

Câu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-3}{x-\sqrt{x}-6} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tìm các giá trị của x để $A \leftarrow \frac{2}{3}$

Câu 2: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x+5y=-1 \\ 7x-3y=5 \end{cases}$
2. Cho hàm số $y=ax+b$. Tìm a, b biết đồ thị hàm số đó cắt trục tung tại điểm có tung độ là -2 và cắt đường thẳng $y=-2x+1$ tại điểm có hoành độ là -1.

Câu 3: (2 điểm)

1. Giải phương trình $-3x^2+4x+7=0$
2. Cho phương trình $x^2+(2m-3)x-2(m-1)=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1 x_2}$

Câu 4: (3 điểm) Cho đường tròn tâm O và đường thẳng d nằm ngoài đường tròn. Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kỳ, từ M kẻ hai tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Kẻ OA vuông góc với đường thẳng d tại A, OM cắt BC tại H, OA cắt BC tại K.

1. Chứng minh rằng bốn điểm H, K, A, M cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm I của đường tròn đó.
2. Gọi E là giao điểm của đường tròn (O) và (I). Chứng minh: $OA \cdot OK = OB^2$ và OE là tiếp tuyến của đường tròn (I)
3. Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OKH lớn nhất.

Câu 5: (1 điểm)

Cho x, y, z là các số thực lớn hơn 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{x}{\sqrt{y+z-4}} + \frac{y}{\sqrt{x+z-4}} + \frac{z}{\sqrt{x+y-4}}$$

Hết-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:
.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Thang điểm
Câu 1:	Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-3}{x-\sqrt{x}-6} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ 1. Rút gọn biểu thức A 2. Tìm các giá trị của x để $A \leftarrow \frac{2}{3}$	(2 điểm)
	$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-3}{x-\sqrt{x}-6} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ <p>ĐK: $x > 0, x \neq 9$</p> $A = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}+2) + 1 \cdot (\sqrt{x}-3) - (x-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ $A = \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ $A = \frac{3}{\sqrt{x}-3}$ <p>Vậy $A = \frac{3}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 9$</p>	0.25 0.25
	<p>Để $A \leftarrow \frac{2}{3}$ thì $\frac{3}{\sqrt{x}-3} \leftarrow \frac{2}{3}$ với $x > 0, x \neq 9$</p> $\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{3} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{9+2(\sqrt{x}-3)}{3(\sqrt{x}-3)} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+3}{3(\sqrt{x}-3)} < 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \text{ vì } 2\sqrt{x}+3 > 0$ $\Leftrightarrow x < 9$ <p>Vậy $0 < x < 9$ thì $A \leftarrow \frac{2}{3}$</p>	0.25 0.25
Câu 2	1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x+5y=-1 \\ 7x-3y=5 \end{cases}$	(2 điểm)

	2. Cho hàm số $y=ax+b(a \neq 0)$. Tìm a, b biết đồ thị hàm số đó cắt trục tung tại điểm có tung độ là -2 và cắt đường thẳng $y=-2x+1$ tại điểm có hoành độ là -1.	
	$\begin{cases} 3x+5y=-1 \\ 7x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+15y=-3 \\ 35x-15y=25 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 44x=22 \\ 7x-3y=5 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ 7 \cdot \frac{1}{2} - 3y=5 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0.5 \\ y=-0.5 \end{cases}$	0.25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x=0.5 \\ y=-0.5 \end{cases}$	0.25
	Điểm thuộc đường thẳng $y=-2x+1$ có hoành độ là -1 thì tung độ là $y=-2 \cdot (-1)+1=3$	0.25
	Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -2 nên	0.25
	$b=-2 \Rightarrow y=ax-2$	
	Vì đường thẳng $y=-2x+1$ và đường thẳng $y=ax-2$ cắt nhau tại điểm có hoành độ là -1 nên đường thẳng $y=ax-2$ đi qua điểm $(-1;3)$	
	$\Rightarrow 3=a \cdot (-1)-2$	0.25
	$\Rightarrow a=-5$	
	Vậy $a=-5, b=-2$	0.25
Câu 3	<p>1. Giải phương trình $-3x^2+4x+7=0$</p> <p>2. Cho phương trình $x^2+(2m-3)x-2(m-1)=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$</p>	(2 điểm)
	$-3x^2+4x+7=0$ ($a=-3, b=4, c=7$)	0.25
	Ta thấy $a-b+c=-3-4+7=0$	0.25
	Phương trình có hai nghiệm $x_1=-1, x_2=\frac{7}{3}$	0.25
	Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S=\{-1; \frac{7}{3}\}$	0.25
	$x^2+(2m-3)x-2(m-1)=0$ <p>Ta thấy $a+b+c=1+2m-3-2(m-1)=0$</p> <p>Phương trình có hai nghiệm $x_1=1, x_2=-2(m-1)=-2m+2$</p>	0.25

	<p>Diện tích $\Delta OHK = \frac{1}{2}OH \cdot OK$</p> $\leq \frac{1}{4}(OH^2 + KH^2) = \frac{1}{4}OK^2$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $OH=KH \Rightarrow$ góc HOK bằng 45° $\Rightarrow$ tam giác OAM vuông cân tại A $\Rightarrow MA=OA$ Vậy M thuộc đường thẳng d sao cho $MA=AO$ thì diện tích tam giác OHK lớn nhất</p>	0.5
	<p>Cho x, y, z là các số thực lớn hơn 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</p> $A = \frac{x}{\sqrt{y+z-4}} + \frac{y}{\sqrt{x+z-4}} + \frac{z}{\sqrt{x+y-4}}$	1 điểm
Câu 5	<p>Ta có $2\sqrt{y+z-4} \leq \frac{4+y+z-4}{2} = \frac{y+z}{2}$</p> $\Rightarrow \sqrt{y+z-4} \leq \frac{y+z}{4}$ $\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{y+z-4}} \geq \frac{4x}{y+z}$ <p>Tương tự ta chứng minh được</p> $\Rightarrow \frac{y}{\sqrt{x+z-4}} \geq \frac{4y}{x+z}, \quad \frac{z}{\sqrt{x+y-4}} \geq \frac{4z}{x+y}$ $\Rightarrow A \geq \frac{4x}{y+z} + \frac{4y}{x+z} + \frac{4z}{x+y}$ $\Rightarrow A \geq 4\left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}\right)$ <p>Học sinh chứng minh được</p> $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \geq \frac{3}{2}$ $\Rightarrow A \geq 6$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=4$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 6 khi $x=y=z=4$</p>	0.5