

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 2026$ là

- A. $x^4 - 2026x + C$. B. $4x^3 - 2026x + C$. C. $12x^3 + C$. D. $x^4 + C$.

Câu 2. Một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 m đã ghi lại kết quả luyện tập như sau:

Thời gian (giây)	[10, 2; 10, 4)	[10, 4; 10, 6)	[10, 6; 10, 8)	[10, 8; 11)
Số vận động viên	3	7	8	2

Hãy xác định phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- A. 0,01 . B. 0,03 . C. 0,06 . D. 0,07 .

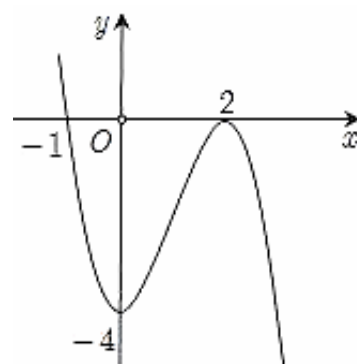
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x + 2y - 3z - 9 = 0$. B. $x + y - 2z - 6 = 0$. C. $x + 2y - 3z + 9 = 0$. D. $x + y - 2z + 6 = 0$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; 2)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.



Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 1 . C. 2 . D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

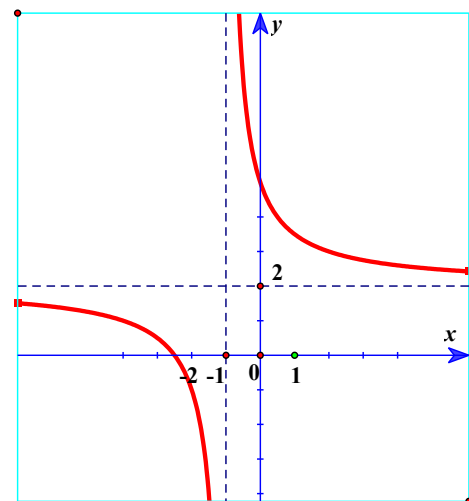
Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là

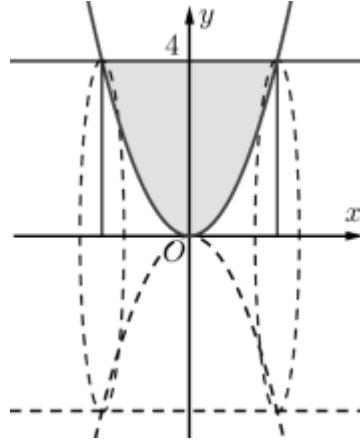
- A. $x = -1$. B. $x = 2$.
 C. $y = -1$. D. $y = 2$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1$ là

- A. $(0; 1)$. B. $\left(\frac{1}{8}; 3 \right)$.
 C. $\left(\frac{1}{8}; 1 \right)$. D. $\left(\frac{1}{8}; +\infty \right)$.



Câu 8. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng



- A. $\frac{64\pi}{5}$. B. $\frac{128\pi}{5}$. C. $\frac{256\pi}{5}$. D. $\frac{152\pi}{5}$.

Câu 9. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cot x = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A. $-\frac{2\pi}{3}$. B. $-\frac{\pi}{3}$. C. $-\frac{4\pi}{3}$. D. 0 .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$.

Hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAD) là

- A. SD . B. SA .
C. AD . D. CD .

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng

- A. $S_{10} = 110$. B. $S_{10} = 100$.
C. $S_{10} = 21$. D. $S_{10} = 19$.

Câu 12. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC .

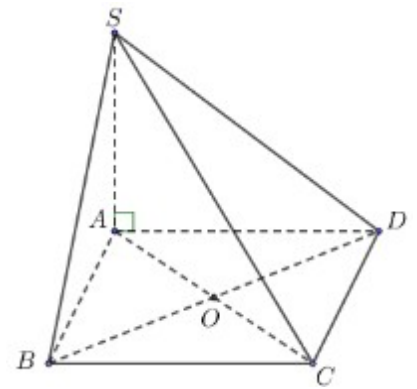
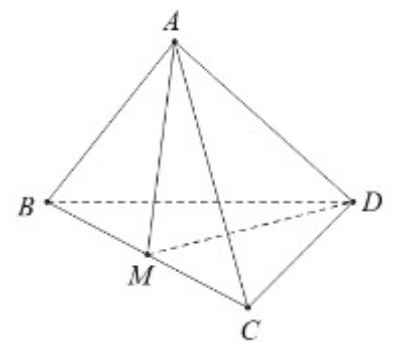
Khi đó, $\cos(\angle AB, DM)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.
C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 4x + 8)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

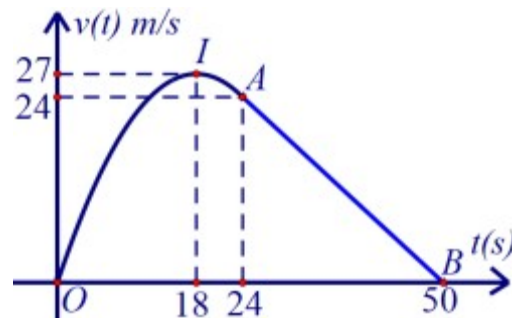
- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.
b) Đạo hàm $f'(x) = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 8}$.
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng 1.
d) Phương trình $f(x) = 2025$ có đúng hai nghiệm.



Câu 2. Trong một thử nghiệm ô tô xuất phát từ trạng thái nghỉ. Người lái điều khiển xe đạt vận tốc cực đại tại $t = 18$ giây rồi giảm tốc và dừng hẳn. Toàn bộ quá trình kéo dài 50 giây. Đồ thị vận tốc $v(t)$ (m/s) theo thời gian t (s) như hình vẽ. Trong đó,

Trên đoạn $[0; 24]$, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(18; 27)$ và đi qua điểm O ;

Trên đoạn $[24; 50]$, đồ thị là đoạn thẳng AB với $A(24; 24)$ và $B(50; 0)$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong 24 giây đầu tiên, vận tốc của ô tô luôn tăng.
- b) Trong 24 giây đầu tiên, có một thời điểm mà gia tốc của ô tô bằng 2m/s^2 .
- c) Gọi giai đoạn 1 là $[0; 24]$, giai đoạn 2 là $(24; 50]$. Độ lớn gia tốc của ô tô ngay trước thời điểm kết thúc giai đoạn 1 ($t = 24$ giây) lớn hơn độ lớn gia tốc của ô tô trong suốt giai đoạn 2 (từ 24 giây đến 50 giây).
- d) Quãng đường xe đi được trong 26 giây cuối lớn hơn 70% quãng đường xe chạy trong 24 giây đầu tiên.

Câu 3. Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được bóng màu trắng”; B : “Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;
 Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $P(\bar{A}) = 0,65$
- b) $P(B|A) = 0,02$
- c) $P(B|\bar{A}) = 0,3$
- d) $P(B) = 0,9765$

Câu 4. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một trạm phát sóng được đặt tại vị trí $A(0; 1; 3)$ và có vùng phủ sóng là hình cầu bán kính bằng 5km . Một con đường thẳng được mô hình hóa bởi đường

thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Vectơ $\vec{u} = (1; 1; 2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d .
- b) Mặt cầu tâm $A(0; 1; 3)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$.
- c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Điểm H có hoành độ bằng $-\frac{2}{3}$.
- d) Đoạn đường nằm trong vùng phủ sóng dài $8,16\text{km}$ (kết quả được làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm yêu cầu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

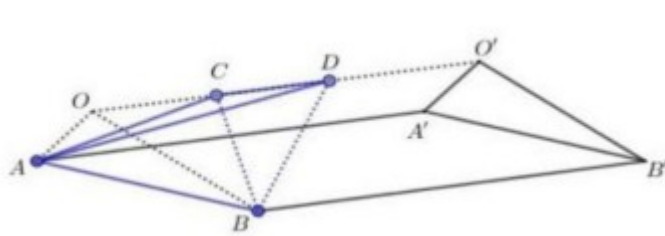
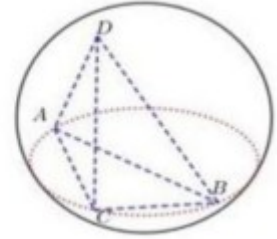
Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2\sqrt[3]{26}$, tam giác ABC vuông tại C và $\angle BAC = 60^\circ$, góc giữa cạnh bên BB' và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích của khối tứ diện $A'ABC$.

Câu 2. Theo thống kê tại một nhà máy Z , nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 tổ công nhân đi làm và mỗi tổ công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 tổ công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm/1 tổ/1 giờ.

Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \frac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một

tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là lớn nhất?

Câu 3. Ông An có một thanh đá thạch anh màu xanh ngọc dạng hình lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$, trong đó $OA = OB = 2 \text{ dm}$, $\angle AOB = 120^\circ$, $OO' = 4 \text{ dm}$. Ông mang thanh thạch anh này đến tiệm chuyên gia công và sản xuất đồ lưu niệm yêu cầu chủ tiệm phân chia thanh đá thành ba phần bởi hai mặt phẳng (CAB) và (DAB) sao cho tam giác CAB vuông, tam giác DAB đều. Sau đó, làm một quả cầu pha lê ngoại tiếp khối thạch anh $ABCD$ (4 điểm A, B, C, D thuộc mặt cầu, xem hình minh họa).

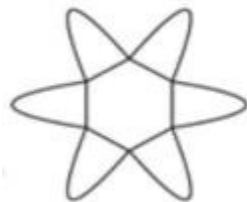
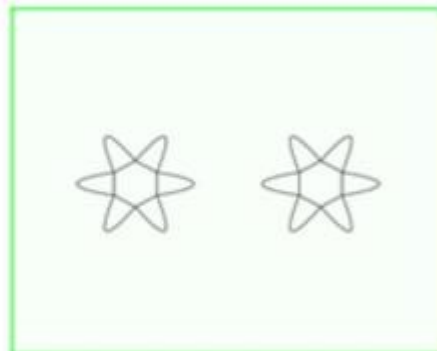


Chủ tiệm định giá tiền hoàn thành món hàng bằng bình phương thể tích khối thạch anh $ABCD$ (dm^3) cộng với bình phương bán kính mặt cầu (dm) ngoại tiếp khối đó rồi nhân với 60 nghìn đồng $\left((V_{ABCD}^2 + R^2) \cdot 60\,000 \right)$. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu nghìn đồng cho món đồ lưu niệm của mình?

Câu 4. Một nhà phân phối có thể thuê tối đa 3 chiếc xe tải loại A và 8 chiếc xe tải loại B để vận chuyển 100 chiếc máy giặt từ nhà máy sản xuất đến nơi tiêu thụ. Mỗi xe loại A chở được tối đa 20 máy giặt với giá cước 3 triệu đồng mỗi chuyến, mỗi xe loại B chở được tối đa 10 máy giặt với giá cước 2 triệu đồng mỗi chuyến. Nếu mỗi xe chỉ chở nhiều nhất một chuyến, số tiền cước tối thiểu (triệu đồng) mà nhà phân phối phải trả là bao nhiêu?

Câu 5. Đồ Tam hưởng là trò chơi dân gian có thưởng trong ngày Tết xưa ở một số địa phương. Trong trò chơi này, người chơi gieo đồng thời 3 con xúc xắc cân đối, đồng chất và người chơi thắng cuộc nếu trong ba con xúc xắc có ít nhất hai con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm. Biết rằng, xác suất để người chơi thắng ít nhất 3 ván trong 4 ván là $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $S = b - 650a$.

Câu 6. Để trang trí lên một bức tường hình chữ nhật kích thước $3\text{m} \times 4\text{m}$ trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2dm , vẽ một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3dm và nằm phía ngoài hình lục giác đều, đường parabol đó đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh (tham khảo hình vẽ bên).



Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước trên lên bức tường cần trang trí?

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I.

1. A	2. B	3. A	4. B	5. D	6. D	7. C	8. C	9. A	10. A	11. B	12. B
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------	-------

PHẦN II.

Câu hỏi	a)	b)	c)	d)
---------	----	----	----	----

Câu 1	Đ	S	S	Đ
Câu 2	S	Đ	Đ	S
Câu 3	S	S	S	Đ
Câu 4	S	Đ	S	Đ

PHẦN III.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
9	36	1030	17	347	34

ĐÁP ÁN CHI TIẾT**PHẦN III.**

Câu 1. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, M là trung điểm của AC .

Suy ra hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) là G hay $B'G \perp (ABC)$.

Vì BG là hình chiếu vuông góc của $B'G$ lên mặt phẳng (ABC)

Nên góc giữa BB' và mặt đáy (ABC) bằng góc giữa BB' và BG và bằng góc $\angle B'BG$. Suy ra $\angle B'BG = 60^\circ$.

Vì $A'B' \parallel (ABC)$ nên $d(A', (ABC)) = d(B', (ABC)) = B'G$.

Xét $\triangle BB'G$ vuông tại G có $BB' = AA' = 2\sqrt[3]{26}$ và $\angle B'BG = 60^\circ$

$$\sin \angle B'BG = \frac{B'G}{BB'} \Rightarrow B'G = 2\sqrt[3]{26} \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{26}$$

$$\text{Suy ra } d(A', (ABC)) = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{26}$$

$$BG = \sqrt{BB'^2 - B'G^2} = \sqrt[3]{26} \Rightarrow BM = \frac{3}{2}BG = \frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{26}$$

$$\triangle ACB \text{ vuông tại } C \text{ có } \tan \angle CAB = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}AC$$

$$\triangle MCB \text{ vuông tại } C \text{ có } MB^2 = BC^2 + MC^2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{26}\right)^2 = 3AC^2 + \frac{AC^2}{4} = \frac{13}{4}AC^2$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{3\sqrt{13}}{13} \sqrt[3]{26} \Rightarrow BC = \frac{3\sqrt{39}}{13} \cdot \sqrt[3]{26}$$

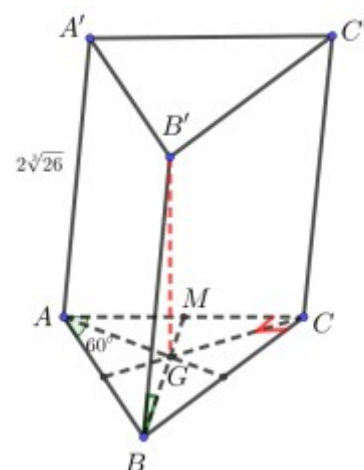
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{9\sqrt{3}}{26} \cdot \sqrt[3]{26^2} \quad \text{Vây} \quad V_{A'ABC} = \frac{1}{3} \cdot B'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{26} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{26} \cdot \sqrt[3]{26^2} = 9$$

Câu 2. Gọi số giờ làm tăng thêm mỗi tuần là t , $t \in \mathbb{N}$.

Số tổ công nhân bỏ việc là $\frac{t}{2}$ nên số tổ công nhân làm việc là $100 - \frac{t}{2}$ (tổ).

Năng suất của tổ công nhân còn $120 - \frac{5t}{2}$ sản phẩm một giờ.

Số thời gian làm việc một tuần là $40 + t = x$ (giờ).



$$\begin{cases} 40 + t > 0 \\ 120 - \frac{5t}{2} > 0 \Rightarrow t \in (-40; 48) \\ 100 - \frac{t}{2} > 0 \end{cases}$$

Để nhà máy hoạt động được thì

$$S = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t)$$

Số sản phẩm trong một tuần làm được:

$$f(t) = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{95(40 + t)^2 + 120(40 + t)}{4}$$

Số sản phẩm thu được là

$$\begin{aligned} f'(t) &= \frac{-1}{2} \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{5}{2} \left(100 - \frac{t}{2}\right) (40 + t) + \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) - \frac{95}{2} (40 + t) - 30 \\ &= \frac{15}{4} t^2 - \frac{1135}{2} t - 2330 \end{aligned}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = \frac{466}{3} (L) \end{cases}$$

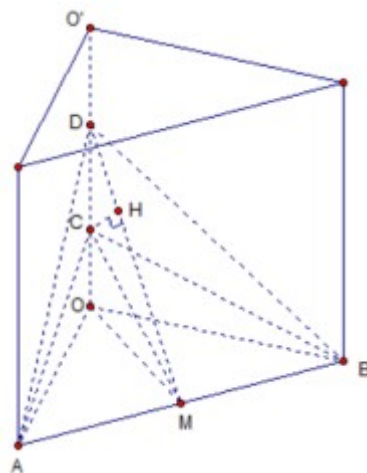
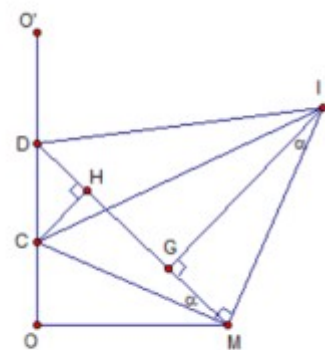
Ta có

Ta có BBT:

x	-40	-4	48
y'	$+$	0	$-$
y			

Dựa vào bảng biến thiên ta có số lượng sản phẩm thu được lớn nhất thì thời gian làm việc trong một tuần là $40 + (-4) = 36$

Câu 3.



Ta có: $AB = 2\sqrt{3}$, $CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$, $DA = DB = 2\sqrt{3}$, $CM = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$, $DM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 3$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin 120^\circ = \sqrt{3}, \quad S_{\triangle CAB} = \frac{1}{2} CA \cdot CB = 3, \quad S_{\triangle DAB} = \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$$

Gọi M là trung điểm của AB, suy ra: $AB \perp OM$, $AB \perp CM$, $AB \perp DM$.

Khi đó: $\widehat{C}MO = ((OAB), (CAB))$, $\widehat{D}MO = ((DAB), (OAB))$, $\alpha = ((CAB), (DAB))$.

Vì ΔOAB là hình chiếu của hai tam giác CAB và DAB trên mặt phẳng (OAB) .

Ta có: $\cos \widehat{C}MO = \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta CAB}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin \widehat{C}MO = \frac{\sqrt{6}}{3}$,

$\cos \widehat{D}MO = \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta DAB}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \widehat{D}MO = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\cos \alpha = \cos(\widehat{D}MO - \widehat{C}MO) = \cos \widehat{D}MO \cos \widehat{C}MO + \sin \widehat{D}MO \sin \widehat{C}MO = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$

$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5\sqrt{3}}{9}\right)^2} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5\sqrt{3}}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{9}$

Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với DM tại H , suy ra:

$\begin{cases} CH \perp DM \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow CH \perp (ABD) \Rightarrow CH$

là đường cao của tứ diện $ABCD$.

Suy ra: $V_{ABCD} = \frac{1}{3} CH \cdot S_{\Delta DAB} = \frac{1}{3} CM \sin \alpha \cdot S_{\Delta DAB} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{9} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow V_{ABCD}^2 = \frac{2}{3}$.

Mặt khác, gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Điểm M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CAB , suy ra: $IM \perp (ABC) \Rightarrow IM \perp CM$.

Điểm G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB , suy ra: $IG \perp (ABD) \Rightarrow IG \perp DM$.

Và điểm G cũng là trọng tâm tam giác DAB , $GM = \frac{1}{3} DM = 1$.

Ta có: $\widehat{GIM} + \widehat{GMI} = 90^\circ = \widehat{GMI} + \widehat{GMC} \Rightarrow \widehat{GIM} = \widehat{GMC} = \alpha$.

Suy ra: $GI = GM \cot \alpha = \cot \alpha = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R^2 = DI^2 = DG^2 + GI^2 = 2^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{33}{2}$.

Vậy số tiền ông An phải trả là $\left(\frac{2}{3} + \frac{33}{2}\right) \cdot 60\,000 = 1\,030\,000$ đồng.

Câu 4. Gọi x là số chuyến xe loại A được thuê. Điều kiện: $0 \leq x \leq 3$

Gọi y là số chuyến xe loại B được thuê. Điều kiện: $0 \leq y \leq 8$

Vì x, y là số chuyến và chỉ chở nhiều nhất một chuyến nên x và y cũng là số xe được thuê.

Mỗi xe loại A chở được tối đa 20 máy giặt, mỗi xe loại B chở được tối đa 10 máy giặt và tổng số máy giặt cần vận chuyển là 100.

Ta thiết lập được bất phương trình $20x + 10y \geq 100 \Leftrightarrow 2x + y \geq 10$

Giá cước xe loại A: 3 triệu đồng/chuyến, giá cước xe loại B: 2 triệu đồng/chuyến.

Số tiền cước là $F(x, y) = 3x + 2y$

Bài toán trở thành: Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn hệ điều kiện:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 2x + y \geq 10 \end{cases}$$

sao cho hàm $F(x, y) = 3x + 2y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tam giác ABC với $A(3; 8)$; $B(3; 4)$; $C(1; 8)$

$$F(3; 8) = 9 + 16 = 25$$

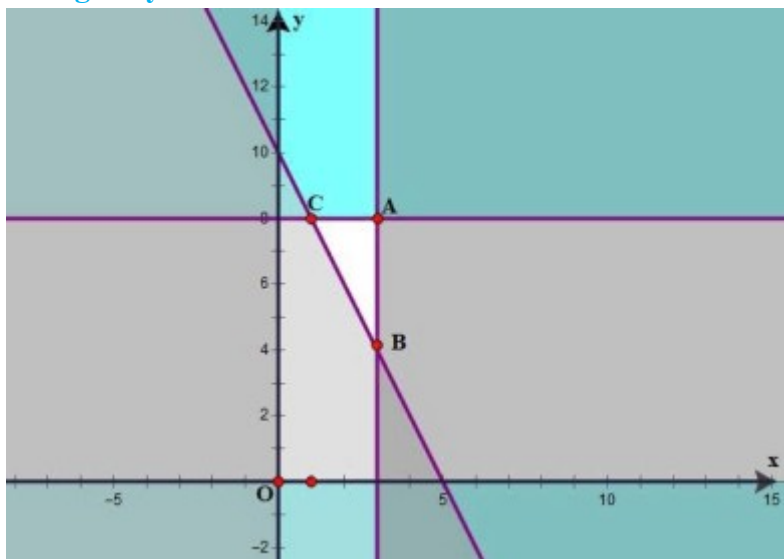
$$F(3; 4) = 9 + 8 = 17$$

$$F(1; 8) = 3 + 16 = 19$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm $F(x, y)$ là 17, đạt được tại đỉnh $B(3; 4)$.

Câu 5. Gọi A là biến cố thắng trong 1 ván.

Vì người chơi thắng cuộc nếu trong ba



$$P(A) = C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{2}{27}$$

con xúc xắc có ít nhất hai con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm nên

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{25}{27}$$

Vì các ván chơi là độc lập nên người chơi thắng ít nhất 3 ván trong 4 ván có xác suất:

$$C_4^3 \left(\frac{2}{27}\right)^3 \cdot \frac{25}{27} + \left(\frac{2}{27}\right)^4 = \frac{272}{177147}$$

$$\text{Vậy } S = b - 650a = 347$$

Câu 6. Để tính diện tích một cánh hoa, ta gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cánh hoa đó, có gốc tọa độ O là trung điểm cạnh của lục giác đều, trục Ox trùng với cạnh, trục Oy đi qua đỉnh của parabol.

Vì parabol có đỉnh $I(0; 3)$, nhận trục tung làm trục đối xứng và đi qua điểm $A(1; 0)$ nên có phương trình $y = -3x^2 + 3$.

$$S = \int_{-1}^1 |-3x^2 + 3| dx = 4 \text{ dm}^2$$

Khi đó, diện tích một cánh hoa là

Diện tích của một hình chính là tổng diện tích của lục giác đều cạnh 2 dm với 6 cánh hoa, nên ta có:

$$S_{\text{hình}} = 6 \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} + 6 \cdot 4 = 24 + 6\sqrt{3} (\text{dm}^2)$$

$$\text{Diện tích bức tường: } S = 30 \cdot 40 = 1200 (\text{dm}^2)$$

Bạn Hoa có thể vẽ tối đa số hình có cùng kích thước lên bức tường trang trí là: $\frac{1200}{24 + 6\sqrt{3}} \approx 34,9$. Vậy Hoa có thể vẽ tối đa 34 hình.

ĐỀ 2

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
CỤM TRƯỜNG TP HCM
MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$?

A. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{x-3}{x-1}$. C. $y = 2x^2 - 4x$. D. $y = -x^3 + 12x + 5$.

Câu 2. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $(-1, 0)$. D. $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2026$ là

- A. $F(x) = x^2 + e^x + 2024$. B. $F(x) = x^2 + e^x - 2026$.
C. $F(x) = x^2 + e^x + 2027$. D. $F(x) = x^2 + e^x + 2025$.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng qua ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -2; -1)$ và $C(2; 0; 2)$ có một véc tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (1; 1; 0)$. B. $\vec{n} = (1; 0; 1)$. C. $\vec{n} = (1; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

Câu 5. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1; -4; 3)$ và mặt phẳng $(P): 5x - y + 2z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa điểm M, song song trục Oy đồng thời vuông góc mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (Q) là

- A. $2x - 5z - 13 = 0$. B. $2x + 5z - 13 = 0$. C. $2x + 5z + 13 = 0$. D. $2x - 5z - 13 = 0$.

Câu 6. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -4; 4)$ và $B(3; 2; 6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + 3y - z - 4 = 0$. B. $x - 3y + z + 4 = 0$. C. $x + 3y + z - 4 = 0$. D. $x - 3y - z + 4 = 0$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1 . B. 0 . C. 2 . D. 3 .

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0.5}(x-1) > 1$ là

- A. $(1; \frac{3}{2})$. B. $(-\infty; -\frac{3}{2})$. C. $(\frac{3}{2}; +\infty)$. D. $(-\infty; \frac{3}{2})$.

Câu 9. Phương trình $3^x = 5^{x+2}$ có nghiệm là $x = m \cdot \log_5 5^n$ (m, n là các số nguyên). Giá trị của tích $m \cdot n$ bằng

- A. 2 . B. -2 . C. -4 . D. 3 .

Câu 10. Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 1$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 3 . C. $4\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 11. Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc (phút)	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 5,28 . B. 4,51 . C. 2,25 . D. 3,89 .

Câu 12. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D'. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (A'CD'). B. (A'BD). C. (A'C'D). D. (A'B'CD).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Gọi P (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi. Vậy hàm cầu là $p(x) = -\frac{1}{200}x + 19$.
- b) Công ty giảm giá $4,5$ (triệu đồng)/ti vi cho người mua thì doanh thu của công ty là lớn nhất, biết doanh thu kí hiệu là $R(x) = x \cdot p(x)$ (triệu đồng), trong đó $p(x)$ là hàm cầu và x là số ti vi.
- c) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, vậy có 2300 ti vi được bán ra thì lợi nhuận là cao nhất.
- d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng/ti vi để lợi nhuận là lớn nhất.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị là (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).
- b) Điểm $I(-2; 3)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C).
- c) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt.
- d) Đường thẳng $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A và B, đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm C và D. Nếu ABCD là hình bình hành thì giá trị của m khi đó lớn hơn 5.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$ và $C(2; 0; -2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tọa độ điểm I thỏa hệ thức $3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ là $I(\frac{5}{2}; 3; \frac{3}{2})$.
- b) Điểm $H(a; b; c)$ là chân đường cao kẻ từ B lên cạnh AC của tam giác ABC. Khi đó, $5(a + c) = 7$.
- c) Điểm $C'(m; n; k)$ đối xứng với C qua mặt phẳng Oxy. Khi đó, $m + n + k = 4$.
- d) Trên mặt phẳng (Oxy) lấy hai điểm P, Q sao cho $PQ = 2$. Khi đó, giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |AP - CQ|$ bằng 3.

Câu 4. Thống kê cho thấy trong năm 2023 có 9% học sinh xét tuyển Đại học bằng chứng chỉ IELTS, 30% học sinh xét bằng điểm thi đánh giá năng lực. Có 5% học sinh xét tuyển bằng cả hai hình thức trên.

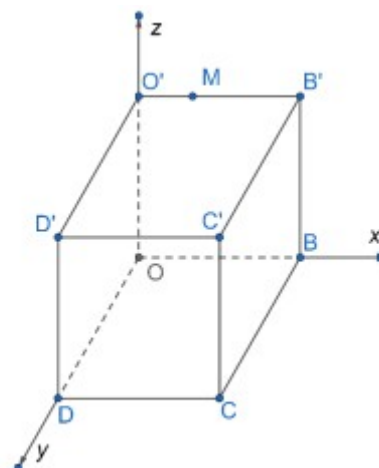
Chọn ngẫu nhiên một học sinh, gọi A là biến cố học sinh xét tuyển bằng chứng chỉ IELTS, B là biến cố học sinh xét điểm bằng điểm thi đánh giá năng lực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Biến cố $A \cup B$ là biến cố học sinh xét bằng cả hai hình thức IELTS và đánh giá năng lực.
- b) Xác suất để biến cố A xảy ra là $0,9$.
- c) Xác suất để biến cố “Học sinh xét Đại học bằng chứng chỉ IELTS và bằng điểm thi đánh giá năng lực” bằng $0,05$.
- d) Xác suất để học sinh đó không tham gia xét tuyển bằng hai hình thức trên bằng $0,66$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm yêu cầu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.

Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình lập phương $OB'CD \cdot O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox ,

điểm B thuộc tia Oy , và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$. Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

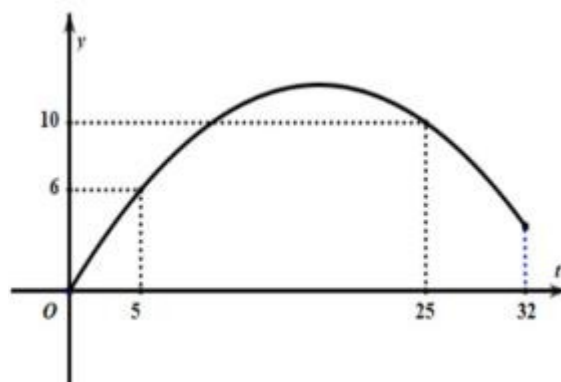
Câu 3. Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với

vận tốc lần lượt là v_A và v_B . Trong khoảng thời gian 32

giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t$ (m / s) ;

$v_B = at^2 + bt$ (m / s) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây).

Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ bên.

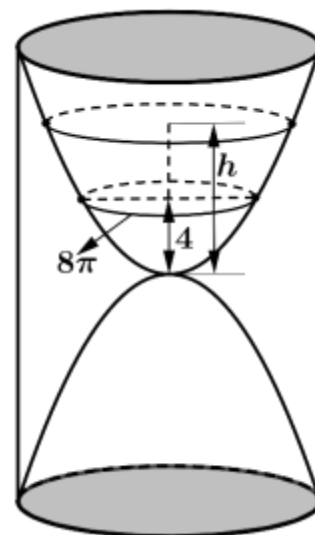


Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau bao nhiêu mét?

Câu 4. Bạn Nam cần thiết kế hai dụng cụ học tập A và B; Mỗi dụng cụ học tập A cần 9 giờ công để chế tạo và 1 giờ công để hoàn thiện. Mỗi dụng cụ học tập B cần 12 giờ công để chế tạo và 3 giờ công để hoàn thiện. Thời gian làm dụng cụ học tập tối đa ở các khâu chế tạo và hoàn thiện lần lượt là 180 giờ và 30 giờ. Bạn Nam kiếm được lợi nhuận 80 nghìn đồng trên mỗi mẫu A và 120 nghìn đồng trên mỗi mẫu B; Bạn Nam cần lên kế hoạch thiết kế số lượng dụng cụ học tập mỗi loại sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất trong thời gian cho phép. Hỏi số tiền (nghìn đồng) bạn Nam có được là bao nhiêu?

Câu 5. Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ba học sinh Đức, Hoàng và Kiên mỗi bạn độc lập với hai người kia viết ngẫu nhiên ra một tập con của E có đúng 2 phần tử. Tính xác suất để ba tập hợp được viết ra có đúng một phần tử thuộc cả ba tập đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 6. Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng với nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu, lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì



chiều cao của mực cát bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của ống cát bên đó (xem hình vẽ).

Cát chảy từ trên xuống dưới với tốc độ $v(t) = 0,2t + 13$ (cm³/phút). Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi bằng 8π cm. Biết sau 20 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài bằng bao nhiêu centimet? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

PHẦN I.

1. A	2. B	3. D	4. A	5. A	6. C	7. C	8. A	9. B	10. C	11. D	12. C
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------	-------

PHẦN II.

Câu hỏi	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Đ	Đ	S	S
Câu 2	S	Đ	S	Đ
Câu 3	S	Đ	Đ	S
Câu 4	S	S	Đ	Đ

PHẦN III.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
4,95	6	120	1680	0.21	20.7

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN III.

Câu 1. Ta có $S_{EFGH} = S_{ABCD} - (S_{AHE} + S_{DHG} + S_{GCF} + S_{EBF})$.

Để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất thì

$S_{AHE} + S_{DHG} + S_{GCF}$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $S_{AHE} = \frac{1}{2} AE \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x = x$;

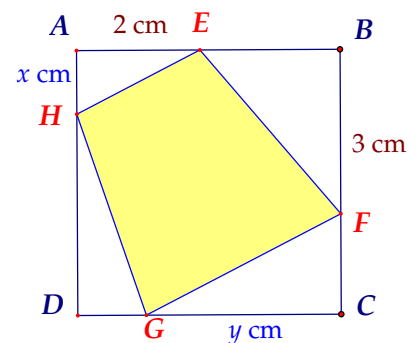
$S_{DHG} = \frac{1}{2} DH \cdot DG = \frac{1}{2} (6-x)(6-y)$; $S_{GCF} = \frac{1}{2} CG \cdot CF = \frac{1}{2} 3y$.

Đặt $S = S_{AHE} + S_{DHG} + S_{GCF}$ thì $S = \frac{1}{2} (2x + 3y + 36 - 6x - 6y + xy)$
 $= \frac{1}{2} (36 + xy - 4x - 3y)$ (1).

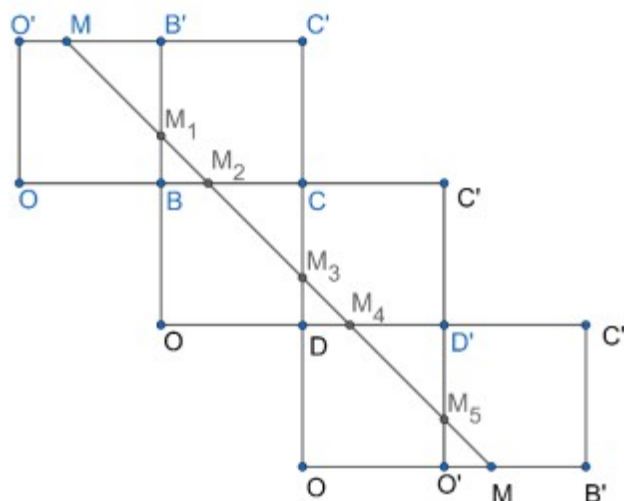
Mặt khác ta lại có $\triangle AEH \sim \triangle CGF \Rightarrow \frac{AH}{CF} = \frac{AE}{CG} \Rightarrow xy = 6$ (2).

Thay (2) vào (1) ta có $S = \frac{1}{2} \left(42 - 4x - \frac{18}{x} \right)$, suy ra $\max S = S \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$.

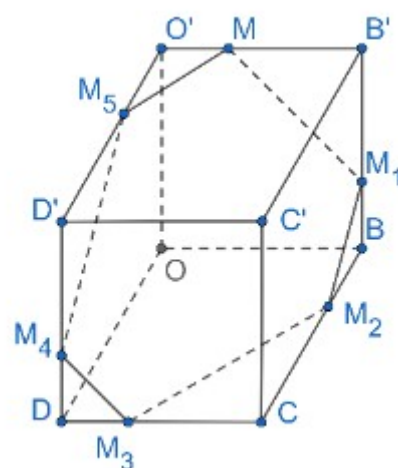
Khi $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ thì $y = 2\sqrt{2}$. Vậy $x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2} \approx 4,95$.



Câu 2. Trải phẳng ta có:



Khi
ta
Vẽ
mặt



đó
có:

phẳng $(Oxy) \equiv (OBCD); (Oxz) \equiv (OBB'O'); (Ozy) \equiv (OO'D'D)$ các điểm trên các mặt phẳng trên không thỏa mãn yêu cầu có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương.

Cho nên ta chỉ đếm các điểm có hoành độ dương trên các đoạn thẳng: $M_1M_2; M_3M_4; M_5M$.

Ta có tọa độ các điểm như sau: $M(3;0;9); M_1(9,0,3); M_2(9,3,0); M_3(3,9,0); M_4(0,9,3); M_5(0,3,9)$.

Phương trình đường thẳng M_1M_2 là $\begin{cases} x=9 \\ y=t \\ z=3-t, 0 < t < 3 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng M_3M_4 là $\begin{cases} x=3-t \\ y=9 \\ z=t, 0 < t < 3 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng M_5M_0 là $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=9, 0 < t < 3 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases}$.

Khi đó có 6 điểm thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = at^2 + bt$ đi qua điểm $A(5;6); B(25;10)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 25a + 5b = 6 \\ 625a + 25b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{25} \\ b = \frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow y = v_B = -\frac{1}{25}t^2 + \frac{7}{5}t$$

Quãng đường sau 30 giây mà vận động viên A chạy được: $S_1 = \int_0^{30} \left(\frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t \right) dt = 150$.

Quãng đường sau 30 giây mà vận động viên B chạy được: $S_2 = \int_0^{30} \left(-\frac{1}{25}t^2 + \frac{7}{5}t \right) dt = 270$.

Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng $S_1 - S_2 = 120$ m.

Câu 4. Gọi x, y (dụng cụ) lần lượt là số dụng cụ học tập A và B. Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$.

Theo đề ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 9x + 12y \leq 180 \\ x + 3y \leq 30 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác OABC

với $O(0;0), A(20;0), B(12;6), C(0;10)$.

Gọi F (nghìn đồng) là lợi nhuận thu được.

Khi đó $F = 80x + 120y$.

Tại $O(0;0): F = 80 \cdot 0 + 120 \cdot 0 = 0$

Tại $A(20;0): F = 80 \cdot 20 + 120 \cdot 0 = 1600$

Tại $B(12;6): F = 80 \cdot 12 + 120 \cdot 6 = 1680$

Tại $C(0;10): F = 80 \cdot 0 + 120 \cdot 10 = 1200$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 1680 tại đỉnh $B(12;6)$.

Vậy số tiền bạn Nam có được là 1680 nghìn đồng.

Câu 5. Giả sử, ba tập hợp được viết ra bởi ba bạn Đức, Hoàng, Kiên là A, B, C .

Không gian mẫu Ω : Mỗi bạn độc lập với nhau viết ngẫu nhiên ra một tập con của E có đúng 2 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = C_6^2 \cdot C_6^2 \cdot C_6^2 = 15^3$.

Gọi X là biến cố ba tập hợp được viết ra có đúng một phần tử thuộc cả ba tập đó.

Đặt $S = A \cap B \cap C$. Ta có $n(S) = 1$ nên số cách chọn phần tử cho S là 6 cách.

$$\begin{cases} (A \cap B) \setminus S = \emptyset \\ (A \cap C) \setminus S = \emptyset \\ (B \cap C) \setminus S = \emptyset \end{cases}$$

TH1: , nghĩa là phần tử thứ 2 của cả ba tập hợp A, B, C không trùng nhau thì số cách chọn phần tử thứ 2 cho A, B, C là $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

TH2: Trong 3 tập $(A \cap B) \setminus S, (A \cap C) \setminus S, (B \cap C) \setminus S$, có ít nhất một tập khác $\emptyset$.

Giả sử: $(A \cap B) \setminus S \neq \emptyset$.

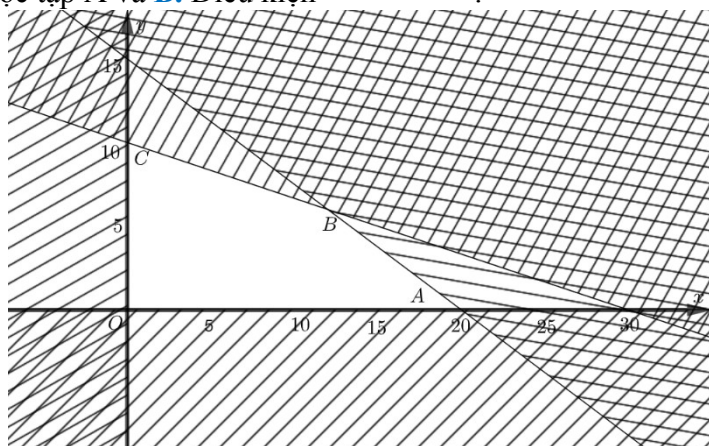
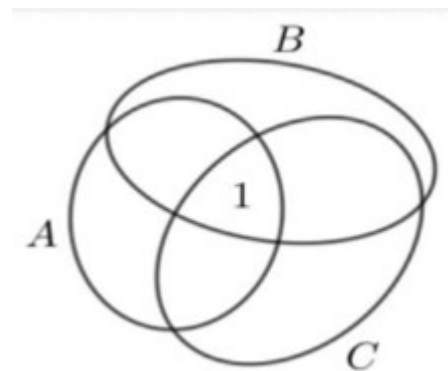
Vì $n(S) = 1, n(A) = n(B) = 2$ nên $A = B$ và phần tử thứ 2 của C không thuộc A, B
 $\Rightarrow (A \cap C) \setminus S = (B \cap C) \setminus S = \emptyset$.

Do đó, số cách chọn phần tử thứ 2 cho A, B, C là $5 \cdot 4 = 20$.

Tương tự cho hai trường hợp $(A \cap C) \setminus S \neq \emptyset$ và $(B \cap C) \setminus S \neq \emptyset$, ta có số cách tính của TH2 là $20 \cdot 3 = 60$.

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{6 \cdot (60 + 60)}{15^3} \approx 0,21$$

Vậy xác suất cần tìm là



Câu 6. Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi

$$P = 8\pi \text{ cm}, \text{ suy ra bán kính đường tròn } r = \frac{P}{2\pi} = \frac{8\pi}{2\pi} = 4\text{cm}.$$

Trong mặt phẳng thiết diện, ta gán hệ trục tọa độ Oxy , có gốc tọa độ O là đỉnh của parabol, trục Ox trùng với trục của hình trụ, chiều dương hướng lên trên, trục Oy nằm trong mặt phẳng nằm ngang.

Với hệ trục tọa độ được gán như trên, ta có phương trình của parabol có dạng $(P): y^2 = 2px$. Vì chiều cao của cát bằng 4cm tương ứng với bán kính đường tròn bằng 4cm nên ta có điểm $A(4;4) \in (P) \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (P): y^2 = 4x$.

Thể tích phần cát trong bình chính là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng tạo bởi parabol (P) , trục Ox và hai đường thẳng $x=0, x=h$, nên ta có:

$$\int_0^{20} v(t) dt = \pi \int_0^h 4x dx \Leftrightarrow \int_0^{20} (0, 2t + 13) dt = 2\pi x^2 \Big|_0^h \Leftrightarrow 300 = 2\pi h^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{\frac{150}{\pi}} \text{ cm}.$$

$$\text{Vậy chiều cao của khối trụ bên ngoài là } 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{150}{\pi}} \approx 20,7 \text{ cm}.$$

ĐỀ 3

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
CỤM TRƯỜNG TP HCM
MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2; 0; 1)$. **B.** $(2; -2; 0)$. **C.** $(0; -2; 1)$. **D.** $(0; 0; 1)$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số cộng là

A. $u_1 = -16$. **B.** $u_1 = -\frac{1}{16}$. **C.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **D.** $u_1 = 16$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) < 2$ là

A. $(1; 101)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(1; 7)$.

Câu 5. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 4; 2)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$. **B.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5$.
C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$. **D.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 7. Cân nặng của 30 người trưởng thành được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu gốc thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [60 ; 70). **B.** [70 ; 80). **C.** [80 ; 90). **D.** [90 ; 100).

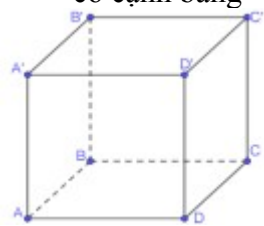
Câu 8. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \ln x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{7}} x$. **C.** $y = \left(\frac{\pi}{6}\right)^x$. **D.** $y = e^x$.

Câu 9. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 6$ **B.** $S = 7$. **C.** $S = 8$ **D.** $S = 9$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Giá trị $\sin$ của góc nhị diện $[A', BD, A]$

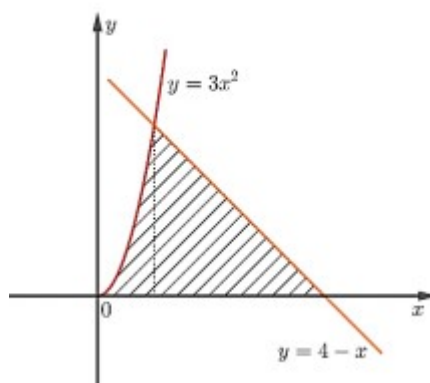


A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Gọi φ là góc giữa Δ và (P) . Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{5}{9}$ **B.** $\sin \varphi = \frac{7}{9}$ **C.** $\sin \varphi = \frac{1}{9}$ **D.** $\sin \varphi = \frac{1}{3}$.

Câu 12. Gọi (H) là phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành.



Diện tích của (H) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{11}{2}$ **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** $\frac{13}{2}$ **D.** $\frac{7}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^x - 3x + 1$.

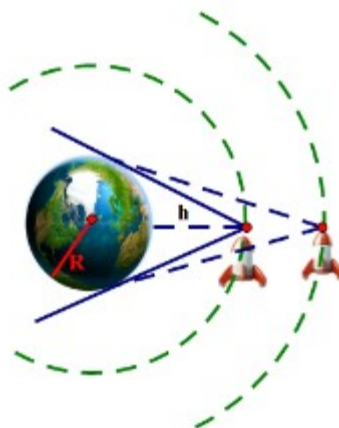
a) $f(0) = 2, f(2) = e^2 - 5$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x - 3$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{e}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $4 - 3\ln 3$.

Câu 2. Ta coi Trái Đất là hình cầu hoàn hảo với bán kính $R = 6370 \text{ km}$ và diện tích toàn phần là $S = 4\pi R^2$. Các phi hành gia từ tàu vũ trụ chỉ có thể nhìn thấy một phần bề mặt Trái Đất. Ở độ cao h , phần diện tích Trái Đất các phi hành gia có thể nhìn thấy sẽ được tính theo công thức $S_T = 2\pi R^2 \left(1 - \frac{R}{R+h}\right)$, trong đó R là bán kính Trái Đất. Gọi K là tỷ số diện tích bề mặt Trái Đất nhìn thấy được ở độ cao h với diện tích toàn phần của Trái Đất.



a) Công thức tính K là: $K = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{h}{R+h}\right)$.

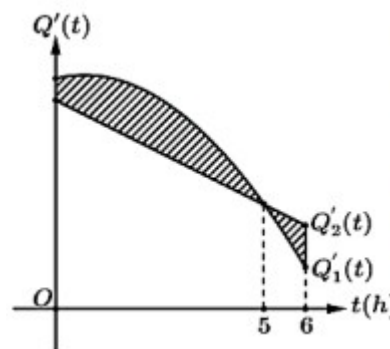
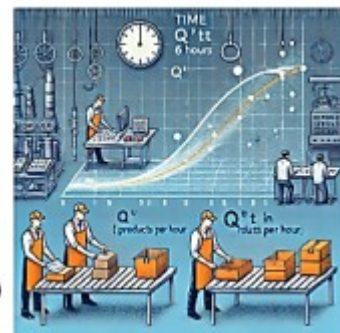
b) Trong một chuyến bay của tàu con thoi, các phi hành gia đã thực hiện một hoạt động ngoài tàu ở độ cao 280 km. Có 2,5% (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) diện tích bề mặt Trái Đất có thể nhìn thấy ở độ cao đó.

c) Muốn nhìn thấy $\frac{1}{4}$ diện tích bề mặt Trái Đất, các phi hành gia cần đưa tàu con thoi đạt đến độ cao 6470 km.

d) Khi độ cao h càng tăng lên thì K càng tăng nhưng không vượt quá 50%.

Câu 3. Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân tại một nhà máy trong thời gian 6 giờ. Công nhân A đang sản xuất

với hiệu suất $Q'_1(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q'_2(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$



mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A và công nhân B sau t giờ.

a) Hiệu suất làm việc cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.

b) Phần diện tích bị gạch sọc biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.

c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 50^2 sản phẩm.

Câu 4. Hệ thống kiểm soát nội dung của một mạng xã hội tự động đánh dấu các bài đăng vi phạm tiêu chuẩn cộng đồng. Thống kê cho thấy có 25% số bài đăng bị hệ thống đánh dấu. Trong số các bài đăng bị đánh dấu, có 12% là đánh dấu nhầm (không vi phạm). Trong số các bài đăng không bị đánh dấu, vẫn có 6% bài thực tế là vi phạm. Chọn ngẫu nhiên một bài đăng trên mạng xã hội này.

a) Xác suất để bài đăng đó không bị hệ thống đánh dấu là $0,75$.

b) Xác suất để bài đăng đó là vi phạm, biết rằng nó không bị đánh dấu bằng $0,1$.

c) Xác suất để bài đăng đó là vi phạm tiêu chuẩn cộng đồng bằng $0,265$.

d) Xác suất bài đăng bị đánh dấu, biết rằng nó là bài đăng vi phạm, xấp xỉ $0,83$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^+; 1 \leq x \leq 5000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,02x^2 + 600x$ (nghìn đồng), trong khi

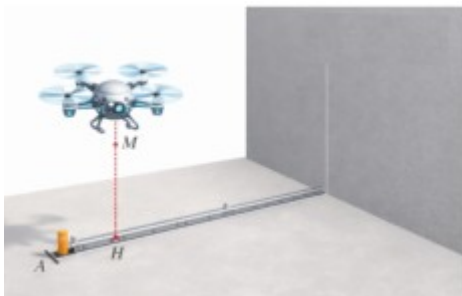
$$G(x) = \frac{40000}{x} + 400$$

chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 150 triệu đồng?

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB = 9$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH = 6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

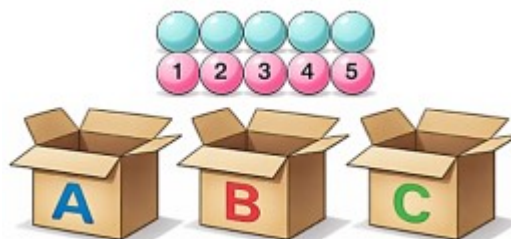
Câu 3. Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai gói sản phẩm là Combo 1 và Combo 2. Combo 1 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm một cốc nước cam và một chiếc bánh ngọt. Combo 2 có giá 70 nghìn đồng, bao gồm một cốc nước cam và hai chiếc bánh ngọt. Biết rằng câu lạc bộ chỉ chuẩn bị được tối đa 100 cốc nước cam và 160 chiếc bánh ngọt. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 4. Trong một nhà xưởng, mặt sàn được coi là mặt phẳng (Oxy) , xét trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị mét. Trên sàn có một cột mốc cố định $A(-2; 6; 0)$. Một thiết bị bay (robot) kiểm tra đang ở vị trí $M(4; -2; 3)$.

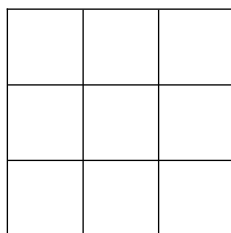


Người ta lắp một thanh ray dẫn được mô hình hóa là đường thẳng d nằm trên mặt sàn (Oxy) và luôn đi qua mốc A (thanh ray có thể xoay theo nhiều hướng khác nhau trên sàn). Từ thiết bị M , hệ thống hạ một tia vuông góc xuống thanh ray d ; chân đường vuông góc là H . Trong xưởng có một vách an toàn (α) được mô hình hóa bởi mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 8z = 0$. Hỏi khi thay đổi hướng đặt thanh ray d , khoảng cách nhỏ nhất từ điểm H đến vách (α) bằng bao nhiêu (m)?

- Câu 5.** Bỏ 5 quả bóng màu xanh giống nhau và 5 quả bóng màu hồng được đánh số từ 1 tới 5 vào 3 chiếc hộp A , B , C . Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện sao cho không có quá 3 quả bóng xanh trong 1 hộp, đồng thời có một hộp chứa các quả bóng hồng mang số theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ít nhất 3 số hạng, biết rằng bất kì hộp nào cũng có thể để trống và không có sự phân biệt thứ tự các quả bóng trong mỗi hộp?



- Câu 6.** Xét một bảng ô vuông kích thước 3×3 . Mỗi ô được điền ngẫu nhiên và độc lập một giá trị từ tập $\{-1; 0; 1\}$.



Biết rằng tổng các số trên mỗi hàng đều bằng 0.

Gọi P là xác suất để tổng các số trên mỗi cột cũng đều bằng 0. Tính giá trị của $3430P$.

... Hết ...

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	D	A	B	A	A	C	B	C	B	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm. ZZ
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1063	3,67	5800	15	756	310

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN II

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^x - 3x + 1$.

a) $f(0) = 2, f(2) = e^2 - 5$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x - 3$

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{e}$

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là $4 - 3\ln 3$

Lời giải

a) **Đúng.** Ta có: $f(0) = e^0 - 3 \cdot 0 + 1 = 2; f(2) = e^2 - 5$

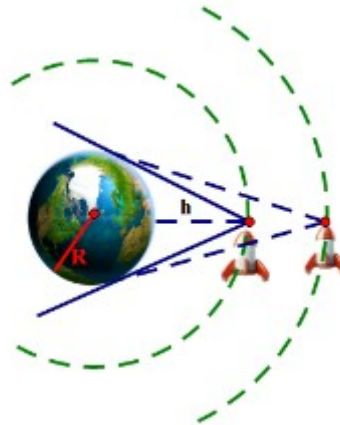
b) **Đúng.** $f'(x) = e^x - 3$

c) **Sai.** Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x - 3 = 0 \Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln 3$

d) **Đúng.** Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 3 \in (0; 2)$
 $f(0) = 2; f(2) = e^2 - 5; f(\ln 3) = 4 - 3\ln 3$

GTNN của $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng $4 - 3\ln 3$

Câu 2. Ta coi Trái Đất là hình cầu hoàn hảo với bán kính $R = 6370 \text{ km}$ và diện tích toàn phần là $S = 4\pi R^2$. Các phi hành gia từ tàu vũ trụ chỉ có thể nhìn thấy một phần bề mặt Trái Đất. Ở độ cao h , phần diện tích Trái Đất các phi hành gia có thể nhìn thấy sẽ được tính theo công thức $S_T = 2\pi R^2 \left(1 - \frac{R}{R+h}\right)$, trong đó R là bán kính Trái Đất. Gọi K là tỷ số diện tích bề mặt Trái Đất nhìn thấy được ở độ cao h với diện tích toàn phần của Trái Đất.



$$K = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{h}{R+h}\right)$$

a) Công thức tính K là:

b) Trong một chuyến bay của tàu con thoi, các phi hành gia đã thực hiện một hoạt động ngoài tàu ở độ cao 280 km. Có $2,5\%$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) diện tích bề mặt Trái Đất có thể nhìn thấy ở độ cao đó.

c) Muốn nhìn thấy $\frac{1}{4}$ diện tích bề mặt Trái Đất, các phi hành gia cần đưa tàu con thoi đạt đến độ cao 6470 km.

d) Khi độ cao h càng tăng lên thì K càng tăng nhưng không vượt quá 50% .

Lời giải

$$K = \frac{S_T}{S} = \frac{2\pi R^2 \left(1 - \frac{R}{R+h}\right)}{4\pi R^2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R}{R+h}\right)$$

a) Sai. Ta có

b) Sai. Ở độ cao $h = 280$ km, tỉ lệ diện tích bề mặt Trái Đất có thể nhìn thấy là

$$K = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{6370}{6370+280}\right) \approx 2,1\%$$

c) Sai. Muốn nhìn thấy $\frac{1}{4}$ diện tích bề mặt Trái Đất thì

$$K = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R}{R+h}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{R}{R+h} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{R}{R+h} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow R+h = 2R \Leftrightarrow h = R = 6370(\text{km})$$

$$K'(h) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{(R+h)^2} > 0, \forall h > 0$$

d) Đúng. Ta có

Suy ra $K(h)$ là đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên K luôn tăng khi h tăng.

$$\lim_{h \rightarrow +\infty} K = \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R}{R+h}\right) = \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\frac{R}{h}}{\frac{R}{h} + 1}\right) = \frac{1}{2} = 50$$

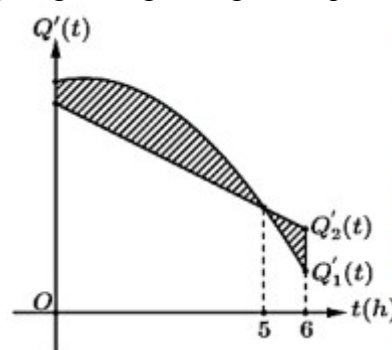
+) Ta có

Vậy khi độ cao h càng tăng lên thì K càng tăng nhưng không vượt quá 50.

Câu 3.

Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân tại một nhà máy trong thời gian 6 giờ. Công nhân A đang sản xuất

với hiệu suất $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q_2'(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$



mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A và công nhân B sau t giờ.

a) Hiệu suất làm việc cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.

b) Phần diện tích bị gạch sọc biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.

c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

Lời giải.

a) Mệnh đề đúng.

Hiệu suất làm việc của công nhân A là: $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58 = -2(t-1)^2 + 60 \leq 60, t \in [0; 6]$.

Vậy hiệu suất làm việc cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ; khi đó $t = 1$.

b) Mệnh đề sai.

$$S = \int_0^6 |Q_1'(t) - Q_2'(t)| dt$$

Diện tích phần gạch sọc là

không biểu diễn cho tổng số lượng sản

phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.

c) Mệnh đề đúng.

Dựa vào các đồ thị hàm số, ta có $Q_1'(5) = Q_2'(5) \Leftrightarrow -2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 58 = 53 + 5a \Leftrightarrow a = -5$.

Do đó $Q_2'(5) = 53 - 5t$.

Sau 5 giờ, sự chênh lệch về số lượng sản phẩm mới của hai công nhân A và B là:

$$\int_0^5 Q_1'(t) dt - \int_0^5 Q_2'(t) dt = \int_0^5 (-2t^2 + 4t + 58) dt - \int_0^5 (53 - 5t) dt = \frac{325}{6} \approx 54 \quad (\text{sản phẩm}).$$

d) Mệnh đề sai.

Tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được sau 6 giờ là:

$$\int_0^6 Q_1'(t) dt + \int_0^6 Q_2'(t) dt = \int_0^6 (-2t^2 + 4t + 58) dt + \int_0^6 (53 - 5t) dt = 504 \quad (\text{sản phẩm}).$$

Câu 4. Hệ thống kiểm soát nội dung của một mạng xã hội tự động đánh dấu các bài đăng vi phạm tiêu chuẩn cộng đồng. Thống kê cho thấy có 25% số bài đăng bị hệ thống đánh dấu. Trong số các bài đăng bị đánh dấu, có 12% là đánh dấu nhầm (không vi phạm). Trong số các bài đăng không bị đánh dấu, vẫn có 6% bài thực tế là vi phạm. Chọn ngẫu nhiên một bài đăng trên mạng xã hội này.

- a) Xác suất để bài đăng đó không bị hệ thống đánh dấu là 0,75.
- b) Xác suất để bài đăng đó là vi phạm, biết rằng nó không bị đánh dấu bằng 0,1.
- c) Xác suất để bài đăng đó là vi phạm tiêu chuẩn cộng đồng bằng 0,265.
- d) Xác suất bài đăng bị đánh dấu, biết rằng nó là bài đăng vi phạm, xấp xỉ 0,83.

Lời giải.

Gọi M là biến cố bài đăng bị đánh dấu, V là biến cố bài đăng vi phạm. Theo đề bài:

$$P(M) = 0,25 \Rightarrow P(\bar{M}) = 0,75 \quad P(\bar{V} | M) = 0,12 \Rightarrow P(V | M) = 0,88$$

$$P(V | \bar{M}) = 0,06 \Rightarrow P(\bar{V} | \bar{M}) = 0,94$$

a) $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,25 = 0,75$. (Đúng)

b) Xác suất bài vi phạm khi biết không bị đánh dấu là $P(V | \bar{M}) = 0,06 \neq 0,1$. (Sai)

c) Xác suất bài đăng vi phạm là

$$P(V) = P(V | M)P(M) + P(V | \bar{M})P(\bar{M}) = 0,88 \times 0,25 + 0,06 \times 0,75 = 0,22 + 0,045 = 0,265$$

(Đúng)

d) Xác suất bài bị đánh dấu khi biết là vi phạm là

$$P(M | V) = \frac{P(M \cap V)}{P(V)} = \frac{0,88 \times 0,25}{0,265} = \frac{0,22}{0,265} \approx 0,8302 \approx 0,83$$

. (Đúng)

PHẦN III

Câu 1. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^+$; $1 \leq x \leq 5000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,02x^2 + 600x$ (nghìn đồng), trong khi

$$G(x) = \frac{40000}{x} + 400$$

chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 150 triệu đồng?

Lời giải.

Đáp số: 1063

Lợi nhuận được tính bởi công thức:

$$L(x) = F(x) - x.G(x) = (-0,02x^2 + 600x) - (40000 + 400x) = -0,02x^2 + 200x - 40000 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Để lợi nhuận lớn hơn 150 triệu đồng (tức là 150000 nghìn đồng), ta có bất phương trình:

$$-0,02x^2 + 200x - 40000 > 150000 \Leftrightarrow -0,02x^2 + 200x - 190000 > 0$$

Giải bất phương trình bậc hai này, ta tìm được nghiệm xấp xỉ là $1062,99 < x < 8937,01$.
 Vì x nguyên dương và cần tìm giá trị ít nhất nên $x = 1063$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB = 9$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH = 6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)

Lời giải.

Đáp số: 3,67

Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $B(0;0;0)$, $A(9;0;0)$, $C(0;9;0)$ và $D(9;9;0)$.

Tọa độ trọng tâm H của $\square ABC$ là $H(3;3;0)$. Do $SH \perp (ABCD)$ và $SH = 6$ nên $S(3;3;6)$.

Véc tơ chỉ phương của AC là $\vec{u}_1 = (-9;9;0)$, véc tơ chỉ phương của SD là $\vec{u}_2 = (6;6;-6)$.

Tích có hướng $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-54; -54; -108)$.

Lấy điểm $A(9;0;0) \in AC$ và $D(9;9;0) \in SD$, ta có $\vec{AD} = (0;9;0)$.

$$d(AC, SD) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{AD}|}{|\vec{n}|} = \frac{|-54 \cdot 9|}{\sqrt{54^2 + 54^2 + 108^2}} = \frac{486}{54\sqrt{6}} = \frac{9}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \approx 3,6742$$

Khoảng cách

Kết quả làm tròn là 3,67.

Câu 3. Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai gói sản phẩm là Combo 1 và Combo 2. Combo 1 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm một cốc nước cam và một chiếc bánh ngọt. Combo 2 có giá 70 nghìn đồng, bao gồm một cốc nước cam và hai chiếc bánh ngọt. Biết rằng câu lạc bộ chỉ chuẩn bị được tối đa 100 cốc nước cam và 160 chiếc bánh ngọt. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải.

Đáp số: 5800

Gọi x, y lần lượt là số lượng Combo 1 và Combo 2 ($x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z}$).

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình: $x + y \leq 100$ (giới hạn nước cam) và $x + 2y \leq 160$ (giới hạn bánh ngọt). Hàm mục tiêu biểu diễn tổng số tiền thu được là $f(x, y) = 40x + 70y$.

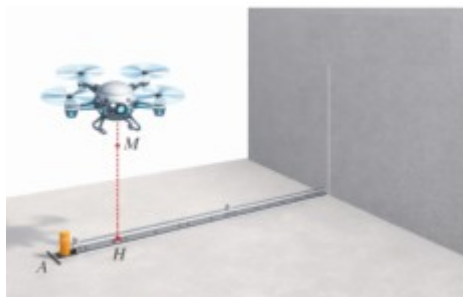
Miền nghiệm của hệ là tứ giác với các đỉnh $O(0;0)$, $A(100;0)$, $B(40;60)$, $C(0;80)$.

Tính giá trị của $f(x, y)$ tại các đỉnh:

$$f(0,0) = 0; \quad f(100,0) = 4000; \quad f(40,60) = 40(40) + 70(60) = 5800; \quad f(0,80) = 5600$$

Vậy số tiền lớn nhất câu lạc bộ có thể nhận được là 5800 nghìn đồng.

Câu 4. Trong một nhà xưởng, mặt sàn được coi là mặt phẳng (Oxy) , xét trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị mét. Trên sàn có một cột mốc cố định $A(-2; 6; 0)$. Một thiết bị bay (robot) kiểm tra đang ở vị trí $M(4; -2; 3)$.



Người ta lắp một thanh ray dẫn được mô hình hóa là đường thẳng d nằm trên mặt sàn (Oxy) và luôn đi qua mốc A (thanh ray có thể xoay theo nhiều hướng khác nhau trên sàn). Từ thiết

bị M , hệ thống hạ một tia vuông góc xuống thanh ray d ; chân đường vuông góc là H . Trong xưởng có một vách an toàn (α) được mô hình hóa bởi mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 89 = 0$. Hỏi khi thay đổi hướng đặt thanh ray d , khoảng cách nhỏ nhất từ điểm H đến vách (α) bằng bao nhiêu (m)?

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên (Oxy) , suy ra $K(4; -2; 0)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} AH \perp MK \text{ (do } MK \perp (Oxy)) \\ AH \perp MH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MKH) \Rightarrow \boxed{AH \perp KH}$$

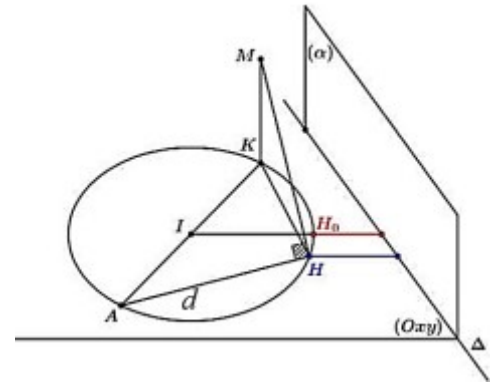
Khi đó H luôn thuộc đường tròn (C) có tâm là trung

điểm $I(1; 2; 0)$ của đoạn AK , bán kính $R = \frac{AK}{2} = 5$.

Gọi $\Delta = (\alpha) \cap (Oxy)$, ta thấy $(\alpha) \perp (Oxy)$ (vì $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{k} = 0$).

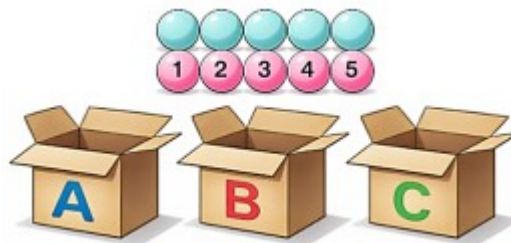
Khi đó: $d(I, \Delta) = d(I, (\alpha)) = 20$.

Khoảng cách nhỏ nhất $d(H, (\alpha))_{\min} = d(H, \Delta)_{\min} = d(H_0, \Delta) = d(I, \Delta) - R = 20 - 5 = \boxed{15}$



Câu 5.

Bỏ 5 quả bóng màu xanh giống nhau và 5 quả bóng màu hồng được đánh số từ 1 tới 5 vào 3 chiếc hộp A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện sao cho không có quá 3 quả bóng xanh trong 1 hộp, đồng thời có một hộp chứa các quả bóng hồng mang số theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ít nhất 3 số hạng, biết rằng bất kì hộp nào cũng có thể để trống và không có sự phân biệt thứ tự các quả bóng trong mỗi hộp?



Lời giải

Bước 1: Đếm số cách bỏ bóng xanh (giống nhau) vào 3 hộp

Gọi $(x_A; x_B; x_C)$ là số bóng xanh vào 3 hộp A, B, C .

Khi đó $x_A + x_B + x_C = 5, 0 \leq x_A, x_B, x_C \leq 3 \rightarrow$ Số cách: $C_7^2 = 21$

Loại trường hợp có hộp nhiều hơn 3 quả bóng:

Chọn hộp đó: 3 cách; còn lại 1 quả bóng được cho vào 3 hộp: 3 cách.

$\rightarrow N_{\text{Blue}} = 21 - 3 \cdot 3 = 12$.

Bước 2: Đếm số cách bỏ bóng hồng được đánh số 1 tới 5 vào 3 hộp

Xét các tập con của $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ tạo thành cấp số cộng (CSC) và có từ 3 phần tử trở lên

- 3 phần tử: $\{1; 2; 3\}, \{2; 3; 4\}, \{3; 4; 5\}, \{1; 3; 5\}$ (4 tập);
- 4 phần tử: $\{1; 2; 3; 4\}, \{2; 3; 4; 5\}$ (2 tập);
- 5 phần tử: $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ (1 tập).

Nếu hộp A chứa đúng tập k phần tử (CSC) thì $5 - k$ phần tử còn lại chia vào B, C : 2^{5-k} cách.

$$\longrightarrow N_{pink} = 3(4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = 63$$

Bước 3: Số cách bỏ các quả bóng vào hộp thỏa đề bài: $N = N_{pink} N_{black} = 12 \cdot 63 = \boxed{756}$.

Câu 6. Xét một bảng ô vuông kích thước 3×3 . Mỗi ô được điền ngẫu nhiên và độc lập một giá trị từ tập $\{-1; 0; 1\}$.

Biết rằng tổng các số trên mỗi hàng đều bằng 0.

Gọi P là xác suất để tổng các số trên mỗi cột cũng đều bằng 0. Tính giá trị của $3430P$.

Lời giải.

Mỗi dòng có tổng bằng 0 có 2 dạng là $\{0; 0; 0\}$ và $\{-1; 0; 1\}$.

Suy ra không gian mẫu có $n(\Omega) = (1+3!)^3 = 343$.

TH1. Có hàng là $(0, 0, 0)$

Nếu hàng 1 là $(0, 0, 0)$, thì để các cột có tổng bằng 0, hai hàng còn lại phải là đối ngẫu của nhau (ví dụ hàng 2 là $(1, -1, 0)$ thì hàng 3 phải là $(-1, 1, 0)$).

Mỗi hàng 2 có 6 cách chọn, hàng 3 sẽ cố định theo hàng 2. Suy ra có $6 \cdot 3 = 18$ cách.

Nếu hàng 1 và 2 là $(0, 0, 0)$ thì hàng 3 cố định là $(0, 0, 0)$ (bảng toàn 0).

Do đó có $18 + 1 = 19$ cách.

TH2. Không có hàng nào là $(0, 0, 0)$

Hàng 1 có 6 cách xếp là hoán vị của $\{-1; 0; 1\}$.

Ở hàng 2 không được có cột trùng với hàng 1 nên mỗi hoán vị của hàng 1 có 2 cách để xếp tương ứng ở dòng 2. Ví dụ hàng 1 là $(-1, 0, 1)$ thì hàng 2 là $(0, 1, -1)$ hoặc $(1, -1, 0)$.

Khi đó hàng 3 sẽ xác định duy nhất do tổng cột bằng 0.

Do đó có $6 \cdot 2 = 12$ cách.

$$P = \frac{19+12}{343} = \frac{31}{343}$$

Vậy xác suất để mỗi cột bằng 0 là

$$\text{Giá trị của } 3430P = 310$$

ĐỀ 4

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
CỤM TRƯỜNG TP HCM
MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ là

- A. $\frac{1}{2}x^2 + \cos x + C$. B. $\frac{1}{2}x^2 - \cos x + C$. C. $x^2 - \cos x + C$. D. $x^2 + \cos x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 4 .

Câu 3. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$ khi đó $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -4 . B. 16 . C. -3 . D. 11 .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-4}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$ và $\vec{c} = (2; 1; -1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ bằng

A. 0 . B. 3 . C. 6 . D. 9 .

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 3$ và $f'(1) = 2$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 9}{x - 1}$ bằng

A. 12 . B. 6 . C. 2 . D. 18 .

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$ bằng

A. 4 . B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. 3 .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$, $(Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$. B. $4x - y + z - 1 = 0$. C. $4x - y - 3z - 5 = 0$. D. $x - y + z + 2 = 0$.

Câu 9. Trong hải dương học, độ sâu d (tính bằng mét) mà ánh sáng mặt trời có thể xuyên qua được liên hệ với cường độ ánh sáng I tại độ sâu đó bằng công thức $I = I_0 e^{-kd}$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước và k là hệ số hấp thụ của nước. Biết cường độ ánh sáng tại độ sâu $10m$ bằng một nửa cường độ ánh sáng tại mặt nước, tìm giá trị của k (kết quả làm tròn đến ba chữ số thập phân).

A. 0,069 . B. 0,077 . C. 0,083 . D. 0,091 .

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}$ là

A. $y = 2x + 1$. B. $y = 2x - 3$. C. $y = 2x$. D. $y = 2x - 1$.

Câu 11. Cho bảng thống kê doanh số bán hàng của 30 cửa hàng của một chuỗi siêu thị mini trong một ngày như sau:

Doanh số (triệu đồng)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)
Số cửa hàng	2	5	10	8	4	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 60 . B. 10 . C. 16,375 . D. 26,375 .

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một công ty khí tượng sử dụng hai mô hình dự báo thời tiết hoạt động độc lập với nhau là Mô hình 1 và Mô hình 2. Dựa trên dữ liệu quá khứ, độ chính xác của các mô hình được quy định như sau: Mô hình 1: Có xác suất dự báo đúng là 80% . Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là $0,8$; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là $0,8$.

Mô hình 2: Có xác suất dự báo đúng là 90% . Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là $0,9$; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là $0,9$.

Biết rằng tỷ lệ ngày có mưa trong năm ở khu vực này là 20% .

a) Xác suất để cả 2 mô hình đều dự báo sai là $0,2$.

b) Trong trường hợp Mô hình 1 dự báo không mưa và Mô hình 2 dự báo có mưa, xác suất Mô hình 1 dự báo đúng thấp hơn xác suất Mô hình 2 dự báo đúng.

c) Xác suất để cả hai mô hình dự báo mưa là $0,16$.

d) Nếu cả hai mô hình đều dự báo trời có mưa thì xác suất để thực tế trời có mưa là $0,9$.

Câu 2. Chi phí vận hành trung bình (tính bằng triệu đồng / chuyến) của một công ty vận tải khi vận hành

x chuyến xe mỗi ngày được cho bởi hàm số $A(x) = 0,2x + 2 + \frac{500}{x}$ với $10 \leq x \leq 100$.

$$A'(x) = \frac{0,2x^2 + 500}{x^2}$$

a) Đạo hàm của hàm chi phí trung bình là

b) Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe thấp nhất là 22 triệu đồng.

c) Nếu do giới hạn về số lượng tài xế khiến công ty chỉ có thể vận hành tối đa 40 chuyến xe mỗi ngày.

Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe trong trường hợp này thấp nhất bằng 22,5 triệu đồng.

d) Tổng chi phí vận hành của công ty vận tải trong một ngày thấp nhất bằng 1,1 tỷ đồng.

Câu 3. Một kiến trúc sư thiết kế bồn hoa trong công viên trên hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị: mét). Bồn hoa

là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = -x^2 + 4$ và trục hoành Ox . Kiến trúc sư bố trí một dải đèn

LED thẳng, được mô phỏng bởi đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1)$, cắt parabol (P) tại hai điểm phân

biệt A và B (có hoành độ lần lượt là x_1, x_2). Dải đèn chia bồn hoa thành hai phần riêng biệt: Phần hình

phẳng nằm phía trên dây cung AB được dùng để trồng Hoa Hồng, phần còn lại của bồn hoa (nằm phía dưới dây cung AB) được dùng để trồng Cỏ Nhật. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích toàn bộ bồn hoa (tổng diện tích trồng Hoa Hồng và Cỏ Nhật) bằng 16 m^2 .

b) Tích các hoành độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) luôn bằng 3 (tức $x_1 x_2 = 3$).

c) Diện tích trồng Hoa Hồng đạt giá trị nhỏ nhất khi dải đèn LED được thiết kế nằm ngang (song song với trục hoành).

d) Khi diện tích trồng Hoa Hồng gấp đôi diện tích trồng Cỏ Nhật, chiều dài của dải đèn LED (tính bằng độ dài đoạn thẳng AB) xấp xỉ 3,84 mét (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; -1); B(2; 3; 0)$.

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Đoạn thẳng AB có độ dài bằng 3.

b) Hai điểm A, B nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P) .

c) Hình chiếu vuông góc của B trên (P) có tung độ bằng 2.

d) Xét điểm $M \in (P)$, giá trị nhỏ nhất của $MA + MB$ bằng $3\sqrt{2}$.

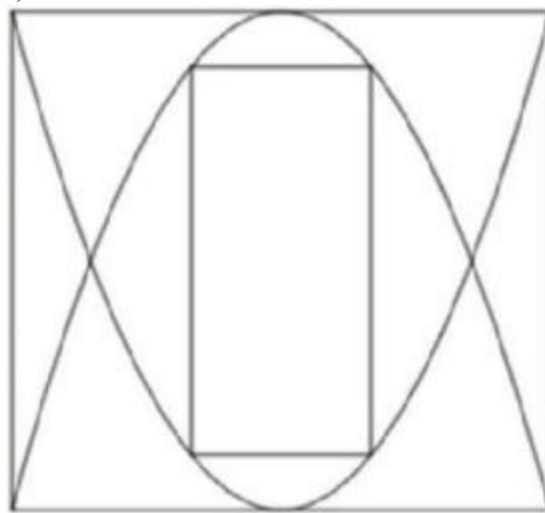
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BC = 3, SA \perp (ABC)$ và $SB = 6$.

Gọi E là trung điểm của cạnh SB . Biết góc giữa hai đường thẳng SA và CE bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp đã cho.

Câu 2. Một cơ sở sản xuất dự định làm các viên gạch men hình vuông cạnh 60 cm . Bề mặt viên gạch được trang trí bởi một họa tiết hình chữ nhật màu trắng có tâm trùng với tâm viên gạch. Các đỉnh của hình chữ nhật này nằm trên hai đường parabol đối xứng với nhau qua tâm viên gạch. Biết rằng mỗi đường parabol có đỉnh tại trung điểm một cạnh của viên gạch và đi qua hai đầu mút của cạnh đối diện (như hình vẽ mô phỏng). Cho biết chi phí nguyên liệu phần men trắng là 80 nghìn đồng / m^2 , còn phần men màu bao quanh là 200 nghìn đồng / m^2 . Hỏi chi phí nguyên liệu thấp nhất để sản xuất một viên gạch là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 3. Một công ty năng lượng đang xây dựng một bể chứa khí thiên nhiên hóa lỏng (LNG) có dạng hình cầu với bán kính 20 mét. Để đảm bảo an toàn và dễ dàng trong việc lắp đặt hệ thống đường ống, phần đáy và phần đỉnh của bể được cắt phẳng. Phần đáy bị cắt bởi một mặt phẳng cách tâm bể 18 mét, phần đỉnh bị cắt bởi một mặt phẳng cách tâm 15 mét (tâm nằm giữa hai mặt phẳng). Hỏi thể tích bể đó là bao nhiêu nghìn mét khối? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4. Xét các cấp số cộng (a_n) có số hạng đầu tiên a_1 và công sai d đều là các số nguyên dương và thỏa mãn $2^{a_8} = 2^{27} \cdot a_8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của a_3 .

Câu 5. Xét một bảng ô vuông kích thước 3×3 . Mỗi ô được điền ngẫu nhiên và độc lập một giá trị từ tập $\{-1; 0; 1\}$. Biết rằng tổng các số trên mỗi hàng đều bằng 0 , gọi P là xác suất để tổng các số trên mỗi cột cũng đều bằng 0 . Tính giá trị của $3430P$.

$$d : \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases} \text{ và điểm } A(0; 6; 4) .$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và điểm $A(0; 6; 4)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn chứa đường thẳng d . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến điểm H .

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ là

- A. $\frac{1}{2}x^2 + \cos x + C$.
- B. $\frac{1}{2}x^2 - \cos x + C$.
- C. $x^2 - \cos x + C$.
- D. $x^2 + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int (x + \sin x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1 .
- B. 0 .
- C. 1 .
- D. 4 .

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có $f(-1) = 4; f(1) = 0$.

Do $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x = -1$ nên giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 3. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$ khi đó $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -4 .
- B. 16 .
- C. -3 .
- D. 11 .

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx = 3 \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = -4$$

Câu 4. Trong không gian O_{xyz} , phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và song song với

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-4}$.
- B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$.
- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$.
- D. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Do $\Delta // d$ nên Δ nhận $\vec{u} = (1; -1; 4)$ làm một vectơ chỉ phương. Khi đó

phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ là $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

Câu 5. Trong không gian O_{xyz} , cho ba vectơ $\vec{a} = (3; 0; 1), \vec{b} = (1; -1; -2)$ và $\vec{c} = (2; 1; -1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ bằng

- A. 0 .
- B. 3 .

C. 6 .

D. 9 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{b} + \vec{c} = (3; 0; -3)$. Khi đó $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 3 \cdot 3 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-3) = 6$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 3$ và $f'(1) = 2$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 9}{x - 1}$ bằng

A. 12 .

B. 6 .

C. 2 .

D. 18 .

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Vì } f(1) = 3 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 9}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x) + f(1)][f(x) - f(1)]}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + f(1)] = f'(1) \cdot (3 + 3) = 2 \cdot 6 = 12 \end{aligned}$$

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$ bằng

A. 4 .

 $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{2}$. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{2}{3}$.

D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$ là:

$$x^2 - 2x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$ là:

$$\begin{aligned} &= \int_0^3 |x^2 - 2x - x| dx = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx \quad (\text{vì } x^2 - 3x \leq 0, \forall x \in [0; 3]) \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{2} \quad (\text{dvdt}) \end{aligned}$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0, (Q): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$.B. $4x - y + z - 1 = 0$.C. $4x - y - 3z - 5 = 0$.D. $x - y + z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi mặt phẳng (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với các mặt phẳng $(P), (Q)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là: $\vec{n}_2 = (1; 1; 1)$.

Vì (α) vuông góc với các mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0, (Q): x + y + z - 1 = 0$ nên vector pháp tuyến

của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-4; 1; 3)$.

Phương trình (α) là:

$$-4(x-1) + (y-2) + 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow -4x + y + 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 3z - 5 = 0.$$

Câu 9. Trong hải dương học, độ sâu d (tính bằng mét) mà ánh sáng mặt trời có thể xuyên qua được liên hệ với cường độ ánh sáng I tại độ sâu đó bằng công thức $I = I_0 e^{-kd}$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước và k là hệ số hấp thụ của nước. Biết cường độ ánh sáng tại độ sâu $10m$ bằng một nửa cường độ ánh sáng tại mặt nước, tìm giá trị của k (kết quả làm tròn đến ba chữ số thập phân).

A. 0,069.

B. 0,077.

C. 0,083.

D. 0,091.

Lời giải

Chọn A

Theo đề bài, ta có cường độ ánh sáng tại độ sâu $10m$ bằng một nửa cường độ ánh sáng tại mặt nước.

$$I = \frac{1}{2} I_0 \Leftrightarrow I_0 e^{-10k} = \frac{1}{2} I_0 \Leftrightarrow e^{-10k} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -10k = \ln \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = -\frac{1}{10} \ln \frac{1}{2} \Leftrightarrow k \approx 0,069$$

Hay $y = \frac{2x^2 + x}{x+1}$.

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x+1}$ là

A. $y = 2x + 1$.

B. $y = 2x - 3$.

C. $y = 2x$.

D. $y = 2x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R}, \{-1\}$.

Ta có ...

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[2x - 1 + \frac{1}{x+1} - (2x - 1) \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm

cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x}{x+1}$.

Câu 11. Cho bảng thống kê doanh số bán hàng của 30 cửa hàng của một chuỗi siêu thị mini trong một ngày như sau:

Doanh số (triệu đồng)	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$
Số cửa hàng	2	5	10	8	4	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 60.

B. 10.

C. 16,375.

D. 26,375.

Lời giải

Chọn C

Mẫu số liệu có cỡ mẫu là: $n = 30$.

Bảng tần số tích lũy của mẫu số liệu đã cho:

Doanh số (triệu đồng)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Số cửa hàng	2	5	10	8	4	1
Tần số tích lũy	2	7	17	25	29	30

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$. Vì $7 < 7,5 < 17$ nên Q_1 thuộc nhóm [40;50).

$$Q_1 = 40 + \left(\frac{7,5 - 7}{10} \right) \cdot 10 = 40,5$$

Suy ra

Ta có $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$. Vì $17 < 22,5 < 25$ nên Q_3 thuộc nhóm [50;60).

$$Q_3 = 50 + \left(\frac{22,5 - 17}{8} \right) \cdot 10 = 50 + 6,875 = 56,875$$

Suy ra

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 56,875 - 40,5 = 16,375$

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

B. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$

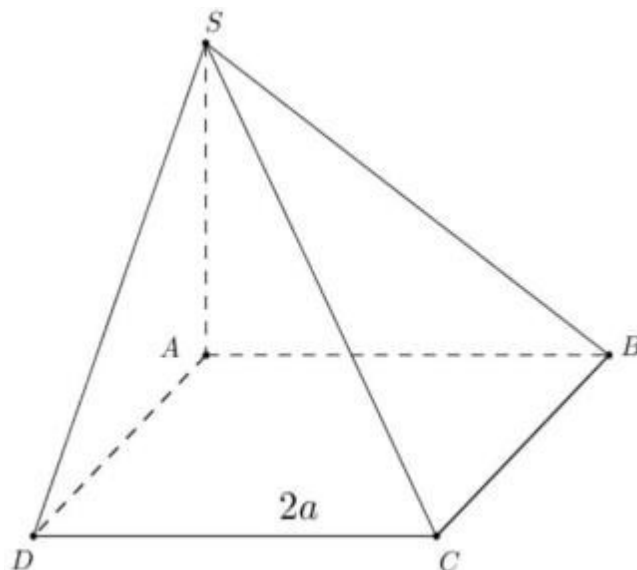
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

D. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn B

Hình vẽ:



Diện tích đáy là: $B = S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên SA chính là chiều cao h của khối chóp.

Ta có $BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông) và $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$).

Suy ra $BC \perp (SAB)$. Mà $SB \subset (SAB)$. Suy ra $BC \perp SB$.

Vì $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp AB \\ BC \perp SB \end{cases}$ nên góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ chính là góc $SBA = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông SAB , ta có: $\tan SBA = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 30^\circ$

Suy ra $SA = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}a}{3} = \frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) S	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Một công ty khí tượng sử dụng hai mô hình dự báo thời tiết hoạt động độc lập với nhau là Mô hình 1 và Mô hình 2. Dựa trên dữ liệu quá khứ, độ chính xác của các mô hình được quy định như sau:

Mô hình 1: Có xác suất dự báo đúng là 80% . Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là $0,8$; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là $0,8$.

Mô hình 2: Có xác suất dự báo đúng là 90% . Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là $0,9$; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là $0,9$.

Biết rằng tỷ lệ ngày có mưa trong năm ở khu vực này là 20% .

a) Xác suất để cả 2 mô hình đều dự báo sai là $0,2$.

b) Trong trường hợp Mô hình 1 dự báo không mưa và Mô hình 2 dự báo có mưa, xác suất Mô hình 1 dự báo đúng thấp hơn xác suất Mô hình 2 dự báo đúng.

c) Xác suất để cả hai mô hình dự báo mưa là $0,16$.

d) Nếu cả hai mô hình đều dự báo trời có mưa thì xác suất để thực tế trời có mưa là $0,9$.

Lời giải

Gọi biến cố M : "thực tế trời có mưa"

$$P(M) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{M}) = 0,8$$

a) Sai.

Cả 2 mô hình đều dự báo sai:

TH1: Thực tế mưa và cả 2 mô hình sai khi báo không mưa.

$$P_1 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,1 = 0,004$$

TH2: Thực tế không mưa và cả 2 mô hình sai khi báo mưa.

$$P_2 = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,1 = 0,016$$

Vậy xác suất cả 2 mô hình báo sai là: $0,016 + 0,004 = 0,02$.

b) Sai.

Gọi biến cố A: "Mô hình 1 dự báo không mưa; Mô hình 2 dự báo mưa"

$$P(A) = P(M) \cdot 0,2 \cdot 0,9 + P\left(\overline{M}\right) \cdot 0,8 \cdot 0,1 = 0,1$$

$$P(M|A) = \frac{0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,9}{0,1} = 0,36; P\left(\overline{M}|A\right) = \frac{0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,1}{0,1} = 0,64$$

Mô hình 1 dự báo đúng khi thực tế

không mưa, xác suất là 0,64.

Mô hình 2 dự báo đúng khi thực tế mưa, xác suất là 0,36.

Vậy Mô hình 1 dự báo đúng cao hơn xác suất Mô hình 2 dự báo đúng.

c) Đúng.

Xác suất cả hai mô hình dự báo mưa:

TH1: Thực tế có mưa

$$P_3 = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,144$$

TH2: Thực tế không mưa

$$P_4 = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,1 = 0,016$$

Vậy xác suất cả hai mô hình dự báo mưa là $0,144 + 0,016 = 0,16$.

d) Đúng.

Gọi biến cố C: "Cả hai mô hình cùng báo mưa"

$$P(C) = 0,16$$

Nếu cả hai mô hình đều dự báo trời có mưa thì xác suất để thực tế trời có mưa là:

$$P(M|C) = \frac{0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,9}{0,16} = 0,9$$

Câu 2. Chi phí vận hành trung bình (tính bằng triệu đồng / chuyến) của một công ty vận tải khi vận hành

x chuyến xe mỗi ngày được cho bởi hàm số $A(x) = 0,2x + 2 + \frac{500}{x}$ với $10 \leq x \leq 100$.

$$A'(x) = \frac{0,2x^2 + 500}{x^2}$$

a) Đạo hàm của hàm chi phí trung bình là

b) Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe thấp nhất là 22 triệu đồng.

c) Nếu do giới hạn về số lượng tài xế khiến công ty chỉ có thể vận hành tối đa 40 chuyến xe mỗi ngày.

Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe trong trường hợp này thấp nhất bằng 22,5 triệu đồng.

d) Tổng chi phí vận hành của công ty vận tải trong một ngày thấp nhất bằng 1,1 tỷ đồng.

Lời giải

a) Sai.

$$A(x) = 0,2x + 2 + \frac{500}{x} \Rightarrow A'(x) = 0,2 - \frac{500}{x^2} = \frac{0,2x^2 - 500}{x^2}$$

b) Đúng.

$$A(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \in [10; 100] \\ x = -50 \notin [10; 100] \end{cases} \quad A(10) = 54; \quad A(50) = 22; \quad A(100) = 27$$

Vậy chi phí trung bình trên mỗi

chuyến xe thấp nhất là 22 triệu đồng.

c) Đúng.

$$A(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \notin [10; 40] \\ x = -50 \notin [10; 40] \end{cases}$$

$$A(10) = 54; \quad A(40) = 22,5.$$

Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe trong trường hợp này thấp nhất bằng 22,5 triệu đồng.

d) Sai.

Tổng chi phí vận hành của công ty vận tải trong một ngày:

$$T(x) = x \cdot A(x) = 0,2x^2 + 2x + 500$$

$$T'(x) = 0,4x + 2; T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \notin [10; 100] \quad T(10) = 540; T(100) = 2700$$

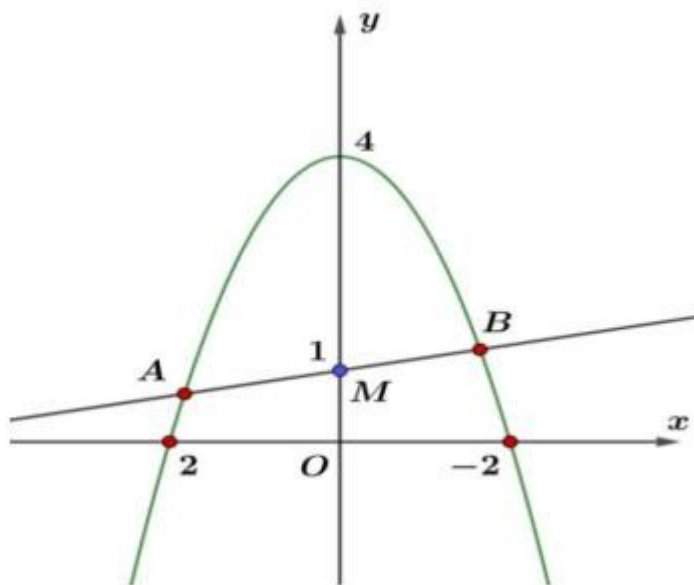
Tổng chi phí vận hành của công ty vận tải trong một ngày thấp nhất bằng 540 triệu đồng.

Câu 3. Một kiến trúc sư thiết kế bồn hoa trong công viên trên hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị: mét). Bồn hoa là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = -x^2 + 4$ và trục hoành Ox . Kiến trúc sư bố trí một dải đèn LED thẳng, được mô phỏng bởi đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1)$, cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B (có hoành độ lần lượt là x_1, x_2). Dải đèn chia bồn hoa thành hai phần riêng biệt: Phần hình phẳng nằm phía trên dây cung AB được dùng để trồng Hoa Hồng, phần còn lại của bồn hoa (nằm phía dưới dây cung AB) được dùng để trồng Cỏ Nhật. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Diện tích toàn bộ bồn hoa (tổng diện tích trồng Hoa Hồng và Cỏ Nhật) bằng 16 m^2 .
- b) Tích các hoành độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) luôn bằng 3 (tức $x_1 x_2 = 3$).
- c) Diện tích trồng Hoa Hồng đạt giá trị nhỏ nhất khi dải đèn LED được thiết kế nằm ngang (song song với trục hoành).
- d) Khi diện tích trồng Hoa Hồng gấp đôi diện tích trồng Cỏ Nhật, chiều dài của dải đèn LED (tính bằng độ dài đoạn thẳng AB) xấp xỉ 3,84 mét (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Sai.



Xét phương trình hoành độ giao điểm $y = -x^2 + 4$ và $y = 0$, ta có:

Suy ra: $(P): y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại $x = -2$ và $x = 2$.

$$-x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích toàn bộ bồn hoa là phần diện tích hình phẳng được giới hạn bởi:

$$\Rightarrow S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} (\text{m}^2)$$

b) Sai.

Gọi phương trình đường thẳng d có dạng $y = ax + b$.

Do điểm $M(0;1)$ thuộc đường thẳng d nên ta có: $b = 1 \Rightarrow d: y = ax + 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa $(P): y = -x^2 + 4$ và $d: y = ax + 1$ ta có:

$$-x^2 + 4 = ax + 1 \Rightarrow x^2 + ax - 3 = 0 (*)$$

+) Xét $\Delta = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = a^2 + 12 > 0, \forall a \in \mathbb{R}$. Suy ra, phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .

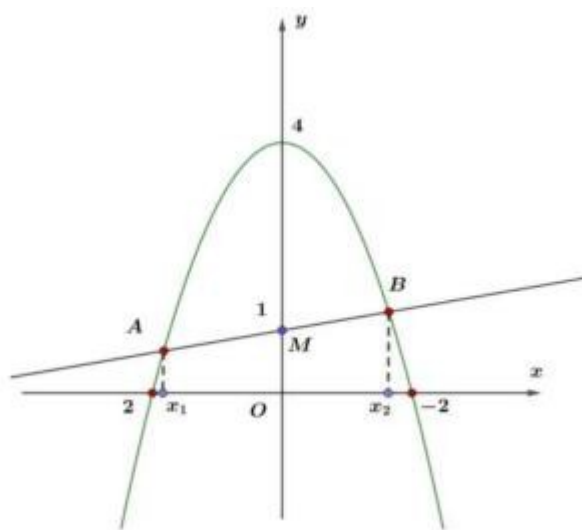
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{a}{1} = -a \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3 \end{cases}$$

Áp dụng định lý Vi-ét, ta có:

c) Đúng.

Hai nghiệm phân

Diện tích phần



biệt của phương trình $(*)$ là:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-a - \sqrt{a^2 + 12}}{2} \\ x_2 = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 12}}{2} \end{cases} \quad (\text{giả sử } x_1 < x_2)$$

trồng hoa hồng được giới hạn bởi

$$\begin{cases} (P): y = -x^2 + 4 \\ d: y = ax + 1 \\ x = x_1 = \frac{-a - \sqrt{a^2 + 12}}{2} \\ x = x_2 = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 12}}{2} \end{cases}$$

Do trên khoảng $(x_1; x_2)$ thì $(P): y = -x^2 + 4 > d: y = ax + 1, \forall x \in (x_1; x_2)$ nên diện tích phần trồng hoa

hồng là:

$$S_1 = \int_{x_1}^{x_2} [(-x^2 + 4) - (ax + 1)] dx = \int_{x_1}^{x_2} (-x^2 - ax + 3) dx = \left[-\frac{x^3}{3} - \frac{ax^2}{2} + 3x \right]_{x_1}^{x_2}$$

$$\Rightarrow S_1 = \left(-\frac{x_2^3}{3} - \frac{ax_2^2}{2} + 3x_2 \right) - \left(-\frac{x_1^3}{3} - \frac{ax_1^2}{2} + 3x_1 \right) = \frac{x_1^3 - x_2^3}{3} + a \cdot \frac{x_1^2 - x_2^2}{2} - 3(x_1 - x_2)$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)}{3} + a \cdot \frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2)}{2} - 3(x_1 - x_2)$$

$$\Rightarrow S_1 = (x_1 - x_2) \left[\frac{x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2}{3} + a \cdot \frac{x_1 + x_2}{2} - 3 \right]$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = \frac{-a - \sqrt{a^2 + 12}}{2} - \frac{-a + \sqrt{a^2 + 12}}{2} = -\sqrt{a^2 + 12} \\ x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-a)^2 - 2 \cdot (-3) = a^2 + 6 \end{cases}$$

Ta có:

$$S_1 = -\sqrt{a^2+12} \cdot \left(\frac{a^2+6-3}{3} + a \cdot \frac{-a}{2} - 3 \right) = -\sqrt{a^2+12} \left(-\frac{a^2}{6} - 2 \right) = \sqrt{a^2+12} \left(\frac{a^2}{6} + 2 \right)$$

Suy ra:

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{6}(a^2+12)\sqrt{a^2+12} = \frac{1}{6}(a^2+12)^{\frac{3}{2}}$$

$$a^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow (a^2+12)^{\frac{3}{2}} \geq 12^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{6}(a^2+12)^{\frac{3}{2}} \geq \frac{1}{6} \cdot 12^{\frac{3}{2}} \Rightarrow S_1 \geq \frac{1}{6} \cdot 12^{\frac{3}{2}}$$

Do

Suy ra S_1 nhỏ nhất khi và chỉ khi $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$, khi đó đường thẳng d là hàm hằng và luôn song song với trục hoành Ox .

d) Đúng.

Khi diện tích trồng Hoa Hồng gấp đôi diện tích trồng Cỏ Nhật thì diện tích trồng Hoa Hồng bằng $\frac{2}{3}$ tổng diện tích bồn hoa.

$$S_1 = \frac{2}{3}S \Rightarrow S_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{32}{3} = \frac{64}{9} \Rightarrow \frac{1}{6}(a^2+12)^{\frac{3}{2}} = \frac{64}{9} \Rightarrow (a^2+12)^{\frac{3}{2}} = \frac{128}{3}$$

Suy ra:

$$\Rightarrow a^2+12 = \left(\frac{128}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a^2 = \left(\frac{128}{3} \right)^{\frac{2}{3}} - 12 \Rightarrow a = \sqrt{\left(\frac{128}{3} \right)^{\frac{2}{3}} - 12} \approx 0,459$$

Ta có: $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (-x_1^2 + 4 + x_2^2 - 4)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1^2 - x_2^2)^2}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 \cdot (x_1 + x_2)^2} = \sqrt{\left(-\sqrt{a^2+12} \right)^2 + \left(-\sqrt{a^2+12} \right)^2 \cdot (-a)^2}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{a^2+12 + (a^2+12) \cdot a^2} = \sqrt{0,459^2+12 + (0,459^2+12) \cdot 0,459^2} \approx 3,84 \text{ (m)}$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; -1); B(2; 3; 0)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Đoạn thẳng AB có độ dài bằng 3.

b) Hai điểm A, B nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P) .

c) Hình chiếu vuông góc của B trên (P) có tung độ bằng 2.

d) Xét điểm $M \in (P)$, giá trị nhỏ nhất của $MA + MB$ bằng $3\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai.

$$\text{Ta có: } A(1; 2; -1), B(2; 3; 0) \Rightarrow AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{3}$$

b) Đúng.

$$\text{Đặt } f(x; y; z) = x - y + z - 2$$

$$\begin{cases} f(A) = 1 - 2 + (-1) - 2 = -4 \\ f(B) = 2 - 3 + 0 - 2 = -3 \end{cases} \Rightarrow f(A) \cdot f(B) = 12 > 0$$

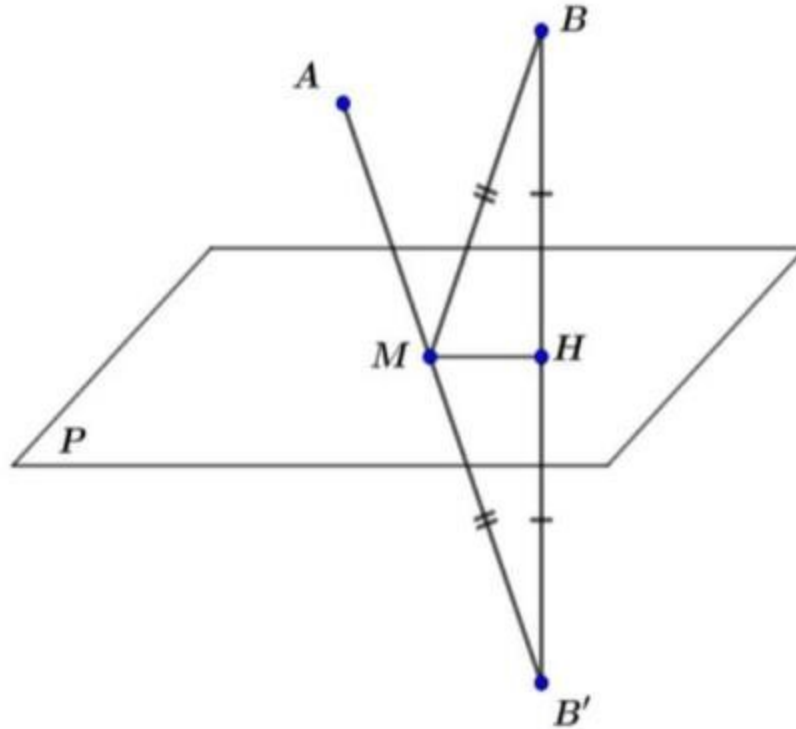
Ta có: nên hai điểm A và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) .

c) Đúng.

$$\text{Xét hình chiếu của điểm } B(2; 3; 0) \text{ trên mặt phẳng } (P), \text{ ta có: } t = -\frac{1 \cdot 2 - 1 \cdot 3 + 1 \cdot 0 - 2}{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = 1$$

$$\text{Hình chiếu của } B \text{ trên } (P) \text{ là: } H(2+1 \cdot 1; 3-1 \cdot 1; 0+1 \cdot 1) \Rightarrow H(3; 2; 1) \Rightarrow y_H = 2$$

d) Sai.



Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (P) , khi đó H là trung điểm của BB' .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_H = \frac{x_B + x_{B'}}{2} \\ y_H = \frac{y_B + y_{B'}}{2} \\ z_H = \frac{z_B + z_{B'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} = 2x_H - 2x_B \\ y_{B'} = 2y_H - 2y_B \\ z_{B'} = 2z_H - 2z_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} = 2 \cdot 3 - 2 = 4 \\ y_{B'} = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \\ z_{B'} = 2 \cdot 1 - 0 = 2 \end{cases} \Rightarrow B'(4; 1; 2)$$

Lúc này, ta có: $MB = MB' \Rightarrow MA + MB = MA + MB'$.

Để cho $MA + MB$ lớn nhất thì $MA + MB'$ lớn nhất, hay ba điểm A, M, B' thẳng hàng với nhau và giá trị lớn nhất của $MA + MB' = AB'$.

Ta có: $A(1; 2; -1), B'(4; 1; 2) \Rightarrow AB' = \sqrt{(4-1)^2 + (1-2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{19}$

$$\Rightarrow (MA + MB)_{\max} = \sqrt{19}$$

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	9	60,2	32	12	310	8

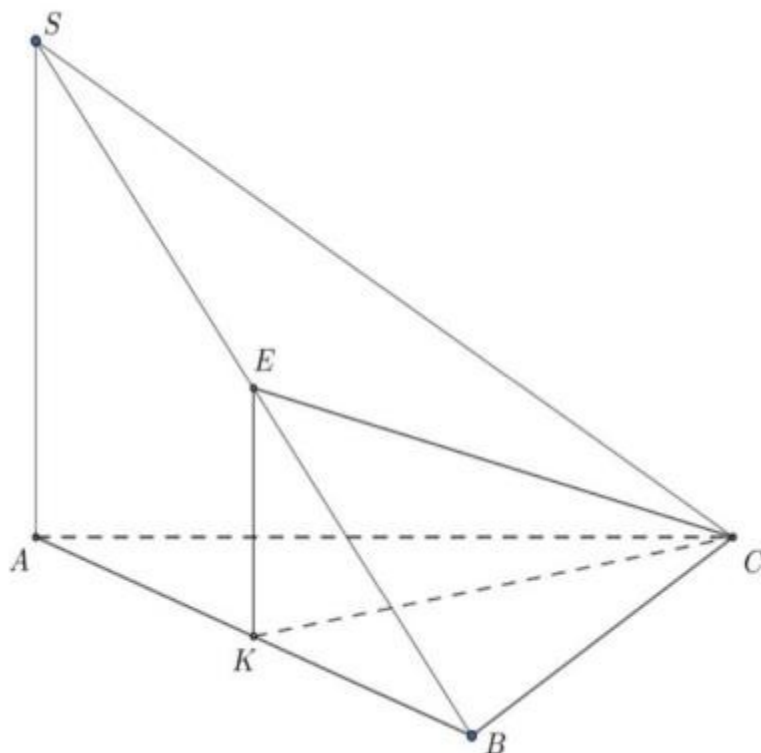
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BC = 3, SA \perp (ABC)$ và $SB = 6$.

Gọi E là trung điểm của cạnh SB . Biết góc giữa hai đường thẳng SA và CE bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp đã cho.

Lời giải

Đáp số: 9.



Gọi K là trung điểm của AB .

Xét tam giác SAB có E, K theo thứ tự là trung điểm của SB và AB suy ra KE là đường trung bình của

$$\square SAB \text{ suy ra } \begin{cases} EK // SA \\ EK = \frac{1}{2} SA \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} EK // SA \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow EK \perp (ABC) \Rightarrow EK \perp CK \Rightarrow \square CEK \text{ vuông tại } K$$

Ta có $EK // SA$ suy ra $(SA; CE) = (EK; CE) = \angle CEK$ (vì $\square CEK$ vuông tại K) suy ra $\angle CEK = 60^\circ$.

Đặt $AB = 2x$ với $x > 0$; suy ra $KB = x$.

$$\text{Ta có } KC = \sqrt{KB^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + 9}.$$

$$\text{Ta có } EB = \frac{1}{2} SB = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$\text{Có } EK \perp (ABC) \Rightarrow EK \perp KB \Rightarrow \square EKB \text{ vuông tại } K \text{ suy ra } EK = \sqrt{EB^2 - KB^2} = \sqrt{9 - x^2}.$$

Ta có

$$\tan \angle CEK = \frac{KC}{KE} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{\sqrt{9 - x^2}} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{\sqrt{9 - x^2}} \Leftrightarrow 3 = \frac{x^2 + 9}{9 - x^2} \Leftrightarrow 27 - 3x^2 = x^2 + 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$(\text{vì } x > 0) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$$

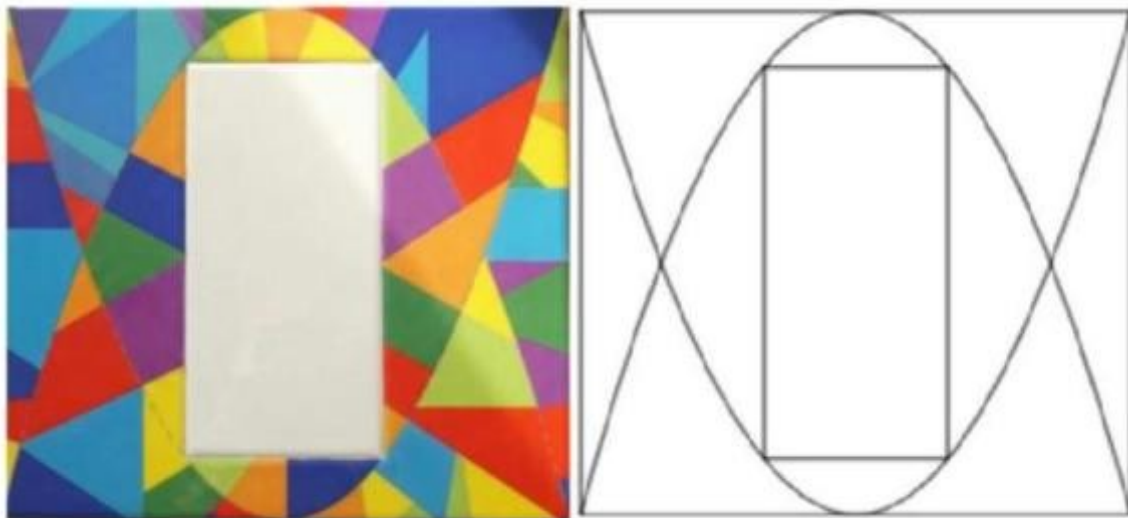
$$\text{Ta có } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{36 - 18} = 3\sqrt{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{9\sqrt{2}}{2} = 9$$

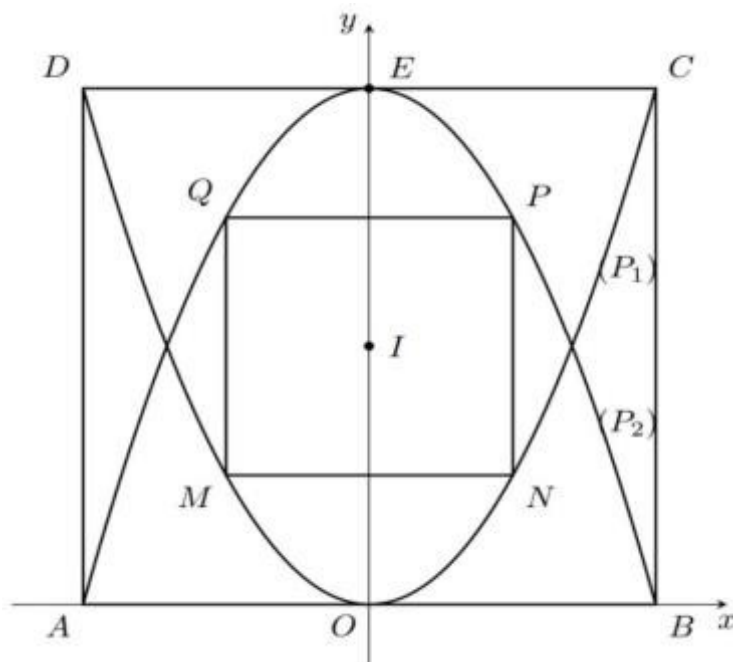
Câu 2. Một cơ sở sản xuất dự định làm các viên gạch men hình vuông cạnh 60 cm. Bề mặt viên gạch được trang trí bởi một họa tiết hình chữ nhật màu trắng có tâm trùng với tâm viên gạch. Các đỉnh của hình chữ nhật này nằm trên hai đường parabol đối xứng với nhau qua tâm viên gạch. Biết rằng mỗi

đường parabol có đỉnh tại trung điểm một cạnh của viên gạch và đi qua hai đầu mút của cạnh đối diện (như hình vẽ mô phỏng). Cho biết chi phí nguyên liệu phần men trắng là 80 nghìn đồng / m^2 , còn phần men màu bao quanh là 200 nghìn đồng / m^2 . Hỏi chi phí nguyên liệu thấp nhất để sản xuất một viên gạch là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Đáp số: 60,2.



Gọi các đỉnh của hình vuông là A, B, C, D ; tâm hình vuông là I và các đỉnh của hình chữ nhật nội tiếp là M, N, P, Q như hình vẽ.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy đơn vị trên trục là cm và gọi hai Parabol $(P_1); (P_2)$ như hình vẽ.

Ta có Parabol $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $C(30; 60); D(-30; 60); O(0; 0)$.

$$\begin{cases} 900a + 30b + c = 60 \\ 900a - 30b + c = 60 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{15} \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = \frac{1}{15}x^2$$

Suy ra

Ta có Parabol $(P_2): y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ đi qua các điểm $A(-30; 0); B(30; 0); E(0; 60)$.

$$\begin{cases} 900a_1 + 30b_1 + c_1 = 0 \\ 900a_1 - 30b_1 + c_1 = 0 \\ c_1 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{1}{15} \\ b_1 = 0 \\ c_1 = 60 \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{15}x^2 + 60$$

Suy ra

Hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2) là nghiệm của phương trình:

$$\frac{1}{15}x^2 = -\frac{1}{15}x^2 + 60 \Leftrightarrow x^2 = 15^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = -15 \end{cases}$$

Ta có $N\left(a; \frac{1}{15}a^2\right); P\left(a; -\frac{1}{15}a^2 + 60\right); M\left(-a; \frac{1}{15}a^2\right); Q\left(-a; -\frac{1}{15}a^2 + 60\right)$ với $0 < a \leq 15$.

$$MN = 2a; NP = 60 - \frac{2}{15}a^2$$

Suy ra

$$S_{MNPQ} = 2a\left(60 - \frac{2}{15}a^2\right) = -\frac{4}{15}a^3 + 120a$$

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

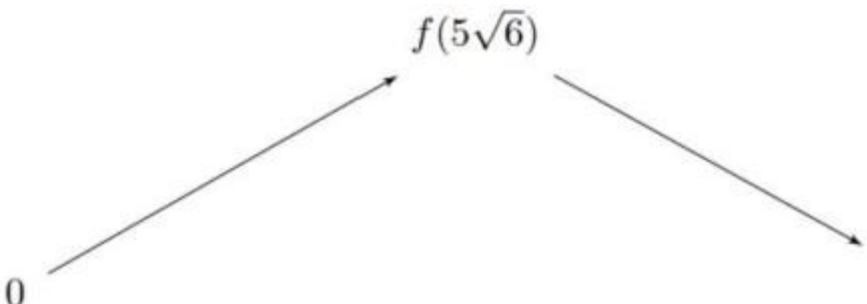
Từ chi phí nguyên liệu giả thiết cho ta suy ra để chi phí nguyên liệu thấp nhất để sản xuất một viên gạch thì diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ phải lớn nhất.

Xét hàm $f(a) = -\frac{4}{15}a^3 + 120a$ trên $(0; 15]$.

$$f'(a) = -\frac{4}{5}a^2 + 120 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 150 \Leftrightarrow a = 5\sqrt{6}$$

Ta có

Ta có bảng biến thiên

a	$-\infty$	$5\sqrt{6}$	
$f'(a)$	+	0	-
$f(a)$			

Từ bảng biến thiên ta suy ra $\max S_{MNPQ} = \max_{(0;15]} f(a) = f(5\sqrt{6}) = 400\sqrt{6} (\text{cm}^2) = \frac{\sqrt{6}}{25} (\text{m}^2)$. Khi đó diện

tích của phần men màu là $60^2 - 400\sqrt{6} = (3600 - 400\sqrt{6}) (\text{cm}^2) = \frac{9 - \sqrt{6}}{25} (\text{m}^2)$

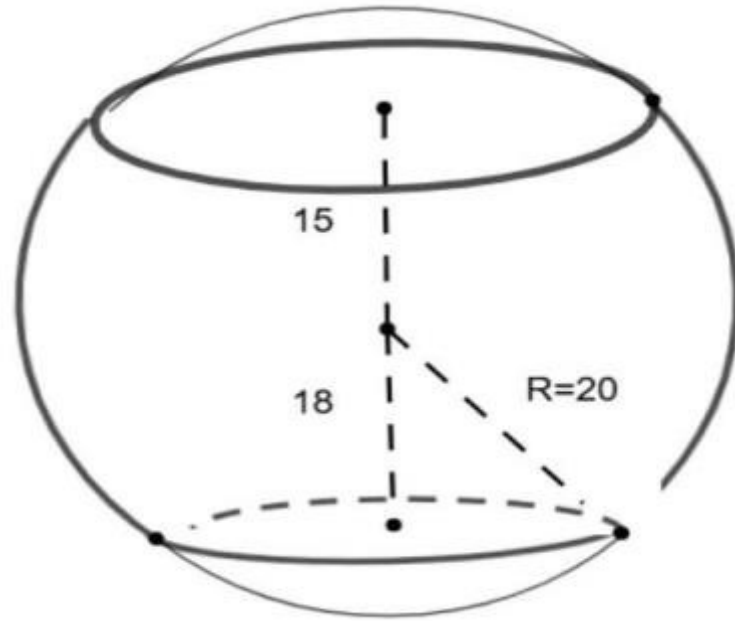
Vậy chi phí nguyên liệu thấp nhất để sản xuất một viên gạch là

$$\frac{\sqrt{6}}{25} \cdot 80 + \frac{9 - \sqrt{6}}{25} \cdot 200 = \frac{360 - 24\sqrt{6}}{5} \approx 60,2 \text{ nghìn đồng.}$$

Câu 3. Một công ty năng lượng đang xây dựng một bể chứa khí thiên nhiên hóa lỏng (LNG) có dạng hình cầu với bán kính 20 mét. Để đảm bảo an toàn và dễ dàng trong việc lắp đặt hệ thống đường ống, phần đáy và phần đỉnh của bể được cắt phẳng. Phần đáy bị cắt bởi một mặt phẳng cách tâm bể 18 mét, phần đỉnh bị cắt bởi một mặt phẳng cách tâm 15 mét (tâm nằm giữa hai mặt phẳng). Hỏi thể tích bể đó là bao nhiêu nghìn mét khối? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 32.



Ta có thể tích khối chỏm cầu phần đáy:

$$h = 20 - 18 = 2(m); R = 20; V_1 = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h) = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 (3 \cdot 20 - 2) = \frac{232\pi}{3} (m^3);$$

Thể tích khối chỏm cầu phần nắp:

$$h = 20 - 15 = 5(m); R = 20; V_2 = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h) = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 (3 \cdot 20 - 5) = \frac{1375\pi}{3} (m^3);$$

Thể tích phần bể chứa:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 - V_1 - V_2 = 10131\pi \approx 31827 (m^3)$$

Câu 4. Xét các cấp số cộng (a_n) có số hạng đầu tiên a_1 và công sai d đều là các số nguyên dương và thỏa mãn $2^{a_8} = 2^{27} \cdot a_8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của a_3 .

Lời giải

Đáp số: 12.

Ta có $2^{a_8} = 2^{27} \cdot a_8 \Leftrightarrow 2^{a_8-27} = a_8 > 0$;Đặt $x = a_8 \Rightarrow 2^{x-27} = x$;

Xét hàm số $y = 2^{x-27}$, $y = x$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}^+$ nên phương trình $2^{x-27} = x$ có nghiệm duy nhất $x = 32$;

$$\Rightarrow a_8 = a_1 + 7d = 32 \Rightarrow a_3 + 5d = 32 \Leftrightarrow a_3 = 32 - 5d = (32 - 7d) + 2d;$$

$$y = 32 - 7x + 2x; a_1 = 32 - 7x \geq 1; x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4,4 \\ x \geq 1 \\ x \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}; \text{Hàm số nghịch biến.}$$

Xét hàm số

$$\Rightarrow \min a_3 = \min_{1 \leq x < 4,4} y = y(4) = 12$$

Câu 5. Xét một bảng ô vuông kích thước 3×3 . Mỗi ô được điền ngẫu nhiên và độc lập một giá trị từ tập $\{-1; 0; 1\}$. Biết rằng tổng các số trên mỗi hàng đều bằng 0, gọi P là xác suất để tổng các số trên mỗi cột cũng đều bằng 0. Tính giá trị của $3430P$.

Lời giải

Đáp số: 310.

Gọi A là biến cố: "Tổng các số trên mỗi hàng bằng 0".

Gọi B là biến cố: "Tổng các số trên mỗi cột bằng 0".

$$p = P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{n(B \cap A)}{n(A)}$$

- Tính $n(A)$

Mỗi hàng gồm 3 ô (x, y, z) nhận giá trị từ tập $\{-1; 0; 1\}$ sao cho $x + y + z = 0$.

TH1: Mỗi hàng toàn là số 0, có 1 cách.

TH2: Mỗi hàng được lấy từ các số $\{-1; 0; 1\}$ có $3! = 6$ cách.

Như vậy có $1 + 6 = 7$ cách để điền một hàng sao cho tổng bằng 0.

Vì bảng có 3 hàng độc lập nên $n(A) = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

- Tính $n(B \cap A)$ với $B \cap A$: "Tổng các số trên mỗi hàng bằng 0 và tổng các số trên mỗi cột cũng bằng 0"

Gọi hàng gồm toàn số 0 là hàng "0" và hàng chứa $\{-1; 0; 1\}$ là hàng "khác".

TH1: Cả 3 hàng đều là hàng "0", có 1 cách chọn.

TH2: Có 1 hàng "0" và 2 hàng "khác":

- Chọn vị trí cho hàng "0" có 3 cách
- Chọn giá trị cho hàng "khác" thứ nhất có 6 cách (là các hoán vị của các số $-1; 0; 1$)
- Hàng "khác" thứ hai phải có giá trị là số đối của hàng "khác" thứ nhất nên có 1 cách chọn

Như vậy, có $3 \cdot 6 \cdot 1 = 18$ cách.

TH3: Cả 3 hàng đều là hàng "khác":

Để tổng mỗi cột bằng 0 thì mỗi cột cũng phải có tập giá trị là $\{-1; 0; 1\}$ nên suy ra mỗi hàng phải có đúng một số 0, và mỗi cột cũng có đúng một số 0.

Như vậy:

- Xếp ba số 0 vào bảng có $3! = 6$ cách.
- Sau khi xếp số 0, các ô còn lại trong mỗi hàng là 1 và -1 nên với 1 vị trí số 0 cố định thì chỉ có 2 cách điền số 1 và -1, do đó có $6 \cdot 2 = 12$ cách.

$$\Rightarrow n(B \cap A) = 1 + 18 + 12 = 31 \text{ cách.}$$

$$\Rightarrow p = \frac{31}{343}$$

$$\Rightarrow 3430p = 3430 \cdot \frac{31}{343} = 310$$

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases}$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng và đi qua điểm $A(0; 6; 4)$.

Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn chứa đường thẳng d . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến điểm H .

Lời giải

Đáp số: 8.

Ta có d vuông góc với mặt phẳng (Oyz) tại điểm $M(0; 0; 4)$

Vì (P) chứa đường thẳng d nên $(P) \perp (Oyz)$

Gọi $\Delta = (P) \cap (Oyz) \Rightarrow M \in \Delta$

Ta có $A(0;6;4) \in (Oyz)$ và $AH \perp (P)$ tại H .

$\Rightarrow AH \perp MH \Rightarrow H$ nằm trên đường tròn đường kính AM với $AM \subset (Oyz)$

Mà $MA = 6$ nên bán kính đường tròn bằng 3.

Gọi I là tâm đường tròn thì I là trung điểm $MA \Rightarrow I(0;3;4)$ và $OI = 5$.

Vậy khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến điểm H là $OH_{\max} = OI + R = 5 + 3 = 8$.
HẾT.

ĐỀ 5

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
CỤM TRƯỜNG TP HCM
MÔN: TOÁN

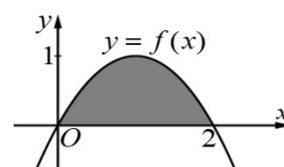
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x}$ là

- A. $x + \ln|x| + C$ B. $x - \ln|x| + C$ C. $x + \ln x + C$ D. $x - \ln x + C$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi H là phần diện tích hình phẳng được tô màu. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox là

- A. $V = \pi \int_2^0 [f(x)]^2 dx$ B. $V = \int_2^0 [f(x)]^2 dx$
C. $V = \int_0^2 [f(x)]^2 dx$ D. $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$



Câu 3: Một học sinh tiến hành thống kê nhiệt độ trung bình tại nơi mình sống trong vòng 40 ngày và thu được bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)
Số ngày	7	15	12	6

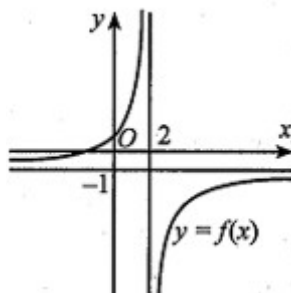
Tứ phân vị thứ nhất của bảng số liệu trên bằng

- A. 23,5 B. 27 C. 26,5 D. 22,6

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$
C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$ D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như vẽ



Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. $x = -1$ B. $x = 2$ C. $y = -1$ D. $y = 2$

Câu 6: Tập nghiệm bất phương trình $\log_{0.5}(x+1) \geq -2$ là

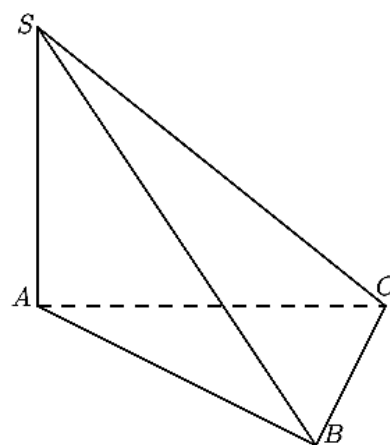
- A. $[3; +\infty)$ B. $(-1; +\infty)$ C. $(-1; 3]$ D. $(-\infty; 3]$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 7 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(1; 2; -2)$ B. $N(1; -2; -2)$ C. $P(4; 2; -2)$ D. $Q(2; 2; -3)$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, $AB = a\sqrt{2}$ (xem hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45°
B. 30°
C. 90°
D. 60°



thứ

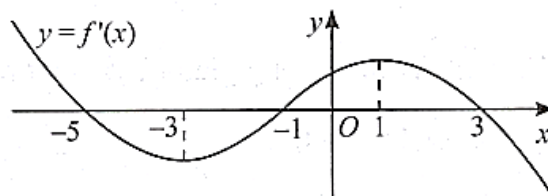
Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2, u_3 = 6$. Khi đó số hạng tư của cấp số nhân là

- A. $u_4 = 72$ B. $u_4 = 12$ C. $u_4 = 18$ D. $u_4 = -18$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên

$\square$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-5; -1)$ B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -5$ D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

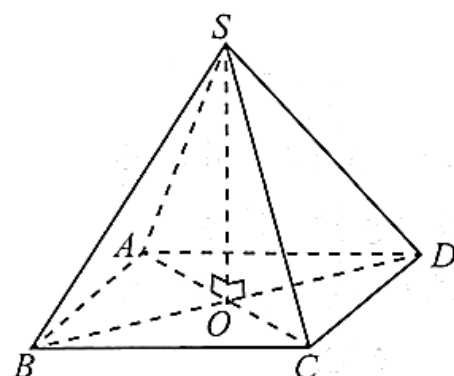


Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = -1$ là

- A. $S = \{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ B. $S = \{ k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \}$
C. $S = \{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ D. $S = \{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$

Câu 12: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SO}$
B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị của hàm số

$y = f'(x)$ như hình dưới đây. Biết $f(-1) = -\frac{35}{3}$, diện tích hình

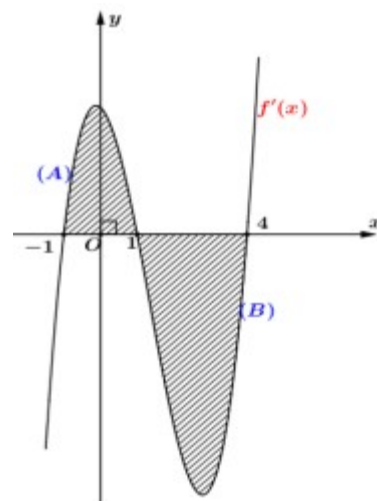
phẳng $(A), (B)$ lần lượt bằng $\frac{64}{3}$ và 63.

a) Giá trị của $\int_{-1}^4 f'(x)dx$ bằng $\frac{253}{3}$.

b) Giá trị $f(1)$ bằng $\frac{29}{3}$.

c) Hàm số đã cho có công thức là $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $g(x) = -2x^2 + 16x$ làm tròn đến hàng đơn vị là 216.



Câu 2. Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v_t = 30 \text{ m/s}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi s_t là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Công thức biểu diễn hàm số $s_t = 5t^2 - 30t$ m.

b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là 45 m .

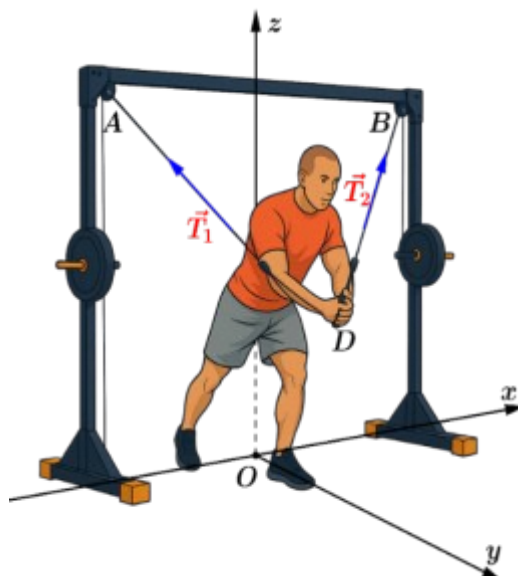
d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 m .

Câu 3. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox , Oy , Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1,3;0;1,9)$ và $B(1,3;0;1,9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0;0,7;1,2)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là 320 (N) (kết quả tính được ở các ý đều làm tròn đến hàng phần trăm).

a) Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,63 \text{ (m)}$.

b) Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương không song song với trục Oz .

c) Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $387,74 \text{ N}$.



d) Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,2(m)$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 0,99(m)$.

Câu 4. Có hai hộp bút, hộp thứ nhất đựng 5 chiếc bút đỏ và 4 chiếc bút xanh, hộp thứ hai đựng 4 chiếc bút đỏ và 6 chiếc bút xanh, tất cả những chiếc bút đều có cùng hình dạng, kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp thứ hai.



a) Xác suất để chiếc bút lấy từ hộp thứ nhất có màu đỏ là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai là chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang là $\frac{1}{10}$.

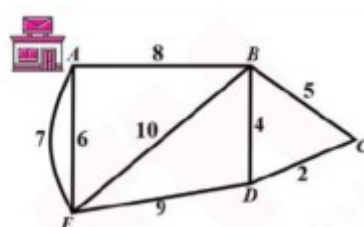
c) Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ và là chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang là $\frac{5}{99}$.

d) Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai là chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang, biết rằng chiếc bút đó có màu đỏ là $\frac{5}{41}$.

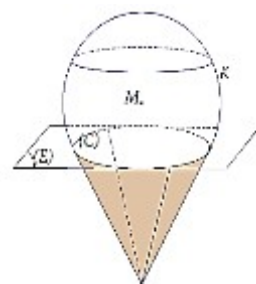
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 5 m, cạnh đáy trên dài 2 m, cạnh bên dài 3 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/m³. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

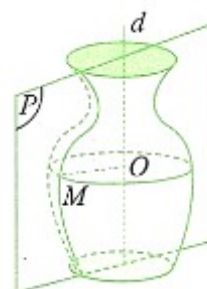
Câu 2: Một công ty cây xanh dùng xe bồn để tưới cây dọc theo các con đường như hình vẽ. Biết xe bồn xuất phát ở vị trí A , sau khi tưới hết các cây ở các con đường thì quay lại điểm xuất phát để cất xe. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài tính bằng km). Hỏi tổng quãng đường xe bồn có thể đi ngắn nhất có thể bằng bao nhiêu km?



Câu 3: Trong hệ trục $Oxyz$ (đơn vị mét), bồn chứa là mặt cầu K tâm $M(1; 2; 3)$, bán kính $r=6$. Mặt phẳng cắt miệng bồn $E: -x + y + 2z - 1 = 0$ tạo một vành tròn (C) . Người ta chế tạo một khối nón tròn xoay có đáy đúng là đường tròn (C) . Khối nón này được chọn sao cho với mọi điểm $A \in (C)$, đường sinh đi qua A là một tiếp tuyến của mặt cầu K tại A . Hãy tính thể tích V của khối nón bằng bao nhiêu m³ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Câu 4: Xét phần đựng nước bên trong một lục bình có dạng mặt tròn xoay trong đó đường sinh là đường cong (C) quay quanh trục (d) như hình bên. Biết rằng (C) là đường cong bậc ba; chiều cao phần đựng nước là 35 cm; bán kính đáy phần đựng nước là 10 cm; bán kính miệng phần đựng nước là 14,375 cm; chỗ rộng nhất của phần đựng nước có bán kính 30 cm; độ cao của phần đựng nước tính từ đáy đến chỗ rộng nhất là 10 cm. Thể tích tối đa mà chiếc bình này đựng được là bao nhiêu lít? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 5: Một công ty tiến hành hai dự án I và II. Biết rằng xác suất thành công của ít nhất một trong hai dự án là 0,76 ; xác suất thành công của dự án I là 0,4 ; xác suất để dự án I thành công nhưng dự án II không thành công là 0,26. Tìm xác suất để dự án II thành công nếu biết rằng dự án I không thành công.



Câu 6: Một kỹ sư tiến hành lắp ráp một rotor của động cơ phản lực.

Rotor có 9 khe cắm cánh quạt được đánh số cố định từ 1 đến 9 theo vòng tròn (như hình vẽ). Khoảng cách giữa các khe đều nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai số chế tạo, 9 cánh quạt có khối lượng thực tế là các số nguyên phân biệt từ 1 đến 9 gam. Để đảm bảo rotor cân bằng động học khi quay, kỹ sư lựa chọn phương án lắp đặt thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

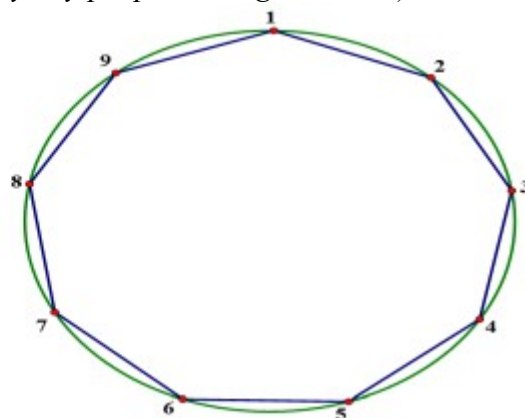
+ Chia 9 cánh quạt thành 3 nhóm (mỗi nhóm 3 cánh).

+ Mỗi nhóm được lắp vào 3 khe cắm tạo thành một tam giác đều (ba khe cắm tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 khe theo vòng tròn).

+ Tổng khối lượng của 3 cánh quạt trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 cánh quạt vào 9 khe cắm thỏa mãn các điều kiện kỹ thuật trên?

(Hai cách sắp xếp được coi là khác nhau nếu có ít nhất một cánh quạt ở một vị trí khe cắm khác nhau, không đồng nhất các cách lắp khác nhau bởi phép quay hay phép đối xứng của rotor)



-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	D	D	C	B	C	D	A	C	D	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	41	63	385	49,1	0,6	2592

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x}$ là

- A. $x + \ln|x| + C$. B. $x - \ln|x| + C$. C. $x + \ln x + C$. D. $x - \ln x + C$.

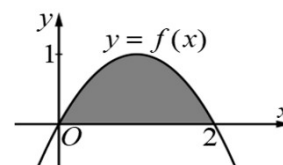
Lời giải

Chọn B.

$$f(x) = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow \int \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = x - \ln|x| + C$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi H là phần diện tích hình phẳng được tô màu. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox là

- A. $V = \pi \int_2^0 [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_2^0 [f(x)]^2 dx$.
C. $V = \int_0^2 [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$.



Lời giải

Chọn D.

Hình phẳng H được giới hạn bởi: Đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x=0, x=2$. Do đó khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox có thể

$$V = \pi \int_0^2 [f(x)]^2 dx$$

tích là

Câu 3: Một học sinh tiến hành thống kê nhiệt độ trung bình tại nơi mình sống trong vòng 40 ngày và thu được bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)
Số ngày	7	15	12	6

Tứ phân vị thứ nhất của bảng số liệu trên bằng

- A. 23,5 . B. 27 . C. 26,5 . D. 22,6 .

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[22; 25)$.

$$\text{Vậy } Q_1 = 22 + \frac{10-7}{15} \cdot 3 = 22,6$$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

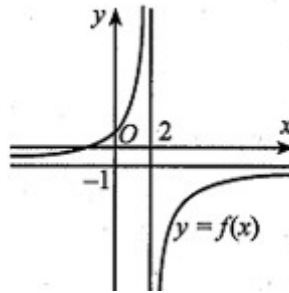
Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần tìm, ta có $\overrightarrow{BC} = (-2; 1; 1)$.

Đường thẳng d đi qua A và nhận vector $\overrightarrow{BC} = (-2; 1; 1)$ làm vector chỉ phương có phương

trình chính tắc là $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2$.

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường tiệm cận đứng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2

Câu 6: Tập nghiệm bất phương trình $\log_{0,5}(x+1) \geq -2$ là

A. $[3; +\infty)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-1; 3]$. **D.** $(-\infty; 3]$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_{0,5}(x+1) \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \leq (0,5)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 3$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 7 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1; 2; -2)$. **B.** $N(1; -2; -2)$. **C.** $P(4; 2; -2)$. **D.** $Q(2; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

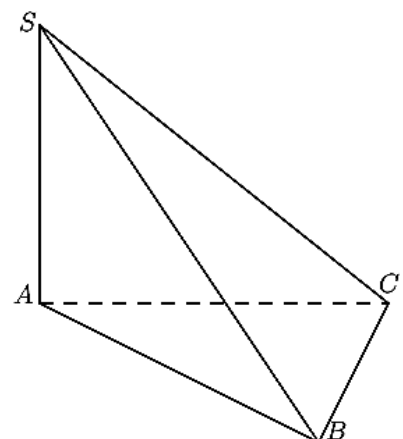
Thay tọa độ các điểm vào phương trình (α) , ta thấy điểm $Q(2; 2; -3)$ thỏa vì $4 - 2 - 9 + 7 = 0$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, $AB = a\sqrt{2}$ (xem hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .
B. 30° .
C. 90° .
D. 60° .

Lời giải

Chọn A



Do SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB lên mặt phẳng (ABC) là $AB \Rightarrow (SB; (ABC)) = (SB; AB) = \angle SBA$.

$$\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow (SB; (ABC)) = 45^\circ$$

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2, u_3 = 6$. Khi đó số hạng thứ tư của cấp số nhân là

A. $u_4 = 72$. **B.** $u_4 = 12$. **C.** $u_4 = 18$. **D.** $u_4 = -18$.

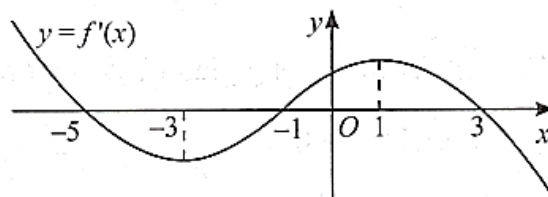
Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} u_2 = u_1 q \\ u_3 = u_2 q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q = 2 \\ 2q = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow u_4 = u_1 q^3 = \frac{2}{3} \cdot 27 = 18$$

Ta có

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-5; -1)$. **B.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -5$. **D.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-5	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$				$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-1; 3)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-5; -1)$ và $(3; +\infty)$.

- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; đạt cực đại tại các điểm $x = -5$ và $x = 3$.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = -1$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

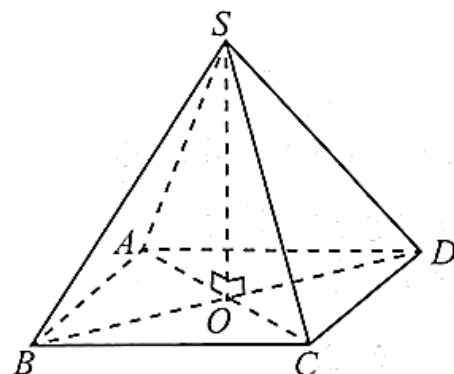
D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 12: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SO}$
 B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}$

Lời giải

Chọn A

O là trung điểm đoạn thẳng $BD \Rightarrow \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị của hàm số

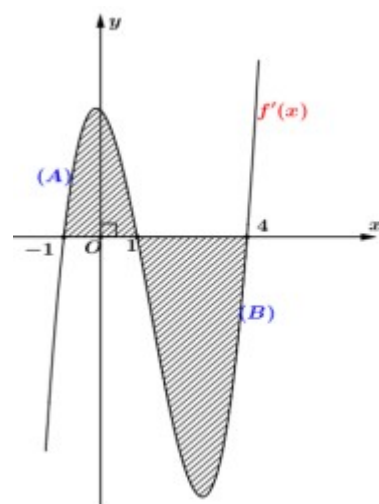
$y = f'(x)$ như hình dưới đây. Biết $f(-1) = -\frac{35}{3}$, diện tích hình phẳng (A), (B) lần lượt bằng $\frac{64}{3}$ và 63.

a) Giá trị của $\int_{-1}^4 f'(x)dx$ bằng $\frac{253}{3}$.

b) Giá trị $f(1)$ bằng $\frac{29}{3}$.

c) Hàm số đã cho có công thức là $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $g(x) = -2x^2 + 16x$ làm tròn đến hàng đơn vị là 216.



Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Sai. $\int_{-1}^4 f'(x)dx = \int_{-1}^1 f'(x)dx + \int_1^4 f'(x)dx = \frac{64}{3} - 63 = -\frac{125}{3}$.

b) Đúng. $\int_{-1}^1 f'(x)dx = \frac{64}{3} \Leftrightarrow f(1) - f(-1) = \frac{64}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{29}{3}$.

c) Sai. $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x + 2$, ta có $f(-1) = -\frac{29}{3} \neq -\frac{35}{3}$.

d) Đúng. Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng đồ thị hàm số bậc ba nên $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e (a \neq 0)$

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$$\text{Vì } \begin{cases} f(-1) = -\frac{35}{3} \\ f(1) = \frac{29}{3} \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} a - b + c - d + e = -\frac{35}{3} \\ a + b + c + d + e = \frac{29}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = \frac{29}{3} \\ 2b + 2d = \frac{64}{3} \end{cases} (*)$$

Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $x = -1, x = 1, x = 4$ nên

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 3b - 2c + d = 0 \\ 4a + 3b + 2c + d = 0 \\ 256a + 48b + 8c + d = 0 \end{cases} (**)$$

Từ (*) và (**) ta được $a = 1, b = -\frac{16}{3}, c = -2, d = 16, e = 0$

Vậy hàm số $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x$ và $g(x) = -2x^2 + 16x$

$$x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x = -2x^2 + 16x \Leftrightarrow x^4 - \frac{16}{3}x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{16}{3} \end{cases}$$

là:

$$S = \int_0^{\frac{16}{3}} \left(x^4 - \frac{16}{3}x^3 - 2x^2 + 16x \right) - (-2x^2 + 16x) dx = \int_0^{\frac{16}{3}} \left(x^4 - \frac{16}{3}x^3 \right) dx \approx 216$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

Câu 2. Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -5t + 30 \text{ m/s}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ m}$.

b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.

c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là 45 m .

d) Quãng đường xe ô tô đã đi chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 m .

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)}$.

Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 30) dt = -5t^2 + 30t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Vậy $s(t) = -5t^2 + 30t \text{ (m)} \Rightarrow$ a) đúng.

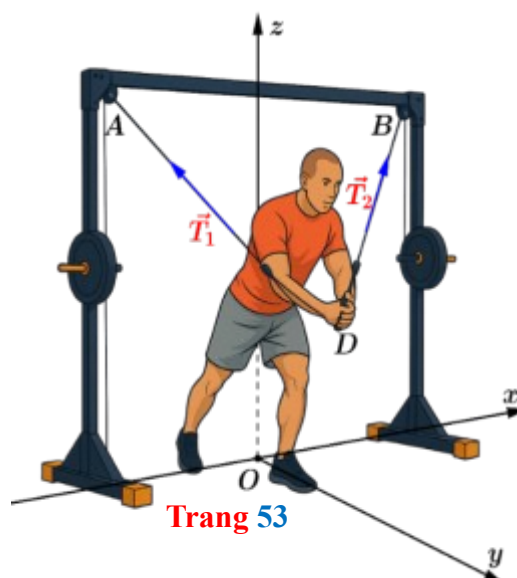
b) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 3 \Rightarrow$ b) sai.

c) Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô đi chuyển được là $s(3) = -5 \cdot 3^2 + 30 \cdot 3 = 45 \text{ (m)} \Rightarrow$ c) đúng.

d) Ta có $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ nên một giây đi được 30 m .

Vậy quãng đường xe ô tô đã đi chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $30 + 45 = 75 \text{ (m)} \Rightarrow$ d) sai.

Câu 3. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là “Cable Crossover”. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox , Oy , Oz được chọn như hình vẽ minh họa. Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1,3;0;1,9)$ và $B(1,3;0;1,9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và



giữ hai tay cầm tại điểm $D(0;0,7;1,2)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là $320(N)$ (kết quả tính được ở các ý đều làm tròn đến hàng phần trăm).

- a) Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,63(m)$.
 b) Vector hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương không song song với trục Oz .
 c) Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $387,74N$.
 d) Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90° . Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,2(m)$ thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 0,99(m)$.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Đúng. $\vec{DA} = (-1,3;-0,7;0,7)$ suy ra $AD = \sqrt{(-1,3)^2 + (-0,7)^2 + 0,7^2} \approx 1,63(m)$

b) Đúng. Ta có $\vec{DB} = (1,3;-0,7;0,7)$ và $\vec{u} = \vec{DA} + \vec{DB} = (0;-1,4;1,4)$

Hợp lực $\vec{F}$ sẽ cùng phương với $\vec{u} = (0;-1,4;1,4)$. Vector chỉ phương của Oz là $\vec{k} = (0;0;1)$
 Do $-1,4 \neq 0$ nên nó không song song với trục Oz .

c) Đúng. Điều kiện cân bằng $\vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$. Ta có: $\vec{T}_1 = 320 \cdot \frac{\vec{DA}}{|\vec{DA}|}$, $\vec{T}_2 = 320 \cdot \frac{\vec{DB}}{|\vec{DB}|}$,
 $DA = DB = \sqrt{2,67}$

Suy ra $|\vec{F}| = \left| 320 \cdot \frac{\vec{DA} + \vec{DB}}{\sqrt{2,67}} \right| = \frac{320}{\sqrt{2,67}} \cdot |\vec{DA} + \vec{DB}| = \frac{320}{\sqrt{2,67}} \cdot \sqrt{0^2 + (-1,4)^2 + 1,4^2} \approx 387,74(N)$

d) Sai. Gọi vị trí mới của tay có tọa độ $D'(0;y;1,2)$. Khi đó $\begin{cases} \vec{D'A} = (-1,3;-y;0,7) \\ \vec{D'B} = (1,3;-y;0,7) \end{cases}$

Để góc giữa hai dây bằng 90° thì $\vec{D'A} \cdot \vec{D'B} = 0 \Leftrightarrow y_D^2 = 1,2 \Leftrightarrow \begin{cases} y_D \approx 1,10 \\ y_D \approx -1,10 \end{cases}$

Vị trí đứng tập ở chiều dương nên $y_D = 1,10(m)$.

Câu 4. Có hai hộp bút, hộp thứ nhất đựng 5 chiếc bút đỏ và 4 chiếc bút xanh, hộp thứ hai đựng 4 chiếc bút đỏ và 6 chiếc bút xanh, tất cả những chiếc bút đều có cùng hình dạng, kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ hộp thứ hai.



a) Xác suất để chiếc bút lấy từ hộp thứ nhất có màu đỏ là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai là chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang là $\frac{1}{10}$.

c) Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ và là chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang là $\frac{5}{99}$.

d) Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai là chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang, biết rằng chiếc bút đó có màu đỏ là $\frac{5}{41}$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Hộp thứ nhất có tất cả 9 chiếc bút, trong đó có 5 chiếc bút đỏ. Do đó xác suất để chiếc bút lấy từ hộp thứ nhất có màu đỏ là $\frac{5}{9}$. **Do đó ý a) đúng**

Khi chuyển 1 chiếc bút từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai thì hộp thứ hai có tất cả 11 chiếc bút. Do đó xác suất để chọn được đúng chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang là $\frac{1}{11}$. **Do đó ý b) sai**

Gọi A là biến cố "Chiếc bút lấy từ hộp thứ hai là chiếc bút chuyển từ hộp thứ nhất sang". Theo lập luận trên ta có $P(A) = \frac{1}{11}$.

Gọi B là biến cố "Chiếc bút lấy từ hộp thứ hai có màu đỏ".

Khi đó biến cố "Chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ và là chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang" là $A \cap B$. Ta có $P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{11} = \frac{5}{99}$. **Do đó ý c) đúng**

Xác suất để chiếc bút được lấy ra từ hộp thứ hai là chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang, biết rằng chiếc bút đó có màu đỏ, là $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. Để tính $P(B)$ ta lập luận như sau: nếu chiếc bút được

chuyển từ hộp thứ nhất sang có màu xanh (với xác suất là $\frac{4}{9}$) thì khi đó xác suất để chiếc bút được chọn từ hộp thứ hai có màu đỏ là $\frac{4}{11}$; nếu chiếc bút được chuyển từ hộp thứ nhất sang có màu đỏ (với xác suất là $\frac{5}{9}$) thì khi đó xác suất để chiếc bút được chọn từ hộp thứ hai có màu đỏ là $\frac{5}{11}$; suy ra

$P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{11} + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{11} = \frac{41}{99}$. Vậy $P(A|B) = \frac{5}{99} : \frac{41}{99} = \frac{5}{41}$. **Do đó ý d) đúng**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

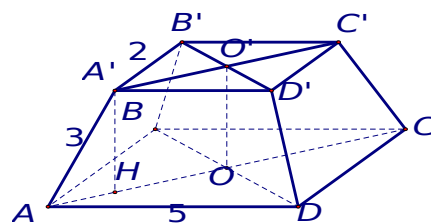
Câu 1: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 5 m, cạnh đáy trên dài 2 m, cạnh bên dài 3 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/m³. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

Lời giải

Đáp án: 41.

Gọi các điểm như hình vẽ.

Tính đường cao $h = O'O = A'H$. Ta có:



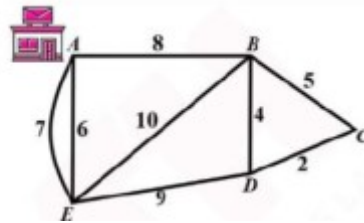
$$\begin{aligned} A'H^2 &= AA'^2 - AH^2 = AA'^2 - (OA - O'A')^2 = AA'^2 - \left(\frac{AB\sqrt{2}}{2} - \frac{A'B'\sqrt{2}}{2} \right)^2 \\ &= 3^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 9 - \frac{9}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ m.} \end{aligned}$$

Thể tích chân tháp là $V = \frac{1}{3}h.(S + S' + \sqrt{SS'}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot (5^2 + 2^2 + \sqrt{5^2 \cdot 2^2}) = \frac{39\sqrt{2}}{2} \text{ m}^3$.

$$T = \frac{39\sqrt{2}}{2} \cdot 1470000 \approx 40,54 \text{ tr} \approx 41 \text{ tr}.$$

Số tiền mua bê tông tươi để làm chân tháp là

Câu 2: Một công ty cây xanh dùng xe bồn để tưới cây dọc theo các con đường như hình vẽ. Biết xe bồn xuất phát ở vị trí A , sau khi tưới hết các cây ở các con đường thì quay lại điểm xuất phát để cất xe. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài tính bằng km). Hỏi tổng quãng đường xe bồn có thể đi ngắn nhất có thể bằng bao nhiêu km ?



Lời giải

Đáp án: 63

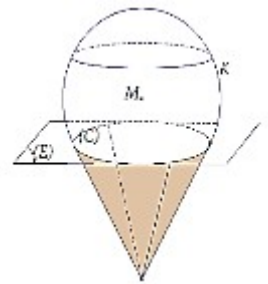
Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D .

Một đường Euler từ A đến D là: $AEABEDBCD$ và độ dài của nó là $6 + 7 + 8 + 10 + 9 + 4 + 5 + 2 = 51$

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4 + 8 = 12$

Vậy tổng quãng đường xe bồn có thể đi ngắn nhất là $51 + 12 = 63$

Câu 3: Trong hệ trục $Oxyz$ (đơn vị mét), bồn chứa là mặt cầu K tâm $M(1; 2; 3)$, bán kính $r = 6$. Mặt phẳng cắt miệng bồn $E: -x + y + 2z - 1 = 0$ tạo một vành tròn (C) . Người ta chế tạo một khối nón tròn xoay có đáy đúng là đường tròn (C) . Khối nón này được chọn sao cho với mọi điểm $A \in (C)$, đường sinh đi qua A là một tiếp tuyến của mặt cầu K tại A . Hãy tính thể tích V của khối nón bằng bao nhiêu m^3 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 385

Mặt cầu K có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$.

Gọi d là khoảng cách từ tâm M đến mặt phẳng E , ta có

$$d = \frac{|(-1) \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{|-1 + 2 + 6 - 1|}{\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

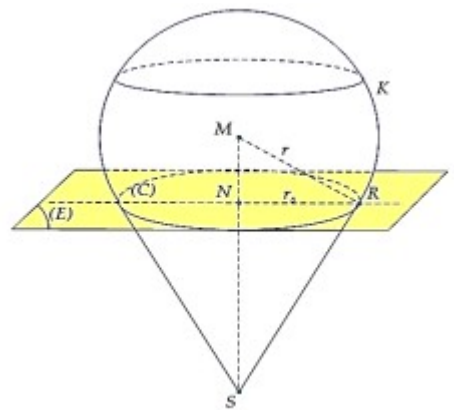
Đường tròn giao tuyến của mặt cầu với mặt phẳng E có bán

kính r_s thỏa $r_s^2 = r^2 - d^2 = 36 - 6 = 30 \Rightarrow r_s = \sqrt{30}$.

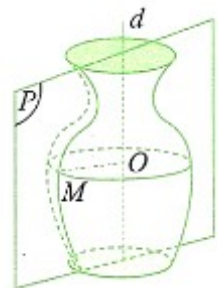
Gọi N là hình chiếu vuông góc của M lên E , và S là đỉnh khối nón.

$$MS = \frac{r^2}{d}, NS = MS - MN = \frac{r^2}{d} - d = \frac{r^2 - d^2}{d} = \frac{r_s^2}{d}$$

$$\text{Suy ra } NS = \frac{30}{\sqrt{6}} = 5\sqrt{6} \quad \text{Thay số: } V = \frac{1}{3} \pi r_s^2 \cdot NS = \frac{1}{3} \pi \cdot 30 \cdot 5\sqrt{6} = 50\pi\sqrt{6} (m^3) \approx 385m^3$$



Câu 4: Xét phần đựng nước bên trong một lục bình có dạng mặt tròn xoay trong đó đường sinh là đường cong (C) quay quanh trục (d) như hình bên. Biết rằng (C) là đường cong bậc ba; chiều cao phần đựng nước là 35 cm ; bán kính đáy phần đựng nước là 10 cm ; bán kính



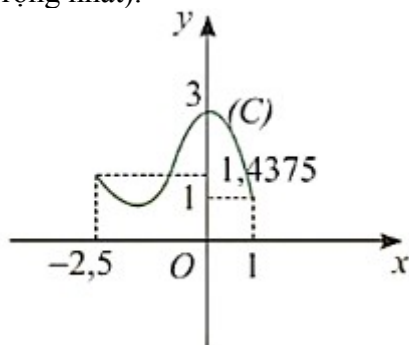
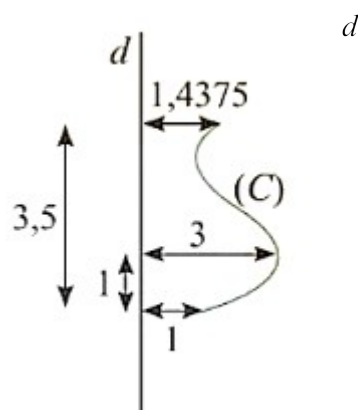
miệng phần đựng nước là $14,375\text{ cm}$; chỗ rộng nhất của phần đựng nước có bán kính 30 cm ; độ cao của phần đựng nước tính từ đáy đến chỗ rộng nhất là 10 cm . Thể tích tối đa mà chiếc bình này đựng được là bao nhiêu lít? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 49,1

Đổi đơn vị về đềximét. Ta có thể minh hoạ đường $\sinh(C)$ và trục quay như hình bên.

Gắn hệ trục như hình vẽ (trục quay d là trục hoành, trục tung cắt đường sinh tại điểm thuộc phần rộng nhất).



Đặt $(C): y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Dựa vào đồ thị ta thấy

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = 3 \\ f(1) = 1 \\ f(-2,5) = 1,4375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 3 \\ a + b + c + d = 1 \\ -15,625a + 6,25b - 2,5c + d = 1,4375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = -1,5 \\ c = 0 \\ d = 3. \end{cases}$$

$$y = f(x) = -0,5x^3 - 1,5x^2 + 3.$$

Khi đó thể tích phần chứa nước chính là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng bị giới hạn bởi $(C): y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = -2,5; x = 1$ quanh trục hoành. Do đó thể tích

$$\text{này bằng } V = \pi \int_{-2,5}^1 (-0,5x^3 - 1,5x^2 + 3)^2 dx \approx 49,1(l)$$

Câu 5: Một công ty tiến hành hai dự án I và II. Biết rằng xác suất thành công của ít nhất một trong hai dự án là $0,76$; xác suất thành công của dự án I là $0,4$; xác suất để dự án I thành công nhưng dự án II không thành công là $0,26$. Tìm xác suất để dự án II thành công nếu biết rằng dự án I không thành công.



Lời giải

Đáp án: 0,6

Gọi A là biến cố: "Dự án I thành công"; B : "Dự án II thành công".

Theo đề bài, ta có: $P(A \cup B) = 0,76; P(A) = 0,4; P(\overline{A}B) = 0,26$.

Sử dụng biểu đồ Venn, ta có:

$$P(\overline{A}B) = P(A \cup B) - P(A) = 0,76 - 0,4 = 0,36 \text{ và } P(AB) = P(A) - P(\overline{A}B) = 0,4 - 0,26 = 0,14$$

$$\text{Hơn nữa: } P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B) = 0,14 + 0,36 = 0,5$$

Vậy xác suất để dự án II thành công nếu biết rằng dự án I không thành công là

$$P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})} = \frac{0,36}{1 - 0,4} = 0,6$$

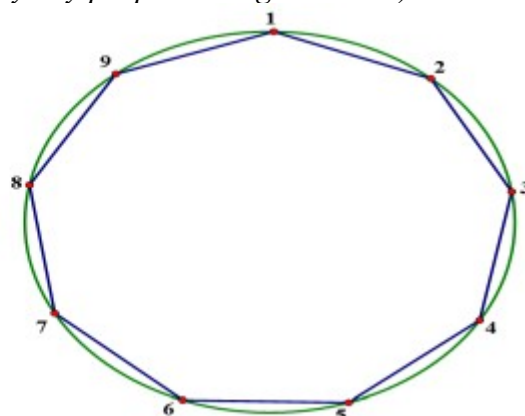
Câu 6: Một kỹ sư tiến hành lắp ráp một rotor của động cơ phản lực. Rotor có 9 khe cắm cánh quạt được đánh số cố định từ 1 đến 9 theo vòng tròn (như hình vẽ). Khoảng cách giữa các khe đều nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai số chế tạo, 9 cánh quạt có khối lượng thực tế là các số

nguyên phân biệt từ 1 đến 9 gam. Để đảm bảo rotor cân bằng động học khi quay, kỹ sư lựa chọn phương án lắp đặt thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- + Chia 9 cánh quạt thành 3 nhóm (mỗi nhóm 3 cánh).
- + Mỗi nhóm được lắp vào 3 khe cắm tạo thành một tam giác đều (ba khe cắm tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 khe theo vòng tròn).
- + Tổng khối lượng của 3 cánh quạt trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 cánh quạt vào 9 khe cắm thỏa mãn các điều kiện kỹ thuật trên?

(Hai cách sắp xếp được coi là khác nhau nếu có ít nhất một cánh quạt ở một vị trí khe cắm khác nhau, không đồng nhất các cách lắp khác nhau bởi phép quay hay phép đối xứng của rotor)



Lời giải

Đáp án: 2592

Ta có $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ nên để tổng khối lượng 3 cánh quạt trong mỗi nhóm bằng nhau thì tổng khối lượng mỗi nhóm bằng 15.

Ta chia các số từ 1 đến 9 thành 3 bộ: $\{1; 2; 3\}$, $\{4; 5; 6\}$, $\{7; 8; 9\}$.

Để thấy để lấy 3 số có tổng bằng 15 thì mỗi bộ ta lấy ra 1 số.

Ta có các bộ 3 số có tổng bằng 15 là:

+ có chứa số 9: $\{9; 5; 1\}$, $\{9; 4; 2\}$.

+ có chứa số 8: $\{8; 6; 1\}$, $\{8; 5; 2\}$, $\{8; 4; 3\}$.

+ có chứa số 7: $\{7; 6; 2\}$, $\{7; 5; 3\}$.

Từ đây ta dễ dàng thấy có 2 cách chọn 3 bộ số thỏa mãn là

+ $\{9; 5; 1\}$, $\{8; 4; 3\}$, $\{7; 6; 2\}$.

+ $\{9; 4; 2\}$, $\{8; 6; 1\}$, $\{7; 5; 3\}$.

Giờ ta sẽ đếm số cách sắp xếp vào 9 khe rotor.

Rotor có 9 khe được đánh số cố định từ 1 đến 9. Ta có đúng 3 tam giác đều trên rotor:

+ Tam giác T_1 : khe 1, 4, 7.

+ Tam giác T_2 : khe 2, 5, 8.

+ Tam giác T_3 : khe 3, 6, 9.

Chọn một cách chọn 3 bộ số, có 2 cách.

Chọn bộ số điền vào 3 tam giác, có $3!$ cách.

Sắp xếp các số trong 3 tam giác, có $(3!)^3$ cách.

Số cách xếp thỏa mãn là $2 \cdot 3! \cdot (3!)^3 = 2592$.

-----HẾT-----

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 - C$.

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quay quanh trục Ox là

- A. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$. B. $\pi \int_0^2 x dx$. C. $\int_0^2 \sqrt{x} dx$. D. $\int_0^2 x dx$.

Câu 3: Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

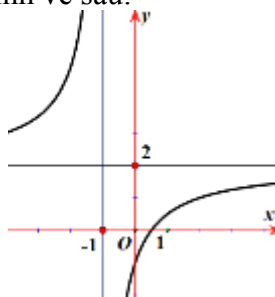
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,25 . B. 31,26 . C. 5,4 . D. 5,6 .

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2;4;-3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (3;1;-1)$ là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 + t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $y = -1$. D. $x = -1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 2$ là

- A. $(2;11)$. B. $(-\infty;11)$. C. $(2;10)$. D. $(2;8)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $4x - y - 2z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (4;-2;-1)$. B. $\vec{n}_2 = (4;-1;-2)$. C. $\vec{n}_3 = (4;1;-2)$. D. $\vec{n}_4 = (-4;-1;2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

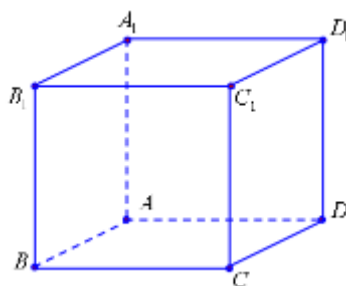
- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = \log_3 2$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_3 = 6$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là
A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -8.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD_1}$ **D.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; 4)$ **B.** $(0; 2)$ **C.** $(-1; 1)$ **D.** $(-\infty; -1)$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

a) $f(-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - 2$; $f(\frac{\pi}{2}) = 2 - \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x - 1$.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ bằng $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

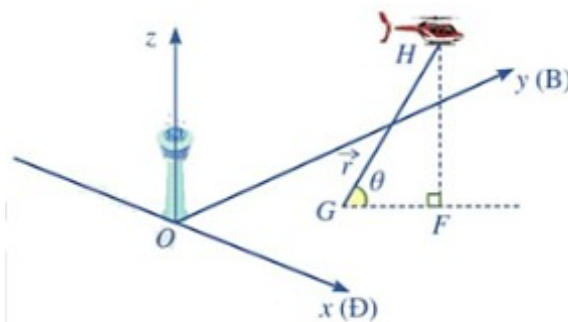
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương án chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương án này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp.

- a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,01.
- b) Xác suất kết quả dương tính nếu có người đó mắc bệnh là 0,99.
- c) Xác suất của biến cố “Kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)” là 0,0198.
- d) Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,699 (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

Câu 4: Hình bên minh họa đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông (Đ), trục Oy là hướng bắc (B) và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G . Vector $\vec{r}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là: $\vec{r} = (1+t; 0,5+2t; 2t)$.

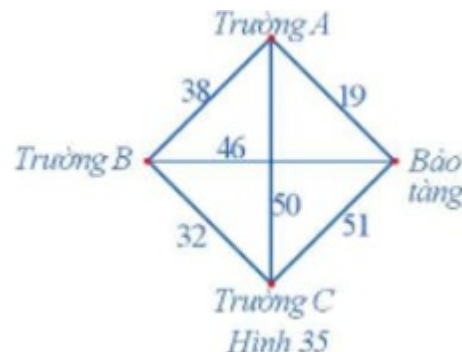


- a) Góc θ mà đường bay tạo với phương ngang (quy tròn đến hàng đơn vị) bằng 42° .
- b) Phương trình đường thẳng GF , trong đó F là hình chiếu của điểm H lên mặt phẳng (Oxy) là
$$\begin{cases} x = 1+t' \\ y = 0,5+3t' \\ z = 0 \end{cases} \quad (t' \text{ là tham số}).$$
- c) Trực thăng bay vào mây ở độ cao 2 km. Tọa độ điểm mà máy bay trực thăng bắt đầu đi vào đám mây là $(2; 2; 5; 2)$.
- d) Giả sử một đỉnh núi nằm ở điểm $M(5; 4; 5; 3)$. Giá trị của t khi HM vuông góc với đường bay GH là $t = 2$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 5, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm).

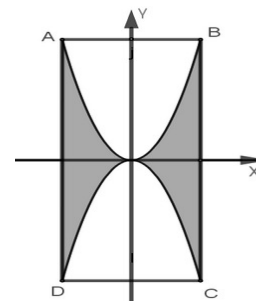
Câu 2: Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong Hình 35. Tìm chu trình xuất phát từ viện bảo tàng sao cho thời gian đi là ít nhất.



Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$ và $(Q): x - 2y - 3z + 20 = 0$. Hỏi chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?



Câu 4: Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên. Phần tô đậm được đánh đá, phần còn lại được sơn màu. Cho $AB = 4dm$, $BC = 8dm$. Tính diện tích phần được sơn màu. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 5: Một rạp chiếu phim có sức chứa 800 người, trung bình mỗi ngày rạp có khoảng 360 khách với giá mỗi vé là 100.000đ. Nếu giá mỗi vé giảm 10.000đ thì mỗi ngày rạp có thêm 60 khách đến xem. Hỏi cần giảm giá vé đến bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu của rạp là lớn nhất.

Câu 6: Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ, hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi ở hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	D	A	D	A	B	D	B	C	D	C

PHẦN II.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	4,33	140	5	21,3	80	0,74

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$ B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$
 C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$ D. $\int f(x) dx = x^3 - C$

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quay quanh trục Ox là

A. $\pi \int_0^2 \sqrt{x} dx$. B. $\pi \int_0^2 x dx$. C. $\int_0^2 \sqrt{x} dx$. D. $\int_0^2 x dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ ta được

$$V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^2 x dx$$

Câu 3: Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,25 . B. 31,26 . C. 5,4 . D. 5,6 .

Lời giải

$$s^2 = \frac{6 \cdot 22,5^2 + 6 \cdot 27,5^2 + 4 \cdot 32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$$

+) Phương sai:

$$s = \sqrt{31,25} \approx 5,6$$

+) Độ lệch chuẩn:

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 4; -3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 1; -1)$ là:

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 + t \end{cases}$.

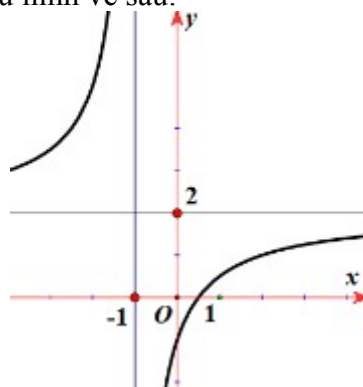
Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

Ta có phương trình đường thẳng là

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $y = -1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ nên đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 2$ là:

A. $(2;11)$ **B.** $(-\infty;11)$ **C.** $(2;10)$ **D.** $(2;8)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_3(x-2) < 2 \Leftrightarrow 0 < x-2 < 9 \Leftrightarrow 2 < x < 11$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 2$ là $(2;11)$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $4x - y - 2z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (4; -2; -1)$ **B.** $\vec{n}_2 = (4; -1; -2)$ **C.** $\vec{n}_3 = (4; 1; -2)$ **D.** $\vec{n}_4 = (-4; -1; 2)$

Lời giải

Chọn

B. $\vec{n}_2 = (4; -1; -2)$

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. (SAB) **B.** (SBC) **C.** (SCD) **D.** (SBD)

Lời giải

Chọn D

Gọi O là tâm đáy.

Ta có $\begin{cases} SO \subset (SBD) \\ SO \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \perp (ABCD)$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = 6$ **B.** $x = 8$ **C.** $x = 9$ **D.** $x = \log_3 2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_3 = 6$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là:

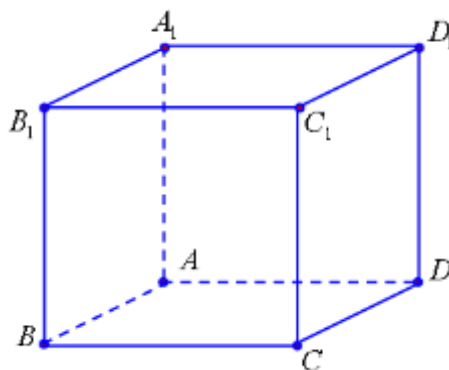
A. 8 **B.** 4 **C.** 2 **D.** -8

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2} = \frac{-2 + 6}{2} = 2$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



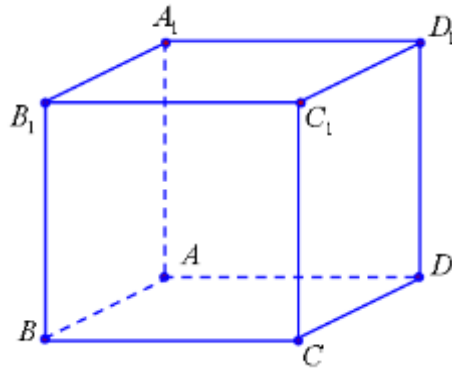
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AC}$ **B.** $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} + \vec{AB} + \vec{AC}$

C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$. D. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ (theo quy tắc hình hộp).

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. B. $(0;2)$. C. $(-1;1)$. D. $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$.

a) $f(-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - 2$; $f(\frac{\pi}{2}) = 2 - \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x - 1$.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ bằng $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Đáp án: a) Đ, b) S, c) S, d) Đ.

a) $f(-\frac{\pi}{2}) = 2 \sin(-\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 2$; $f(\frac{\pi}{2}) = 2 \sin(\frac{\pi}{2}) - \frac{\pi}{2} = 2 - \frac{\pi}{2}$

b) $f'(x) = 2 \cos x - 1$

c) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng 0.

d) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2}; f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}; f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

Đáp án: **a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.**

a) Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn đi chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Câu 3: Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương án chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99% . Với những người bị bệnh, phương án này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp.

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $0,01$.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu có người đó mắc bệnh là $0,99$.

c) Xác suất của biến cố “Kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)” là $0,0198$.

d) Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,699 (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

Lời giải

Đáp án: **a) S, b) Đ, c) S, d) Đ**

a) Xác suất người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,02.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu có người đó mắc bệnh là 0,99

c) Gọi A là biến cố “Người đó mắc bệnh”. Suy ra $P(A) = 0,02$.

Gọi $\bar{A}$ là biến cố “Người đó không mắc”. $P(\bar{A}) = 1 - 0,02 = 0,98$.

Gọi B là biến cố “Kết quả kiểm tra người đó là dương tính”.

Khi đó xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$.

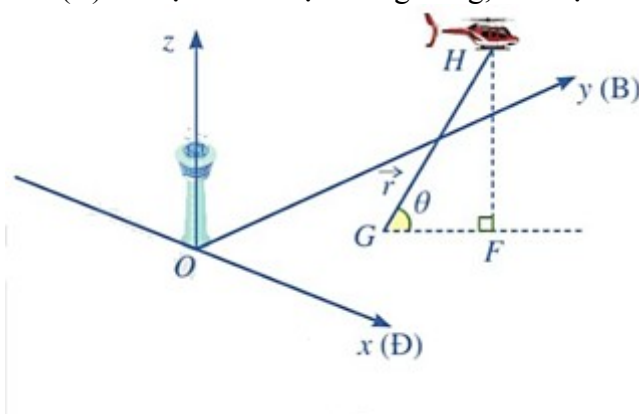
Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - \frac{99}{100} = 0,01$.

Áp dụng công thức xác suất toàn ta được xác suất của biến cố “Kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)” là: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,02.0,99 + 0,98.0,01 = 0,0296$.

d) Xác suất người đó bị mắc bệnh thực khi kiểm tra là dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,02.0,99}{0,0296} \approx 0,669$$

Câu 4: Hình bên dưới minh họa đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông (Đ), trục Oy là hướng bắc (B) và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét.



Trực thăng cất cánh từ điểm G . Vector $\vec{r}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là: $\vec{r} = (1+t; 0,5+2t; 2t)$.

a) Góc θ mà đường bay tạo với phương ngang (quy tròn đến hàng đơn vị) bằng 42° .

b) Phương trình đường thẳng GF , trong đó F là hình chiếu của điểm H lên mặt phẳng (Oxy)

$$\begin{cases} x = 1+t' \\ y = 0,5+3t' \\ z = 0 \end{cases} \quad (t' \text{ là tham số}).$$

c) Trực thăng bay vào mây ở độ cao 2 km. Tọa độ điểm mà máy bay trực thăng bắt đầu đi vào đám mây là $(2; 2; 5; 2)$.

d) Giả sử một đỉnh núi nằm ở điểm $M(5; 4; 5; 3)$. Giá trị của t khi HM vuông góc với đường bay GH là $t = 2$

Lời giải

Đáp án: **a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ**

a) Ta có góc θ mà đường bay tạo với phương ngang chính là góc giữa đường thẳng GH và mặt phẳng (Oxy) .

Tại thời điểm $t = 0$ thì $\vec{r}_0 = (1; 0; 5; 0)$. Trực thăng cất cánh từ điểm G nên $G(1; 0; 5; 0)$.

Tại thời điểm $t = 1$, trực thăng bay đến vị trí K thuộc đường thẳng GH với $K(2; 2; 5; 2)$.

Đường thẳng GH có vector chỉ phương $\vec{GK} = (1; 2; 2)$ và mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

$$\sin(GH, (Oxy)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}$$

Ta có

Suy ra $(GH, (Oxy)) \approx 42^\circ$. Vậy $\theta \approx 42^\circ$.

b) Gọi K' là hình chiếu của điểm K lên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó $K'(2; 2; 5; 0)$.

Vì F là hình chiếu của điểm H lên mặt phẳng (Oxy) nên $K' \in GF$.

Do đó đường thẳng GF có vector chỉ phương là $\vec{GK'} = (1; 2; 0)$.

$$\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 0,5 + 2t' \\ z = 0 \end{cases} \quad (t' \text{ là tham số}).$$

c) Trực thăng bay vào mây ở độ cao 2 km, tức là vị trí điểm mà trực thăng bắt đầu đi vào đám mây có cao độ $z = 2$, khi đó $2t = 2$, suy ra $t = 1$.

Vậy tọa độ điểm mà trực thăng bắt đầu đi vào đám mây là $(2; 2; 5; 2)$.

d) Ta có $H(1+t; 0,5+2t; 2t)$. Khi đó, $\vec{HM} = (4-t; 4-2t; 3-2t)$. Đường thẳng GH có vector chỉ phương $\vec{GK} = (1; 2; 2)$

$$\begin{aligned} HM \text{ vuông góc với đường bay } GH &\text{ khi } \vec{HM} \perp \vec{GK} \Leftrightarrow \vec{HM} \cdot \vec{GK} = 0 \\ \Leftrightarrow (4-t) \cdot 1 + (4-2t) \cdot 2 + (3-2t) \cdot 2 &= 0 \Leftrightarrow t = 2 \end{aligned}$$

Vậy $t = 2$ thì HM vuông góc với đường bay GH .

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 5, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải:

Ta có

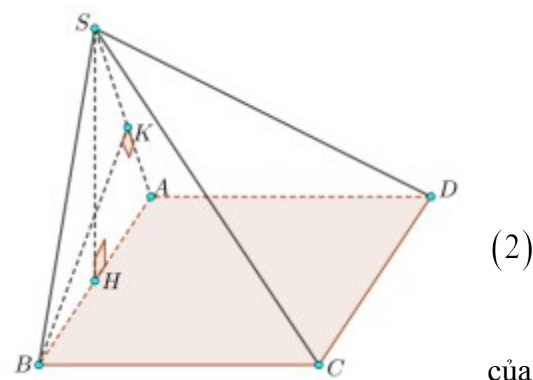
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow BC \perp (SAB) \\ BC \perp AB \end{cases} \quad (1)$$

Trong mặt phẳng (SAB) , dựng $BK \perp SA$ tại K

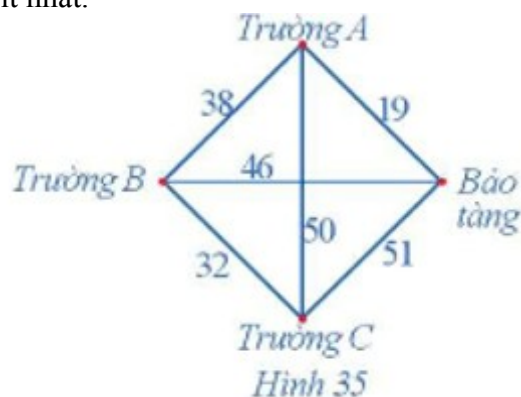
Từ (1), (2) suy ra: BK là đoạn vuông góc chung của SA và BC .

$$d(SA, BC) = BK = \frac{5\sqrt{3}}{2} \approx 4,33$$

Vậy



Câu 2: Một nhân viên của bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu nội dung cuộc triển lãm của bảo tàng đến ba trường học trong khu vực. Người đó muốn đến từng trường và quay trở lại bảo tàng sau khi thăm cả ba trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường học được mô tả trong *Hình 35*. Tìm chu trình xuất phát từ viện bảo tàng sao cho thời gian đi là ít nhất.



Trả lời:

Từ viện bảo tàng, thời gian di chuyển đến trường A là ngắn nhất: 19 phút.

Từ trường A, thời gian di chuyển đến trường B là ngắn nhất: 38 phút.

Từ trường B, thời gian di chuyển đến trường C là ngắn nhất: 32 phút.

Đến đây, không còn địa điểm nào chưa đi qua nên quay lại viện bảo tàng với thời gian di chuyển: 51 phút.

Do đó, chu trình xuất phát từ viện bảo tàng, qua trường A, trường B, trường C rồi quay lại viện bảo tàng có thời gian đi là ít nhất và thời gian đi là: $19 + 38 + 32 + 51 = 140$ (phút).

Câu 3: Trong không gian O_{xyz} (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (O_{xy}) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$ và $(Q): x - 2y - 3z + 20 = 0$. Hỏi chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?



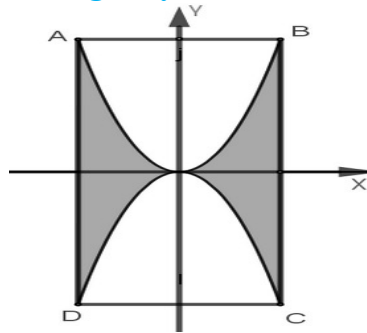
Lời giải

Những điểm thuộc đường nóc nhà có tọa độ thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ x - 2y - 3z + 20 = 0 \end{cases}$$
.

Từ phương trình thứ nhất chọn $x = -5 \Rightarrow y = 0$. Thay vào phương trình còn lại ta được $z = 5$.

Vậy điểm $A(-5; 0; 5)$ là một điểm thuộc đường nóc nhà. Khi đó chiều cao cần tìm của ngôi nhà là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (O_{xy}) và bằng 5 mét.

Câu 4: Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên.



Phần tô đậm được đỉnh đá, phần còn lại được sơn màu. Cho $AB = 4dm$, $BC = 8dm$. Tính diện tích phần được sơn màu. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Vì $AB = 4dm$; $BC = 8dm \Rightarrow A(-2; 4)$, $B(2; 4)$, $C(2; -4)$, $D(-2; -4)$

parabol là: $y = x^2$ hoặc $y = -x^2$

$$S_1 = 4 \int_0^2 x^2 dx = \frac{32}{3} (dm^2)$$

Diện tích phần tô đậm là

Diện tích hình chữ nhật là $S = 4.8 = 32 (dm^2)$

$$S_2 = S - S_1 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3} = 21,3 (dm^2)$$

Diện tích phần được sơn màu là

Câu 5: Một rạp chiếu phim có sức chứa 800 người, trung bình mỗi ngày rạp có khoảng 360 khách với giá mỗi vé là 100.000đ. Nếu giá mỗi vé giảm 10.000đ thì mỗi ngày rạp có thêm 60 khách đến xem. Hỏi cần giảm giá vé đến bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu của rạp là lớn nhất.

Lời giải

Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền một vé, y là số người mua vé tương ứng.

Ta có giá tiền tỉ lệ nghịch với số người mua vé nên $y = \frac{a}{x} + b$

Khi $x = 100$ thì $y = 360$, Khi $x = 90$ thì $y = 420$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 100a + b = 360 \\ 90a + b = 420 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 960 \end{cases}$$

Hay $y = -6x + 960$

Doanh thu của rạp chiếu phim là $T(x) = xy = x(-6x + 960) = -6x^2 + 960x$ với $0 < x \leq 100$

$$T' = -12x + 960 = 0 \Leftrightarrow x = 80$$

BBT

x	0	80	100
T'		+	0
			-
T		38400	

Vậy khi giá vé là 80 nghìn đồng thì doanh thu của Rạp là lớn nhất.

Câu 6: Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ, hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi ở hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải:

Gọi A là biến cố “Hai viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất là màu đỏ”,

B là biến cố “Hai viên bi được lấy ra ở hộp thứ hai là màu đỏ”.

Biến cố $\bar{A}$ là biến cố “Hai viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất không phải là hai viên bi đỏ”, đồng nghĩa với “Hai viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất là một bi xanh và một bi đỏ” (Do không có 2 bi xanh trong hộp thứ nhất).

$$P(A) = \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Ta có , suy ra

Trường hợp lấy được 2 viên bi đỏ ở hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai thì hộp thứ hai có 3

$$P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$$

viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Do đó

Trường hợp lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh ở hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai thì

$$P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Do đó

Vậy xác suất để lấy được 2 viên bi đỏ ở hộp thứ hai là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{45}.$$

Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ, nếu hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai cũng là bi đỏ là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15}}{\frac{19}{45}} = \frac{14}{19} \approx 0,74$$

ĐỀ 7

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 CỤM TRƯỜNG TP HCM MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z - 3 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 4; -3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$.
C. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Câu 2. Với số thực dương a tùy ý, biểu thức $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a$. B. $3 + \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $3 \log_2 a$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 30° và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 4$. Giá trị $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $8\sqrt{3}$. C. 120 . D. 8 .

Câu 4. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = 9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $18a^3$. D. $9a^3$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{6}$.

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$

Câu 6. Thời gian hoàn thành quãng đường 100 mét của 40 học sinh lớp 11 được cho trong bảng số liệu dưới đây.

Thời gian (giây)	[15; 17)	[17; 19)	[19; 21)	[21; 23)
Số học sinh	10	7	15	8

Tứ phân vị thứ nhất (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 16. B. 17. C. 19. D. 21.

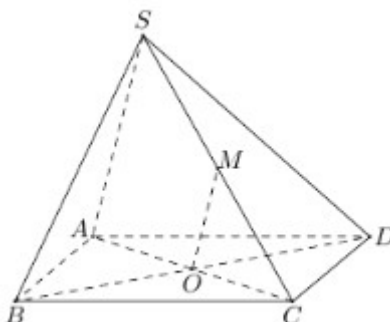
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Khi đó



A. $OM \perp (SCD)$

B. $OM \perp (ABCD)$

C. $OM \perp (SAC)$ D. $OM \perp (SAB)$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2$; $\int_a^b f'(x) dx = -2$. Giá trị của $f(b)$ bằng

A. 0. B. -4. C. 4. D. 2.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_3 = 8$. Tính u_{10} .

A. 32. B. $u_{10} = 35$. C. $u_{10} = 26$. D. $u_{10} = 29$.

$\log_1(x+1) > -1$

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình là

A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$		
$f(x)$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$	0	$\nearrow$	1
			$-\infty$					

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

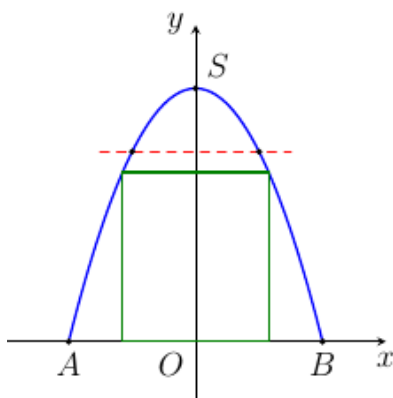
A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x - 3 \sin x + 1$. Khi đó

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.
- b) $f(x) = 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2$.
- c) Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x + 1 = 0$.
- d) Phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.

Câu 2. Một cổng chào tại một công viên có hình dạng là một đường parabol. Để tính toán chi phí xây dựng và trang trí, người ta gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho mặt đất trùng với trục hoành (đơn vị trên các trục là mét). Biết chân cổng nằm tại hai điểm $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ và chiều cao của cổng (khoảng cách từ đỉnh parabol đến mặt đất) là 4 m.

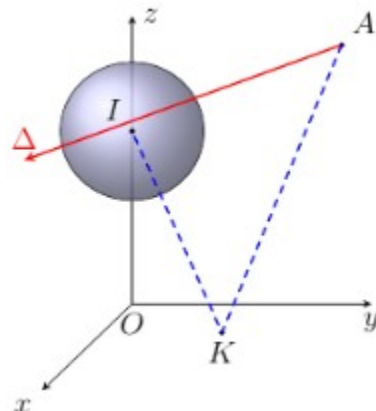


- a) Phương trình đường parabol mô phỏng cổng chào là $y = -x^2 + 4$.
- b) Diện tích toàn bộ mặt cổng chào là $\frac{32}{3} \text{ m}^2$.
- c) Người ta thiết kế một thanh ngang song song với mặt đất ở độ cao 3 m. Phần phía trên thanh ngang được lắp kính trong suốt. Diện tích phần lắp kính bằng 2 m^2 .
- d) Người ta muốn thiết kế một cánh cửa hình chữ nhật nội tiếp trong cổng chào (một cạnh nằm trên mặt đất, hai đỉnh còn lại nằm trên parabol). Diện tích lớn nhất của cánh cửa có thể thiết kế được là 6 m^2 .

Câu 3. Một loại vi-rút gây bệnh đang lây lan trong cộng đồng. Tỷ lệ người mắc bệnh trong cộng đồng là 5%. Để phát hiện bệnh, người ta sử dụng một loại xét nghiệm. Biết rằng nếu một người thực sự mắc bệnh thì xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính là 90%. Tuy nhiên, nếu một người không mắc bệnh thì vẫn có 8% xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính (dương tính giả). Chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng để làm xét nghiệm.

- a) Xác suất người được chọn mắc bệnh và có kết quả xét nghiệm dương tính là 4,5%.
- b) Xác suất người được chọn không mắc bệnh và có kết quả xét nghiệm dương tính là 8%.
- c) Xác suất người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính là 12,1%.
- d) Giả sử một người thực hiện xét nghiệm hai lần độc lập và đều cho kết quả dương tính. Xác suất người này thực sự mắc bệnh là $\frac{2025}{2329}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là km), mặt đất được xem là mặt phẳng (Oxy) . Một khu vực cấm bay được giới hạn bởi một khối cầu (S) có tâm $I(0, 0, 4)$ và bán kính $R = 3$. Một thiết bị bay không người lái (drone) cất cánh từ điểm $A(5, 5, 6)$ và bay theo đường thẳng với véc-tơ vận tốc $\vec{v} = (-2, -1, -2)$. Cho biết Δ là đường thẳng chứa quỹ đạo bay của drone.

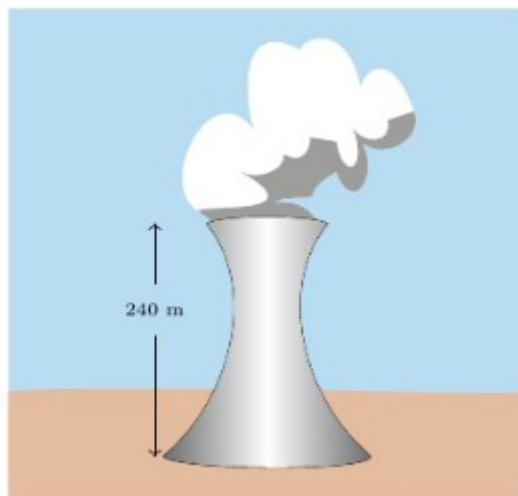


- a) Đường bay Δ của drone có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2, -1, 2)$.
- b) Khoảng cách từ tâm I của khu vực cấm bay (S) đến mặt đất bằng 4 km.
- c) Đường bay Δ của drone đi xuyên qua khu vực cấm bay (S) .
- d) Người ta muốn đặt một trạm thu phát sóng tại điểm K trên mặt đất sao cho tổng khoảng cách $KA + KI$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó toạ độ của trạm K là $(2, 2, 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

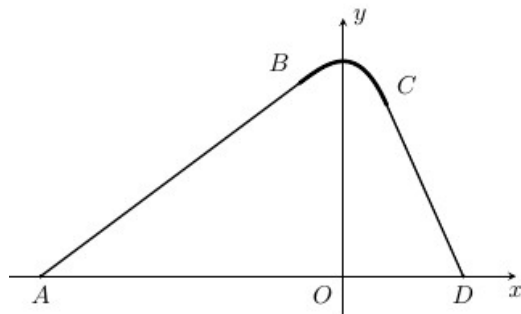
$$\frac{x^2}{81^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1$$

- Câu 1.** Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{81^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1$. Biết chiều cao của tháp là 240 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng một nửa khoảng cách từ tâm đối xứng tới đáy. Tính bán kính nóc của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

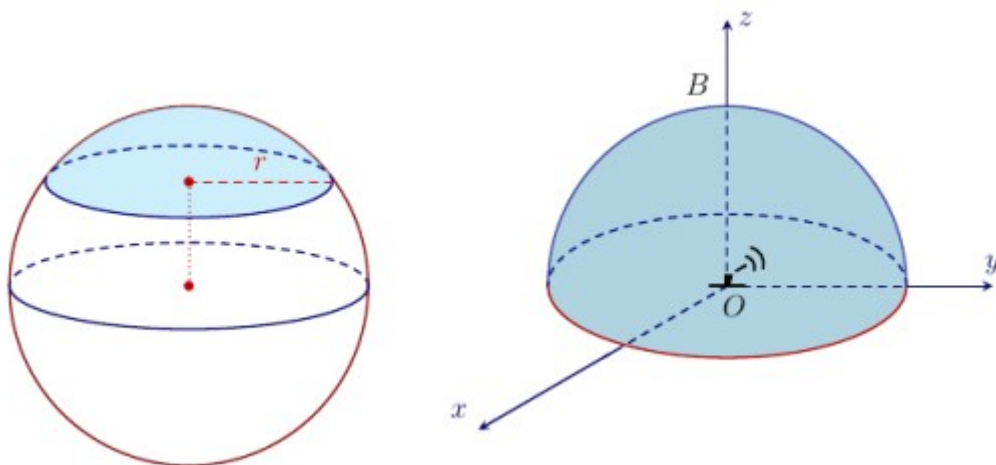


- Câu 2.** Một chất điểm chuyển động có phương trình $S(t) = -t^3 + 9t^2 + t + 2026$, trong đó t tính bằng giây (s) và $S(t)$ tính bằng mét (m). Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất.
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{51}$, $AD = 2\sqrt{102}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 255$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 4.** Xét trong hệ trục toạ độ Oxy (đơn vị mỗi trục là mét), có một sân golf thu nhỏ, điểm phát bóng là điểm A , điểm đặt lỗ là điểm $D\left(\frac{25}{9}; 0\right)$, đường cong BC là một phần của đồ thị hàm số bậc ba

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $B\left(-1; \frac{9}{2}\right), C(1; 4)$, trong đó điểm B là điểm uốn của đồ thị hàm số $f(x)$. Để hoàn thành lỗ này, người chơi đặt bóng tại điểm $A(p; 0)$, quả bóng chạy theo đường thẳng AB , đi theo đường cong BC rồi tiếp tục đi theo đường thẳng CD (tham khảo hình vẽ). Biết rằng AB và CD là các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ lần lượt tại các điểm B và C . Tính p^4 .



Câu 5. Trong không gian, hình chỏm cầu là một phần của hình cầu bị cắt bởi một mặt phẳng mà mặt cắt là hình tròn bán kính r , người ta gọi r là chiều rộng của chỏm cầu trên mặt cắt đó. Một radar đặt trên mặt đất (xem mặt đất là mặt phẳng) có thể phát hiện các mục tiêu trong khu vực của một hình chỏm cầu với chiều rộng trên mặt đất là 450 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng Oxy là mặt đất, trục Oz hướng lên cao và gốc tọa độ O trùng với vị trí của radar (tham khảo hình vẽ bên dưới), mỗi đơn vị trên trục là 1 km, vị trí xa nhất trên tia Oz mà radar còn phát hiện được là điểm B cách radar 30 km. Một thiết bị T được thiết kế để phá hủy radar này, phóng đi từ vị trí $A(30; -780; 60)$ thực hiện bay thẳng với vận tốc không đổi $7,7$ km/giây hướng thẳng đến vị trí của radar. Thời gian từ khi T bị radar phát hiện đến khi nó bắn trúng radar là bao nhiêu giây? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 6. Cho hai hộp đựng bi, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng:

- Hộp A chứa 2 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh.
- Hộp B chứa 1 viên bi đỏ và 2 viên bi xanh.

Một người chọn ngẫu nhiên một hộp, rồi rút ra một viên bi.

- Nếu lần thứ nhất rút được bi đỏ, người đó giữ viên bi lại ở ngoài và tiếp tục rút thêm một viên bi từ **cùng hộp đó**.
- Nếu lần thứ nhất rút được bi xanh, người đó giữ viên bi lại ở ngoài và chuyển sang **hộp còn lại** để rút ra một viên bi.

Biết rằng viên bi rút được ở lần thứ hai là bi đỏ. Xác suất để viên bi rút được ở lần thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $a\%$. Tìm a .

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

1. D	2. D	3. B	4. B	5. C	6. B
7. D	8. D	9. B	10. D	11. B	12. B

PHẦN II.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
181	0	6,51	2401	33,9	37,5

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z - 3 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 4; -3)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$.
C. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Câu 2. Với số thực dương a tùy ý, biểu thức $\log_2(a^3)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a$. B. $3 + \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $3 \log_2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_2(a^3) = 3 \log_2 a$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 30° và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 4$. Giá trị $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $8\sqrt{3}$. C. 120 . D. 8 .

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$.

Câu 4. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = 9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $18a^3$. D. $9a^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 9a = 6a^3$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$

B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{6}$

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$

Lời giải

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Câu 6. Thời gian hoàn thành quãng đường 100 mét của 40 học sinh lớp 11 được cho trong bảng số liệu dưới đây.

Thời gian (giây)	[15; 17)	[17; 19)	[19; 21)	[21; 23)
Số học sinh	10	7	15	8

Tứ phân vị thứ nhất (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 16. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 21.

Lời giải

Ta có bảng tần số tích lũy của mẫu số liệu như sau

Thời gian (giây)	[15; 17)	[17; 19)	[19; 21)	[21; 23)
Số học sinh	10	7	15	8
Tần số tích lũy	10	17	32	40

Cỡ mẫu là $n = 40$.

Gọi $X_1, X_2, \dots, X_{40}$ là thời gian hoàn thành quãng đường của 40 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

$$\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

Ta có $\frac{n}{4} = 10$. Giá trị này tương ứng với tần số tích lũy của nhóm đầu tiên.

Suy ra nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là nhóm [15; 17).

Vậy tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 15 + \frac{\frac{40}{4} - 0}{10} \cdot (17 - 15) = 17.$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

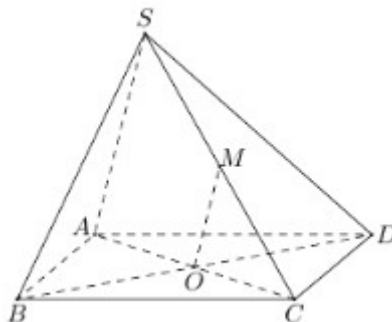
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương 1 lần nên hàm số $f(x)$ có đúng 1 điểm cực tiểu.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Khi đó



- A. $OM \perp (SCD)$ B. $OM \perp (ABCD)$
 C. $OM \perp (SAC)$ D. $OM \perp (SAB)$

Lời giải

Xét tam giác SAC có OM là đường trung bình nên $OM \parallel SA$.
 Mà $SA \subset (SAB)$ và $OM \not\subset (SAB)$ nên $OM \perp (SAB)$.

- Câu 9.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -2$; $\int_a^b f'(x) dx = -2$. Giá trị của $f(b)$ bằng
 A. 0 B. -4 C. 4 D. 2

Lời giải

Ta có $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a) \Leftrightarrow -2 = f(b) + 2 \Rightarrow f(b) = -4$

- Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_3 = 8$. Tính u_{10} .
 A. 32 B. $u_{10} = 35$ C. $u_{10} = 26$ D. $u_{10} = 29$

Lời giải

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 8 = 2 + 2d \Rightarrow d = 3$

Vậy số hạng thứ 10 là $u_{10} = u_1 + 9d = 2 + 9 \cdot 3 = 29$

- Câu 11.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$ là
 A. $(-\infty; 1)$ B. $(-1; 1)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 3)$

Lời giải

Điều kiện xác định khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$$

$$\Leftrightarrow x+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$\Leftrightarrow x+1 < 2$$

$$\Leftrightarrow x < 1.$$

Kết hợp với điều kiện xác định, tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 1)$.

- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	-2	1	$-\infty$	$+\infty$	0	1

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Ta có

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x - 3 \sin x + 1$. Khi đó

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.

b) $f(x) = 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2$.

c) Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x + 1 = 0$.

d) Phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.

Lời giải

- Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

- Áp dụng công thức nhân đôi $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.

Suy ra $f(x) = 1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2$.

- Xét phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2 = 0$.

$$-2t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Đặt $t = \sin x$ (với $|t| \leq 1$), ta được phương trình

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\text{Với } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Xét trên khoảng $(0; 3\pi)$

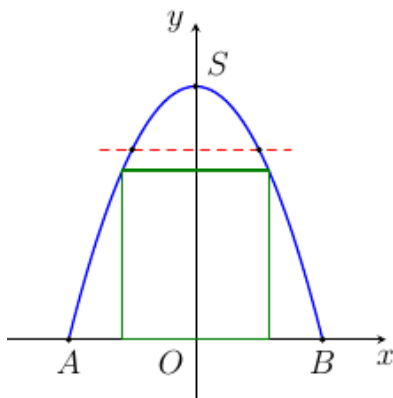
$$x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{13\pi}{6} \right\}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{5\pi}{6}; \frac{17\pi}{6} \right\}$$

Vậy phương trình có đúng 4 nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$.

Câu 2. Một công chào tại một công viên có hình dạng là một đường parabol. Để tính toán chi phí xây dựng và trang trí, người ta gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho mặt đất trùng với trục hoành (đơn vị

trên các trục là mét). Biết chân cổng nằm tại hai điểm $A(-2,0)$, $B(2,0)$ và chiều cao của cổng (khoảng cách từ đỉnh parabol đến mặt đất) là 4 m.



a) Phương trình đường parabol mô phỏng cổng chào là $y = -x^2 + 4$.

b) Diện tích toàn bộ mặt cổng chào là $\frac{32}{3} \text{ m}^2$.

c) Người ta thiết kế một thanh ngang song song với mặt đất ở độ cao 3 m. Phần phía trên thanh ngang được lắp kính trong suốt. Diện tích phần lắp kính bằng 2 m^2 .

d) Người ta muốn thiết kế một cánh cửa hình chữ nhật nội tiếp trong cổng chào (một cạnh nằm trên mặt đất, hai đỉnh còn lại nằm trên parabol). Diện tích lớn nhất của cánh cửa có thể thiết kế được là 6 m^2 .

Lời giải

- Parabol có đỉnh $S(0,4)$ nằm trên trục tung nên phương trình có dạng $y = ax^2 + 4$.

Parabol đi qua điểm $B(2,0)$, thay tọa độ điểm B vào phương trình ta được $0 = a \cdot 2^2 + 4 \Leftrightarrow a = -1$.

Vậy phương trình đường parabol là $y = -x^2 + 4$.

- Diện tích mặt cổng chào

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{16}{3} - \left(-\frac{16}{3} \right) = \frac{32}{3}.$$

- Hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng $y = 3$ là nghiệm của phương trình

$$-x^2 + 4 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Diện tích phần lắp kính là

$$S_1 = \int_{-1}^1 (-x^2 + 4 - 3) dx = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3}.$$

- Gọi độ rộng của cánh cửa hình chữ nhật là $2x$ với $x \in (0,2)$.

Khi đó chiều cao của cánh cửa tương ứng với tung độ trên parabol là $y = -x^2 + 4$.

Diện tích cánh cửa hình chữ nhật là hàm số $S(x) = 2x(-x^2 + 4) = -2x^3 + 8x$.

Đạo hàm $S'(x) = -6x^2 + 8$.

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (\text{do } x \in (0,2)).$$

Cho

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	0	$\frac{32\sqrt{3}}{9}$	0

$$\max_{x \in (0,2)} S(x) = \frac{32\sqrt{3}}{9}$$

Từ bảng biến thiên, ta thấy

Câu 3. Một loại vi-rút gây bệnh đang lây lan trong cộng đồng. Tỷ lệ người mắc bệnh trong cộng đồng là 5%. Để phát hiện bệnh, người ta sử dụng một loại xét nghiệm. Biết rằng nếu một người thực sự mắc bệnh thì xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính là 90%. Tuy nhiên, nếu một người không mắc bệnh thì vẫn có 8% xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính (dương tính giả). Chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng để làm xét nghiệm.

- a) Xác suất người được chọn mắc bệnh và có kết quả xét nghiệm dương tính là 4,5% .
 b) Xác suất người được chọn không mắc bệnh và có kết quả xét nghiệm dương tính là 8% .
 c) Xác suất người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính là 12,1% .
 d) Giả sử một người thực hiện xét nghiệm hai lần độc lập và đều cho kết quả dương tính. Xác suất người này thực sự mắc bệnh là $\frac{2025}{2329}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người được chọn mắc bệnh”.

Gọi B là biến cố “Người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính ở một lần thử”.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = 5\% = 0,05 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,95$.

Người mắc bệnh có kết quả dương tính với xác suất 90%, do đó $P(B|A) = 0,9 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,1$.

Người không mắc bệnh có kết quả dương tính với xác suất 8%, do đó $P(B|\bar{A}) = 0,08 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,92$.

- Ta có $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,05 \cdot 0,9 = 0,045 = 4,5\%$.

- Ta có $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,95 \cdot 0,08 = 0,076 = 7,6\%$.

- Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,045 + 0,076 = 0,121 = 12,1\%$.

- Gọi B_1, B_2 lần lượt là các biến cố “Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính ở lần 1 và lần 2” .

Biến cố người đó có kết quả xét nghiệm dương tính ở cả hai lần là $B_1 \cap B_2$.

Vì kết quả các lần xét nghiệm là độc lập với nhau trên từng nhóm người, ta có

$$P(B_1 \cap B_2 | A) = P(B_1 | A) \cdot P(B_2 | A) = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81 \quad \text{và}$$

$$P(B_1 \cap B_2 | \bar{A}) = P(B_1 | \bar{A}) \cdot P(B_2 | \bar{A}) = 0,08 \cdot 0,08 = 0,0064$$

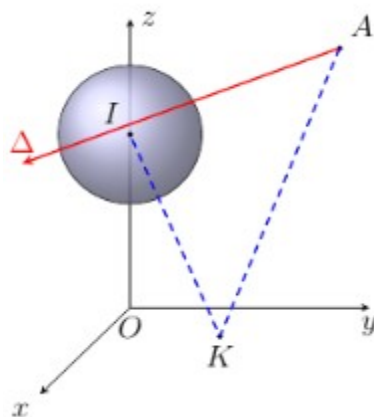
Xác suất một người có kết quả xét nghiệm dương tính cả hai lần là

$$P(B_1 \cap B_2) = P(A) \cdot P(B_1 \cap B_2 | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B_1 \cap B_2 | \bar{A}) = 0,05 \cdot 0,81 + 0,95 \cdot 0,0064 = 0,04658$$

Xác suất người đó thực sự mắc bệnh khi biết kết quả hai lần đều dương tính là

$$P(A | B_1 \cap B_2) = \frac{P(A \cap B_1 \cap B_2)}{P(B_1 \cap B_2)} = \frac{0,05 \cdot 0,81}{0,04658} = \frac{4050}{4658} = \frac{2025}{2329}$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là km), mặt đất được xem là mặt phẳng (Oxy) . Một khu vực cấm bay được giới hạn bởi một khối cầu (S) có tâm $I(0,0,4)$ và bán kính $R=3$. Một thiết bị bay không người lái (drone) cất cánh từ điểm $A(5,5,6)$ và bay theo đường thẳng với véc-tơ vận tốc $\vec{v}=(-2,-1,-2)$. Cho biết Δ là đường thẳng chứa quỹ đạo bay của drone.



- a) Đường bay Δ của drone có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2,-1,2)$.
 b) Khoảng cách từ tâm I của khu vực cấm bay (S) đến mặt đất bằng 4 km.
 c) Đường bay Δ của drone đi xuyên qua khu vực cấm bay (S) .
 d) Người ta muốn đặt một trạm thu phát sóng tại điểm K trên mặt đất sao cho tổng khoảng cách $KA+KI$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của trạm K là $(2,2,0)$.

Lời giải

- Ta thấy $\vec{u}=(2,-1,2)$ không cùng phương với $\vec{v}$ nên phát biểu này sai.

$$d[I,(Oxy)] = \frac{|4|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = 4$$

- Ta có km.

- Ta có $\vec{IA}=(5,5,2)$ và $[\vec{IA},\vec{v}]=(-8,6,5)$.

$$d[I,\Delta] = \frac{|[\vec{IA},\vec{v}]|}{|\vec{v}|} = \frac{\sqrt{(-8)^2+6^2+5^2}}{\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+(-2)^2}} = \frac{\sqrt{125}}{3} = \frac{5\sqrt{5}}{3} > R.$$

Vậy drone không bay xuyên qua khu vực cấm bay.

- Ta có $z_A \cdot z_I = 6 \cdot 4 = 24 > 0$ nên A và I nằm cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi I' là điểm đối xứng của I qua mặt phẳng (Oxy) , suy ra $I'(0,0,-4)$.

Vì trạm K nằm trên mặt đất nên $K \in (Oxy)$, ta luôn có $KI = KI'$.

Do đó $KA + KI = KA + KI' \geq AI'$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi A, K, I' thẳng hàng, hay K là giao điểm của đường thẳng AI' và mặt phẳng (Oxy) .

Đường thẳng AI' đi qua $I'(0,0,-4)$ và nhận $\vec{u}=(1,1,2)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -4 + 2t. \end{cases} \quad (1)$$

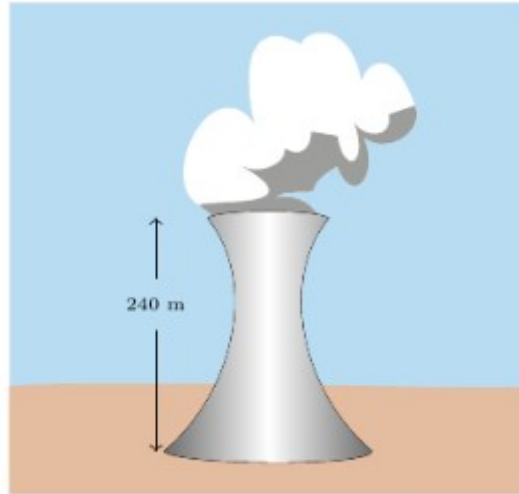
Thay (1) vào phương trình mặt phẳng $(Oxy): z=0$ ta được $-4+2t=0 \Leftrightarrow t=2$.

Vậy điểm cần tìm là $K(2,2,0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

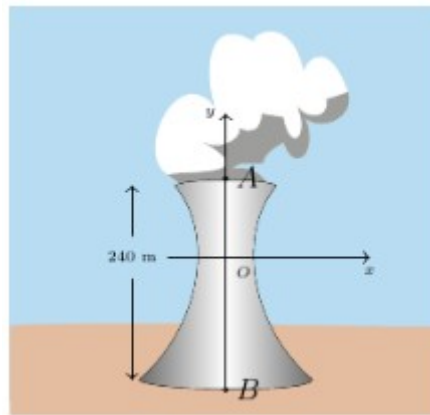
$$\frac{x^2}{81^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1$$

Câu 1. Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{81^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1$. Biết chiều cao của tháp là 240 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng một nửa khoảng cách từ tâm đối xứng tới đáy. Tính bán kính nóc của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Đáp số: 181.

Lời giải



Phương trình Hypebol có dạng $\frac{x^2}{81^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1$ suy ra $a = 81$ và $b = 40$.

Gọi tâm đối xứng của Hypebol là gốc tọa độ $O(0;0)$.

Chiều cao tháp là $h = 240$ m.

Gọi h_1 là khoảng cách từ tâm O đến nóc tháp và h_2 là khoảng cách từ tâm O đến đáy tháp.

$$\begin{cases} h_1 + h_2 = 240 \\ h_1 = \frac{1}{2} h_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 80 \\ h_2 = 160. \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có

Gọi K là giao điểm của nhánh phải hypebol và mặt trên của nóc tháp.

Suy ra $K(x;80)$ thuộc hypebol.

Do đó

$$\frac{x^2}{81^2} - \frac{80^2}{40^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{81^2} - 4 = 1 \Leftrightarrow x = 81\sqrt{5} \approx 181$$

Vậy bán kính nóc của tháp là 181 m.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S(t) = -t^3 + 9t^2 + t + 2026$, trong đó t tính bằng giây (s) và $S(t)$ tính bằng mét (m). Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất.
Đáp số: 0.

Lời giải

Ta có

$$v(t) = S'(t) = -3t^2 + 18t + 1.$$

và

$$a(t) = v'(t) = S''(t) = -6t + 18.$$

Mặt khác

$$v(t) = -3(t^2 - 6t) + 1 = -3(t^2 - 6t + 9) + 28 = -3(t - 3)^2 + 28 \leq 28.$$

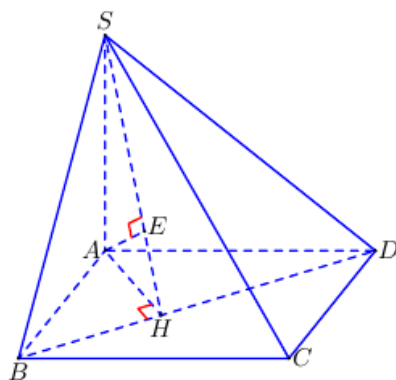
Vậy vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng 28 tại thời điểm $t = 3$ (s).

Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ (s) là

$$a(3) = -6 \cdot 3 + 18 = 0.$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{51}$, $AD = 2\sqrt{102}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 255$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
Đáp số: 6,51.

Lời giải



$$\text{Do } S_{SAD} = 255 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AD \Rightarrow SA = \frac{5\sqrt{102}}{2}.$$

$$\text{Ta có } d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$$

Kẻ $AH \perp BD$ tại H , $AE \perp SH$ tại E .

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 3\sqrt{51}$$

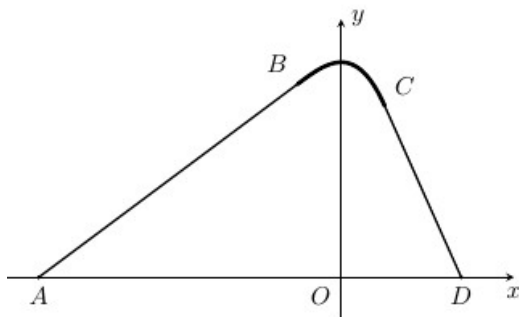
$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{2\sqrt{102}}{3}.$$

$$\Rightarrow AE = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} \approx 6,51.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SBD)) = 6,51$$

Câu 4. Xét trong hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị mỗi trục là mét), có một sân golf thu nhỏ, điểm phát bóng là điểm A , điểm đặt lỗ là điểm $D\left(\frac{25}{9}; 0\right)$, đường cong BC là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $B\left(-1; \frac{9}{2}\right)$, $C(1; 4)$, trong đó điểm B là điểm uốn của đồ thị hàm số

$f(x)$. Để hoàn thành lỗ này, người chơi đặt bóng tại điểm $A(p;0)$, quả bóng chạy theo đường thẳng AB , đi theo đường cong BC rồi tiếp tục đi theo đường thẳng CD (tham khảo hình vẽ). Biết rằng AB và CD là các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ lần lượt tại các điểm B và C . Tính p^4 .



Đáp số: 2401.

Lời giải

Hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ và $f''(x) = 6ax + 2b$.

Vì $B(-1; 4,5)$ là điểm uốn nên $f''(-1) = 0 \Leftrightarrow -6a + 2b = 0 \Leftrightarrow b = 3a$.

Đồ thị đi qua $B(-1; 4,5)$ và $C(1; 4)$ nên

$$\begin{cases} -a + b - c + d = 4,5 \\ a + b + c + d = 4 \end{cases} \Rightarrow 2a + 2c = -0,5 \Rightarrow c = -a - 0,25$$

Đường thẳng CD là tiếp tuyến tại $C(1; 4)$ và đi qua $D\left(\frac{25}{9}; 0\right)$, nên hệ số góc của tiếp tuyến là

$$k_1 = \frac{0 - 4}{\frac{25}{9} - 1} = -\frac{9}{4}.$$

$$f'(1) = 3a + 2b + c = 3a + 6a - a - 0,25 = 8a - 0,25 = -2,25 \Rightarrow a = -0,25 \Rightarrow \begin{cases} b = -0,75 \\ c = 0. \end{cases}$$

Suy ra

$$\text{Khi đó } f'(-1) = 3a - 2b + c = 3 \cdot (-0,25) - 2 \cdot (-0,75) + 0 = 0,75 = \frac{3}{4}.$$

Tiếp tuyến AB tại $B(-1; 4,5)$ có hệ số góc $k_2 = \frac{3}{4}$ có phương trình là

$$y = \frac{3}{4} \cdot (x + 1) + 4,5 = \frac{3}{4}x + 5,25$$

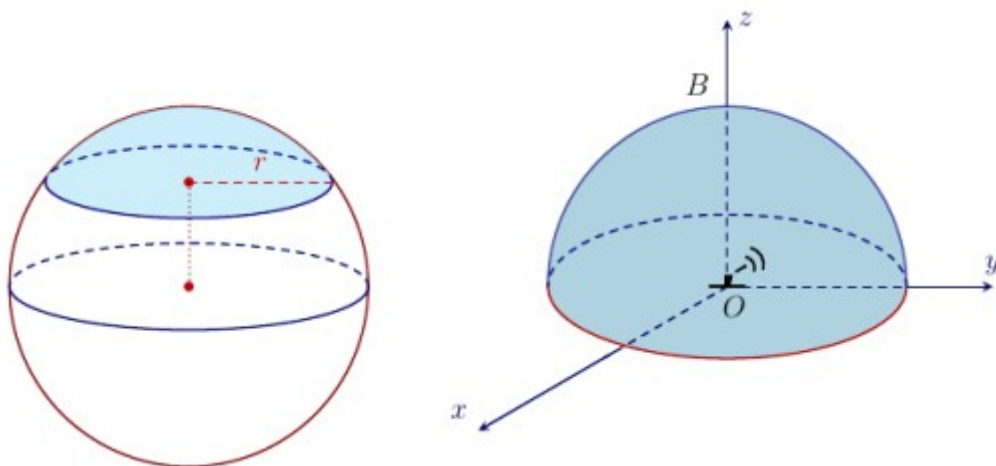
Điểm $A(p; 0)$ thuộc tiếp tuyến này nên

$$0 = \frac{3}{4}p + 5,25 \Leftrightarrow p = -7$$

Vậy $p^4 = 2401$.

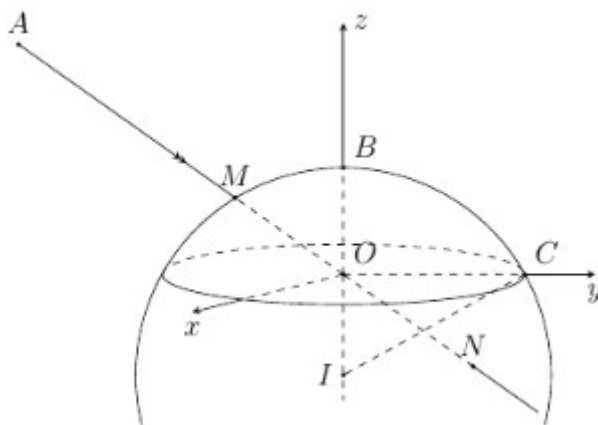
Câu 5. Trong không gian, hình chòm cầu là một phần của hình cầu bị cắt bởi một mặt phẳng mà mặt cắt là hình tròn bán kính r' , người ta gọi r' là chiều rộng của chòm cầu trên mặt cắt đó. Một radar đặt trên mặt đất (xem mặt đất là mặt phẳng) có thể phát hiện các mục tiêu trong khu vực của một hình chòm cầu với chiều rộng trên mặt đất là 450 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng Oxy là mặt đất, trục Oz hướng lên cao và gốc tọa độ O trùng với vị trí của radar (tham khảo hình vẽ bên dưới), mỗi đơn vị trên trục là 1 km, vị trí xa nhất trên tia Oz mà radar còn phát hiện được là điểm B cách radar 30 km. Một thiết bị T được thiết kế để phá hủy radar

này,phóng đi từ vị trí $A(30;-780;60)$ thực hiện bay thẳng với vận tốc không đổi $7,7$ km/giây hướng thẳng đến vị trí của radar. Thời gian từ khi T bị radar phát hiện đến khi nó bắn trúng radar là bao nhiêu giây? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Đáp số:33,9.

Lời giải



Giả sử trục Oz cắt mặt cầu tại điểm $B(0;0;30)$; trục Oy cắt mặt cầu tại điểm $C(0;450;0)$ như hình vẽ.

Gọi mặt cầu là (S) và có tâm là $I(0;0;a)$ với $a < 0$. Ta có $IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow (30-a)^2 = 450^2 + a^2 \Leftrightarrow a = -3360$. Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3360)$ và $R = 3390$ nên có phương trình là $x^2 + y^2 + (z + 3360)^2 = 3390^2$

Đường thẳng AO có phương trình là $\begin{cases} x = -30t \\ y = 780t \\ z = -60t \end{cases}$. Thay $x = -30t$; $y = 780t$; $z = -60t$ vào phương trình mặt cầu ta được

$$(-30t)^2 + (780t)^2 + (-60t + 3360)^2 = 3390^2 \Leftrightarrow 681t^2 - 448t - 225 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ t = \frac{225}{227} \end{cases}$$

Khi đó đường thẳng AO cắt mặt cầu tại 2 điểm M và N . Tên lửa bị radar phát hiện tại điểm M thỏa mãn A, M cùng phía so với mặt phẳng Oxy . Khi đó cao độ $z_M > 0$ nên tọa độ điểm

$$M \text{ ứng với } t = -\frac{1}{3} \Rightarrow M(10; -260; 20) \Rightarrow MO = 10\sqrt{681}.$$

Thời gian dự kiến từ khi tên lửa bị radar phát hiện đến khi nó bắn trúng radar là

$$\frac{MO}{7,7} = \frac{10\sqrt{681}}{7,7} \approx 33,9(\text{giây}).$$

Câu 6. Cho hai hộp đựng bi, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng:

- Hộp A chứa 2 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh.
- Hộp B chứa 1 viên bi đỏ và 2 viên bi xanh.

Một người chọn ngẫu nhiên một hộp, rồi rút ra một viên bi.

- Nếu lần thứ nhất rút được bi đỏ, người đó giữ viên bi lại ở ngoài và tiếp tục rút thêm một viên bi từ **cùng hộp đó**.
- Nếu lần thứ nhất rút được bi xanh, người đó giữ viên bi lại ở ngoài và chuyển sang **hộp còn lại** để rút ra một viên bi.

Biết rằng viên bi rút được ở lần thứ hai là bi đỏ. Xác suất để viên bi rút được ở lần thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $a\%$. Tìm a .

Đáp số: 37,5

Lời giải

Gọi X là biến cố “lần thứ nhất rút được bi đỏ”.

Gọi Y là biến cố “lần thứ hai rút được bi đỏ”.

$$P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}.$$

Xác suất cần tìm là xác suất có điều kiện

Tính $P(X \cap Y)$: (Cả hai lần đều rút được bi đỏ)

- Nếu chọn hộp A (xác suất $\frac{1}{2}$): Lần đầu rút bi đỏ (xác suất $\frac{2}{3}$), hộp A còn lại 1 đỏ, 1 xanh. Lần hai rút tiếp từ hộp A được bi đỏ (xác suất $\frac{1}{2}$).

Xác suất trường hợp này là: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

- Nếu chọn hộp B (xác suất $\frac{1}{2}$): Lần đầu rút bi đỏ (xác suất $\frac{1}{3}$), hộp B còn lại 0 đỏ, 2 xanh. Lần hai không thể rút được bi đỏ nữa nên xác suất bằng 0.

Vậy
$$P(X \cap Y) = \frac{1}{6} + 0 = \frac{1}{6}.$$

Tính $P(Y)$: (Lần hai rút được bi đỏ)

Ngoài trường hợp cả hai lần cùng đỏ, ta tính thêm xác suất lần một xanh, lần hai đỏ:

- Từ hộp A rút bi xanh, chuyển sang hộp B rút bi đỏ: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$.
- Từ hộp B rút bi xanh, chuyển sang hộp A rút bi đỏ: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$.

Do đó, xác suất để lần hai rút được bi đỏ là:
$$P(Y) = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}.$$

$$P(X|Y) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{8} = 37,5\%$$

Kết luận:

Vậy $a = 37,5$.

ĐỀ 8

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
CỤM TRƯỜNG TP HCM
MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $\frac{x^3}{\ln 3} + C$. B. $3x^2 + C$. C. $\frac{x^4}{4} + C$. D. $x^3 \cdot \ln 3 + C$.

Câu 2. Cho $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ và $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích V . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 3. Cho bảng số liệu sau đây

Nhóm	$[1,5; 2,5)$	$[2,5; 3,5)$	$[3,5; 4,5)$	$[4,5; 5,5)$	$[5,5; 6,5)$
Tần số	2	3	7	2	1

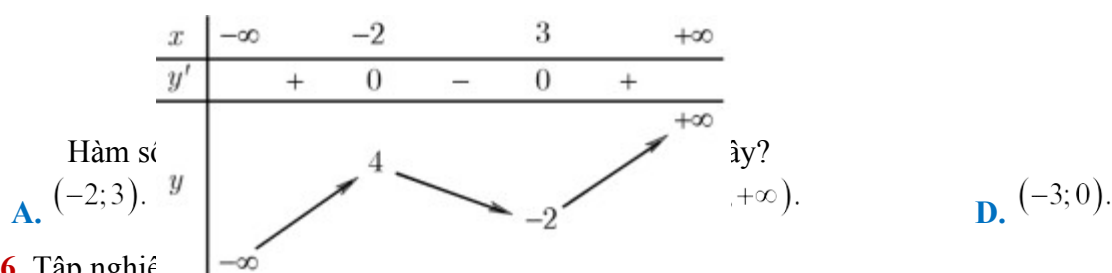
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$ có bán kính bằng

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Câu 6. Tập nghiệm của phương trình

- A. $(1; 10)$. B. $(-\infty; 10)$. C. $(10; +\infty)$. D. $(1; 9)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $(1; 3; 5)$. B. $(1; 3; -1)$. C. $(1; 3; -5)$. D. $(1; 3; 0)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAC) ?

- A. BD . B. AD . C. BC . D. AB .

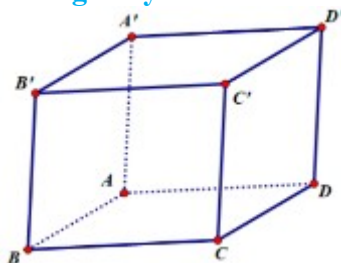
Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi / k \in \mathbf{Z} \right\}$. B. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in \mathbf{Z} \right\}$.
C. $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in \mathbf{Z} \right\}$. D. $\left\{ \pi + k2\pi / k \in \mathbf{Z} \right\}$.

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -6$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. 3 . B. -3 . C. $-\frac{1}{3}$. D. -8 .

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây sai?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 12. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$ có phương trình là

- A. $x=1$. B. $y=-2$. C. $y=1$. D. $y=3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) và A, B là hai điểm cực trị của (C) .

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
 b) $y' = 3x^2 - 6x$.
 c) $AB = 5\sqrt{2}$.
 d) Diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng 8 .

Câu 2. Một tấm thép được nung nóng đến nhiệt độ 900°C , ngay sau đó tấm thép được chuyển sang buồng ủ có nhiệt độ 600°C để làm giảm nhiệt độ của nó. Biết rằng tốc độ giảm nhiệt của tấm thép trên được tính theo công thức $T'(t) = 200k \cdot e^{kt}$ ($^\circ\text{C}/\text{giờ}$), trong đó k là hằng số thực. Biết rằng sau một giờ nhiệt độ của tấm thép xuống còn 850°C .

- a) Kể từ lúc bắt đầu đặt tấm thép vào trong buồng ủ thì $T(t)$ là nhiệt độ của tấm thép sau t giờ.
 b) $T(0) = 900^\circ\text{C}$ và $T(1) = 850^\circ\text{C}$.
 c) $T(t) = 700 + 200e^t$ ($^\circ\text{C}$) .
 d) Nhiệt độ của tấm thép xuống còn 750°C sau 4,81 giờ đặt vào trong buồng ủ. (kết quả làm tròn ở hàng phần trăm).

Câu 3. Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y. Phân xưởng X sản xuất 47% và phân xưởng Y sản xuất 53% số sản phẩm của cả nhà máy. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng X, Y lần lượt là 0,8% và 0,5%. Kiểm tra ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

- a) Xác suất chọn được một sản phẩm không bị lỗi của phân xưởng X là 99,2%.
 b) Xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là 1. 3%.
 c) Nếu sản phẩm kiểm tra bị lỗi thì xác suất để sản phẩm lỗi đó do phân xưởng X sản xuất là 58,66%.
 d) Nếu sản phẩm kiểm tra bị lỗi thì xác suất để sản phẩm lỗi đó do phân xưởng X sản xuất cao gấp 1,6 lần xác suất để sản phẩm lỗi đó do phân xưởng Y sản xuất.

Câu 4: Trong một trò chơi game chiến đấu, với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị giả định trên mỗi trục là mét, người chơi điều khiển nhân chính như một chất điểm di động trên mặt đất (là mặt phẳng Oxy). Sau khi chiến đấu để vượt qua thử thách, nhân vật chính muốn qua màn thì phải đến vị trí gần với một phi thuyền dạng hình cầu, vị trí càng gần với phi thuyền thì càng dễ được hút vào bên trong để qua một màn khác, gặp những thử thách mới.



vật

Giả sử người chơi sau khi chiến đấu xong màn một thì ở vị trí có tọa độ $(1; 2; 0)$, khi ấy trên bầu trời xuất hiện một chiếc phi thuyền có dạng hình cầu tâm $(-8; -3; 25)$, đường kính bằng 10.

- a) Phi thuyền được mô hình hóa là mặt cầu có phương trình $(x+8)^2 + (y+3)^2 + (z-25)^2 = 100$.
 b) Khi người chơi vừa chiến đấu xong thì khoảng cách ngắn nhất từ người chơi đến phi thuyền hình cầu bằng $22,04 \text{ m}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
 c) Nhân vật chính chạy trên một đường thẳng d và đến được vị trí thuận lợi nhất để phi thuyền hút

vào bên trong, phương trình tham số đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = 2 + 5t \\ z = 0 \end{cases}, \text{ với } t \in \mathbb{R}.$$

- d) Nhân vật chính chạy trên đường thẳng d với gia tốc 1 m/s^2 ; khi anh ta đến được vị trí thuận lợi nhất thì được phi thuyền hút vào bên trong với tốc độ 6 m/s (giả sử chỗ ngồi của anh ta là tâm của phi thuyền hình cầu); tổng thời gian của quá trình nói trên không quá 8 giây.

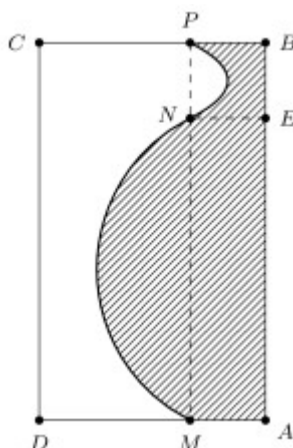
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC, SD . Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (HIK) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Các đỉnh của đa giác được gán bằng các số tự nhiên từ 1 đến 12 (mỗi đỉnh một số khác nhau) sao cho tổng các số trên 3 đỉnh liên tiếp luôn chia hết cho 3. Hai cách gán được coi là giống nhau nếu có thể thu được cách này từ cách kia bằng một phép quay đa giác trong mặt phẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách gán khác nhau?

Câu 3. Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được $x \text{ kg}$ ($5 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất $x \text{ kg}$ được cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 + 19x + 300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 4. Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Hình phẳng (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (M, P là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AD, BC), cung tròn MN và cung parabol NP . Biết $AB = 5$, $AM = 1$, $BPNE$ là hình vuông có cạnh 1, cung tròn MN có bán kính $R = \sqrt{5}$ và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại N trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

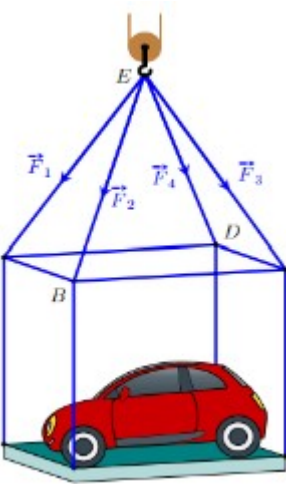


Câu 5: Một chiếc ô tô Hyundai Grand i10 được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang.

Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45° .

Chiếc cần cầu kéo khung $ABCD$ đứng. Biết khối lượng chiếc xe ô tô Hyundai grand i10 là 1051 kg và trọng lượng riêng của nước là 1000 N/m^3 ; độ lớn của các lực căng của mỗi dây cáp là F_1, F_2, F_3, F_4 là bằng nhau. Độ lớn của lực căng của mỗi dây cáp là bao nhiêu Newton (làm tròn đến hàng đơn vị), biết $g = 10 \text{ m/s}^2$?

Câu 6: Nhân ngày vía Thần Tài, anh Tuấn đã mua 20 miếng vàng, mỗi miếng vàng có một bộ chỉ được khắc một trong bốn biểu tượng: Tùng (T), Cúc (C), Trúc (Tr) hoặc Mai (M) (không có hai miếng nào trong cùng một bộ có biểu tượng trùng nhau). Một khách hàng may mắn được tham gia bốc thăm ngẫu nhiên 8 miếng vàng từ tổng số 20 miếng vàng nói trên. Xác suất để trong 8 miếng vàng khách hàng rút được, có thể ghép thành ít nhất một bộ vàng “Tứ Quý” hoàn chỉnh là P . Tính giá trị của $100P$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Trên mỗi miếng vàng của cùng một bộ chỉ được khắc một trong bốn biểu tượng: Tùng (T), Cúc (C), Trúc (Tr) hoặc Mai (M) (không có hai miếng nào trong cùng một bộ có biểu tượng trùng nhau). Một khách hàng may mắn được tham gia bốc thăm ngẫu nhiên 8 miếng vàng từ tổng số 20 miếng vàng nói trên. Xác suất để trong 8 miếng vàng khách hàng rút được, có thể ghép thành ít nhất một bộ vàng “Tứ Quý” hoàn chỉnh là P . Tính giá trị của $100P$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

-----HẾT-----
 - Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
 - Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

1. C	2. D	3. D	4. B	5. B	6. A
7. D	8. A	9. C	10. B	11. D	12. B

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
	b) Sai	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng
	c) Đúng	c) Sai	c) Đúng	c) Đúng
	d) Đúng	d) Sai	d) Sai	d) Sai

PHẦN III.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1,73	6912	11	47,5	4596	7,22

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $\frac{x^3}{\ln 3} + C$. B. $3x^2 + C$. C. $\frac{x^4}{4} + C$. D. $x^3 \cdot \ln 3 + C$.

Lời giải:

Chọn **C**.

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

Câu 2. Cho $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ và $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích V . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải:

Chọn **D**.

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Câu 3. Cho bảng số liệu sau đây

Nhóm	[1,5; 2,5)	[2,5; 3,5)	[3,5; 4,5)	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)
Tần số	2	3	7	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 5 .

Lời giải:

Chọn **D**.

Khoảng biến thiên: $R = 6,5 - 1,5 = 5$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$ có bán kính bằng

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Lời giải:

Chọn **B**.

Mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$ có $R = \sqrt{4} = 2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$
-----	-----------	-----	------	-----------

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.
 A. $(-2; 3)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Chọn **B**.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) < 2$ là

A. $(1; 10)$. B. $(-\infty; 10)$. C. $(10; +\infty)$. D. $(1; 9)$.

Lời giải:

Chọn **A**.

$$\log_3(x-1) < 2 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 9 \Leftrightarrow 1 < x < 10$$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - 5 = 0$.

Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $(1; 3; 5)$. B. $(1; 3; -1)$. C. $(1; 3; -5)$. D. $(1; 3; 0)$.

Lời giải:

Chọn **D**.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 3; 0)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAC) ?

A. BD . B. AD . C. BC . D. AB .

Lời giải:

Chọn **A**.

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

A. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \pi + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải:

Chọn **C**.

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -6$. Công bội q của cấp số nhân là

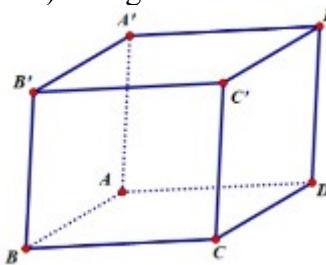
A. 3 . B. -3 . C. $-\frac{1}{3}$. D. -8 .

Lời giải:

Chọn **B**.

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{2} = -3$$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải:

Chọn **D**.

$$\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB'} \neq \overrightarrow{AC'}$$

Câu 12. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$ có phương trình là

- A. $x=1$. B. $y=-2$. C. $y=1$. D. $y=3$.

Lời giải:

Chọn **B**.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ là tiệm cận ngang.}$$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) và A, B là hai điểm cực trị của (C) .

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
 b) $y' = 3x^2 - 6x$.
 c) $AB = 5\sqrt{2}$.
 d) Diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng 8 .

Lời giải:

a) Đúng.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Đúng.

$$y' = 3x^2 - 6x$$

c) Sai.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = 2 \Rightarrow y = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow A(0; 4), B(2; 0) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$$

d) Sai.

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } A \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$$

Câu 2. Một tấm thép được nung nóng đến nhiệt độ 900°C , ngay sau đó tấm thép được chuyển sang buồng ủ có nhiệt độ 600°C để làm giảm nhiệt độ của nó. Biết rằng tốc độ giảm nhiệt của tấm thép trên được tính theo công thức $T'(t) = 200k \cdot e^{kt}$ ($^\circ\text{C}/\text{giờ}$), trong đó k là hằng số thực. Biết rằng sau một giờ nhiệt độ của tấm thép xuống còn $850 (^\circ\text{C})$.

- a) Kể từ lúc bắt đầu đặt tấm thép vào trong buồng ủ thì $T(t)$ là nhiệt độ của tấm thép sau t giờ.

b) $T(0) = 900 (^{\circ}\text{C})$ và $T(1) = 850 (^{\circ}\text{C})$.

c) $T(t) = 700 + 200e^{kt} (^{\circ}\text{C})$.

d) Nhiệt độ của tấm thép xuống còn $750 (^{\circ}\text{C})$ sau 4,81 giờ đặt vào trong buồng ủ. (kết quả làm tròn ở hàng phần trăm).

Lời giải:

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

$$T(t) = \int T'(t) dt = \int (200 \cdot k \cdot e^{kt}) dt = 200 \cdot e^{kt} + C$$

$$\bullet T(0) = 900 (^{\circ}\text{C}) \Leftrightarrow 200 \cdot e^{k \cdot 0} + C = 900 \Leftrightarrow C = 700$$

Suy ra $T(t) = 700 + 200 \cdot e^{kt}$

$$\bullet T(1) = 850 \Rightarrow 700 + 200 \cdot e^k = 850 \Leftrightarrow 200 \cdot e^k = 150 \Leftrightarrow e^k = 0,75 \Leftrightarrow k = \ln 0,75 \approx -0,288$$

Vậy $T(t) = 700 + 200 \cdot e^{t \cdot \ln 0,75}$

d) Sai.

$$T(t) = 750 \Leftrightarrow 700 + 200 \cdot e^{t \cdot \ln 0,75} = 750$$

$$\Leftrightarrow e^{t \cdot \ln 0,75} = 0,25$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln 0,25}{\ln 0,75} = \log_{0,75} 0,25 = 4,8188... \approx 4,82$$

(giờ).

Câu 3. Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y. Phân xưởng X sản xuất 47% và phân xưởng Y sản xuất 53% số sản phẩm của cả nhà máy. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của phân xưởng X, Y lần lượt là 0,8% và 0,5%. Kiểm tra ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Xác suất chọn được một sản phẩm không bị lỗi của phân xưởng X là 99,2%.

b) Xác suất để sản phẩm đó bị lỗi là 1,3%.

c) Nếu sản phẩm kiểm tra bị lỗi thì xác suất để sản phẩm lỗi đó do phân xưởng X sản xuất là 58,66%.

d) Nếu sản phẩm kiểm tra bị lỗi thì xác suất để sản phẩm lỗi đó do phân xưởng X sản xuất cao gấp 1,6 lần xác suất để sản phẩm lỗi đó do phân xưởng Y sản xuất.

Lời giải:

Gọi biến cố A: “Sản phẩm được kiểm tra bị lỗi”.

Biến cố B: “Sản phẩm được kiểm tra do phân xưởng X sản xuất”.

$$P(B) = 47\%, P(\bar{B}) = 53\%, P(A|B) = 0,8\%, P(A|\bar{B}) = 0,5\%$$

$$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 99,2\%$$

a) Đúng.

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,641\%$$

b) Sai.

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = 58,66\%$$

c) Đúng.

d) Sai.

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 41,34\%$$

$$\frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)} \approx 1,4$$

Câu 4: Trong một trò chơi game chiến đấu, với hệ trục tọa độ Oxyz cho trước, đơn vị giả định trên mỗi trục là mét, người chơi điều khiển nhân chính như một chất điểm di động trên mặt đất (là mặt phẳng Oxy). Sau khi chiến đấu để vượt qua thử thách, nhân vật chính muốn qua màn thì phải



vật

đến vị trí gần với một phi thuyền dạng hình cầu, vị trí càng gần với phi thuyền thì càng dễ được hút vào bên trong để qua một màn khác, gặp những thử thách mới.

Giả sử người chơi sau khi chiến đấu xong màn một thì ở vị trí có tọa độ $(1; 2; 0)$, khi ấy trên bầu trời xuất hiện một chiếc phi thuyền có dạng hình cầu tâm $(-8; -3; 25)$, đường kính bằng 10.

- a) Phi thuyền được mô hình hóa là mặt cầu có phương trình $(x+8)^2 + (y+3)^2 + (z-25)^2 = 100$.
 b) Khi người chơi vừa chiến đấu xong thì khoảng cách ngắn nhất từ người chơi đến phi thuyền hình cầu bằng 22,04 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
 c) Nhân vật chính chạy trên một đường thẳng d và đến được vị trí thuận lợi nhất để phi thuyền hút

vào bên trong, phương trình tham số đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = 2 + 5t \\ z = 0 \end{cases}$, với $t \in \mathbb{R}$.

- d) Nhân vật chính chạy trên đường thẳng d với gia tốc 1 m/s^2 ; khi anh ta đến được vị trí thuận lợi nhất thì được phi thuyền hút vào bên trong với tốc độ 6 m/s (giả sử chỗ ngồi của anh ta là tâm của phi thuyền hình cầu); tổng thời gian của quá trình nói trên không quá 8 giây.

Lời giải:

a) Sai.

Phi thuyền được xem là hình cầu tâm $I(-8; -3; 25)$, bán kính bằng $R = 5$ nên phương trình mặt cầu tương ứng là $(S): (x+8)^2 + (y+3)^2 + (z-25)^2 = 25$.

b) Đúng.

Gọi $A(1; 2; 0) \Rightarrow IA = \sqrt{731}$.

Khoảng cách ngắn nhất từ vị trí người chơi đến phi thuyền là $IA - R = \sqrt{731} - 5 \approx 22,04 \text{ m}$.

c) Đúng.

Hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxy) là $H(-8; -3; 0)$; $\overrightarrow{HA} = (9; 5; 0)$ là một vectơ

chỉ phương của d , phương trình tham số d là $\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = 2 + 5t \\ z = 0 \end{cases}$, với $t \in \mathbb{R}$.

d) Sai.

Vận tốc mà nhân vật chính chạy từ A đến H là $v(t) = t$ (t là thời gian tính bằng giây).

Ta có $\int_0^t v(t) dt = AH \Leftrightarrow \int_0^t t dt = \sqrt{106} \Leftrightarrow t^2 = 2\sqrt{106} \Rightarrow t = \sqrt{2\sqrt{106}}$ (giây).

Thời gian nhân vật chính được hút vào tâm phi thuyền là $\frac{IH}{6} = \frac{25}{6}$ (giây).

Tổng thời gian cần tính là $\sqrt{2\sqrt{106}} + \frac{25}{6} \approx 8,7$ (giây).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC, SD . Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (HIK) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải:

Đáp số: 1,73.

Trang 97

$$\frac{3! \cdot (4!)^3}{12} = 6912$$

Số cách gán thỏa yêu cầu bài toán là:

Câu 3. Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg ($5 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 + 19x + 300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải:

Đáp số: 11.

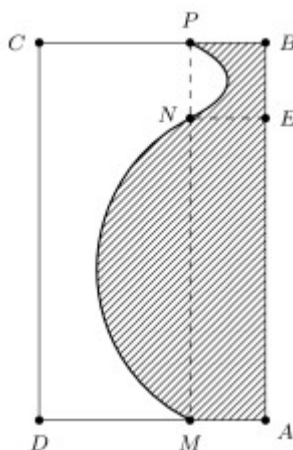
Lợi nhuận mà hộ sản xuất kinh doanh thu được mỗi ngày là: $L(x) = 316x - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 297x - 300$
 $\Rightarrow L'(x) = -3x^2 + 6x + 297$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -9 \end{cases}$$

x	0	11	$+\infty$
$L'(x)$		+	-
$L(x)$			

Vậy hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 11 kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 4. Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Hình phẳng (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (M, P là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AD, BC), cung tròn MN và cung parabol NP . Biết $AB = 5$, $AM = 1$, $BPNE$ là hình vuông có cạnh 1, cung tròn MN có bán kính $R = \sqrt{5}$ và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại N trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải:

Đáp số: 47,5.

Đặt hệ trục tọa độ Axy sao cho $A(0;0)$, $M(0;1) \in Oy$; $E(4;0)$, $B(5;0) \in Ox$; $N(4;1)$, $P(5;1)$.

Gọi d là đường trung trực của MN , d có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1+t \end{cases}$.

Khi đó tâm I của (C) nằm trên d (tính chất đường kính dây cung) $\Rightarrow I(2;1+t)$

Mà $IN = \sqrt{5} = R \Rightarrow t = -1 \Rightarrow I(2;0)$.

Suy ra cung tròn MN nằm trong đường tròn (C) có tâm $I(2;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$:
 $\Rightarrow (C): (x-2)^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 5 - (x-2)^2$.

$$V_1 = \pi \int_0^4 (5 - (x-2)^2) dx = \frac{44\pi}{3}.$$

Do đó

Đặt $g(x) = \sqrt{5 - (x-2)^2} \Rightarrow$ tiếp tuyến của đường tròn (C) tại $N(4;1)$ có hệ số góc là: $g'(4) = -2$

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Ta có (P) đi qua $N(4;1), P(5;1) \Rightarrow$ trục đối xứng của (P) là $x = \frac{9}{2}$

Tiếp tuyến của (P) tại $N(4;1)$ có hệ số góc là: $y'(4) = 8a + b$

$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 1 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{9}{2} \\ 8a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -18 \\ c = 41 \end{cases}$$

Khi đó

Suy ra $(P): y = 2x^2 - 18x + 41$.

$$V_2 = \pi \int_4^5 (2x^2 - 18x + 41)^2 dx = \frac{7\pi}{15}$$

Do đó

$$V = V_1 + V_2 = \frac{44\pi}{3} + \frac{7\pi}{15} = 47,5427 \approx 47,5$$

Vậy

Câu 5: Một chiếc ô tô Hyundai Grand i10 được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45° .

Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết khối lượng chiếc xe ô tô Hyundai grand i10 là 1051 kg và trọng lượng khung sắt là 2490 N ; độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ là bằng nhau. Độ lớn của lực căng của mỗi đoạn dây cáp bằng bao nhiêu Newton (làm tròn đến hàng đơn vị), biết $g = 10 \text{ m/s}^2$?

Lời giải:

Đáp số: 4596 N.

Trọng lượng của xe ô tô là $|\vec{P}_{xe}| = m \cdot g = 1051 \cdot 10 = 10510 \text{ N}$

Tổng trọng lượng của xe và khung sắt là:

$$|\vec{P}| = |\vec{P}_{xe}| + |\vec{P}_{khung}| = 10510 + 2490 = 13.000 \text{ N}$$

Độ lớn của lực căng của mỗi sợi dây cáp là: $|\vec{F}| = \frac{|\vec{P}|}{n \cdot \sin \alpha} = \frac{13.000}{4 \cdot \sin 45^\circ} \approx 4596 \text{ N}$

Câu 6: Nhân ngày vía Thần Tài, một cửa hàng vàng chuẩn bị quà tặng cho các khách hàng may mắn gồm 5 bộ vàng “Tứ Quý”, mỗi bộ vàng gồm 4 miếng vàng có khối lượng giống nhau.

Trên mỗi miếng vàng của cùng một bộ chỉ được khắc một trong bốn biểu tượng: Tùng (T), Cúc (C), Trúc (Tr) hoặc Mai (M) (không có hai miếng nào trong cùng một bộ có biểu tượng trùng nhau). Một khách hàng may mắn được tham gia bốc thăm ngẫu nhiên 8 miếng vàng từ tổng số 20 miếng vàng nói trên. Xác suất để trong 8 miếng vàng khách hàng rút được, có thể ghép thành ít nhất một bộ vàng “Tứ Quý” hoàn chỉnh là P . Tính giá trị của ^{100}P . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 7,22.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^8 = 125970$.

Trường hợp 1: Bộ số $(4; 4; 0; 0; 0)$

- Chọn 2 bộ trong 5 bộ để lấy đủ 4 miếng: C_5^2 cách.
- Trong mỗi bộ đã chọn, lấy cả 4 miếng $(C_4^4)^2 = 1$ cách.
- Tổng số cách chọn cho trường hợp này $C_5^2 \cdot 1 = 10$ cách.

Trường hợp 2: Bộ số $(4; 3; 1; 0; 0)$

Số cách chọn bộ:

- Chọn 1 bộ lấy 4 miếng C_5^1 cách.
- Chọn 1 bộ (trong 4 bộ còn lại) lấy 3 miếng C_4^1 cách.
- Chọn 1 bộ (trong 3 bộ còn lại) lấy 1 miếng C_3^1 cách.
- Số cách chọn miếng: $C_4^4 \cdot C_4^3 \cdot C_4^1 = 16$ cách.
- Tổng số cách chọn cho trường hợp này: $(C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1) \cdot 16 = 960$ cách.

Trường hợp 3: Bộ số $(4; 2; 2; 0; 0)$

Số cách chọn bộ:

- Chọn 1 bộ lấy 4 miếng: C_5^1 cách.
- Chọn 2 bộ (trong 4 bộ còn lại) lấy 2 miếng: C_4^2 cách.
- Số cách chọn miếng: $C_4^4 \cdot (C_4^2)^2 = 36$ cách.
- Tổng số cách chọn cho trường hợp này: $(C_5^1 \cdot C_4^2) \cdot 36 = 1080$ cách.

Trường hợp 4: Bộ số $(4; 2; 1; 1; 0)$

Số cách chọn bộ:

- Chọn 1 bộ lấy 4 miếng: C_5^1 cách.
- Chọn 1 bộ (trong 4 bộ còn lại) lấy 2 miếng: C_4^1 cách.
- Chọn 2 bộ (trong 3 bộ còn lại) lấy 1 miếng: C_3^2 cách.
- Số cách chọn miếng: $C_4^4 \cdot C_4^2 \cdot (C_4^1)^2 = 96$ cách.
- Tổng số cách chọn cho trường hợp này: $(C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2) \cdot 96 = 5760$ cách.

Trường hợp 5: Bộ số $(4; 1; 1; 1; 1)$

Số cách chọn bộ:

- Chọn 1 bộ lấy 4 miếng: C_5^1 cách.
- 4 bộ còn lại đều phải lấy 1 miếng: C_4^4 cách.
- Số cách chọn miếng: $C_4^4 \cdot (C_4^1)^4 = 256$ cách.

Tổng số cách chọn cho trường hợp này: $C_5^1 \cdot 256 = 1280$ cách.

Tổng số trường hợp thuận lợi: $n(A) = 10 + 960 + 1080 + 5760 + 1280 = 9090$.

Suy ra xác suất cần tìm là $p = P(A) = \frac{9090}{125970} = \frac{303}{4199}$.

Vậy $100p = 100 \cdot \frac{303}{4199} \approx 7,22$

ĐỀ 9

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
CỤM TRƯỜNG TP HCM
MÔN: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $\int 5^x dx = \ln 5 \cdot 5^x + C$ B. $\int 5^x dx = 5^x + C$
C. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ D. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{5 \ln 5} + C$

Câu 2. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức

- A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ B. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

Câu 3. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày của một cửa hàng A được thống kê ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 8. C. 15. D. 10.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$
C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -1$ B. $y = -1$
C. $y = -2$ D. $x = -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a)$ bằng

- A. $1 - \log_2 a$ B. $1 + \log_2 a$ C. $2 - \log_2 a$ D. $2 + \log_2 a$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$. Bán kính của (S) là

- A. $R = 4$ B. $R = 16$ C. $R = 8$ D. $R = \sqrt{5}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

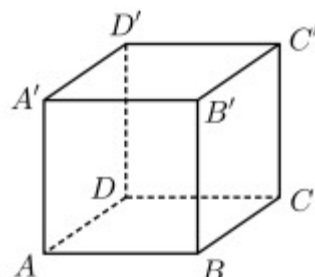
- A. $AC \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $AB \perp (SBC)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$ là
A. $(-\infty; 2]$. B. $[-2; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân.
A. 162 . B. 54 . C. 170 . D. 48 .

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$.
B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$.
C. $\left| \overline{AB} \right| = \left| \overline{CD} \right|$.
D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.



x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau
Hàm số đã cho có bao nhiêu cực đại?

- A. 3 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

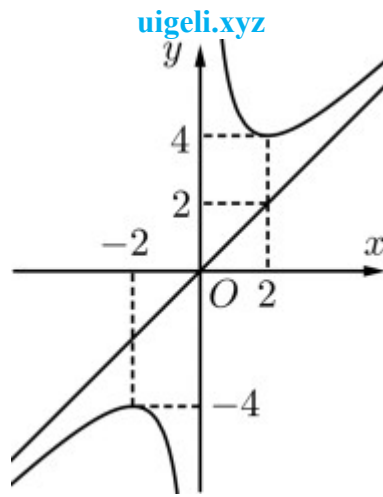
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như hình sau:



Câu 2. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe giật mình đạp nhầm chân ga khiến xe chuyển động nhanh dần đều trong một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3. Trong một đội tuyển có hai vận động viên A và B thi đấu. A thi đấu trước và có tỉ lệ thắng trận là 80% . Do ảnh hưởng tinh thần, nếu A thắng trận thì có 60% khả năng B thắng trận, còn nếu A thua thì khả năng thắng trận của B chỉ còn 30% . Gọi A là biến cố "vận động viên A thắng" và B là biến cố "vận động viên B thắng".

- a) $P(A) = 0,8$.
- b) $P(B|A) = 0,6; P(B|\bar{A}) = 0,4$.
- c) Xác suất đội tuyển thắng hai trận là $0,48$.
- d) Xác suất đội tuyển thắng ít nhất một trận là $0,86$.

Câu 4: Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu (mặt đầu sóng là mặt cầu). Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ $(0; -3; -1)$, cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là $\sqrt{1184}$ mét. Một người di chuyển theo phương MN từ vị trí $N(22; 35; -19)$ đến vị trí $M(1; 0; 2)$ để nhận nguồn âm, biết rằng nguồn âm phát ở cường độ tai người nghe thấy được.

- a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 1184$.
- b) Tại điểm $M(1; 0; 2)$ sẽ nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm trên.
- c) Đoạn đường người đó di chuyển nằm trên đường thẳng có phương trình tham số là

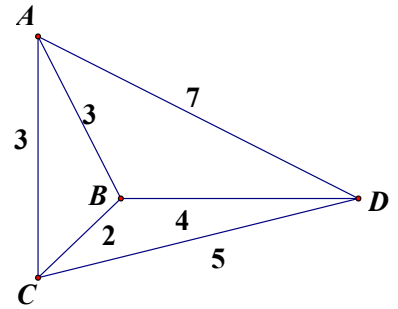
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- d) Khi người đó di chuyển từ N đến M thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là $A\left(\frac{-656}{43}; -\frac{1165}{43}; \frac{785}{43}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

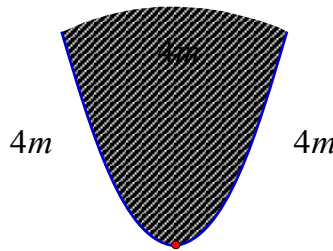
Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 3. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 2. Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D . Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?



Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

Câu 4. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol (phần tô màu) có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m² và 100.000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị triệu đồng)



hàm số $R(x) = \frac{\ln[p(x) \cdot f(x)]}{x}$, trong đó $p(x)$ là khả năng một cá thể sống sót đến tuổi x (năm), $f(x)$ là số lượng con được sinh ra từ một cá thể ở tuổi x . Giá trị của $R(x)$ càng lớn thì số lượng con được sinh ra càng nhiều. Do đó, độ tuổi x mà $R(x)$ đạt mức tối đa được coi là độ tuổi tối ưu để sinh sản.

(Theo: Claudia Neuhauser, *Calculus for Biology and Medicine*, Prentice-Hall, 2000)

Giả sử rằng có một loài sinh sản một lần, mà khả năng sống đến tuổi x được biểu thị bởi hàm số $p(x) = e^{-0.15x}$ và số lượng con sinh ra ở tuổi x là $f(x) = 3x^{0.85}$. Độ tuổi tối ưu để sinh sản của loài đó là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6: Bạn Bảo có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, bạn Bình có 7 viên bi được đánh số từ 1 đến 7. Hai bạn cùng chơi một trò chơi bằng cách bốc ngẫu nhiên 4 viên bi và ghép lại theo thứ tự giảm dần để được một số tự nhiên có 4 chữ số, người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Hỏi xác suất để bạn Bảo thắng là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

1. C	2. C	3. D	4. C	5. B	6. D
7. A	8. C	9. B	10. A	11. D	12. D

PHẦN II.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
2,12	15	3	3,74	0,75	0,74

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $\int 5^x dx = \ln 5 \cdot 5^x + C$

B. $\int 5^x dx = 5^x + C$

C. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$

D. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{5 \ln 5} + C$

Lời giải:

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

Theo bảng nguyên hàm:

Câu 2. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$

B. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

D. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

Lời giải:

Theo công thức sách giáo khoa.

Câu 3. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5. B. 8. C. 15. D. 10.

Lời giải:

Khoảng biến thiên: $R = 15 - 5 = 10$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Ta có $\vec{MN} = (4; -1; -3)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(-1; 2; 1)$ và nhận vector $\vec{MN} = (4; -1; -3)$ làm vector chỉ phương có phương trình là: $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -1$. B. $y = -1$.
C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$.

Vậy tiệm cận ngang của hàm số đã cho là $y = -1$.

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a)$ bằng

- A. $1 - \log_2 a$. B. $1 + \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.

Lời giải:

Ta có: $\log_2(4a) = \log_2 4 + \log_2 a = 2 + \log_2 a$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$. Bán kính của (S) là

- A. $R = 4$. B. $R = 16$. C. $R = 8$. D. $R = \sqrt{5}$.

Lời giải:

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$ có $R = \sqrt{16} = 4$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AC \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $AB \perp (SBC)$.

Lời giải:

Ta có: $BC \perp SA, BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$

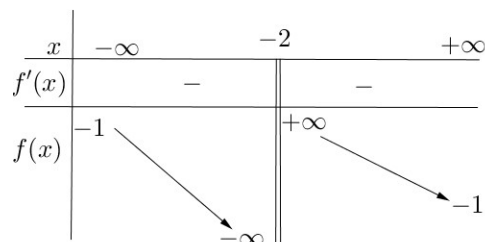
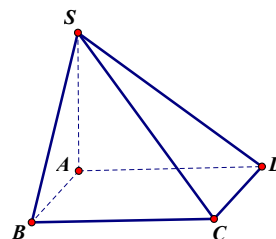
Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$ là:

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[-2; +\infty)$. C. $(-\infty; -2]$. D. $(0; 2)$.

Lời giải:

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4 \Leftrightarrow 2^{-x} \leq 2^2 \Leftrightarrow -x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq -2$

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân?

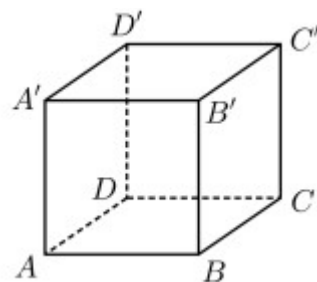


A. 162. B. 54. C. 170. D. 48.

Lời giải:

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot 3^4 = 162$ **Câu 11.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
- B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
- C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.



Lời giải:

Mệnh đề sai vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai vector đối nhau.**Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực đại?

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải:

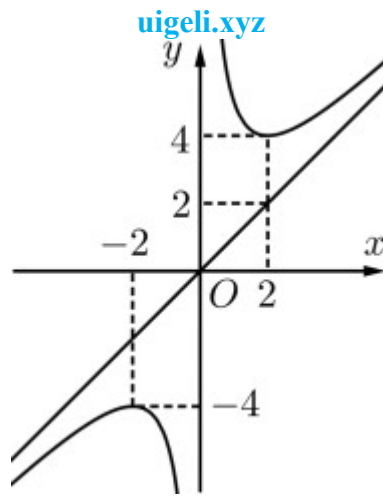
Vì dấu đạo hàm đổi từ dương sang âm khi đi qua các điểm $x = -3, x = 2$.**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.**Câu 1:** Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
		4		$+\infty$		$+\infty$
$+$						
	$-\infty$		$-\infty$		-4	

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình sau:

Lời giải



Đáp án: **a) S b) Đ c) S d) Đ.**

a) Sai. Vì Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$

b) Đúng. Vì $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Sai. Vì thấy $y(-2) = -4 \neq 4$.

d) Đúng.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe giật mình đạp nhầm chân ga khiến xe chuyển động nhanh dần đều trong một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

Đáp án: **a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.**

a) Đúng. Vì $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

b) Đúng. Vì $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Sai. Vì xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Đúng.

Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Gia tốc của xe ô tô khi chuyển động nhanh dần đều là

$$a = \frac{20 - 18}{1} = 2 \text{ m/s}^2$$

Quãng đường của xe ô tô khi chuyển động nhanh dần đều là

$$s = 18 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 19 \text{ m}$$

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:
 $s(2) = -5.2^2 + 20.2 = 20 \text{ (m)}$

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $19 + 20 \approx 39 \text{ (m)}$.

Do $39 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Câu 3. Trong một đội tuyển có hai vận động viên A và B thi đấu. A thi đấu trước và có hy vọng 80% thắng trận. Do ảnh hưởng tinh thần, nếu A thắng trận thì có 60% khả năng B thắng trận, còn nếu A thua thì khả năng này của B chỉ còn 30%. Gọi A là biến cố: "vận động viên A thắng"; B là biến cố: "vận động viên B thắng".

$$P(A) = 0,8$$

a)

$$P(B|A) = 0,6; P(B|\bar{A}) = 0,4.$$

b)

c) Xác suất đội tuyển thắng hai trận là 0,48.

d) Xác suất đội tuyển thắng ít nhất một trận là 0,86.

Lời giải

Đáp án: **a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ.**

Đặt A : "vận động viên A thắng"; B : "vận động viên B thắng".

a) **Đúng.** Theo đề bài, ta có: $P(A) = 0,8$

b) **Sai.** Theo đề bài, ta có: $P(B|A) = 0,6; P(B|\bar{A}) = 0,3$

c) **Đúng.** Xác suất đội tuyển thắng 2 trận là $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,8 \cdot 0,6 = 0,48$

d) **Đúng.** Đội tuyển thắng ít nhất một trận nghĩa là có ít nhất một trong hai vận động viên A , hoặc B thắng. Xác suất cần tính là: $P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(AB) = 0,54 + 0,8 - 0,48 = 0,86$

Câu 4: Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu (mặt đầu sóng là mặt cầu). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ $(0; -3; -1)$, cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là $\sqrt{1184}$ mét. Một người di chuyển theo phương MN từ vị trí $N(22; 35; -19)$ đến vị trí $M(1; 0; 2)$ để nhận nguồn âm, biết rằng nguồn âm phát ở cường độ tai người nghe thấy được.

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1184$

b) Tại điểm $M(1; 0; 2)$ sẽ nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm trên.

c) Đoạn đường người đó di chuyển nằm trên đường thẳng có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

d) Khi người đó di chuyển từ N đến M thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là $A\left(\frac{-656}{43}; -\frac{1165}{43}; \frac{785}{43}\right)$

Lời giải:

Đáp án: **a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.**

a) **Sai.** Phương trình mặt cầu (S) mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 1184$

b) **Đúng.** Khoảng cách từ vị trí có tọa độ $M(1; 0; 2)$ đến nguồn âm là:

$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (0+3)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{19} < \sqrt{1184}$$

Vậy tại vị trí có tọa độ $M(1;0;2)$ có thể nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm.

c) Đúng. Ta có $\vec{MN} = (21; 35; -21)$ chọn $\vec{u} = (3; 5; -3)$ là vector chỉ phương; đường thẳng đi qua điểm

$$M(1;0;2) \text{ nên có phương trình tham số } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

d) Sai. A thuộc MN nên $A(1+3t; 5t; 2-3t)$

Mặt khác A thuộc (S) nên $(1+3t)^2 + (5t+3)^2 + (2-3t+1)^2 = 1184$

$$\Leftrightarrow 1 + 6t + 9t^2 + 9 + 30t + 25t^2 + 9 - 18t + 9t^2 = 1184$$

$$\Leftrightarrow 43t^2 + 18t - 1165 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+3t)^2 + (5t+3)^2 + (3-3t)^2 = 1184 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -\frac{223}{43} \end{cases}$$

($N(22;35;-19)$ đến vị trí $M(1;0;2)$)

Với $t = 5 \Rightarrow A(16;25;-13)$ khi đó $\vec{AM} = (-15; -25; 15); \vec{AN} = (6; 10; -6)$ là hai vector ngược hướng nên A nằm trong đoạn MN (vậy A là điểm cần tìm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 3. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Đáp án: 2,12

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Suy ra $SO \perp (ABCD)$

Khi đó: $OA \perp SO, OA \perp BD \Rightarrow AO \perp (SBD)$

$$d(A; SBD) = AO = \frac{3\sqrt{2}}{2} = 2,12$$

Vậy

Câu 2. Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D . Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?

Lời giải:

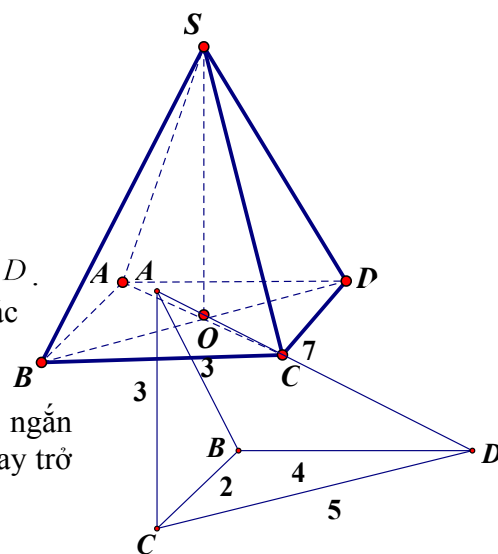
Đáp án: 15.

Xe giao hàng có thể xuất phát từ một trong 4 kho hàng A, B, C, D .

Giả sử xe giao hàng xuất phát từ kho A .

Để đi qua tất cả các kho hàng và quay trở về A , xe giao hàng có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	Tổng quãng đường
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$3 + 2 + 5 + 7 = 17$
$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$	$3 + 4 + 5 + 3 = 15$
$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$	$3 + 2 + 4 + 7 = 16$



$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$	$3+5+4+3=15$
$A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$	$7+4+2+3=16$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$7+5+2+3=17$

Nếu xuất phát từ đỉnh khác thì chỉ là phép thay thế bước đi trong sơ đồ trên.

Vậy quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là 15 km.

Cách 2:

- Nhận thấy việc phải đi qua tất cả các đỉnh và quay trở về đỉnh ban đầu đồng nghĩa với việc ở mỗi đỉnh sẽ có 01 đường vào và 01 đường ra. Giả sử xuất phát từ A, thì sẽ có 01 đường đi ra khỏi A và 01 đường quay về A, tương tự cho các đỉnh còn lại.

- Nghĩa là để hoàn thành đường đi thỏa YCBT, xe giao hàng phải bỏ 02 đoạn đường trong tổng số 06 đoạn đường. Và chúng ta sẽ chia trường hợp "bỏ 02 đoạn đường trong 06 đoạn đường" mà đề bài cho.

Ta thấy tổng quãng đường xe giao hàng nếu phải đi qua cả 06 đoạn đường là 24.

Giả sử xe giao hàng bắt đầu từ A.

+ **TH1:** Không đi qua AC, khi đó đoạn còn lại không được đi qua buộc phải là BD. Nghĩa là bỏ $3+4=7$ km. Tổng quãng đường cho TH1 là $24-7=17$ km.

+ **TH2:** Không đi qua AB, khi đó đoạn còn lại không được đi qua buộc phải là CD. Nghĩa là bỏ $3+5=8$ km. Tổng quãng đường cho TH2 là $24-8=16$ km.

+ **TH3:** Không đi qua AD, khi đó đoạn còn lại không được đi qua buộc phải là BC. Nghĩa là bỏ $7+2=9$ km. Tổng quãng đường cho TH3 là $24-9=15$ km.

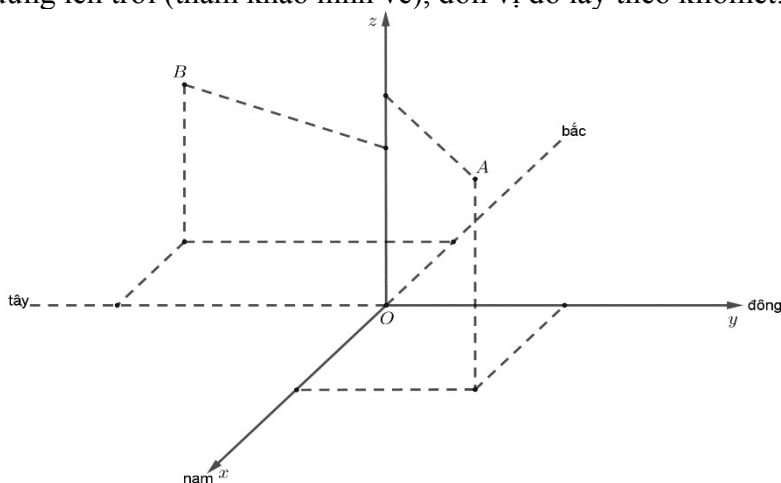
Vậy quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là 15 km.

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,8$ km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a+3b$.

Lời giải:

Đáp án: 3

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí A, B . Ta có $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$.

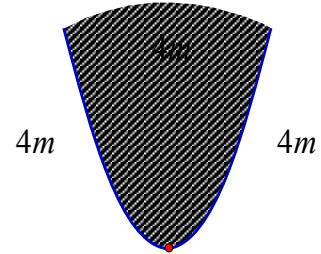
Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) , $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$. Khi đó $I = BC \cap (Oxy)$.

$$\vec{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right) \quad I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \vec{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$$

$$\frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3$$

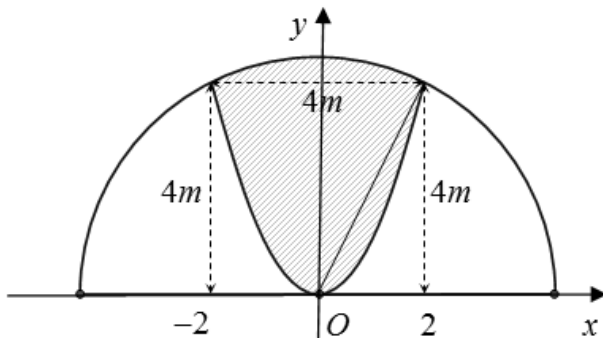
$\vec{BC}, \vec{BI}$ cùng phương nên

Câu 4. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m² và 100.000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị triệu đồng)?



Lời giải:

Đáp án: 3,74



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Phương trình của nửa đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

Parabol (P) có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $(2;4)$ nên có phương trình: $y = x^2$.

$$S_1 = \int_{-2}^2 [\sqrt{20 - x^2} - x^2] dx \approx 11,94 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích phần tô màu là:

$$S_2 = \frac{1}{2} \pi (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích phần không tô màu là:

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3.738.593 \text{ . Làm tròn thành 3.74 (triệu đồng).}$$

Chú ý: Có thể vận dụng phương pháp hình học thông thường để tính tích phân $\int_{-2}^2 x^2 dx$ bằng cách tích phân này chính là diện tích của một nửa hình tròn có tâm tại gốc tọa độ O , bán kính $R=25$ có diện tích bằng $12 \cdot \pi \cdot R^2 = 10\pi$.

Câu 5: Một số sinh vật như Cá hồi Thái Bình Dương, ve sầu, cây tre, ... chỉ sinh sản một lần trong suốt cuộc đời. Các nhà sinh vật học tính tỉ lệ sinh sản trung bình của một loài sinh vật sinh sản một lần bằng

$$R(x) = \frac{\ln[p(x) \cdot f(x)]}{x}$$

hàm số $R(x)$, trong đó $p(x)$ là khả năng một cá thể sống sót đến tuổi x (năm), $f(x)$

là số lượng con được sinh ra từ một cá thể ở tuổi x . Giá trị của $R(x)$ càng lớn thì số lượng con được sinh ra càng nhiều. Do đó, độ tuổi x mà $R(x)$ đạt mức tối đa được coi là độ tuổi tối ưu để sinh sản.

(Theo: Claudia Neuhauser, *Calculus for Biology and Medicine*, Prentice-Hall, 2000)

Giả sử rằng có một loài sinh sản một lần, mà khả năng sống đến tuổi x được biểu thị bởi hàm số $p(x) = e^{-0,15x}$ và số lượng con sinh ra ở tuổi x là $f(x) = 3x^{0,85}$. Độ tuổi tối ưu để sinh sản của loài đó là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,75

Với $p(x) = e^{-0,15x}$ và $f(x) = 3x^{0,85}$, ta có:

$$R(x) = \frac{\ln[e^{-0,15x} \cdot 3x^{0,85}]}{x} = \frac{1}{x}(-0,15x + \ln 3 + 0,85 \ln x) = 0,85 \cdot \frac{\ln x}{x} + \frac{\ln 3}{x} - 0,15$$

$$R'(x) = -\frac{\ln 3}{x^2} + \frac{0,85(1 - \ln x)}{x^2}$$

Suy ra:

$$R'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{\ln 3}{x^2} + \frac{0,85(1 - \ln x)}{x^2} \Leftrightarrow 0,85 \ln x = 0,85 - \ln 3 \Leftrightarrow x = e^{\frac{0,85 - \ln 3}{0,85}} \approx 0,75$$

Câu 6: Bạn Bảo có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, bạn Bình có 7 viên bi được đánh số từ 1 đến 7. Hai bạn cùng chơi một trò chơi bằng cách bốc ngẫu nhiên 4 viên bi và ghép lại theo thứ tự giảm dần để được một số tự nhiên có 4 chữ số, người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Hỏi xác suất để bạn Bảo thắng là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,74

Ta thấy Bảo có C_8^4 cách chọn ra 4 chữ số. Vì các viên bi được xếp theo thứ tự giảm dần để tạo ra 1 số có 4 chữ số nên chỉ có duy nhất một cách xếp. Khi đó tổng số cách xếp của Bảo là: $C_8^4 \cdot 1$ (cách). Tương tự, số cách xếp của Bình là $C_7^4 \cdot 1$ (cách)

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_8^4 \cdot 1 \cdot C_7^4 \cdot 1 = 2450$

Trường hợp 1: Bảo bốc được viên bi số 8, lúc này Bảo luôn thắng.

Bảo chọn được viên bi số 8 có 1 cách, tiếp tục chọn 3 viên bi từ 7 viên bi còn lại có C_7^3 cách và có 1 cách duy nhất để xếp theo thứ tự giảm dần để được số có 4 chữ số. Khi đó tổng số cách xếp của Bảo là $1 \cdot C_7^3 \cdot 1$ cách.

Bình chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 7 viên bi và có 1 cách xếp theo thứ tự giảm dần. Khi đó tổng số cách xếp của Bình là $C_7^4 \cdot 1$ cách.

Số cách xếp trong trường hợp 1 là $1 \cdot C_7^3 \cdot 1 \cdot C_7^4 \cdot 1 = 1225$ cách.

Trường hợp 2: Bảo không bốc được viên số 8

Khi Bảo không bốc được viên số 8, cả hai bạn đều chọn 4 viên bi từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Tổng số cách chọn và xếp theo thứ tự giảm dần của cả hai bạn là $C_7^4 \cdot C_7^4 \cdot 1 \cdot 1 = 1225$ cách.

Có 3 khả năng xảy ra: Bảo thắng, Bình thắng và hòa nhau. Ta thấy số trường hợp Bảo thắng và Bình thắng là bằng nhau. Số trường hợp hòa nhau là $C_7^4 \cdot 1 \cdot 1 = 35$ cách (giả sử Bảo chọn trước, khi đó Bình có đúng 1 cách chọn là chọn giống Bảo).

Số cách để Bảo thắng trong trường hợp 2 là: $\frac{1225 - 35}{2} = 595$ cách.

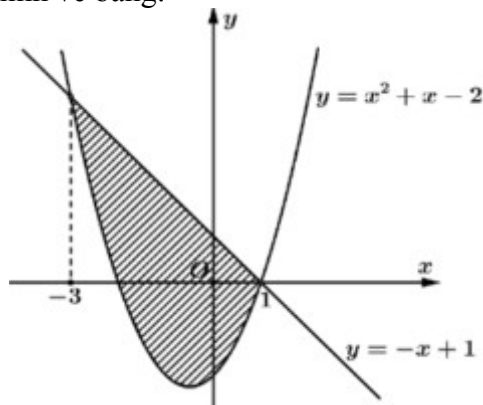
Vậy xác suất để Bảo thắng là $\frac{1225 + 595}{2450} \approx 0,74$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

- A. $\frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$. B. $e^{2x} + C$. C. $\frac{e^{2x}}{2x} + C$. D. $\frac{e^{2x}}{2} + C$.

Câu 2. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng:



- A. $\int_{-3}^1 |x^2 - 2x - 3| dx$. B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx$.
 C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx$. D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$.

Câu 3. Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang tại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

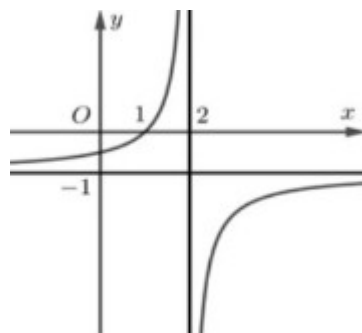
Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bằng

- A. 8,72 kg. B. 9,12 kg. C. 8,82 kg. D. 8,52 kg.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $P(5; -3; 1)$. B. $M(2; -1; -3)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-3; 1; -7)$.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left(c^2 \neq 0, ad - bc^2 \neq 0 \right)$ có đồ thị dưới đây. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $y = -1$.

Câu 6. Cho $b > 0, b^2 \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ với $x, y > 0$.
- B. $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ với $x, y > 0$.
- C. $\log_b(a^2) = 2\log_b a$.
- D. $\log_b 1 = 0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Giá trị của tham số m để mặt cầu có bán kính là 3 bằng

- A. -1. B. 0. C. -2. D. 1.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $BB'DD'$ là một tứ giác đều. B. $(BA'DD')$ và $(ADC'D')$ cắt nhau.
- C. $AC'B'D'$ là hình bình hành. D. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

- A. $(-\infty; \log_2 5)$. B. $(\log_2 5; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_5 2)$. D. $(\log_2 5; +\infty)$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Tìm số hạng thứ tư của cấp số nhân.

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Gọi I là trung điểm BC' . Phân tích $\vec{AI}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

- A. $\vec{AI} = 2\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$. B. $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.
- C. $\vec{AI} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$. D. $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ với $x \neq 0$.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} \text{ với } x \neq 0.$$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) $f(-4) = 2$.

c) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ bằng 4.

d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt bằng M, m . Khi đó $M - m = -1$.

Câu 2. Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $12,5 \text{ m/s}$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy cùng hướng và song song với đường quốc lộ với vận tốc $\frac{50}{3} \text{ m/s}$. Khi ô tô cách đuôi tàu 100 mét thì ô

ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi ô tô đạt đến vận tốc tối đa cho phép 25 m/s thì ô tô giữ nguyên vận tốc.



- a) Giá trị của b bằng $12,5$.
- b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 giây.
- c) Sau 5 giây kể từ khi ô tô tăng tốc, ô tô đi được quãng đường nhỏ hơn quãng đường của tàu đi được.
- d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75$ giây.

Câu 3. Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm cảnh báo nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

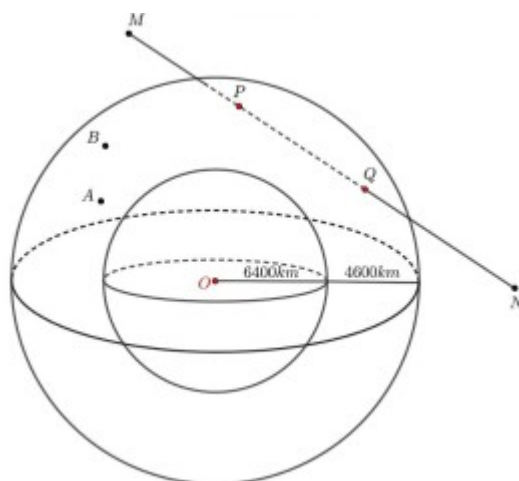
Gọi A là biến cố "Bài viết thực sự là đạo văn".

Gọi B là biến cố "Phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn".

- a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.
- b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.
- c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.
- d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ NASA đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không quá 4600km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O là tâm Trái Đất và đơn vị độ dài mỗi trục là 1000km. Một thiên thạch (coi như

một hạt) chuyển động với vận tốc $v_1 = 2\sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ (km/h)}$ không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm $M(0;5;12)$ đến $N(12;5;0)$.



- a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng 3449 km (Làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ NASA đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bắt ngờ đổi hướng và lao xuống Trái Đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với Trái Đất là 14490km (Làm tròn đến hàng đơn vị).

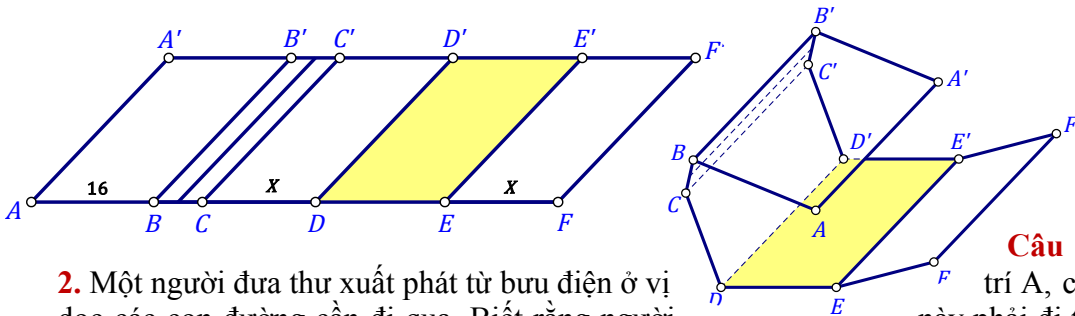
c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6; -5; -6)$, $B(7; -6; 7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách Trái Đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412km (Làm tròn đến hàng đơn vị).

$$v_2 = \frac{p\sqrt{97}}{3} \cdot 10^3$$

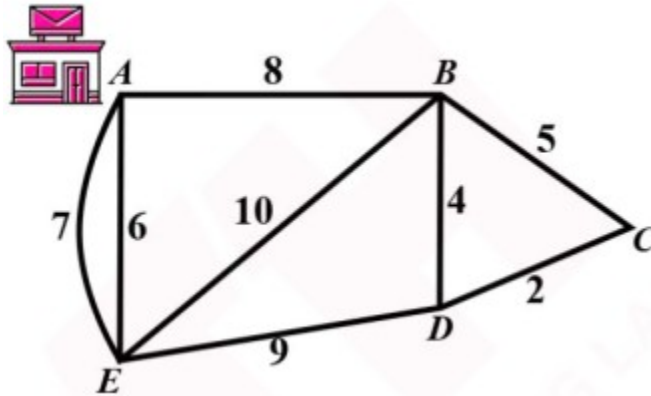
d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc (km/h) thì sẽ va chạm với thiên thạch.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Từ một tấm da bò hình chữ nhật $AFF'A'$ có chiều dài $AF = 80$ cm, chiều rộng $AA' = 20$ cm người ta chia làm 5 hình chữ nhật $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DED'E'$, $EFF'E'$ và gấp lại sao cho CC' trùng FF' để tạo thành một chiếc túi hình lăng trụ đứng tam giác (xem hình vẽ). Biết rằng $AB = 16$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = EF = x$ cm, miếng da $DED'E'$ làm đáy chiếc túi, miếng da $ABB'A'$ làm nắp ngoài chiếc túi, miếng da $BCC'B'$ được gấp đôi sao cho BB' trùng CC' để làm vị trí móc dây đeo. Khi thể tích chiếc túi da bò này đạt giá trị lớn nhất, giá trị của x là bao nhiêu cm.



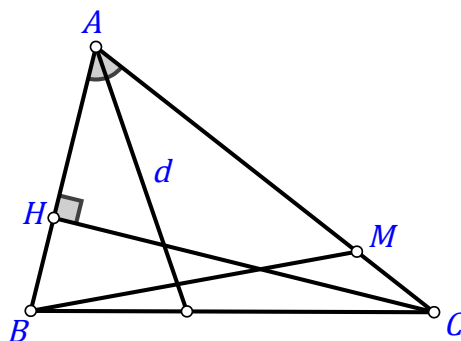
Câu 2. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc theo các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



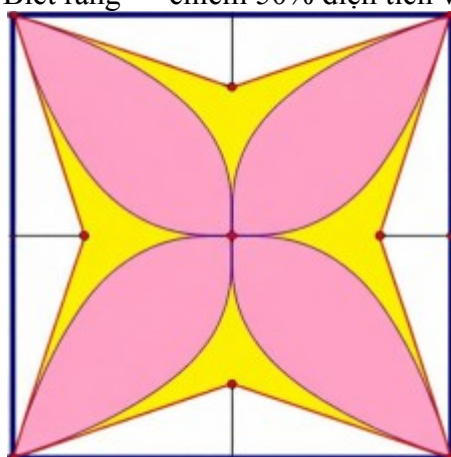
Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, một kỹ sư đang thiết kế mô hình khung thép của một mái che gồm ba điểm neo A, B, C. Thanh đỡ xuất phát từ điểm A theo hướng phân giác của góc tạo bởi

$$(d): \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}.$$

hai cạnh AB và AC có phương trình $H(1;1;0)$. Trên thanh AC có gắn một cảm biến tại điểm $M(0;5;3)$. Do yêu cầu kỹ thuật, cảm biến này phải cách đều hai điểm neo A và B. Biết tọa độ điểm $C(a; b; c)$, giá trị của biểu thức $3a + b + c$ bằng bao nhiêu?



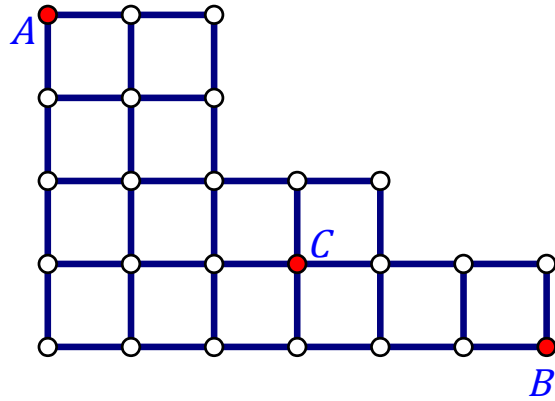
Câu 4. Người ta thiết kế hoạ tiết cho một viên gạch hình vuông với 4 cánh hoa như bên dưới, sau đó mới gia công theo mẫu này với kích thước của viên gạch thực tế. Với số nguyên dương lẻ $n > 1$, người ta vẽ các đồ thị $y = x^n$, $y = \sqrt[n]{x}$, $y = -x^n$, $y = -\sqrt[n]{x}$ (coi tâm của viên gạch là gốc toạ độ) cắt nhau tại các đỉnh của viên gạch; vẽ thêm các tiếp tuyến của các đồ thị xuất phát từ các đỉnh và cắt nhau tại 4 giao điểm trên các trục toạ độ. Gọi S_1 là tổng diện tích bốn cánh hoa và S_2 là phần diện tích nền của cánh hoa (phần tô đậm nằm bên ngoài các cánh hoa). Biết rằng S_1 chiếm 50% diện tích viên gạch. Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$.



Câu 5. Theo thống kê tại một nhà máy, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 tổ công nhân đi làm và mỗi tổ công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu thời gian làm việc mỗi tuần tăng thêm 2 giờ mỗi tuần thì số tổ làm việc giảm đi 1 và năng suất lao động mỗi tổ giảm 5 sản phẩm/1 giờ và ngược lại nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ thì số tổ tăng 1 và năng suất tăng 5 sản phẩm/1 giờ. Ngoài

ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \frac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một tuần. Hỏi nhà máy nên áp dụng tuần làm việc bao nhiêu giờ để số sản phẩm đạt chuẩn thu được trong mỗi tuần là lớn nhất?

Câu 6. Một con kiến đang ở điểm A, nó phải di chuyển trên các thanh của mê cung để đến được điểm B nơi có thức ăn (như hình vẽ). Khi tới các ngã rẽ, con kiến chỉ được di chuyển **sang phải** hoặc **đi xuống**. Tính xác suất để trên đường đi từ A đến B, con kiến có đi qua điểm C. (Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).



ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

1. D	2. D	3. A	4. B	5. C	6. C
7. A	8. A	9. D	10. B	11. C	12. A

PHẦN II.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
20	63	8	3	36	0,66

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

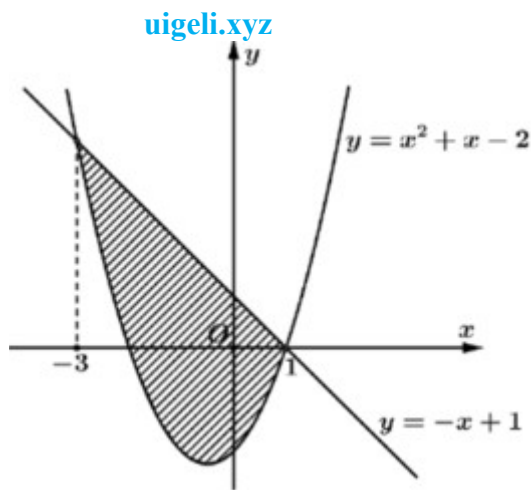
Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

A. $\frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$. B. $e^{2x} + C$. C. $\frac{e^{2x}}{2x} + C$. **D. $\frac{e^{2x}}{2} + C$** !

Lời giải

Ta có $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} + C$.

Câu 2. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng:



- A. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx$ B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x + 3) dx$
 C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx$ D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$

Lời giải

$$\int_{-3}^1 (-x+1) - (x^2+x-2) dx = \int_{-3}^1 (-x^2-2x+3) dx$$

Câu 3. Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang tại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bảng

- A. 8,72 kg. B. 9,12 kg. C. 8,82 kg. D. 8,52 kg.

Lời giải

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13

Khối lượng trung bình của 50 quả mít là:

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + n_4 x_4 + n_5 x_5}{n} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = \frac{436}{50} = 8,72 \quad (\text{kg})$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $P(5; -3; 1)$ B. $M(2; -1; -3)$ C. $Q(-1; 0; -5)$ D. $M(-3; 1; -7)$

Lời giải

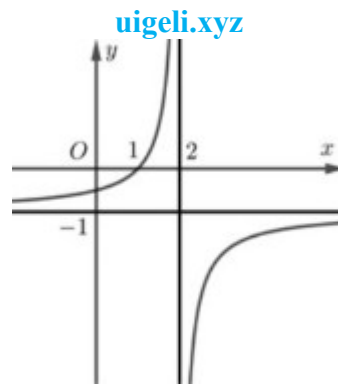
Thay điểm $M(2; -1; -3)$ vào phương trình chính tắc của đường thẳng d ta được:

$$\frac{2-3}{2} = \frac{-1+2}{-1} = \frac{-3+1}{2} \quad \left(\text{vô lý vì } -\frac{1}{2} \neq -1 \right)$$

Vậy điểm $M(2; -1; -3)$ không thuộc đường thẳng d .

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$$

Câu 5. Hàm số có đồ thị dưới đây. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:



- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $y = -1$.

Lời giải

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x = 2$.

Câu 6. Cho $b > 0, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ với $x, y > 0$.

B. $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ với $x, y > 0$.

C. $\log_b(a^2) = 2\log_b a$.

D. $\log_b 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\log_b(a^2) = 2\log_b a$ sai do điều kiện xác định của $\log_b(a^2)$ là $a^2 > 0$ (do $a^2 \geq 0$) còn điều kiện xác định của $\log_b a$ là $a > 0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Giá trị của tham số m để mặt cầu có bán kính là 3 bằng

- A. -1 . B. 0 . C. -2 . D. 1 .

Lời giải

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; -2; -1)$.

Bán kính của mặt cầu: $R = 3 \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - 2m + 1} = 3$.

$\Leftrightarrow \sqrt{7 - 2m} = 3$.

$\Leftrightarrow 7 - 2m = 9$.

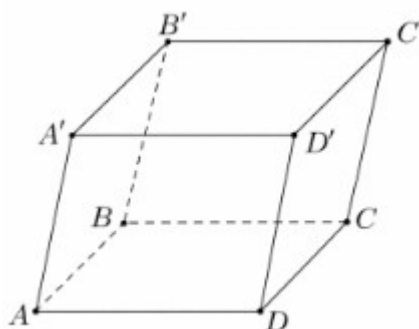
$\Leftrightarrow m = -1$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào sai?

A. $BB'DD'$ là một tứ giác. B. $(BA'DD')$ và $(ADC'D')$ cắt nhau.

C. $AA'B'C'D'$ là hình bình hành. D. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.

Lời giải



Câu C và D đúng do tính chất của hình hộp.

$$(EACD) \cap (EACD) = (EACD), (ADC) \cap (ADC) = (ADC)$$

$$(EACD) \cap (ADC) = MN \text{ với } M, N \text{ lần lượt là tâm của } AA'BB', DD'CC'$$

Nên suy ra câu B đúng.

Do $B' \notin (BDC)$ nên $BB'DC$ không phải là tứ giác.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

A. $(-\infty; \log_2 5)$ B. $(\log_2 5; +\infty)$ C. $(-\infty; \log_5 2)$ D. $(\log_2 5; +\infty)$

Lời giải

Ta có $2^x > 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_2 5; +\infty)$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Tìm số hạng thứ tư của cấp số nhân.

A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Lời giải

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} \Leftrightarrow q = 3$$

Vậy số hạng thứ tư là $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Gọi I là trung điểm BC' . Phân tích AI qua a, b, c .

A. $AI = 2a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{3}c$ B. $AI = \frac{1}{2}a + b + \frac{1}{2}c$
C. $AI = a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$ D. $AI = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + c$

Lời giải

I là trung điểm BC' nên $AI = \frac{1}{2}(AB + AC')$. Mà $AC' = a + b + c$ (quy tắc hình hộp).

$$AI = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}(a + b + c) = a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c$$

Suy ra

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Lời giải

Ta có $f'(x)$ đổi dấu từ + sang âm khi x qua -1 và 1 . Vậy hàm số có hai điểm cực đại.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ với $x \neq 0$.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} \text{ với } x \neq 0$$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) $f'(-4) = 2$

c) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ bằng 4.

d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;3]$ lần lượt bằng M, m . Khi đó $M - m = -1$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $f(x) = -\frac{4}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 4}{x^2}$.

b) Sai.

Ta có $f(-4) = \frac{(-4)^2 - 4}{(-4)^2} = \frac{3}{4}$.

c) Sai.

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

Tổng các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là bằng $-2 + 2 = 0$.

d) Sai.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1;3] \\ x = -2 \notin [1;3] \end{cases}$

Ta có $f(1) = 6$, $f(2) = 5$, $f(3) = \frac{16}{3} \Rightarrow M = 6, m = 5 \Rightarrow M - m = 1$.

Câu 2. Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $12,5 \text{ m/s}$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy cùng hướng và song song với đường quốc lộ với vận tốc $\frac{50}{3} \text{ m/s}$. Khi ô tô cách đuôi tàu 100 mét thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi ô tô đạt đến vận tốc tối đa cho phép 25 m/s thì ô tô giữ nguyên vận tốc.



a) Giá trị của b bằng $12,5$.

b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 giây.

c) Sau 5 giây kể từ khi ô tô tăng tốc, ô tô đi được quãng đường nhỏ hơn quãng đường của tàu đi được.

d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75$ giây.

Lời giải

a) Đúng

$v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$. Tại thời điểm $t = 0$, vận tốc của ô tô là $v(0) = 12,5 \text{ (m/s)} \Rightarrow 12,5 = 2,5 \cdot 0 + b \Rightarrow b = 12,5$.

b) Đúng

Khi ô tô đạt vận tốc tối đa ta có: $25 = 2,5t + 12,5 \Rightarrow t = 5 \text{ (s)}$.

c) Sai

$$s_{oto} = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt = \frac{375}{4} (m) = 93,75 (m)$$

Quãng đường ô tô đi được sau 5 giây là:

$$s_{tau} = \frac{50}{3} \cdot 5 = \frac{250}{3} (m) = 83,33 (m)$$

Quãng đường tàu đi được sau 5 giây là:

Vậy $s_{oto} > s_{tau}$

d) Đúng

Gọi t là thời gian kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc đến khi bắt kịp tàu

Vì sau 5 giây thì ô tô đạt vận tốc tối đa và giữ nguyên tốc độ này nên:

$$s_{oto} = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt + 25(t - 5) (m) = 25t - 31,25$$

Quãng đường ô tô đi được là:

$$s_{tau} = \frac{50}{3} t$$

Quãng đường tàu đi được là:

$$\hat{O} \quad 25t - 31,25 = 100 + \frac{50}{3} t \quad \hat{U} \quad \frac{25}{3} t = 131,25 \quad \hat{U} \quad t = 15,75 (s)$$

Ô tô bắt kịp tàu khi

Câu 3. Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm cảnh báo nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố "Bài viết thực sự là đạo văn".

Gọi B là biến cố "Phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn".

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$

c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Lời giải

Từ giả thuyết của bài toán, ta có các xác suất sau:

$$P(A) = 1\% = 0,01 \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,01 = 0,99$$

Xác suất phần mềm báo đạo văn khi bài thực sự là đạo văn: $P(B|A) = 98\% = 0,98$

Xác suất phần mềm báo nhầm đạo văn khi bài là chính chủ: $P(B|\bar{A}) = 3\% = 0,03$

a) Đúng.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,03 = 0,0395$$

b) Đúng.

Theo thống kê đề bài cho: 1% đạo văn nên $P(A) = 0,01$ và 99% bài chính chủ nên $P(\bar{A}) = 0,99$

c) Sai.

Áp dụng công thức Bayes để tính xác suất bài viết thực sự là đạo văn khi có cảnh báo:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,0395} \approx 0,2481 \approx 0,25$$

d) Đúng.

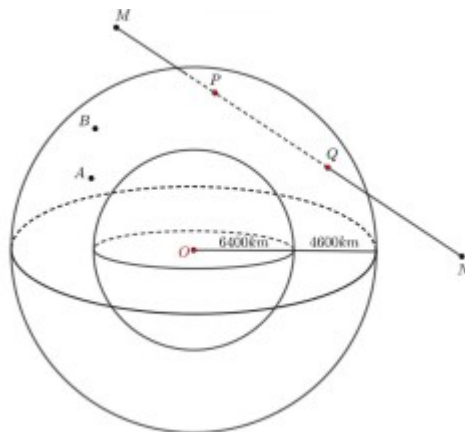
Xác suất bài viết là đạo văn khi có cảnh báo là $P(A|B) \approx 24,81\%$

$$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) \gg 75,19\%$$

Xác suất bài viết là chính chủ khi có cảnh báo là

Vì $75,19\% > 24,81\%$ nên trong số những bài bị cảnh báo đạo văn, khả năng bài đó là chính chủ (bị báo nhầm) cao hơn nhiều so với khả năng nó thực sự là đạo văn.

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ NASA đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không quá 4600km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O là tâm Trái Đất và đơn vị độ dài mỗi trục là 1000km. Một thiên thạch (Coi như một hạt) chuyển động với vận tốc $v_1 = 2\sqrt{2} \cdot 10^3$ (km/h) không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm $M(0;5;12)$ đến $N(12;5;0)$.



a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng 3449 km (Làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bắt ngờ đổi hướng và lao xuống Trái Đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với Trái Đất là 14490km (Làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6; -5; -6)$, $B(7; -6; 7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách Trái Đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412km (Làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2 = \frac{p\sqrt{97}}{3} \cdot 10^3$ (km/h) thì sẽ va chạm với thiên thạch.

Lời giải

a) Đúng.

Xét đường thẳng MN đi qua $M(0;5;12)$ có vector chỉ phương $\vec{MN} = (12; 0; -12) = 12(1; 0; -1)$.

$$\begin{cases} x = 12 + t \\ y = 5 \\ z = -t \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng MN :

Gọi mặt phẳng (P) qua O và vuông góc với MN khi đó (P) có phương trình: $x - z = 0$.

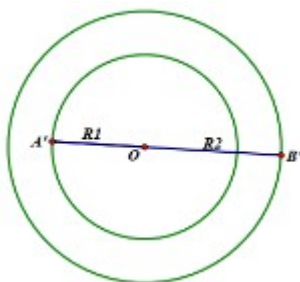
Gọi H là giao điểm của MN và (P) , ta có: $12 + 2t = 0 \Rightarrow t = -6 \Rightarrow H(6; 5; 6)$

Thiên thạch gần Trái Đất nhất khi đi qua H .

Khoảng cách gần nhất của thiên thạch với Trái Đất là:

$$d = 1000 \cdot OH - 6400 = 1000\sqrt{6^2 + 5^2 + 6^2} - 6400 \gg 3449 \text{ km.}$$

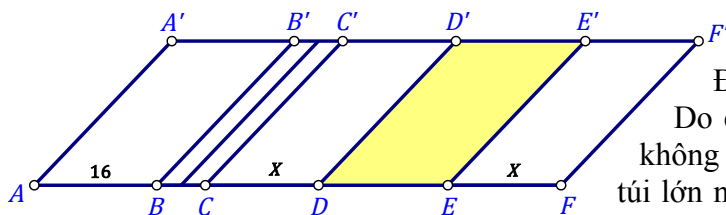
c) Sai.



d) Đúng.

F' và gấp lại sao cho CC' lẳng trụ đứng tam giác

(xem hình vẽ). Biết rằng $AB = 16\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $CD = EF = x\text{cm}$, miếng da $DED'E'$ làm đáy chiếc túi, miếng da $ABB'A'$ làm nắp ngoài chiếc túi, miếng da $BCC'B'$ được gấp đôi sao cho BB' trùng CC' để làm vị trí móc dây đeo. Khi thể tích chiếc túi da bò này đạt giá trị lớn nhất, giá trị của x là bao nhiêu cm.



Lời giải

Đáp án: 20

Do chiều cao của khối lăng trụ không đổi nên thể tích của chiếc túi lớn nhất khi và chỉ khi diện tích tam giác CDE (sau khi gấp



$CC' \equiv FF'$) lớn nhất.

Xét tam giác CDE ta có

$$CD = CE = x, DE = 60 - 2x.$$

Gọi H là trung điểm DE. Ta có $CH \perp DE$. Suy ra

$$S_{CED} = \frac{1}{2} DE \cdot CH = \frac{1}{2} (60 - 2x) \sqrt{x^2 - (30 - x)^2} = (30 - x) \sqrt{2x - 30} \cdot \sqrt{30}.$$

Xét hàm số $f(x) = (30 - x) \sqrt{2x - 30}$ trên khoảng $(15; 30)$.

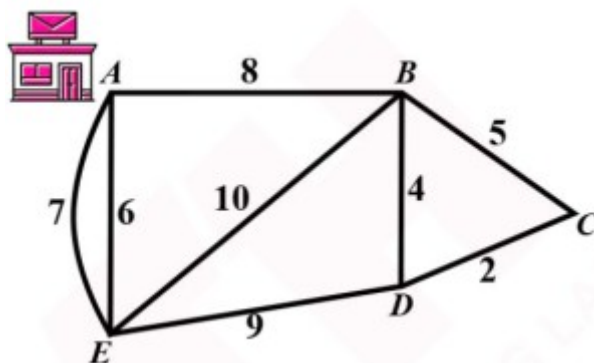
$$f'(x) = -\sqrt{2x - 30} + (30 - x) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x - 30}} = \frac{60 - 3x}{\sqrt{2x - 30}} = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

Ta có

Ta thấy $f(x)$ đồng biến trên $(15; 20)$ và nghịch biến trên $(20; 30)$.

Do đó giá trị lớn nhất thể tích chiếc túi bằng $200\sqrt{10} \text{ cm}^3$ khi $x = 20(\text{cm})$.

Câu 2. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 63

Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường Euler từ A đến D là: AEABEDBDCD và độ dài của nó là $6+7+8+10+9+4+5+2=51$

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4+8=12$

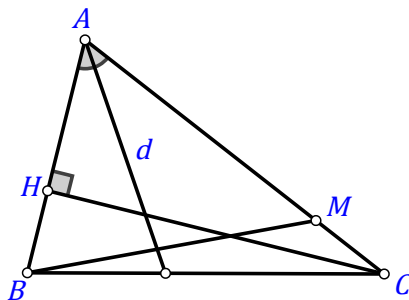
Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là $51+12=63$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, một kỹ sư đang thiết kế mô hình khung thép của một mái che gồm ba điểm neo A, B, C. Thanh đỡ xuất phát từ điểm A theo hướng phân giác của góc tạo bởi

$$(d): \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}.$$

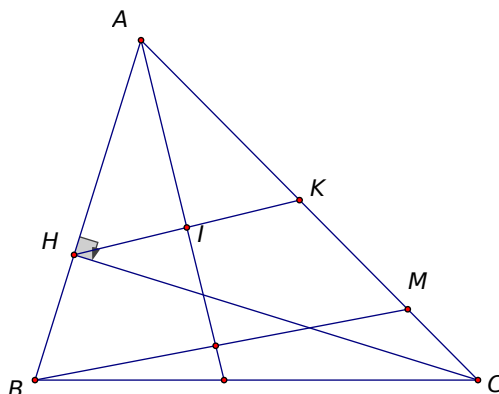
hai cạnh AB và AC có phương trình $H(1;1;0)$. Từ điểm C, người ta hạ vuông góc xuống thanh AB để gắn một giá đỡ tại điểm $M(0;5;3)$. Trên thanh AC có gắn một cảm biến tại điểm

Do yêu cầu kỹ thuật, cảm biến này phải cách đều hai điểm neo A và B . Biết tọa độ điểm $C(a; b; c)$, giá trị của biểu thức $3a + b + c$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 8



Gọi K là điểm trên AC sao cho $AH = AK$ và I là trung điểm của đoạn HK . Khi đó tam giác AHK cân tại A nên $\widehat{I} = \widehat{A}$ (d). Đặt $I(t; -4t+6; -3t+6)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì $H = (t-1; -4t+5; -3t+6)$.

Vì $IH \perp d$ nên $1 \cdot (t-1) - 4(-4t+5) - 3(-3t+6) = 0$. Giải ra được $t = \frac{3}{2}$.

Do đó $H(\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2})$ và tìm được $K(2; -1; 3)$. Ta có $\vec{KM} = (-2; 6; 0)$ $P(1; -3; 0)$ nên phương trình đường thẳng

KM (cũng chính là đường thẳng AC) là $\begin{cases} x = s \\ y = 5 - 3s \\ z = 3 \end{cases}$ với $s \in \mathbb{R}$. Khi đó, ta cho đường thẳng này cắt (d) thì thu được giao điểm là $A(1; 2; 3)$.

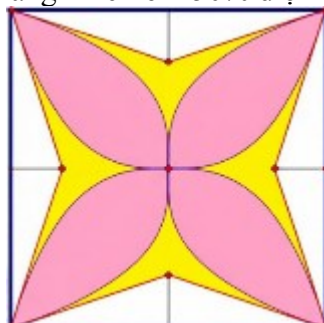
Ta có $\vec{HA} = (0; 1; 3)$ nên phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + r \\ z = 3r \end{cases}$ với $r \in \mathbb{R}$. Để có $MA = MB$ thì ta giải phương trình $(0-1)^2 + (5-1-r)^2 + (3-3r)^2 = (0-1)^2 + (5-2)^2 + (3-3)^2$ được $r = \frac{8}{5}$. Vì thế tọa độ

điểm $B(\frac{13}{5}; \frac{24}{5}; \frac{24}{5})$. Cuối cùng, ta đặt $C(s; 5-3s; 3)$ thì $\vec{HC} = (s-1; 4-3s; 3)$. Từ điều kiện $HC \perp AH$, ta có

$0 \cdot (s-1) + 1 \cdot (4-3s) + 3 \cdot 3 = 0$, giải ra được $s = \frac{13}{5}$. Vì thế $C(\frac{13}{5}; -8; 3)$.

Vậy ta có $A(1; 2; 3)$, $B(\frac{13}{5}; \frac{24}{5}; \frac{24}{5})$ và $C(\frac{13}{5}; -8; 3)$.

Câu 4. Người ta thiết kế hoạ tiết cho một viên gạch hình vuông với 4 cánh hoa như bên dưới, sau đó mới gia công theo mẫu này với kích thước của viên gạch thực tế. Với số nguyên dương lẻ $n > 1$, người ta vẽ các đồ thị $y = x^n$, $y = \sqrt[n]{x}$, $y = -x^n$, $y = -\sqrt[n]{x}$ (coi tâm của viên gạch là gốc toạ độ) cắt nhau tại các đỉnh của viên gạch; vẽ thêm các tiếp tuyến của các đồ thị xuất phát từ các đỉnh và cắt nhau tại 4 giao điểm trên các trục toạ độ. Gọi S_1 là tổng diện tích bốn cánh hoa và S_2 là phần diện tích nền của cánh hoa (phần tô đậm nằm bên ngoài các cánh hoa). Biết rằng S_1 chiếm 50% diện tích viên gạch. Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$.



Lời giải

Đáp án: 3

Vì tính chất đối xứng nên ta chỉ cần tính diện tích của một cánh hoa rồi nhân 4 lên là được S_1 . Ta xét riêng cánh hoa ở góc trên bên trái (thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ trục toạ độ). Phương trình hoành độ

giao điểm $x^n = \sqrt[n]{x} \Leftrightarrow x^{n^2} = x$, giải ra được $x = 0, x = 1$.

Khi đó, diện tích của một cánh hoa là

$$\int_0^1 |\sqrt[n]{x} - x^n| dx = \int_0^1 (\sqrt[n]{x} - x^n) dx = \left(\frac{n}{n+1} \sqrt[n]{x^{n+1}} - \frac{1}{n+1} x^{n+1} \right) \Big|_0^1 = \frac{n-1}{n+1}$$

Từ đó ta có $S_1 = \frac{4(n-1)}{n+1}$. Theo giả thiết thì diện tích của viên gạch là $2^2 = 4$ nên để S_1 chiếm 50% diện

tích viên gạch thì cần có $\frac{n-1}{n+1} = \frac{1}{2}$, giải ra được $n = 3$.

Tiếp theo, xét phần tô đậm tạo bởi đường cong $y = \sqrt[3]{x}$, tiếp tuyến của nó qua $(1;1)$ và trục tung. Vì

$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ nên phương trình tiếp tuyến tương ứng là $y = \frac{1}{3}(x-1) + 1 = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$. Diện tích của phần tô đậm

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} - \sqrt[3]{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{6} + \frac{2x}{3} - \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{12}.$$

này là

Rõ ràng S_2 sẽ gồm 8 phần có cùng diện tích với phần tô đậm như trên nên $S_2 = 8 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$. Từ đó ta có

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{(2/3)} = 3.$$

Câu 5. Theo thống kê tại một nhà máy, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 tổ công nhân đi làm và mỗi tổ công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu thời gian làm việc mỗi tuần tăng thêm 2 giờ mỗi tuần thì số tổ làm việc giảm đi 1 và năng suất lao động mỗi tổ giảm 5 sản phẩm/1 giờ và ngược lại nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ thì số tổ tăng 1 và năng suất tăng 5 sản phẩm/1 giờ. Ngoài

ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $\frac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong một tuần. Hỏi nhà máy nên áp dụng tuần làm việc bao nhiêu giờ để số sản phẩm đạt chuẩn thu được trong mỗi tuần là lớn nhất?

Đáp án: 36

Gọi số giờ làm tăng thêm mỗi tuần là t , $t \in \mathbb{R}$.

Số tổ công nhân bỏ việc là $\frac{t}{2}$ nên số tổ công nhân làm việc là $100 - \frac{t}{2}$ (tổ)

Năng suất của tổ công nhân còn $120 - \frac{5t}{2}$ sản phẩm một giờ.

Số thời gian làm việc một tuần là $40 + t = x$ (giờ).

Để nhà máy hoạt động được thì

$$\begin{cases} 40 + t > 0 \\ 120 - \frac{5t}{2} > 0 \\ 100 - \frac{t}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow t \in (-40; 48)$$

Số sản phẩm trong một tuần làm được:

Số sản phẩm thu được là:

$$\begin{aligned} S &= \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) \\ f(t) &= \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{95(40 + t)^2 + 120(40 + t)}{4} \\ f(t) &= \frac{-1}{2} \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40 + t) - \frac{5}{2} \left(100 - \frac{t}{2}\right) (40 + t) + \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) \frac{95}{2} (40 + t) - 30 \\ &= \frac{15}{4} t^2 - \frac{1135}{2} t - 2330 \\ f'(t) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = \frac{466}{3} \end{cases} (L) \end{aligned}$$

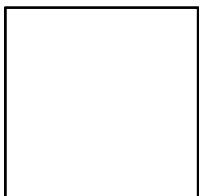
Ta có

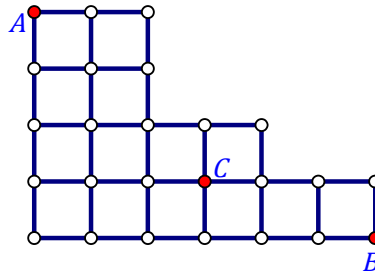
Ta có BXD:

x	-40	-4	48
y'	$+$	0	$-$
y			

Dựa vào bảng biến thiên ta có số lượng sản phẩm thu được lớn nhất thì thời gian làm việc trong một tuần là $40 + (-4) = 36$.

Câu 6. Một con kiến đang ở điểm A, nó phải di chuyển trên các thanh của mê cung để đến được điểm B nơi có thức ăn (như hình vẽ). Khi tới các ngã rẽ, con kiến chỉ được di chuyển **sang phải** hoặc **đi xuống**. Tính xác suất để trên đường đi từ A đến B, con kiến có đi qua điểm C. (Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).





Lời giải

Đáp án: 0,66

Cách làm: điền số cách đến mỗi nút bằng quy tắc

Số cách đến một điểm = (từ trên xuống) + (từ trái qua).

Vì chỉ được đi xuống hoặc qua phải, nên mỗi điểm chỉ nhận đường đi từ 2 hướng đó.

Bắt đầu từ A ghi 1, rồi điền dần ta được bảng số:

1	1	1				
1	2	3				
1	3	6	6	6		
1	4	10	16	22	22	22
1	5	15	31	53	75	97

Số ở điểm B là 97

Nên số phân tử không gian mẫu là 97.

Tương tự vậy số cách đi từ A tới C là: 16

Số cách đi từ C tới B là: 4

Nên số đường đi từ A đến B , còn kiện phải đi qua điểm C là 4. $16=64$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{64}{97} \approx 0,66$