Chủ đề I

Vấn đề cần

I. Lí thuyết về hệ tọa độ trong không gian
II. Phương trình mặt phẳng
III. Phương trình đường thẳng
IV. Các dạng toán mặt cầu

Phương pháp tọa độ trong không gian

I. Hệ tọa độ trong không gian

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Trong không gian, cho ba trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$.

Định nghĩa

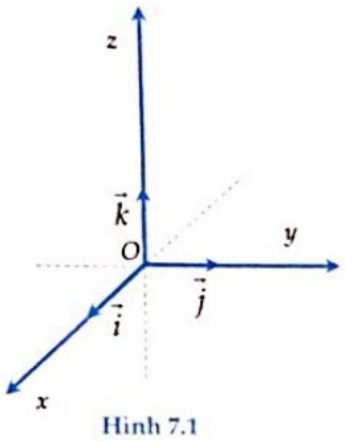
> Hệ gồm ba trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ Đề các (Descartes) vuông góc *Oxyz* trong không gian (hình 7.1).

Điểm *O* được gọi là **gốc tọa độ**.

Các mặt phẳng $(Oxy),(Oyz),(Oxz)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các **mặt phẳng tọa độ**.

Không gian với hệ tọa độ *Oxyz* được gọi là **không gian *Oxyz***

Nhận xét: $\vec{i}^2=\vec{j}^2=\vec{k}^2=1$ và $\vec{i}.\vec{j}=\vec{j}.\vec{k}=\vec{k}.\vec{i}=0$



Hình 7.1

2. Tọa độ của vectơ

Trong không gian *Oxyz* với các vectơ đơn vị $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ trên các trục *Ox, Oy, Oz,* cho một vectơ $\vec{u}$. Khi đó tồn tại duy nhất bộ ba số thực (x,y,z) sao cho

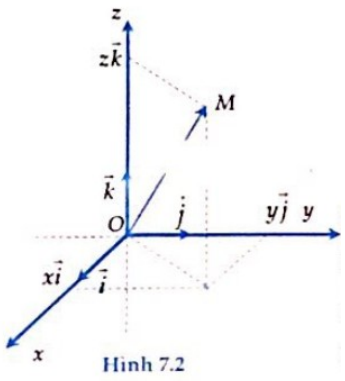
$\vec{u}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$

Bộ ba số thực (x,y,z) thỏa mãn hệ thức trên được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với hệ trục *Oxyz*.

Kí hiệu $\vec{u}=(x;y;z)$ hoặc $\vec{u}(x;y;z)$, trong đó *x* là hoành độ, *y* là tung độ, *z* là cao độ của vectơ $\vec{u}$.

Tính chất

> Cho các vectơ $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3),\vec{v}=(v_1;v_2;v_3)$. Khi đó
>
> **a.** $\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow u_1=v_1,u_2=v_2,u_3=v_3.$
>
> **b.** $\vec{u}+\vec{v}=(u_1+v_1;u_2+v_2;u_3+v_3)$.
>
> **c.** $k.\vec{u}=(ku_1;ku_2;ku_3)$ với mọi số thực *k*.
>
> **d.** $\vec{u}.\vec{v}=u_1.v_1+u_2v_2+u_3.v_3$
>
> **e.** $|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2+u_3^2}$
>
> **f.** Hai vectơ $\vec{u};\vec{v}(\vec{v}\neq 0)$ có phương trình vuông góc với nhau khi và chỉ khi $u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3=0$



Hình 7.2

g. Hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ cùng phương với nhau khi và chỉ khi có một số thực k sao cho $\vec{u}=k\vec{v}.$

3. Tọa độ của một điểm

Nếu $(x;y;z)$ là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ thì ta cũng nói $(x;y;z)$ là tọa độ của điểm M với hệ tọa độ $Oxyz$ (hình 7.2).

Kí hiệu $M=(x;y;z)$ hay $M(x;y;z).$

Trong đó x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ của điểm M.

4. Liên hệ giữa tọa độ của vectơ và tọa độ của hai điểm đầu mút

Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $M(x_1;y_1;z_1)$ và $N(x_2;y_2;z_2)$ thì khi đó tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ và độ dài của nó là:

$$MN=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

5. Tích có hướng của hai vectơ

Định nghĩa

Tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $[\vec{u};\vec{v}]$ là vectơ $\vec{a}$ xách định bởi

i. $\vec{a}$ có phương vuông góc với $\vec{u}$ và $\vec{v}$

ii. Bộ ba $(\vec{u},\vec{v},\vec{a})$ là bộ ba vectơ thuần (đọc thêm vì trong SGK cơ bản không giải thích vấn đề này)

iii. $|\vec{a}|=|\vec{u}|.|\vec{v}|.\sin\varphi$, tỏng đó φ là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$

Định lý

Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2;v_3)$. Khi đó

$$[\vec{u};\vec{v}]=\left(\begin{vmatrix}u_2 & u_3\\ v_2 & v_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}u_3 & u_1\\ v_3 & v_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}u_1 & u_2\\ v_1 & v_2\end{vmatrix}\right)=(u_2v_3-u_3v_2;u_3v_1-u_1v_3;u_1v_2-u_2v_1)$$

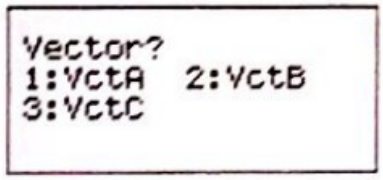
Một vài mẹo để tính nhanh tích có hướng cảu hai vectơ.

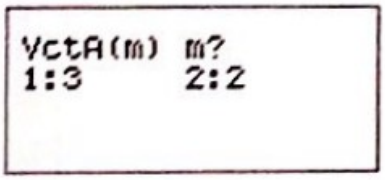
Cách 1: Viết hai tọa độ của hai vectơ song song sau đó nhớ nhanh như sau:

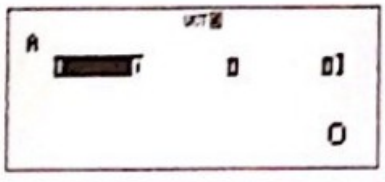
Ví dụ hai vectơ $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2;v_3)$ ta viết tọa độ của hai vectơ song song và ghép các định thức theo chiều tam giác mũi tên từ giữa sang phải rồi trái như ở STUDY TIPS. Cách nhớ mẹo này để độc giả dùng khi không nhớ công thức.

Đến đây ta tìm được công thức tính tích có hướng

STUDY TIP







$$\left[\vec{u};\vec{v}\right]=\left(u_2v_3-u_3v_2;u_3v_1-u_1v_3;u_1v_2-u_2v_1\right)$$

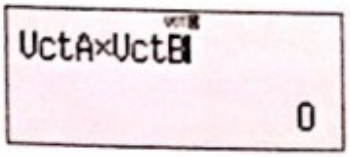
Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Tôi xin nhắc lại cách tính tích có hướng bằng máy tính $fx-570$ VN Plus mà tôi đã giới thiệu trong cuốn "Bộ đề tinh túy môn toán" như sau:

1. Vào MODE → 8:VECTO (để chuyển máy tính sang chế độ tính toán với vectơ).

2. Khi máy hiện như ở góc trái chọn 1: VctA để nhập tọa độ vectơ thứ nhất, tiếp theo máy hiện VctA(m), ta chọn 1:3 để nhập tọa độ vectơ có hoành độ, tung độ, cao độ.

3. Tiếp theo, máy hiện như bên, ta sẽ nhập tọa độ vectơ thứ nhất vào.



4. Sau khi đã nhập tọa độ vectơ thứ nhất, ấn AC để xóa màn hình. Tiếp tục thực hiện nhập vectơ thứ hai như các bước trên, tuy nhiên ở bước 2, ta không chọn 1 nữa bởi 1: VctA đã có tọa độ, nên ta chọm 2: VctB và tiếp tục thực hiện gán tọa độ vectơ thứ hai.

5. Tiếp tục ấn AC để xóa màn hình.

6. Ấn SHIFT 5 máy hiện như bên, chọn 3 để hiện VctA, ấn nút nhân tiếp tục lần nữa chọn 4 để hiện VctB. Máy hiện như bên.

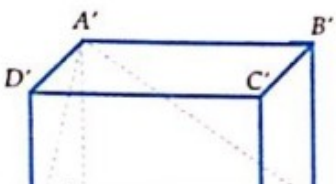
7. Ấn = để nhận kết quả.

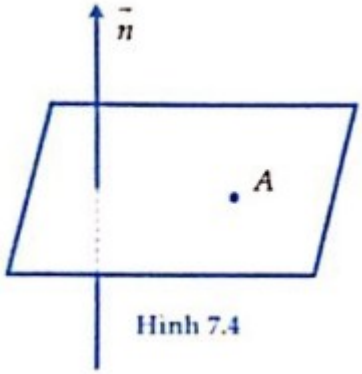
Tính chất

1. $\left[\vec{u};\vec{v}\right]=0\Leftrightarrow\vec{u}\parallel\vec{v}$
2. $\left[\vec{u};\vec{v}\right]=-\left[\vec{v};\vec{u}\right]$
3. $\left[\left(k\vec{u}\right);\vec{v}\right]=\left[\vec{u};\left(k\vec{v}\right)\right]=k\left[\vec{u};\vec{v}\right],\forall k\in\mathbb{R}$
4. $\left[\left(\vec{u}+\vec{v}\right),\vec{\alpha}\right]=\left[\vec{u};\vec{\alpha}\right]+\left[\vec{v};\vec{\alpha}\right];\left[\vec{u},\left(\vec{v}+\vec{\alpha}\right)\right]=\left[\vec{u};\vec{v}\right]+\left[\vec{u};\vec{\alpha}\right]$

Hệ quả

1. Ba vectơ $\vec{u};\vec{v}$ và $\vec{\alpha}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $\left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{\alpha}=0$ (tích hỗn tạp).
2. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$ và $S_{ABD}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$
3. Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp có thể tích V thì $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$ và do đó $V_{ABD.A'}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.





Hình 7.4

Từ hệ quả trên, ta có thể tính nhanh các thể tích, diện tích mà không cần tìm các độ dài.

II. Phương trình mặt phẳng

1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (P) (hình 7.4).

Chú ý

Nếu $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) $k\vec{n}(k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c) \neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$(P): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Định nghĩa

Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$, trong đó *A, B, C* không đồng thời bằng 0, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét

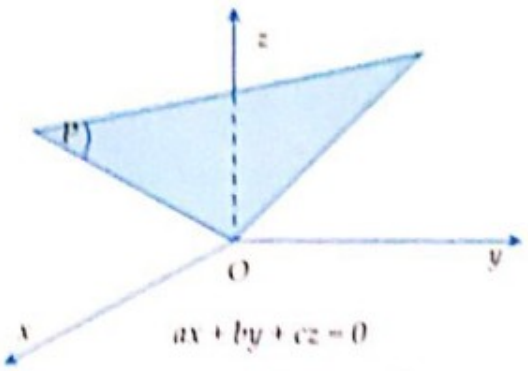
i. Nếu mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$.

ii. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận vectơ $\vec{n}(A; B; C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến có dạng $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

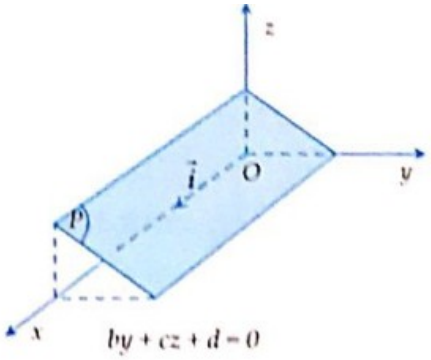
Các trường hợp đặc biệt

Trong không gian *Oxyz*, xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 = 0$

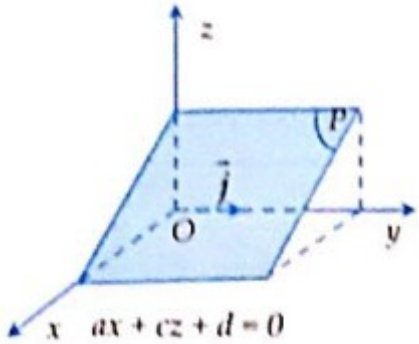
1. Trường hợp $d = 0$ thì mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ.



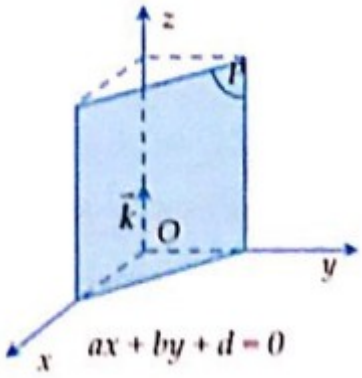
2. Trường hợp $d \neq 0$ thì mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (0; b; c)$ khi đó mặt phẳng (P) song song hoặc chứa trục *Ox*. Khi đó mặt phẳng (P) chứa trục *Ox* khi và chỉ khi (P) đi qua gốc tọa độ *O*, hay $d = 0.$



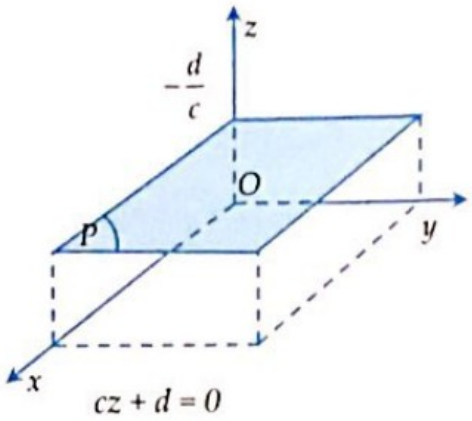
3. Trường hợp $b = 0$, mặt phẳng (P) song song hoặc chứa trục *Oy*.



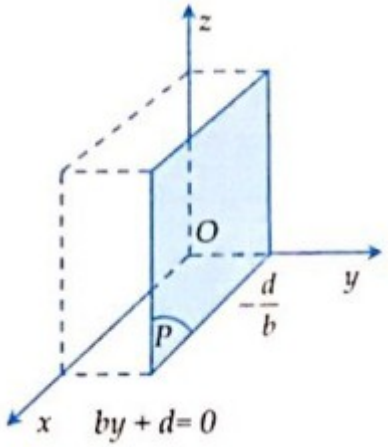
4. Trường hợp $c = 0$, mặt phẳng (P) song song hoặc chứa trục *Oz*.



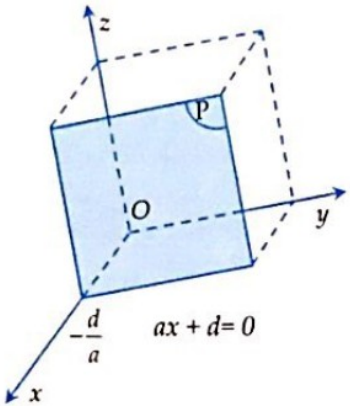
5. Trường hợp $a = b = 0, c \neq 0.$ Khi đó mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (0; 0; c)$. Trong trường hợp này, mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxy). Khi đó $(P) \equiv (Oxy)$ khi và chỉ khi (P) đi qua gốc tọa độ *O*, hay $d = 0.$



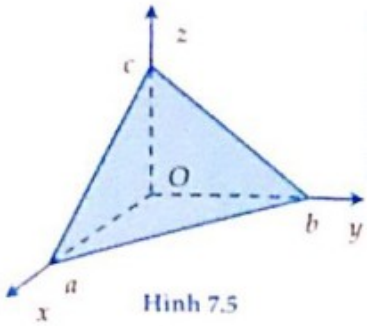
6. Trường hợp $a = c = 0, b \neq 0$, mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxz).



7. Trường hợp $b = c = 0, a \neq 0$, mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oyz).



8. Trường hợp $abcd \neq 0$. Đặt $\alpha = -\frac{d}{a}, \beta = -\frac{d}{b}, \gamma = -\frac{d}{c}$, phương tình mặt phẳng được đưa về dạng $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 1$. Mặt phẳng lần lượt cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại các điểm $A(\alpha;0;0),\ B(0;\beta;0),\ C(0;0;\gamma)$ và phương trình mặt phẳng viết dưới dạng này được gọi phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.



Hình 7.5

Đến đây ta có bài toán tổng quát:

> Mặt phẳng (P) (hình 7.5) đi qua ba điểm $M(a;0;0), N(0;b;0), P(0;0;c)$ có phương trình $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

2. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Trong không gian *Oxyz* cho hai mặt phẳng $(P_1);(P_2)$ lần lượt có phương trình $(P_1): a_1x + b_1y + c_1z + d = 0, (P_2): a_2x + b_2y + c_2z + d = 0$,

với $a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 \neq 0\ (i = 1;2)$. Khi đó

$$(P_1) // (P_2) \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 = kn_2 \\ d_1 \neq kd_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1;b_1;c_1) = k(a_2;b_2;c_2) \\ d_1 \neq kd_2 \end{cases}$$

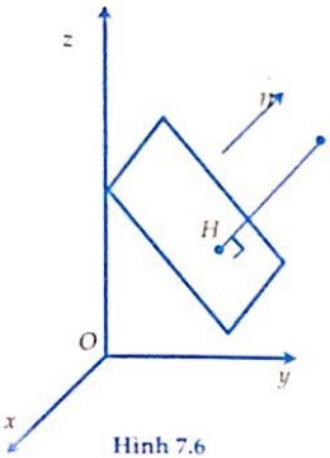
$$(P_1) \equiv (P_2) \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 = kn_2 \\ d_1 = kd_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1;b_1;c_1) = k(a_2;b_2;c_2) \\ d_1 = kd_2 \end{cases}$$

(P_1) cắt $(P_2) \Leftrightarrow n_1 \neq kn_2 \Leftrightarrow (a_1;b_1;c_1) \neq k(a_2;b_2;c_2)$

$(P) \perp (P_2) \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$

3. Khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng

Trong không gian *Oxyz* cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó khoảng cách từ *M* đến mặt phẳng (P) là độ dài đoạn *MH*, với *MH* là đoạn thẳng vuông góc với (P) tại *H* (hình 7.6).



Hình 7.6

Độ dài *MH* được tính bằng công thức

$$d(M;(P)) = MH = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Hệ quả

Với $(P): ax + by + cz + d = 0$ và

$(P'): ax+by+cz+d'=0 \ \left(a^2+b^2+c^2 \neq 0; d \neq d'\right)$ là hai mặt phẳng song song thì khoảng cách giữa (P) và (P') được tính bằng công thức: $d\left((P);(P')\right)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

4. Góc giữa hai mặt phẳng.

Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), kí hiệu $\left((P),(Q)\right)$ là góc giữa hai đường thẳng *a* và *b* mà $a \perp (P)$ và $b \perp (Q)$.

Từ đó suy ra $0 \leq \left((P),(Q)\right) \leq \dfrac{\pi}{2}.$

$$\cos\left((P);(Q)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}$$

Từ đây ta có

Dạng toán viết phương trình mặt phẳng

Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*.

Dạng 1: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và chứa hai đường thẳng phân biệt (không cùng phương) có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{a}$ và $\vec{b}$	$\Rightarrow \vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$ là vectơ pháp tuyến của (α).
Dạng 2: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): ax+by+cz+d=0.$	$\Rightarrow (\alpha): a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.
Dạng 3: Cho mặt phẳng (α) đi qua ba điểm *A; B; C* không thẳng hàng.	$\Rightarrow \vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$ là vectơ pháp tuyến của (α).
Dạng 4: Cho mặt phẳng (α) đi qua điểm *M* và một đường thẳng *d* không chứa *M*.	Trên *d* lấy điểm *A* và tìm vectơ chỉ phương của *d* là $\vec{u} \Rightarrow \vec{n}=[\overrightarrow{AM},\vec{u}]$ là một vectơ pháp tuyến của (α)
Dạng 5: Cho mặt phẳng (α) đi qua *M* và vuông góc với đường thẳng *d*.	$\Rightarrow$ vectơ chỉ phương của đường thẳng *d* là vectơ pháp tuyến của (α).
Dạng 6: Cho mặt phẳng (α) đi qua 2 đường thẳng cắt nhau $d_1;d_2$.	- Xác định các vtcp $\vec{a};\vec{b}$ của $d_1;d_2$. - vtpt của (α) là $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$. - Lấy một điểm *M* thuộc một trong hai đường thẳng trên từ đó viết phương trình mặt phẳng (α)
Dạng 7: Cho mặt phẳng (α) chứa d_1 và song song với d_2 (hai đường thẳng này chéo nhau).	- Xác định các vtcp $\vec{a};\vec{b}$ của $d_1;d_2$. - vtpt của (α) là $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$. - Lấy một điểm $M \in d_1$ (Vì d_2 không nằm trong (α)).
Dạng 8: Cho mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng $d_1;d_2$ chéo nhau và đi qua điểm *M*.	- Xác định các vtcp $\vec{a};\vec{b}$ của $d_1;d_2$. - vtpt của (α) là $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$. - Viết phương trình (α) đi qua *M* và có vtpt $\vec{n}$.

Dạng 9: Cho mặt phẳng (α) song song với hai đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (β).	- Xác định vtcp $\vec{u}$ của d và vtpt $\overrightarrow{n_\beta}$ của (β). - Một vtpt của (α) là $\vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{n_\beta}\right]$. - Lấy $M\in d$ và viết phương trình mặt phẳng (α).
Dạng 10: Cho mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau $(\beta);(\gamma)$.	- Xác định ctpt của (β) và (γ) lần lượt là $\overrightarrow{n_\beta};\overrightarrow{n_\gamma}$. - Một vtpt của (α) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_\beta};\overrightarrow{n_\gamma}\right]$.
Dạng 11: Cho mặt phẳng (α) đi qua đường thẳng d cho trước và cách điểm M cho trước một khoảng k.	- Giả sử (α) có phương trình $ax+by+cz+d=0,\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$. - Lấy hai điểm $A;B\in d\Rightarrow A;B\in(\alpha)$ ta được hai phương trình (1);(2). - Từ điều kiện khoảng cách ta được phương trình (3). - Giải hệ phương trình ta được $a;\ b;\ c;\ d$.
Dạng 12: Cho mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $S(I;R)$ tại điểm A.	Vtpt của $(\alpha):\vec{n}=\overrightarrow{IA}.$

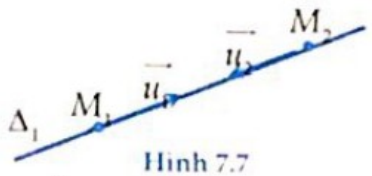
III. Phương trình đường thẳng

1. Hai dạng biểu diễn của phương tình đường thẳng trong không gian

Trong không gian *Oxyz* cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ (do $\vec{u}=\vec{0}$ nên $a^2+b^2+c^2\neq 0$), Khi đó phương trình tham số của đường thẳng Δ có dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$ với t là tham số.

Khi $abc\neq 0$, khử *t* từ hệ ta được : $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$

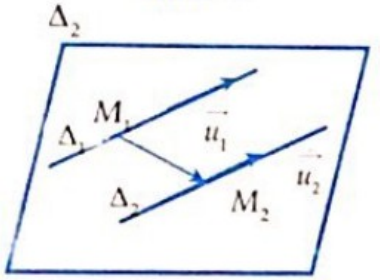
Phương trình trên được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng Δ.



Hình 7.7

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

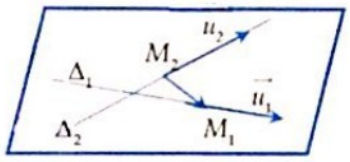
Trong không gian *Oxyz* cho đường thẳng Δ_1 đi qua M_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u_1}$ và đường thẳng Δ_2 đi qua M_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u_2}$.



Hình 7.8

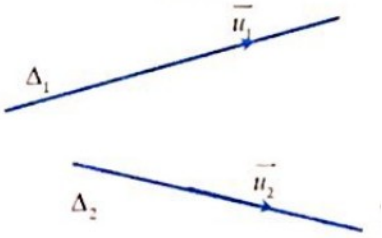
1. $\Delta_1\equiv\Delta_2$ khi và chỉ khi ba vectơ $\vec{u_1};\vec{u_2};\overrightarrow{M_1M_2}$ đôi một cùng phương, tức là $\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=\left[\vec{u_1},\overrightarrow{M_1M_2}\right]$=0 (hình 7.7).

2. $\Delta_1//\Delta_2$ khi và chỉ khi $\vec{u_1}//\vec{u_2}$ nhưng không cùng phương với $\overrightarrow{M_1M_2}$, tức là $\begin{cases}\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=\vec{0}\\\left[\vec{u_1},\overrightarrow{M_1M_2}\right]\neq\vec{0}\end{cases}$ (hình 7.8)



Hình 7.9

3. Δ_1 và Δ_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\vec{u_1}$ không cùng phương với $\vec{u_2}$, đồng thời ba vectơ $\vec{u_1},\vec{u_2}$ và $\overrightarrow{M_1M_2}$ đồng phẳng, tức là $\begin{cases}\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]\neq\vec{0}\\\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}=\vec{0}\end{cases}$ (hình 7.9)



Hình 7.10

4. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau khi và chỉ khi ba vectơ $\vec{u_1},\vec{u_2}$ và $\overrightarrow{M_1M_2}$ không đồng phẳng, tức là $\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}\neq\vec{0}$ (hình 7.10)

Ta cũng có thể xét tính tương đối của hai đường thẳng dựa trên hệ phương trình hai ẩn như sau: $\begin{cases}x_0+ta_1=x_0'+t'a_1'\\y_0+ta_2=y_0'+t'a_2\\z_0+ta_3=z_0'+t'a_3'\end{cases}$ (1)

1. Hai đường thẳng d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình *(1)* có

đúng một nghiệm.

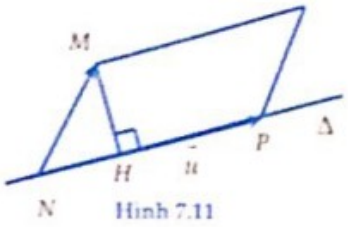
2. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau khi và chỉ khi hệ phương trình *(1)* vô nghiệm và $\overrightarrow{u_1}$ không cùng phương với $\overrightarrow{u_2}$.

3. Hai đường thẳng d và d' song song khi hệ phương trình *(l)* vô nghiệm và $\overrightarrow{u_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_2}$.

4. Hai đường thẳng d và d' trùng nhau khi hệ *(l)* có vô số nghiệm.

3. Khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

a. Khoảng cách từ mọi điểm đến một đường thẳng



Hình 7.11

Trong không gian cho điểm M và đường thẳng Δ đi qua điểm N, với vectơ chỉ phương $\vec{u}$. Khoảng cách từ M đến Δ là độ dài đoạn vuông góc MH kẻ từ M đến Δ (hình 7.11)

Cách 1: Lấy điểm P trên Δ sao cho $\overrightarrow{NP}=\vec{u}$. Khi đó MH là độ dài đường cao kẻ từ M của tam giác MNP. Vì $MH=\dfrac{2S_{MNP}}{NP}$ nên $d\left(M;\Delta\right)=\dfrac{\left[\left[\vec{u},\overrightarrow{NM}\right]\right]}{\left|\vec{u}\right|}$

Cách 2: Để tính khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ, ta có thể xác định tọa độ hình chiếu H của M trên Δ rồi tính độ dài MH.

Chú ý: Ở cách 2, để tính được tọa độ điểm H ta phải đưa phương trình đường thẳng Δ về dạng tham số, từ đó tham số hóa tọa độ điểm H.

Dựa vào dữ kiện $MH\perp\Delta$ ta sẽ tìm được tọa độ điểm H.

STUDY TIP
Khoảng cách giữa điểm M đến đường thẳng trong không gian được tính bằng công thức

Trong đó N là một điểm thuộc

Ví dụ: Tính khoảng cách từ điểm $A\left(1;2;1\right)$ đến đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{4}=z+3.$

Lời giải

Cách 1: Lấy điểm $B\left(0;1;-3\right)$ trên $\left(d\right)$. Khi đó khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng $\left(d\right)$ được tính bằng công thức: $d\left(A;\left(d\right)\right)=\dfrac{\left[\left[\vec{u};\overrightarrow{BA}\right]\right]}{\left|\vec{u}\right|}.$

Ta có $\overrightarrow{BA}=\left(1;1;4\right)$. Khi đó $\left[\vec{u};\overrightarrow{BA}\right]=\left(15;-11;-1\right)$

STUDY TIP
Cả hai cách làm đều khá là nhanh, tùy theo lựa chọn của độc giả mà áp dụng, tuy nhiên để nhớ công thức nhanh, cần nắm vững cách để suy luận ra công thức đó.

$$\Rightarrow d\left(A;(d)\right)=\frac{\sqrt{15^2+(-11)^2+(-1)^2}}{\sqrt{3^2+4^2+1^2}}=\frac{\sqrt{347}}{\sqrt{26}}.$$

Cách 2: Gọi H là hình chiếu của A lên (d). Khi đó $H(3t;1+4t;-3+t)$

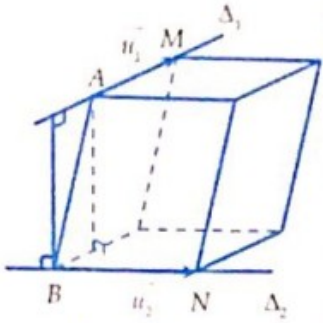
$$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(3t-1;4t-1;t-4)$$

Mà $AH\perp(d)$, do vậy

$$(3t-1).3+(4t-1).4+t-4=0\Leftrightarrow t=\frac{11}{26}\Rightarrow AH=\left(\frac{7}{26};\frac{9}{13};\frac{-93}{26}\right).$$

$$\left|\overrightarrow{AH}\right|=\frac{\sqrt{347}}{\sqrt{26}}.$$

Khi đó



Hình 7.12

b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ_1 và Δ_2 là độ dài đoạn vuông góc chung của chúng.

Lấy điểm A thuộc Δ_1, điểm B thuộc Δ_2.

Gọi $\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

Trên Δ_1 và Δ_2 lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{u_2}$. Khi đó khoảng cách giữa Δ_1 và Δ_2 là khoảng cách giữa hai đáy của hình hộp đựng trên ba cạnh MA, AB, BN (hình 7.12).

Mặt khác ở phần hệ quả của bài hệ tọa độ trong không gian ta có công thức của hình hộp bằng $\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{AB}\right|$. Do vậy

$$d\left(\Delta_1;\Delta_2\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}$$

STUDY TIP

Khoảng cách giữa hai đường thẳng và trong không gian được tính bằng công thức trong đó *A*, *B* là hai điểm lần lượt thuộc và .

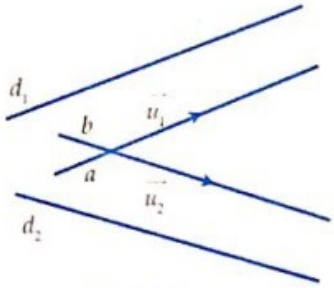
4. Góc giữa hai đường thẳng. Góc giữa một đường thẳng và một mặt phẳng

a. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1,d_2 được kí hiệu là $\left(d_1,d_2\right)$, được xác định bởi các trường hợp:

- Nếu d_1 cùng phương với d_2 thì $\left(d_1,d_2\right)=0.$

- Nếu d_1 và d_2 cắt nhau tại I thì $\left(d_1,d_2\right)$ bằng **số đo góc nhỏ nhất** tròn bốn góc tạo thành.



Hình 7.13

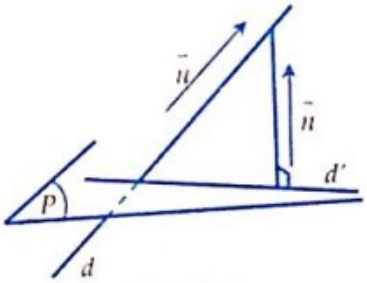
- Nếu d_1 và d_2 chéo nhua thì $(d_1,d_2)=(a,b)$ trong đó $a//d_1, b//d_2$ và $a\cap b=\{1\}$. (Hình 7.13)

Do góc giữa hai đường thẳng là số đo góc nhỏ nhất trong bốn góc tạo được.

Do vậy $0\le(d_1,d_2)\le\frac{\pi}{2}$. Do vay nếu đặt $(d_1,d_2)=\alpha$ thì ta có

$$\cos\alpha=\left|\cos(d_1,d_2)\right|=\frac{\left|\vec{u_1}.\vec{u_2}\right|}{\left|\vec{u_1}\right|.\left|\vec{u_2}\right|}$$

b. Góc giữa một đường thẳng và một mặt phẳng



Hình 7.14

Góc giữa hai đường thẳng *d* và mặt phẳng (P), kí hiệu là $(d,(P))$, xác định bởi:

- Nếu $d\perp(P)$ thì $(d,(P))=90^\circ$.

- Nếu *d* không vuông góc với (P) thì $(d,(P))$ bằng góc giữa *d* và hình chiếu của *d* trên (P) (hình 7.14).

Ta có $0\le(d,(P))\le\frac{\pi}{2}$

Gọi $\vec{u},\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của *d* và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Khi đó nếu đặt $(d,(P))=\alpha$ thì

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{\left|\vec{u},\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left\|\vec{n}\right\|}$$

Dạng toán viết phương trình đường thẳng

Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*.

Dạng 1: Cho đường thẳng *d* đi qua hai điểm *A; B*.	- Vtcp của *d* là $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$
Dạng 2: Cho đường thẳng *d* đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và song song với Δ	- Vì $d // \Delta$ nên vtco của Δ cũng là vtcp của *d*.
Dạng 3: Cho đường thẳng *d* đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và vuông góc với mặt phẳng cho trước.	- Vì $d \perp \Delta$ nên vtpt của (P) cũng là vtcp của *d*.
Dạng 4: Cho đường thẳng *d* là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P);(Q)$.	- **Cách 1:** Tìm 1 điểm và 1 vtcp + Tìm một điểm *A* trên *d* bằng cách giải hệ phương trình $\begin{cases}(P)\\(Q)\end{cases}$ + Tìm 1 vtcp của *d*: $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right]$. - **Cách 2:** Tìm hai điểm $A;B \in d$, rồi viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm đó.
Dạng 5: Cho đường thẳng *d* đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và vuông góc với 2 đường thẳng $d_1;d_2$.	- Vì $d \perp d_1; d \perp d_2$ nên một vtcp của *d* là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}, \overrightarrow{u_{d_2}}\right]$.
Dạng 6: Cho đường thẳng *d* đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$, vuông góc và cắt đường thẳng d_1.	- Gọi *H* là hình chiếu của *M* trên d_1. Khi đó *d* là đường thẳng đi qua *M; H*.
Dạng 7: Cho đường thẳng *d* đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và cắt 2 đường thẳng $d_1;d_2$.	- **Cách 1:** Gọi $M_1 \in d_1; M_2 \in d_2$. Từ điều kiện $M;M_1;M_2$ thẳng hàng ta tìm được $M_1;M_2 \Rightarrow$ phương trình *d*. - **Cách 2:** Gọi $(P) = (M,d_1);(Q) = (M;d_2)$. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$. Do đó $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right]$.
Dạng 8: Cho đường thẳng *d* nằm trong mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng $d_1;d_2$.	$A = d_1 \cap (P); B = d_2 \cap (P) \Rightarrow d$ đi qua *A;B*.
Dạng 9: Cho đường thẳng $d // \Delta$ và cắt hai đường	Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1, mặt

thẳng $d_1;d_2.$ (Biết Δ luôn cắt $d_1;d_2$)	phẳng (Q) chứa Δ và d_2. Khi đó $d=(P)\cap(Q).$
Dạng 10: Cho đường thẳng *d* là đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1;d_2.$	**Cách 1:** Gọi $M_1\in d_1;M_2\in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases}M_1M_2\perp d_1\\M_1M_2\perp d_2\end{cases}$ ta tìm được $M_1;M_2.$ Khi đó *d* là đường thẳng $M_1M_2.$ **Cách 2:** - Vì $d\perp d_1;d\perp d_2$ nên có một vtcp là $\vec{u}=\left[\vec{u_{d_1}},\vec{u_{d_2}}\right].$ - Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa *d* và d_1: + Lấy một điểm *A* trên d_1. +Một vtcp của (P) là $\vec{n_P}=\left[\vec{u},\vec{u_{d_1}}\right].$ - Lập phương trình mặt phẳng (Q) và chứa $d_2.$ - Khi đó $d=(P)\cap(Q).$
Dạng 11: Cho đường thẳng *d* là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P).	- Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa (Δ) và vuông góc với (P). + Lấy $M\in\Delta.$ + Vì (Q) chứa Δ và vuông góc với (P) nên $\vec{n_Q}=\left[\vec{u_\Delta},\vec{u_P}\right].$ - Khi đó $d=(P)\cap(Q).$
Dạng 12: Cho đường thẳng *d* đi qua *M*, vuông góc với d_1 và cắt d_2.	- **Cách 1:** Gọi *N* là giao điểm của *d* và d_2. Từ điều kiện $MN\perp d_1$, ta tìm được *N*. Khi đó *d* là đường thẳng *MN*. - **Cách 2:** + Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua *M* và vuông góc với d_1

	+ Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa M và d_2. Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

Đọc thêm: Bài toán cực trị trong không gian

1. Bài toán cực trị về mặt phẳng, đường thẳng quanh xung quanh một điểm cố định

Bài toán 1: Cho hai điểm phân biệt A và B. Tìm vị trí của mặt phẳng (α) chứa B và cách A một khoảng lớn nhất.

Lời giải

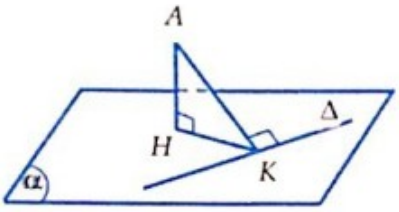
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (α). Khi đó tam giác ABH vuông tại H và $d(A;(\alpha)) = AH \le AB.$ Vậy khoảng cách đó lớn nhất khi H trùng B, khi đó (α) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với AB.

Bài toán tương tự là tìm đường thẳng qua B và cách A một khoảng lớn nhất.

2. Bài toán cực trị về mặt phẳng quay xung quanh một đường thẳng cố định

Bài toán 2: Cho điểm A và đường thẳng Δ không đi qua A. Tìm vị trí của mặt phẳng (α) chứa Δ sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng đó là lớn nhất.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (α), K là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng Δ.

Ta thấy $d(A;(\alpha)) = AH \le AK$ (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên).

Vậy $d(A;(\alpha))$ lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv K$, hay vị trí mặt phẳng (α) cần tìm là (α) chứa Δ và vuông góc với AK.

Lúc này mặt phẳng cần tìm có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\left[\vec{u_\Delta}, \vec{MA}\right], \vec{u_\Delta}\right]$ trong đó $M \in \Delta$.

Ví dụ 1: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và cách $A(1;2;5)$ một khoảng lớn nhất là

A. $(10;17;37)$ **B.** $(9;-14;4)$ **C.** $(10;-17;37)$ **D.** $(9;14;4)$

Đáp án A.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1), M(1;0;-2)\Rightarrow \overrightarrow{MA}=(0;2;7).$ Vậy áp dụng công thức vừa chứng minh ta có $\vec{n}=\left[\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{MA}\right],\overrightarrow{u_d}\right]=(10;17;37).$

Bài tập áp dụng

1. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ cách $M(2;1;1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $(\alpha):x+y+3z+5=0$ **B.** $(\alpha):4x-7y+z=0$

C. $(\alpha):6x+6y+18z+5=0$ **D.** $(\alpha):-4x+7y-z=0$

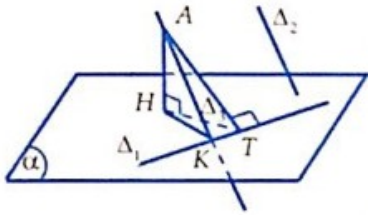
2. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x-y+z-1=0$ và cách điểm $M(1;0;1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $x-2y+z=0$ **B.** $y+z=0$

C. $x+y-z=0$ **D.** $x-y+z=0$

Đáp án: 1.**A**; 2.**B**

Bài toán 3*: Cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 phân biệt và không song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Δ_1 và tạo với một góc lớn nhất.



Lời giải

Vẽ một đường thẳng bất kì Δ_3 song song với Δ_2 và cắt Δ_1 tại *K*. Gọi *A* là điểm cố định trên Δ_3 và *H* là hình chiếu của *A* trên mặt phẳng (α). Ta có góc giữa Δ_2 và (α) chính là góc $\widehat{AKH}$. kẻ $AT\perp\Delta_1\,(T\in\Delta_1)$.

Khi đó ΔHKT vuông tại *T*, nên: $\cos\widehat{AKH}=\frac{HK}{AK}\geq\frac{KT}{AK}$ (không đổi).

Vậy góc $\widehat{AKH}$ lớn nhất khi và chỉ khi $HK=KT$ hay $H\equiv T$.

Góc lớn nhất đó chính bằng góc $\widehat{AKH}=\left(\Delta_1,\Delta_2\right)$

Khi đó mặt phẳng (α) cần tìm chứa Δ_1 và vuông góc với mặt phẳng (Δ_1,Δ_3) hay nó có một vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}},\overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right]$.

Do đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}}, \left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}}, \overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right]\right]$

Ví dụ 2: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và tạo với đường thẳng $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ một góc lớn nhất.

A. $x - 4y + z - 7 = 0$ **B.** $x + 4y - z + 7 = 0$

C. $2x + 5y - 10 = 0$ **D.** $2x - 5y + 10 = 0$

Đáp án A.

Lời giải

Ta có $\vec{n} = \left[\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_{d'}}\right]\overrightarrow{u_d}\right] = (3; -12; 3).$

3. Bài toán cực trị về họ đường thẳng quay xung quanh một điểm cố định trong mặt phẳng cố định

Bài toán 4*: Cho mặt phẳng (α) và điểm A thuộc (α), điểm B khác A. Tìm đường thẳng Δ nằm trong (α) đi qua A và cách B một khoảng nhỏ nhất, lớn nhất.

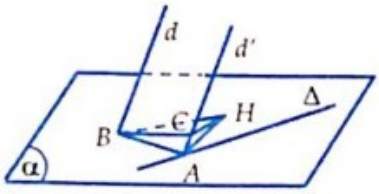
Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên Δ.

Ta thấy $d(B;\Delta) = BH \le AB.$

Vậy khoảng cách đó lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv A$.

Khi đó Δ là đường thẳng qua A và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_\alpha}; \overrightarrow{AB}\right]$.



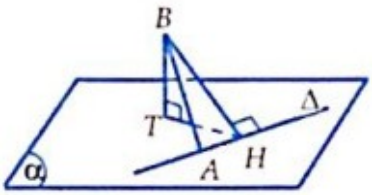
Gọi T là hình chiếu của B trên (α). Ta thấy $BH \ge BT.$

Vậy khoảng cách BH nhỏ nhất bằng BT khi và chỉ khi $H \equiv A$ hay đường thẳng Δ đi qua A và T.

Để viết phương trình đường thẳng Δ ta có 2 cách:

- Tìm hình chiếu vuông góc T của B trên Δ, từ đó viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và T.

- Tìm tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_\alpha}, \left[\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{AB}\right]\right].$



Bài toán 5*: Cho mặt phẳng (α) và điểm A thuộc (α), đường thẳng d không song song với (α), khồn nằm trên (α), không đi qua A. Tìm đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) đi qua A sao cho khoảng cách giữa Δ và đường thẳng d là lớn nhất.

Lời giải

Gọi d' là đường thẳng qua A và song song với d và B là giao điểm của d với mặt phẳng (α). Gọi H là hình chiếu vuông góc vủa B trên mặt phẳn $(d';\Delta)$. Khoảng cách giữa d và Δ bằng BH. Gọi C là hình chiếu vuông góc của B trên d'.

Ta thấy $BH \le BC$, nên BH lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv C$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{BC}\right]$.

Bài tập rèn luyện kỹ năng

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* , cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0.$ Gọi *M* và *N* lần lượt là hình chiếu của *A* và *B* trên $(P).$ Độ dài đoạn thẳng *MN* là

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **D.** 4

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng

$$(P): x+2y-2z-1=0.$$

Gọi *B* là điểm đối xứng với *A* qua (P). Độ dài đoạn thẳng *AB* là

A. 2 **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** 4

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(-2;3;4)$, $\vec{c}=(0;1;2)$ và $\vec{d}=(4;2;0)$. Biết $\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$. Tổng $x+y+z$ là

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ, cho điểm $A(1;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-1}+\frac{z}{1}$. Phương trình mặt phẳng chứa *A* và vuông góc với *d* là

A. $x-y+z-1=0$ **B.** $x-y+z+1=0$

C. $x-y+z=0$ **D.** $x-y+z-2=0$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-1=0$ và $(Q): x-2y+z-5=0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;3;5)$ **B.** $\vec{u}=(-1;3;-5)$

C. $\vec{u}=(2;1;-1)$ **D.** $\vec{u}=(1;-2;1)$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $M(1;2;1).$ Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua *M* lần lượt cắt các tia *Ox, Oy, Oz* tại *A, B, C* khác *O*. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện *OABC* là

A. 54 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 18

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa *d* và tiếp xúc với (S). Gọi *M* và *N* là tiếp điểm. Độ dài đoạn thẳng *MN* là

A. $2\sqrt{2}$ **B.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$ **C.** $\sqrt{6}$ **D.** 4

Câu 8: Cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0.$ Đường thẳng *d* nằm trên (P) sao cho mọi điểm của *d* và cách đều hai điểm *A,B* có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$

Câu 9: Cho bốn điểm $A(a;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0), D(1;2;1)$ và thể tích của tứ diện *ABCD* bằng 30. Giá trị của *a* là:

A. 1 **B.** 2

C. 2 hoặc 32 **D.** 32

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;-5)$ **B.** $P(0;0;-5)$

C. $N(-5;0;0)$ **D.** $M(1;1;6)$

$$d_1: \begin{cases} x=2+1 \\ y=1-t \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$$

Câu 11: Cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=2-2t \\ y=3 \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

và . Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

A. $x+5y+2z+12=0$

B. $x+5y-2z+12=0$

C. $x-5y+2z-12=0$

D. $x+5y+2z-12=0$

Câu 12: Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của *d* lên mặt phẳng (Oxy) là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1-t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Câu 13: Cho $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$, điểm *D* nằm trên trục *Oy* và thể tích của tứ diện *ABCD* bằng 5. Tọa độ của *D* là

A. $(0;-7;0)$

B. $(0;-7;0)$ hoặc $(0;8;0)$

C. $(0;8;0)$

D. $(0;7;0)$ hoặc $(0;8;0)$

Câu 14: Cho $A(5;1;3), B(-5;1;-1), C(1;-3;0)$, $D(3;-6;2)$. Tọa độ của điểm *A* đối xứng với *A* qua mặt phẳng (BCD) là

A. $(-1;7;5)$ **B.** $(1;7;5)$

C. $(1;-7;-5)$ **D.** $(1;-7;5)$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $M(2;6;-3)$ và ba mặt phẳng $(P): x-2=0;$ $(Q): y-6=0; (R): z+3=0.$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đều sai là

A. (P) đi qua *M* **B.** $(Q)//(Oxz)$

C. $(R)//Oz$ **D.** $(P)\perp(Q)$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho *d* là đường thẳng qua $M(1;2;3)$ và vuông góc với $(Q): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của *d* là

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=3-7t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=3-7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=4+t \\ y=3+2t \\ z=-7+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ **D.** Đáp số khác

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;-3;-1); B(4;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của *AB* là

A. $4x+4y+6z-7=0$

B. $2x+3y+3z-5=0$

C. $4x-4y+6z-23=0$

D. $2x-3y-z-9=0$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-y+mz-3=0$ và $(\beta):2x+ny+2z-2=0.$ Giá trị của *m* và *n* để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau là

A. $m=-3;n=\frac{2}{3}$

B. Không có giá trị của *m* và *n*

C. $m=3;n=-\frac{2}{3}$

D. $m=3;n=\frac{2}{3}$

Câu 19: Cho điểm $M(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}.$ Gọi $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với *M* qua *d*. Giá trị của $a-b+c$ là

A. -1 **B.** -2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z+2=0$ và $(Q):x+y+2z-1=0$. Góc giữa (P) và (Q) là

A. 45° **B.** 90° **C.** 30° **D.** 60°

Câu 21: Cho điểm $M(-3;2;4)$, gọi *A, B, C* lần lượt là hình chiếu của *M* trên trục *Ox, Oy, Oz*. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC).

A. $6x-4y-3z-12=0$

B. $3x-6y-4z+12=0$

C. $4x-6y-3z+12=0$

D. $4x-6y-3z-12=0$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d:\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{4}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua *A*, cắt và vuông góc với đường thẳng *d*.

A. $\Delta:\frac{x+4}{-4}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-4}{1}$

B. $\Delta:\frac{x+4}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{1}$

C. $\Delta:\frac{x+4}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-4}{-1}$

D. $\Delta:\frac{x+4}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-1}$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(1;0;0),B(0;3;0)$ và $C(0;0;-4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-4}=1$ **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-4}+\frac{z}{3}=1$

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$ **D.** $\frac{x}{-4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;1;1).B(3;2;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-5z-3=0$.

A. $(P):7x-6y-z-7=0$

B. $(P):7x-6y-z+7=0$

C. $(P):x-3y-z+2=0$

D. $(P):x-3y-z+5=0$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với *a, b, c* là những số dương thay đổi sao cho $a^2+4b^2+16c^2=49$. Tính tổng $F=a^2+b^2+c^2$ sao cho khoảng cách từ *O* đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất.

A. $F=\frac{49}{4}$ **B.** $F=\frac{49}{5}$

C. $F=\frac{51}{4}$ **D.** $F=\frac{51}{5}$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(-3;5;-5), B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Tính độ dài đoạn thẳng *OM*, biết rằng điểm *M* thuộc (P) sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $OM=\sqrt{3}$ **B.** $OM=1$

C. $OM=0$ **D.** $OM=\sqrt{10}$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $H(3;-4;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm *M, N, P* sao cho *H* là trực tâm của tam giác *MNP*.

A. $3x-4y+z-26=0$

B. $2x+y-z-1=0$

C. $4x-3y-z+1=0$

D. $x+2y-z+6=0$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba vectơ $\vec{a}(5;7;2), \vec{b}(3;0;4), \vec{c}(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$.

A. $\vec{m}=(-3;22;-3)$ **B.** $\vec{m}=(3;22;-3)$

C. $\vec{m}=(3;22;3)$ **D.** $\vec{m}=(3;-22;3)$

Câu 29: Cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm *M* và cắt trục tọa độ *Ox. Oy, Oz* tại *A, B, C* sao cho *M* là trực tâm tam giác *ABC*. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$ **B.** $x+y+z-6=0$

C. $3x+2y+z-14=0$ **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với *a, b, c* dương. Biết *A, B, C* di động trên các tia *Ox, Oy, Oz* sao cho $a+b+c=2$. Biết rằng khi *a, b, c* thay đổi thì qũy tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện *OABC* thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ $M(2016;0;0)$ tới mặt phẳng (P).

A. 2017 **B.** $\frac{2014}{\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{2016}{\sqrt{3}}$ **D.** $\frac{2015}{\sqrt{3}}$

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=-2-3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-2=0$. Giao điểm *M* của *d* và (P) có tọa độ là

A. $M(3;1;-5)$ **B.** $M(2;1;-7)$

C. $M(4;3;5)$ **D.** $M(1;0;0)$

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm. Phương trình của (α) là

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{6}=0$

B. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$

C. $3x-6y+2z-12=0$

D. $3x-6y+2z-1=0$

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và ba điểm $A(0;1;2),\ B(1;1;1),\ C(2;-2;3)$. Tọa độ điểm *M* thuộc (P) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất là

A. $(4;-2;-4)$ **B.** $(-1;2;0)$

C. $(3;-2;-8)$ **D.** $(1;2;-2)$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1+mt\ (t\in\mathbb{R})\\z=-2t\end{cases}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z+13=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của *m* để *d* cắt (S) tại hai điểm phân biệt?

A. 5 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 35: Viết phương trình đường thẳng *d* qua $M(1;-2;3)$ và vuông góc với hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}, d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\ (t\in\mathbb{R})\\z=1+3t\end{cases}$.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\ (t\in\mathbb{R})\\z=3\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\ (t\in\mathbb{R})\\z=3+t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\ (t\in\mathbb{R})\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\ (t\in\mathbb{R})\\z=3+t\end{cases}$

Câu 36: Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-4}{1}$ và vuông góc với mặt phẳng *Oyz*.

A. $x+y-2z+4=0$ **B.** $y-3z+15=0$

C. $x+4y-7=0$ **D.** $3x+y-z+2=0$

Câu 37: Cho mặt phẳng $(P):x+y+z+3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), cắt đường thẳng *d* và vuông góc với $\vec{u}(1;2;3)$ là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x+8}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{1}$

C. $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{1}$

D. $\frac{x+8}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$

Câu 38: Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau:

A. $x+y+z+1=0$ **B.** $2x+2y-z-1=0$

C. $x-2y-z-3=0$ **D.** $2x+3y+z-1=0$

Câu 39: Cho tam giác *ABC* có $A(1;2;3)$, $B(-3;0;1), C(-1;y;z)$. Trọng tâm của tam giác *ABC* thuộc trục *Ox* khi cặp $(y;z)$ là

A. $(1;2)$ **B.** $(2;4)$

C. $(-1;-2)$ **D.** $(-2;-4)$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thăng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$

B. $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z-12=0$

D. $x-2y+3z+3=0$

Câu 41: Cho ΔABC có 3 đỉnh $A(m;0;0)$, $B(2;1;2),C(0;2;1)$. Để $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{35}}{2}$ thì

A. $m=1$ **B.** $m=2$ **C.** $m=3$ **D.** $m=4$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba vecto $\vec{a}=(1;m;2);\vec{b}=(m+1;2;2);\vec{c}(0;m-2;2)$. Giá trị của *m* để $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng là

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $-\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** 1

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia *Ox,Oy,Oz* tại *A,B,C* (*A,B,C* không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện *OABC* đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $\frac{81}{6}$ **B.** $\frac{243}{2}$ **C.** 243 **D.** $\frac{81}{2}$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho ba mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$, $(Q):x+y-z+2=0$ $(R):x-y+5=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $(Q)\perp(R)$ **B.** $(P)\perp(Q)$

C. $(P)//(R)$ **D.** $(P)\perp(R)$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho mặt phẳng (P), cắt trục tọa độ tại $M(8;0;0)$, $N(0;2;0),P(0;0;4)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $x+4y+2z-8=0$ **B.** $x+4y+2z+8=0$

C. $\frac{x}{4}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$ **D.** $\frac{x}{8}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=0$

Câu 46: Trong không gian hệ trục tọa độ *Oxyz* cho mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ *O* và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q):2x-y+3z-1=0$; $(R):x+2y+z=0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $7x+y-5z=0$ **B.** $7x-y-5z=0$

C. $7x+y+5z=0$ **D.** $7x-y+5z=0$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;1;2),B(3;-1;1)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa *A,B* và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $4x+3y+2z=0$

B. $2x-2y-z+4=0$

C. $4x+3y+2z+11=0$

D. $4x+3y+2z-11=0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(1;-1;1),B(0;1;-2)$ và điểm *M* thay đổi trên mặt phẳng tọa độ (Oxy). Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|MA-MB|$ là

A. $\sqrt{6}$ **B.** $\sqrt{12}$ **C.** $\sqrt{14}$ **D.** $\sqrt{8}$

Câu 49: Cho ba điểm $A(1;6;2), B(5;1;3)$, $C(4;0;6)$, khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $14x+13y+9z+110=0$

B. $14x+13y-9z-110=0$

C. $14x-13y+9z-110=0$

D. $14x+13y+9z-110=0$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, vị trí tương đối của hai đường thẳng

$d_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-3t\\z=5+4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và $d_2\begin{cases}x=7+3m\\y=-2+2m\\z=1-2m\end{cases}(m\in\mathbb{R})$

là:

A. Chéo nhau **B.** Cắt nhau

C. Song song **D.** Trùng nhau

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(-2;1;0), B(-3;0;4), C(0;7;3)$. Khi đó $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)$ bằng

A. $\frac{14\sqrt{118}}{354}$ **B.** $-\frac{7\sqrt{118}}{177}$

C. $\frac{\sqrt{798}}{57}$ **D.** $-\frac{\sqrt{798}}{57}$

Câu 52: Trong không gian hệ tọa độ *Oxyz* cho tứ diện *ABCD* có $A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7)$, $D(-5;-4;8)$. Độ dài đường cao kẻ từ *D* của tứ diện là

A. 11 **B.** $\frac{45}{7}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 53: Cho điểm $M(1;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và cách *M* một khoảng lớn nhất.

A. $x+2y-z=0$ **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1$

C. $x-y-z=0$ **D.** $x+y+z-2=0$

Câu 54: Tìm điểm *M* trên đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ sao cho $AM=\sqrt{6}$, với $A(0;2;-2)$.

A. $M(1;1;0)$ hoặc $M(2;1;-1)$

B. $M(1;1;0)$ hoặc $M(-1;3;-4)$

C. $M(-1;3;-4)$ hoặc $M(2;1;-1)$

D. Không có điểm *M* nào thỏa mãn.

Câu 55: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(0;4;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-2z+2015=0$. Gọi α là góc nhỏ nhất mà mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm *A, B* tạo với mặt phẳng (P). Giá trị của $\cos\alpha$ là

A. $\frac{1}{9}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(2;0;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm *A* và vuông góc với đường thẳng *d* có phương trình là

A. $2x+y-z+5=0$ **B.** $2x+y+z+5=0$

C. $2x+y-z-5=0$ **D.** $2x+y+z-5=0$

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$. Đường thẳng *d* nằm trong

mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$

B. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{2}$

D. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất.

A. $2x-y+2z-1=0$

B. $10x-7y+13z+3=0$

C. $2x+y-z=0$

D. $-x+6y+4z+5=0$

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2:\frac{x+1}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{1}$.

A. 45° **B.** 30° **C.** 60° **D.** 90°

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x+y-z+0$.

A. $x+2y+z=0$ **B.** $x-2y-1=0$

C. $x+2y-1=0$ **D.** $x-2y+z=0$

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng (d)?

A. $N(4;0;-1)$ **B.** $M(1;-2;3)$

C. $P(7;2;1)$ **D.** $Q(-2;-4;7)$

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-1}$.

A. $x+2y-5=0$ **B.** $2x+y-z+4=0$

C. $-2x-y+z-4=0$ **D.** $-2x-y+z+4=0$

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục *Ox* có phương trình là

A. $x+y-z=0$ **B.** $2y-z+1=0$

C. $y-2z+2=0$ **D.** $x+2z-3=0$

Câu 64: Trong không gian với hệ trục *Oxyz*, cho đường thẳng $d:x-1=\frac{y-2}{2}=\frac{z-4}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+4y+9z-9=0$. Giao điểm *I* của *d* và (P) là

A. $I(2;4;-1)$ **B.** $I(1;2;0)$

C. $I(1;0;0)$ **D.** $I(0;0;1)$

Câu 65: Trong không gian với hệ trục *Oxyz*, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+4=0$ là

A. $2x-y+3z+7=0$

B. $2x+y-3z+7=0$

C. $2x+y+3z+7=0$

D. $2x-y+3z-7=0$

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho $A(2;0;0);B(0;3;1);C(-3;6;4)$. Gọi *M* là điểm nằm trên đoạn *BC* sao cho $MC=2MB$. Độ dài đoạn *AM* là:

A. $2\sqrt{7}$ **B.** $\sqrt{29}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{30}$

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho tứ diện *ABCD* với $A(-1;2;1),B(0;0;-2),C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$. Tính thể tích tứ diện *ABCD*.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Câu 68: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều 2 đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$.

A. $(P):2x-2z+1=0$

B. $(P):2y-2z+1=0$

C. $(P):2x-2y+1=0$

D. $(P):2y-2z-1=0$

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;2;-1)$, $B'(2;-1;3),C(3;-4;1)$ và $D'(0;3;5)$. Giả sử tọa độ $D(x;y;z)$ thì giá trị của $x+2y-3z$ là kết quả nào dưới đây?

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z+3=0$ và đường thẳng $(d):\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{2}$. Gọi *A* là giao điểm của (d) và (P); gọi *M* là điểm thuộc (d) thỏa mãn điều kiện $MA=2$. Tính khoảng cách từ *M* đến mặt phẳng (P).

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $\frac{8}{3}$ **C.** $\frac{8}{9}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-2}{-3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và $d':\frac{x}{6}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{4}$. Mệnh đề nao sau đây là **đúng**?

A. $d//d'$ **B.** $d\equiv d'$

C. *d* và d' cắt nhau **D.** *d* và d' chéo nhau

Câu 72: Trong không gian hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(-1;2;4),B(-1;1;4),C(0;0;4)$. Tìm số đo của $\widehat{ABC}$.

A. 135° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 120°

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $M(2;-3;1)$ và đường thẳng

$$\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}.$$

Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với *M* qua Δ.

A. $M'(3;-3;0)$ **B.** $M'(1;-3;2)$

C. $M'(0;-3;3)$ **D.** $M'(-1;-2;0)$

Câu 74: Trong không gian với hệ trục *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-16=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{2}$. Mặt phẳng nào

trong các mặt phẳng sau chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $(P):2x-2y+z-8=0$

B. $(P):-2x+11y-10z-105=0$

C. $(P):2x-11y+10z-35=0$

D. $(P):-2x+2y-z+11=0$

Câu 75: Trogn không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1), A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(2;1;6)$ **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$

C. $\vec{u}=(3;4;-4)$ **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-3}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua điểm $A(3;1;0)$ và chứa đường thẳng (d).

A. $x+2y+4z-1=0$ **B.** $x-2y+4z-1=0$

C. $x-2y+4z+1=0$ **D.** $x-2y-4z-1=0$

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình:

$$d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$$

Xét mặt phẳng $(P):x-3y+2mz-4=0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

A. $m=\frac{1}{2}$ **B.** $m=\frac{1}{3}$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;1;-2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của cạnh AB và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $-x+2z+3=0$ **B.** $2x-z-1=0$

C. $2y-z-3=0$ **D.** $2x-z-3=0$

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng:

$$d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}, d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$$

Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{4}$

B. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$

C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$,

D. $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{3}$

Câu 81: Cho tọa độ các điểm $A(2;2;3), B(1;3;3)$, $C(1;2;4)$. Chọn phát biểu đúng?

A. Tam giác ABC là tam giác đều

B. Tam giác ABC là tam giác vuông

C. Các điểm A, B, C thẳng hàng

D. Tam giác ABC là tam giác vuông cân

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Tìm tọa độ điểm M có các

tọa độ âm thuộc d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2.

A. $M(-2;-3;-1)$ **B.** $M(-1;-3;-5)$

C. $M(-2;-5;-8)$ **D.** $M(-1;-5;-7)$

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5), B(2;0;1), C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(3;12;6)$ **B.** $G(1;5;2)$

C. $G(1;0;5)$ **D.** $G(1;4;2)$

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{4}$ và điểm $M(0;3;-2)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua M và Δ là

A. $5x-y-z+1=0$ **B.** $5x+y-z-1=0$

C. $5x+y-z+1=0$ **D.** $5x-y+z-1=0$

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{4}$ và điểm $M(0;3;-2)$. Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua M, song song với Δ và cách Δ một khoảng bằng 3 là

A. $4x-8y+z+26=0$

B. $4x-8y+z-26=0$

C. $2x-2y+z-8=0$

D. $2x+2y-z-8=0$

Câu 86: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;0), B(2;2;2)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm $N \in (d)$ sao cho diện tích tam giác ABN nhỏ nhất.

A. $(1;0;-4)$ **B.** $(3;-1;4)$

C. $(-1;0;4)$ **D.** $(-3;0;1)$

Câu 87: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác BCD có $B(-1;0;3), C(2;-2;0)$, $D(-3;2;1)$. Tính diện tích tam giác BCD.

A. $\sqrt{26}$ **B.** $\sqrt{62}$ **C.** $\frac{\sqrt{23}}{4}$ **D.** $2\sqrt{61}$

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(1;0;2), N(-3;-4;1), P(2;5;3)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x+3y-16z+33=0$

B. $x+3y-16z+31=0$

C. $x+3y+16z+33=0$

D. $x-3y-16z+31=0$

Câu 89: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$ đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-2}=z$. Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ và tiếp xúc với (S) có phương trình là

A. $2x-2y+z+2=0$ và $2x-2y+z-16=0$

B. $2x-2y+3\sqrt{8}-6=0$ và $2x-2y-3\sqrt{8}-6=0$

C. $2x-2y-3\sqrt{8}+6=0$ và $2x-2y-3\sqrt{8}-6=0$

D. $2x+2y-z+2=0$ và $2x+2y-z-16=0$

Câu 90: Trong không gian *Oxyz*, cho $A(4;-2;3)$, $\Delta\begin{cases}x=2+3t\\y=4\\z=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, đường thẳng *d* đ qua *A* cắt và vuông góc Δ có vectơ chỉ phương là

A. $(-2;-15;6)$ **B.** $(-3;0;-1)$

C. $(-2;15;-6)$ **C.** $(3;0;-1)$

Câu 91: Trong không gian *Oxyz*, cho 2 mặt phẳng $(P):x-y+4z-2=0$ và $(Q):2x-2z+7=0$. Góc giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) là

A. 60° **B.** 45° **C.** 30° **D.** 90°

Câu 92: Trong không gian *Oxyz*, cho 2 điểm $A(1;2;0),B(-2;3;1)$, đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{1}$. Tọa độ điểm *M* trên Δ sao cho $MA=MB$ là

A. $\left(-\frac{15}{4};-\frac{19}{6};-\frac{43}{12}\right)$ **B.** $\left(\frac{15}{4};\frac{19}{6};\frac{43}{12}\right)$

C. $(45;28;43)$ **D.** $(-45;-28;-43)$

Câu 93: Đường thẳng *d* đi qua $H(3;-1;0)$ và vuông góc với (Oxz) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3\\y=-1(t\in\mathbb{R})\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3\\y=-1+t(t\in\mathbb{R})\\z=0\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=3+t\\y=-1\ (t\in\mathbb{R})\\z=0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3\\y=-1+t(t\in\mathbb{R})\\z=t\end{cases}$

Câu 94: Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(-1;1;0),B(-2;3;0)$. Tìm tọa độ của điểm *M* thuộc trục *Oy* sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

A. $M(0;2;0)$ **B.** $M(0;-1;0)$

C. $M\left(0;\frac{5}{3};0\right)$ **D.** $M(0;1;0)$

Câu 95: Trong hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(1;2;1),B(1;1;0),C(1;0;2)$. Tìm tọa độ điểm *D* để *ABCD* là hình bình hành.

A. $(-1;1;1)$ **B.** $(1;-1;1)$

C. $(1;1;3)$ **D.** $(1;-2;-3)$

Câu 96: Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0),B(0;2;0),C(0;0;3)$.

A. $6x+3y+2z-6=0$

B. $x-y+z-2=0$

C. $x+2y-3z+16=0$

D. $x-y+2z=0$

Câu 97: Nếu mặt phẳng $(P):x-2y+mz+5=0$ song song với mặt phẳng $(Q):2x-ny+3z+3=0$ thì các giá trị của *m* và *n* là

A. $m=\frac{3}{2};n=4$ **B.** $m=-\frac{3}{2};n=4$

C. $m=-\frac{3}{2};n=-4$ **D.** $m=-4;n=\frac{3}{2}$

Câu 98: Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$ là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-2}$

B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+3}{-2}$

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{3}$

D. $\frac{x+1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{3}$

Câu 99: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, tìm tọa độ điểm *N* thuộc trục *Oz* sao cho khoảng cách từ *N* đến $M(2;3;4)$ bằng khoảng cách từ *N* đến mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$?

A. $N(0;0;3)$ **B.** $N(0;0;4)$

C. $N(2;3;0)$ **D.** không tồn tại điểm *N*

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0;(Q):x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua *A*, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ **B.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

Câu 101: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(3;3;2)$ và $B(5;1;4)$. Tìm tọa độ trung bình *I* của đoạn thẳng *AB*.

A. $I\left(\frac{7}{2};3;-\frac{5}{2}\right)$ **B.** $I(4;2;3)$

C. $I\left(2;\frac{3}{2};-1\right)$ **D.** $I\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$

Câu 102: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=4+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của *d*?

A. $\overrightarrow{u_d}=(0;2;4)$ **B.** $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;0)$

C. $\overrightarrow{u_d}=(1;-1;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_d}=(-2;3;5)$

Câu 103: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(4;2;5),B(3;1;3),C(2;6;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

A. $2x-z-3=0$ **B.** $2x+y+z-3=0$

C. $4x-y-5z+13=0$ **D.** $9x-y+z-16=0$

Câu 104: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(2;2;1)$ và đường thẳng $d_1:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$. Phương trình đường thẳng *d* đi qua *A*, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-1}{-5}$

B. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-4}$

C. $d:\begin{cases}x=2+t\\y=2\\z=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

D. $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3}$

Câu 105: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng *d* nằm trong (P) sao cho *d* cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

B. $d:\begin{cases}x=3t\\y=2+t\\z=2+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

C. $d:\begin{cases}x=-2-4t\\y=-1+3t\\z=4-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

D. $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=3-3t\\z=3-2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

Câu 106: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

Câu 107: Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q):x+2y+z=0$ và cách $D(1;0;3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ thì (P) có phương trình là:

A. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-2=0\end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l}x+2y-z-10=0\\x+2y+z-2=0\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\-x-2y-z-10=0\end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-10=0\end{array}\right.$

Câu 108: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;4;1);B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm *A, B* và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $2x+3z-11=0$ **B.** $y-2z-1=0$

C. $-2y+3z-11=0$ **D.** $2x+3y-11=0$

Câu 109: Trong không gian *Oxyz*, cho các điểm $A(3;-4;0);B(0;2;4);C(4;2;1)$. Tọa độ điểm *D* trên trục *Ox* sao cho $AD=BC$ là

A. $\left[\begin{array}{l}D(0;0;0)\\D(6;0;0)\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}D(0;0;2)\\D(8;0;0)\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}D(2;0;0)\\D(6;0;0)\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}D(0;0;0)\\D(-6;0;0)\end{array}\right.$

Câu 110: Trong không gian *Oxyz*, cho $A(0;1;0)$, $B(2;2;2),C(-2;3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Tìm điểm *M* thuộc *d* để thể tích tứ diện *MABC* bằng 3.

A. $M\left(-\frac{3}{2};-\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right);M\left(-\frac{15}{2};\frac{9}{4};\frac{-11}{2}\right)$

B. $M\left(-\frac{3}{5};-\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right);M\left(-\frac{15}{2};\frac{9}{4};\frac{11}{2}\right)$

C. $M\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right);M\left(\frac{15}{2};\frac{9}{4};\frac{11}{2}\right)$

D. $M\left(\frac{3}{5};-\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right);M\left(\frac{15}{2};\frac{9}{4};\frac{11}{2}\right)$

Câu 111: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho $A(3;0;1),B(6;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng

(P) đi qua *A, B* và (P) tạo với mặt phẳng (Oyz) góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \frac{2}{7}$?

A. $\begin{bmatrix} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z=0 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 2x+3y+6z+12=0 \\ 2x+3y-6z-1=0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 2x+3y+6z-12=0 \\ 2x+3y-6z=0 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 2x-3y+6z-12=0 \\ 2x-3y-6z+1=0 \end{bmatrix}$

Câu 112: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+1=0$ và hai điểm $A(1;-2;3)$; $B(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua *A,B* và vuông góc với (P) là

A. $(Q): 2x+2y+3z-7=0$

B. $(Q): 2x-2y+3z-7=0$

C. $(Q): 2x+2y+3z-9=0$

D. $(Q): x+2y+3z-7=0$

Câu 113: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}; \Delta: \frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua *M*, vuông góc với Δ và Δ'

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$

Câu 114: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=-1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua *A*, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$

B. $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{5}$

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$

Câu 115: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $d_1 \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=2 \end{cases}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương tình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với đường thẳng *d*?

A. $2x-y+2z+22=0$

B. $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$

D. $2x+y+2z-22=0$

Câu 116: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho $A(1;-2;1), B(-2;2;1), C(1;-2;2)$. Đường phân giác trong góc *A* của tam giác *ABC* cắt mặt phẳng *Oyz* tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $\left(0;-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$ **B.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$

C. $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$ **D.** $\left(0;\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$

Câu 117: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho $A(1;0;2), B(1;1;1), C(2;3;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $x+y-z+1=0$ **B.** $x-y-z+1=0$

C. $x+y-2z-3=0$ **D.** $x+y+z-3=0$

Câu 118: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho $A(1;2;0), B(3;-1;1), C(1;1;1)$. Tính diện tích *S* của tam giác *ABC*.

A. $S=\sqrt{3}$ **B.** $S=\sqrt{2}$

C. $S=\frac{1}{2}$ **D.** $S=1$

Câu 119: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho $M(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua *M* cắt các trục *Ox, Oy, Oz* lần lượt tại *A, B, C* sao cho $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x+2y+3z-8=0$ **B.** $x+y+z-4=0$

C. $x+2y+z-6=0$ **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$

Câu 120: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho $G(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm *G* và cắt các trục tọa độ tại ba điểm phân biệt *A, B, C* sao cho *G* là trọng tâm tam giác *ABC*.

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$ **B.** $x+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=3$

C. $x+y+z-6=0$ **D.** $x+2y+3z-14=0$

Câu 121: Cho ba điểm $A(1;1;0), B(3;-1;2)$, $C(-1;6;7)$. Tìm điểm $M\in(Oxz)$ sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ nhỏ nhất?

A. $M(3;0;-1)$ **B.** $M(1;0;0)$

C. $M(1;0;3)$ **D.** $M(1;1;3)$

Câu 122: Cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng $(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa *d* và song song với (α). Khoảng cách giữa (α) và (β) là

A. $\frac{9}{14}$ **B.** $\frac{3}{14}$ **C.** $\frac{9}{\sqrt{14}}$ **D.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$

Câu 123: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$, điểm $A(2;5;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa *d* sao cho khoảng cách từ *A* đến (P) là lớn nhất là

A. $2x+y-2z-10=0$

B. $2x+y-2z-12=0$

C. $x-2y-z-1=0$

D. $x-4y+z-3=0$

Câu 124: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(4;6;2); B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Xét đường thẳng *d* thay đổi thuộc (P) và đi qua *B*, gọi *H* là hình chiếu vuông

góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{6}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=1$ **D.** $R=\sqrt{3}$

Câu 125: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

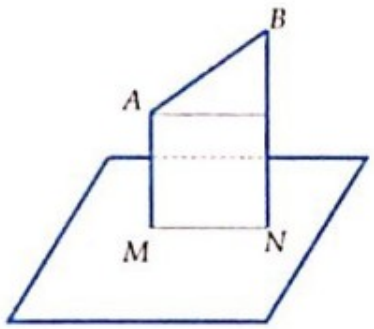
A. $3x-y-z=0$ **B.** $3x+y+z-6=0$

C. $3x-y-z+1=0$ **D.** $6x-2y-2z-1=0$

Hướng dẫn giải chi tiết

Câu 1: Đáp án B

Cách 1: Ta có



$$MN=\sqrt{AB^2-\left|d_{A;(P)}-d_{B;(P)}\right|^2}$$

$$d_{(A;(P))}=\frac{|1+2-1-1|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$d_{(B;(P))}=\frac{|3+0-(-1)-1|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow\left|d_{(A;(P))}-d_{(B;(P))}\right|=\left|\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{3}{\sqrt{3}}\right|=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$AB=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow MN=\sqrt{AB^2-\left|d_{(A;(P))}-d_{(B;(P))}\right|^2}=\sqrt{12-\frac{4}{3}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Vậy đáp án đúng là **B.**

Cách 2: Gọi d_1 là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P). Lúc này $\{M\}=d_1\cap(P)$.

$$\Rightarrow d_1:\begin{cases}x=1+t_1\\y=2+t_1\\z=1-t_1\end{cases}\Rightarrow M(1+t_1;2+t_1;1-t_1).$$

Mà $M\in(P)\Rightarrow(1+t_1)+(2+t_1)-(1-t_1)-1=0$

$$\Rightarrow t_1=-\frac{1}{3}\Rightarrow M\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3};\frac{4}{3}\right).$$

Tương tự ta tìm được $N(2;-1;0)$.

$\Rightarrow MN=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Chọn **B.**

Câu 2: Đáp án B

Ta có:

B là điểm đối xứng với A qua (P) nên:

$$AB=2.d_{(A;(P))}=2.\frac{|1+2.2-2.1-1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2.\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 3: Đáp án A

$$\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$$

$$\Leftrightarrow(4;2;0)=x(1;2;1)+y(-2;3;4)+z(0;1;2)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y=4\\2x+3y+z=2\\x+4y+2z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\\z=1\end{cases}\Rightarrow x+y+z=2$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 4: Đáp án C

Ta có: $\overrightarrow{u_d}=(1;-1;1)$. Đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (P) nên: $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_d}=(1;-1;1)$. Dó đó (P) có dạng: $(P):x-y+z+m=0$. Vì (P) đi qua $A(1;2;1)$ nên: $1-2+1+m=0\Rightarrow m=0$.

Do đó, đáp án đúng là **C**.

Câu 5: Đáp án A

Cách 1: Giao tuyến của (P) và (Q) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}2x+y-z-1=0\\x-2y+z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y=z+1\\x-2y=-z+5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2(z+1)+(-z+5)}{5}=\dfrac{z+7}{5}\\y=\dfrac{(z+1)-2(-z+5)}{5}=\dfrac{3z-9}{5}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{x-2}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{5}$$

Do đó, đáp án đúng là **A**.

$$\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;3;5)$$

Cách 2:

Câu 6: Đáp án C

Giả sử $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$. Do cắt các tia nên: $a;b;c>0$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là : $(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. (P) đi qua $M(1;2;1)$ nên: $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{a}.\frac{2}{b}.\frac{1}{c}}=3\sqrt[3]{\frac{2}{6V}}$$

$$\Rightarrow V\ge 9$$

Dấu $"="$ xảy ra khi: $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 7: Đáp án B

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$

Gọi $H(x_H;y_H;z_H)$ là hình chiếu của I lên (d). Khi đó, ta có:

$$\begin{cases}H\in(d)\\IH\perp(d)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x_H-2}{2}=\dfrac{y_H}{-1}=\dfrac{z_H}{4}=k\\\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_d}=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow H(2k+2;-k;4k)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=(2k+1;-k-2;4k-1)$$

$$\overrightarrow{u_d}=(2;-1;4)$$

$$\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow(2k+1).2+(-k-2).(-1)+(4k-1).4=0$$

$$\Leftrightarrow k=0\Rightarrow H(2;0;0)$$

$$\Rightarrow IH=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2+(0-1)^2}=\sqrt{6}$$

Gọi K là giao điểm của IH và MN. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MIH có:

$$MK.IH=MI.MH=MI.\sqrt{IH^2-IM^2}$$

$$\Rightarrow MN=2.MK=2.\frac{IM.\sqrt{IH^2-IM^2}}{IH}$$

$$\Rightarrow MN=2.\frac{\sqrt{2}.\sqrt{6-2}}{\sqrt{6}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 8: Đáp án A

Gọi K là điểm bất kì trên (d). Theo giả thiết: $KA=KB$ tức là tam giác KAB cân, điều này chỉ xảy ra khi (d) nằm trên mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của AB. Ta đi xác định (Q):

Gọi M là trung điểm AB thì:

$$M\left(\frac{3+0}{2};\frac{3+2}{2};\frac{1+1}{2}\right)\Rightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$$

Mặt phẳng (Q) đi qua M và vuông góc với AB tức là nhận $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)$ là vectơ pháp tuyến. Dó đó:

$$(Q):-3\left(x-\frac{3}{2}\right)-1\left(y-\frac{5}{2}\right)+0(z-1)=0$$

$$\Leftrightarrow(Q):3x+y-7=0$$

Do đó, (d) là giao tuyến của (P) và (Q) nên là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t \\ y=7-3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 9: Đáp án C

$$\overrightarrow{BA}=(a+3;0;10)$$

$$\overrightarrow{BC}=(8;0;4);\overrightarrow{BD}=(4;3;5)$$

$$\Rightarrow V=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{BA}\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]\right|$$

$$=\frac{1}{6}.\left|(a+3;0;10).(-12;-24;24)\right|$$

$$=\frac{1}{6}\left|-12(a+3)+10.24\right|=\left|-2a+34\right|$$

$$V=30 \Leftrightarrow a=2;a=32$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 10: Đáp án D

Đặt $f(x;y;z)=x-2y+z-5$.

Với phương án A: Ta có

$f(2;-1;5)=2-2(-1)+5-5=4\neq 0$ nên điểm $Q(2;-1;5)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Với phương án B:

$f(0;0;-5)=0.-2.0+(-5)-5=-10\neq 0$ nên điểm $P(0;0;-5)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Với phương án C:

$f(-5;0;0)=-5-2.0+0-5=-10\neq 0$ nên điểm $N(-5;0;0)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Với phương án D: $f(1;1;6)=1-2.1+6-5=0$ nên điểm $M(1;1;6)$ nằm trên mặt phẳng (P).

Câu 11: Đáp án D

Dễ dang nhận thấy hai đường thẳng $(d_1);(d_2)$ chéo nhau. Ý tưởng ở đây là tìm hai điểm $H_1\in(d_1)$; $H_2\in(d_2)$ sao cho H_1H_2 là đường vuông góc chung của $(d_1);(d_2)$.

$$H_1\in(d_1);H_2\in(d_2)\Rightarrow\begin{cases} H_1(2+a;1-a;2a) \\ H_2(2-2b;3;b) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{H_1H_2}=(-2b-a;a+2;b-2a)$$

$$\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-1;2);\overrightarrow{u_{d_2}}=(-2;0;1)$$

$$\begin{cases} H_1H_2\perp d_1 \\ H_1H_2\perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{H_1H_2}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0 \\ \overrightarrow{H_1H_2}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-2b-a)-(a+2)+2(b-2a)=0 \\ -2.(-2b-a)+0(a+2)+(b-2a)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6a-2=0 \\ 5b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{-1}{3} \\ b=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H_1\left(\frac{5}{3};\frac{4}{3};\frac{-2}{3}\right);H_2(2;3;0)$$

Mặt phẳng cần tìm (P) đi qua trung điểm M của H_1H_2 và vuông góc với H_1H_2 nên:

$$\begin{cases} M\left(\frac{11}{6};\frac{13}{6};\frac{-1}{3}\right)\in(P) \\ \overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{H_1H_2}=\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{2}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P):x+5y+2z-12=0$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 12: Đáp án B

Giao điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ của (d) với mặt phẳng (Oxy) là:

$$\begin{cases} \frac{x_A-1}{2}=\frac{y_A+1}{1}=\frac{z_A-2}{1} \\ z_A=0 \end{cases} \Leftrightarrow A(-3;-3;0)$$

Dễ thấy điểm $M(1;-1;2)\in(d)$. Hình chiếu B của M lên mặt phẳng (Oxy) là: $B(1;-1;0)$. Phương

trình đường thẳng cần tìm chính là phương trình đường thẳng AB và là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 13: Đáp án B

$D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0)$

$A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$

$\overrightarrow{AB} = (1;-1;2); \overrightarrow{AC} = (0;-2;4)$

$\overrightarrow{AD} = (-2; y-1; 1)$

$V = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AD}.\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right]\right|$

$= \frac{1}{6}\left|(-2; y-1; 1).(0;-4;-2)\right|$

$= \frac{1}{6}\left|-4(y-1)+1(-2)\right| = \frac{1}{3}\left|2y-1\right|$

$V = 5 \Leftrightarrow y = -7; y = 8$

Vậy đáp án đúng là **B.**

Câu 14: Đáp án C

Mặt phẳng $(BCD): ax + by + cz + d = 0$ nên có:

$$\begin{cases} a(-5) + b.1 + c.(-1) + d = 0 \\ a.1 + b.(-3) + c.0 + d = 0 \\ a.3 + b.(-6) + c.2 + d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{d}{5} \\ b = \frac{2d}{5} \\ c = \frac{2d}{5} \end{cases} \Rightarrow (BCD): x + 2y + 2z + 5 = 0$$

Gọi $H(x_H; y_H; z_H)$ là hình chiếu của A lên (BCD), ta có:

$$\begin{cases} H \in (P) \\ AH \perp (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H + 2y_H + 2z_H + 5 = 0 \\ \overrightarrow{AH} = k.\overrightarrow{n_{(P)}} = k.(1;2;2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_H + 2y_H + 2z_H + 5 = 0 \\ \frac{x_H - 5}{1} = \frac{y_H - 1}{2} = \frac{z_H - 3}{2} = k \end{cases}$$

$\Rightarrow x_H = k + 5; y_H = 2k + 1; z_H = 2k + 3$

$\Rightarrow (k+5) + 2(2k+1) + 2(2k+3) + 5 = 0$

$\Leftrightarrow 9k + 18 = 0 \Leftrightarrow k = -2$

$\Rightarrow H(3;-3;-1)$

Khi đó, A' đối xứng với A qua (BCD) khi và chỉ khi H là trung điểm AA'. Do đó ta có:

$A'(2.3-5; 2.(-3)-1; 2.(-1)-3)$

$\Rightarrow A'(1;-7;-5)$

Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 15: Đáp án C

Khẳng định A, B, C hiển nhiên đúng. Khẳng định **C** sai vì mặt phẳng $(R): z + 3 = 0$ giao với Oz tại điểm $C(0;0;-3)$. Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 16: Đáp án B

Cách 1: (d) vuông góc với (Q) nên:

$\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_{(Q)}} = (4;3;-7)$

(d) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nên:

$$(d): \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Cách 2: Từ $\overrightarrow{u_d} = (4;3;-7)$ suy ra B đúng.

Câu 17: Đáp án A

Cách 1: Trung điểm AB là:

$$M\left(\frac{2+4}{2}; \frac{-3-1}{2}; \frac{-1+2}{2}\right) \Rightarrow M\left(3;-2;\frac{1}{2}\right)$$

Phương trình mặt phẳng trung trực AB nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;3)$ là vecto pháp tuyến và đi qua điểm M nên nó có dạng:

$$2(x-3)+2(y+2)+3\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 4x+4y+6z-7=0$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Cách 2: $\vec{n}=(2;2;3)\Rightarrow$ loại C; D.

Thay tọa độ điểm I vào đáp án (I là trung điểm của AB) ta chọn A.

Câu 18: Đáp án C

$$(\alpha)//(\beta)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}}=k.\overrightarrow{n_{(\beta)}}\Leftrightarrow (3;-1;m)=k.(2;n;2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}=\frac{-1}{n}=\frac{m}{2}\Leftrightarrow m=3;n=-\frac{2}{3}$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 19: Đáp án A

Ta có: $\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với (d) hay nhận $\overrightarrow{u_d}$ là vecto pháp tuyến là

$$1.(x-1)+2.(y-0)+1.(z-0)=0$$

$$\Leftrightarrow x+2y+z-1=0$$

Giao điểm $H(x_H;y_H;z_H)$ của (d) và (P) chính là hình chiếu vuông góc của M lên (d), ta có:

$$\begin{cases}\frac{x_H-1}{1}=\frac{y_H-1}{2}=\frac{z_H}{1}\\ x_H+2y_H+z_H-1=0\end{cases}\Leftrightarrow H\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{-1}{3}\right)$$

M' đối xứng với M qua (d) khi và chỉ khi H là trung điểm MM'. Do đó, ta có:

$$\begin{cases}a=2.\frac{2}{3}-1\\ b=2.\frac{1}{3}-0\\ c=2.\left(-\frac{1}{3}\right)-0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\ b=\frac{2}{3}\\ c=-\frac{2}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow a-b+c=-1$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 20: Đáp án D

Góc giữa (P) và (Q) là:

$$\overrightarrow{n_P}=(2;-1;1);\overrightarrow{n_Q}=(1;1;2)$$

$$\cos(\alpha)=\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|\left|\overrightarrow{n_Q}\right|}=\frac{|2.1+(-1).1+1.2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}.\sqrt{1^2+1^2+2^2}}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha=60^\circ$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 21: Đáp án D

Theo giả thiết ta có: $A(-3;0;0)$; $B(0;2;0)$; $C(0;0;4)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 4x-6y-3z+12=0$$

Do đó, mặt phẳng song song với (ABC) có dạng:

$$4x-6y-3z+m=0;(m\neq 12)$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 22: Đáp án D

Gọi $B(x_B;y_B;z_B)$ là giao điểm của (d) với (Δ). Khi đó, ta có:

$$\frac{x_B+3}{2}=\frac{y_B-1}{-1}=\frac{z_B+1}{4}=k$$
$$\Rightarrow B(2k-3;-k+1;4k-1)$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2k+1;-k+3:4k-5);\overrightarrow{u_d}=(2;-1;4)$$
$$AB\perp(d)\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0$$
$$\Leftrightarrow 2(2k+1)-(-k+3)+4.(4k-5)=0$$
$$\Leftrightarrow k=\frac{21}{21}=1\Rightarrow B(-1;0;3);(3;2;-1)$$

Phương trình (Δ) chính là phương trình AB và là:

$$\Delta:\frac{x+4}{3}=\frac{y+2}{2}+\frac{z-4}{-1}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 23: Đáp án C

Thực chất bài toán chỉ là kiểm tra kiến thức phương trình mặt phẳng dạng chắn:

$$A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$$

$$\Rightarrow (ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 24: Đáp án A

Cách 1: Gọi $H(x_H;y_H;z_H)$ là hình chiếu của A lên $(Q):x+2y-5z-3=0$. Khi đó ta có:

$$\begin{cases}AH\perp(Q)\\H\in(Q)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}=k.\overrightarrow{n_{(Q)}}=k(1;2;-5)\\x_H+2y_H-5z_H-3=0\end{cases}$$
$$\overrightarrow{AH}=(x_H-2;y_H-1)$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{x_H-2}{1}=\frac{y_H-1}{2}=\frac{z_H-1}{-5}=k\\x_H+2y_H-5z_H-3=0\end{cases}$$
$$\Rightarrow x_H=k+2;y_H=2k+1;z_H=-5k+1$$
$$\Rightarrow (k+2)+2(2k+1)-5(-5k+1)-3=0$$
$$\Leftrightarrow k=\frac{2}{15}\Rightarrow H\left(\frac{23}{15};\frac{19}{15};\frac{1}{3}\right)$$

Mặt phẳng (P) là mặt phẳng (ABH) có dạng: $ax+by+cz+d=0$. Từ đó suy ra:

$$\begin{cases}2a+b+c+d=0\\3a+2b+2c+d=0\\\frac{13a}{15}+\frac{19b}{15}+\frac{1}{3}c+7=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-d\\b=\frac{6d}{7}\\c=\frac{d}{7}\end{cases}$$

$$\Rightarrow (P):7x-6y-z-7=0$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-7;6;1)$. Nên ta loại C; D.

Thay tọa độ điểm A của đề bài vào hai đáp án còn lại.

Khi đó, đáp án A thỏa mãn.

Câu 25: Đáp án A

Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\Rightarrow d=d_{(O,(P))}=\frac{\left|\frac{0}{a}+\frac{0}{b}+\frac{0}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$$
$$\Rightarrow\frac{1}{d^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$$
$$\Rightarrow\left(\frac{7}{d}\right)^2=\left(a^2+4b^2+16c^2\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge(1+2+4)^2$$
$$\Rightarrow\frac{7}{d}\ge 7\Rightarrow d\le 1$$

Dấu "=" xảy ra khi:

$$\left(a^2+4b^2+16c^2\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)$$
$$\frac{a^2}{\frac{1}{a^2}}=\frac{4b^2}{\frac{1}{b^2}}=\frac{16c^2}{\frac{1}{c^2}}\Leftrightarrow a^2=2b^2=4c^2$$
$$a^2+4b^2+16c^2=49\Leftrightarrow 4c^2+8c^2+16c^2=49$$
$$\Rightarrow c^2=\frac{49}{28}=\frac{7}{4}\Rightarrow a^2+b^2+c^2=7c^2=\frac{49}{4}$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 26: Đáp án C

Gọi $M(x_0;y_0;z_0)\in(P)$ thì ta có:

$$x_0+y_0+z_0=0\Rightarrow z_0=x_0-y_0$$
$$\Rightarrow MA^2+MB^2=(x_0+3)^2+(y_0-5)^2+(z_0+5)^2+$$
$$(x_0-5)^2+(y_0+3)^2+(z_0-7)^2$$
$$=2\left[(x_0-1)^2+(y_0-1)^2\right]+2(z_0-1)^2+136$$
$$\geq(x_0-1+y_0-1)^2+2(z_0-1)^2+136$$
$$=(2+z_0)^2+2(z_0-1)^2+136=3z_0^2+142\geq 142$$

Dấu $"="$ xảy ra khi:

$$x_0=y_0;z_0=0\Rightarrow x_0=y_0=z_0=0$$

Do đó, $M\equiv O$. Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 27: Đáp án A

Bài toán này sử dụng tính chất quen thuộc của tứ diện vuông: *H* là trực tâm của tam giác *MNP* khi và chỉ khi: $OH\perp(MNP)$. Ta có:

$$\begin{cases}H\in(\alpha)\\ \overrightarrow{OH}=\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Leftrightarrow(\alpha):3(x-3)-4(y+4)+(z-1)=0$$
$$\Leftrightarrow(\alpha):3x-4y+z-26=0$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 28: Đáp án B

$$\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}=3(5;7;2)-2(3;0;4)+6(-6;1;-1)$$
$$\Rightarrow\vec{m}=(3;22;-3)$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 29: Đáp án C

Ta có:

$$\begin{cases}M\in(ABC)\\ \overrightarrow{OM}=\overrightarrow{n_{(ABC)}}\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow(ABC):3(x-3)+2(y-2)+1(z-1)=0$$
$$\Leftrightarrow(\alpha):3x+2y+z-14=0$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 30: Đáp án D

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *OABC*

Khi đó ta có: $IO=IA=IB=IC$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2=(x-a)^2+y^2+z^2\\ x^2+y^2+z^2=x^2+(y-b)^2+z^2\\ x^2+y^2+z^2=x^2+y^2+(z-c)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{a}{2}\\ y=\frac{b}{2}\\ z=\frac{c}{2}\end{cases}$$
$$\Rightarrow I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$$

Do $a+b+c=2$ nên *I* thay đổi trên mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$

$$\Rightarrow d_{(M,(P))}=\frac{|2016+0+0-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{2015}{\sqrt{3}}$$

Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 31: Đáp án A

Vì $M\in(d)$ nên: $M(1+2m;m;-2-3m)$

$M\in(P)$ nên: $2(1+2m)+m+(-2-3m)-2=0$

$$\Leftrightarrow m=\frac{2}{2}=1\Leftrightarrow M(3;1;-5)$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 32: Đáp án C

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$$(\alpha):\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow 3x-6y+2z-12=0$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 33: Đáp án B

Gọi $M(a;b;c)$. Vì $M\in(P)$ nên: $a-b+c+3=0$

Ta có:

$\overrightarrow{AM}=(a;b-1;c-2);\overrightarrow{BM}=(a-1;b-1;c-1);$

$\overrightarrow{CM}=(a-2;b+2;c-3)$

$\Rightarrow\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\sqrt{(3a-3)^2+(3b)^2+(3c-6)^2}$

$\Rightarrow\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\sqrt{3}.\sqrt{3\left[(a-1)^2+(-b)^2+(c-2)^2\right]}$

$\geq\sqrt{3}.\sqrt{(a-1-b+c-2)^2}=\sqrt{3}.\sqrt{(a-b+c-3)^2}=6\sqrt{3}$

Dấu "=" xảy ra khi:

$a-1=-b=c-2;a-b+c+3=0$

$\Leftrightarrow a=-1;b=2;c=0\Rightarrow M(-1;2;0)$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 34: Đáp án A

$(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z+13=0$

$\Leftrightarrow(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$

d cắt (S) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình sau có hai nghiệm phân biệt:

$((2+t)-1)^2+((1+mt)+3)^2+(-2t-2)^2=1$

$\Leftrightarrow(t+1)^2+(mt+4)^2+(2t+2)^2=1$

$\Leftrightarrow(m^2+5)t^2+2(4m+5)t+20=0$

$\Delta'=(4m+5)^2-20(m^2+5)=-4m^2+40m-75$

$\Delta'>0\Leftrightarrow 4m^2-40m+75<0\Leftrightarrow\frac{5}{2}<m<\frac{15}{2}$

$m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{3;4;5;6;7\}$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 35: Đáp án A

$\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-1;3);\overrightarrow{u_{d_2}}=(-1;1;3)$

Cách 1.

$\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(-6;-6;0)=-6(1;1;0)$

$\Rightarrow(d):\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R}).$

$z=3$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Cách 2: Sau khi tìm được $\overrightarrow{u_d}=(-6;-6;0)$ ta chọn luôn A.

Câu 36: Đáp án B

Mặt phẳng vuông góc với Oyz có dạng:

$ay+bz+c=0$

Dễ thấy $A(2;-3;4),B(4;0;5)\in(d)$ nên ta có:

$$\begin{cases}-3a+4b+c=0\\0a+5b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{c}{15}\\b=\frac{-c}{5}\end{cases}\Rightarrow(d):y-3z+15=0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 37: Đáp án B

Gọi M là giao điểm của Δ và d. Khi đó $M(3m+1;-m-1;-m)$. Do $\Delta\subset(P)$ nên $M\in(P)$

$\Rightarrow M(3m+1;-m-1;-m);(P):x+y+z+3=0$

$(3m+1)+(-m-1)-m+3=0\Leftrightarrow m=-3$

$\Rightarrow M(-8;2;3)$

Giả sử Δ đi qua $N(a;b;c)$ khác M. Ta có:

$$\begin{cases}N\in(P)\\\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c+3=0\\(a+8)+2(b-2)+3(c-3)=0\end{cases}$$

$$c=1\Rightarrow\begin{cases}a=-10\\b=6\end{cases}\Rightarrow N(-10;6;1)$$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-2;4;-2)$

$\Rightarrow(\Delta):\frac{x+8}{-2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{-2}$

$\Rightarrow(\Delta):\frac{x+8}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{1}$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 38: Đáp án B

$(P):\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-3}=1\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(\frac{1}{-2};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$

Ta có:

Bằng cách kiểm tra $\vec{n},\overrightarrow{n_{(P)}}=0$ thì đáp án đúng là **B**.

Câu 39: Đáp án D

G thuộc Ox khi: $G(g;0;0)$. Theo công thức trọng tâm ta suy ra:

$$\begin{cases}\dfrac{2+0+y}{3}=0\\ \dfrac{3+1+z}{3}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-2\\ z=-4\end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 40: Đáp án C

Do $(P)\perp d$ nên mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}=(3;-2;1).$

Điểm $M(3;-1;1)\in(P)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là:

$$3(x-3)-2(y+1)+1(z-1)=0$$
$$\Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$$

Câu 41: Đáp án C

Ta có:

$$\overrightarrow{BA}=(m-2;-1;-2);\overrightarrow{BC}=(-2;1;-1)$$
$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right]=\frac{1}{2}(3;m+2;m-4)$$
$$S_{ABC}=\frac{\sqrt{35}}{2}\Leftrightarrow 9+(m+2)^2+(m-4)^2=35$$
$$\Leftrightarrow 2m^2-4m-6=0\Leftrightarrow m=3;m=-1$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 42: Đáp án A

$\vec{a}=(1;m;2);\vec{b}=(m+1;2;1);\vec{c}=(0;m-2;2)$ đồng phẳng khi:

$$\left[\vec{a};\vec{b}\right].\vec{c}=0$$
$$\Leftrightarrow (m-4;2m+1;-m^2-m+2).(0;m-2;2)=0$$
$$\Leftrightarrow (2m+1)(m-2)+2(-m^2-m+2)=0$$
$$\Leftrightarrow m=\frac{2-4}{-4+1-2}=\frac{2}{5}$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 43: Đáp án D

Giả sử $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c).$ Ta có:

$$\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1\ge 3\sqrt[3]{\frac{9}{abc}}=3\sqrt[3]{\frac{9}{6V}}$$
$$\Rightarrow V\ge\frac{81}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 44: Đáp án C

Dễ dàng nhìn thấy ngay ra điều này.

Câu 45: Đáp án A

Ta có:

$$(P):\frac{x}{8}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$$
$$\Leftrightarrow x+4y+2z-8=0$$

Vậy đáp án đúng là **A**

Câu 46: Đáp án B

Cách 1: (P) đi qua gốc tọa độ nên:

$$(P):ax+by+cz=0$$
$$\begin{cases}(P)\perp(Q)\\ (P)\perp(R)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b+3c=0\\ a+2b+c=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{7c}{5}\\ b=\dfrac{c}{5}\end{cases}\Leftrightarrow(P):7x-y-5z=0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{n_{(Q)}};\overrightarrow{u_{(R)}}\right]=(-7;1;5)$

$\Rightarrow$ Chọn **B**.

Câu 47: Đáp án D

Cách 1: Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của B lên (P). Khi đó ta có:

$$\begin{cases} H\in(P) \\ \overrightarrow{BH}=k(1;-2;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b+c-1=0 \\ \dfrac{a-3}{1}=\dfrac{b+1}{-2}=\dfrac{c-1}{1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{13}{6} \\ b=\dfrac{2}{3} \\ c=\dfrac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(\frac{13}{6};\frac{2}{3};\frac{1}{6}\right)$$

Khi đó, (Q) chính là $(ABH): ax+by+cz+d=0$

$$\begin{cases} a+b+2c+d=0 \\ 3a-b+c+d=0 \\ \dfrac{13a}{6}+\dfrac{2b}{3}+\dfrac{c}{6}+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-4d}{11} \\ b=\dfrac{-3d}{11} \\ c=\dfrac{-2d}{11} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (Q): 4x+3y+2z-11=0$$

Cách 2: $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-1); \overrightarrow{n_R}=(1;-2;1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_R}\right]=(4;3;2)$$

$$\Rightarrow (P): 4x+3y+2z-11=0$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 48: Đáp án A

Nhận xét: *A,B* nằm về hai phía so với mặt phẳng (Oxy), gọi B' là điểm đối xứng của *B* qua mặt phẳng (Oxy).

Khi đó $B'(0;1;2)$ và $|MA-MB|=|MA-MB'|$

Gọi *I* là giao điểm của AB' với mặt phẳng (Oxy).

Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác MAB' ta có $|MA=MB'|\le AB'$. Dấu bằng xảy ra khi $M\equiv I$.

Khi đó $|MA-MB|=|MA-MB'|=AB'$

$$=\sqrt{(1-0)^2+(-1-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{6}$$

Câu 49: Đáp án D

Cách 1: $(ABC): ax+by+cz+d=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+6b+2c+d=0 \\ 5a+b+3c+d=0 \\ 4a+6c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-7d}{55} \\ b=\dfrac{-13d}{110} \\ c=\dfrac{-9d}{110} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (ABC): 14x+13y+9z-110=0$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Cách 2: $\overrightarrow{n_{(ABC)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(14;13;9)$ suy ra loại B; C.

Thay tọa độ điểm *A* ta tính được hệ số *d* bởi công thức: $-d=Ax_0+By_0+Cz_0\Rightarrow d=-110\Rightarrow$ chọn **D**.

Câu 50: Đáp án A

$$\begin{cases} 1+2t=7+3m \\ -2-3t=2+2m \\ 5+4t=1-2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{1}{2} \\ m=-\dfrac{5}{3} \\ 4t+2m=-4 \end{cases}$$

Xét hệ:

Hệ vô nghiệm nên loại **B** và **D**. Dễ thấy chúng không song song với nhau. Vì thế đáp án đúng là **A**.

Câu 51: Đáp án B

$$A(-2;1;0), B(-3;0;4), C(0;7;3)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-1;-1;4); \overrightarrow{BC}=(3;7;-1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-1.3-1.7+4.(-1)=-14$$

$$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}}{AB.BC}=\frac{-14}{\sqrt{18}.\sqrt{59}}$$

$$\Rightarrow cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{-7\sqrt{118}}{177}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 52: Đáp án A

Cách 1: Xác định $(ABC): ax+by+cz+d=0$

$$\begin{cases} 2a+3b+c+d=0 \\ 4a+b-2c+d=0 \\ 6a+3b+7c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-3d}{22} \\ b=\dfrac{-3d}{11} \\ c=\dfrac{d}{11} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (ABC): 3x+6y-2z-22=0$$

$$\Rightarrow h=d_{(D;(ABC))}=\frac{|3.(-5)+6.(-4)-2.8-22|}{\sqrt{3^2+6^2+(-2)^2}}$$

$$=\frac{77}{7}=11$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Cách 2: Sử dụng công thức tích có hướng để tính S_{ABC} và $V_{ABCD} \Rightarrow d(D;(ABC))=\dfrac{3V}{S} \Rightarrow$ đáp án A.

Câu 53: Đáp án A

Do (α) đi qua gốc tọa độ nên $(\alpha): ax+by+cz=0$

$$\Rightarrow d_{(M;(\alpha))}=\frac{|a+2b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$\le \frac{\sqrt{\left(1^2+2^2+(-1)^2\right)\left(a^2+b^2+c^2\right)}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$\Rightarrow d_{(M;(\alpha))} \le \sqrt{6}$$

Dấu "=" xảy ra khi:

$$\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{-1} \Leftrightarrow (Q): x+2y-z=0$$

Đáp án đúng là **A**.

Câu 54: Đáp án B

$M(1+m;1-m;2m)$

M thuộc *d* nên:

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 55: Đáp án D

(Q) đi qua *A* nên:

$$(Q): a(x-1)+b(y-2)+c(z+1)=0$$

(Q) đi qua *B* nên:

$$a.(0-1)+b.(4-2)+c.(0+1)=0$$

$$\Rightarrow -a+2b+c=0 \Rightarrow a=2b+c$$

$$\Rightarrow (Q): (2b+c)(x-1)+b(y-2)+c(z+1)=0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}}=(2b+c;b;c)$$

$$(P): 2x-y-2z+2015=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;-2)$$

$$\Rightarrow \cos\left((P);(Q)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(Q)}}\right)\right|$$

$$\Rightarrow \cos\left((P);(Q)\right)=\frac{|2(2b+c)-b-2c|}{\sqrt{(2b+c)^2+b^2+c^2}.\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha)=\frac{|3b|}{3.\sqrt{5b^2+4bc+2c^2}}$$

Ta cần tìm $\alpha_{\min} \Leftrightarrow (\cos\alpha)_{max}$

$$\cos\alpha=\frac{|3b|}{3.\sqrt{5b^2+4bc+2c^2}}=\frac{|b|}{\sqrt{3b^2+2(b+c)^2}} \le \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Dấu "=" xảy ra khi: $b=-c$

Đáp án đúng là **D**.

Câu 56: Đáp án C

$$(P) \perp (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$$

$$\Rightarrow (P): 2(x-2)+(y-0)-(z+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (P): 2x+y-z-5=0$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 57: Đáp án D

Giao điểm *A* của Δ và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1} \\ x+2y-3z+4=0 \end{cases} \Rightarrow A(-3;1;1)$$

Giả sử *d* đi qua $B(x;y;0)$. Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} B \in (P) \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_\Delta}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+44=0 \\ (x+3).1+(y-1).1+(-1).(-1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow B(-2;-1;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$$

$$\Rightarrow (d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 58: Đáp án C

Dễ thấy $A(1;0;-1); B(3;1;-2) \in (\Delta)$

Giả sử: $(Q): a(x-1) + by + c(z+1) = 0$

$$\Rightarrow a(3-1) + b.1 + c(-2+1) = 0$$
$$\Rightarrow b = c - 2a$$
$$\Rightarrow (Q): a(x-1) + (c-2a)y + c(z+1) = 0$$
$$(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$$
$$\Rightarrow \cos\left((P);(Q)\right) = \frac{\left|2a + (c-2a) + 2c\right|}{\sqrt{a^2 + (2a-c)^2 + c^2}\sqrt{9}}$$
$$\Rightarrow \cos\left((P);(Q)\right) = \frac{|4c|}{3\sqrt{5a^2 - 4ac + 2c^2}}$$
$$\Rightarrow \cos\left((P);(Q)\right) = \frac{|c|}{\sqrt{5\left(a - \frac{2}{5}c\right)^2 + \frac{6}{5}c^2}} \le \frac{1}{\sqrt{\frac{6}{5}}}$$

Dấu $"="$ xảy ra khi:

$$a = \frac{2}{5}c \Leftrightarrow (Q): \frac{2}{5}(x-1)\left(1 - \frac{4}{5}\right)y + (z+1) = 0$$
$$\Leftrightarrow (Q): 2x + y + 5z + 3 = 0$$

Đáp án đúng là **C**.

Câu 59: Đáp án D

$$\cos\left(d_1; d_2\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_{d_1}}; \overrightarrow{n_{d_2}}\right)\right|$$
$$= \frac{\left|1.(-1) + (-1).1 + 2.1\right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = 0$$
$$\Rightarrow \left(d_1; d_2\right) = 90^\circ$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 60: Đáp án B

$$A(1;0;-1); B(3;1;2) \in d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$$

Cách 1:

$$\Rightarrow (P): a(x-1) + b(y-0) + c(z+1) = 0$$
$$\Rightarrow a(3-1) + b(1-0) + c(2+1) = 0 \Rightarrow b = -2a - 3c$$
$$\Rightarrow (P): a(x-1) - (2a+3c)y + c(x+1) = 0$$
$$(Q): 2x + y - z = 0$$
$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 2a - (2a+3c) - c = 0 \Leftrightarrow c = 0$$
$$\Rightarrow (P): x - 1 - 2y = 0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Cách 2: $\overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{n_{(Q)}}, \overrightarrow{u_d}\right] = (-4;8;0)$ từ đây ta chọn B.

Câu 61: Đáp án C

Kiểm tra ta thấy đáp án đúng là **C**.

Câu 62: Đáp án D

(P) vuông góc với *d* nên:

$$\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{u_d} = (2;1;-1)$$
$$\Rightarrow (P): 2(x-1) + 1(y-2) - (z) = 0$$
$$\Leftrightarrow (P): 2x + y - z - 4 = 0$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 63: Đáp án C.

Cách 1: Mặt phẳng (P) song song với *Ox* nên:

$$(P): ay + bz + c = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a.0 + b.1 + c = 0 \\ a.2 + b.2 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -c \\ a = \frac{c}{2} \end{cases} \Rightarrow (P): y - 2z + 2 = 0$$

Đáp án đúng là **C**.

Cách 2: Mặt phẳng song song với *Ox* $\Rightarrow$ loại *A; D*.

Thay tọa độ điểm *A* vào đáp án $\Rightarrow$ đáp án **B** đúng.

Câu 64: Đáp án D

Giao điểm *I* là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - 1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{3} \\ x + 4y + 9z - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow I(0;0;1)$$

Đáp án đúng là **D**.

Câu 65: Đáp án A

Mặt phẳng (Q) song song với (P) nên:

$(Q): 2x - y + 3z + m = 0$

A thuộc (Q) nên: $2.1 - 3 + 3.(-2) + m = 0 \Rightarrow m - 7$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 66: Đáp án B

$M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$ thì:

$$\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 3 = -2(x_0 - 0) \\ y_0 - 6 = -2(y_0 - 3) \\ z_0 - 4 = -2(z_0 - 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 4 \\ z_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4; 2)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(-1-2)^2 + (4-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{29}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 67: Đáp án D

$\overrightarrow{AB} = (1; -2; -3); \overrightarrow{AC} = (2; -2; 0)$

$\overrightarrow{AD} = (3; -1; -2)$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|(-6; -6; 2).(3; -1; -2)\right| = \frac{8}{3}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 68: Đáp án B

Cách 1: Gọi $A \in d_1; B \in d_2$ sao cho AB là đường vuông góc chung của $d_1; d_2$. Khi đó ta có:

$A \in d_1; B \in d_2 \Rightarrow A(-a+2; a; a); B(2b; -b+1; -b+2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2b + a - 2; -b + 1 - a; -b + 2 - a)$

$$\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -(2b + a - 2) + (-b + 1 - a) + (-b + 2 - a) = 0 \\ 2(2b + a - 2) - (-b + 1 - a) - (-b + 2 - a) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1); B\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(0; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với AB nên:

$$(P): 0x - \frac{1}{2}\left(y - \frac{1 + \frac{1}{2}}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1 + \frac{3}{2}}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (P): -y + z - \frac{1}{2} = 0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}, \overrightarrow{u_{d_2}}\right] = (0; 1; -1) \Rightarrow$ loại *A; C*.

Lấy một điểm trên $d_1; d_2$ rồi tính khoảng cách từ hai điểm đó đến các mặt phẳng đáp án, nếu bằng thì chọn.

Đáp án đúng là **B**.

Câu 69: Đáp án B

Gọi *M;N* là trung điểm $AC; B'D'$ thì:

O là trung điểm *MN* sẽ đồng thời là trung điểm $B'D$. Ta có:

$$M\left(\frac{1+3}{2}; \frac{2-4}{2}; \frac{-1+1}{2}\right) \Rightarrow M(2; -1; 0)$$

$$N\left(\frac{2+0}{2}; \frac{-1+3}{2}; \frac{3+5}{2}\right) \Rightarrow N(1; 1; 4)$$

$$\Rightarrow O\left(\frac{2+1}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{3+5}{2}\right) \Rightarrow O\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$$

$$\Rightarrow D\left(2.\frac{3}{2} - 2; 2.0 - (-1); 2.2 - 3\right) \Rightarrow D(1; 1; 1)$$

$$\Rightarrow x + 2y - 3z = 0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 70: Đáp án C

Giả sử α là góc giữa d và (P). Ta có:

$$\sin\alpha = \frac{|1.2+2.2+2.(-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}.\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{9} \Rightarrow d_{(M,(P))} = MA.\sin\alpha = \frac{8}{9}$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 71: Đáp án A

Ta có $\overrightarrow{u_d} = (-3;1;-2); \overrightarrow{u_{d'}} = (6;-2;4) = -2\overrightarrow{u_d}.$

Lấy $A(2;-2;-1) \in d$, nhận thấy $A \notin d'$. Do vậy $d // d'$.

Câu 72: Đáp án A

$$A(-1;2;4), B(-1;1;4), C(0;0;4)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0;-1;0); \overrightarrow{BC} = (1;-1;0)$$

$$cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{BC}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 180° - ABC = 45° \Rightarrow ABC = 135°$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 73: Đáp án C

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2-t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ, $d \cap \Delta = \{N\}$, suy ra N là trung điểm của MM'.

Khi đó $N = (-1+2t;-2-t;2t)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3+2t;1-t;2t-1).$$

Do d vuông góc với Δ nên

$$(-3+2t).2-1.(1-t)+2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi đó $M'(0;-3;3)$

Câu 74: Đáp án C

$$(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2 = 25$$

$$I(1;2;-2); R = 5$$

Dễ thấy $A(1;-3;0); B(3;1;4) \in d$ nên:

$$(P): a(x-1)+b(y+3)+cz = 0$$

$$a.(3-1)+b(1+3)+c.4 = 0$$

$$\Rightarrow a = -2b-2c$$

$$\Rightarrow (P): (-2b-2c)(x-1)+b(y+3)+cz = 0$$

(P) tiếp xúc với (S) khi:

$$d_{I,(P)} = R \Leftrightarrow \frac{|(-2b-2c)(1-1)+b(2+3)+c(-2)|}{\sqrt{(2b-2c)^2+b^2+c^2}} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{|5b-2c|}{\sqrt{5b^2+8bc+5c^2}} = 5$$

$$\Leftrightarrow 25b^2-20bc+4c^2 = 25(5b^2+8bc+5c^2)$$

$$\Leftrightarrow 100b^2+220bc+121c^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (10b+11c)^2 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{-11}{10}c$$

$$\Rightarrow (P): \left(-2.\left(\frac{-11}{10}\right)-2\right)(x-1)-\frac{11}{10}(y+3)+z = 0$$

$$\Rightarrow (P): 2x-11y+10z-35 = 0$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 75: Đáp án B

Giả sử đường thẳng cần tìm là d' đi qua M:

$$d': \frac{x+2}{a} = \frac{y+2}{b} = \frac{z-1}{c}$$

$$d \perp d' \Leftrightarrow 2a+2b-c = 0 \Leftrightarrow c = 2a+2b$$

Gọi H là hình chiếu của A lên d'.

$$H \in d' \Rightarrow H(ah-2;bh-2;ch+1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (ah-3;bh-4;ch+4)$$

$$AH \perp d' \Leftrightarrow (ah-3).a+(bh-4).b+(ch+4).c = 0$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{3a+4b-4c}{a^2+b^2+c^2}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{41-2.h(3a+4b-4c)+h^2(a^2+b^2+c^2)}$$

$$\Rightarrow AH=\sqrt{41-\frac{(3a+4b-4c)^2}{a^2+b^2+c^2}}$$

$$\Rightarrow AH=\sqrt{41-\frac{(3a+4b-4(2a+2b))^2}{a^2+b^2+(2a+2b)^2}}$$

$$\Rightarrow AH=\sqrt{41-\frac{25a^2+40ab+16b^2}{5a^2+5b^2+8ab}}$$

$$\Rightarrow AH\geq\sqrt{41-\frac{5(5a^2+5b^2+8ab)}{5a^2+5b^2+8ab}}$$

$$\Rightarrow AH\geq 6$$

Dấu $"="$ xảy ra khi $b=0$. Do đó, ta có:

$$d':\frac{x+2}{1}=\frac{z-1}{2}\Rightarrow\vec{u}=(1;0;2)$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 76: Đáp án B

Chọn $B(3;-1;-1),C(1;0;0)$ là hai điểm nằm trên đường thẳng *d*, suy ra hai điểm *A, B* cũng nằm trong mặt phẳng (P) cần tìm.

Bài toán trở thành viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(3;1;0),B(3;-1;-1),C(1;0;0)$.

Mặt phẳng (P) có vtpt

$$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-1;2;-4)=-1(1;-2;4)$$

Mà mặt phẳng (P) chứa điểm $C(1;0;0)$ nên

$$(P):x-2y+4z-1=0$$

Câu 77: Đáp án A

D song song với mặt phẳng (P) khi:

$$\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0\Leftrightarrow(2;1;1).(1;-3;2m)=0$$

$$\Leftrightarrow 2.1+1.(-3)+1.2m=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 78: Đáp án D

$$I\left(\frac{-1+3}{2};\frac{1+1}{2};\frac{0-2}{2}\right)\Rightarrow I(1;1;-1)$$

Cách 1:

$$\overrightarrow{AB}=(4;0;-2)$$

$$\Rightarrow(P):4(x-1)+0(y-1)-2(z+1)=0$$

$$\Rightarrow(P):4x-2z-6=0$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{AB}=(4;0;-2)\Rightarrow$ chọn D (do cùng phương với $(2;0;-1)$.

Câu 79: Đáp án C

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua *A* và vuông góc với (d_1). Khi đó, có:

$$(P):1(x-1)+4(y+1)-2(z-3)=0$$

$$\Leftrightarrow x+4y-2z+9=0$$

Gọi giao điểm (d_2) và (P) là $B(a;b;c)$.

$$\begin{cases}a+4b-2c+9=0\\ \dfrac{a-2}{1}=\dfrac{b+1}{-1}=\dfrac{c-1}{1}\end{cases}\Rightarrow B(3;-2;2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}(2;-1;-1)$$

$$\Rightarrow(AB)\equiv(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 81: Đáp án A

$$A(2;2;3),B(1;3;3),C(1;2;4)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)\\ \overrightarrow{AC}=(-1;0;1)\\ \overrightarrow{BC}=(0;-1;1)\end{cases}$$

$\Rightarrow AB=BC=AC$ nên ΔABC đều

Câu 82: Đáp án B

$M\in d\Rightarrow M(m;2m-1;3m-2)$ với $m<0$

$$d(M,(P))=\frac{|m+2(2m-1)-2(3m-2)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$$

$$\Leftrightarrow|5-m|=6\Leftrightarrow m=-1\Rightarrow M(-1;-3;-5)$$

Câu 83: Đáp án D

Theo công thức tọa độ trọng tâm ta có

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{1+2+0}{3} = 1 \\ y_C = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{3+0+9}{3} = 4 \\ z_C = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{5+1+0}{3} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G(1;4;2)$$

Câu 84: Đáp án A

Gọi $A(0;0;1) \in (\Delta)$

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (0;-3;3)$

Từ đó: $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-15;3;3)$

$$\Rightarrow (P): -15x + 3(y-3) + 3(z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P): 5x - y - z + 1 = 0$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 85: Đáp án A

Gọi $A(0;0;1); B(1;1;5) \in \Delta$. Khi đó, ta có:

$$M \in (Q) \Rightarrow (Q): a(x-0) + b(y-3) + c(z+2) = 0$$

$$d_{(A,(Q))} = d_{(B,(Q))} = 3$$

$$\Leftrightarrow \left|\frac{a(0-0) + b(0-3) + c(1+2)}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right|$$

$$= \left|\frac{a(1-0) + b(1-3) + c(5+2)}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right| = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3b-3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|a-2b+7c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 3$$

Nếu $c = 0$ thì

$$\Rightarrow |3b| = |a-2b| = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} b=1; a=-1 \\ b=1; a=5 \\ b=-1; a=1 \\ b=-1; a=-5 \end{bmatrix}$$

Nếu $c \neq 0$ thì chọn $c = 1$. Giải hệ hai ẩn trên được: $a = 4; b = -8$

Do đó, đáp án đúng là **A**.

Câu 86: Đáp án D

$$N \in d \Rightarrow N(2a+1; -a-2; 2a+3)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AN} = (2a+1; -a-3; 2a+3);$$

$$\overrightarrow{BN} = (2a-1; -a-4; 2a+1)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{NA}; \overrightarrow{NB}\right]\right| = \frac{1}{2}\left|(4a+9; -4; -4a-7)\right|$$

$$= \frac{1}{2}.\sqrt{(4a+9)^2 + (-4)^2 + (-4a-7)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{32a^2 + 128a + 146} = \frac{1}{2}\sqrt{2(4a+8)^2 + 18} \geq \frac{1}{2}\sqrt{18}$$

Dấu $"="$ xảy ra khi: $a = -2 \Rightarrow N(-3;0;-1)$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 87: Đáp án B

$$B(-1;0;3), C(2;-2;0), D(-3;2;1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = (3;-2;-3)\ \overrightarrow{BD} = (-2;2;-2)$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{10^2 + 12^2 + 2^2} = \sqrt{62}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 88: Đáp án B

$$(MNP): ax + by + cy + d = 0 \ \left(a^2 + b^2 + c^2 > 0\right).$$

$$\begin{cases} a + 2c = d = 0 \\ -3a - 4b + c + d = 0 \\ 2a + 5b + 3c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{d}{31} \\ b = \dfrac{3d}{31} \\ c = \dfrac{-16d}{31} \end{cases}$$

$$(MNP): x + 3y - 16z + 31 = 0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 89: Đáp án A

$$(P) \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_d} = (2;-2;1)$$

$$\Rightarrow (P): 2(x-x_0) - 2(y-y_0) + (z-z_0 = 0)$$

$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow I(1;-2;1); R = 3$$

(P) tiếp xúc (S) khi: $d_{(I,(P))} = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2(1-x_0)-2(-2-y_0)+(1-z_0)\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$$

$$\Leftrightarrow \left|2x_0-2y_0+z_0-7\right|=9$$

Do đó, đáp án đúng là **A**.

Câu 90: Đáp án C

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với (Δ):

$$(P): 3(x-4)+0(y+2)-1(z-3)=0$$

$$\Leftrightarrow 3x-z-9=0$$

Giao điểm B của Δ và (P) là:

$$\begin{cases} x=2+3t \\ y=4 \\ z=1-t \\ 3x-z-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{16}{5} \\ y=4 \\ z=\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{16}{6};4;\frac{3}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\left(-\frac{4}{5};6;-\frac{12}{5}\right) \Rightarrow \overrightarrow{u_d}=(-2;15;-6)$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 91: Đáp án A

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\frac{\left|1.2+(-1).0+4.(-2)\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+4^2}.\sqrt{2^2+2^2}}$$

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2} \Rightarrow \left((P),(Q)\right)=60^\circ$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 92: Đáp án A

$$M\in\Delta \Rightarrow M(3a+1;2a;a-2)$$

$$MA=MB \Rightarrow (3a)^2+(2a-2)^2+(a-2)^2$$

$$=(3a+3)^2+(2a-3)^2+(a-3)^2$$

$$\Rightarrow a=-\frac{19}{12} \Rightarrow M\left(\frac{-15}{4};\frac{-19}{6};\frac{-43}{12}\right)$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 93: Đáp án B

Hiển nhiên nhìn ra ngay vì nó vuông góc với (Oxz)

Câu 94: Đáp án C

$$M\in Oy \Rightarrow M(0;y;0)$$

$$\Rightarrow MA+MB=\sqrt{1+(y-1)^2}+\sqrt{4+(y-3)^2}$$

$$\geq \sqrt{(1+2)^2+(y-1+3-y)^2}=\sqrt{13}$$

Dấu $"="$ xảy ra khi: $\frac{y-1}{1}=\frac{3-y}{2} \Leftrightarrow y=\frac{5}{3}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 95: Đáp án C

M là trung điểm AC cũng là trung điểm BD nên:

$$\begin{cases} x_D=1+1-1=1 \\ y_D=2+0-1=1 \\ z_D=1+2-0=3 \end{cases} \Rightarrow D(1;1;3)$$

Vậy đáp án đúng là **C**

Câu 96: Đáp án A

$$(ABC): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 97: Đáp án A

$$(P)//(Q) \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{-2}{-n}=\frac{m}{3}\neq\frac{5}{3} \Leftrightarrow n=4;m=\frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 98: Đáp án A

Ta có: $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-2)$

$$\Rightarrow (d): \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-2}$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 99: Đáp án A

$$N\in Oz \Rightarrow N(0;0;z)$$

$$NM=d_{(N;(P))}=\frac{\left|z-17\right|}{\sqrt{2^2+3^2+1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^2+3^2+(z-4)^2}=\frac{\left|z-17\right|}{\sqrt{2^2+3^2+1}} \Leftrightarrow z=3$$

Câu 100: Đáp án D

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;1)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;-1;1)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(2;0;-2)$.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có:

$$\begin{cases} d//(P) \\ d//(Q) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_d}=(1;0;-1)$$

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ là:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases},(t\in R).$$

Câu 101: Đáp án B

$$I\left(\frac{3+5}{2};\frac{3+1}{2};\frac{2+4}{2}\right)\Rightarrow I(4;2;3)$$

Câu 102: Đáp án C

Câu 103: Đáp án A

$$(ABC):ax+by+cx+d=0$$

$$\begin{cases} 4a+2b+5c+d=0 \\ 3a+b+3c+d=0 \\ 2a+6b+c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2d}{3} \\ b=0 \\ c=\frac{d}{3} \end{cases}$$

$$(ABC):2x-z-3=0$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 104: Đáp án C

Gọi $(P)=\begin{cases} A\in(P) \\ (P)\perp d_1 \end{cases}$, khi đó:

$$(P):2(x-2)+1(y-2)+2(z-1)=0$$

$$\Rightarrow (P):2x+y+2z-8=0$$

$$B(a;b;c)=(d_2)\cap(P)\Rightarrow \begin{cases} \frac{a-3}{1}=\frac{b-2}{2}=\frac{c}{3} \\ 2a+b+2c-8=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B(3;2;0)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\equiv\overrightarrow{u_d}=(1;0;-1)$$

$$\Rightarrow (d):\begin{cases} x=2+t \\ y=2 \\ z=1-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

Vậy đáp án đúng là **C**

Câu 105: Đáp án C

$$(d)\subset(P)\Rightarrow \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_P}$$

$$(d)\perp(\Delta)\Rightarrow \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_\Delta}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(-4;3;-1)$$

Chọn **C**.

Câu 106: Đáp án B

Do $d\perp(P)$ nên đường thẳng d có vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}=(1;3;-1).$

Ta loại được hai đáp án A và D.

Với phương án B: Với $t=1$ thì $\begin{cases} x=1+1=2 \\ y=3.1=3 \\ z=1-1=0 \end{cases}$ nên đường thẳng $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ đi qua điểm $A(2;3;0)$.

Câu 107: Đáp án D

Do $(P)//(Q)\Rightarrow (P):x+2y+z+m=0$

$$d(D,(P))=\sqrt{6}\Leftrightarrow\frac{|1+2.0+3+m|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\sqrt{6}$$

Lại có:

$$\Rightarrow\frac{|m+4|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow|m+4|=6$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m=2 \\ m=-10 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} (P):x+2y+z+2=0 \\ (P):x+2y+z-10=0 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là **D**

Câu 108: Đáp án A

Có $A,B\in(Q)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_Q}$

$(P)\perp(Q)\Rightarrow \overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$

$\Rightarrow \overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;8;12)$

Vậy đáp án đúng là **A** do cùng phương với $(0;2;3)$

Câu 109: Đáp án A

$BC=\sqrt{(4-0)^2+(2-2)^2+(1-4)^2}=5$

$D\in Ox\Rightarrow D(a;0;0)$

$AD=BC\Rightarrow\sqrt{(a-3)^2+(0+4)^2+(0-0)^2}=5$

$\Leftrightarrow\sqrt{(a-3)^2+16}=5\Leftrightarrow(a-3)^2=9$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=6\\a=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}D(6;0;0)\\D(0;0;0)\end{array}\right.$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 110: Đáp án A

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-6;6)$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\right|=\frac{9}{2}$

$\Rightarrow d_{(M,(ABC))}=\frac{3V}{S}=\frac{9}{9/2}=2$

$(ABC):(x-0)+2(y-1)-2z=0$

$M\in(d)\Rightarrow M(2m+1;-m-2;2m+3)$

$d_{(M,(ABC))}=2\Leftrightarrow\frac{\left|(2m+1)+2(-m-3)-2(2m+3)\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2$

$\Leftrightarrow|4m+11|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{-5}{4}\\m=\frac{-17}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}M\left(\frac{-3}{2};-\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right)\\M\left(-\frac{15}{2};\frac{9}{4};\frac{-11}{2}\right)\end{array}\right.$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 111: Đáp án C

Gọi $\overrightarrow{n_P}=(a;b;c);\left(a^2+b^2+c^2\neq0\right)$

Ta có:

$A,B\in(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_P}\Rightarrow3a-2b=0$

$\Leftrightarrow3a=2b\Leftrightarrow9a^2=4b^2\,(1)$

$\cos\left((P),(Oyz)\right)=\frac{2}{7}\Rightarrow\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_{Oyz}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_{Oyz}}\right|}=\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1}}=\frac{2}{7}$

$\Leftrightarrow\frac{|a|}{\sqrt{a^2+\left(\frac{3a}{2}\right)^2+c^2}}=\frac{2}{7}\Leftrightarrow\frac{|a|}{\sqrt{\frac{13}{4}a^2+c^2}}=\frac{2}{7}$

$\Leftrightarrow a^2=\frac{4}{49}\left(\frac{13}{4}a^2+c^2\right)\Leftrightarrow9a^2=c^2\,(2)$

$(1),(2)\Rightarrow c^2=4b^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=2b\\c=-2b\end{array}\right.$

Chọn:

$a=2\Rightarrow b=3\Rightarrow c=6\Rightarrow(P):2x+3y+6z-12=0$

$a=-2\Rightarrow b=-3\Rightarrow c=6\Rightarrow(P):2x+3y-6z=0$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 112: Đáp án A

Cách 1: Gọi H là hình chiếu của A lên (P).

$H(a;-2a+2c-1;c)$

$HA\perp(P)\Leftrightarrow\frac{a-1}{2}=\frac{-2a+2c+1}{1}=\frac{c-3}{-2}$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=\frac{19}{9}\\c=\frac{17}{9}\end{array}\right.\Rightarrow H\left(\frac{19}{9};\frac{-13}{9};\frac{17}{9}\right)$

$(P)\equiv(ABH):mx+ny+pz+q=0$

$\left\{\begin{array}{l}m-2n+3p+q=0\\3m+2n-p+q=0\\19m-13n+17p+9q=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m=-\frac{2q}{7}\\n=-\frac{2q}{7}\\p=-\frac{3q}{7}\end{array}\right.$

$(P):2x+2y+3z-7=0$

Đáp án đúng là **A.**

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(-4;-4;-6)$

$\Rightarrow$ loại B và D.

Thay tọa độ điểm A vào phương án chỉ thấy A thỏa mãn. Từ đấy ta chọn A.

Câu 113: Đáp án D

Đường thẳng Δ có vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{n_1}=(3;2;1)$;

Đường thẳng Δ' có vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{n_2}=(1;3;-2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-7;7;7)$.

Đường thẳng d cần tìm có vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}$.

Từ giả thiết: $\begin{cases} d\perp\Delta \\ d\perp\Delta' \end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=(-1;1;1).$ Loại đáp án A, C.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;1;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Câu 114: Đáp án D

Gọi $(P)=\begin{cases} A\in(P) \\ (P)\perp d_1 \end{cases}$, khi đó:

$$(P):2(x-1)-1(y-2)+1(z-3)=0$$
$$\Rightarrow (P):2x-y+z-3=0$$
$$B(a,b,c)=(\Delta)\cap(P)\Rightarrow \begin{cases} a=1-t \\ b=1+2t \\ c=-1+t \\ 2a-b+c-3=0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow B(2;-1;-2)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\equiv\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-3;-5)$$
$$\Rightarrow (\Delta):\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 115: Đáp án C

Giao điểm của d_1 và (P) có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \\ 2x+2y-3z=0 \end{cases}\Rightarrow 2(1+3t)+2(-2+t)-3.3=0$$
$$\Leftrightarrow t=1$$

Vậy giao điểm của đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) là: $M(4;-1;2)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm. Từ giả thiết, ta có $d_2\perp(Q)$ nên mặt phẳng (Q) có vec-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;2).$

Phương trình (Q):

$$2(x-4)-(y+1)+2(z-2)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x-y+2z-13=0$$

Câu 116: Đáp án C

$$\overrightarrow{AB}=(-3;4;0);\overrightarrow{AC}(0;0;1)$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}+\frac{\overrightarrow{AC}}{AC}=\left(\frac{-3}{5};\frac{4}{5};1\right)$$
$$\Rightarrow (d):\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-1}{-5}$$
$$\Rightarrow (d)\cap(Oyz)=A(0;a;b)$$
$$\Rightarrow \frac{0-1}{3}=\frac{a+2}{-4}=\frac{b-1}{-5}\Rightarrow A\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$$

Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 117: Đáp án B

$$(ABC):ax+by+cz+d=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2c+d=0 \\ a+b+c+d=0 \\ 2a+3b+d=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=d \\ b=-d \\ c=-d \end{cases}$$
$$\Rightarrow (ABC):x-y-z+1=0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 118: Đáp án A

Sử dụng công thức:

$\overrightarrow{AB}=(2;-3;1);\overrightarrow{AC}=(0;-1;1)$

$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 119: Đáp án C

Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC).

Ta có: $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}-\frac{1}{OH^2}\ge\frac{1}{OM^2}$

Dấu "=" xảy ra khi: $H\equiv M$ tức là $OM\perp(ABC)$

$\Rightarrow(ABC):(x-1)+2(y-2)+(z-1)=0$

$\Leftrightarrow(ABC):x+2y+z-6=0$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 120: Đáp án A

Cách 1: Giả sử $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$ thì:

$(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1;$

$G\left(\frac{a+0+0}{3};\frac{0+b+0}{3};\frac{0+0+c}{3}\right)\Rightarrow G(1;2;3)$

$\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=6\\c=9\end{cases}\Rightarrow(P):\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Cách 2: Mẹo: nhân 3 vào tọa độ điểm G rồi đẩy xuống các giá trị a,b,c tương ứng $\rightarrow$ đáp án A đúng.

Câu 121: Đáp án C

Vì $M\in(Oxz)$ nên $M(x;0;y)$. Ta có:

$MA^2+MB^2+MC^2=(x-1)^2+(0-1)^2+(y-0)^2$

$+(x-3)^2+(0-(-1))^2+(y-2)^2$

$+(x-(-1))^2+(0-6)^2+(y-7)^2$

$=3(x-1)^2+3(y-3)^2+72\ge72$

Dấu "=" xảy ra khi: $x=1;y=3\Rightarrow M(1;0;3)$.

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 122: Đáp án C

Dễ thấy $M(1;7;3)\in(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}.$

Khi đó ta có:

$d_{((\alpha)(\beta))}=d_{((d)(\alpha))}=d_{(M,(\alpha))}=\frac{|3.1-2.7-3+5|}{\sqrt{3^2+2^2+1}}=\frac{9}{\sqrt{14}}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 123: Đáp án D

Theo tính chất đường xiên đường vuông góc dễ thấy:

$d_{(A,(P))}\le d_{(A,(d))}=const.$

Điều này xảy ra khi: $H(a;b;c)$ là hình chiếu của A lên (d) cũng là hình chiếu của A lên (P). Do đó, ta có:

$H\in(d)\Rightarrow H(2b+1;b;2b+2)$

$AH\perp(d)$

$\Rightarrow 2.(2b+1-2)+1.(b-5)+2(2b+2-3)=0$

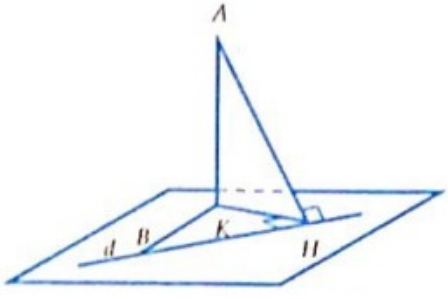
$\Rightarrow b=\frac{9}{9}=1\Rightarrow H(3;1;4)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(1;-4;1)$

$\Rightarrow(P):(x-3)-4(y-1)+(z-4)=0$

$\Rightarrow(P):x-4y+z-3=0$

Vậy đáp án đúng là **D**

Câu 124: Đáp án A



Gọi K là hình chiếu của điểm $A(4;6;2)$ trên mặt phẳng $(P):x+y+z=0$

Phương trình tham số của AK: $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 6 + t \\ z = 2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Khi đó ta tìm được tọa độ điểm $K = AK \cap (P)$ là $K(0;2;-2)$.

Ta có $d \perp AH, d \perp AK \Rightarrow d \perp (AHK) \Rightarrow d \perp HK$ $\Rightarrow \Delta BHK$ vuông tại H, khi đó điểm H luôn thuộc đường tròn đường kính BK cố định.

Bán kính đường tròn là $R = \frac{BK}{2} = \frac{\sqrt{(0-2)^2 + (2+2}}{2}$

STUDY TIP

Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tâm bán kính R tại điểm có phương trình

Câu 125: Đáp án A

Trung điểm của AB là $I(1;1$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6;2;2)$. Gọi

trục của đoạn AB nên (P) c

$\overrightarrow{n_{(P)}} = (3;-1;-1)(do\ (P) \perp$ và đi qua điểm $I(1;1;2)$.

Phương trình $(P): 3(x-1) - (y-1) - (z-2) = 0$ $\Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$

IV. Mặt cầu

1. Phương trình mặt cầu

Định lý

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có phương trình là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (1).

Phương trình có dạng như phương trình (1) được gọi là **phương trình chính tắc** của mặt cầu tâm I, bán kính R.

Nhận xét: Khi biến đổi phương trình (1) ta được:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - R^2 = 0$

Nếu đặt $a^2 + b^2 + c^2 - R^2 = d$ thì phương trình trên trở thành

$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2)

Với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì phương trình (2) được gọi là **phương trình tổng quát** của mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

2. Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Đặt $d = d(I;(P))$. Khi đó ta có các trường hợp:

a. Trường hợp 1: $d > R \Leftrightarrow (S) \cap (P) = \varnothing$

b. Trường hợp 2: $d = R \Leftrightarrow (S) \cap (P) = \{M\}$, M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P). Trường hợp này ta nói mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M. Lúc này (P) được gọi là *tiếp diện* của mặt cầu (S), M được gọi là tiếp điểm của (P) và (S).

Tóm lại: Cho hai mặt cầu $S_1(I_1;R_1); S_2(I_2;R_2)$

* $I_1I_2 < |R_1 - R_2| \Leftrightarrow (S_1);(S_2)$ trong nhau.
* $I_1I_2 > R_1 + R_2 \Leftrightarrow (S_1);(S_2)$ ngoài nhau.
* $I_1I_2 = |R_1 - R_2| \Leftrightarrow (S_1);(S_2)$ tiếp xúc trong.
* $I_1I_2 = R_1 + R_2 \Leftrightarrow (S_1);(S_2)$ tiếp xúc ngoài.
* $|R_1 - R_2| < I_1I_2 < R_1 + R_2 \Leftrightarrow (S_1);(S_2)$ cắt nhau theo 1 đường tròn.

Đọc thêm: Với trường hợp 2: Ta dễ thấy với $\forall N$, ta có $N \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}.\overrightarrow{IN} = R^2$. Từ đó ta thu được kết quả sau.

Cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ và điểm

$M(x_0;y_0;z_0)\in(S)$. Khi đó tiếp diện của (S) tại M có phương trình:

$(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)+(z_0-c)(z-c)=$

.

Ví dụ: Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ tại điểm $M(2;-2;1)$.

Lời giải

Áp dụng công thức ở trên ta được mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2y+z-9=0$.

c. Trường hợp 3: $d<R\Leftrightarrow(S)\cap(P)=(C)$, (C) là đường tròn có tâm H là hình chiếu của I trên (P), có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$.

3. Các dạng toán thường gặp liên quan đến mặt cầu

Dạng I: Viết phương trình mặt cầu cho trước tâm $I(a;b;c)$.

a. Mặt cầu tiếp xú

$(P):Ax+By+Cz+D=0$

.

$R=$

$\Rightarrow$ mặt cầu có bán kính

b. Mặt cầu c

$(P):Ax+By+Cz+D=0$ **tl**

bán kính *r* cho trước.

$\Rightarrow$ bán kính mặt cầu

$R^2=r^2+\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2$

c. Mặt cầu tiếp xúc

$d:\dfrac{x-x_0}{A}=\dfrac{y-y_0}{B}=\dfrac{z-z_0}{C}$

$\Rightarrow$ bán kính mặt cầu được

$R=\dfrac{\left[\left[u_d,\overrightarrow{MI}\right]\right]}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}$ trong đó M là một điểm trên đường thẳng d. (công thức ở phần khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong bài Phương trình đường thẳng).

STUDY TIP

Phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng

Do vậy khi đã biết phương trình mặt phẳng ở đề bài, do vậy ta chỉ cần giải hệ: thì bài toán được giải quyết.

d. Mặt cầu cắt đường thẳng *d* theo một dây cung có độ dài *l* cho trước.

$\Rightarrow$ bán kính mặt cầu được tính bằng công thức:

$R^2=\left(\dfrac{l}{2}\right)^2+\left[d\left(I,d\right)\right]^2$

Dạng II: Viết phương trình mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d cho trước và thỏa mãn một điều kiện nào đó trong phần I.

Cách làm: Viết phương trình đường thẳng d về dạng tham số, khi đó tham số hóa tọa độ điểm I theo một ẩn, sử dụng dữ kiện đề bài tìm ra I, từ đó quay về dạng I, tìm R.

Dạng III: Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$ tại điểm M cho trước.

Cách 1:

Ở phần 2. Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng (trường hợp 2) ta có bài toán ngược của bài toán này.

Với mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại $M(x_0;y_0;z_0)$ thì có phương trình

$(P):(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)+(z_0-c)(z-$

.

Vậy ở đây khi đã biết mặt phẳng (P), điểm M nên ta sẽ tìm tâm I và bán kính R bằng cách đồng nhất hệ số phương trình mặt phẳng (P).

Cách 2:

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm M

$\Leftrightarrow\begin{cases}IM\perp(P)\\R=IM\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_{IM}}=\overrightarrow{u_P}=(A;B;C)\\R=IM\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}I=(x_0+At;y\\R=\sqrt{A^2+B^2}\end{cases}$

Tiếp theo, sử dụng các công thức ở dạng I tìm ra t.

Từ đây ta có *l*, có *R* nên viết được phương trình chính tắc của mặt cầu.

Dạng IV: Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm không đồng phẳng cho trước trong không gian.

Ta gọi phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ (1).

Do *A, B, C, D* thuộc mặt cầu (S) thế nên thay tọa độ từng điểm vào (1) ta sẽ có hệ phương trình bốn ẩn *a, b, c, d*.

Giải hệ ta tìm được *a, b, c, d.* Từ đây ta có mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Bài tập rèn luyện kỹ năng

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa A và d. Phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $x^2+y^2+z^2=\frac{12}{5}$.

B. $x^2+y^2+z^2=3$.

C. $x^2+y^2+z^2=6$.

D. $x^2+y^2+z^2=\frac{24}{5}$.

Câu 2: Gọi I là tâm mặt cầu đi qua 4 điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;1)$, $Q(1;1;1)$. Tìm tọa độ tâm I.

A. $\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. Mệnh đề nào đúng?

A. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxy).

B. Mặt cầu (S) không tiếp xúc với cả 3 mặt phẳng (Oxy), (Oxz), (Oyz).

C. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oyz).

D. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxz).

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(5;4;7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=17$.

B. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=17$.

C. $(x-5)^2+(y-4)^2+(z-7)^2=17$.

D. $(x-6)^2+(y-2)^2+(z-10)^2=17$.

Câu 5: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;-7)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):6x+6y-7z+42=0$.

A. $(S):(x-5)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\frac{3}{4}$.

B. $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=1$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=121$.

D. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 6: Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu: $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$.

A. $I(0;0;1;)$, $R=3$. **B.** $I(3;-2;1), R=3$.

C. $I(3;-1;8), R=4$. **D.** $I(1;2;2), R=3$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;1;4)$. Mặt cầu (*S*) đường kính *AB* có phương trình là:

A. $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=\sqrt{3}$.

B. $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x+2)^2+y^2+(z+3)^2=3$.

D. $(x+2)^2+y^2+(z+3)^2=\sqrt{3}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu (*S*) có tâm $I(2;-1;3)$ và cắt mặt phẳng $(P):2x-y-2z+10=0$ theo một đường tròn có chu vi bằng 8π. Phương trình mặt cầu (*S*) là:

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=5$.

B. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=5$.

C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=25$.

D. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho bốn điểm $A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2), D(2;2;1)$. Tâm *I* của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *ABCD* có tọa độ:

A. $(3;3;-3)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(3;3;3)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;2;-3)$ đi qua điểm $A(1;0;4)$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$.

B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=53$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=53$.

Câu 11: Cho hai điểm $A(1;1;0), B(1;-1;-4)$. Phương trình của mặt cầu (*S*) đường kính *AB* là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$.

B. $(x+1)^2+y^2+(z+4)^2=5$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=5$.

D. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=5$.

Câu 12: Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4z+1=0$ và đường thẳng $d\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=m+t\end{cases}$. Tìm *m* để *d* cắt (*S*) tại hai điểm phân biệt *A,B* sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (*S*) tại A và tại B vuông góc với nhau.

A. $m=-1$ hoặc $m=-4$.

B. $m=0$ hoặc $m=-4$.

C. $m=-1$ hoặc $m=0$.

C. Cả A, B, C đều sai.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x+6y-4z-2=0$. Xác định tâm *I* và bán kính *R* của mặt cầu (*S*).

A. $I(1;3;-2)$, $R=2\sqrt{3}$.

B. $I(-1;-3;2)$, $R=2\sqrt{3}$.

C. $I(-1;-3;2)$, $R=4$.

D. $I(1;3;-2)$, $R=4$.

Câu 14: Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=2$ có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

B. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+3=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (*P*) cắt (*S*).

B. (*P*) tiếp xúc với (*S*).

C. (*P*) không cắt (*S*).

D. Tâm của mặt cầu (*S*) nằm trên mặt phẳng (*P*)

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z+m=0$. Tìm *m* để (α) và (*S*) không có điểm chung.

A. $m<9$ hoặc $m>21$.

B. $-9<m<21$.

C. $-9\le m\le 21$.

D. $m\le -9$ hoặc $m\ge 21$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và 2 mặt phẳng (*P*) và (*Q*) lần lượt có phương trình $x+2y+2z+3=0$; $x+2y+2z+7=0$. Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm I thuộc đường thẳng (*d*), tiếp xúc với 2 mặt phẳng (*P*) và (*Q*).

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$.

B. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.

$(x-3)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$

C. .

$(x+3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$

D. .

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$. có bán kính $R=5$. Tìm giá trị của *m*.

A. $m=-16$. **B.** $m=16$.

C. $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Tìm tâm *I* và bán kính *R* của mặt cầu?

A. $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$.

B. $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R=5$.

D. $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính *R* của (*S*).

A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$.

B. $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.

C. $I(2;-1;1)$ và $R=9$.

D. $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{z-3}{1}=\frac{y-2}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z=0$, $(Q): x-2y+3z-5=0$. Mặt cầu (*S*) có tâm *I* là giao điểm của đường thẳng *d* và mặt phẳng (*P*). Mặt phẳng (*Q*) tiếp xúc với mặt cầu (*S*). Viết phương trình của mặt cầu (*S*).

$(S):(x+2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=\frac{2}{7}$

A. .

$(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\frac{9}{14}$

B. .

$(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\frac{2}{7}$

C. .

$(S):(x+2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=\frac{9}{14}$

D. .

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(1;2;1)$. Viết phương trình mặt cầu (*S*) đi qua điểm *A*, tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

$(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=9$

A. .

$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$

B. .

$(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=9$

C. .

$(x-2)^2+y^2+(z+3)^2=9$

D. .

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+m-3=0$. Tìm số thực *m* để $(\beta): 2x-y+2z-8=0$ cắt (*S*) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. –2. **B.** –4. **C.** –1. **D.** –3.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm *I* tiếp xúc với (*P*) tại *H*. Tìm tọa độ *H*.

A. $H(-3;0;-2)$. **B.** $H(3;0;2)$.

C. $H(1;-1;0)$. **D.** $H(-1;4;4)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu (*S*) có phương trình: $x^2+y^2+z^2+2x-6y-4z+5=0$. Tọa độ tâm *I* và bán kính *R* của mặt cầu là:

A. $I(-1;3;2)$ và $R=3$.

B. $I(2;-6;-4)$ và $R=5$.

C. $I(1;-3;-2)$ và $R=3$.

D. $I(-1;3;2)$ và $R=\sqrt{19}$.

Câu 27: Mặt cầu $(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$ cắt mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+9=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là:

A. 8. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1;3;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+3=0$.

A. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$.

B. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=1$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4$.

D. $(x+5)^2+(y+1)^2+z^2=9$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(-2;0;0); B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-2)$. Gọi *D* là điểm khác *O* sao cho *DA, DB, DC* đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *ABCD*. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-4$. **B.** $S=-1$.

C. $S=-2$. **D.** $S=-3$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho 4 điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$ và $D(-1;1;2)$. Mặt cầu tâm *A* và tiếp xúc với mặt phẳng (*BCD*) có phương trình là:

A. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\sqrt{14}$.

B. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\sqrt{14}$.

C. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=14$.

D. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3); N(2;-1;-1), P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$.

B. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$.

D. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho $A(1;1;2), B(3;0;1)$ mặt cầu (*S*) đi qua hai điểm và có tâm thuộc trục *Ox*. Phương trình mặt cầu (*S*) là:

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=5$.

B. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{5}$.

C. $(x+1)^2+y^2+z^2=5$.

D. $(x+1)^2+y^2+z^2=\sqrt{5}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (*P*) và cắt (*S*) tại hai điểm *A, B* sao cho *AB* nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vecto chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$, tính $T=a-b$

A. $T=-2$. **B.** $T=1$.

C. $T=-1$. **D.** $T=0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$, $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đâu là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (*S*), song song với *d* và Δ?

A. $x+z+1=0$. **B.** $x+y+1=0$.

C. $y+z+3=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Hướng dẫn giải chi tiết

Câu 1: Đáp án D

Ta có: $(P)\begin{cases}\text{chứa } A(1;2;3)\\ \text{chứa d: } \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}\\ \text{chứa B(1;2;0)}\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_P}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_d}\right]=(-2;-5;-1)$

$(P)\begin{cases}\text{chứa A(2;1;3)}\\ vtpt\ \overrightarrow{n_P}=(-2;-5;-1)\end{cases}$

$\Rightarrow (P):-2(x-2)-5(y-1)-(z-3)=0$

$\Leftrightarrow -2x-5y-z+12=0$

$\Rightarrow d_{(O;(P))}=\dfrac{|-2.0-5.0-0+12|}{\sqrt{(-2)^2+(-5)^2+(-1)^2}}=\dfrac{12}{\sqrt{30}}.$

Vậy ta có phương trình mặt cầu cần tìm là:

$x^2+y^2+z^2=\dfrac{24}{5}$.

Câu 2: Đáp án C

Phương trình mặt cầu có dạng:

$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

(ĐK: $a^2+b^2+c^2>d$)

Do *M, N, P, Q* thuộc mặt cầu

$\Rightarrow\begin{cases}1-2a+d=0\\ 1-2b+d=0\\ 1-2c+d=0\\ 3-2a-2b-2c+d=0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a=b=c=\dfrac{1}{2}\\ d=0\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 3: Đáp án A

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính $R=3$.

Mặt phẳng $(Oxy):z=0\Rightarrow d\left(I;(Oxy)\right)=3=R.$

Mặt phẳng $(Oyz):x=0\Rightarrow d\left(I;(Oyz)\right)=2<R.$

Mặt phẳng $(Oxz):y=0\Rightarrow d\left(I;(Oxz)\right)=1<R.$

Câu 4: Đáp án B

Ta có: $A(1;-2;3),\ B(5;4;7).$

Gọi *I* là trung điểm của $AB\Rightarrow I(3;1;5)$.

Theo bài ra, mặt cầu (*S*) có tâm $I(3;1;5)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=AI=\sqrt{17}.$

Vậy phương tình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=17.$$

Câu 5: Đáp án C

Ta có: $d\left(I;(P)\right)=11.$

Do (*S*) tiếp xúc với (*P*) nên mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;4;-7)$ và bán kính $R=d\left(I;(P)\right)=11.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=121.$$

Câu 6: Đáp án B

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 7: Đáp án B

I là trung điểm $AB\Rightarrow I(2;0;3).$

Do (*S*) nhận *AB* là đường kính nên mặt cầu (*S*) có tâm *I* và bán kính $AI = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3.$$

Câu 8: Đáp án C

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính *R*.

$C = 8\pi \Rightarrow r = 4.$

Mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 10 = 0.$

$\Rightarrow d(I;(P)) = 3 \Rightarrow R = \sqrt{d^2(I;(P)) + r^2} = 5.$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25.$$

Câu 9: Đáp án C

Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ giác *ABCD* có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

(ĐK: $a^2 + b^2 + c^2 > d$)

Do (*S*) ngoại tiếp *ABCD* nên $A, B, C, D \in (S)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 - 2a - 2b - 2c + d = 0 \\ 6 - 2a - 4b - 2c + d = 0 \\ 6 - 2a - 2b - 4c + d = 0 \\ 9 - 4a - 4b - 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b + 2c - d = 3 \\ 2a + 4b + 2c - d = 6 \\ 2a + 2b + 4c - d = 6 \\ 4a + 2b + 2c - d = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{3}{2} \\ c = \frac{3}{2} \\ d = 6 \end{cases}$$ (thỏa mãn)

Vậy $I\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right).$

Câu 10: Đáp án C

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{53}.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53.$$

Câu 11: Đáp án D

Ta có: *AB* là đường kính

I là trung điểm *AB* $\Rightarrow I(1;0;-2).$

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{5}.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5.$$

Câu 12: Đáp án A

Phân tích: ta có nếu hai mặt phẳng tiếp diện của (*S*) tại *A* và *B* vuông góc với nhau thì hai vtpt của hai mặt phẳng này cũng vuông góc với nhau. Mà hai vtpt của hai mặt phẳng này chính là $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}.$ Với $I(1;0;-2)$ là tâm của mặt cầu (*S*).

Vậy ta có hai điều kiện sau:

1. *d* cắt (*S*) tại hai điểm phân biệt.

2. $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB} = 0.$

Lời giải: Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì trước tiên *d* phải cắt mặt cầu, tức là phương trình $(2-t)^2 + t^2 + (m+1)^2 - 2(2-t) + 4(m+t) + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3t^2 + 2(m+1)t + m^2 + 4m + 1 = 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 3m^2 - 12m - 3 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 5m + 1 < 0.$

Với phương trình có hai nghiệm phân biệt, áp dụng định lý Viet ta có $t_1 t_2 = \frac{m^2 + 4m + 1}{3}$;

$t_1 + t_2 = \frac{-2}{3}(m+1)$.

Khi đó $\overrightarrow{IA}=(1-t_1;t_1;m+2+t_1)$,
$\overrightarrow{IB}=(1-t_2;t_2;m+2+t_2).$

Vậy
$\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=(1-t_1)(1-t_2)+t_1t_2+(m+2+t_1)(m+2+t_2)=0$

$\Leftrightarrow 3t_1t_2+(m+1)(t_1+t_2)+(m+2)^2+1=0$

$\Leftrightarrow m^2+4m+1-\frac{2}{3}(m+1)^2+(m+2)^2+1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right.$ (TM).

Câu 13: Đáp án C

Mặt cầu (*S*): $x^2+y^2+z^2+2x+6y-4z-2=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=4^2.$

Vậy mặt cầu (*S*) có tâm $I(-1;-3;2)$ và bán kính $R=4.$

Câu 14: Đáp án A

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=2.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4.$$

Câu 15: Đáp án B

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=2.$

Mặt phẳng (*P*): $x-2y-2z+3=0.$

$d(I;(P))=2=R \Rightarrow (P)$ tiếp xúc với (*S*).

Câu 16: Đáp án A

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(-1;2;3)$ có bán kính $R=5.$

(*S*) và (α) không có điểm chung

$\Leftrightarrow d(I;(\alpha))>R \Leftrightarrow \frac{|-2+2-6+m|}{3}>5$

$\Leftrightarrow |m-6|>15 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>21 \\ m<-9 \end{array}\right.$

Câu 17: Đáp án B

Ta có: $I\in(d)\Rightarrow I(t;-1;-t).$

(*S*) tiếp xúc với (*P*) và (*Q*)

$\Rightarrow d(I;(P))=d(I;(Q))=R$

$\Leftrightarrow |t-2-2t+3|=|t-2-2t+7|$

$\Leftrightarrow |1-t|=|5-t|$

$\Leftrightarrow 1-2t+t^2=25-10t+t^2$

$\Leftrightarrow 8t=24 \Leftrightarrow t=3.$

$\Rightarrow I(3;-1;-3) \Rightarrow$ Mặt cầu (*S*) có tâm $I(3;-1;-3)$ và bán kính $R=d(I;(P))=\frac{2}{3}.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$$

Câu 19: Đáp án B

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2-9-m=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=m+9$

$\Rightarrow m+9=25 \Leftrightarrow m=16.$

Câu 20: Đáp án B

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5.$$

Vậy mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{5}.$

Câu 21: Đáp án A

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9.$

Vậy mặt cầu (*S*) có tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính $R=3.$

Câu 22: Đáp án A

Mặt cầu (*S*) có tâm *I* và bán kính R.

Đường thẳng $d:\left\{\begin{array}{l} x=0+2t \\ y=3+t \\ z=2+t \end{array}\right.$ $(t\in R)$

$I\in d \Rightarrow I(2t;3+t;2+t).$

Mặt khác $I \in (P) \Rightarrow 2t-2(3+t)+2(2+t)=0$

$\Leftrightarrow 2t-6-2t+4+2t=0 \Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow I(2;4;3).$

(S) tiếp xúc với (Q) $\Rightarrow R=d(I;(Q))=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\frac{2}{7}.$$

Câu 23: Đáp án C

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in R)$

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R.

Do $I\in d \Rightarrow I(1+t;2-2t;2+t).$

(S) qua A và (S) tiếp xúc với (P) $\Rightarrow IA=d(I;(P))$

$$\Leftrightarrow t^2+4t^2+(t+1)^2=\frac{\left[1+t-2(2-2t)+2(2+t)+1\right]^2}{9}$$

$$\Leftrightarrow 6t^2+2t+1=\frac{(1+t-4+4t+4+2t+1)^2}{9}$$

$$\Leftrightarrow 6t^2+2t+1=\frac{(2+7t)^2}{9}$$

$$\Leftrightarrow 5t^2-10t+5=0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)^2=0\Leftrightarrow t=1$$

$\Rightarrow$ Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;3)$ và bán kính $R=3.$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=9$$

Câu 24: Đáp án D

Ta có: $C=8\pi=2\pi r\Rightarrow r=4.$

$$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2+m-17=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=17-m\ \ (m<17)$$

$\Rightarrow$ Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và $R^2=17-m.$

Theo bài ra ta có: $R^2=d^2(I;(\beta))+r^2$

$\Leftrightarrow 17-m=4+16\Leftrightarrow m=-3$ (thỏa mãn)

Câu 25: Đáp án B

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với (P)

Δ có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$ $(t\in R)$

Khi đó H là giao điểm của Δ và (P). Tìm được $H(3;0;2).$

Câu 26: Đáp án A

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-6y-4z+5=0$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;2)$ và bán kính $R=3.$

Câu 27: Đáp án A

Mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(3;-2;1)$ và bán kính $R=10.$

Mặt phẳng $(P):2x-2y-z+9=0$

$\Rightarrow d(I;(P))=6\Rightarrow r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}=8.$

Câu 28: Đáp án A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;2)$ và bán kính R $(R>0)$

.

Mặt phẳng $(P):2x+2y+z+3=0$.

Do (S) tiếp xúc với (P) $\Rightarrow R=d(I;(P))=3.$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$$

.

Câu 29: Đáp án B

Giả sử $D(x_0;y_0;z_0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AD}=(x_0+2;y_0;z_0),\ \overrightarrow{BD}=(x_0;y_0+2;z_0),$
$\overrightarrow{CD}=(x_0;y_0;z_0+2)$

Từ giả thiết:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BD}=0\\ \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{CD}=0\\ \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AD}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0(x_0+2)+y_0(y_0+2)+z_0^2=0\\ x_0^2+y_0(y_0+2)+z_0(z_0+2)=0\\ x_0(x_0+2)+y_0^2+z_0(z_0+2)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_0^2+y_0^2+z_0^2+2x_0+2y_0=0\\ x_0^2+y_0^2+z_0^2+2y_0+2z_0=0\\ x_0^2+y_0^2+z_0^2+2x_0+2z_0=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x_0=y_0=z_0=0\\ x_0=y_0=z_0=-\dfrac{4}{3}\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}D(0;0;0)\\ D\left(-\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3}\right)\end{bmatrix}$$

Do D khác O nên $D\left(-\frac{4}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)$.

Giả sử mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là (S) có phương trình dạng:

$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có tâm $I(a;b;c)$.

Do $A,B,C,D\in(S)$ nên có hệ:

$$\begin{cases}4+4a+d=0\\ 4+4b+d=0\\ 4+4b+d=0\\ \dfrac{16}{3}+\dfrac{8}{3}a+\dfrac{8}{3}b+\dfrac{8}{3}c+d=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a=b=c=-\frac{1}{3};d=-\frac{8}{3}$$

Vậy $S=a+b+c=3.\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

Câu 30: Đáp án D

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{BC}=(-3;0;1)\\ \overrightarrow{BC}=(-4;-1;2)\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;2;3)$

Mặt phẳng (BCD) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$ và đi qua điểm $C(0;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là:

$x+2(y-2)+3(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y+3z-7=0$

$d(A;(\mathrm{BCD}))=\sqrt{14}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;-2)$ và bán kính $R\ (R>0)$.

Do (S) tiếp xúc với (BCD)

$\Rightarrow R=d(A;(BCD))=\sqrt{14}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14.$$

Câu 31: Đáp án B

Phân tích: Nếu như giải bằng hình thức tự luận, thì bài toán sẽ trở nên rất khó xử lí với những dữ kiện mà đề bài cho. Cách nhanh nhất ở đây là thử các kết quả được cho trong các đáp án *A, B, C, D* xem có thỏa mãn với những dữ kiện đề cho không rồi kết luận.

Lời giải:

Với phương án A: Mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$ đi qua điểm $P(-2;-1;3)$, không đi qua hai điểm $M(2;3;3)$ và $N(2;-1;-1)$. Ta loại ngay A.

Với phương án B: Mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$ đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $I(2;-1;3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$. Vậy chọn ngay B.

Câu 32: Đáp án A

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính $R\ (R>0)$.

Do $I\in Ox\Rightarrow I(a;0;0)$

Lại có (S) qua $A,B\Rightarrow IA=IB$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+5=(a-3)^2+1$

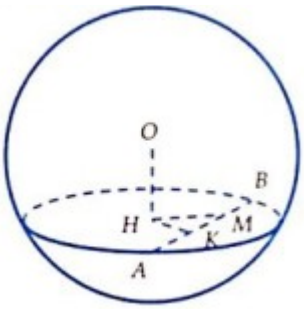
$\Leftrightarrow 4a=4\Leftrightarrow a=1$

$\Rightarrow$Mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{5}.$

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là:

$$(x-1)^2+y^2+z^2=5.$$

Câu 33: Đáp án C



Mặt cầu (*S*) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3.$

Ta thấy điểm $M\in(P)$ và $OM=\sqrt{6}<R$ nên mặt phẳng (*P*) cắt mặt cầu (*S*) theo một đường tròn (*C*) tâm *H*. Suy ra $OH\perp(P).$

Từ giả thiết, ta có Δ đi qua *M* và cắt đường trong (*C*) tại hai điểm *A, B* $(do\ \Delta\subset(P))$. Gọi *K* là trung điểm của *AB*, nên $HK\perp AB$ và *AB* nhỏ nhất khi và chỉ khi *HK* lớn nhất.

Mà ΔHKM vuông tại *K* nên $HK\le HM=const,$ hay $HK_{max}=HM\Rightarrow K\equiv M.$

Vậy $AB_{\min}$ khi $K\equiv M(1;1;2).$ Khi đó đường thẳng Δ đi qua $M(1;1;2)$, có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{HM}\right].$

Phương trình *OH* đi qua *O*, vec-tơ chỉ phương

$$\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;1):\begin{cases}x=1\\y=t,(t\in\mathbb{R})\\z=t\end{cases}.$$

Do $\{H\}=OH\cap(P)$ nên $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$

$\Rightarrow HM=\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right).$

$\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{HM}\right]=(1;-1;0)=\vec{u}.$

Vậy $a=-1,b=0\Rightarrow T=a-b=-1.$

Câu 34: Đáp án A

Mặt cầu (*S*) có tâm $I(-1;1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{2}.$

Đường thẳng *d* có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-1);$ đường thẳng Δ có vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;1;-1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;0;-1).$

Gọi (*P*) là mặt phẳng cần tìm. Ta có:

$\begin{cases}(P)//d\\(P)//\Delta\end{cases}\Rightarrow n_{(P)}=(1;0;1).$ Suy ra mặt phẳng (*P*) có phương trình dạng $x+z+m=0.$

Mặt phẳng (*P*) tiếp xúc với mặt cầu (*S*) nên $d(I;(P))=R$

$\Leftrightarrow\frac{|-1-2+m|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow|m-3|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\m=1\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(P):x+z+5=0\\(P):x+z+1=0\end{array}\right.$.

V. Tổng ôn tập chủ đề 7

Quý độc giả vui lòng khai báo sách chính hãng tại web: **congphatoan.com** để nhận được đáp án chi tiết.

BÀI KIỂM TRA

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là:

A. $R=\sqrt{5}.$ **B.** $R=25.$

C. $R=2.$ **D.** $R=5.$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (*P*) đi qua hai điểm $A(0;1;0), B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-z=0$ phương trình là:

A. $4x+3y-2z-3=0.$

B. $4x-3y-2z+3=0.$

C. $x-2y-3z-11=0.$

D. $x+2y-3z+7=0.$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho $A(-1;-2;2), B(-3;-2;0)$ và $(P): x+3y-z+2=0.$ Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là giao tuyến của (*P*) và mặt phẳng trung trực của *AB* là:

A. $(1;-1;0).$ **B.** $(2;3;-2).$

C. $(1;-2;0).$ **D.** $(3;-2;-3).$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;-1;5)$ và $B(0;0;1)$. Mặt phẳng (*P*) chứa *A, B* và song song với *Oy* có phương trình là:

A. $4x+y-z+1=0.$

B. $2x+z-5=0.$

C. $4x-z+1=0.$

D. $y+4z-1=0.$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3).$ Mặt phẳng (*P*) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là:

A. $x-4y-z+1=0.$

B. $x+4y+z-3=0.$

C. $x-4y+z-3=0.$

D. $x+4y-z+1=0.$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;2;2), B(5;4;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-z+6=0.$ Nếu *M* thay đổi thuộc (*P*) thì giá trị nhỏ nhất của MA^2+MB^2 là:

A. 60. **B.** 50.

C. $\frac{200}{3}$. **D.** $\frac{2968}{25}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho tứ diện *ABCD* có $A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6,3,7)$ và $D(1;-2;2)$. Các mặt phẳng chứa các mặt của tứ diện *ABCD* chia không gian *Oxyz* thành số phần là:

A. 9. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{-1}$ và các điểm $A(2;3;-4), B(4;6;-9)$. Gọi *C, D* là các điểm thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho $CD=\sqrt{14}$ và mặt cầu nội tiếp tứ diện *ABCD* có thể tích lớn nhất. Khi đó trung điểm của *CD* là:

A. $\left(\frac{79}{35};\frac{64}{35};\frac{102}{35}\right)$. **B.** $\left(\frac{181}{5};\frac{-104}{5};\frac{-42}{5}\right)$.

C. $\left(\frac{101}{28};\frac{13}{14};\frac{69}{28}\right)$. **D.** $(2;2;3)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+1=0$ và $(\beta): -2x+my+2z-2=0$. Tìm *m* để (α) song song với (β).

A. Không tồn tại *m*.

B. $m=-2$.

C. $m=2$.

D. $m=5$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (*P*) đi qua các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$ có phương trình là:

A. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0$. **B.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$.

C. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}+1=0$. **D.** $ax+by+cz-1=0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\Delta // (\alpha)$.

B. $\Delta \perp (\alpha)$.

C. Δ cắt và không vuông góc với (α).

D. $\Delta \subset (\alpha)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(1;2;3)$ và $C(1;-2;-5)$. Điểm *M* nằm trong đoạn thẳng *BC* sao cho $MB=3MC$. Độ dài đoạn thẳng *AM* bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $7\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{30}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$. Gọi *d* là đường thẳng nằm trên (α) đồng thời cắt đường thẳng Δ và trục *Oz*. Một vectơ chỉ phương của *d* là

A. $\vec{u}=(2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;-2)$.

C. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): x+ay+bz-1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha)//\Delta$ và (α) tạo với các trục *Ox, Oz* các góc bằng nhau. Tìm giá trị của *a*.

A. $a=-1$ hoặc $a=1$. **B.** $a=2$ hoặc $a=0$.

C. $a=0$. **D.** $a=2$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho biết đường cong (ω) là tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua điểm A(1;1;1) đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$, $(\beta): x+y+z+6=0$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (ω) bằng:

A. 45π. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** 9π. **D.** 3.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(S): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình đường thẳng *d* đi qua *A* và vuông góc với (*P*).

A. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+4}{3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-1}{-2}$.

D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, trong các điểm cho dưới đây điểm nào thuộc trục *Oy*?

A. $Q(0;3;2)$. **B.** $N(2;0;0)$.

C. $P(2;0;3)$. **D.** $M(0;-3;0)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(1;1;1), B(0;-2;0), C(0;0;5)$. Tìm tọa độ của vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (*ABC*)

A. $\vec{n}=(13;5;2)$. **B.** $\vec{n}=(5;13;2)$.

C. $\vec{n}=(13;-5;2)$. **D.** $\vec{n}=(-13;5;2)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;2;0), B(-3;5;7)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{1}$. *M* là điểm nằm trên *d* sao cho $MA=MB$. Tính cao độ z_M của điểm *M*.

A. $z_M=\frac{45}{2}$. **B.** $z_M=\frac{42}{5}$.

C. $z_M=\frac{47}{5}$. **D.** $z_M=\frac{43}{2}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{2}$ và mặt phẳng $(S): x+2y-z+3=0$. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. Đường thẳng *d* cắt mặt phẳng (*P*) tại đúng 1 điểm.

B. Đường thẳng *d* song song với mặt phẳng (*P*).

C. Đường thẳng *d* nằm trên mặt phẳng (*P*).

D. Đường thẳng *d* vuông góc với mặt phẳng (*P*).

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (*P*) vuông góc với *d*, (*P*) tiếp xúc với (*S*) đồng thời (*P*) cắt trục *Oz* tại điểm có cao độ tương đương.

A. $2x-2y+z+2=0$.

B. $2x-2y+z-16=0$.

C. $2x-2y+z-10=0$.

D. $2x-2y+z-5=0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho tứ diện *ABCD* có tọa độ các đỉnh $A(3;5;-1)$, $B(0;-1;8), C(-1,-7,3), D(0;1;2)$ và điểm $M(1;1;5)$. Gọi $(P): x+ay+bz+c=0$ là mặt phẳng đi qua các điểm *D, M* sao cho (*P*) chia tứ diện *ABCD* thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính $S=a+b+c.$

A. $S=\frac{1}{3}.$ **B.** $S=\frac{4}{3}.$ **C.** $S=\frac{7}{3}.$ **D.** $S=0.$

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(5;8;-11), B(3;5;-4), C(2;1;-6)$ và mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên (*S*) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P=x_M+y_M.$

A. $P=4.$ **B.** $P=0.$ **C.** $P=-2.$ **D.** $P=2.$

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Tìm toạ độ điểm *I* là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *OABC*.

A. $I\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};2\right).$ **B.** $I(-5;1;0).$

C. $I(-2;2;0).$ **D.** $I(1;2;3).$

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (*P*) có phương trình $x-2z-2=0.$ Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (*P*)?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;0;2).$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;0;-2).$

C. $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-2).$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;2).$

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, Viết phương trình mặt phẳng (*P*) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}.$

A. $2x-2z+1=0.$ **B.** $2y-2z+1=0.$

C. $2x-2y+1=0.$ **D.** $2y-2z-1=0.$

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;0;2)$, $B(0;-1;6)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+12=0$. *M* là điểm di động trên mặt phẳng (*P*). Tìm giá trị lớn nhất của $|MA-MB|.$

A. $6\sqrt{2}.$ **B.** $\sqrt{10}.$ **C.** $3\sqrt{2}.$ **D.** $2\sqrt{10}.$

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, hai mặt phẳng $4x-4y+2z-7=0$ và $2x-2y+z+1=0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó là

A. $V=\frac{9\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $V=\frac{81\sqrt{3}}{8}.$

C. $V=\frac{64}{27}.$ **D.** $V=\frac{27}{8}.$

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, phương trình tham số của trục *Oz* là

A. $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}).$ **B.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}).$

C. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}).$ **D.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=0\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}).$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2.$ Hai mặt phẳng

(P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. 4. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi M là giao của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa M và vuông góc với d.

A. $4x+3y+z=0.$

B. $4x+3y+z+2=0.$

C. $4x-3y+z+2=0.$

D. $4x-3y-z=0.$

Câu 32: : Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-2z-2=0$. Vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(3;0;2).$ **B.** $\vec{n}=(-3;2;-1).$

C. $\vec{n}=(3;2;-1).$ **D.** $\vec{n}=(-3;0;2).$

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{-2}.$ Trong các điểm M, N, E, F, được cho dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ.

A. $F(4;1;-4).$ **B.** $M(3;5;1).$

C. $N(4;6;-3).$ **D.** $E(-5;1;-7).$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}.$ Xét mặt phẳng $(P): m^2x-2y+mz+1=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P).

A. $m=1$ và $m=-2.$ **B.** $m=-2.$

C. $m=1.$ **D.** $m=-1$ và $m=2.$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0.$ Đường thẳng Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P). Một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ' là

A. $\vec{u}=(1;1;-2).$ **B.** $\vec{u}=(1;-1;0).$

C. $\vec{u}=(1;0;-1).$ **D.** $\vec{u}=(1;-2;1).$

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=49.$ Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng có phương trình sau đây tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $2x+3y-6z-5=0.$

B. $6x+2y-3z=0.$

C. $x+2y-2z-7=0.$

D. $-6x-2y+3z+55=0.$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và các điểm $A(2;1;-1), B(-1;2;0).$ Gọi d là đường thẳng đi qua B, cắt đường thẳng Δ và có khoảng cách từ A tới d lớn nhất. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng Δ.

B. Đường thẳng d vuông góc với trục Oz.

C. Đường thẳng d vuông góc với trục Ox.

D. Đường thẳng *d* vuông góc với trục *Oy*.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;3;-4)$ và $B(-1;2;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng *AB*.

A. $4x-2y+12z+17=0.$

B. $4x+2y+12z-17=0.$

C. $4x-2y-12z-17=0.$

D. $4x+2y-12z-17=0.$

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (*P*) qua $A(-2;1;3),\ B(5;4;1),\ C(2;2;-1)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$, chọn giá trị đúng của *d*.

A. $\frac{3}{2}.$ **B.** $-\frac{5}{4}.$ **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}.$

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, khối cầu đường kính *AB* với $A(2;1;1),\ B(4;3;5)$ thì có thể tích là

A. $12\sqrt{6}\pi.$ **B.** $4\sqrt{6}\pi.$ **C.** $8\sqrt{6}.$ **D.** $8\sqrt{6}\pi.$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(1;2;3)$. Khi đó, độ dài đoạn *AB* nhận giá trị nào sau đây?

A. $3\sqrt{18}.$ **B.** $\sqrt{18}.$ **C.** $4\sqrt{18}.$ **D.** $2\sqrt{18}.$

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (*P*) qua $A(-2;1;3)$ và song song với $(Q):x-3y+z+5=0$ thì cắt *Oy* tại điểm có tung độ là

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}.$ **C.** 1. **D.** $\frac{2}{3}.$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (*Q*) song song với $(P):x+2y+2z-1=0$ và cắt mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=6$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π. Biết phương trình (*Q*) có dạng $-x+ay+bz+c=0$, giá trị của *c* sẽ là

A. –13. **B.** 13.

C. 1 hoặc 13. **D.** –1 hoặc 13.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$ và điểm $A(-1;2;3)$. Biết phương trình mặt phẳng (*P*) chứa Δ có dạng $x+by+cz+d=0$ và khoảng cách từ *A* đến (*P*) là 3. Giá trị của *d* là

A. $\frac{1}{4}.$ **B.** $\frac{1}{2}.$ **C.** $\frac{2}{3}.$ **D.** 1.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;1;-3)$, $B(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-7=0$. Nếu *C* là điểm trên (*P*) sao cho ba điểm *A, B, C* thẳng hàng, thì tổng hoành độ và tung độ của *C* nhận giá trị nào sau đây?

A. 2. **B.** 3. **C.** –2. **D.** 1.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho tam giác *ABC* có $A(3;2;-1),\ B(2;-3;1)$ và *C* nằm trên trục *Ox*. Biết tam giác *ABC* vuông tại *A*, khi đó hoành độ của *C* là

A. 15. **B.** 17. **C.** 16. **D.** -12.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0.$ Điểm nào dưới đây thuộc *d* vàcó khoảng cách đến (*P*) bằng 2?

A. $M(0;-1;-2).$ **B.** $N(-1;-3;-5).$

C. $P(-2;-5;-8).$ **D.** $Q(1;1;1).$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;4;1)$ trên đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ là

A. $(0;0;0).$ **B.** $(1;-2;3).$

C. $(-1;-2;-3).$ **D.** $(1;2;3).$

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;1)$. Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng Oxz sao cho $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}^2=2$ là

A. một đường thẳng.

B. một điểm.

C. một đường tròn.

D. tập rỗng.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(2;2;0)$, $B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-1=0$. Tìm điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất.

A. $M\left(\frac{14}{11};-\frac{1}{11};\frac{1}{11}\right).$

B. $M\left(\frac{2}{11};\frac{4}{11};-\frac{1}{11}\right).$

C. $M(2;-1;-1).$

D. $M(-2;2;1).$