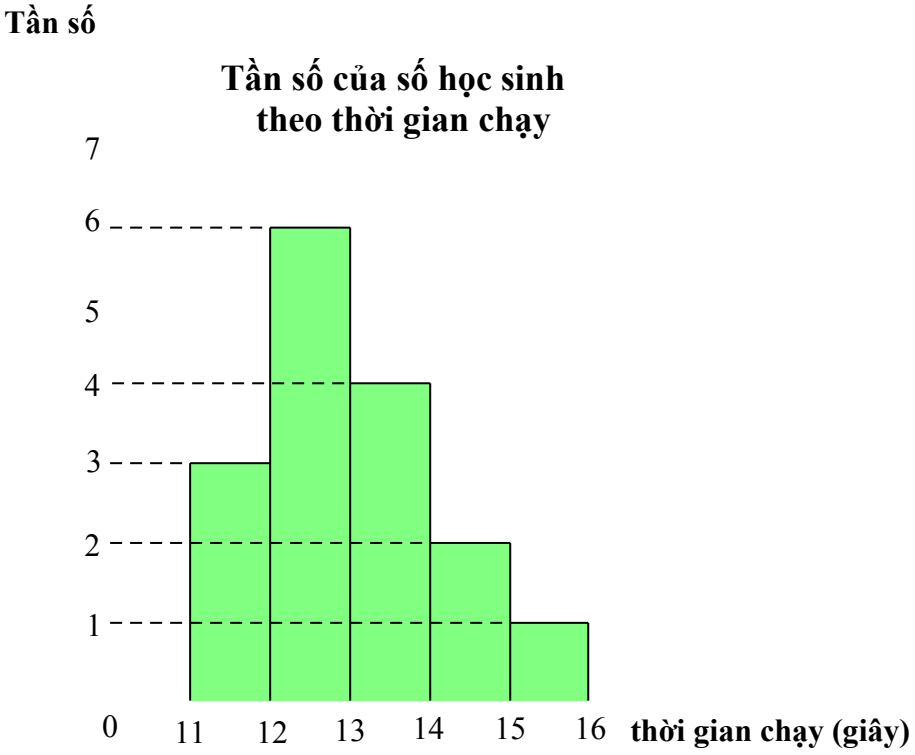
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 23

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy $100\,\text{m}$ của một số học sinh



1) Có bao nhiêu học sinh chạy $100\,\text{m}$ hết ít hơn 13 giây và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[13;14)$.

2) Bạn Long có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n. Bạn Long rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số" là $0,25$. Hỏi bạn Long có bao nhiêu tấm thẻ?

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x-3}{x-3\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

$B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$

2) Chứng minh .

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B<0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\dfrac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi nước chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

2) Một xí nghiệp theo kế hoạch phải sản xuất 75 sản phẩm trong một số ngày dự kiến. Nhưng khi thực hiện, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày xí nghiệp làm vượt mức 5 sản phẩm, vì vậy không những họ đã làm được 80 sản phẩm mà còn hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết rằng parabol $y=x^2$ và đường thẳng $(d):\ y=x-m$ có một hoành độ giao điểm là $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. Giả sử $x_1;x_2$ là các hoành độ giao điểm của hai hàm số trên. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{2025}{x_1+x_2-2}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Các viên kẹo mút có dạng hình cầu, bán kính $1,6\text{cm}$. Người ta dùng một que nhựa hình trụ tròn dài, bán kính $0,2\text{cm}$ cắm vào đến phân nửa viên kẹo để người dùng dễ sử dụng.

a) Tính thể tích phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo.

b) Tính thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa cắm vào (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Biết kẹo không tràn vào phần trong ống nhựa.

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB<AC$), nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm S. Gọi I là chân đường vuông góc kẻ từ điểm O đến đường thẳng BC.

a) Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC. Chứng minh $\widehat{OAH}=\widehat{IAD}$.

c) Vẽ đường cao CE của tam giác ABC. Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE. Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại điểm K. Chứng minh $BQ.BA=BD.BI$

Câu V: (0,5 điểm) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên đều bằng $6\ cm$, độ dài cạnh đáy là $x\ (cm)$. Tìm x để diện tích xung quanh của hình chóp đều đó là lớn nhất.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

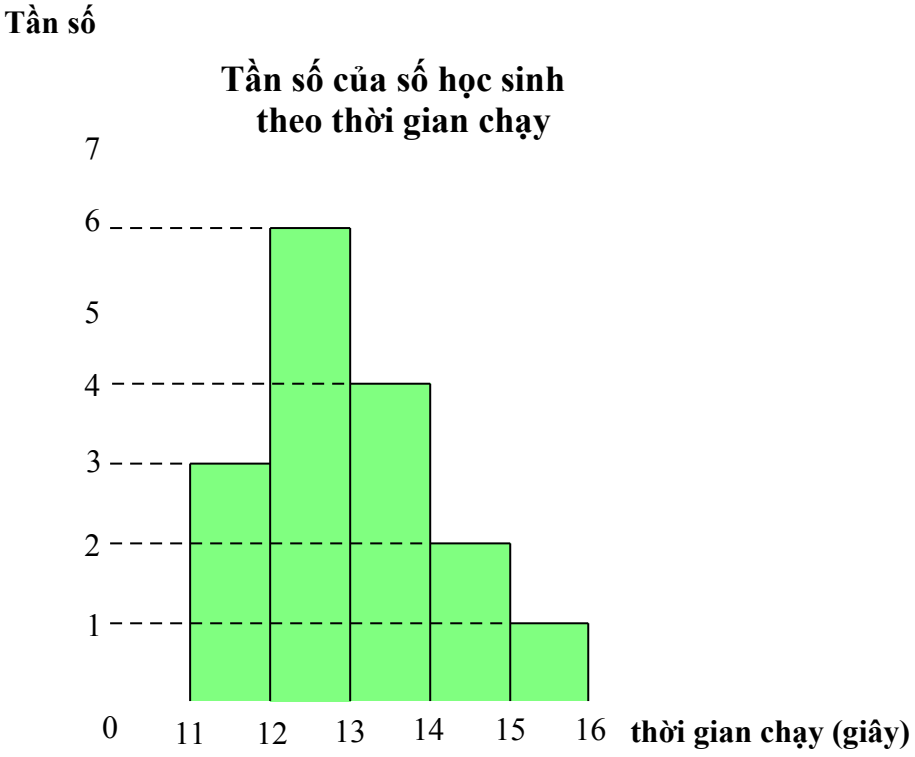
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 24

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy $100\,\text{m}$ của một số học sinh



1) Có bao nhiêu học sinh chạy $100\,\text{m}$ hết ít hơn 13 giây và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[13;14)$

2) Bạn Long có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n. Bạn Long rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số" là $0,25$. Hỏi bạn Long có bao nhiêu tấm thẻ?

Lời giải

1) Có 9 học sinh chạy $100\,\text{m}$ hết ít hơn 13 giây.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[13;14)$ là: $\dfrac{4}{3+6+4+2+1}\cdot 100\% = 25\%$

2) Do n tấm thẻ cùng loại nên các thẻ có cùng khả năng được chọn. Có n kết quả có thể xảy ra.

Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố "Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số".

Vậy xác suất của biến cố "Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số" là $\dfrac{9}{n}$.

Ta có: $\dfrac{9}{n} = 0,25$. Suy ra $n = 36$.

Vậy bạn Long có 36 tấm thẻ.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x-3}{x-3\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B<0$.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thúc A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (tmđk) vào A ta có: $A=\dfrac{16}{\sqrt{16}-3}=\dfrac{16}{4-3}=16$

Vậy với $x=16$ thì $A=16$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

ĐKXĐ: $x>0, x\neq 9$

$$B=\frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$B=\frac{2x-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy với $x>0, x\neq 9$ thì $B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B<0$.

$A-B<0$

$$\frac{x}{\sqrt{x}-3}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}<0$$

$$\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}<0$$

$$\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-3}<0$$

Ta có: $\left(\sqrt{x}-1\right)^2\geq 0$

Do đó: $\begin{cases}\sqrt{x}-3<0\\ \sqrt{x}-1\neq 0\end{cases}$

$$\begin{cases}\sqrt{x}<3\\ \sqrt{x}\neq 1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x<9\\ x\neq 1\end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $0<x<9$ và $x\neq 1$

Vậy với $0<x<9$ và $x\neq 1$ thì $A-B<0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi nước chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Lời giải

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bề là x (giờ $x>5$)

Thời gian vòi II chảy một mình đầy về là y (giờ, $y>5$)

Thời gian cả hai voi cùng chảy đầy bể là 5 giờ.

Trong 1 giờ, vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể; cả hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{5}$ bề.

Do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$ (1)

Trong 3 giờ vòi I chảy được $\frac{3}{x}$ bể; Trong 2 giờ vòi II chảy được $\frac{2}{y}$ bể. Cả hai vòi chảy được $\frac{2}{3}$ bể.

Do đó ta có phương trình: $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3}\end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases}x=7,5\\ y=15\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy:

Thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ.

Thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là 15 giờ.

2) Một xí nghiệp theo kế hoạch phải sản xuất 75 sản phẩm trong một số ngày dự kiến. Trong thực tế, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày xí nghiệp làm vượt mức 5 sản phẩm, vì vậy không những họ đã làm được 80 sản phẩm mà còn hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Gọi số sản phẩm mỗi ngày xí ngiệp phải làm theo kế hoạch là x, (sản phẩm $x\in\mathbb{N}^*, x<75$)

Số sản phẩm phải làm theo kế hoạch là 75 sản phẩm.

Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\frac{75}{x}$ ngày.

Thực tế, mỗi ngày làm được $x+5$ sản phẩm.

Thực tế số sản phẩm làm được là 80 sản phẩm.

Thực tế, thời gian hoàn thành là $\frac{80}{x}$ sản phẩm.

Thực tế, xí nghiệp hoàn thành trước 1 ngày so với kế hoạch nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x+5}+1=\frac{75}{x}$$

$$\frac{80+x+5}{x+5}=\frac{75}{x}$$

$$x^2+80x+5x=75x+375$$

$$x^2+10x-375=0$$

$$(x-15)(x+25)=0$$

Trường hợp 1: $x=15$ (thoả mãn)

Trường hợp 2: $x=-25$ (loại)

Vậy, theo kế hoạch mỗi ngày xí nghiệp phải làm 15 sản phẩm.

3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết rằng parabol $y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=x-m$ có một hoành độ giao điểm là $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. Giả sử $x_1;x_2$ là các hoành độ giao điểm của hai hàm số trên. Không giải phương trình, hãy tính: $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{2025}{x_1+x_2-2}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình:

$x^2=x-m$

$x^2-x+m=0$

Hai đồ thị hàm số có một giao điểm là $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ nên ta có:

$\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2-\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}+m=0$

$m=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}-\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}-\dfrac{6-2\sqrt{5}}{4}=\dfrac{1-\sqrt{5}-3+\sqrt{5}}{2}=-1$

Với $m=-1$ ta có phương trình: $x^2-x-1=0$

Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=1\\x_1x_2=-1\end{cases}$ (1)

Theo bài ra: $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{2025}{x_1+x_2-2}$

$\dfrac{x_2+x_1}{x_1x_2}-\dfrac{2025}{x_1+x_2-2}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\dfrac{1}{-1}-\dfrac{2025}{1-2}=-1+2025=2024$

Vậy $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{2025}{x_1+x_2-2}=2024$ với $m=-1$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Các viên kẹo mút có dạng hình cầu, bán kính $1,6\text{cm}$. Người ta dùng một que nhựa hình trụ tròn, bán kính $0,2\text{cm}$ cắm vào đến phân nửa viên kẹo để người dùng dễ sử dụng.

a) Tính thể tích phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo.

b) Tính thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa cắm vào (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

1)

a) Phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo là hình trụ có độ cao $h = 0,8\,\text{cm}$, bán kính $r = 0,2\,\text{cm}$

Thể tích phần ống nhựa cắm vào phân nửa viên kẹo là:

$V_1 = \pi r^2 h = \pi \,.\, 0,2^2 \,.\, 1,6 \approx 0,2\left(\text{cm}^3\right)$

b) Thể tích của viên kẹo tính cả phần ống nhựa cắm vào là:

$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \,.\, 1,6^3 \approx 17,16\left(\text{cm}^3\right)$

Thể tích thực của viên kẹo sau khi trừ phần ống nhựa:

$V = V_2 - V_1 \approx 17,16 - 0,2 = 16,96\left(\text{cm}^3\right)$

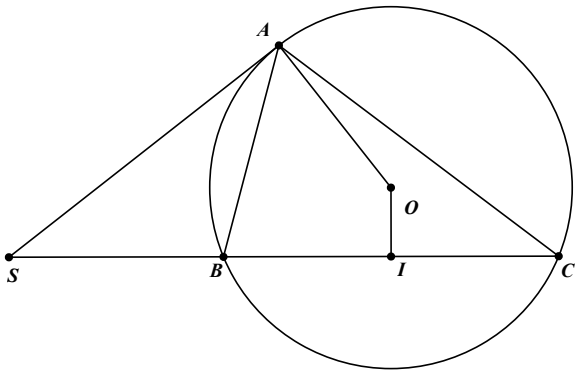
2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm S. Gọi I là chân đường vuông góc kẻ từ điểm O đến đường thẳng BC.

a) Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC. Chứng minh $\widehat{OAH} = \widehat{IAD}$.

c) Vẽ đường cao CE của tam giác ABC. Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE. Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại điểm K. Chứng minh $BQ.BA = BD.BI$

Hướng dẫn



a) Chứng minh tứ giác $SAOI$ là tứ giác nội tiếp.

Gọi M là trung điểm của SO, suy ra $SM = MO = \frac{SO}{2}$ (1)

Xét ΔSAO vuông tại A có M là trung điểm của SO

$\Rightarrow AM$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền SO

$\Rightarrow AM = \frac{1}{2}SO$. (2)

Xét SIO vuông tại I có M là trung điểm SO

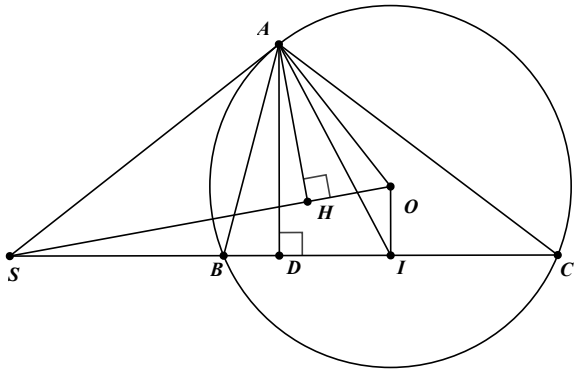
$\Rightarrow IM$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền SO

$IM = \frac{1}{2}SO$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có: $AM = IM = SM = MO = \dfrac{SO}{2}$

Suy ra bốn điểm S, A, O, I cùng thuộc một đường tròn hay tứ giác $SAOI$ nội tiếp đường tròn đường kính SO.

b) Gọi H và D lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ điểm A đến các đường thẳng SO và SC. Chứng minh $\widehat{OAH} = \widehat{IAD}$.



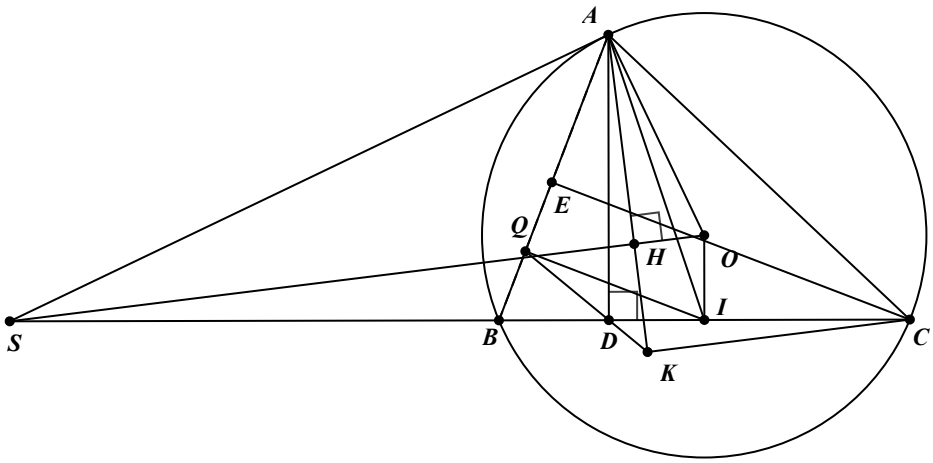
Theo ý a), ta có: Tứ giác $SAOI$ nội tiếp nên $\widehat{SOA} = \widehat{SIA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{SA}$);

$\Rightarrow 90° - \widehat{SOA} = 90° - \widehat{SIA}$;

Mà $90° - \widehat{SOA} = \widehat{OAH}$ (ΔAHO vuông tại H); $90° - \widehat{SIA} = \widehat{IAD}$ (ΔADI vuông tại D)

$\Rightarrow \widehat{OAH} = \widehat{IAD}$.

c) Vẽ đường cao CE của tam giác ABC. Gọi Q là trung điểm của đoạn thẳng BE. Đường thẳng QD cắt đường thẳng AH tại điểm K. Chứng minh $BQ.BA = BD.BI$.



Xét ΔBOC cân tại O có: $OI \perp BC$

$\Rightarrow OI$ là đường cao

$\Rightarrow OI$ cũng là đường trung tuyến

$\Rightarrow I$ là trung điểm của BC.

Mà Q là ttrung điểm của BE

$\Rightarrow IQ$ là đường trung bình của ΔBEC

$\Rightarrow IQ \,//\, CE$ mà $CE \perp AB$

$\Rightarrow IQ \perp AB$, lại có $\widehat{IDA} = 90^\circ \left(AD \perp SC \right)$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AQDI$ nội tiếp đường tròn đường kính AI

$\Rightarrow \widehat{QAI} + \widehat{QDI} = 180^\circ$ mà $\widehat{BDQ} + \widehat{QDI} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{BDQ} = \widehat{QAI} \left(= 180^\circ - \widehat{QDI} \right)$.

Xét ΔBDQ và ΔBAI có:

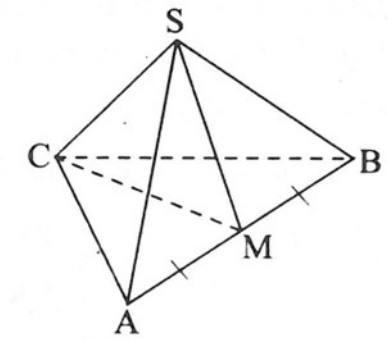
$\widehat{B}$ chung; $\widehat{BDQ} = \widehat{BAI}$ (chứng minh trên);

$\Rightarrow \Delta BDQ \backsim \Delta BAI \left(g.g \right)$

$\Rightarrow \dfrac{BD}{BQ} = \dfrac{BA}{BI} \Rightarrow BQ.BA = BD.BI$.

Câu V: **(0,5 điểm)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên đều bằng $6\ cm$, độ dài cạnh đáy là $x\ (cm)$. Tìm x để diện tích xung quanh của hình chóp đều đó là lớn nhất.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB.

Khi đó SM là trung đoạn của hình chóp.

Ta có $AB = BC = AC = x$ thì:

$$SM^2 = SB^2 - \left(\frac{x}{2} \right)^2 = 6^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$SM = \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 6^2 - x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{144 - x^2}$$

Diện tích xung quanh của hình chóp là: $S_{xq} = \dfrac{3x}{2}.\dfrac{1}{2}\sqrt{144 - x^2} = \dfrac{3x}{4}\sqrt{144 - x^2}$

Vận dụng bất đẳng thức $a^2 + b^2 \ge 2ab$ hay $ab \le \dfrac{a^2 + b^2}{2}$ ta được:

$x.\sqrt{144 - x^2} \le \dfrac{x^2 + 144 - x^2}{2} = 72$.

Do đó $S_{xq} \le \dfrac{3}{4}.72 = 54$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{144-x^2} \Leftrightarrow x^2=144-x^2 \Leftrightarrow x^2=72 \Leftrightarrow x=6\sqrt{2}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 25

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50;55)$, $[55;60)$, $[60;65)$, $[65;70)$, $[70;75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

2) Một hộp đựng 20 tấm thẻ như nhau được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: "Số ghi trên tấm thẻ là bội của 4".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{6\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6}$

với $x\geq 0$, $x\neq 4$, $x\neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$.

3) Cho $P=A:B$. Tìm x để $P<\dfrac{1}{2}$

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Khai giảng đầu năm học, bạn Minh được mẹ đưa đi siêu thị điện máy Pico để mua điện thoại, laptop chuẩn bị bước vào cấp 3. Giá niêm yết một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max có tổng số tiền là 30 triệu đồng. Siêu thị giảm giá nhiều mặt hàng để ưu đãi cho học sinh, sinh viên, chiếc laptop Dell giảm 30% giá bán và giá một chiếc Iphone 12 Pro max giảm 20% giá bán nên mẹ Minh đã mua một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max trên với tổng số tiền là 22 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

2) Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 10 sản phẩm. Vì thế

không những hoàn thành sớm kế hoạch 1 ngày, mà còn vượt mức 100 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải làm bao nhiêu sản phẩm.

(Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đó làm được trong mỗi ngày là bằng nhau).

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2-2x+m=0$ có một nghiệm là $x=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$. Tính tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm)

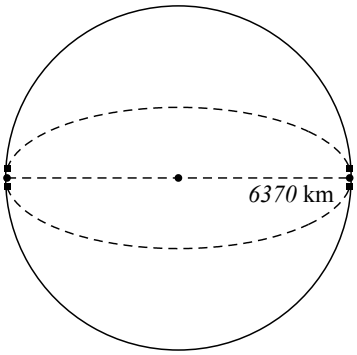
1) Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính là $6370\ \text{km}$.

Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác.

a) Tính diện tích của bề mặt Trái Đất.

b) Tính diện tích bề mặt mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước

(Lấy $\pi\approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.



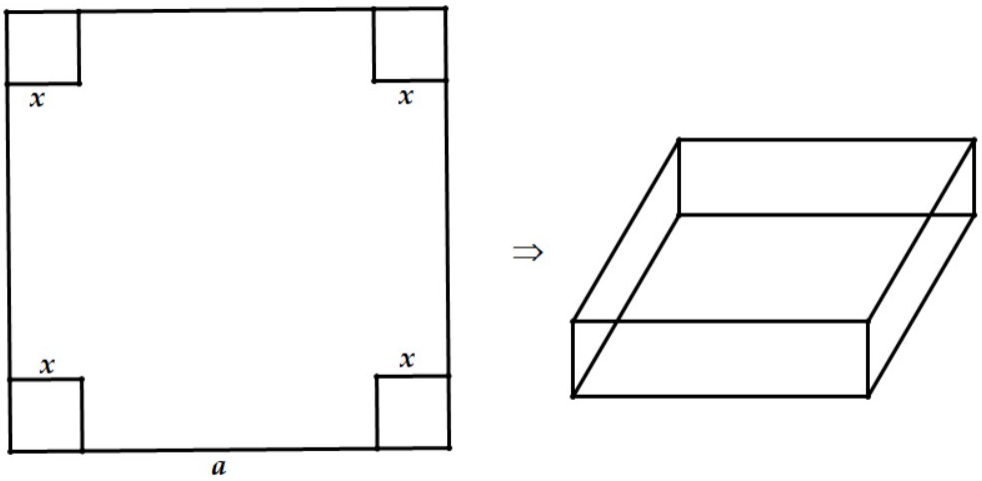
2) Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng $4\ \text{cm}$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AD; kẻ BM là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (M là tiếp điểm, $M\neq A$), BM cắt CD tại K.

a) Chứng minh 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OB\perp OK$ và $BM\,.\,MK=\dfrac{AB^2}{4}$.

c) Đường thẳng AM cắt CD tại E. Chứng minh K là trung điểm của đoạn thẳng ED và tính chu vi của tứ giác $ABKD$.

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước $a\,(\text{cm})$, người ta muốn cắt đi ở bốn góc bốn hình vuông cạnh bằng $x\,(\text{cm})$ để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?



Lời giải

HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50;55)$, $[55;60)$, $[60;65)$, $[65;70)$, $[70;75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

2) Một hộp đựng 20 tấm thẻ như nhau được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: "Số ghi trên tấm thẻ là bội của 4".

Lời giải

1) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[50;55)$	4
$[55;60)$	7
$[60;65)$	11
$[65;70)$	13
$[70;75)$	5
Cộng	$N=40$

2) Kí hiệu: Tấm thẻ ghi số tương ứng từ 1 đến 20.

Không gian mẫu là: $\Omega=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20\}$

suy ra $n(\Omega)=20$

Do các tấm thẻ là như nhau và được rút ngẫu nhiên nên các kết quả trên là đồng khả năng.

Kết quả thuận lợi của biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là bội của 4" là: $\{4;8;12;16;20\}$. suy ra $n(A)=5$

Xác suất của biến cố A là : $P(A)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{6\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6}$

với $x\geq 0$, $x\neq 4$, $x\neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$.

3) Cho $P=A:B$. Tìm x để $P<\frac{1}{2}$.

Lời giải

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}-3}=3$

Vậy $A=3$ khi $x=16.$

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$.

Với $x\geq 0$, $x\neq 4$, $x\neq 9$

$$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{6\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{6\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{2x-6\sqrt{x}-x+4+6\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-4}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ với $x\geq 0$, $x\neq 4$, $x\neq 9$.

3) Cho $P=A:B$. Tìm x để $P<\frac{1}{2}$.

$$P=A:B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}:\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$$

$=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}.\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$

$=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

Ta có: $P<\dfrac{1}{2}$

Suy ra $\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}<\dfrac{1}{2}$

$2\sqrt{x}-2<\sqrt{x}+2$ (vì $2\left(\sqrt{x}+2\right)>0$

$\sqrt{x}<4$

$0\le x<16$

Vậy $0\le x<16$; $x\ne 4$; $x\ne 9$ thì $P<\dfrac{1}{2}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Khai giảng đầu năm học, bạn Minh được mẹ đưa đi siêu thị điện máy Pico để mua điện thoại, laptop chuẩn bị bước vào cấp 3. Giá niêm yết một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max có tổng số tiền là 30 triệu đồng. Siêu thị giảm giá nhiều mặt hàng để ưu đãi cho học sinh, sinh viên, chiếc laptop Dell giảm 30% giá bán và giá một chiếc Iphone 12 Pro max giảm 20% giá bán nên mẹ Minh đã mua một chiếc laptop Dell và một chiếc Iphone 12 Pro max trên với tổng số tiền là 22 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

2) Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng 10 sản phẩm. Vì thế không những hoàn thành sớm kế hoạch 1 ngày, mà còn vượt mức 100 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phải làm bao nhiêu sản phẩm.
(Giả định rằng số sản phẩm mà tổ đó làm được trong mỗi ngày là bằng nhau).

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2-2x+m=0$ có một nghiệm là $x=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$. Tính tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

1) Gọi x là số ngày để người thứ nhất làm một mình xong công việc, y là số ngày để người thứ hai làm một mình xong công việc ($x>15$, $y>15$).

Mỗi ngày người thứ nhất hoàn thành $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi ngày người thứ hai hoàn thành $\dfrac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai người cùng làm chung một công việc hết 15 ngày nên mỗi ngày, cả hai người cùng làm được là $\frac{1}{15}$ công việc. Ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15}$ công việc

Năng suất trong một ngày của người thứ hai bằng $\frac{2}{3}$ năng suất của người thứ nhất nên ta có phương trình: $\frac{1}{y}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{x}$

Ta có hệ phương trình: $(I)\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{15} & (1)\\ \frac{1}{y}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{x} & (2)\end{cases}$

Thế (2) và (1) ta được $\frac{1}{x}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{15}$

suy ra $\frac{1}{x}\left(1+\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{15}$; từ đó tính được $\frac{1}{x}=\frac{1}{25}$ nên $x=25$, thế lại vào (2) ta được $\frac{1}{y}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{25}=\frac{2}{75}$, suy ra $y=37,5$

Các giá trị $x=25$ và $y=37,5$ thoả mãn các điều kiện của ẩn

Vậy số ngày để người thứ nhất làm một mình xong công việc là 25 ngày, số ngày để người thứ hai làm một mình xong công việc là $37,5$ ngày.

2) Gọi x là số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch (sản phẩm, $x\in\mathbb{N}^*$)

Số sản phẩm làm trong một ngày theo thực tế là: $x+10$ (sản phẩm)

Thời gian làm xong sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{600}{x}$ (ngày)

Số sản phẩm làm được trong thực tế là: $600+100=700$ (sản phẩm)

Thời gian làm xong sản phẩm theo thực tế là: $\frac{700}{x+10}$ (ngày)

Do thực tế hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x}-\frac{700}{x+10}=1$$

$$\frac{600(x+10)-700x}{x(x+10)}=\frac{x(x+10)}{x(x+10)}$$

Suy ra $600x+6000-700x=x^2+10x$

$$x^2+110x-6000=0$$

Tính được $x=-150\,(ktm)$, $x=40\,(tm)$

Vậy số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là 40 sản phẩm.

3) Ta có $x=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}=\sqrt{3}+1$, thay vào phương trình ta được

$\left(\sqrt{3}+1\right)^2-2\left(\sqrt{3}+1\right)+m=0$

$4+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}-2+m=0$

$2+m=0$

$m=-2$

Mà theo hệ thức Viète ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1\,.\,x_2=m=-2\end{cases}$

Do đó $\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2\,.\,x_2^2}=\dfrac{\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2}{\left(x_1x_2\right)^2}=\dfrac{2^2-2\,.\,(-2)}{(-2)^2}=\dfrac{8}{4}=2$

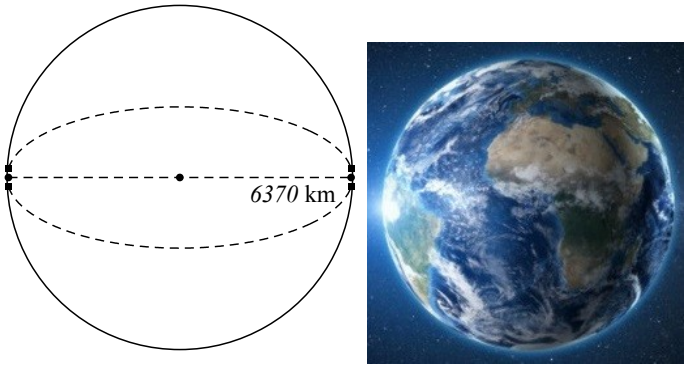
Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính là 6370 km.

Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác, phần còn lại bị bao phủ bởi nước.

a) Tính diện tích của bề mặt Trái Đất.

b) Tính diện tích bề mặt mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước (Lấy $\pi\approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.)



2) Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 4 cm. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AD; kẻ BM là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (M là tiếp điểm, $M\neq A$), BM cắt CD tại K.

a) Chứng minh 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OB \perp OK$ và $BM \,.\, MK = \dfrac{AB^2}{4}$.

c) Đường thẳng AM cắt CD tại E. Chứng minh K là trung điểm của đoạn thẳng ED và tính chu vi của tứ giác $ABKD$.

Lời giải

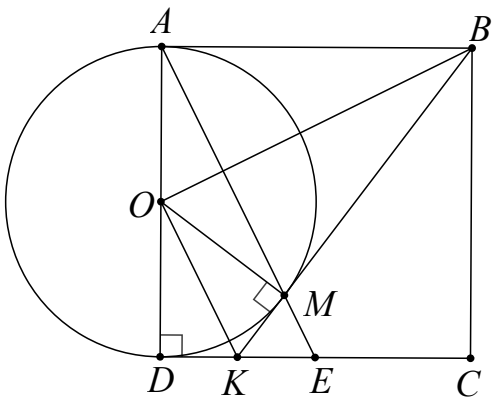
(1) Vì Trái Đất hình cầu có bán kính là $6370\ \text{km}$ nên diện tích bề mặt Trái Đất là:

$$S_{xq} = 4\pi R^2 = 4 \,.\, \pi \,.\, 6370^2 \approx 509645864\ \left(\text{km}^2\right)$$

Vậy diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước là:

$$(100\% - 29\%) \ .\ 509645864 = 361848563,4\ \left(\text{km}^2\right)$$

(2)



a) Ta có ΔABO vuông tại A, do đó A thuộc đường tròn đường kính BO.

Ta có BM là tiếp tuyến tại M của đường tròn (O), suy ra $BM \perp OM$ nên ta có ΔMBO vuông tại M, do đó M thuộc đường tròn đường kính BO.

Suy ra 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn đường kính BO.

b) Ta có $BA \perp OA$ (A thuộc đường tròn tâm O)

nên BA là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Tương tự ta có KD là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Ta có BA và BM là hai tiếp tuyến cắt nhau

Suy ra OB là đường phân giác của $\widehat{AOM}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Ta có KD và KM là hai tiếp tuyến cắt nhau

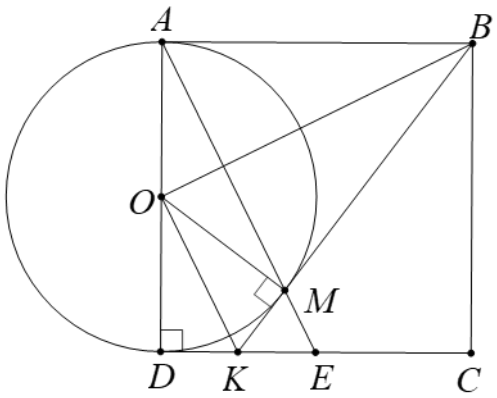
Suy ra OK là đường phân giác của $\widehat{DOM}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Do đó OB và OK là hai tia phân giác của hai góc kề bù $\widehat{AOM}$ và $\widehat{DOM}$.

Suy ra $OB \perp OK$ hay $\widehat{BOK} = 90°$

Xét ΔOBK vuông tại $O, OM \perp BK$, dễ dàng chứng minh được $\Delta MBO \backsim \Delta MOK$ (g.g) nên suy ra $\frac{BM}{MO} = \frac{MO}{MK}$ (cạnh tương ứng).

suy ra $BM \,.\, KM = OM^2 = OA^2 = \frac{AB^2}{4}$



c) Ta có ΔBAM cân tại $B\,(BA = BM)$

nên $\widehat{BAM} = \widehat{BMA}$

Lại có $\widehat{KEM} = \widehat{BAM}$ (hai góc so le trong)

$\widehat{BMA} = \widehat{KME}$ (hai góc đối đỉnh)

Suy ra $\widehat{KEM} = \widehat{KME}$

Nên ΔKEM cân tại K

Do đó $KE = KM$

Mặt khác $KD = KM$

Do đó $KE = KD$ hay K là trung điểm của ED.

Ta có $BM \,.\, KM = OA^2 = OM^2 = 2^2 = 4(\text{cm})$

$KM = \frac{4}{BM} = \frac{4}{4} = 1(\text{cm})$

$KD = 1(\text{cm})$

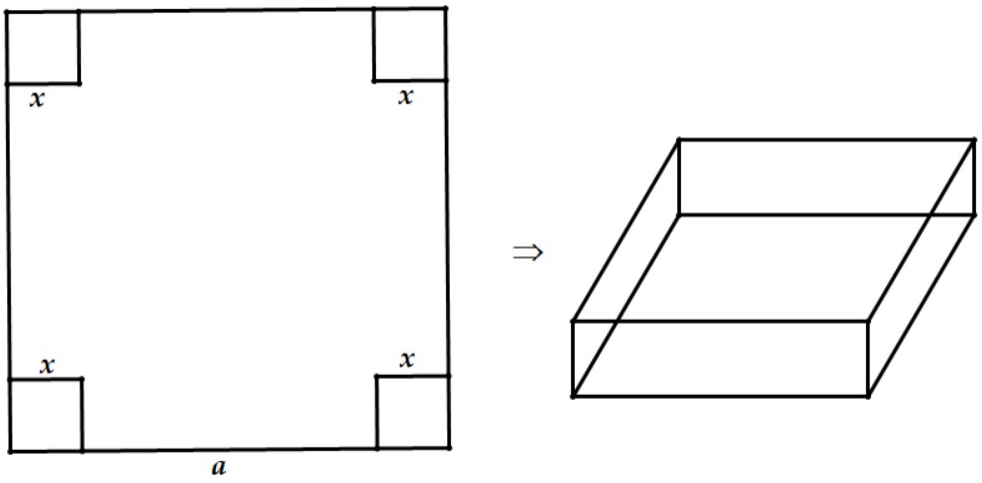
Ta có chu vi tứ giác $ABKD$ là

$P_{ABKD} = AB + AD + KB + KD$

$= AB + AD + (AB + KD) + KD$

$= 3AB + 2KD = 3\,.\,4 + 2\,.\,1 = 14\,(\text{cm})$

Câu V: (0,5 điểm) Một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước $a\,(\text{cm})$, người ta muốn cắt đi ở bốn góc bốn hình vuông cạnh bằng $x\,(\text{cm})$ để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?



Lời giải

Vì cạnh của hình vuông bị cắt là $x\,(\text{cm})$ nên ta có điều kiện $0 < x < a$

Chiều dài cạnh của miếng tôn sau khi cắt là $a-2x\,(\text{cm})$, chiều cao là $x\,(\text{cm})$

Ta có thể tích hình hộp $V = x(a-2x)(a-2x) = \frac{1}{4}4x(a-2x)(a-2x)$.

Ta chứng minh bài toán: Với ba số không âm a, b, c thì $a+b+c \ge 3\sqrt[3]{abc}$

Ta có:

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc$

$=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$

$=(a+b+c)\left[(a+b)^2+c^2-c(a+b)\right]+c^3-3ab(a+b+c)$

$=(a+b+c)\left(a^2+b^2+2ab+c^2-bc-ca-3ab\right)$

$=(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)$

$=\frac{1}{2}(a+b+c)\left((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right)\ge 0$

Khi đó $a^3+b^3+c^3 \ge 3abc$

Đặt $a^3=x$, $b^3=y$, $c^3=z$ thì

$x+y+z \ge 3\sqrt[3]{xyz}$ hay $xyz \le \left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3$

Áp dụng bài toán trên ta có

$$\frac{1}{4}4x(a-2x)(a-2x) \le \frac{1}{4}\left(\frac{4x+a-2x+a-2x}{3}\right)^3 = \frac{1}{4}\cdot\frac{8a^3}{27} = \frac{2a^3}{27}$$

Thể tích lớn nhất khi $4x = a - 2x$ suy ra $a = 6x$ hay $x = \frac{a}{6}(\text{cm})$

Vậy để thể tích hộp lớn nhất cần cắt 4 góc bốn hình vuông cạnh $\frac{a}{6}(\text{cm})$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 26

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

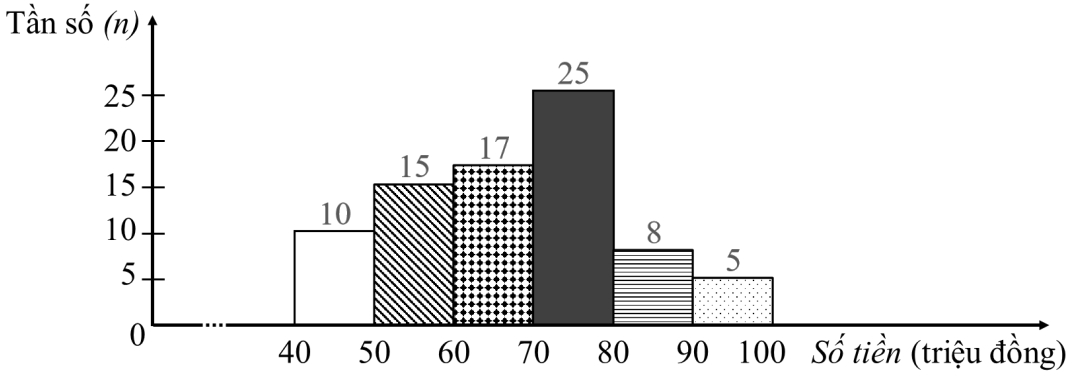
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một ngân hàng thống kê số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà 80 hộ gia đình vay để phát triển sản xuất. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm ở *Hình 1*.



Hình 1

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm đó.

2) Một hộp có chứa ba viên bi vàng lần lượt ghi các số 1; 2; 3 và hai viên bi nâu lần lượt ghi các số 4; 5. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố: "Hai viên bi được lấy ra khác màu".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \ge 0; x \ne 4$)

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức P.

3) Biết $M = \frac{P}{Q}$; Tìm các giá trị của x để $M = 18$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Trong một thí nghiệm, Bình muốn pha để được 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%. Trong phòng thí nghiệm chỉ có sẵn dung dịch HCl nồng độ 8% và dung dich HCl nồng độ 20%. Hỏi Bình cần sử dụng bao nhiêu millilit mỗi loại dung dịch để có được dung dịch mong muốn?

2) Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến B đúng hạn xe phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

3) Cho phương trình $-\sqrt{2}x^2+2x+3=0$ có 2 nghiệm phân biệt là x_1,x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{x_2+1}{1-x_1}+\dfrac{x_1+1}{1-x_2}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của các vật thể, Minh chuẩn bị một cái cốc thủy tinh có dạng lòng trong hình trụ có đường kính đáy 6 cm và chiều cao là 10 cm; một quả bóng bàn tiêu chuẩn của các giải đấu quốc tế có dạng hình cầu đường kính 40 mm. Minh bỏ quả bóng bàn vào trong cốc, rót từ từ 200 cm^3 nước và đo được mực nước dâng lên cao $7,2\text{ cm}$.

a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

b) Tính tỉ lệ phần trăm thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm trên.

(Lấy $\pi\approx 3,14$ và các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), kẻ đường cao BE của ΔABC. Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến AB và BC.

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $BH.BA=BK.BC$.

c) Kẻ đường cao CF của tam giác $ABC\left(F\in AB\right)$ và I là trung điểm của EF. Chứng minh ba điểm H,I,K thẳng hàng.

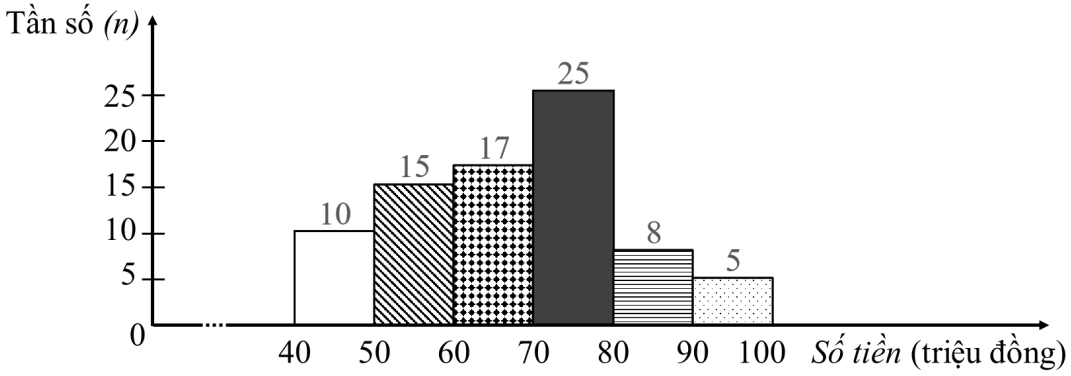
Câu V: (0,5 điểm) Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30 – 4. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 200 người tham gia. Để thu hút nhiều người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá 100 nghìn đồng/1tour thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour còn bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt đó là lớn nhất.

HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Một ngân hàng thống kê số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà 80 hộ gia đình vay để phát triển sản xuất. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm ở *Hình 1*.



Hình 1

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm đó.

2) Một hộp có chứa ba viên bi vàng lần lượt ghi các số 1; 2; 3 và hai viên bi nâu lần lượt ghi các số 4; 5. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố: "Hai viên bi được lấy ra khác màu".

Lời giải

1) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm trên là:

Nhóm	Tần số tương đối (%)
$[40;50)$	12,5
$[50;60)$	18,75
$[60;70)$	21,25
$[70;80)$	31,25
$[80;90)$	10
$[90;100)$	6,25
Cộng	100

2) Không gian mẫu là: $\Omega=\{\{1;2\};\{1;3\};\{1;4\};\{1;5\};\{2;3\};\{2;4\};\{2;5\};\{3;4\};\{3;5\};\{4;5\}\}$.

Do đó, tập hợp Ω có 10 phần tử.

Do các viên bi có kích thước, khối lượng như nhau và được lấy ngẫu nhiên nên các kết quả trên là đồng khả năng.

Gọi A là biến cố: "Hai viên bi được lấy ra khác màu".

Có 6 khả năng thuận lợi của biến cố A là $\{1;4\};\{1;5\};\{2;4\};\{2;5\};\{3;4\};\{3;5\}$.

Vậy $P(A)=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{8\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x\ge 0;x\ne 4$)

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=9.$

2) Rút gọn biểu thức P.

3) Biết $M=\dfrac{P}{Q}$; Tìm các giá trị của x để $M=18$.

Lời giải

1) Với $x=9$ (TMĐK) thay vào biểu thức Q ta được: $Q=\dfrac{1}{3+2}=\dfrac{1}{5}$

Vậy $x=9$ thì biểu thức $Q=\dfrac{1}{5}$.

2) Với $x\ge 0;x\ne 4$ ta có:

$$P=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\frac{8\sqrt{x}}{x-4}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{3x-6\sqrt{x}-x-2\sqrt{x}+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{2x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

3) Với $x\ge 0;x\ne 4$ ta có: $M=\dfrac{P}{Q}=\dfrac{2x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}:\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{2x}{\sqrt{x}-2}$

Để $M=18$ thì $\dfrac{2x}{\sqrt{x}-2}=18$

$x-9\sqrt{x}+18=0$

$\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-6\right)=0$

$\sqrt{x}=3$ hoặc $\sqrt{x}=6$

$x=9$ hoặc $x=36$ (thoả mãn điều kiện)

Vậy để $M=18$ thì $x\in\{9;36\}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Trong một thí nghiệm, Bình muốn pha để được 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%. Trong phòng thí nghiệm chỉ có sẵn dung dịch HCl nồng độ 8% và dung dich HCl nồng độ 20%. Hỏi Bình cần sử dụng bao nhiêu millilit mỗi loại dung dịch để có được dung dịch mong muốn?

Lời giải

1) Gọi x và y lần lượt là số mililít dung dịch HCl nồng độ 8% và 20% cần sử dụng để tạo thành 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%. Điều kiện: $x>0, y>0$

Vì Bình muốn pha 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12% nên ta có phương trình: $x+y=36$

Mặt khác, Bình muốn pha 36 ml dung dịch HCl có nồng độ 12% từ các dung dịch HCl 8% và 20% nên ta có phương trình: $8\%x+20\%y=12\%\cdot 36$ hay $0,08x+0,2y=4,32$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=36 & (1) \\ 0,08x+0,2y=4,32 & (2) \end{cases}$

Nhân hai vế của phương trình (1) với $0,08$ ta được: $\begin{cases} 0,08x+0,08y=2,88 & (3) \\ 0,08x+0,2y=4,32 & (4) \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình (3) và (4) ta được $0,12y=1,44$ hay $y=12$.

Thay $y=12$ vào phương trình (1) ta được $x=24$.

Các giá trị tìm được này thoả mãn các điều kiện của ẩn.

Vậy bạn Bình cần sử dụng khoảng 24 ml dung dịch HCl nồng độ 8% và 12 ml dung dịch HCl nồng độ 20% để pha chế 36 ml dung dịch HCl nồng độ 12%.

2) Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến B đúng hạn xe phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Lời giải

Đổi 10 phút $=\dfrac{1}{6}$ giờ

Gọi vận tốc lúc đầu của ô tô là x (km/h). Điều kiện: $x>0$

Thời gian dự định của ô tô là: $\dfrac{120}{x}$ (giờ).

Trong 1 giờ đầu ô tô đi được x (km) nên quãng đường còn lại là: $120-x$ (km).

Thời gian ô tô đi trên quãng đường còn lại là: $\dfrac{120-x}{x+6}$ (giờ).

Do xe đến B đúng hạn nên ta có phương trình

$$1+\frac{1}{6}+\frac{120-x}{x+6}=\frac{120}{x}$$

$$\frac{120}{x}-\frac{120-x}{x+6}=\frac{7}{6}$$

$$\frac{x^2+720}{x(x+6)}=\frac{7}{6}$$

$$6\left(x^2+720\right)=7\left(x^2+6x\right)$$

$$x^2+42x-4320=0$$

$$(x-48)(x+90)=0$$

$x=48$ hoặc $x=-90$

Ta thấy $x=48$ thoả mãn điều kiện bài toán; $x=-90$ không thoả mãn điều kiện bài toán.

Vậy vận tốc lúc đầu của ô tô là 48 km/h.

3) Cho phương trình $-\sqrt{2}x^2+2x+3=0$ có 2 nghiệm phân biệt là x_1,x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{x_2+1}{1-x_1}+\dfrac{x_1+1}{1-x_2}$

Lời giải

Vì $\Delta=b^2-4ac=2^2-4.\left(-\sqrt{2}\right).3=4+12\sqrt{2}>0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo định lí Viète, ta có: $S=x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{-2}{-\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}};P=x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{-\sqrt{2}}=-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Do đó $A=\dfrac{x_2+1}{1-x_1}+\dfrac{x_1+1}{1-x_2}=\dfrac{(x_2+1)(1-x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)}+\dfrac{(x_1+1)(1-x_1)}{(1-x_2)(1-x_1)}=\dfrac{x_2-x_2^2+1-x_2+x_1-x_1^2+1-x_1}{1-x_2-x_1+x_1x_2}$

$$=\frac{2-\left(x_1^2+x_2^2\right)}{1-\left(x_1+x_2\right)+x_1x_2}=\frac{2-\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]}{1-\left(x_1+x_2\right)+x_1x_2}=\frac{2-\left(S^2-2P\right)}{1-S+P}=\frac{2-\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-2.\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\right]}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)}=\frac{3}{2}$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của các vật thể, Minh chuẩn bị một cái cốc thủy tinh có dạng lòng trong hình trụ có đường kính đáy 6 cm và chiều cao là 10 cm; một quả bóng bàn tiêu chuẩn của các giải đấu quốc tế có dạng hình cầu đường kính 40 mm. Minh bỏ quả bóng bàn vào trong cốc, rót từ từ 200 cm^3 nước và đo được mực nước dâng lên cao $7,2$ cm.

a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

b) Tính tỉ lệ phần trăm thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm trên.

(Lấy $\pi\approx 3,14$ và các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

a) Bán kính quả bóng bàn là: $R=\dfrac{40}{2}=20\ (\text{mm})=2(\text{cm})$

Thể tích quả bóng bàn là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot 2^3=\dfrac{32}{3}\pi\approx 33,51\ (\text{cm}^3)$

$V = \pi r^2 h = 3^2.7,2\pi = \frac{324}{5}\pi \left(\text{cm}^3\right)$

b) Thể tích nước và phần chìm của quả bóng bàn trong cốc là:

Thể tích phần chìm của quả bóng bàn là: $\frac{324}{5}\pi - 200 \approx 3,58 \left(\text{cm}^3\right)$

Thể tích phần nổi của quả bóng bàn là: $\frac{32}{3}\pi - \left(\frac{324}{5}\pi - 200\right) \approx 16,53 \left(\text{cm}^3\right)$

Tỉ lệ phần trăm thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm trên là: $\frac{16,53}{33,51} \approx 49,33\%$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), kẻ đường cao BE của ΔABC.

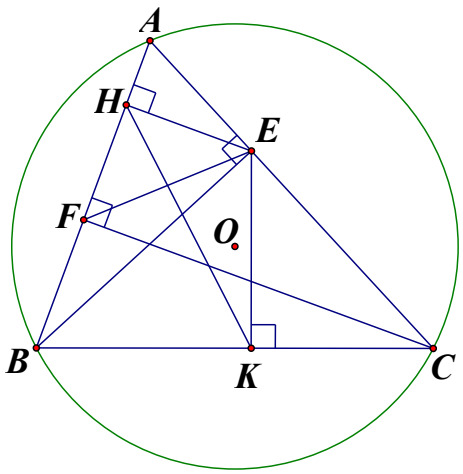
Gọi H và K lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến AB và BC.

a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $BH.BA = BK.BC$.

c) Kẻ đường cao CF của tam giác $ABC\left(F \in AB\right)$ và I là trung điểm của EF. Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $BHEK$ nội tiếp

Xét tứ giác $BHEK$, có: $\widehat{BHE} = 90°\left(EH \perp AB\right)$ và $\widehat{EKB} = 90°\left(EK \perp BC\right)$

nên $\widehat{BHE} + \widehat{EKB} = 180°$ mà $\widehat{BHE}$ và $\widehat{EKB}$ là hai góc đối

Do đó tứ giác $BHEK$ nội tiếp

b) Chứng minh $BH.BA = BK.BC$

Xét ΔBEC và ΔBKE có: $\widehat{BEC} = \widehat{BKE} = 90°$; $\widehat{EBC}$: góc chung

Do đó $\Delta BEC \backsim \Delta BKE$ (g.g)

Suy ra $\frac{BE}{BK} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow BE^2 = BK.BC$ (1)

Chứng minh tương tự ta được $BE^2 = BH.BA$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $BH.BA = BK.BC$.

c) Kẻ đường cao CF *của tam giác* $ABC(F \in AB)$ *và* I *là trung điểm của* EF*. Chứng minh ba điểm* H, I, K *thẳng hàng.*

Theo câu a) ta có tứ giác $BHEK$ nội tiếp nên $\widehat{BHK} = \widehat{BEK}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BK}$) (3)

Xét ΔBEC vuông tại E có $EK \perp BC$ nên $\widehat{BEK} = \widehat{ECB}$ (cùng phụ $\widehat{KEC}$) (4)

Xét ΔBFC có $\widehat{BFC} = 90^\circ (CF \perp AB)$ nên B, F, C thuộc đường tròn đường kính BC

Lại có ΔBEC có $\widehat{BEC} = 90^\circ (BE \perp AC)$ nên B, E, C thuộc đường tròn đường kính BC

Suy ra bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

hay tứ giác $BFEC$ nội tiếp

Do đó $\widehat{ECB} = \widehat{HFE}$ (cùng bù với $\widehat{BFE}$) (5)

Xét ΔFHE vuông tại H $(EH \perp AB)$ có HI là đường trung tuyến ứng với cạnh EF (I là trung điểm của EF) nên $HI = IF = \frac{EF}{2}$

hay ΔHIF cân tại I do đó $\widehat{IFH} = \widehat{FHI}$ (6)

Từ (3), (4), (5) và (6) suy ra $\widehat{BHK} = \widehat{FHI}$

Do đó H, I, K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30 – 4 . Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 200 người tham gia. Để thu hút nhiều người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá 100 nghìn đồng/1tour thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour còn bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt đó là lớn nhất.

Lời giải

Gọi số lần giảm giá $100\,000$ đồng/1tour để thu được doanh thu lớn nhất là x (lần)

Sau x lần giảm thì giá của một tour là: $2\,000\,000 - 100\,000.x$ (đồng).

Vì cứ sau 1 lần giảm thì có thêm 20 người tham gia nên sau x lần giảm thì có thêm $20.x$ (người tham gia) nên tổng số người tham gia sau x lần giảm giá là: $200 + 20.x$ (người)

Tổng doanh thu sau x lần giảm giá là:

$S=(2\ 000\ 000-100\ 000.x).(200+20.x)$ (đồng)

$S=100\ 000.20.(20-x).(10+x)$ (đồng)

$S=2\ 000\ 000.(-x^2+10x+200)$ (đồng)

Xét $-x^2+10x+200=-(x^2-10x+25-25-200)=-(x-5)^2+225$

Vì $-(x-5)^2+225\le 225$ nên $2\ 000\ 000.(-x^2+10x+200)\le 2\ 000\ 000.225=450\ 000\ 000$

hay $S\le 450\ 000\ 000$

$S_{max}=450\ 000\ 000$

Khi đó x = 5 (lần)

Vậy giá tour khi đó: $2\ 000\ 000-100\ 000.5=1\ 500\ 000$ (đồng).

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

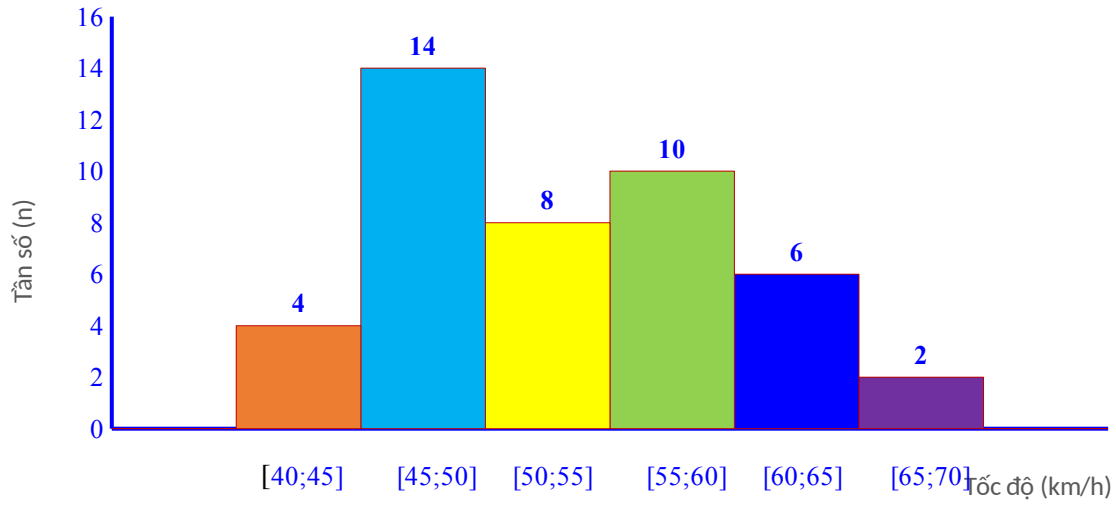
ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 27

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018
MÔN: TOÁN 9
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h)của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó. *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)*

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.
Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp".
a) Viết không gian mẫu phép thử đó.
b) Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$ và $B=\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$.

1) Tính giá trị của A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

3)Tìm giá trị của x để $P=2AB+\dfrac{4}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Mai mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 165000 đồng, trong đó đã tính 15000 đồng là thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT với loại hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT với loại hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế thì Mai phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

2) Hưởng ứng phong trào thi đua "Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực", lớp 9A trường THCS Hoàng Hoa Thám dự định trồng 300 cây xanh. Đến ngày lao động, có 5 bạn được Liên Đội triệu tập tham gia chiến dịch an toàn giao thông nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 2 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

3) Cho phương trình: $x^2-3x-m^2+1=0$ (m là tham số) (1)

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)=1$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một hình nón có chiều cao $h=16$ cm và bán kính đường tròn đáy $r=12$ cm. Tính độ dài đường sinh và diện tích xung quanh của hình nón đó. *(Tính với số $\pi\approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)*

2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I.

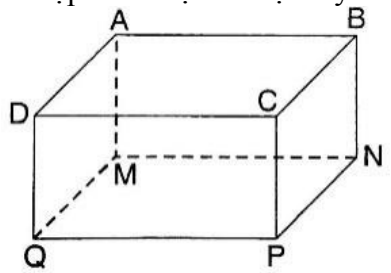
a) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{BAD}=\widehat{CAQ}$.

c) Gọi P là giao điểm của AH và EF. Chứng minh ΔAEP đồng dạng với ΔABI và PI song song với HQ.

Câu V: (0,5 điểm)

Một bể bơi mini có dạng hình hộp chữ nhật có mặt đáy $MNPQ$ là hình vuông (hình vẽ)

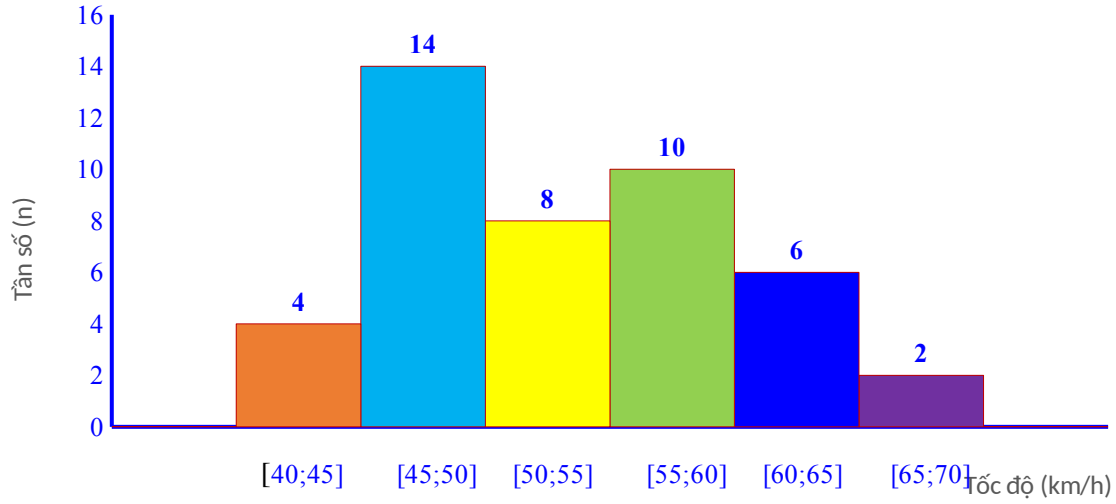


Hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của bể bơi sao tổng diện tích các mặt làm bể bơi (bao gồm 4 mặt xung quanh và một mặt đáy) là nhỏ nhất, biết rằng thể tích của bể bơi là 4 m^3.

HẾT

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.*(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)

Lời giải

Số lượng ô tô ở nhóm [45;50] là nhiều nhất : 14 chiếc

Tần số tương đối của nhóm là $\frac{14.100}{44}\% \approx 31,8\%$

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau.
Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp".
a) Viết không gian mẫu phép thử đó.
b) Tính xác suất biến cố: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Lời giải

a) Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

Không gian mẫu của phép thử có 20 phần tử.

b) Gọi biến cố A: "Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1".

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 1, 8, 15.

Vậy xác suất của A là $P = \frac{3}{20}$

Bài II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ **và** $B = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ **với** $x > 0$**.**

a) Tính giá trị của B **khi** $x = 9$**.**

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

c) Tìm giá trị của x **để** $P = 2AB + \frac{4}{x+1}$ **đạt giá trị lớn nhất.**

Lời giải

a) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta có:

$A=\dfrac{\sqrt{9}}{9+1}=\dfrac{3}{10}$.

Vậy với $x=9$ thì $A=\dfrac{3}{10}$.

b) Điều kiện xác định: $x>0$.

$B=\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$

$=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{x-2-\sqrt{x}-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x>0$ (đpcm).

c) $P=2AB+\dfrac{4}{x+1}$

$=2.\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}.\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x+1}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}-4}{x+1}+\dfrac{4}{x+1}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}-4+4}{x+1}$

$=\dfrac{2\sqrt{x}}{x+1}$

Xét hiệu: $P-1=\dfrac{2\sqrt{x}}{x+1}-1=\dfrac{2\sqrt{x}-x-1}{x+1}=\dfrac{-\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x+1}=\dfrac{-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{x+1}$

Vì $x>0\Rightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)^2\ge 0\Rightarrow-\left(\sqrt{x}-1\right)^2\le 0$ (1)

Vì $x>0\Rightarrow x+1>1>0$ (2)

Từ (1) và (2) $\dfrac{-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{x+1}\le 0\Rightarrow P-1\le 0\Rightarrow P\le 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)^2=0\Leftrightarrow\sqrt{x}-1=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy $P_{\max}=1\Leftrightarrow x=1$.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Mai mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 165000 đồng, trong đó đã tính 15000 đồng là thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT với loại hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT với loại hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế thì Mai phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Lời giải

Gọi x, y (đồng) lần lượt là số tiền của loại hàng thứ nhất và loại hàng thứ hai không kể thuế VAT mà Mai đã mua ($x, y > 0$)

Số tiền khi mua loại hàng thứ nhất sau khi tính thuế là: $x + 12\%x = 1,12x$ (đồng).

Số tiền khi mua loại hàng thứ hai sau khi tính thuế là: $y + 9\%y = 1,09y$ (đồng).

Tổng số tiền khi mua hai loại hàng sau khi tính thuế là 165000 đồng ta có phương trình:

$$1,12x + 1,09y = 165000 \quad (1)$$

Tổng số tiền thuế của hai loại hàng là 10000 đồng ta có phương trình:

$$12\%x + 9\%y = 15000$$

Hay $0,12x + 0,09y = 15000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 1,12x + 1,09y = 165000 \\ 0,12x + 0,09y = 15000 \end{cases}$

Giải hệ ta có: $\begin{cases} x = 50000 \\ y = 100000 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy số tiền không kể thuế của loại hàng thứ nhất là 50000 đồng, số tiền không kể thuế của loại hàng thứ hai là 100000 đồng.

2) Hưởng ứng phong trào thi đua "Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực", lớp 9A trường THCS Hoàng Hoa Thám dự định trồng 300 cây xanh. Đến ngày lao động, có 5 bạn được Liên Đội triệu tập tham gia chiến dịch an toàn giao thông nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 2 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi số HS lớp 9A là x (học sinh), $x \in \mathbb{N}, x > 5$

Số học sinh thực tế tham gia trồng cây là : $x - 5$ (học sinh)

Theo kế hoạch mỗi học sinh phải trồng số cây là: $\dfrac{300}{x}$ (cây)

Thực tế, mỗi học sinh phải trồng số cây là: $\dfrac{300}{x-5}$ (cây)

Vì thực tế mỗi học sinh phải trồng thêm 2 cây so với kế hoạch nên ta có phương trình:

$$\frac{300}{x-5} - \frac{300}{x} = 2$$

$$x^2 - 5x - 750 = 0$$

Giải phương trình ta được: $x_1 = 30$ (thoả mãn); $x_2 = -25$ (loại)

Vậy lớp 9A có 30 học sinh.

3) Cho phương trình: $x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0$ (m là tham số) (1)

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$

Lời giải

Ta có: $x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0$ (1)

Phương trình có $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(-m^2 + 1) = 4m^2 + 5 > 0$ mọi m

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$

Theo đề bài ta có $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 0$$
$$-m^2 + 1 + 3 = 0$$
$$m^2 = 4$$
$$m = \pm 2$$

Kết hợp với điều kiện, ta được $m = \pm 2$ là giá trị cần tìm.

Bài IV: (4 điểm)

1) Một hình nón có chiều cao $h = 16$ cm và bán kính đường tròn đáy $r = 12$ cm. Tính độ dài đường sinh và diện tích xung quanh của hình nón đó. *(Tính với số $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)*

Lời giải

Ký hiệu độ dài đường sinh của hình nón là l, bán kính đáy nón là r.

Độ dài đường sinh bằng $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ (cm).

Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi.12.20 \approx 240.3,14 \approx 754(cm^2)$.

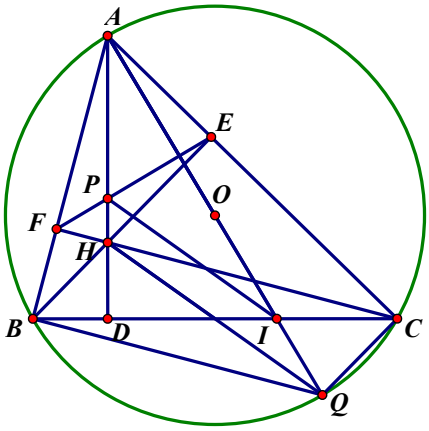
2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I.

a) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$.

c) Gọi P là giao điểm của AH và EF. Chứng minh ΔAEP đồng dạng với ΔABI và PI song song với HQ.

Lời giải



a) Ta có $BE \perp AC$ (gt) nên $\widehat{AEH} = 90^0$. Suy ra ΔAEH vuông tại E.

Suy ra A, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH (1)

Ta có $CF \perp AB$ (gt) nên $\widehat{HFA} = 90^0$. Suy ra ΔAFH vuông tại F.

Suy ra A, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH (2)

Từ (1), (2) suy ra bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH.

b) Xét đường tròn (O) có:

$\widehat{ABC} = \widehat{AQC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AC}$)

$\widehat{ACQ} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét ΔADB và ΔACQ có: $\widehat{ABC} = \widehat{AQC}$; $\widehat{ADB} = \widehat{ACQ} = 90^0$.

Suy ra $\Delta ADB \backsim \Delta ACQ$. Suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$.

c) Vì $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$ nên $\widehat{BAD} + \widehat{DAQ} = \widehat{DAQ} + \widehat{QAC}$.

Suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{PAE}$.

Chứng minh ΔAEP đồng dạng với ΔABI (g.g). Từ đó suy ra $\frac{AE}{AB} = \frac{AP}{AI}$ (3)

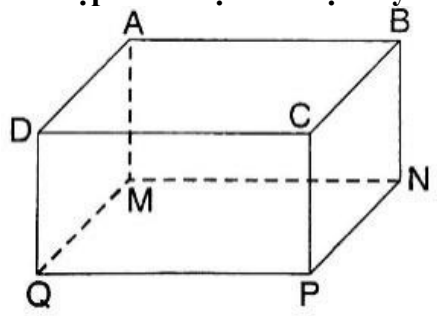
Chứng minh ΔAEH đồng dạng với ΔABQ (g.g). Từ đó suy ra $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AQ}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AQ}$ hay $\frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AQ}$.

Suy ra PI song song với HQ (định lý Thales đảo).

Câu V: (0,5 điểm)

Một bể bơi mini có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $MNPQ$ là hình vuông (hình vẽ)



Hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của bể bơi sao tổng diện tích các mặt làm bể bơi (bao gồm 4 mặt xung quanh và một mặt đáy) là nhỏ nhất, biết rằng thể tích của bể bơi là 4 m^3.

Lời giải

Gọi độ dài cạnh đáy MN và độ dài chiều cao AM của bể bơi lần lượt là x (m) và y (m) với $x > 0; y > 0$.

Do thể tích bể bơi là $4\,m^3$ nên $x^2 y = 4$ hay $y = \frac{4}{x^2}$.

Tổng diện tích các mặt của bể bơi là: $S = 4xy + x^2 = x^2 + \frac{16}{x}$.

Ta có $S = x^2 - 4x + 4 + \frac{4x^2 + 16}{x} - 4 = (x-2)^2 + \frac{4(x-2)^2}{x} + 12 \geq 12$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2; y = 1$ (thỏa mãn)

Vậy để tổng diện tích các mặt của bể bơi mini nhỏ nhất khi độ dài cạnh mặt đáy và chiều cao của bể lần lượt là 2 m và 1 m.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 28

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Ban phụ huynh đặt tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 8A. Ban phụ huynh đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo, kết quả cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;\ 165)$	$[165;\ 170)$	$[170;\ 175)$	Cộng
Tần số (n)	5	11	12	8	4	N=40

Xác định tần số ghép nhóm và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[160;\ 165)$.

2) Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số $1;\ 2;\ 3;\ \ldots;\ 8$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần. Tính xác suất của biến cố A: "*Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn* 3".

Câu II: (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0;x\neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=25$.

2) Rút gọn B.

3) Cho $P=A.B$. So sánh giá trị của P với 1.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Để chuẩn bị cho năm học mới, bạn Tuấn mang 20 tờ tiền gồm hai loại 10 000 đồng và 20 000 đồng đến nhà sách mua đồ dùng học tập. Khi thanh toán, đơn hàng của Tuấn có giá 300 000 đồng. Sau khi Tuấn trả tiền cho đơn hàng thì Tuấn còn lại 1 tờ 20 000 đồng. Hỏi lúc đầu Tuấn có bao nhiêu tờ tiền mỗi loại.

2) Một Ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40 km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60 km nữa thì được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng thêm vân tốc 10 km/h trên quãng đường còn lại, do đó Ô tô đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB.

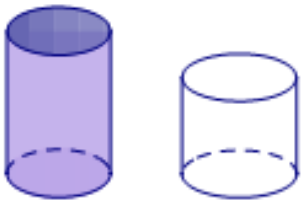
3) Cho phương trình bậc hai $x^2+3x+m=0$ có hai nghiệm. Tìm giá trị của m để tổng bình phương các nghiệm của phương trình đã cho bằng 2025.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một lọ thủy tinh hình trụ có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước tinh khiết.

a. Tính thể tích lượng nước tinh khiết được chứa trong lọ. (Lấy $\pi\approx 3,14$).

b. Người ta đổ tất cả lượng nước trên vào một lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm thì lượng nước trong lọ thứ hai cao một nửa chiều cao của lọ. Hỏi chiều cao của lọ thứ hai? (Giả sử độ dày của lọ là không đáng kể).



2) Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ ($MP < MQ$). Gọi I là trung điểm của dây PQ.

a. Chứng minh bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn.

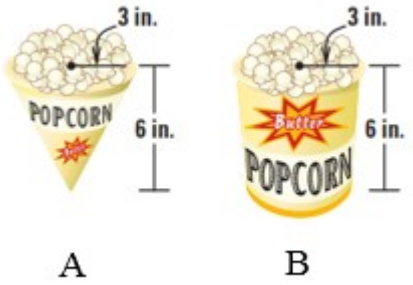
b. Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng BI và đường tròn (O).

Chứng minh: $\widehat{BOM} = \widehat{BEA}$ và AE song song với PQ.

c. Gọi K là trung điểm của EA. Chứng minh ba điểm O; I; K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Ở hai quầy hàng A và B trong hội hoa xuân, người ta bán hai loại bắp rang bơ lần lượt được đựng trong hai loại hộp hình nón và hình trụ như hình dưới đây. Cửa hàng A bán với giá \$1 một hộp (hình nón). Hỏi cửa hàng B phải bán với giá bao nhiêu dollar một hộp (hình trụ) để người mua được lợi 10% so với cùng lượng bắp rang bơ ở cửa hàng A? (Độ dày của vỏ hộp không đáng kể).



HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I:

1) Ban phụ huynh đặt tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 8A. Ban phụ huynh đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo, kết quả cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;\ 165)$	$[165;\ 170)$	$[170;\ 175)$	Cộng
Tần số (n)	5	11	12	8	4	N=40

Xác định tần số ghép nhóm và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[160;\ 165)$.

Lời giải

Dựa vào bảng tần số ghép nhóm đã cho, tần số ghép nhóm của nhóm $[160;\ 165)$ là 12 và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[160;\ 165)$ là $\frac{12.100}{40}\% = 30\%$

2) Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số $1;\ 2;\ 3;\ \ldots;\ 8$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.

Tính xác suất của biến cố A: "*Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn* 3".

Lời giải

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A: "*Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn* 3" là 4; 5; 6; 7; 8.

Xác suất của biến cố A: "*Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số lớn hơn* 3" là: $\frac{5}{8} = 0,625$

Câu II: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 25$.

Lời giải

Thay $x = 25$ thỏa mãn điều kiện $x > 0; x \neq 1$ vào biểu thức A, ta được:

$$A = \frac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-1} = \frac{5+1}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Vậy giá trị của biểu thức A bằng $\frac{3}{2}$ tại $x = 25$.

2) Rút gọn B.

Lời giải

$B=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0;x\neq 1$

$B=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$B=\dfrac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}}$.

Vậy $B=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 1$.

3) Cho $P = A.B$. So sánh giá trị của P với 1.

Lời giải

$P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 1$.

Xét hiệu: $P-1=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-1=\dfrac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Vì $x>0$ nên $\sqrt{x}>0$, suy ra $\dfrac{1}{\sqrt{x}}>0$. Do vậy $P-1>0\Rightarrow P>1$.

Vậy $P>1$.

Câu III:

1) Để chuẩn bị cho năm học mới, bạn Tuấn mang 20 tờ tiền gồm hai loại 10 000 đồng và 20 000 đồng đến nhà sách mua đồ dùng học tập. Khi thanh toán, đơn hàng của Tuấn có giá 300 000 đồng. Sau khi Tuấn trả tiền cho đơn hàng thì Tuấn còn lại 1 tờ 20 000 đồng. Hỏi lúc đầu Tuấn có bao nhiêu tờ tiền mỗi loại.

Lời giải

Số tiền của Tuấn mang đến nhà sách là: 300 + 20 = 320 (nghìn đồng)

Gọi số tờ tiền loại 10 nghìn đồng và số tờ tiền loại 20 nghìn đồng lần lượt là x, y (tờ, $x,y>0$)

Vì Tuấn mang 20 tờ tiền nên $x+y=20$ (1)

Số tiền của Tuấn mang đến nhà sách là 320 nghìn đồng nên $10x+20y=320$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=20\\10x+20y=320\end{cases}$

Giải hệ trên ta có $\begin{cases}x=8\\y=12\end{cases}$ (thoả mãn).

Vậy lúc đầu Tuấn có 8 tờ tiền loại 10 nghìn đồng và có 12 tờ tiền loại 20 nghìn đồng.

2) Một Ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc trung bình 40 km/h. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc đó, khi còn 60 km nữa thì được nửa quãng đường AB, người lái xe tăng thêm vân tốc

10 km/h trên quãng đường còn lại, do đó Ô tô đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB.

Lời giải

Gọi x (km), ($x>120$) là độ dài quãng đường AB.

Thời gian ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h là: $\frac{x}{40}$ (giờ);

Nửa quãng đường AB là $\frac{x}{2}$ (km);

Thời gian thực tế ô tô đi đoạn đường lúc đầu với vận tốc 40 km/h là: $\frac{\frac{x}{2}-60}{40}=\frac{x-120}{80}$ (giờ);

Vận tốc sau khi tăng 10 km/h là: 40 + 10 = 50 (km/h);

Thời gian thực tế ô tô đi đoạn đường còn lại với vận tốc 50 km/h là: $\frac{\frac{x}{2}+60}{50}=\frac{x+120}{100}$ (giờ);

Ô tô đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x-120}{80}+\frac{x+120}{100}=\frac{x}{40}-1$$

$$\frac{5(x-120)}{400}+\frac{4(x+120)}{400}=\frac{10x}{400}-\frac{400}{400}$$

$$5x-5.120+4x+4.120=10x-400$$

$$9x-120=10x-400$$

$$9x-10x=-400+120$$

$$-x=-280$$

$$x=280 \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy quãng đường AB dài 280 km.

3) Cho phương trình bậc hai $x^2+3x+m=0$ có hai nghiệm. Tìm giá trị của m để tổng bình phương các nghiệm của phương trình đã cho bằng 2025.

Lời giải

Vì phương trình bậc hai $x^2+3x+m=0$ có hai nghiệm nên $\Delta=3^2-4.1.m=9-4m\geq 0$.

Suy ra $m\leq\frac{9}{4}$.

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình đã cho.

Theo hệ thức Viete, ta có $x_1+x_2=-3;\ x_1.x_2=m$.

Xét biểu thức tổng bình phương các nghiệm $x^2_1+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2$

$$x^2_1+x_2^2=(-3)^2-2m=9-2m.$$

Để tổng bình phương các nghiệm của phương trình đã cho bằng 2025 thì $9-2m=2025$.

Suy ra $m=-1008$ (thỏa mãn điền kiện $m\leq\frac{9}{4}$).

Vậy $m=-1008$ thì tổng bình phương các nghiệm của phương trình đã cho bằng 2025.

Câu IV:

1) Một lọ thủy tinh hình trụ có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước tinh khiết.

a. Tính thể tích lượng nước tinh khiết được chứa trong lọ. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

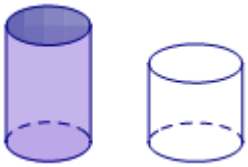
Lời giải

Bán kính đáy của lọ hình trụ là: r = 30:2 = 15 (cm)

Thể tích nước tinh khiết chứa trong lọ bằng thể tích của lọ hình trụ.

Thể tích nước tinh khiết là: $V = \pi r_1^2.h_1 \approx 3,14.15^2.20 = 14130$ (cm^3)

b. Người ta đổ tất cả lượng nước trên vào một lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm thì lượng nước trong lọ thứ hai cao một nửa chiều cao của lọ. Hỏi chiều cao của lọ thứ hai? (Giả sử độ dày của lọ là không đáng kể).



Lời giải

Gọi thể tích lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là $40cm$, chiều cao h_2 (cm) là V_2

Suy ra $V_2 = \pi r_2^2.h_2 \approx 3,14.400.h_2 = 1256.h_2$ (cm^3)

Theo bài lượng nước trong lọ thứ hai cao một nửa chiều cao của lọ nên: $1256.\frac{h_2}{2} = 14130$

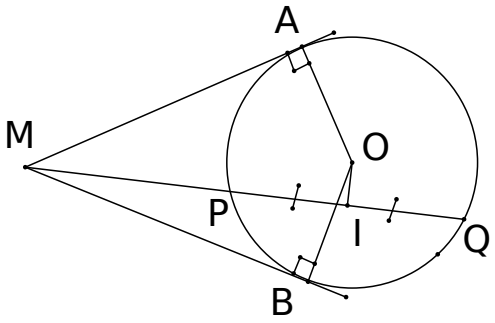
Suy ra $h_2 = 22,5$ (cm).

Vậy chiều cao của lọ thứ hai là 22,5 cm.

2) Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ ($MP < MQ$). Gọi I là trung điểm của dây PQ.

a. Chứng minh bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn.

Lời giải



+) Có MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MB \perp OB$ tại B. Suy ra B thuộc đường tròn đường kính MO (1)

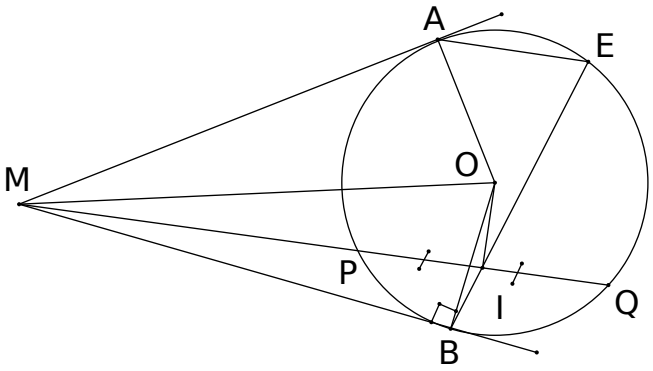
+) Có I là trung điểm của dây PQ của đường tròn (O) nên $OI \perp PQ$ tại I. Suy ra I thuộc đường tròn đường kính MO (2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn đường kính MO.

b. Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng BI và đường tròn (O).

Chứng minh: $\widehat{BOM} = \widehat{BEA}$ và AE song song với PQ.

Lời giải



+) Xét (O) có các tiếp tuyến MA, MB cắt nhau nên tia OM là phân giác của $\widehat{AOB}$.

$\Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{BOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOA}$

Lại có $\widehat{BEA} = \frac{1}{2}\widehat{BOA}$ (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn một cung)

Suy ra $\widehat{BOM} = \widehat{BEA}$ (3)

+) Có bốn điểm B, O, I, M cùng thuộc một đường tròn đường kính MO (cmt)

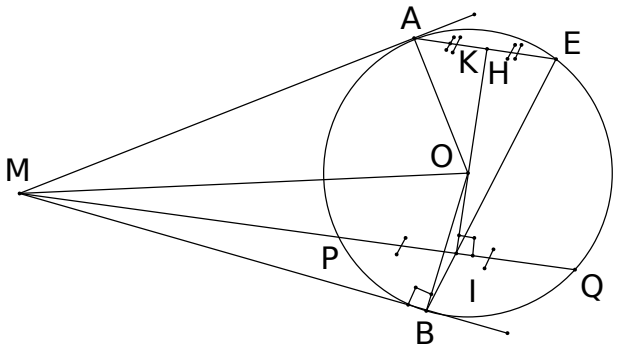
$\Rightarrow \widehat{BOM} = \widehat{BIM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung $\overset{\frown}{MB}$) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{BEA} = \widehat{BIM}$.

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $AE // IM$ hay $AE // PQ$.

c. Gọi K là trung điểm của EA. Chứng minh ba điểm O; I; K thẳng hàng.

Lời giải



Kéo dài IO cắt AE tại H.

Do $OI \perp PQ$ và $AE // PQ$ (cmt) nên $OI \perp AE$ tại H hay $OH \perp AE$ tại H.

Suy ra H là trung điểm của AE.

Mà K là trung điểm của AE nên K và H trùng nhau.

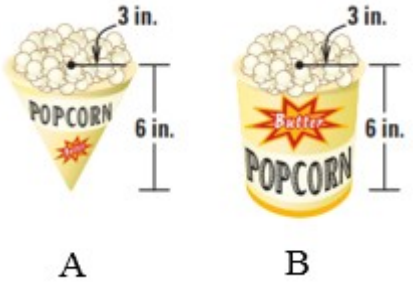
Suy ra K thuộc đường thẳng OI.

Vậy ba điểm O; I; K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Ở hai quầy hàng A và B trong hội hoa xuân, người ta bán hai loại bắp rang bơ lần lượt được đựng trong hai loại hộp hình nón và hình trụ như hình dưới đây. Cửa hàng A bán

với giá \$1 một hộp (hình nón). Hỏi cửa hàng B phải bán với giá bao nhiêu dollar một hộp (hình trụ) để người mua được lợi 10% so với cùng lượng bắp rang bơ ở cửa hàng A? (Độ dày của vỏ hộp không đáng kể).



Lời giải

Thể tích hình nón: $V_A = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}.\pi.3^2.6 = 18\pi$ (in^3)

Thể tích hình trụ $V_B = \pi r^2 h = \pi.3^2.6 = 54\pi$ (in^3)

Suy ra $V_B = 3.V_A$. Do đó, lượng bắp rang bơ trong hộp hình trụ gấp ba lần lượng bắp rang bơ trong hộp hình nón.

Nếu một hộp bắp rang bơ hình nón có giá \$1 thì giá tương đương một hộp bắp rang bơ hình trụ có giá là 3.1 = 3 (\$).

Để người mua được lợi 10%, thì người mua cần trả 90% nguyên giá, tức là giá sau khi đã giảm là: 90%.3 = 2,7 (\$).

Vậy cửa hàng B phải bán với giá \$2,7 một hộp (hình trụ) để người mua được lợi 10% so với cùng lượng bắp rang bơ ở cửa hàng A.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 29

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1 (rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2 (cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3 (trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4 (thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau:

0,939 0,829 0,803 0,8 0,705 0,703 0,699 0,607 0,607 0,593 0,585

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

Chỉ số HDI	$[0;0,55)$	$[0,55;0,7)$	$[0,7;0,8)$	$[0,8;1)$	**Cộng**

Tần số	?	?	?	?	N =

2) Một hộp có chứa 5 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 quả bóng từ hộp.

a) Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau: D: "Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn".

c) Tính xác suất của biến cố D: "Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn".

Câu II: (1,5 điểm)

1) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A với $x=36$.

2) Rút gọn biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}+\dfrac{4}{\sqrt{x}-4}\right):\dfrac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x\ge 0$, $x\ne 16$).

3) Với các biểu thức A và B, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A-1)$ là nhận giá trị nguyên.

Câu III: (2,5 điểm)

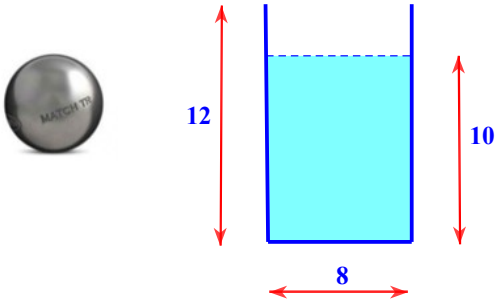
1) Bạn Thanh có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 17 nghìn đồng. Hỏi bạn Thanh mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

2) Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh, cách nhau $150\ km$, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô, biết rằng nếu vận tốc của ô tô A tăng thêm $5\,km/h$ và vận tốc của ô tô B giảm đi $5\,km/h$ thì vận tốc của ô tô A bằng 2 lần vận tốc của ô tô B.

3) Cho phương trình $-x^2+mx+m+1=0$. Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm không phụ thuộc vào m. Tìm nghiệm còn lại.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 8 cm, chiều cao 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ một viên bi làm bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V=4p(cm^3)$ vào trong cốc. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu cm? (Giả sử độ dày của cốc không đáng kể).



2) Cho đường tròn tâm (O), đường kính $AB=2R$. Trên đường tròn (O), lấy điểm C bất kì (C không trùng với A và B). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt tia BC ở điểm D. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng DO. Tia AH cắt đường tròn (O) tại điểm F (không trùng với A).

a) Chứng minh tứ giác $AHCD$ nội tiếp được một đường tròn.

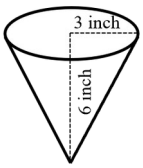
b) Chứng minh ΔCFH là tam giác vuông.

c) Tính giá trị của biểu thức $S = \dfrac{BH.BC}{BF}$.

Câu V: (0,5 điểm)

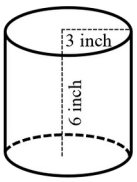
Ở hai quầy hàng A và B trong một hội hoa xuân người ta bán cùng 1 loại hạt bắp rang bơ lần lượt được đựng trong hai loại hộp hình nón và hình trụ với thông tin giá cả và định lượng như trong hình dưới đây. Vỏ hộp đều được làm từ giấy phần này nhận được sự tài trợ của công ty giấy nên cả hai quầy không tốn chi phí làm vỏ hộp. Hỏi bạn H nên mua bắp rang bơ ở quầy A hay quầy B để có lợi hơn ? Tại sao?

Quầy A



2 đô la

Quầy B



4 đô la

HẾT

LỜI GIẢI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Bảng tần số ghép nhóm

Chỉ số HDI	$[0;0,55)$	$[0,55;0,7)$	$[0,7;0,8)$	$[0,8;1)$	Cộng
Tần số	0	5	2	4	$N=11$

2) a) Các phần tử của không gian mẫu của phép thử là:

$$\{(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(2;3);(2;4);(2;5);(3;4);(3;5);(4;5)\}$$

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là: $\{(1;2);(1;4);(2;3);(2;4);(2;5);(3;4);(4;5)\}$

c) Xác suất của biến cố D: "Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn" là $\frac{7}{10}$

Câu II: (1,5 điểm)

a) Với $x=36$, ta có $A=\frac{\sqrt{36}+4}{\sqrt{36}+2}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$.

b) Với $x\ge 0$, $x\ne 16$ ta có

$$B=\left(\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{x-16}+\frac{4\left(\sqrt{x}+4\right)}{x-16}\right).\frac{\sqrt{x}+2}{x+16}=\frac{(x+16)\left(\sqrt{x}+2\right)}{(x-16)(x+16)}=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.$$

c) Biểu thức $B(A-1)=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.\left(\frac{\sqrt{x}+4-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}\right)=\frac{2}{x-16}$.

Ta có $B(A-1)$ nhận giá trị nguyên khi $\frac{2}{x-16}$ có giá trị nguyên.

Suy ra $x-16\in U(2)=\{-2;-1;1;2\}$. Suy ra $x\in\{14;15;17;18\}$

Kết hợp điều kiện, để $B(A-1)$ nhận giá trị nguyên thì $x\in\{14;15;17;18\}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Gọi x (quyển) là số vở mà Thanh có thể mua. Theo bài ta có bất phương trình

$$17x+18\le 100$$
$$17x\le 100-18$$
$$17x\le 82$$
$$x\le\frac{82}{17}$$

Vì số vở là số tự nhiên nên Thanh có thể mua nhiều nhất 4 quyển vở

2) Gọi vận tốc của ô tô A là x (km/h, $x>0$); vận tốc ô tô B là y (km/h, $x>0$).

Vì hai ô tô đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ nên: $2x+2y=150$ hay $x+y=75$.

Khi: Ô tô A tăng 5 km/h thì vận tốc của ô tô A là $x+5$ km/h

Ô tô B giảm 5 km/h thì vận tốc của ô tô B là $y-5$ km/h

Vì vận tốc ô tô A bằng 2 lần vận tốc ô tô B nên: $x+5=2(y-5)$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=75 \\ x+5=2(y-5) \end{cases}$

Giải hệ ta được $\begin{cases} y=30 \\ x=45 \end{cases}$ (thoả mãn).

Vậy vận tốc ô tô A là $45\,km/h$ và vận tốc của ô tô B là $30\,km/h$.

3) Nhận thấy phương trình có: $a-b+c=-1-m+(m+1)=0$

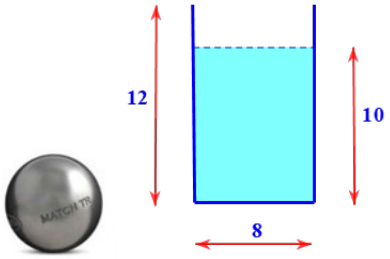
Vậy phương trình luôn có một nghiệm $x_1=-1$ (không phụ thuộc vào m) và nghiệm còn lại là $x_2=m+1$

Câu IV: (4,0 điểm)

1)

* Bán kính đáy của cốc nước hình trụ là:

$R=8:2=4(cm)$



* Vì thể tích mực nước dâng lên bằng thể tích của viên bi nên:

$$V_{nuoc\,dang}=\pi R^2.h_1=4\pi$$

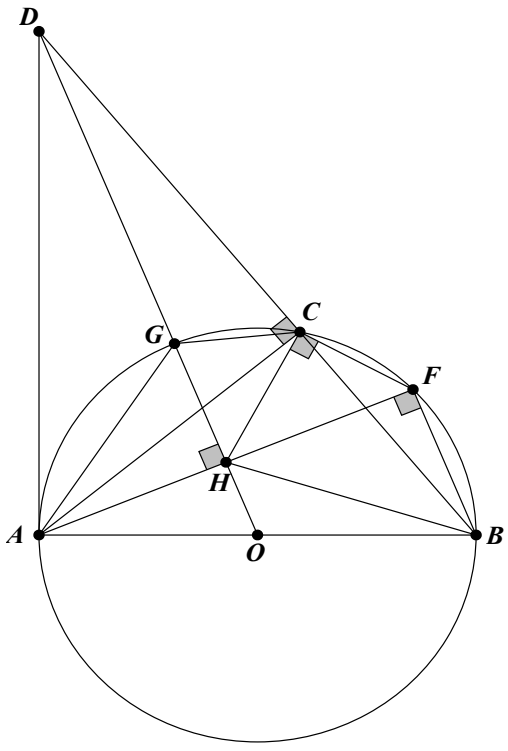
$$h_1=\frac{4\pi}{\pi R^2}=\frac{4}{16}=0,25(cm)$$

* Mực nước trong cốc sau khi thả viên bi là:

$$10+0,25=10,25\,(cm)$$

* Vậy mực nước trong cốc lúc này là $10,25\,cm.$

2)



a) Do $AH\perp DH \Rightarrow \widehat{AHD}=90^0$ nên A, H, D thuộc đường tròn đường kính AD (1)

Lại có $\widehat{ACB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Suy ra $\widehat{ACD} = 90^0$ nên A, C, D thuộc đường tròn đường kính AD (1)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ A, H, C, D thuộc đường tròn đường kính AD hay tứ giác $AHCD$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Tứ giác $AHCD$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HCB} = \widehat{DAH}$

Ta có $\widehat{BCF}; \widehat{BAF}$ nội tiếp (O) cùng chắn $\overset{\frown}{BF}$ $\Rightarrow \widehat{BCF} = \widehat{BAF}$

$\Rightarrow \widehat{HCF} = \widehat{HCB} + \widehat{BCF} = \widehat{DAH} + \widehat{BAF} = \widehat{DAB} = 90^0$

Vậy ΔCFH là tam giác vuông tại C.

c) Ta có: $\widehat{FCB} = \widehat{HAB}$ (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{FB}$).

Tam giác OAD vuông tại A. Khi đó $OA^2 = OH.OD$

Mà $OA = OB$ nên $OB^2 = OH.OD \Rightarrow \dfrac{OH}{OB} = \dfrac{OB}{OD}$

Suy ra hai tam giác OHB và OBD đồng dạng.

Suy ra $\widehat{OBH} = \widehat{ODB}$ (4)

Ta lại có tứ giác $AHCD$ nội tiếp nên $\widehat{ODB} = \widehat{CAH}$ (5)

Tứ giác $ABFC$ nội tiếp nên $\widehat{CAH} = \widehat{CBF}$ (6)

Từ (4), (5) và (6) suy ra $\widehat{OBH} = \widehat{CBF}$ (7)

Từ (3) và (7) suy ra hai tam giác HAB và FCB đồng dạng

Khi đó, ta có: $\dfrac{BC}{BA} = \dfrac{BF}{BH} \Rightarrow \dfrac{BC.BH}{BF} = BA \Rightarrow \dfrac{BC.BH}{BF} = 2R$.

Vậy $S = \dfrac{BC.BH}{BF} = 2R$.

Câu V: (0,5 điểm)

Thể tích hộp đựng hạt bắp rang bơ ở hình quầy A : $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3^2.6 = 18\pi\ (inch^3)$

Thể tích hộp đựng hạt bắp rang bơ ở hình quầy B: $V = \pi R^2 h = \pi.3^2.6 = 54\pi\ (inch^3)$

Thể tích hộp bắp rang bơ ở quầy B gấp thể tích hộp bắp rang bơ ở quầy A là $54\pi : 18\pi = 3$ (lần)

Mà giá tiền của quầy B gấp giá tiền của quầy A là $4 : 2 = 2$ (lần)

Vậy Bạn H nên mua ở quầy B sẽ được lợi hơn.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 30

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Bài I. ***(1,5 điểm)***

1) Sau một khóa tập huấn, học viên được xếp loại $A;B;C;D$ theo điểm kiểm tra mà mỗi người đạt được như sau:

Điểm kiểm tra (X)	$0 \le X < 2,5$	$2,5 \le X < 5$	$5 \le X < 7,5$	$7,5 \le X < 10$
Xếp loại	D	C	B	A

Điểm kiểm tra của các học viên được ghi lại ở bảng sau đây:

6,5	1,4	7,3	8,4	4,7	9,8	9,9	6,4	2,9	3,1
4,5	8,7	7,8	5,4	7,7	7	9	9,4	7,2	8,8
9,2	1,9	7,3	0,5	4,7	2,5	9,6	6,8	5,9	8

Hỏi có bao nhiêu học viên xếp loại A?

2) Bạn Linh viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số lên bảng. Tính xác suất của biến cố F : " Số được viết chia hết cho 4 ".

Bài II. ***(1,5 điểm)***

1) Cho biểu thức $A = \dfrac{x + 2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3}$ (với $x \ge 0; x \ne 9$).Tính giá trị của A khi $x = 16$.

2) Cho biểu thức: $P = \dfrac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \dfrac{5}{x + \sqrt{x} - 6} - \dfrac{1}{\sqrt{x} - 2}$ (với $x \ge 0; x \ne 4$)

a) Chứng minh $P = \dfrac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 2}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P^2 > P$.

Bài III. ***(2,5 điểm)***

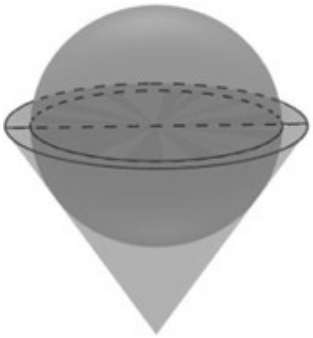
1) Theo các chuyên gia về sức khỏe, người trưởng thành cần đi bộ từ 5000 bước mỗi ngày sẽ rất tốt cho sức khỏe. Để rèn luyện sức khỏe, anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất 6000 bước. Hai người cùng đi bộ ở công viên và thấy rằng, nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước. Hai người cùng giữ nguyên tốc độ đi như vậy nhưng chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước. Hỏi mỗi ngày anh Sơn và chị Hà cùng đi bộ trong 1 giờ thì họ đã đạt được số bước tối thiểu mà mục tiêu đề ra hay chưa? (Giả sử tốc độ đi bộ hàng ngày của hai người không đổi).

2) Trong lễ phát động phong trào trồng cây nhân dịp kỷ niệm ngày sinh Bác Hồ, lớp 9A được giao trồng 360 cây. Khi thực hiện có 4 bạn được điều đi làm việc khác, nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm một cây so với dự định. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh? (Biết số cây trồng của mỗi học sinh như nhau)

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+m=0$ có một nghiệm $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài IV. ***(4 điểm)***

1) Một bình đựng đầy nước có dạng hình nón (không có đáy). Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là 18π dm^3. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình dưới đây). Tính thể tích nước còn lại trong bình.



2) Cho ΔABC nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao $AD,\ BE,CF$ cắt nhau tại H. Tia EF cắt tia CB tại K.

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KE.KF=KB.KC$.

b) Đường thẳng KA cắt (O) tại M. Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.

c) Gọi N là trung điểm BC. Chứng minh $M,\ H,\ N$ thẳng hàng.

Bài V. ***(0,5 điểm)***

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở hình vẽ dưới đây. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.

Gọi S là diện tích mặt cắt máng trượt. Hỏi x đạt giá trị bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

HẾT

LỜI GIẢI CHI TIẾT CHO ĐỀ TRÊN NHƯ SAU:

Bài I. *(1,5 điểm)*

1) Sau một khóa tập huấn, học viên được xếp loại $A;B;C;D$ theo điểm kiểm tra mà mỗi người đạt được như sau:

Điểm kiểm tra (X)	$0 \le X < 2,5$	$2,5 \le X < 5$	$5 \le X < 7,5$	$7,5 \le X < 10$
Xếp loại	D	C	B	A

Điểm kiểm tra của các học viên được ghi lại ở bảng sau đây:

6,5	1,4	7,3	8,4	4,7	9,8	9,9	6,4	2,9	3,1
4,5	8,7	7,8	5,4	7,7	7	9	9,4	7,2	8,8
9,2	1,9	7,3	0,5	4,7	2,5	9,6	6,8	5,9	8

Hỏi có bao nhiêu học viên xếp loại A?

Lời giải

Từ bảng tần số trên ta thấy có 12 học viên đạt điểm từ $[7,5;10)$.

Vậy có 12 học viên xếp loại A.

2) Bạn Linh viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số lên bảng. Tính xác suất của biến cố F : " Số được viết chia hết cho 4 ".

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{10;11;12;13;14.....96;97;98;99\}$. Tập Ω có 90 phần tử.

Vì các chữ số bạn Linh viết một cách ngẫu nhiên khả năng các số được viết ra là đồng khả năng.

Gọi A là tập hợp các kết quả thuận lợi của biến cố F

Suy ra $A = \{12;16;20;24;.....88;92;96\}$.

Số phần tử của tập A là $\frac{96-12}{4}+1=22$. (Công thức tính số số hạng của dãy số)

Vậy $P(F)=\frac{22}{90}=\frac{11}{45}$.

Bài II. *(1,5 điểm)*

1) Cho biểu thức $A=\frac{x+2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ (với $x \ge 0; x \ne 9$).Tính giá trị của A khi $x=16$.

2) Cho biểu thức: $P=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ (với $x \ge 0; x \ne 4$)

a) Chứng minh $P=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P^2 > P$.

Lời giải

1) Ta có $x=16$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{16+2\sqrt{16}+5}{\sqrt{16}-3}=\frac{29}{1}=29$$

Vậy khi $x=16$ thì $A=29$

2)

a) Ta có $P=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$

$$=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)-5-\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-4-5-\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-\sqrt{x}-12}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy khi $x\ge 0;x\ne 4$, thì $P=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ (điều phải chứng minh).

b) Ta có $P=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ với điều kiện $x\ge 0;x\ne 4$

+ Để $P^2>P$ thì $P\left(P-1\right)>0$

$$\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}\cdot\left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}-1\right)>0 \quad \text{hay} \quad \frac{-2\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}>0$$

$-2\left(\sqrt{x}-4\right)>0$ (vì $\left(\sqrt{x}-2\right)^2>0\ \forall x$ thỏa mãn điều kiện xác định)

$$\sqrt{x}-4<0$$

$$x<16$$

Kết hợp với điều kiện ta được $\begin{cases}0<x<16\\x\ne 4\end{cases}$

Vậy khi $\begin{cases}0<x<16\\x\ne 4\end{cases}$ thì $P^2>P$.

Bài III. ***(2,5 điểm)***

1) Theo các chuyên gia về sức khỏe, người trưởng thành cần đi bộ từ 5000 bước mỗi ngày sẽ rất tốt cho sức khỏe. Để rèn luyện sức khỏe, anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất

6000 bước. Hai người cùng đi bộ ở công viên và thấy rằng, nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước. Hai người cùng giữ nguyên tốc độ đi như vậy nhưng chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước. Hỏi mỗi ngày anh Sơn và chị Hà cùng đi bộ trong 1 giờ thì họ đã đạt được số bước tối thiểu mà mục tiêu đề ra hay chưa? (Giả sử tốc độ đi bộ hàng ngày của hai người không đổi).

Lời giải

Gọi số bước chân anh Sơn và chị Hà đi được trong 1 phút lần lượt là x và y $\left(x, y \in \mathbb{N}^*\right)$.

Vì nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước nên ta có phương trình

$$2x - 2y = 20 \quad (1).$$

Vì nếu chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước từ đó ta có

$$5y - 3x = 160 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $x = 105$ và $y = 95$.

Vậy trong một giờ anh Sơn đi được $105.60 = 6300$

trong một giờ chị Hà đi được $95.60 = 5700$.

Do anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất 6000 bước nên anh Sơn đã đạt được mục tiêu tối thiểu mà mình đề ra, còn chị Hà thì chưa.

2) Trong lễ phát động phong trào trồng cây nhân dịp kỷ niệm ngày sinh Bác Hồ, lớp 9A được giao trồng 360 cây. Khi thực hiện có 4 bạn được điều đi làm việc khác, nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm một cây so với dự định. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh? (Biết số cây trồng của mỗi học sinh như nhau)

Lời giải

Gọi số học sinh lớp $9A$ là x (hs) $\left(x \in \mathbb{N}; x > 4\right)$

Suy ra số học sinh lớp $9A$ trên thực tế là $x - 4$ (hs)

Số cây mỗi học sinh lớp $9A$ trồng theo dự định là $\dfrac{360}{x}$ (cây)

Số cây mỗi học sinh lớp $9A$ trồng trên thực tế là $\dfrac{360}{x-4}$ (cây)

Theo đề bài ta có phương trình

$$\frac{360}{x-4} - \frac{360}{x} = 1$$

$$\ldots$$

$$x^2 - 4x - 1440 = 0$$

$$x^2 - 40x + 36x - 1440 = 0$$

$$\left(x - 40\right)\left(x + 36\right) = 0$$

$x - 40 = 0$ hoặc $x + 36 = 0$

$x = 40$ (thỏa mãn) $x = -36$ (loại)

Vậy số học sinh của lớp $9A$ là 40 học sinh.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $2x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+m=0$ có một nghiệm $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

Thay $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ vào phương trình đã cho ta được:

$$2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(2+\sqrt{3}\right)\frac{\sqrt{3}}{2}+m=0$$

$$2.\frac{3}{4}-\sqrt{3}-\frac{3}{2}+m=0$$

$$m=\sqrt{3}$$

Khi đó phương trình đã cho được viết lại thành $2x^2-\left(2+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}=0 \quad (*)$

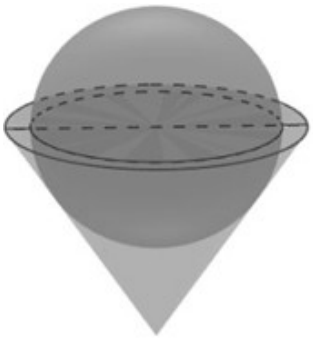
Nhận thấy $a+b+c=2+\left[-\left(2+\sqrt{3}\right)\right]+\sqrt{3}=0$

Nên phương trình đã cho có nghiệm $x=1$ và nghiệm còn lại $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên là: $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+1^2=\dfrac{7}{4}$.

Bài IV. ***(4 điểm)***

1) Một bình đựng đầy nước có dạng hình nón (không có đáy). Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là 18π dm^3. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình dưới đây). Tính thể tích nước còn lại trong bình.



Lời giải

Gọi r là bán kính khối cầu; R là bán kính khối nón; h là chiều cao khối nón

Ta có $h=2r$ (dm)

Theo đề bài ta có:

Thể tích nửa khối cầu là 18π (dm^3)

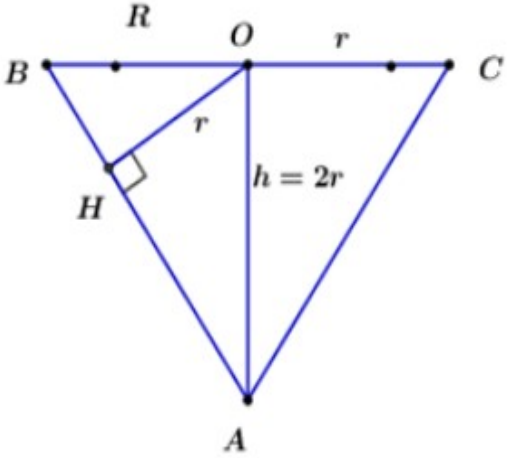
Suy ra $r=3$ (dm) và $h=6$ (dm)

Xét tam giác OAB vuông tại O có đường cao OH nên

$R=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}r=2\sqrt{3}$ (dm)

Khi đó thể tích khối nón sẽ là 24π (dm^3)

Vậy thể tích nước còn lại trong bình là 6π (dm^3)



2) Cho ΔABC nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao $AD,\ BE, CF$ cắt nhau tại H. Tia EF cắt tia CB tại K.

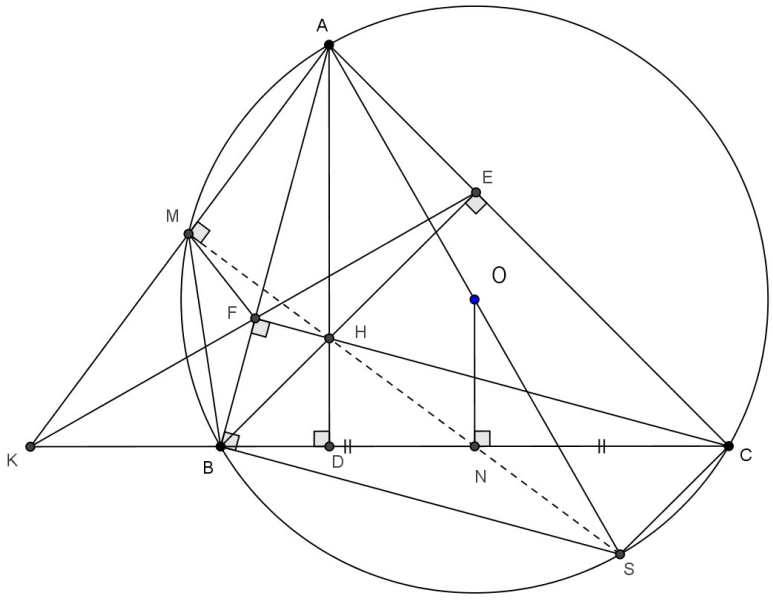
a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KE.KF = KB.KC$.

b) Đường thẳng KA cắt (O) tại M. Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.

Gọi N là trung điểm BC. Chứng minh $M,\ H,\ N$ thẳng hàng.

c)

Lời giải



a) Chứng minh $BFEC$ là tứ giác nội tiếp.

Tứ giác $BFEC$ có:

$\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90°$ ($BE,\ CF$ là hai đường cao của ΔABC)

$\Rightarrow$ tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC.

Chứng minh $KE.KF = KB.KC$

Xét hai tam giác ΔKEB và ΔKCF có: $\widehat{EKC}$ là góc chung và $\widehat{KEB} = \widehat{KCF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{BF}$)

$\Rightarrow \Delta KEB = \Delta KCF\ (g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{KE}{KC} = \dfrac{KB}{KF}$

$\Rightarrow KE.KF = KB.KC\ (1)$

b) Chứng minh $AEFM$ là tứ giác nội tiếp.

Tứ giác $AMBC$ nội tiếp (A, M, B, C thuộc (O))

$\Rightarrow \widehat{KMB} = \widehat{KCA}$

$\Rightarrow \Delta KMB = \Delta KCA\ (g\text{-}g)$

$\Rightarrow KM.KA = KB.KC\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra

$\Rightarrow KM.KA = KE.KF$

$\Rightarrow \Delta KMF = \Delta KEA\ (c\text{-}g\text{-}c)$

$\Rightarrow \widehat{KMF} = \widehat{KEA}$

Suy ra tứ giác $AEFM$ nội tiếp. (3)

c) Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Gọi AS là đường kính của (O)

$\Rightarrow \widehat{ACS} = 90^0$ và $\widehat{ABS} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, AS là đường kính)

$\Rightarrow BHCS$ là hình bình hành $\Rightarrow H, N, S$ thẳng hàng.

Ta có $AFHE$ nội tiếp ($\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$) (4)

Từ (4) và (4) $\Rightarrow A, M, F, H, E$ cùng thuộc một đường tròn

$\Rightarrow AMHE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MHA} = 90^0 \Rightarrow HM \perp AK$ tại M

Ta có $\widehat{AMS} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, AS đường kính) $\Rightarrow SM \perp AK$ tại M

Tóm lại:

H, N, S thẳng hàng (chứng minh trên)

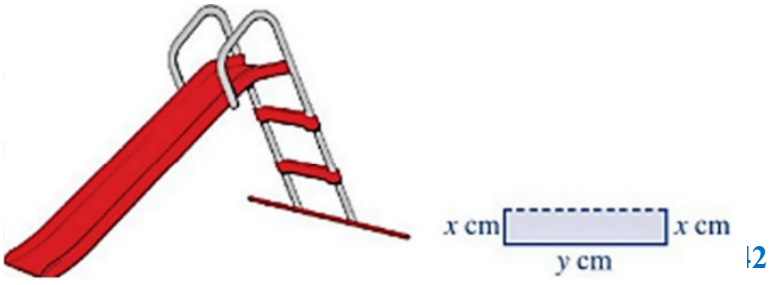
$HM \perp AK$ tại M (chứng minh trên)

$SM \perp AK$ tại M (chứng minh trên)

$\Rightarrow S, N, H, M$ thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm)

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở hình vẽ dưới đây. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Gọi S là diện tích mặt cắt máng trượt. Hỏi x đạt giá trị bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

Lời giải

Vì tấm kim loại có bề rộng 80 cm nên ta có phương trình: $2x+y=80$.

Để có thể thiết kế được máng trượt thì $x>0;y>0$ nên $80-2x>0$ hay $x<40$.

Diện tích của mặt máng trượt là: $S=x.y=x(80-2x)=-2x^2+80x$ với $0<x<40$.

Ta có: $-2x^2+80x=-2\left(x^2-40x\right)=-2\left(x^2-2.20.x+20^2-20^2\right)$

Hay $S=-2\left(x^2-2.20.x+20^2\right)+800=-2(x-20)^2+800$

Ta thấy: $-2(x-20)^2\le 0$ luôn đúng với mọi số thực x.

Suy ra: $-2(x-20)^2+800\le 800$

Hay $S\le 800$. Dấu $"="$ xảy ra khi $x=20$ (thỏa mãn).

Vậy khi $x=20$ thì diện tích bề mặt lớn nhất ($800cm^2$) khi đó thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 31

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

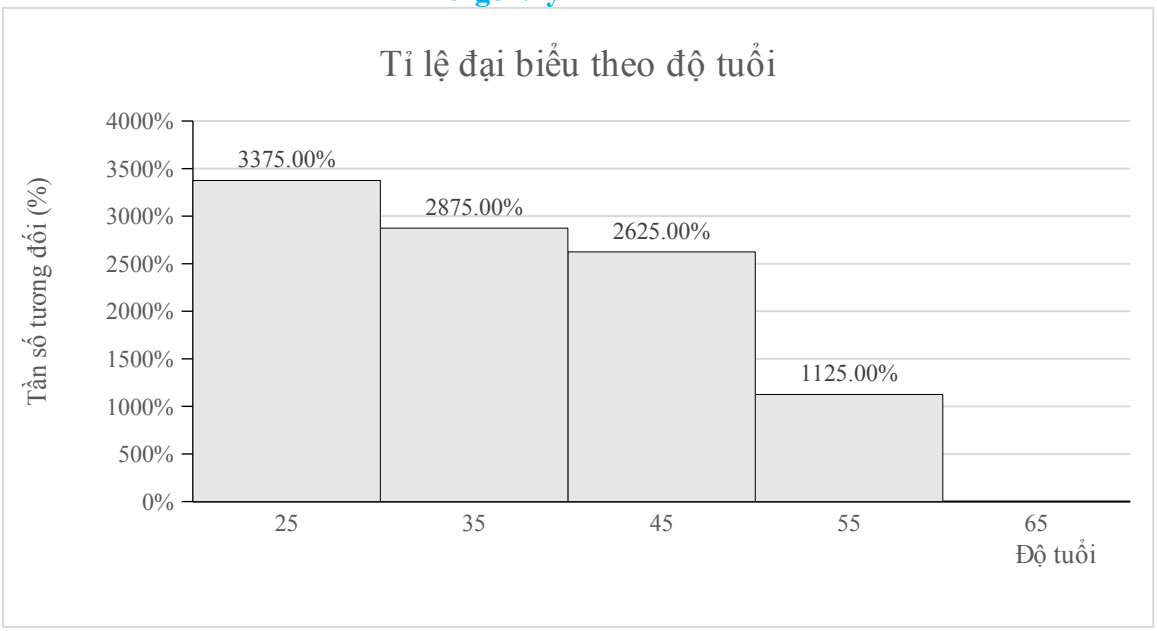
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

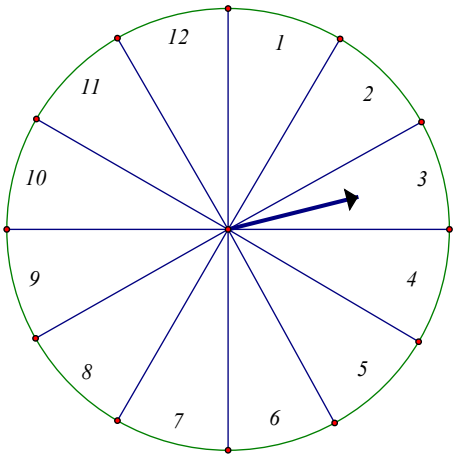
1) . Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.



a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?

b) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;...;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố P: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố". Tính xác suất của biến cố P.

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$; $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{2\sqrt{x}+4}{x-1}$ với $x\ge 0;x\ne 1$

a) Tính giá trị của A khi $x=4$

b) Rút gọn B

c) Tìm x để $A.B\le\dfrac{1}{2}$

Câu III: (2,5 điểm)

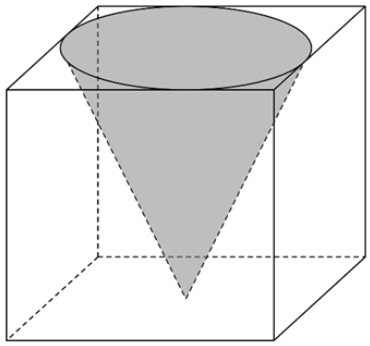
1) . Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% 740

10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

2) . Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau $30\,km$. Khi đi từ B về A, người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ $6\,km$. Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là $3\,km/h$ nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh $1\,m$ chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài. (Lấy $\pi \approx 3,14,$ kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)



2) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O). Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với $BD, AB.$

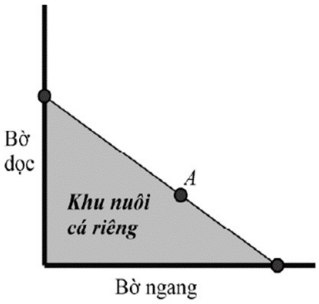
a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MO song song với BC và $IM^2 = ID.IB$.

c) Gọi L là giao điểm của IK, HC. Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.

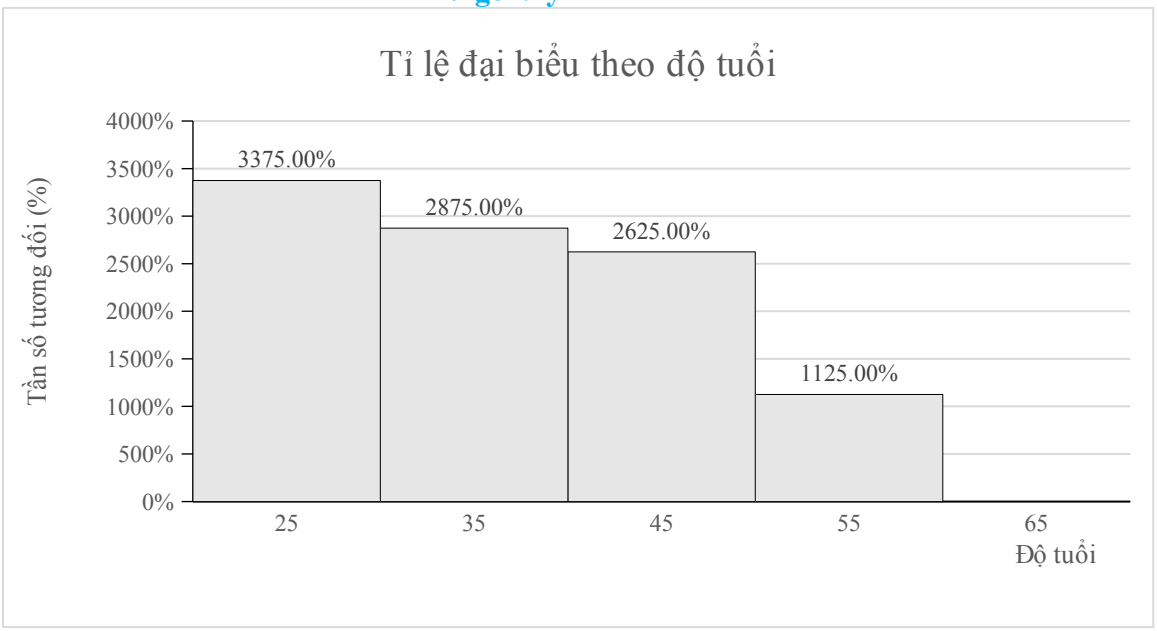


❣ HẾT ❣

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

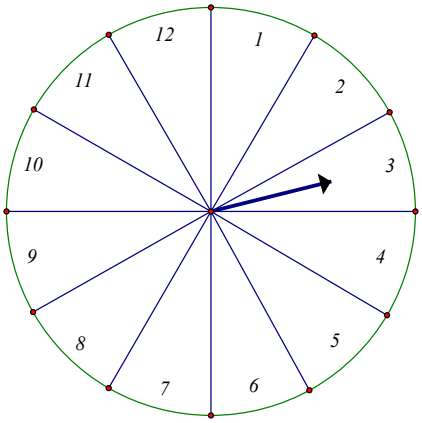
1) . Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.



a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?

b) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;...;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố P: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố". Tính xác suất của biến cố P.

Lời giải

1a) Nhóm [25; 35) chiếm 33,75% so với tổng số đại biểu và có 54 người.

Suy ra số người tham dự hội nghị là 54: 33,75% = 160 (người)

Vậy tổng số đại biểu tham dự hội nghị là 160 người.

b) Tổng số % số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

Vậy nhận định "Trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi" " là đúng.

2) Có 12 kết quả có thể xảy ra khi quay ngẫu nhiên tấm bìa một lần.

$$A = \{1;\ 2;\ 3;\ ...\ ;\ 12\}$$

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $2;\ 3;\ 5;\ 7;\ 11$.

Vậy xác suất của biến P cố là: $\frac{5}{12}$.

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$; $B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}+4}{x-1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$

a) Tính giá trị của A khi $x=4.$

b) Rút gọn B

c) Tìm x để $A.B\le\frac{1}{2}$

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có: $A=\frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}+3}=\frac{3}{5}$

Vậy giá trị của biểu thức A tại $x=4$ là: $\frac{3}{5}$

b) Ta có: $B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}+4}{x-1}$

$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{2\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+2\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$=\frac{2x-2\sqrt{x}-x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}-2+2\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$=\frac{x-3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

$=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

c) Ta có: $A.B\le\frac{1}{2}$

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}\cdot\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}\le\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\le\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}-\frac{1}{2}\le 0$$

$$\frac{2\sqrt{x}-4-\sqrt{x}-3}{2\left(\sqrt{x}+3\right)}\le 0$$

$$\frac{\sqrt{x}-7}{2\left(\sqrt{x}+3\right)}\le 0$$

$$\sqrt{x}-7\le 0 \quad (\text{Vì } 2\left(\sqrt{x}+3\right)>0)$$

$$\sqrt{x}\le 7$$

$$x\le 49$$

Kết hợp điều kiện ta có: $0\le x\le 49;\ x\ne 1$.

Vậy $0\le x\le 49;\ x\ne 1$ thì $A.B\le\frac{1}{2}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

2) . Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau $30\,km$. Khi đi từ B về A, người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ $6\,km$. Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là $3\,km/h$ nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

Lời giải

1) Gọi giá tiền của bàn là và quạt điện theo giá niêm yết lần lượt là: $x;y$ (đơn vị: nghìn đồng; điều kiện $0<x;y<850$).

Do tổng số tiền mua bàn là và quạt điện theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x+y=850$ (1).

Bàn là giảm giá 20% nên số tiền cần trả cho bàn là là: $x-\frac{20}{100}x=\frac{4}{5}x$ (nghìn đồng).

Quạt điện giảm giá 10% nên số tiền trả cho quạt điện là: $y-\frac{10}{100}y=\frac{9}{10}y$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền phải trả theo giá khuyến mại là 740 nghìn nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}y=740 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=850 \\ \frac{4}{5}x+\frac{9}{10}y=740 \end{cases}$

Giải hệ ta được $\begin{cases} x=250 \\ y=500 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá tiền của bàn là là 250 nghìn đồng, của quạt điện là 600 nghìn đồng.

2) Gọi vận tốc lúc đi là: x (km/h) $(x>0)$

Thời gian lúc đi là $\frac{30}{x}$ (giờ)

Quãng đường lúc về là : $30+6=36$ (km)

Vận tốc lúc về là : $x+3$ (km/h)

Thời gian lúc về là : $\frac{36}{x+3}$ (giờ)

Theo đầu bài thời gian về ít hơn thời gian đi 20 phút $=\frac{1}{3}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x}-\frac{36}{x+3}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{90(x+3)}{3x(x+3)}-\frac{108x}{3x(x+3)}=\frac{x(x+3)}{3x(x+3)}$$

$$90(x+3)-108x=x(x+3)$$

$$x^2+21x-270=0$$

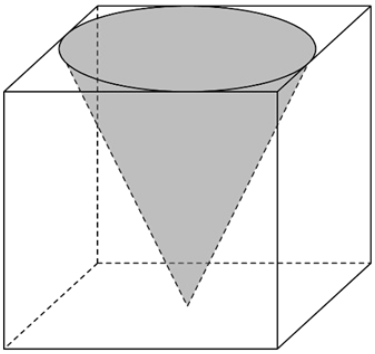
$$(x+30)(x-9)=0$$

$x=-30$ (loại) hoặc $x=9$ (thoả mãn)

Vậy vận tốc lúc đi là 9 km/h.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh $1m$ chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài. (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)



2) . Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O). Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với $BD, AB.$

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MO song song với BC và $IM^2 = ID.IB$.

c) Gọi L là giao điểm của IK, HC. Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng.

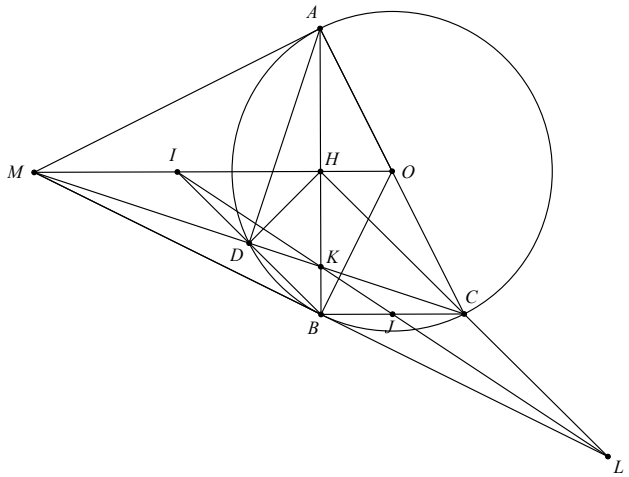
Lời giải

1) Thể tích lượng nước trong khối hộp bị tràn ra ngoài là thể tích của khối nón.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \approx \frac{1}{3}\cdot 3{,}14.\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 \approx 0{,}26 \ (m^2)$$

Vậy lượng nước bị trào ra có thể tích $\approx 0{,}26 \ (m^2)$.

2)



a) MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên : $MA \perp OA; MB \perp OB$

- Xét ΔMAO có $\widehat{MAO} = 90°$ nên 3 điểm A, M, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM

- Xét ΔMBO có $\widehat{MBO} = 90°$ nên 3 điểm B, M, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM

Vậy bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn. (ĐPCM)

b) Ta có: $MA = MB$ (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O))

$OA = OB = R$

Nên OM là trung trực của AB hay $OM \perp AB$ tại H

Mà B thuộc đường tròn đường kính AC nên $\widehat{ABC} = 90°$ hay $BC \perp AB$

Suy ra: $MO // BC$

$\widehat{IMD} = \widehat{BCD}$ (2 góc so le trong)

Lại có: $\widehat{MBI} = \widehat{BCD}$ nên $\widehat{IMD} = \widehat{IBM} = \widehat{BCD}$

Xét ΔIMD và ΔIBM có :

$\widehat{MIB}$ chung

$\widehat{IMD} = \widehat{IBM}$

Nên: $\Delta IMD \backsim \Delta IBM$ (g.g)

Suy ra: $\frac{IM}{IB} = \frac{ID}{IM}$ hay $IM^2 = IB.ID$ (ĐPCM)

c) Ta có $\widehat{ADC} = 90°$ nên $\widehat{ADM} = 90°$

Suy ra 3 điểm A, D, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM.

Mà $\widehat{AHM} = 90°$ nên 3 điểm A, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM.

Suy ra bốn điểm A, D, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM.

Hay $AMDH$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{IHD} = \widehat{MAD}$

Mà $\widehat{MAD} = \widehat{ABD}$ nên $\widehat{IBH} = \widehat{IHD}$

Xét ΔIHD và ΔIBH có:

$\widehat{IHD} = \widehat{IBH}$ (cmt)

$\widehat{HIB}$ chung

Nên: $\Delta IHD \backsim \Delta IBH$, suy ra $IH^2 = IB.ID$

Mà $IM^2 = IB.ID$ nên $IM = IH$

Gọi J là giao điểm của IL và BC

Xét ΔMKI có $IM // CJ$ nên $\frac{JC}{IM} = \frac{KJ}{KI}$

Xét ΔIKH có $BJ // IH$ nên $\frac{BJ}{IH} = \frac{KJ}{KI}$

Suy ra : $JC = JB$

Hay J là trung điểm của BC

Xét ΔILH có $CJ // LH$ nên $\frac{LC}{LH} = \frac{CJ}{HI} = \frac{2CI}{2HJ} = \frac{CB}{MH}$

Lại có $\widehat{MHL} = \widehat{BCL}$ (đồng vị)

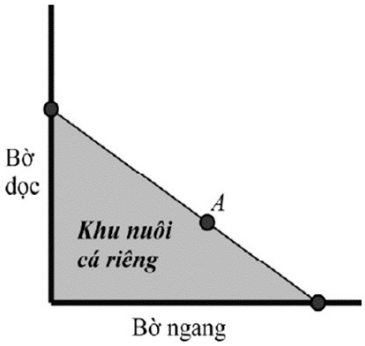
Suy ra $\Delta MHL \backsim \Delta BCL$ (c.g.c)

Từ đó ta có: $\widehat{HLB} = \widehat{HLM}$

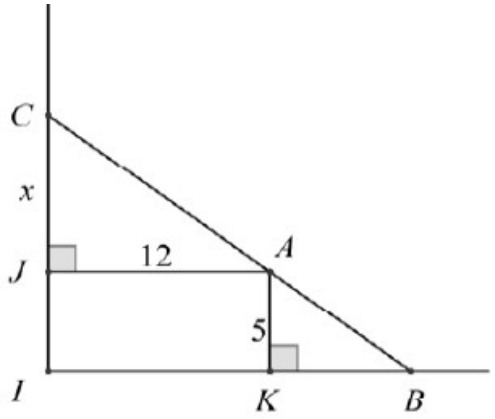
Vậy M, B, L thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



Lời giải



Đặt tên các điểm như hình vẽ. Đặt $CJ = x, (x > 0).$

Vì hai tam giác AJC và BKA là hai tam giác đồng dạng nên: $\frac{CJ}{AK} = \frac{JA}{KB}$ hay $\frac{x}{5} = \frac{12}{KB}$

Suy ra $KB = \frac{60}{x}.$

Diện tích của khu nuôi cá là: $S(x) = \frac{1}{2}(x+5).\left(\frac{60}{x}+12\right)$

$$S(x) = \frac{1}{2}\left(60 + 12x + \frac{300}{x} + 60\right)$$

$$S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: $6x + \frac{150}{x} \geq 2\sqrt{6x.\frac{150}{x}} = 60$

Dấu bằng xảy ra khi: $6x = \frac{150}{x}$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5 \ (\text{vì } x > 0)$$

Vậy $S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 60 + 60 = 120$.

Suy ra diện tích nhỏ nhất có thể giăng là $120(m^2)$, đạt được khi $x = 5m$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 32

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

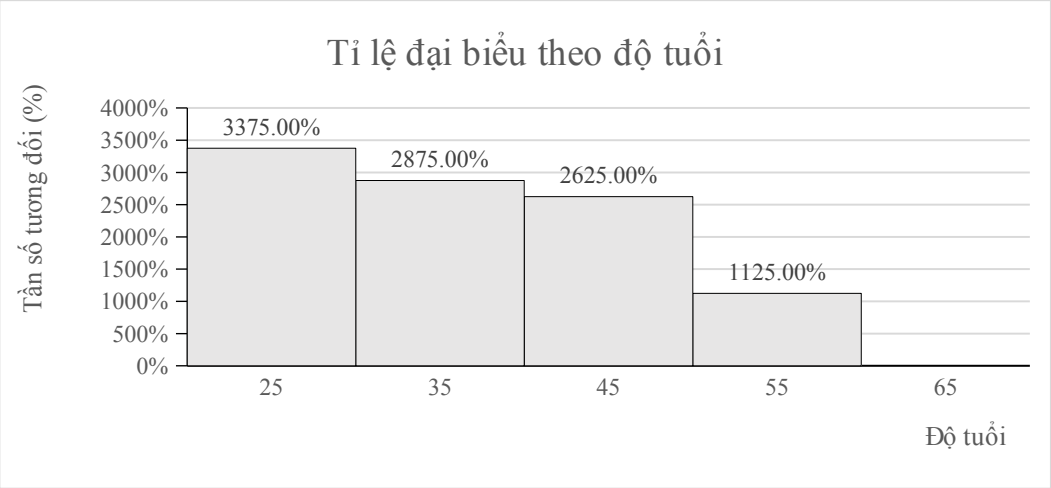
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

1) . Để chuẩn bị cho tiết mục kỉ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ, phường Mỹ Đình có cử một số lượng người tham gia, được biểu diễn dưới biểu đồ tỉ lệ sau:

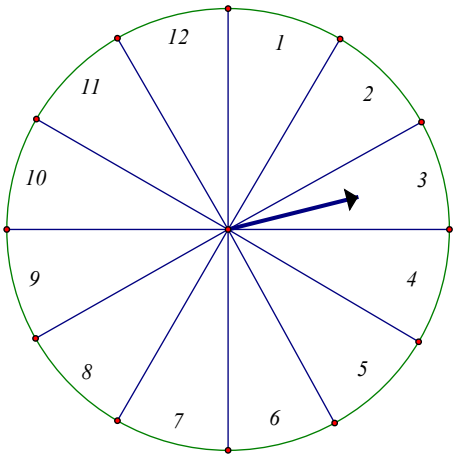
(Biết rằng có 54 người từ 25 tuổi đến 35 tuổi)



a) Có bao nhiêu người tham gia biểu diễn?

b) Một người cho rằng có trên 50% số người biểu diễn dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;...;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố P: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố". Tính xác suất của biến cố P.

Câu II: (1,5 điểm)

Với $x>0$, cho hai biểu thức $A=\dfrac{x+2\sqrt{x}}{x}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$.

c) Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $\dfrac{A}{B}<\dfrac{7}{4}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng $2,17$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng $2,18$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền mỗi loại hàng.

2) Nam đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên con đường đó, Nam đạp xe với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình lúc đi là 2 km/h. Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của Nam là 44 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường.

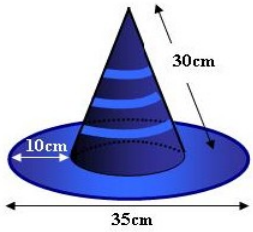
3) Cho phương trình $2x^2-(m+4)x+m=0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

b) Với $m=5$, gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tính giá trị của $M=x_1^2+x_2^2$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú hề với các số liệu trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15%. Cho biết $\pi\approx 3,14$.



2) . Cho nửa (O) đường kính $AB=2R$, C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC<CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho: $\widehat{COD}=90^0$. Gọi E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của EF.

a) Chứng minh: $CEDF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $FC.FA=FD.FB$.

c) Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

d) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Câu V: (0,5 điểm)

Công ty sữa muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích 100 ml. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào thì tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

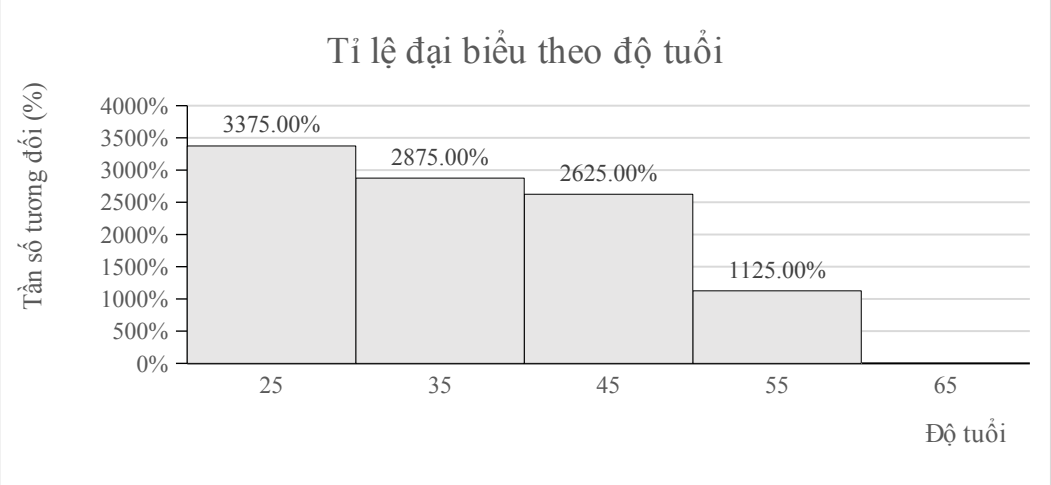
HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm) Đề.

1) . Để chuẩn bị cho tiết mục kỉ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ, phường Mỹ Đình có cử một số lượng người tham gia, được biểu diễn dưới biểu đồ tỉ lệ sau:

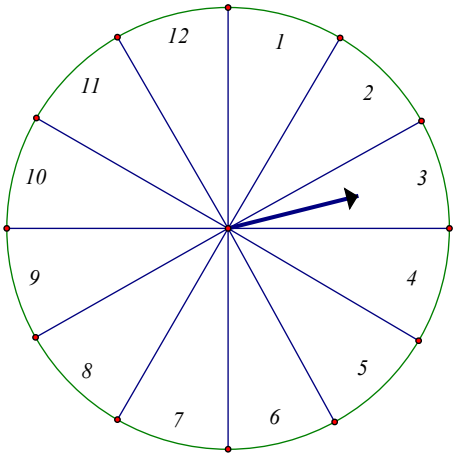
(Biết rằng có 54 người từ 25 tuổi đến 35 tuổi)



a) Có bao nhiêu người tham gia biểu diễn?

b) Một người cho rằng có trên 50% số người biểu diễn dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

2) . Hình vẽ dưới đây mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia thành 12 phần bằng nhau và ghi các số $1;2;3;...;12$. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa.



Xét phép thử: "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố P: "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số là số nguyên tố". Tính xác suất của biến cố P.

Lời giải

1a) Nhóm [25; 35) chiếm 33,75% so với tổng số đại biểu và có 54 người.

Suy ra số người tham dự hội nghị là 54: 33,75% = 160 (người)

Vậy tổng số đại biểu tham dự hội nghị là 160 người.

b) Tổng số % số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

Vậy nhận định "Trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi" " là đúng.

2) Có 12 kết quả có thể xảy ra khi quay ngẫu nhiên tấm bìa một lần.

$$A = \{1;\ 2;\ 3;\ ...\ ;\ 12\}$$

Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $2;\ 3;\ 5;\ 7;\ 11$.

Vậy xác suất của biến P cố là: $\frac{5}{12}$.

Câu II: (1,5 điểm)

Với $x>0$, cho hai biểu thức $A=\frac{x+2\sqrt{x}}{x}$ và $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$.

c) Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $\frac{A}{B}<\frac{7}{4}$.

Lời giải

a) Khi $x=4$ (thỏa mãn điều kiện), ta thay vào biểu thức A ta có $A=\frac{4+2\sqrt{4}}{4}=2$.

Vậy $A=2$ khi $x=4$.

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

b) Ta có

Vậy với $x>0$ thì $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$.

c) Với $x>0$, $\frac{A}{B}=\frac{x+2\sqrt{x}}{x}:\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{x}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{x}=\frac{x+\sqrt{x}}{x}$

$\frac{A}{B}<\frac{7}{4}$

Ta có:

$\frac{x+\sqrt{x}}{x}<\frac{7}{4}$

$1+\frac{1}{\sqrt{x}}<\frac{7}{4}$

$\frac{1}{\sqrt{x}}<\frac{3}{4}$

$\sqrt{x}>\frac{4}{3}$

$x>\frac{16}{9}$

Vậy số nguyên x nhỏ nhất thỏa điều kiện bài toán là $x=2$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) . Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng $2,17$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng $2,18$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền mỗi loại hàng.

2) Nam đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên con đường đó, Nam đạp xe với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình lúc đi là 2 km/h. Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của Nam là 44 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường.

3) Cho phương trình $2x^2-(m+4)x+m=0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

b) Với $m=5$, gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tính giá trị của $M=x_1^2+x_2^2$.

Lời giải

1) Gọi x, y là số tiền phải trả cho mỗi loại hàng khi chưa tính thuế VAT (triệu đồng, x; y > 0)

* Khi tính thuế 10% và 8% lần lượt đối với mặt hàng thứ nhất và mặt hàng thứ hai thì số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất là $x+0,1x=1,1x$ triệu đồng; số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là $y+0,08y=1,08y$ triệu đồng

Tổng số tiền phải trả là $2,17$ triệu đồng nên ta có phương trình $1,1x+1,08y=2,17$ (1)

* Khi tính thế 9% đối với cả hai loại hàng thì số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất là $x+0,09x=1,09x$ triệu đồng và số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai là $y+0,09y=1,09y$ triệu đồng.

Tổng số tiền phải trả là $2,18$ triệu đồng nên ta có phương trình $1,09x+1,09y=2,18$ (2)

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}1,1x+1,08y=2,17\\1,09x+1,09y=2,18\end{cases}$

Giải hệ ta được nghiệm duy nhất $\begin{cases}x=0,5\\y=1,5\end{cases}$ (thoả mãn)

Vậy khi chưa tính tiền thuế VAT thì giá của loại hàng thứ nhất là $0,5$ triệu đồng và giá của loại hàng thứ hai là $1,5$ triệu đồng

2) Gọi vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường là x (km/h, $x>0$)

Thời gian đạp xe của Nam lúc đi từ nhà đến trường là $\frac{4}{x}$ (h)

Vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ trường về nhà là $x+2$ (km/h).

Thời gian đạp xe của Nam lúc đi từ trường về nhà là $\frac{4}{x+2}$ (h)

Lập luận để có phương trình: $\frac{4}{x}+\frac{4}{x+2}=\frac{11}{15}$

Giải phương trình tìm được x = 10 (thoả mãn) hoặc $x=\frac{-12}{11}$ (không thoả mãn)

Vậy vận tốc đạp xe trung bình của Nam lúc đi từ nhà đến trường là 10 km/h

3) a) Phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ trái dấu khi $ac<0$. Từ đó tìm được $m<0$.

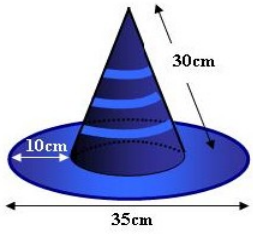
b) Với $m=5$, phương trình có dạng $2x^2-9x+5=0$.

Cách 1. Áp dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai, các nghiệm $x_1;x_2$ và thay vào M tìm được $M=\frac{61}{4}$.

Cách 2. Biến đổi $M=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$ rồi áp dụng hệ thức Vi-ét ta cũng tìm được $M=\frac{61}{4}$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) . Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú hề với các số liệu trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15%. Cho biết $\pi\approx 3,14$.



2) . Cho nửa (O) đường kính $AB=2R$, C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC<CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho: $\widehat{COD}=90^0$. Gọi E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của EF.

a) Chứng minh: $CEDF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $FC.FA=FD.FB$.

c) Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

d) Hỏi khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, E thuộc đường tròn cố định nào?

Lời giải

1) Diện tích vải cần có để làm nên cái mũ gồm diện tích xung quanh của hình nón và diện tích của vành nón.

Bán kính đường tròn đáy của hình nón: $r=\frac{35-2.10}{2}=7,5$ (cm)

Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq}=\pi rl=\pi.7,5.30=225\pi$ (cm^2)

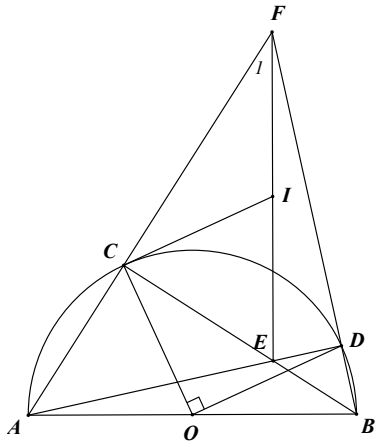
Diện tích vành nón (hình vành khăn): $\pi.\left(\frac{35}{2}\right)^2-\pi.(7,5)^2=250\pi$ (cm^2)

Diện tích vải cần để may: $225\pi+250\pi=475\pi$ (cm^2).

Vì tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15% nên diện tích vải thực tế cần dùng là:

$475\pi+15\%.475\pi=546,25\pi\approx 546,25.3,14=1715,225$ (cm^2).

2)



a) Giả sử I là trung điểm của EF.

Xét (O) có:

$\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BC \perp AF$

Nên ΔBCF hay ΔECF vuông tại C, có CI là đường trung tuyến nên $CI = IE = IF = \dfrac{EF}{2}$.

$\widehat{ADB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AD \perp BF$.

Nên ΔADF hay ΔEDF vuông tại C, có DI là đường trung tuyến nên $DI = IE = IF = \dfrac{EF}{2}$.

Khi đó $CI = DI = IE = IF$ suy ra tứ giác $FCED$ nội tiếp đường tròn tâm I đường kính EF.

b) Tam giác vuông FDA đồng dạng với tam giác vuông FCB (g.g).

Suy ra $\dfrac{FA}{FB} = \dfrac{FD}{FC}$ (2 cặp cạnh tương ứng)

Nên $FC.FA = FD.FB$ (đpcm)

c) Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCED$ nên $CI = IF$.

Khi đó ΔICF cân tại $I \Rightarrow \widehat{F_1} = \widehat{FCI}$ (1)

Xét ΔOAC cân tại O nên $\widehat{CAO} = \widehat{OCA}$ (2)

Xét ΔABF có BC, AD là hai đường cao cắt nhau tại E nên E là trực tâm của ΔABF.

Suy ra $EF \perp AB \Rightarrow \widehat{F_1} + \widehat{CAO} = 90^0$ (3)

Từ (1); (2); (3) nên $\widehat{ICF} + \widehat{OCA} = 90^0$.

Do đó $\widehat{OCI} = 90^o$ hay $OC \perp CI$.

Vậy CI là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Ta có: $\left.\begin{array}{l}\widehat{O_1}+\widehat{O_2}+\widehat{O_3}=180°\\ \widehat{O_2}=90°\end{array}\right\}$ nên $\widehat{O_1}+\widehat{O_3}=90°$.

Xét (O) ta có:

$\left.\begin{array}{l}\widehat{DAB}=\frac{1}{2}\widehat{O_1}\\ \widehat{ABC}=\frac{1}{2}\widehat{O_3}\end{array}\right\}$ nên $\widehat{DAB}+\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 90°=45°$.

Xét ΔAEB ta có $\widehat{DAB}+\widehat{ABC}=45°$ nên $\widehat{AEB}=135°$.

Qua A kẻ $Ax\perp AE$. Qua B kẻ $By\perp BE$; Gọi By cắt Ax tại K.

Xét tứ giác $EAKB$ ta có:

$\left.\begin{array}{l}\widehat{KAE}=90°\left(Ax\perp AE\right)\\ \widehat{KBE}=90°\left(By\perp \mathrm{BE}\right)\end{array}\right\}$ *nên* $\widehat{KAE}+\widehat{KBE}=180°$.

Mà hai góc nằm tại hai đỉnh đối nhau nên tứ giác $EAKB$ nội tiếp.

$\widehat{AKB}+\widehat{AEB}=180°$ nên $\widehat{AKB}=45°$.

Gọi H là trung điểm của EK nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $EAKB$.

Xét (H): $\widehat{AKB}=\frac{1}{2}\widehat{AHB}\Rightarrow\widehat{AHB}=90°$.

Xét ΔAHB vuông tại H có $HA=HB$ (bán kính đường tròn tâm H) nên ΔAHB vuông cân tại H.

Mà AB không đổi nên H cố định.

Áp dụng định lí Pythagore vào ΔAHB ta có: $HA^2+HB^2=AB^2$

$$2HA^2=4R^2$$
$$HA^2=2R^2$$
$$HA=\sqrt{2}R$$

Vậy khi C thay đổi thì E chạy trên đường tròn $(H;\sqrt{2}R)$ cố định.

Câu V: (0,5 điểm)

Công ty sữa muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích $100\ \text{ml}$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào thì tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

Lời giải

Trường hợp 1. Nếu thiết kế bao bì dạng hình trụ.

Ta gọi, R : bán kính hình trụ; l : chiều cao hình trụ

Thể tích của hình trụ là: $V=\pi R^2 l=100(\text{ml})$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2=\pi Rl+\pi Rl+2\pi R^2$

Áp dụng b.đ.t Cô-Si cho ba số không âm: $\pi Rl;\ \pi Rl;\ 2\pi R^2$ ta được

$S_{tp}=\pi Rl+\pi Rl+2\pi R^2\geq 3\sqrt[3]{\pi Rl.\pi Rl.2\pi R^2}=3\sqrt[3]{2\pi .\left(\pi R^2 l\right)^2}$

$S_{tp}\geq 3\sqrt[3]{2\pi .100^2}\approx 119,27 \qquad (1)$

Dấu "=" xảy ra khi $\pi Rl=\pi Rl=2\pi R^2 \Leftrightarrow l=2R$

Trường hợp 2. Nếu thiết kế bao bì dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông

Ta gọi, a là độ dài cạnh đáy của hình hộp chữ nhật; h là chiều cao của hình hộp chữ nhật.

Thể tích của hình hộp chữ nhật là: $V=a^2.h=100\ \text{ml}$

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là: $S_{tp}=2a^2+4ah=2a^2+2ah+2ah$

Áp dụng b.đ.t Cô-Si cho ba số không âm : $2a^2;2ah;2ah$ ta được:

$S_{tp}=2a^2+2ah+2ah\geq 3\sqrt[3]{2a^2.2ah.2ah}=3\sqrt[3]{8a^2h.a^2h}$

$S_{tp}\geq 3.2.\sqrt[3]{100^2}\approx 129,27 \qquad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra, thiết kế hộp sữa dạng hình trụ có chiều cao gấp 2 lần bán kính đáy thì tốn ít nguyên vật liệu nhất.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 33

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới dây:

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150

1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

b) Có người nói: "Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180". Theo em nhận định đó đúng hay sai?

2) Bình tung một đồng tiền xu có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) liên tiếp ba lần, sau mỗi lần tung Bình đều ghi lại mặt xuất hiện. Tính xác suất của các biến cố A: "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần".

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $M=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $N=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức N khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức $S=M.N$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x sao $S<-1$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) ***Ngày của Cha*** *hay còn gọi là Father's Day là ngày để con bày tỏ lòng biết ơn và hiếu thảo đối với cha mình. Tương tự như* ***Ngày của Mẹ****, ngày của Cha cũng không cố định cụ thể mà được quy ước chọn ngày chủ nhật tuần thứ* 3 *của tháng* 6 *hàng năm (Theo Vietnamnet.vn).*

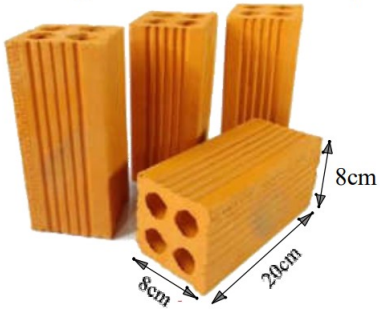
Nhân dịp lễ "Ngày của Cha – $19/6/2022$", siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giầy và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng $834\ 700$ đồng để mua một đôi giầy và một chiếc cà vạt ở siêu thị A làm quà tặng ba mình. Duy tính nhẩm: cùng ở siêu thị A, cùng số lượng, cùng mẫu mã nhưng nếu mua vào ngày $18/6/2022$ (ngày mà siêu thị A không có khuyến mại giảm giá các mặt hàng) thì chỉ với số tiền tiết kiệm được là $1\ 025\ 000$ đồng bạn ấy không đủ tiền để mua hai món hàng này. Em hãy cho biết, bạn Duy tính nhẩm như vậy có đúng không? Biết rằng, nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giầy gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt.

2) Theo kế hoạch, một tổ trong xưởng may phải may xong $8\ 400$ chiếc khẩu trang trong một thời gian quy định. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp, tổ đã quyết định tăng năng suất nên mỗi ngày tổ đã may được nhiều hơn 102 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì vậy, trước thời gian quy định 4 ngày, tổ đã may được $6\ 416$ chiếc khẩu trang. Hỏi số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là bao nhiêu?

3) Cho phương trình $2x^2-(m+1)x+m-1=0.$ Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm sao cho hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài $20cm$, rộng $8cm$. Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính $2,5cm$.



a. Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (lấy $\pi \approx 3,14$)

b. Theo toán học, bác Ba muốn xây một ngôi nhà phải mua 10 ***thiên gạch***, giá một viên là $1\,100$ đồng. Nhưng khi thi công, bác Ba phải mua dư 2% số gạch cần dùng dự phòng cho hư hao. Tính số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà, biết 1 ***thiên gạch*** là $1\,000$ viên.

2) Cho đường tròn $(O;R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E (điểm A thuộc cung nhỏ MN). Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt $(O;R)$ tại điểm K (K khác B).

a. Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh $BM^2 = BK \cdot BC$.

c. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK và MN; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI. Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của ΔDEK.

Câu V: (0,5 điểm)

Công ty sản xuất thùng gỗ muốn thiết kế số lượng lớn thùng đựng hàng hóa bên trong, dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp với thể tích là $62,5\text{dm}$. Để tiết kiệm vật liệu gỗ làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất. Hỏi S có giá trị bằng bao nhiêu?

HẾT

Câu I: (1,5 điểm)

1) Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới dây:

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

c) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

d) Có người nói: "Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180". Theo em nhận định đó đúng hay sai?

2) Bình tung một đồng tiền xu có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) liên tiếp ba lần, sau mỗi lần tung Bình đều ghi lại mặt xuất hiện. Tính xác suất của các biến cố A: "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần".

Lời giải

1) a) Liệt kê các giá trị khác nhau ta được: $1150;\ 1160;\ 1170;\ 1180;\ 1190$

Với mỗi giá trị khác nhau, ta đếm xem giá trị đó xuất hiện bao nhiêu lần trong bảng.

Bảng phân bố tần số:

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số (n)	3	6	12	6	3	$N=30$

Tần số tương đối của các giá trị lần lượt là:

$$f_1=\frac{3.100}{30}=10\%;\ f_2=\frac{6.100}{30}=20\%;\ f_3=\frac{12.100}{30}=40\%;$$

$$f_4=\frac{6.100}{30}=20\%;\ f_5=\frac{3.100}{30}=10\%$$

Vì vậy, bảng tần số tương đối của mẫu số liệu đã cho được nêu trong Bảng sau.

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số tương đối ($\%$)	10	20	40	20	10	100

b) Số bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180 chiếm số phần trăm là:

$$20\%+40\%+20\%=80\%$$

Vậy nhận định "Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180" là đúng.

2) Xét phép thử "Tung một đồng tiền xu liên tiếp ba lần". Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

Có 8 khả năng có thể xảy ra là: SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: SNN; NSN; NNS.

Vậy $P(A)=\frac{3}{8}$.

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $M=\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $N=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức N khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức $S=M.N$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x sao $S<-1$.

Lời giải

Có $M=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $N=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0;\ x\neq 1$.

a) Thay $x=25$ (thoả mãn ĐKXĐ) vào biểu thức N, ta có $N=\dfrac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}}=\dfrac{6}{5}$.

Vậy với $x=25$ thì giá trị của biểu thức $N=\dfrac{6}{5}$.

b) Ta có: $M=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}$

$$M=\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$M=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$M=\frac{x+\sqrt{x}-2-x+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$M=\frac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

+) Có $M=\dfrac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2\left(\sqrt{x}-1\right)}$; $N=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ mà $S=M.N$

Nên $S=\dfrac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2\left(\sqrt{x}-1\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\dfrac{2}{x-1}$.

Vậy $S=\dfrac{2}{x-1}$ khi $x>0;\ x\neq 1$.

c) Có $S=\dfrac{2}{x-1}$ ($x>0;\ x\neq 1$). Mà $S<-1$ nên có $\dfrac{2}{x-1}<-1$.

Do đó: $\dfrac{2+x-1}{x-1}<0$ hay $\dfrac{x+1}{x-1}<0$ (1)

Vì $x>0$ nên $x+1>0$ (2)

Từ (1) (2), ta có: $x-1<0$ nên $x<1$.

Kết hợp điều kiện xác định $x>0;\ x\neq 1$ ta có: $0<x<1$.

Vậy $0<x<1$ thì $S<-1$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) ***Ngày của Cha*** *hay còn gọi là Father's Day là ngày để con bày tỏ lòng biết ơn và hiếu thảo đối với cha mình. Tương tự như* ***Ngày của Mẹ****, ngày của Cha cũng không cố định cụ thể mà được quy ước chọn ngày chủ nhật tuần thứ* 3 *của tháng* 6 *hàng năm (Theo Vietnamnet.vn).*

Nhân dịp lễ "Ngày của Cha – $19/6/2022$", siêu thị A đã giảm giá 18% cho mỗi đôi giầy và 20% cho mỗi chiếc cà vạt. Bạn Duy đã dùng $834\ 700$ đồng để mua một đôi giầy và một chiếc cà vạt ở siêu thị A làm quà tặng ba mình. Duy tính nhẩm: cùng ở siêu thị A, cùng số lượng, cùng mẫu mã nhưng nếu mua vào ngày $18/6/2022$ (ngày mà siêu thị A không có khuyến mại giảm giá các mặt hàng) thì chỉ với số tiền tiết kiệm được là $1\ 025\ 000$ đồng bạn ấy không đủ tiền để mua hai món hàng này. Em hãy cho biết, bạn Duy tính nhẩm như vậy có đúng không? Biết rằng, nếu không giảm giá thì tiền mua mỗi đôi giầy gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt.

2) Theo kế hoạch, một tổ trong xưởng may phải may xong $8\ 400$ chiếc khẩu trang trong một thời gian quy định. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp, tổ đã quyết định tăng năng suất nên mỗi ngày tổ đã may được nhiều hơn 102 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì vậy, trước thời gian quy định 4 ngày, tổ đã may được $6\ 416$ chiếc khẩu trang. Hỏi số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là bao nhiêu?

3) Cho phương trình $2x^2-(m+1)x+m-1=0.$ Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm sao cho hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

Lời giải

1) Gọi x là số tiền đôi giầy lúc chưa giảm giá ($x>0;$ đồng)

Gọi y là số cà vạt lúc chưa giảm giá ($y>0;$ đồng)

Theo bài ra:

+) Số tiền mua mỗi đôi giầy gấp 11 lần tiền mua mỗi chiếc cà vạt không giảm giá nên ta có phương trình $x=11y$ (1)

+) Vì giảm giá 18% cho mỗi đôi giầy và 20% cho mỗi chiếc cà vạt nên số tiền cần phải trả để mua giầy là $(100-18)\%x=0,82x$ (đồng) và số tiền cần trả để mua cà vạt là $(100-20)\%y=0,8y$ (đồng). Bạn Duy đã dùng $834\ 700$ đồng nên ta có phương trình: $0,82x+0,8y=834\ 700$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x=11y\\0,82x+0,8y=834\,700\end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $x=935\ 000;\ y=85\ 000$

Do đó khi chưa giảm giá số tiền mua đôi giầy và cà vạt là:

$$935\ 000+85\ 000=1\ 020\ 000 \text{ đồng}$$

Vậy với số tiền 1 025 000 đồng bạn Duy đủ tiền mua nên bạn nhẩm chưa đúng.

2) Gọi x (chiếc) là số khẩu trang mà tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch ($x\in\mathbb{N}^*$).

Thời gian may xong theo kế hoạch là : $\dfrac{8400}{x}$ (ngày)

Số khẩu trang thực tế tổ phải may mỗi ngày là: $x+102$ (chiếc)

Thời gian may xong theo thực tế là : $\dfrac{6416}{x+102}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình: $\dfrac{8400}{x}-\dfrac{6416}{x+102}=4$

Giải phương trình ta được: $x=700$ (tm) ; $x=-306$ (ktm)

Vậy số khẩu trang tổ phải may mỗi ngày theo kế hoạch là 700 chiếc.

3) Nhận thấy $a+b+c=2+\left[-\left(m+1\right)\right]+m-1=0$ nên phương trình có 2 nghiệm là $1,\dfrac{m-1}{2}$

Không mất tính tổng quát giả sử phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 , theo yêu cầu bài toán ta có $x_1-x_2=x_1.x_2$

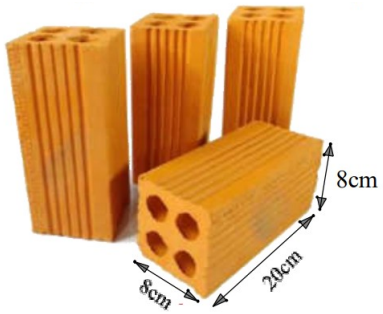
+ Nếu $x_1=1,x_2=\dfrac{m-1}{2}$ nên $1-\dfrac{m-1}{2}=\dfrac{m-1}{2}\Leftrightarrow m=2$

+ Nếu $x_2=1,x_1=\dfrac{m-1}{2}$ nên $\dfrac{m-1}{2}-1=\dfrac{m-1}{2}$ hay $-1=0$ (vô lý)

Do đó, không có giá trị m thỏa mãn.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài $20cm$, rộng $8cm$. Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính $2,5cm$.



a. Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (lấy $\pi\approx 3,14$)

b. Theo toán học, bác Ba muốn xây một ngôi nhà phải mua 10 ***thiên gạch***, giá một viên là $1\,100$ đồng. Nhưng khi thi công, bác Ba phải mua dư 2% số gạch cần dùng dự phòng cho hư hao. Tính số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà, biết 1 ***thiên gạch*** là $1\,000$ viên.

2) Cho đường tròn $(O;R)$ và dây MN cố định ($MN<2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E (điểm A thuộc cung nhỏ MN). Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt $(O;R)$ tại điểm K (K khác B).

a. Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh $BM^2=BK\cdot BC$.

c. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK và MN; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI. Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của ΔDEK.

Lời giải

1) Thể tích đất sét làm viên gạch hình hộp chữ nhật chưa trừ bốn lỗ rỗng bên trong là:

$$V=8.8.20=320\left(cm^3\right)$$

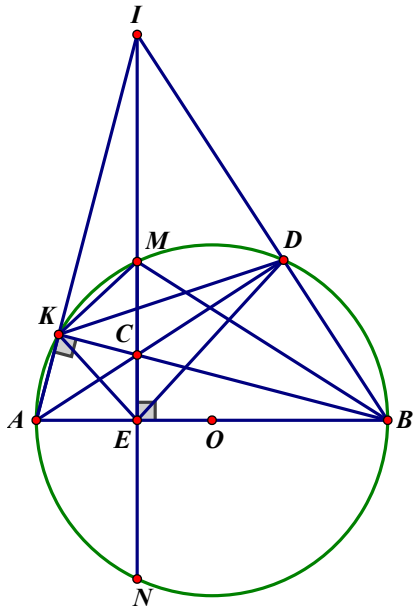
Thể tích của bốn lỗ hình trụ bằng nhau là: $V_1=\pi R^2h=3,14.\left(\dfrac{2,5}{2}\right)^2.20=98,125\left(cm^3\right)$

Thể tích đất sét để làm một viên gạch là: $V_2=V-V_1=320-98,125\approx 221,9\left(cm^3\right)$

b) Số viên gạch bác Ba cần mua là: $10.1000.(1+2\%)=10\ 200$ (viên gạch)

Số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà là: $10\ 200.\ 1\ 100 = 11\ 220\ 000$ (đồng)

2)



a. Ta có: $\widehat{AKB}=90^0$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

nên ΔAKC vuông tại K

Do đó, ba điểm A,K,C thuộc đường tròn đường kính AC (1)

+) Ta có $\widehat{AEC}=90^0$ (vì đường kính AB vuông góc với dây MN tại E theo giả thiết)

Nên ΔAEC vuông tại E

Do đó, ba điểm A,E,C thuộc đường tròn đường kính AC (2)

Từ (1) và (2), ta có bốn điểm A,K,E,C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

Vậy tứ giác $AKCE$ nội tiếp.

b. + Ta có tứ giác AKCE nội tiếp (cmt)

nên $\widehat{KA}\text{E}+\widehat{KC}\text{E}=180^0$ (tính chất)

Do đó, $\widehat{KC}\text{E}=180^0-\widehat{KA}\text{E}$ (1)

+) Ta có bốn điểm AKMB thuộc đường tròn (O) nên tứ giác AKMB nội tiếp

Do đó, $\widehat{KA}\text{B}+\widehat{KMB}=180^0$. Suy ra $\widehat{KMB}=180^0-\widehat{KA}\text{B}$ (2)

+) Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{KC}\text{E}=\widehat{KMB}$ mà $\widehat{KC}\text{E}=\widehat{MCB}$ (đối đỉnh)

Nên $\widehat{MCB}=\widehat{KMB}$

+) Xét ΔBMC và ΔBKM có:

$\widehat{MBK}$ chung; $\widehat{MCB}=\widehat{KMB}$ (cmt)

Nên $\Delta BMC \backsim \Delta BKM$ (góc-góc)

Do đó $\dfrac{BM}{BK}=\dfrac{BC}{BM}$. Suy ra $BM^2=BK\cdot BC$.

c. Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AECK$, ta có:

$\widehat{EKC}=\widehat{EAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EC) (3)

+) Xét tam giác BAI có BK, IE là hai đường cao, mà chúng cắt nhau tại C.

Suy ra C trực tâm tam giác BAI nên $\widehat{ADB}=90°$. Suy ra D thuộc đường tròn (O)

+) Ta có $\widehat{CKD} = \widehat{EAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD của đường tròn (O). (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{EKC} = \widehat{CKD}$

Do đó, KC là tia phân giác của góc EKD

+) Chứng minh tương tự câu a ta được tứ giác $BECD$ nội tiếp

Suy ra $\widehat{CDE} = \widehat{CBE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung CE)

Mặt khác $\widehat{KDC} = \widehat{CBE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AK của (O))

Suy ra $\widehat{CDE} = \widehat{KDC}$, suy ra DC là tia phân giác của góc KDE

Tam giác KDE có C là giao điểm của hai đường phân giác góc K và D

Suy ra C cách đều 3 cạnh của tam giác KDE

Câu V: (0,5 điểm)

Công ty sản xuất thùng gỗ muốn thiết kế số lượng lớn thùng đựng hàng hóa bên trong, dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp với thể tích là $62,5\text{dm}$. Để tiết kiệm vật liệu gỗ làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất. Hỏi S có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi a (dm) là độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ $(a > 0)$

Theo đề bài ta có chiều cao của lăng trụ là $h = \dfrac{62,5}{a^2}$

Diện tích xung quang của hình lăng trụ đứng là:

$$S = 4.\frac{62,5}{a^2}.a + a^2 = \frac{250}{a} + a^2 = \frac{125}{a} + \frac{125}{a} + a^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương ta có $S \ge 3\sqrt[3]{\dfrac{125}{a}.\dfrac{125}{a}.a^2} = 75$.

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{125}{a} = a^2$ hay $a = 5$.

Vậy diện tích gỗ nhỏ nhất để sản xuất thùng là 75dm^2 khi độ dài cạnh đáy là $5\text{d}m$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 34

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

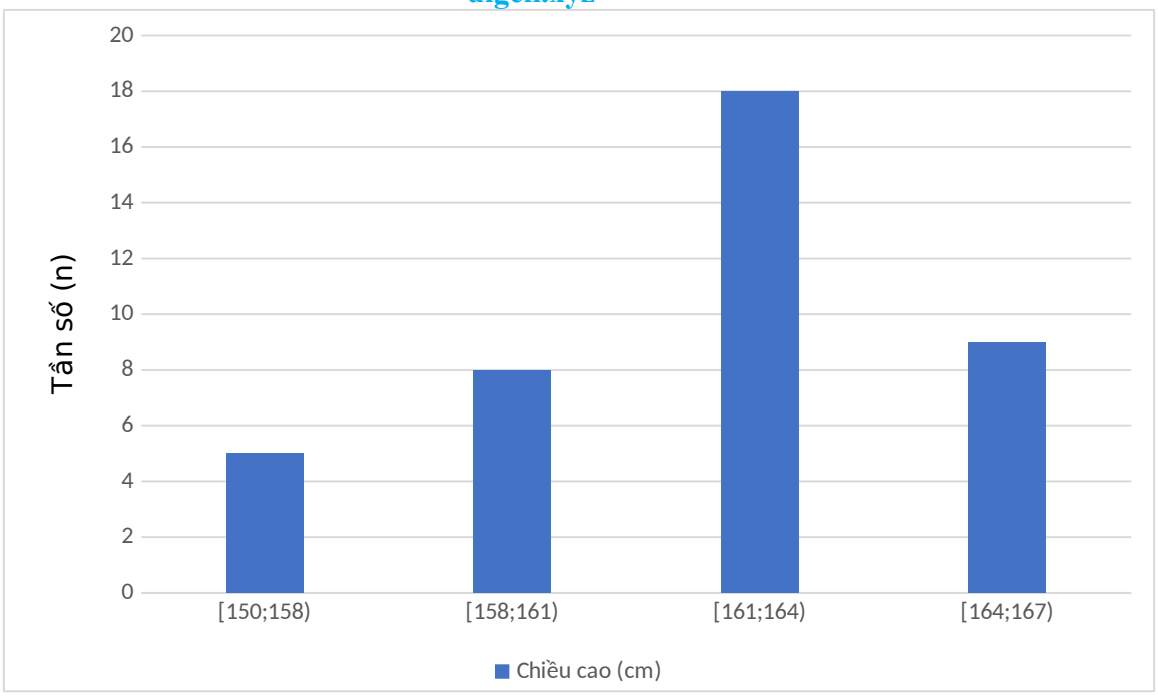
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 9A, cô giáo lập biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[161;164)$.

2) Một hộp chứa 9 quả bóng màu cam và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu trắng" là $\frac{2}{5}$. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng?

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{x-9}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Xét biểu thức $P=A.B$. Tìm x để $P<1$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hưởng ứng chiến dịch mùa hè xanh, 27 tình nguyện viên chia thành hai đội tham gia trồng cây gây rừng. Mỗi tình nguyện viên đội A trồng được 2 cây xanh. Mỗi tình nguyện viên đội B trồng được 3 cây xanh. Tổng kết phong trào cả hai đội trồng được 66 cây. Tính số tình nguyện viên mỗi đội.

2) Lúc 6 giờ 30 phút, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó lại ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

3) Phương trình $x^2-2x-m+1=0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x=1+\sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A=x_1^2x_2+x_2^2x_1$.

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trong chuyện ngụ ngôn La Phông ten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có bán kính đáy là $4\ cm$, chiều cao $30\ cm.$ Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao $10\ cm$ và mời Cáo dùng bữa.

a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn tiệc.

b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là $2\ cm.$ Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thảnh thơi ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên bi.

2) Cho nửa đường tròn tâm O, bán kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với $AB.$ Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E ; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D ($D \neq B$).

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Tính diện tích hình quạt OCB theo R, trong trường hợp $\widehat{AMC} = 60^\circ$ và chứng minh $\widehat{ADE} = \widehat{ACO}$.

c) Gọi H là hình chiếu của C trên $AB.$ Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Câu V: (0,5 điểm)

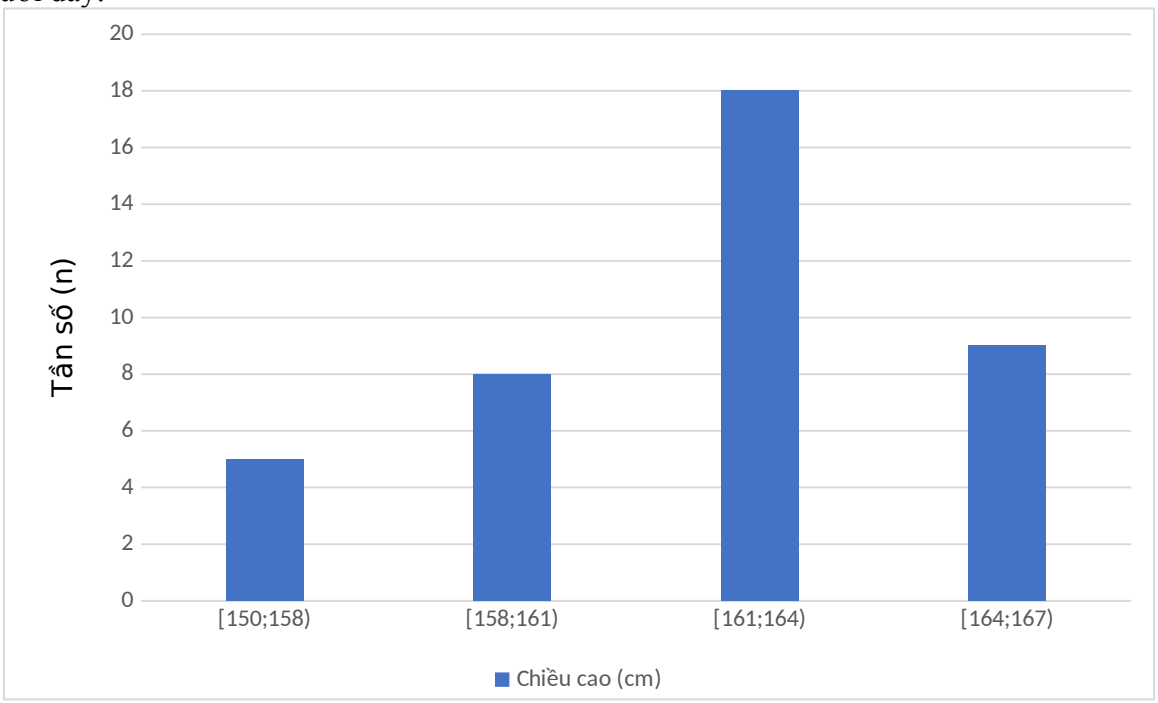
Một gia đình muốn xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $400\ \text{m}^3$ đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 500.000 đồng/m^2. Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây hồ chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

HẾT

HƯỚNG DẪN

Câu I: (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 9A, cô giáo lập biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[161;164)$.

2) Một hộp chứa 9 quả bóng màu cam và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu trắng" là $\frac{2}{5}$. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng?

Lời giải

1) Tần số ghép nhóm của nhóm $[161;164)$ là $n=18$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[161;164)$ là: $f=\frac{18.100}{40}\%=45\%$

2) Gọi số quả bóng trắng trong hộp là x (đơn vị: quả bóng) $\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$

Tổng số quả bóng trong hộp là $9+x$ (quả bóng)

Xác suất để lấy được một quả bóng màu trắng là: $P=\frac{x}{x+9}$

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{x}{x+9}=\frac{2}{5}$

$$5x=2\left(x+9\right)$$

$x=6$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy trong hộp có 6 quả bóng màu trắng.

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{x-9}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Xét biểu thức $P=A.B$. Tìm x để $P<1$.

Lời giải

1) Tính giá trị của A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (thoả mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\dfrac{\sqrt{16}}{16-9}=\dfrac{4}{7}$.

Vậy khi $x=16$ thì $A=\dfrac{4}{7}$.

2) Rút gọn biểu thức B.

Điều kiện: với $x\ge 0$ và $x\ne 4, x\ne 9$

$$B=\frac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2}+\frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{3.\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}+2}=3+\sqrt{x}$$

Vậy $B=3+\sqrt{x}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4, x\ne 9$.

3) Xét biểu thức $P=A.B$. Tìm x để $P<1$.

$$P=\frac{\sqrt{x}}{x-9}.\left(\sqrt{x}+3\right)=\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right).\left(\sqrt{x}-3\right)}.\left(\sqrt{x}+3\right)=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

Để $P<1$ thì $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}<1$ hay $\dfrac{3}{\sqrt{x}-3}<0$. Suy ra $\sqrt{x}-3<0$ (vì $3>0$)

Do đó $\sqrt{x}<3$ hay $x<9$. Kết hợp với điều kiện $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$, ta được $0\le x<9$ và $x\ne 4$

Vậy $P<1$ khi $0\le x<9$ và $x\ne 4$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Hưởng ứng chiến dịch mùa hè xanh, 27 tình nguyện viên chia thành hai đội tham gia trồng cây gây rừng. Mỗi tình nguyện viên đội A trồng được 2 cây xanh. Mỗi tình nguyện viên đội B trồng được 3 cây xanh. Tổng kết phong trào cả hai đội trồng được 66 cây. Tính số tình nguyện viên mỗi đội.

2) Lúc 6 giờ 30 phút, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó lại ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

3) Phương trình $x^2-2x-m+1=0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x=1+\sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A=x_1^2x_2+x_2^2x_1$.

Lời giải

1) Gọi số tình nguyện viên đội A là x (đơn vị: tình nguyện viên)

số tình nguyện viên đội B là y (đơn vị: tình nguyện viên)

Điều kiện: $x;y\in \square^{*};x;y<27$

Theo đề bài ta có phương trình $x+y=27 \quad (1)$

Số cây đội A trồng được là $2x$ (cây xanh)

Số cây đội B trồng được là $3y$ (cây xanh)

Theo đề bài ta có phương trình $2x+3y=66 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=27 \\ 2x+3y=66 \end{cases}$

Giải hệ ta được $\begin{cases} x=15 \\ y=12 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy đội A có 15 tình nguyện viên và đội B có 12 tình nguyện viên

2) Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (đơn vị: km/h) $(x>3)$

Vận tốc ca nô đi xuôi dòng là $x+3$ (km/h)

Vận tốc ca nô đi ngược dòng là $x-3$ (km/h)

Thời gian ca nô đi xuôi dòng là $\dfrac{48}{x+3}$ (h)

Thời gian ca nô đi ngược dòng là $\dfrac{48}{x-3}$ (h)

Theo đề bài ta có phương trình $\dfrac{48}{x+3}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{48}{x-3}=\dfrac{41}{10}$

$$\dfrac{48}{x+3}+\dfrac{48}{x-3}=\dfrac{18}{5}$$

$$\dfrac{48(x-3)+48(x+3)}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{18}{5}$$

$$\dfrac{96x}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{18}{5}$$

$$3x^2-80x-27=0$$

$$(3x+1)(x-27)=0$$

$x=\dfrac{-1}{3}$ (loại) hoặc $x=27$ (thoả mãn)

Vậy vận tốc riêng của ca nô là $27km/h$.

3) Thay $x=1+\sqrt{7}$ vào phương trình ta có: $\left(1+\sqrt{7}\right)^2-2\left(1+\sqrt{7}\right)-m+1=0$

$$8+2\sqrt{7}-2-2\sqrt{7}-m+1=0$$

$$m=7$$

Phương trình có dạng $x^2-2x-6=0$

Áp dụng hệ thức Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1.x_2=-6 \end{cases}$

Ta có $A=x_1^2x_2+x_2^2x_1=x_1x_2\left(x_1+x_2\right)=-6\cdot 2=-12$

Vậy $A=-12$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Trong chuyện ngụ ngôn La Phông ten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc với món súp hảo hạng. Món súp đó Cò thường cho vào một cái bình hình trụ, có bán kính đáy là $4\ cm$, chiều cao $30\ cm.$ Nhưng khi Cáo đến Cò chỉ đổ súp sao cho phần súp trong bình đó cao $10\ cm$ và mời Cáo dùng bữa.

a) Tính thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn.

b) Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là $2\ cm.$ Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thảnh thơi ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên bi.

Lời giải

a) Thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là $V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi\ (cm^3)$

Vậy thể tích của phần súp mà Cò mời Cáo ăn là $480\pi\ (cm^3)$

b) Thể tích của bình hình trụ đó là $V_0 = \pi \cdot 4^2 \cdot 30 = 480\pi\ (cm^3)$

khi Cáo thả những viên bi vào thì súp dâng đến vừa đầy miệng bình nên thể tích của các viên bi là $V = V_0 - V_1 = 480\pi - 160\pi = 320\pi\ (cm^3)$

Thể tích của mỗi viên bi là $V_{1 vien\ bi} = \frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32}{3}\pi$ (cm^3)

Số lượng viên sỏi đã thêm vào là: $320\pi : \left(\frac{32}{3}\pi\right) = 30$ (viên)

Vậy Cáo đã thêm 30 viên bi.

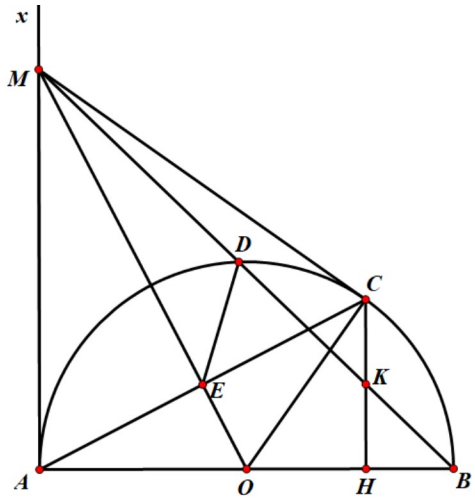
2) Cho nửa đường tròn tâm O, bán kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với $AB.$ Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E ; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D ($D \neq B$).

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, M, C, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Tính diện tích hình quạt OCB theo R, trong trường hợp $\widehat{AMC} = 60^\circ$ và chứng minh $\widehat{ADE} = \widehat{ACO}$.

c) Gọi H là hình chiếu của C trên $AB.$ Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Lời giải



a) Do MA, MB là tiếp tuyến của nửa đương tròn (O) nên ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MCO} = 90^\circ$

Suy ra $\triangle MAO$ là tam giác vuông tại A và $\triangle MCO$ là tam giác vuông tại C

Suy ra M,A,O cùng thuộc đường tròn đường kính MO và M,C,O cùng thuộc đường tròn đường kính MO

Do đó bốn điểm A,M,C,O cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có $\widehat{AMC}=\widehat{COB}=60^\circ$ (hai góc cùng bù với $\widehat{AOC}$)

Diện tích hình quạt COB là $\frac{60}{360}\pi\cdot R^2=\frac{\pi R^2}{6}$

Do MA,MC là hai tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) nên $MA=MC$ và $OA=OC$

Từ đó suy ra M thuộc đường trung trực của AC,O thuộc đường trung trực của AC

Nên MO vuông góc AC tại trung điểm E của AC, suy ra $\widehat{AEM}=90^\circ$

Suy ra ΔAEM vuông tại E, nên ΔAEM nội đường tròn đường kính MA

Có $\widehat{ADM}=180-\widehat{ADB}=90^\circ$ (do $\widehat{ADB}$ chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ADB}=90^\circ$).

Suy ra ΔADM vuông tại D, nên ΔADM nội đường tròn đường kính MA

Do đó tứ giác $AMDE$ nội tiếp đường tròn đường kính MA.

Xét tứ giác $AMDE$ nội tiếp có : $\widehat{ADE}=\widehat{AMO}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AE}$)

Xét tứ giác $AMCO$ nội tiếp có : $\widehat{AMO}=\widehat{ACO}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AO}$)

Suy ra $\widehat{ADE}=\widehat{ACO}$.

c) Gọi K là giao điểm của MB và CH.

Do $CH//AM$ nên theo định lí Thales thì $\frac{HK}{AM}=\frac{HB}{AB}=\frac{HB}{2R}=\frac{1}{2}\cdot\frac{HB}{R}$

Ta có $OM//BC$ (cùng vuông góc với AC) suy ra $\widehat{MOA}=\widehat{CBH}$ (hai góc đồng vị)

Xét ΔHCB và ΔAMO có $\widehat{MAO}=\widehat{CHB}=90^\circ$; $\widehat{MOA}=\widehat{CBH}$

Suy ra $\Delta HCB\backsim\Delta AMO$, nên $\frac{HB}{OA}=\frac{CH}{AM}=\frac{HB}{R}$

Do đó $\frac{HK}{AM}=\frac{1}{2}\cdot\frac{CH}{AM}$ hay $HK=\frac{1}{2}CH$

Suy ra MB đi qua trung điểm của CH (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm)

Một gia đình muốn xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $400\ \text{m}^3$ đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 500.000 đồng/m^2. Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây hồ chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là x (m) (điều kiện $x>0$)

Suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $4x$ (m).

Gọi y là chiều cao của bể (điều kiện $y>0$)

Nên ta có $V=4x.x.y=400\Leftrightarrow x^2.y=100\Leftrightarrow y=\dfrac{100}{x^2}$.

Diện tích xây dựng của bể là $S=4x^2+2\left(x+4x\right)y=4x^2+10xy=4x^2+10.\dfrac{100}{x^2}.x=4x^2+\dfrac{1000}{x}$

Áp dụng bất đẳng thức $\text{AM}-\text{GM}$ ta có:

$S=4x^2+\dfrac{1000}{x}=\left(4x^2+100\right)+\dfrac{1000}{x}-100\ge 2\sqrt{4x^2.100}+\dfrac{1000}{x}-100=40x+\dfrac{1000}{x}-100$ Và

$S\ge 40x+\dfrac{1000}{x}-100\ge 2\sqrt{40x.\dfrac{1000}{x}}-100=400-100=300$.

Khi đó $S_{\min}=300$.

Dấu = xảy ra khi $\begin{cases}4x^2=100\\40x=\dfrac{1000}{x}\end{cases}\Leftrightarrow x=5$.

Vậy chi phí thấp nhất thuê nhân công là $300.500000=150000000$ đồng $=150$ triệu đồng.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ THAM KHẢO ĐỀ 35

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THEO CHƯƠNG TRÌNH GDPT 2018

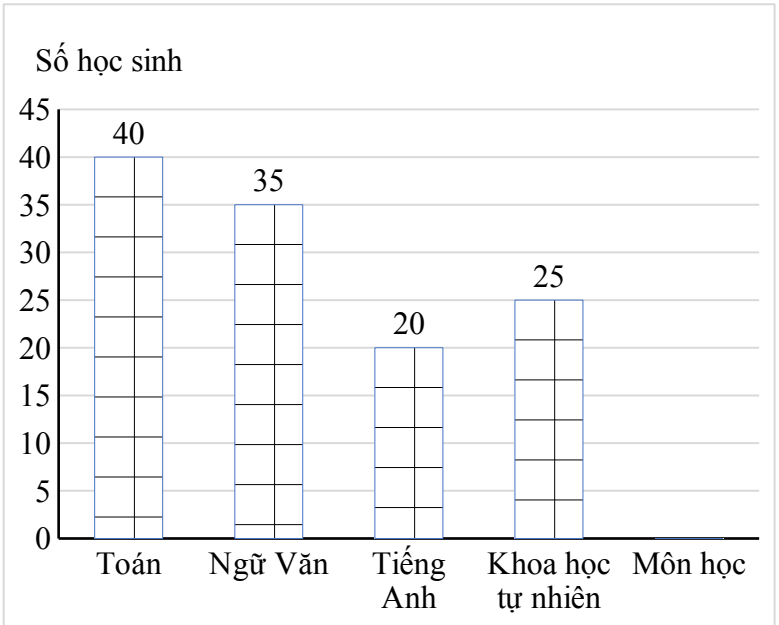
MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

ĐỀ BÀI

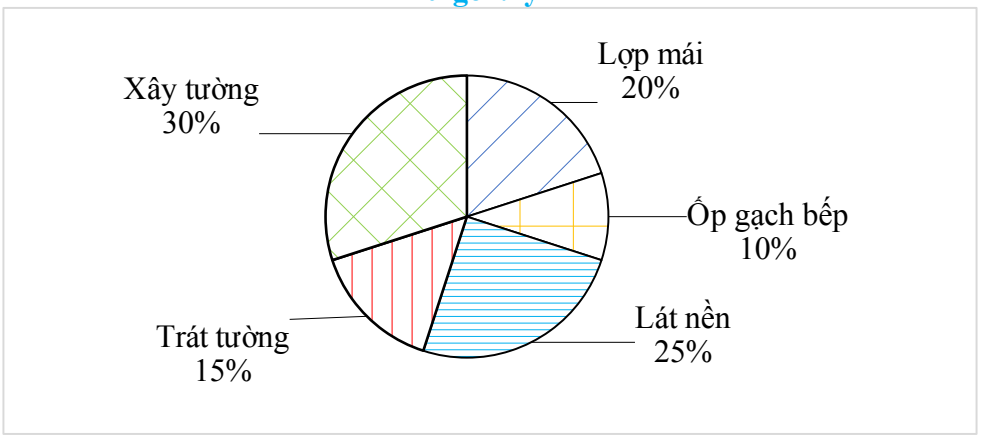
Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ hình cột sau thống kê về sự yêu thích các môn học của học sinh khối 9. Biết mỗi học sinh chọn một môn yêu thích.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

2) Mỗi công nhân của một đội xây dựng làm việc ở một trong năm bộ phận của đội đó là: Lợp mái, ốp gạch bếp, lát nền, trát tường, xây tường. Biểu đồ hình quạt tròn ở dưới đây thống kê tỷ lệ công nhân thuộc mỗi bộ phận. Chọn ngẫu nhiên một công nhân của đội. Tính xác suất của mỗi biến cố A: "Công nhân được chọn không thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái".



Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$, với $x\ge 0$, $x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{-8}{27}}$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $P=B:A$. Tìm các giá trị x là số thực để P nhận là một số chính phương.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng $21,7$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng $21,8$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu cho mỗi loại hàng ?

2) Hưởng ứng ngày Chủ nhật xanh với chủ đề "Hãy hành động để môi trường thêm Xanh, Sạch, Đẹp", một trường THCS đã cử học sinh của hai lớp 9A và 9B cùng tham gia làm tổng vệ sinh một con đường, sau $\dfrac{35}{12}$ giờ thì làm xong công việc. Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc?

3) Phương trình $x^2+mx+2m-4=0$ có x_1, x_2 hai nghiệm và $x_1=-1$, tính giá trị của biểu thức $N=\dfrac{1}{x_1+3}+\dfrac{1}{x_2+3}$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của vật không chứa nước. Nam chuẩn bị một ly nước thủy tinh với dạng lòng trong của ly là một hình trụ có đường kính đáy là $6\,\text{cm}$; chiều cao là $10\,\text{cm}$ và một quả bóng bàn tiêu chuẩn quốc tế có dạng hình cầu với đường kính $40\,\text{mm}$. Minh tiến hành bỏ quả bóng bàn vào trong ly rồi rót $200\,\text{cm}^3$ nước từ từ vào ly và đo được mực nước dâng cao $7,2\,\text{cm}$.

a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

b) Tính thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm của Nam. (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

2) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ các tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn $(O;R)$, (P và Q là các tiếp điểm). Kẻ đường kính PA. Tiếp tuyến tại A với đường tròn $(O;R)$ cắt PQ tại B.

a) Chứng minh: AQ song song với OM.

b) Chứng minh: $PQ.PB = 4R^2$.

c) Gọi K là trung điểm của MO. Tia PK cắt AQ tại I. Chứng minh tứ giác $MIAO$ là hình bình hành.

Câu V: (0,5 điểm)

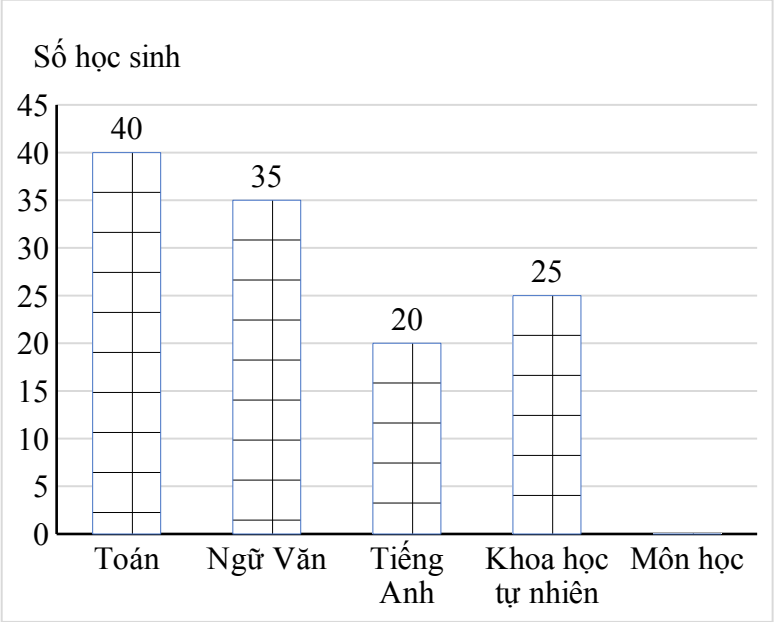
Một mảnh vải hình vuông có độ dài cạnh là c (với $c < 1$). Lấy một cạnh mảnh vải hình vuông cố định, người ta cắt mảnh vải đó thành một mảnh vải hình tam giác vơi độ dài ba cạnh lần lượt a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$ và biểu thức $P = \dfrac{a+b}{abc}$ có giá trị nhỏ nhất. Hãy xác định kích thước của mảnh vải hình tam giác đó.

HẾT

HƯỚNG DẪN

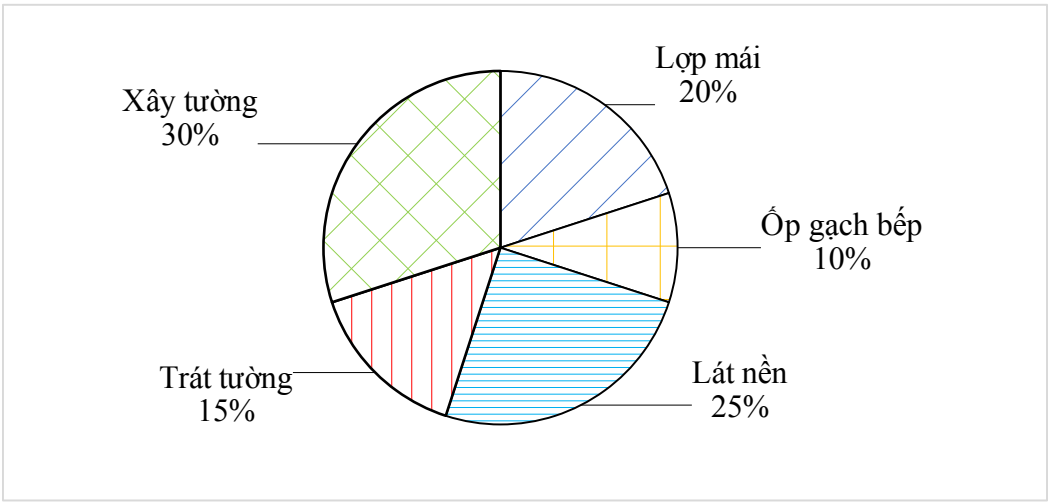
Câu I: (1,5 điểm) .

1) Biểu đồ hình cột sau thống kê về sự yêu thích các môn học của học sinh khối 9. Biết mỗi học sinh chọn một môn yêu thích.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

2) Mỗi công nhân của một đội xây dựng làm việc ở một trong năm bộ phận của đội đó là: Lợp mái, ốp gạch bếp, lát nền, trát tường, xây tường. Biểu đồ hình quạt tròn ở dưới đây thống kê tỷ lệ công nhân thuộc mỗi bộ phận. Chọn ngẫu nhiên một công nhân của đội. Tính xác suất của mỗi biến cố A: "Công nhân được chọn không thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái".



Lời giải

1) Quan sát biểu đồ, ta có:

Tổng số học sinh khối 9 là: $40+35+20+25=120$ học sinh. Vậy $N=120$.

Bảng tần số:

Môn học (x)	Toán	Ngữ Văn	Tiếng Anh	Khoa học tự nhiên	Cộng
Tần số (n)	40	35	20	25	$N=120$

Tần số tương đối của số học sinh yêu thích các môn Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Khoa học tự nhiên lần lượt là:

$f_1=\dfrac{40}{120}\cdot 100\%\approx 33,33\%$; $f_2=\dfrac{35}{120}\cdot 100\%\approx 29,17\%$;

$f_3=\dfrac{20}{120}\cdot 100\%\approx 16,67\%$; $f_4=\dfrac{25}{120}\cdot 100\%\approx 20,83\%$.

Bảng tần số tương đối:

Môn học (x)	Toán	Ngữ Văn	Tiếng Anh	Khoa học tự nhiên	Cộng
Tần số tương đối $(\%)$	33,33	29,17	16,67	20,83	100

2) Ta có số công nhân thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái chiếm: $25\%+20\%=45\%$ tổng số công nhân của toàn đội nên số công nhân được chọn không thuộc bộ phận Lát nền hoặc Lợp mái chiếm $100\%-45\%=55\%$ tổng số công nhân của toàn đội. Vậy $P(A)=\dfrac{55}{100}=0,55$

Câu II: (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$, với $x\ge 0$, $x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{-8}{27}}$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $P=B:A$. Tìm các giá trị x là số thực để P nhận là một số chính phương.

Lời giải

Điều kiện $x\ge 0$, $x\ne 4$.

1) Ta có: $x=-\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{-8}{27}}=-\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\left(\dfrac{-2}{3}\right)^3}=-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{-2}{3}=1$.

Thay $x=1$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được: $A=\dfrac{\sqrt{1}-2}{\sqrt{1}+9}=\dfrac{1-2}{1+9}=\dfrac{-1}{10}$.

Vậy $A=\dfrac{-1}{10}$ khi $x=-\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{-8}{27}}$.

2) Ta có: $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$

$=\dfrac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\dfrac{9\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{3\sqrt{x}-6+x+2\sqrt{x}-9\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$$= \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$, $x \neq 4$.

3) Ta có: $P = B : A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{7}{\sqrt{x}+2}$

Vì $7 > 0$, $\sqrt{x}+2 > 0$ nên $\frac{7}{\sqrt{x}+2} > 0$.

Do $\sqrt{x} \geq 0$ nên $\sqrt{x}+2 \geq 2$, suy ra $\frac{7}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{7}{2}$

Do đó $0 < \frac{7}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{7}{2}$, suy ra $1 < \frac{7}{\sqrt{x}+2}+1 \leq \frac{7}{2}+1$ hay $1 < P < \frac{9}{2}$.

Mà P là số chính phương nên $P = 4$.

Với $P = 4$, ta có $\frac{7}{\sqrt{x}+2} = 3$

$$\sqrt{x}+2 = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{1}{9}$$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x = \frac{1}{9}$ thì thoả mãn đề bài.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng $21,7$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng $21,8$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu cho mỗi loại hàng ?

2) Hưởng ứng ngày Chủ nhật xanh với chủ đề "Hãy hành động để môi trường thêm Xanh, Sạch, Đẹp", một trường THCS đã cử học sinh của hai lớp 9A và 9B cùng tham gia làm tổng vệ

sinh một con đường, sau $\frac{35}{12}$ giờ thì làm xong công việc. Nếu làm riêng từng lớp thì thời gian học sinh lớp 9A làm xong công việc ít hơn thời gian học sinh lớp 9B là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc?

3) Phương trình $x^2+mx+2m-4=0$ có x_1, x_2 hai nghiệm và $x_1=-1$, tính giá trị của biểu thức $N=\frac{1}{x_1+3}+\frac{1}{x_2+3}$

Lời giải

1) Giả sử không kể thuế VAT, người đó phải trả x triệu đồng cho loại hàng thứ nhất, y triệu đồng cho loại hàng thứ hai. $(x>0;y>0)$.

Khi đó số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất (kể cả thuế VAT 10%) là $\frac{110}{100}x$ (triệu đồng), cho loại hàng thứ hai với thuế VAT 8% là $\frac{108}{100}y$ (triệu đồng).

Ta có phương trình $\frac{110}{100}x+\frac{108}{100}y=21,7$ hay $1,1x+1,08y=21,7$.

Khi thuế VAT là 9% cho cả hai loại hàng thì số tiền phải trả là: $\frac{109}{100}(x+y)=21,8$ hay $1,09x+1,09y=21,8$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}1,1x+1,08y=21,7\\1,09x+1,09y=21,8\end{cases}$

Chia cả hai vế phương trình (2) cho $1,09$ ta được $x+y=20$

Suy ra $x=20-y$.

Thay $x=20-y$ vào $1,1x+1,08y=21,7$ phương trình ta được $1,1(20-y)+1,08y=21,7$ hay $-0,02y=-0,3$ suy ra $y=15$.

Thay $y=15$ vào $x=20-y$ ta được $x=20-15=5$.

Vậy với $x=5$, $y=15$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy loại thứ nhất 5 triệu đồng, loại thứ hai 15 triệu đồng.

2) Gọi thời gian lớp 9B làm một mình xong công việc là x (giờ, $x>\frac{35}{12}$)

Khi đó thời gian lớp 9A làm một mình xong công việc là $x-2$ (giờ)

Trong một giờ, lớp 9B làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong một giờ, lớp 9A làm được $\frac{1}{x-2}$ (công việc)

Trong một giờ, cả hai lớp làm được: $1:\frac{35}{12}=\frac{12}{35}$ nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}=\frac{12}{35}$$

$$\frac{35(x-2)+35x}{35x(x-2)}=\frac{12x(x-2)}{35x(x-2)}$$

$$12x^2-24x-35x+70-35x=0$$

$$12x^2-94x+70=0$$

$$6x^2-47x+35=0$$

Có: $\Delta=(-47)^2-4.6.35=1369>0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$x_1=\frac{47+\sqrt{1369}}{2.6}=7$ (thỏa mãn)

$x_2=\frac{47-\sqrt{1369}}{2.6}=\frac{5}{6}$ (loại)

Vậy thời gian lớp 9B và 9A làm một mình xong công việc lần lượt là 7 giờ và 5 giờ.

3) Thay $x_1=-1$ vào phương trình đã cho ta có

$(-1)^2+m.(-1)+2m-4=0$

$m=3$

Ta có $N=\frac{1}{x_1+3}+\frac{1}{x_2+3}=\frac{x_1+x_2+6}{(x_1+3)(x_2+3)}$ (điều kiện $x_1\neq -3$, $x_2\neq -3$)

$$N=\frac{x_1+x_2+6}{x_1x_2+3(x_1+x_2)+9}$$

$$N=\frac{-m+6}{2m-4+3(-m)+9}=\frac{6-m}{5-m}=\frac{6-3}{5-3}=\frac{3}{2}.$$

Câu IV: (4,0 điểm)

1) Để làm thí nghiệm về sự nổi của vật không chứa nước. Nam chuẩn bị một ly nước thủy tinh với dạng lòng trong của ly là một hình trụ có đường kính đáy là $6\,\text{cm}$; chiều cao là $10\,\text{cm}$ và một quả bóng bàn tiêu chuẩn quốc tế có dạng hình cầu với đường kính $40\,\text{mm}$. Minh tiến hành bỏ quả bóng bàn vào trong ly rồi rót $200\,\text{cm}^3$ nước từ từ vào ly và đo được mực nước dâng cao $7,2\,\text{cm}$.

a) Tính thể tích của quả bóng bàn.

b) Tính thể tích phần nổi của quả bóng bàn trong thí nghiệm của Nam. (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

2) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ các tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn $(O;R)$, (P và Q là các tiếp điểm). Kẻ đường kính PA. Tiếp tuyến tại A với đường tròn $(O;R)$ cắt PQ tại B.

a) Chứng minh: AQ song song với OM.

b) Chứng minh: $PQ.PB = 4R^2$.

c) Gọi K là trung điểm của MO. Tia PK cắt AQ tại I. Chứng minh tứ giác $MIAO$ là hình bình hành.

Lời giải

1) Đổi $40\,\text{mm} = 4\,\text{cm}$

a) Bán kính của quả bóng bàn là: $4:2 = 2\,(\text{cm})$

Thể tích của quả bóng bàn là:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\cdot 3,14.2^3 = 33,49\ \left(\text{cm}^3\right)$$

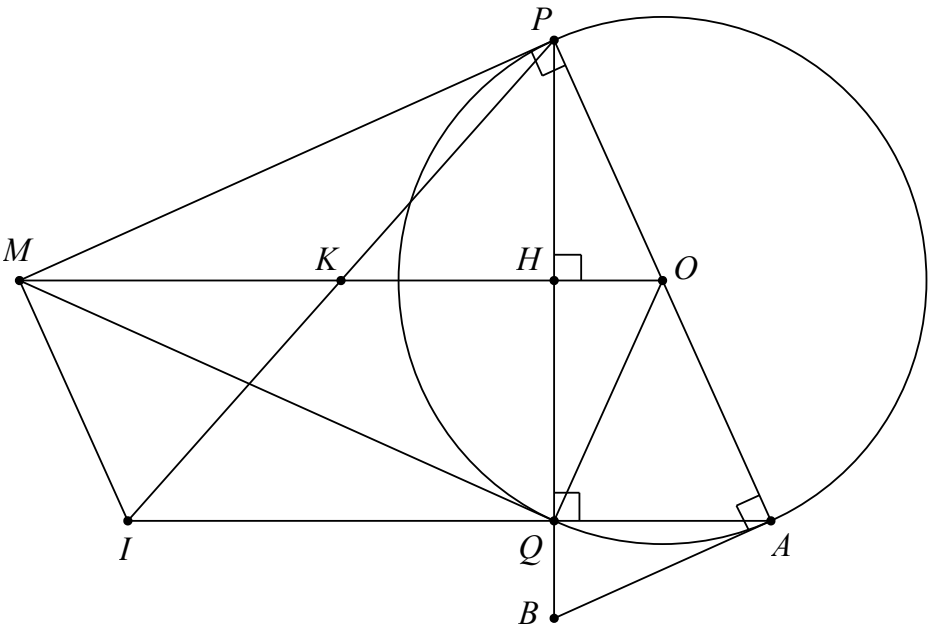
b) Thể tích nước dâng: $V_2 = \pi R^2.h = 3,14.3^2.7,2 = 203,472\ \left(\text{cm}^3\right)$

Thể tích phần bóng chìm: $V_3 = 203,472 - 200 = 3,472\,(\text{cm}^3)$

Vậy thể tích phần nổi quả bóng:

$$V = V_1 - V_3 = 33,49 - 3,472 \approx 30,02\ \left(\text{cm}^3\right)$$

2)



a) Chứng minh: AQ song song với OM.

Xét (O) ta có: $\widehat{AQP} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Suy ra $AQ \perp PQ$. (1)

Mặt khác, MP và MQ là hai tiếp tuyến của (O), cắt nhau tại M. Theo chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $MP = MQ$ và MO là phân giác của $\widehat{POQ}$.

Suy ra: ΔMPQ cân tại M, đường phân giác MO đồng thời là đường cao, hay $OM \perp PQ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AQ // OM$.

b) Chứng minh: $PQ.PB = 4R^2$.

Vì AB là tiếp tuyến của (O) tại A nên $AB \perp OA$.

Xét ΔAQP và ΔBAP có: $\widehat{AQP} = \widehat{BAP}$ (góc vuông), $\widehat{BPA}$ chung.

Suy ra $\Delta AQP \backsim \Delta BAP$ (g-g).

Suy ra: $\frac{PQ}{PA} = \frac{PA}{PB}$. Suy ra: $PQ.PB = PA^2 = (2R)^2 = 4R^2$.

c) Gọi K là trung điểm của MO. Tia PK cắt AQ tại I. Chứng minh tứ giác $MOAI$ là hình bình hành.

Xét ΔAIP có:

O là trung điểm của AP (vì O là tâm đường tròn đường kính AP)

$OK // AI$ (vì $AQ // OM$ theo chứng minh trên).

Suy ra K là trung điểm của IP (định lý).

Suy ra OK là đường trung bình của ΔAIP.

Suy ra: $OK = \frac{1}{2} AI$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

Lại có: $OK = \frac{1}{2} OM$ (vì K là trung điểm của OM) nên $AI = OM$.

Xét tứ giác $MIAO$ có: $AI // OM$ và $AI = OM$ (chứng minh trên).

Suy ra $MIAO$ là hình bình hành.

Câu V: (0,5 điểm)

Một mảnh vải hình vuông có độ dài cạnh là c (với $c<1$). Lấy một cạnh mảnh vải hình vuông cố định, người ta cắt mảnh vải đó thành một mảnh vải hình tam giác vơi độ dài ba cạnh lần lượt a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$ và biểu thức $P=\dfrac{a+b}{abc}$ có giá trị nhỏ nhất. Hãy xác định kích thước của mảnh vải hình tam giác đó.

Lời giải

Vì mảnh vải hình tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$ nên $0<a<1$; $0<b<1$; $0<c<1$

Ta có $a^2+b^2\ge 2ab$,

Suy ra $(a+b)^2\ge 4ab$ hay $ab\le\dfrac{(a+b)^2}{4}$,

Suy ra $\dfrac{1}{ab}\ge\dfrac{4}{(a+b)^2}$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b$

Khi đó ta có $P=\dfrac{a+b}{abc}=\dfrac{a+b}{c}\cdot\dfrac{1}{ab}\ge\dfrac{a+b}{c}\cdot\dfrac{4}{(a+b)^2}=\dfrac{4}{c(a+b)}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có $(a+b)+c\ge 2\sqrt{(a+b).c}$,

Suy ra $1\ge 2\sqrt{(a+b).c}$

Do đó $\sqrt{(a+b).c}\le\dfrac{1}{2}$,

Suy ra $(a+b).c\le\dfrac{1}{4}$

Suy ra $\dfrac{4}{(a+b).c}\ge 16$ hay $P\ge 16$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}a=b\\a+b=c\\a+b+c=1\end{cases}$, suy ra $\begin{cases}a=b=\dfrac{1}{4}\\c=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ (thỏa mãn các điều kiện)

Do đó min $P=16$ khi $\begin{cases}a=b=\dfrac{1}{4}\\c=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Vậy kích thước của mảnh vải hình tam giác đó là $a=b=\dfrac{1}{4}$; $c=\dfrac{1}{2}$.

❣ HẾT ▯