

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH YÊN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2022-2023

Môn thi: TOÁN 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (4 điểm)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

a) Thực hiện phép tính:

b) Tính

$$S = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2$$

c) Chứng tỏ:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2019}{3^{2019}} < 0,75$$

Câu 2. (4 điểm)

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$$

a) Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn : và $a+b+c \neq 0$

$$B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Hãy tính giá trị của biểu thức:

b) Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5,6,7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4,5,6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

$$P = \frac{2017x + 2018y - 2019z}{2017x - 2018y + 2019z}$$

c) Cho ba số x,y, z tỉ lệ với 3,4,5. Tính

Câu 3. (4 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |2x - 2| + |2x - 2013|$ với x là số nguyên.

b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $x + y + z = xyz$.

Câu 4. (6 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = AB$. Gọi P, Q là trung điểm của AD, BC, và I là giao điểm các đường vuông góc với AD và BC tại P và Q.

a) Chứng minh $\triangle AIB = \triangle DIC$

b) Chứng minh AI là tia phân giác của góc BAC.

$$AE = \frac{1}{2} AD$$

c) Kẻ IE vuông góc với AB, chứng minh

Câu 5. (2 điểm) Cho biết $xyz=1$

$$\text{Tính giá trị } A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$$

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm - SBD:.....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
VĨNH YÊN

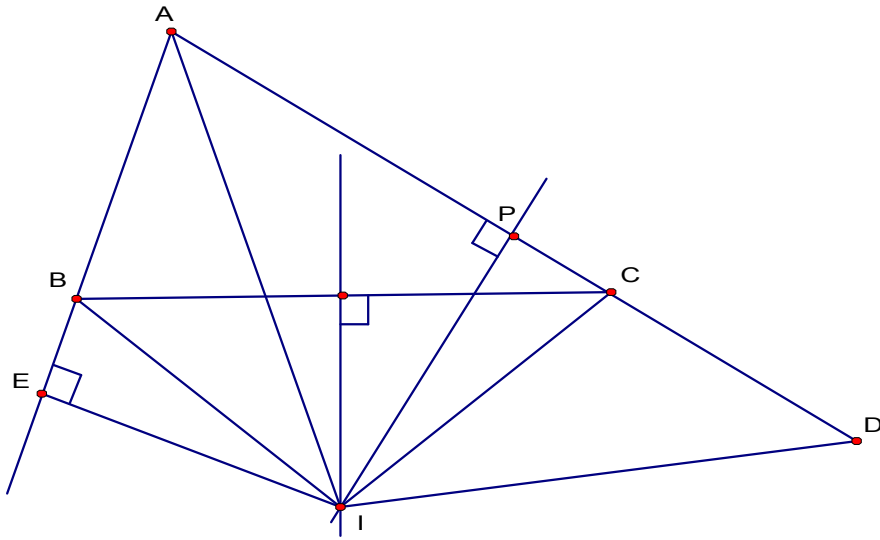
NĂM HỌC 2022-2023

Môn thi: TOÁN 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đáp án gồm có 03 trang)

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4 điểm)	a 2đ	$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5 0,5 1
	b 2đ	$S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 + \dots + (-3)^{2015}$ $-3S = (-3) \cdot [(-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}]$ $= (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016}$ $-3S - S = [(-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016}] - (-3)^0 - (-3)^1 - \dots - (-3)^{2015}$ $-4S = (-3)^{2016} - 1$ $S = \frac{(-3)^{2016} - 1}{-4} = \frac{3^{2016} - 1}{-4} = \frac{1 - 3^{2016}}{4}$	0.5 0.5 0.5 0.5
Câu 2 (4 điểm)	a 1,5 đ	<p>+ Vì $a+b+c \neq 0$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$ <p>mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$</p> $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$ <p>Vậy $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$</p>	0.5 0.5 0.5
	b 1,5 đ	<p>Gọi tổng số gói tằm 3 lớp cùng mua là x (x là số tự nhiên khác 0) Số gói tằm dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lúc đầu lần lượt là: a, b, c</p> $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3}; c = \frac{7x}{18} \quad (1)$ <p>Ta có:</p> <p>Số gói tằm sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c', ta có:</p> $\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a'+b'+c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15} = \frac{x}{3}; c' = \frac{6x}{15} \quad (2)$ <p>So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'$; $b = b'$; $c < c'$ nên lớp 7C nhận nhiều hơn</p>	0.5 0.5

Câu 4 (6 điểm)			0,5
a 2đ		Ta có $IB = IC$, $IA = ID$ Lại có $AB = CD$ (gt) Do đó $\triangle AIB = \triangle DIC$ (c.c.c)	1 0,5 0,5
b 1,5đ		CM: $\angle DAI = \angle D$ $\triangle AIB = \triangle DIC$ (câu a), suy ra $\angle BAI = \angle D$ Do đó $\angle DAI = \angle BAI$. Vậy AI là tia phân giác của góc BAC	0,5 0,5 0,5
c 2đ		Kẻ $IE \perp AB$, ta có $\triangle AIE = \triangle AIP$ $\Rightarrow AE = AP$ Mà $AP = \frac{1}{2} AD$ (vì P là trung điểm AD) $AE = \frac{1}{2} AD$ Suy ra	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5 (2 điểm)		$\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1} = 1$ $\frac{xz}{xyz+xz+z} + \frac{xy}{xyz^2+xyz+xz} + \frac{z}{xz+z+1}$ $= \frac{xz}{1+xz+z} + \frac{xy}{z+1+xz} + \frac{z}{xz+z+1} = \frac{xyz+xz+1}{xyz+xz+1} = 1$	1 1

Lưu ý .Học sinh có cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

PHÒNG GD & ĐT DIỄN CHÂU
LIÊN TRƯỜNG THCS

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG VÒNG 1
NĂM HỌC 2022-2023

MÔN THI: TOÁN 7

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,5 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức:

a) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11};$ b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

$$c) \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$$

Câu 2. (4,0 điểm)

- a) Tìm x biết: $|-2| \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$;
- b) Tìm x, y biết: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$;
- c) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x-2023)^2 = 23-y^2$

Câu 3. (4,5 điểm)

- a) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết p + 2 cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng p + 1 chia hết cho 6.
- b) Tìm số nguyên x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó: $P = \frac{x+1}{2x-2}$
- c) Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Câu 4. (7,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng:

- a) BM = CN.
- b) BC < MN.
- c) Đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC
2. Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2CB. Tính góc ADB

-----HẾT-----

Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh.....SBD:.....

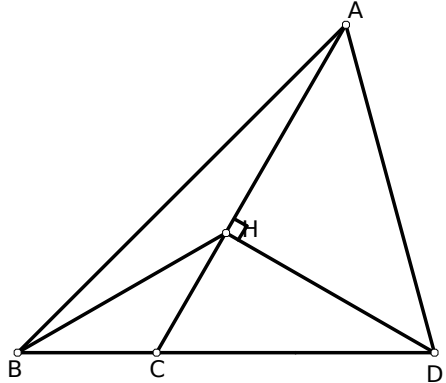
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH TRƯỜNG MÔN TOÁN LỚP 7
NĂM HỌC 2022-2023
(Hướng dẫn chấm này có 04 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 4,5 đ	a 1,5	1. Tính giá trị biểu thức:	<u>1,5</u>
		a) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11};$	
		$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$	0,5
		$= \left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(-1 + \frac{1}{11}\right) : \frac{5}{11}$	0,5
		$= \frac{-10}{11} : \frac{5}{11} = -2$	0,5
	b 1,5	b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$	<u>1,5</u>
		$\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$	0,5
		$\left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$	0,5
		$= \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -2$	0,5
	c 1,5	c) $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023}$	<u>1,5</u>
		$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{1}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}}\right) : \frac{2022}{2023}$	0,5
		$= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right) - \frac{7}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}\right) : \frac{2022}{2023}$	0,5
		$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7}\right) : \frac{2022}{2023} = 0$	0,5
2	a	2. a) Tìm x biết: $ -2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$;	<u>1,0</u>

4,0 đ	1,0	$ -2 .3^x + 3^{x+2} = 99 \Leftrightarrow 2.3^x + 3^{x+2} = 99$	0,25
		$\Leftrightarrow 3^x(2 + 3^2) = 99$	0,25
		$\Leftrightarrow 3^x.11 = 99 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$	0,5
	b 1,5	b) Tìm x, y biết: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$;	1,5
		Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau ta có: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} = \frac{1+7y-1-5y}{4x-5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y-1-3y}{5x-12} = \frac{2y}{5x-12}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{2y}{-x} = \frac{2y}{5x-12}$ TH1: $y = 0$, thay vào $\Rightarrow$ không thỏa mãn	0,5
		TH2: $y \neq 0 \Rightarrow -x = 5x-12 \Leftrightarrow x=2$ Thay $x = 2$ vào trên ta được: $\frac{1+3y}{12} = \frac{2y}{-2} = -y$ $\Rightarrow 1+3y = -12y \Rightarrow y = \frac{-1}{15}$	0,5
		Vậy $x = 2, y = \frac{-1}{15}$ thỏa mãn đề bài.	
	c 1,5	c) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x-2023)^2 = 23-y^2$	1,5
		Vì x, y là các số tự nhiên nên $(x-2023)^2, y^2$ là các số chính phương nên không âm nên $23-y^2 \leq 23 \Rightarrow 0 \leq 7(x-2023)^2 \leq 23$	0,5
		Do đó $\begin{cases} (x-2023)^2 = 0 \\ (x-2023)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2023 \\ x = 2024 \end{cases}$	0,5
		+ Với $x = 2023$ thì không có giá trị của y tự nhiên thỏa mãn.	0,25
		+ Với $x = 2024$ thì $y^2 = 16 \Rightarrow y = 4$. Vậy $(x;y) = (2024;4)$	0,25
3 4,5 đ	a 1,5	a) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Biết $p + 2$ cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng $p + 1$ chia hết cho 6.	1,5
		Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, do đó $p + 1$ chẵn $\Rightarrow (p + 1) \vdots 2 \quad (1)$	0,5
		Cũng do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$)	0,25
		Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 2 = 3k + 3 = 3(k + 1) \vdots 3$ $\Rightarrow p + 2$ không là số nguyên tố nên $p = 3k + 1$ không xảy ra.	0,25

		Do đó $p = 3k + 2 \Rightarrow p + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1) \vdots 3$ (2)	0,25
		Vì $(2;3) = 1$ nên từ (1) và (2) ta có $(p + 1) \vdots 6$	0,25
b 1,5		b) Tìm số nguyên x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó: $P = \frac{x+1}{2x-2}$	1,5
		$P = \frac{x+1}{2x-2} = \frac{(x-1)+2}{2(x-1)} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x-1}$	0,5
		Để $P_{\max} \Leftrightarrow \frac{2}{x-1} \max \Leftrightarrow x-1 > 0$ và nhỏ nhất (x nguyên) $\Leftrightarrow x = 2$	0,5
		$P_{\max} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2-1} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 2$	0,5
b 1,5		c) Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?	1,5
		Gọi số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh) ($x, y, z \in \mathbb{N}^*, x > 10$)	0,25
		Theo bài ra ta có $x + y = 85$ (1)	0,25
		Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9 nên ta có: $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9}$ (2)	0,25
		Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9} = \frac{(x-10)+y}{7+8} = \frac{85-10}{15} = 5$	0,25
		Suy ra $x = 45, y = 40, z = 35$ (Thỏa mãn điều kiện) Vậy số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 45, 40, 35 học sinh.	0,25
4 7,0 đ		1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng: a) $BM = CN$. b) $BC < MN$. c) Đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC	6,0

a	Xét $\triangle MDB$ và $\triangle NEC$ có:		
2,0	$\angle MDB = \angle NEC (= 90^\circ)$		0.5
	$BD = CE$ (gt)		0.25
	$\angle MBD = \angle NCE (= \angle ACB)$		0.75
	$\Rightarrow \triangle MDB = \triangle NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow BM = CN$ (hai cạnh tương ứng)		0.5
b	Ta có $BC = BD + DC$; $DE = DC + CE$, mà $BD = CE$ (gt)		1.0
2.0	$\Rightarrow BC = DE$		
	Gọi I là giao điểm của MN và BC ta có $DE = DI + IE < MI + IN = MN$ (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên) $\Rightarrow BC < MN$ (3)		1.0
c	Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC. $\Rightarrow AH$ vừa là đường cao vừa là đường phân giác của tam giác cân ABC.		0,25
2.0	Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I. $\triangle OAB = \triangle OAC$ (c.g.c)		0,25
	$\Rightarrow \angle OBA = \angle OCA$ (cặp góc tương ứng) (*) $\Rightarrow OC = OB$ (cặp cạnh tương ứng) (1)		0,25
	$\triangle MDI = \triangle NEI$ (g.c.g) $\Rightarrow IM = IN$ (cặp cạnh tương ứng) (2)		0,25
	$\triangle OIM = \triangle OIN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$ (cặp cạnh tương ứng) (3)		0,25
	Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \triangle OBM = \triangle OCN$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle OBM = \angle OCN$ (cặp góc tương ứng) (**)		0,25
	Từ (*) và (**) suy ra $\angle OCA = \angle OCN = 90^\circ$, do đó $OC \perp AC$.		0,25
	$\Rightarrow$ điểm O cố định. Vậy đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC		0,25
	2. Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính góc ADB		1.0

<p>2. 1,0 đ</p>		
	<p>Kí DH vuông góc với AC và $\angle ACD = 60^\circ \Rightarrow \angle CDH = 30^\circ$</p> <p>Từ đó chứng minh được $CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$</p>	<p>0,5</p>
	<p>Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow \angle CBH = 30^\circ \Rightarrow \angle ABH = 15^\circ$</p> <p>Mặt khác $\angle ABH = 15^\circ$ nên tam giác AHB cân tại H</p> <p>Do vậy tam giác AHD vuông cân tại H</p> <p>Vậy $\angle ADB = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ $\angle ADB = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$</p>	<p>0,5</p>

Lưu ý:

- Nếu học sinh không vẽ hình bài 4 hoặc vẽ sai thì không chấm bài 4.
- Nếu học sinh làm cách khác đúng thì vẫn cho điểm tương ứng với từng phần.

PHÒNG GD & ĐT THÀNH PHỐ
TRƯỜNG THCS TRẦN LÃM

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC: 2021- 2022
MÔN : TOÁN 7

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể giao đề)

Bài 1(4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{7x - 8}{2x - 3}$ với $x \neq \frac{3}{2}$

1. Tính giá trị của biểu thức A biết $\left| x + \frac{1}{3} \right| - 2 = -1$
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 2 (4,0 điểm)

1. Tìm x ; y; z thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\frac{6x - 4z}{5} = \frac{5z - 6y}{4} = \frac{4y - 5x}{6} \text{ và } 3x - 2y + 5z = 96$$

2. Lớp 7A có 52 học sinh chia làm ba tổ. Nếu tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, hai, ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2. Tìm số học sinh của mỗi tổ.

Bài 3(4,0 điểm)

Cho hàm số $y = m|x| + 2x$ (Với m là hằng số cho trước).

1. Xác định m biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

2. Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được.

Bài 4(6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AC. Kẻ NH vuông góc CM tại H, HE vuông góc AB tại E, AK vuông góc CM tại K, AQ vuông góc HN tại Q.

1. Tính $\angle BKH$?
2. Chứng minh tam giác ABH cân.
3. Chứng minh HM là phân giác của $\angle BHE$.

Bài 5(2,0 điểm)

Từ một điểm I tùy ý trong tam giác ABC kẻ IM, IN, IP lần lượt vuông góc với BC, CA, AB. Chứng minh rằng : $AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

**PHÒNG GD & ĐT THÀNH PHỐ
TRƯỜNG THCS TRẦN LÂM**

**BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN: TOÁN 7
HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ
NĂM HỌC : 2021- 2022**

Bài 1(4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{7x - 8}{2x - 3}$ với $x \neq \frac{3}{2}$

1. Tính giá trị của biểu thức A biết $\left|x + \frac{1}{3}\right| - 2 = -1$
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu	Đáp án	Điểm
1	$\left x + \frac{1}{3}\right - 2 = -1 \Rightarrow \left x + \frac{1}{3}\right = 1$	0,25
	$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ hoặc } x = -\frac{4}{3}$	0,25
	Với $x = \frac{2}{3}$ thỏa mãn điều kiện $x \neq \frac{3}{2}$ thay vào biểu thức A tính được $A = 2$	0,75
	Với $x = -\frac{4}{3}$ thỏa mãn điều kiện $x \neq \frac{3}{2}$ thay vào biểu thức A tính được $A = \frac{52}{17}$	0,75

2	$A = \frac{7x - 8}{2x - 3} = \frac{\frac{7}{2}(2x - 3) - 8 + \frac{21}{2}}{2x - 3} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2x - 3}$	0,5
	$A \text{ lớn nhất khi } \frac{5}{2x - 3} \text{ lớn nhất}$	0,25
	$\frac{5}{2x - 3} \text{ lớn nhất khi } (2x - 3) \text{ là số nguyên dương nhỏ nhất}$	0,5
	Vậy $2x - 3 = 1 \Rightarrow x = 2$	0,25
	Thay $x=2$ vào biểu thức $A = \frac{7}{2} + \frac{5}{2x - 3} = 6$	0,25
	KL : Với giá trị nguyên $x=2$ giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 6	

Bài 2 (4,0 điểm)

1. Tìm x ; y ; z thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\frac{6x - 4z}{5} = \frac{5z - 6y}{4} = \frac{4y - 5x}{6} \quad \text{và} \quad 3x - 2y + 5z = 96$$

2. Lớp 7A có 52 học sinh chia làm ba tổ. Nếu tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, hai, ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2. Tìm số học sinh của mỗi tổ.

Câu	Đáp án	Điểm
1	$\frac{6x - 4z}{5} = \frac{5z - 6y}{4} = \frac{4y - 5x}{6} = \frac{5(6x - 4z)}{25} = \frac{4(5z - 6y)}{16} = \frac{6(4y - 5x)}{36}$	0,5
	$= \frac{30x - 20z}{25} = \frac{20z - 24y}{16} = \frac{24y - 30x}{36}$	0,5
	$= \frac{30x - 20z + 20z - 24y + 24y - 30x}{25 + 16 + 36} = 0$	0,25
	$\Rightarrow 6x = 4z, 5z = 6y, 4y = 5x$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{3x}{12} = \frac{2y}{10} = \frac{5z}{30} = \frac{3x - 2y + 5z}{12 - 10 + 30} = \frac{96}{32} = 3$	0,25
	$\Rightarrow x = 12; y = 15; z = 18$	0,25
2	<p>Gọi số học sinh tổ một, tổ hai, tổ ba của lớp 7A lần lượt là x, y, z $(x, y, z \in \mathbb{N}^*; x, y, z < 52)$</p> <p>*Lớp 7A có 52 học sinh $\Rightarrow x + y + z = 52$</p> <p>*Nếu tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, hai, ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2.</p> <p>Nên ta có $3.(x-1) = 4.(y-2) = 2.(z+3)$</p> $\frac{3(x-1)}{12} = \frac{4(y-2)}{12} = \frac{2(z+3)}{12} = \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{6}$	0,5 0,25 0,25 0,25 0,5

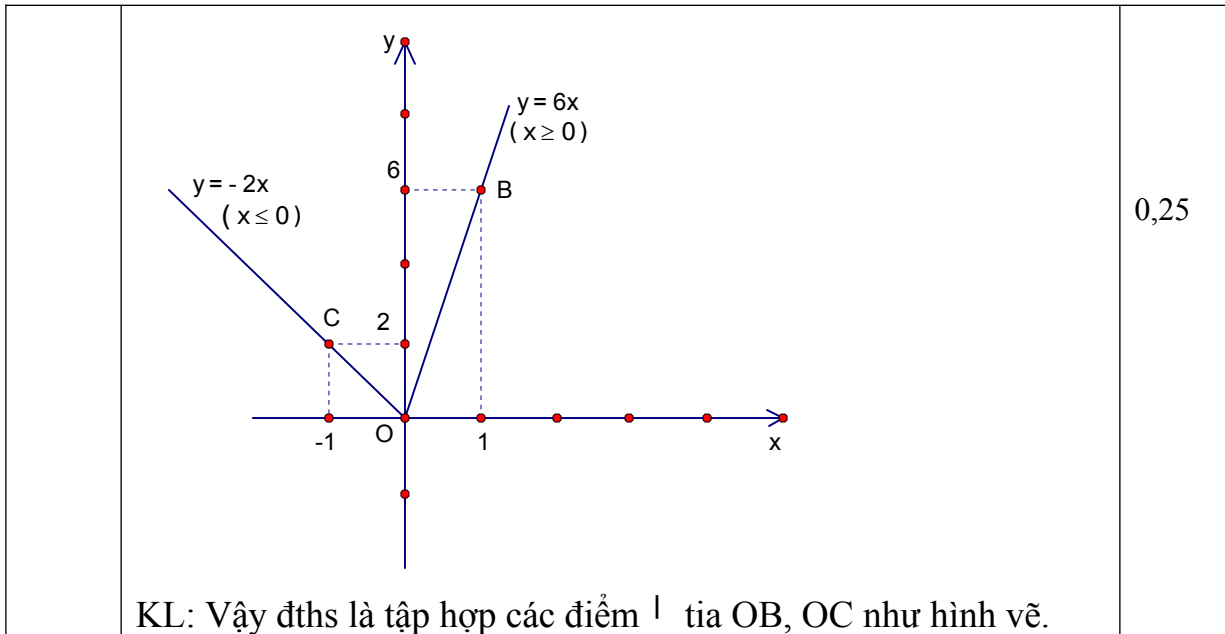
	$\frac{x+y+z}{13} = \frac{52}{13} = 4$ $\Rightarrow x = 17, y = 14, z = 21 \text{ (Thỏa mãn điều kiện)}$ KL	0,25
--	--	------

Bài 3(4,0 điểm)

Cho hàm số $y = m|x| + 2x$ (Với m là hằng số cho trước).

1. Xác định m biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-\frac{1}{2}; 1)$.
2. Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được.

Câu	Đáp án	Điểm
1	Xác định m biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-\frac{1}{2}; 1)$.	0,75
	Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-\frac{1}{2}; 1)$, thay $x = -\frac{1}{2}$, $y = 1$ vào	0,25
	công thức ta có: $1 = m \cdot -\frac{1}{2} + 2 \cdot (-\frac{1}{2}) \Rightarrow \dots \Rightarrow m = 4$ KL....	0,25
2	<p>Với $m = 4$ hàm số có dạng $y = 4 x + 2x$ $\Rightarrow y = 4x + 2x = 6x$ với $x \geq 0$; $y = -4x + 2x = -2x$ với $x < 0$</p> <p>* Vẽ đồ thị hàm số $y = 6x$ với $x \geq 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> - Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ - Cho $x = 1 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow$ điểm $B(1; 6)$ $\in$ đồ thị hàm số <p>* Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x$ với $x < 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> - Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ - Cho $x = -1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$ điểm $C(-1; 2) \in$ đồ thị hàm số 	0,5 0,5 0,5 1



Bài 4(6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AC. Kẻ NH vuông góc CM tại H, HE vuông góc AB tại E, AK vuông góc CM tại K, AQ vuông góc HN tại Q.

1. Tính $\angle BKH$?
2. Chứng minh tam giác ABH cân.
3. Chứng minh HM là phân giác của $\angle BHE$.

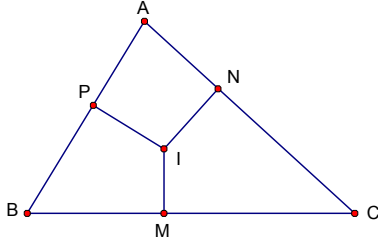
Câu	Đáp án	Điểm
	Vẽ hình, ghi GT- KL đúng	
1	<p> C/m $\triangle AKM = \triangle AQN$ (ch+ gn) $\Rightarrow AQ = AK$ $\triangle AQH = \triangle HKA$ (gcg) $\Rightarrow AQ = KH$ $\Rightarrow AQ = KH$ $\Rightarrow \triangle AKH$ vuông cân tại K $\Rightarrow \angle HK = 45^\circ = \angle KAH$ C/m $\triangle AHC = \triangle BKA$ (gcg) $\Rightarrow \angle HCA = \angle KBA = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ $\angle BKH = \angle KBA \Rightarrow \angle BKH = 360^\circ - 90^\circ - 135^\circ = 135^\circ$ </p>	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25
2	C/m $\triangle BKA = \triangle BKH$ (cg) $\Rightarrow BA = BH \Rightarrow \triangle BAH$ cân tại B	2
3	Tam giác vuông AEI và tam giác vuông HKI có: $\angle IE = \angle IH$ (đỉnh) $\Rightarrow \angle EAI = \angle KHI$ Mà $\angle BAK = \angle BHK$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow \angle BHK = \angle KHI$, tia HM nằm giữa hai tia HA và HB nên HM là	0,5 0,5 0,5 0,5

tia phân giác của $\angle H$

Bài 5(2,0 điểm)

Từ một điểm I tùy ý trong tam giác ABC kẻ IM, IN, IP lần lượt vuông góc với BC, CA, AB. Chứng minh rằng : $AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$

Bài 5
2,0điểm



Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông NIA và NIC ta có :

$$AN^2 = AI^2 - IN^2; CN^2 = IC^2 - IN^2$$

$$\Rightarrow CN^2 - AN^2 = IC^2 - AI^2 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự ta có : } AP^2 - BP^2 = AI^2 - IB^2 \quad (2)$$

$$MB^2 - CM^2 = IB^2 - IC^2 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) (2) (3)} \Rightarrow AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$$

0,5

0,5

0,25

0,25

0,5

Lưu ý : Nếu học sinh có cách làm khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Phản giám độc vụ @uot
t'o

NGƯỜI RA ĐỀ
TRÌNH ĐỊNH HÂN

kú thi hãc sinh giái cêp trêng
nãm hãc 2022 - 2023

M«n: to,n – khêi 7

Thêi gian lưm bưi: 120 phót (kh«ng kÓ thêi gian giao
@O)

@O BμI

Câu 1: (4 điểm)

1. Tính bằng cách hợp lí:

$$A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$$

2. Cho tỉ lệ thức: Chứng minh rằng: (giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa)

Câu 2: (4 điểm)

1. Tìm x biết $\frac{x-1}{2022} + \frac{x-2}{2021} = \frac{x-3}{2020} + \frac{x-4}{2019}$

2. Cho đa thức $A(x) = x^{2023} - 2023x^{2022} + 2023x^{2021} - 2023x^{2020} + \dots + 2023x - 1$.

Tính giá trị của đa thức $A(x)$ tại $x = 2022$.

Câu 3: (4 điểm)

1. Tìm hai số nguyên tố a và b biết: $2a^3 - b^2 = 2(4a - b)$

2. Cho a, b là các số nguyên dương sao cho $a + 9$ và $b + 2011$ chia hết cho 6. Chứng minh rằng $4^a + a + b$ chia hết cho 6.

Câu 4: (1 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$

Câu 5: (5 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A và có cả ba góc đều là góc nhọn

1. Về phía ngoài của tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân ở B . Gọi H là trung điểm BC , trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho $AI = BC$. Chứng minh hai tam giác ABI và BEC bằng nhau và $BI \perp CE$

2. Phân giác của các góc ABC, BDC cắt AC, BC lần lượt tại D, M . Phân giác của góc BDA cắt

BC tại N . Chứng minh $BD = \frac{1}{2}MN$

Câu 6: (2 điểm) Tìm tất cả các số nguyên dương n để:

$A = 2^n + 3^n + 4^n$ là một số chính phương.

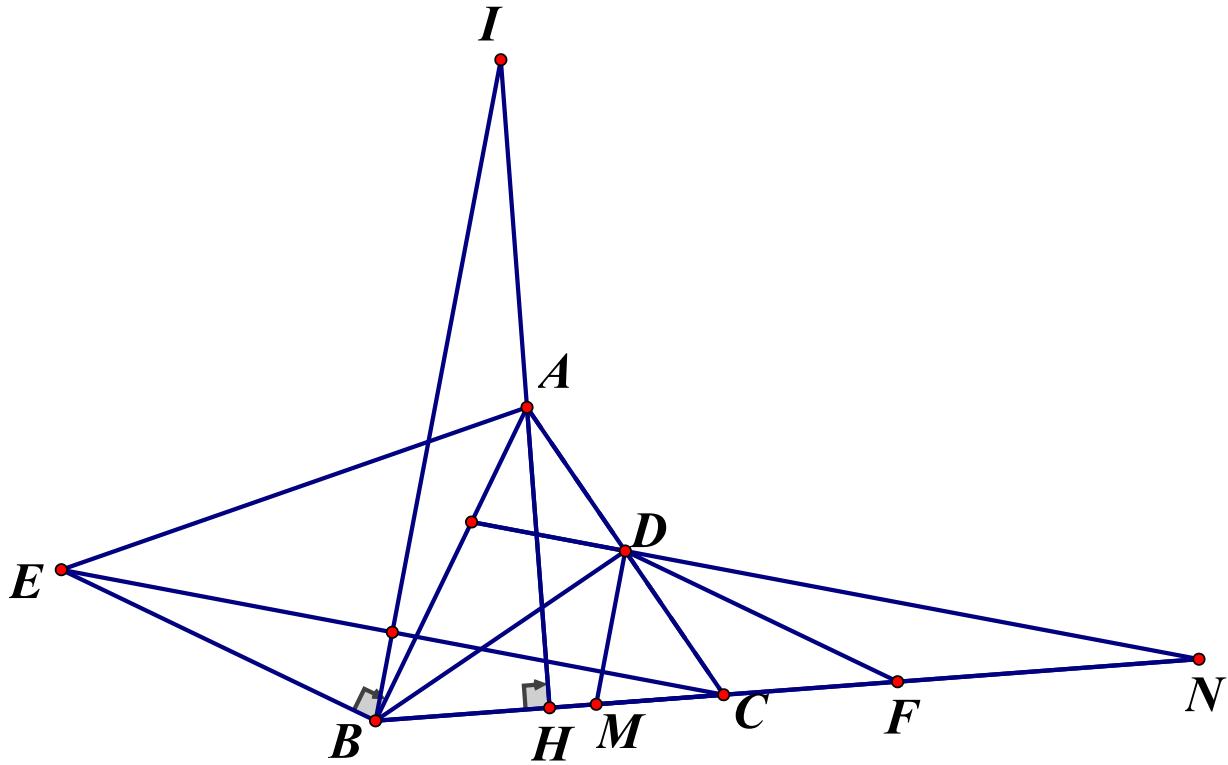
Híng dẸn chÊm m«n to, n khèi 7

Câu	Đáp án	Biểu điểm
1 (4 điểm)	1. Tính bằng cách hợp lí:	0,5 0,5 0,5 0,5

	<p>1.1) $A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$</p> $A = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{100.99} + \frac{1}{99.98} + \frac{1}{98.97} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right)$ $A = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right)$ $A = \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$ $A = \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{100} \right) = \frac{-49}{50}$ <p>2. Giả thiết các tỉ lệ thức đều có nghĩa, từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{2a}{2c} = \frac{3b}{3d}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{2a}{2c} = \frac{3b}{3d} = \frac{2a+2c}{2c+3d} = \frac{2a-3b}{2c-3d} \Rightarrow \frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$ Vậy: nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$</p>	<p>0,5</p> <p>1</p> <p>0,5</p>
<p>2 (4 điểm)</p>	<p>1. $\frac{x-1}{2022} + \frac{x-2}{2021} = \frac{x-3}{2020} + \frac{x-4}{2019}$</p> $\Leftrightarrow \frac{x-1}{2022} - 1 + \frac{x-2}{2021} - 1 = \frac{x-3}{2020} - 1 + \frac{x-4}{2019} - 1$ $\Leftrightarrow \frac{x-2023}{2022} + \frac{x-2023}{2021} = \frac{x-2023}{2020} + \frac{x-2023}{2019}$ $\Leftrightarrow (x-2023) \left(\frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019} \right) = 0$ <p>Do $\frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}$ khác 0 nên $x-2023=0 \Rightarrow x=2023$ Vậy $x=2023$</p> <p>2. Cho đa thức $A(x) = x^{2023} - 2023x^{2022} + 2023x^{2021} - 2023x^{2020} + \dots + 2023x - 1$.</p> <p>Tính giá trị của đa thức $A(x)$ tại $x=2022$.</p> $A(x) = x^{2023} - (2022+1)x^{2022} + (2022+1)x^{2021} - (2022+1)x^{2020} + \dots + (2022+1)x - 1$ <p>Thay $x=2022$ vào biểu thức trên có:</p> $A(x) = x^{2023} - (x+1)x^{2022} + (x+1)x^{2021} - (x+1)x^{2020} + \dots + (x+1)x - 1$ $A(x) = x^{2023} - x^{2023} - x^{2022} + x^{2022} + x^{2021} - x^{2021} - x^{2020} + \dots + x^2 + x - 1$ <p>Thì $A(x) = x - 1$</p> <p>Tại $x=2022$ thì $A(2022) = 2022 - 1 = 2021$ Vậy: $A = 2021$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

<p>3 (4 điểm)</p>	<p>1. Tìm số nguyên tố a và b biết: $2a^3 - b^2 = 2.(4a - b)$ Ta có VP = $2.(4a - b)$ là số chẵn Nên VT = $2a^3 - b^2$ là số chẵn Mà $2a^2$ là số chẵn nên b^2 phải là số chẵn Mà b là số nguyên tố nên $b = 2$ Từ đó ta có: $2a^3 - 8a = 0$ Suy ra $a = 0$; $a = -2$, $a = 2$ Mà a là số nguyên tố nên $a = 2$ Vậy $a = b = 2$</p> <p>2. Cho a, b là các số nguyên dương sao cho $a + 9$ và $b + 2011$ chia hết cho 6. Chứng minh rằng $4^a + a + b$ chia hết cho 6. Ta có: a là số nguyên dương nên 4^a chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow 4^a + 2$ chia hết cho 3 Mà chia hết cho 2 Suy ra: $4^a + 2$ chia hết cho 6 vì $(2, 3) = 1$ Vì $4^a + 2$; $a + 9$; $b + 2011$; 2022 chia hết cho 6 $\Rightarrow 4^a + a + b = 4^a + 2 + a + 11 + b + 2009 - 2022 \div 6$ Vậy với a, b là số nguyên dương sao cho $a + 9$ và $b + 2011$ chia hết cho 6 thì $4^a + a + b$ chia hết cho 6.</p>	<p>0,25 0,25 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>4 (1 điểm)</p>	<p>2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ Theo BĐT tam giác ta có: $a + b > c$ Suy ra $ac + bc > c^2$ Tương tự: $b + c > a$ Suy ra $ab + ac > a^2$ $c + a > b$ Suy ra $bc + ab > b^2$ Nên: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$</p>	<p>0,25 0,5 0,25</p>

**5
(5
điểm)**



1) Xét hai tam giác AIB và BCE có: $AI = BC$; $BE = BA$

Góc $\sphericalangle TAB$ là góc ngoài của $\triangle ABH$ nên: $\sphericalangle TAB = \sphericalangle ABH + \sphericalangle AHB = \sphericalangle ABH + 90^\circ$

Ta có: $\widehat{EBC} = \widehat{EBA} + \widehat{ABC} = \widehat{ABC} + 90^0 \Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{EBC}$

Do đó: $\Delta ABI = \Delta BEC$ (c.g.c)

$$D_0 \quad \triangle ABI = \triangle BEC \Rightarrow \sphericalangle AIB = \sphericalangle BCE$$

Trong tam giác vuông IHB vuông tại H có: $\angle AIB + \angle IBH = 90^\circ$

Do đó: $\angle BCE + \angle IBH = 90^\circ$

Vậy CE vuông góc với BI

2) 2. Do tính chất của đường phân giác, ta có: $DM \perp DN$

Gọi F là trung điểm của MN . Ta có: $FM = FD = FN$

Tam giác FDM cân tại F nên $\widehat{FMD} = \widehat{MDF}$

$$\boxed{FMD} = \boxed{MBD} + \boxed{BDM} \text{ (góc ngoài của tam giác)}$$
$$= MBD + CDM \Rightarrow MBD = CDF \quad (1)$$

Ta có: $MCD = CDF + CFD$ (2)

Do tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{MCD} = 2\widehat{MBD}$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{DFC}$ hay tam giác DBF cân tại D.

	Do đó: $BD = DF = \frac{1}{2}MN$	
6 (2 điểm)	<p>Tìm tất cả các số nguyên dương n để: $A = 2^n + 3^n + 4^n$ là một số chính phương.</p> <p>Ta xét các trường hợp sau:</p> <p>TH1: Nếu $n = 1$ thì $B = 9$ thỏa mãn</p> <p>TH2: xét $n > 1$ thì $2^n > 2$ nên $2^n + 4^n$ chia hết cho 4.</p> <p>Mà 3^n thì chia cho 4 có số dư là 1 hay (-1) tương ứng với n chẵn hoặc lẻ.</p> <p>Mà một số chính phương chia cho 4 thì dư 0 hoặc 1</p> <p>Do $(3,4) = 1$ nên để A là số chính phương thì 3^n phải chia 4 dư 1</p> <p>Nên n là số chẵn.</p> <p>Với n là số chẵn thì $n = 2k$ (k là số nguyên dương)</p> <p>Khi đó: $2^n = 2^{2k} = 4^k$ sẽ chia cho 3 dư 1</p> <p>Lại có 3^n chia hết cho 3</p> <p>Nên: $A = 2^n + 3^n + 4^n$ chia cho 4 dư 2 (Vô lí)</p> <p>Vì A là số chính phương thì chia cho 3 phải dư 0 hoặc 1</p> <p>Vậy $n = 1$ Thì A là số chính phương</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

PHÒNG GD&ĐT SƠN TINH
TRƯỜNG THCS TỊNH BẮC

ĐỀ THI HSG CẤP TRƯỜNG

MÔN: TOÁN 7

NĂM HỌC 2022-2023

(Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675}$

Câu 2. (2,0 điểm) Tìm ba số x, y, z thỏa mãn: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho các số x, y thỏa mãn $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \leq 0$.
 Tính giá trị của biểu thức $M = 11x^2y + 4xy^2$.

Câu 4. (4,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: $x - 2xy + 2y = 0$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = |x - 5| + |x - 6| + |x + 2020|$

Câu 5. (2,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{27 - 2x}{12 - x}$ (với x là số nguyên).

Câu 6. (6,0 điểm)

Cho $\square xOy$ nhọn. Trên tia Ox lấy A, trên tia Oy lấy B sao cho $OA = OB$. Vẽ ra phía ngoài $\square xOy$ hai đoạn thẳng AM và BN sao cho $AM = BN$, $AM \perp Ox$ và $BN \perp Oy$.

a) Chứng minh: $OM = ON$

b) Chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{BNA}$

c) MN cắt Ox tại E, MN cắt Oy tại F. Gọi I là giao điểm của AN và BM. Chứng minh OI là đường trung trực của tam giác cân.

Câu 7. (2 điểm) Cho ba số x, y, z thỏa mãn $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1$.

Chứng minh: $\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{xz+1} + \frac{z}{xy+1} \leq 2$

-----**HẾT**-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:

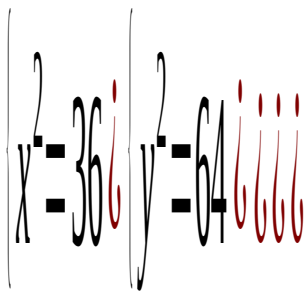
PHÒNG GD&ĐT SƠN TINH
TRƯỜNG THCS TỊNH BẮC

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HSG CẤP TRƯỜNG
MÔN: TOÁN 7
NĂM HỌC 2022-2023

Hướng dẫn chung:

- Học sinh giải theo cách khác mà đúng, đảm bảo tính logic, khoa học thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Câu hình học, học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai phần nào không chấm điểm phần đó.

Câu	Nội dung	Điểm
1 (2đ)	$A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675} = \frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 3^4 - 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2}$	0,5
	$= \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 (5^2 \cdot 3^2 - 1)}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2} = \frac{225 - 1}{2^4 \cdot 3}$	0,5
	$= \frac{224}{2^4 \cdot 3} = \frac{2^5 \cdot 7}{2^4 \cdot 3} = \frac{14}{3}$	0,5
		0,5
2 (2đ)	<p>Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta suy ra:</p> $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$	0,5 0,5

		0,5												
	Suy ra: (Vì x, y, z cùng dấu) KL: Có hai bộ (x; y; z) thỏa mãn là : (6; 8 ;10) và (-6; -8;-10)	0,5												
3 (2đ)	Vì (x - 2) ⁴ ≥ 0; (2y - 1) ²⁰¹⁸ ≥ 0 với mọi x, y nên (x - 2) ⁴ + (2y - 1) ²⁰¹⁴ ≥ 0 với mọi x, y. Mà theo đề bài : (x - 2) ⁴ + (2y - 1) ²⁰¹⁴ ≤ 0 Suy ra (x - 2) ⁴ + (2y - 1) ²⁰¹⁴ = 0 Hay: (x - 2) ⁴ = 0 và (2y - 1) ²⁰¹⁸ = 0 $\frac{1}{2}$ suy ra x = 2, y = $\frac{1}{2}$ Khi đó tính được: M = 24.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5												
	a) Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: x - 2xy +2 y = 0. Ta có: x - 2xy + 2y = 0. ⇒ x(1 - 2y) + 2y = 0 ⇒ (2 y-1) + x(1 - 2y) = -1 ⇒ (x-1)(1 - 2y) = -1 Ta có: -1 = 1.(-1) Ta có bảng: <table border="1" data-bbox="225 1173 536 1397"><tr><td>x-1</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>1 - 2y</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>x</td><td>2</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>0</td></tr></table> Vậy (x;y) ∈ {(2;1);(0;0)}	x-1	1	-1	1 - 2y	-1	1	x	2	0	y	1	0	0,5 0,25 0,75
	x-1	1	-1											
	1 - 2y	-1	1											
	x	2	0											
	y	1	0											
4 (4đ)	b) Tìm giá trị nhỏ nhất của M = x - 5 + x - 6 + x + 2020 Ta có . a = -a ; a ≥ 0, ∀ a . Dấu bằng xảy ra khi a=0; a ≥ a, ∀ a . Dấu bằng xảy ra khi a ≥ 0 x - 5 + 6 - x + x + 2020 Vì 6 - x ≥ 6 - x, ∀ x; x - 5 ≥ 0, ∀ x; x + 2020 ≥ x + 2020, ∀ x Nên M ≥ 6 - x + 0 + x + 2020, ∀ x ⇒ M ≥ 2026, ∀ x $\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - x \geq 0 \\ x - 5 = 0 \\ x + 2020 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \geq x \\ x = 5 \\ x \geq -2020 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$ Dấu bằng xảy ra Vậy GTNN của M=2026 tại x=5	0,25 												

<p>5 (2đ)</p>	<p>Ta có: $Q = \frac{27-2x}{12-x} = 2 + \frac{3}{12-x}$.</p> <p>Suy ra Q lớn nhất khi $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất</p> <p>* Nếu $x > 12$ thì $12-x < 0 \Rightarrow \frac{3}{12-x} < 0$.</p> <p>* Nếu $x < 12$ thì $12-x > 0 \Rightarrow \frac{3}{12-x} > 0$.</p> <p>Từ 2 trường hợp trên suy ra $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất khi $12-x > 0$</p> <p>Vì phân số $\frac{3}{12-x}$ có tử và mẫu là các số nguyên dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu là số nguyên dương nhỏ nhất.</p> <p>Hay $12-x = 1 \Leftrightarrow x = 11$</p> <p>Suy ra A có giá trị lớn nhất là 5 khi $x = 11$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>6 (6đ)</p>	<div data-bbox="236 817 753 1411"> </div> <p>a) Xét $\triangle OAM$ và $\triangle OBN$ Có $OA = OB$; $AM = BN$; $\widehat{OAM} = \widehat{OBN}$ $\Rightarrow \triangle OAM = \triangle OBN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$</p> <p>b) Xét $\triangle OMB$ và $\triangle ONA$ Có $OA = OB$; $OM = ON$; $\widehat{MOB} = \widehat{NOA}$ $\triangle OMB = \triangle ONA$ (c.g.c) $\Rightarrow MB = NA$ Chứng minh $\triangle AMB = \triangle BNA$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{BNA}$</p> <p>c) Theo câu b có $\triangle IAB$ cân tại I $\Rightarrow IA = IB$ $\Rightarrow \triangle OIA = \triangle OIB$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{EOI} = \widehat{FOI}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

	<p>Chứng minh được $\triangle OEM = \triangle OFN$ (g.c.g) $\Rightarrow OE = OF$ $\Rightarrow \triangle OIE = \triangle OIF$ (c.g.c) $\Rightarrow IE = IF$</p>	0,5
		0,5
		0,5
7 (2đ)	<p>Vì $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1 \Rightarrow x - 1 \leq 0, y - 1 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(y - 1) \geq 0$ $\Rightarrow xy + 1 \geq x + y \Rightarrow f(1, xy+1) \leq f(1, x+y) \Rightarrow f(z, xy+1) \leq f(z, x+y)$ (1)</p> <p>Chứng minh tương tự : $f(x, yz+1) \leq f(x, y+z)$ (2) ; $f(y, xz+1) \leq f(y, x+z)$ (3)</p> <p>Cộng từng vế của (1) (2) (3) ta có :</p> $f(x, yz+1) + f(y, xz+1) + f(z, xy+1) \leq f(x, y+z) + f(y, x+z) + f(z, x+y)$ (4) <p>Mà $f(x, y+z) \leq f(x+x, x+y+z) \Rightarrow f(x, y+z) \leq f(2x, x+y+z)$</p> <p>Chứng minh tương tự $f(y, x+z) \leq f(2y, x+y+z)$; $f(z, x+y) \leq f(2z, x+y+z)$ $\Rightarrow f(x, y+z) + f(y, x+z) + f(z, x+y) \leq f(2x, x+y+z) + f(2y, x+y+z) + f(2z, x+y+z)$ (5)</p> <p>Từ (4) (5) $\Rightarrow$ đpcm</p>	0,5 0,5 0,5 0,5

-----Hết-----

	ĐỀ THI THAM KHẢO ĐỀ SỐ 28	ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 7 NĂM HỌC: 2022 – 2023 Thời gian làm bài: 150 phút
--	--	---

Bài 1: (4,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính sau:

$$a) \quad A = \frac{2^{36} \cdot 3^{13} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$$

$$b) \quad B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{-7}{91} - 0,2 + \frac{3}{10}}$$

2) Tìm giá trị của biểu thức $P = 28a^2b - 9ab^2$ với a, b thỏa mãn
 $(a-3)^{2022} + (3b+1)^{2024} \leq 0$

Bài 2: (4,0 điểm)

$$1) \text{ Cho } \frac{a}{c} = \frac{c}{b}. \text{ Chứng minh rằng: } \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$$

$$\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$$

- 2) Tìm x, y biết
- 3) Trường THCS CVA dự định trao quà tết cho học sinh nghèo ba khối 6; 7; 8 tỉ lệ với 3; 4; 5. nhưng sau đó vì số học sinh các khối được nhận quà thay đổi nên chia lại tỉ lệ với 2; 3; 4. Như vậy có một khối nhận được nhiều hơn so với dự định là 1 xuất quà. Tính tổng số xuất quà mà nhà trường đã phân chia cho các khối.

Bài 3: (4,0 điểm)

- 1) Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $x^2 + y^2 - x$ chia hết cho xy.
Chứng minh rằng: x là số chính phương
- 2) Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 + xy + 3x + 2y = 1$

Bài 4: (6,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc BAC tại N và cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F.
Chứng minh rằng:

- a) $AE = AF$;
b) $BE = CF$

2) Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 70^\circ, \angle ACB = 50^\circ$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $\angle ABM = 20^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm N sao cho $\angle ACN = 10^\circ$. Gọi P là giao điểm của BM và CN. Chứng minh rằng $MN = 2PM$.

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho các số không âm a, b, c thỏa mãn : $a + 3c = 2021$ và $a + 2b = 2022$
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c$.

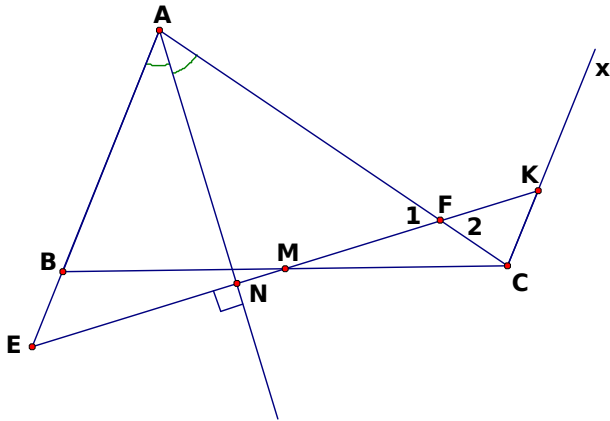
===== HẾT =====

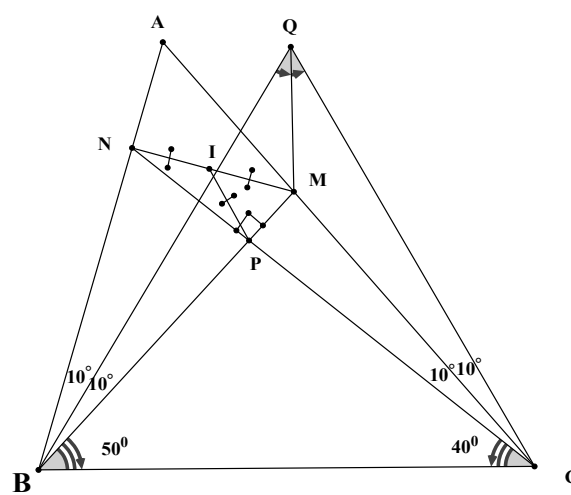


HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ HSG TOÁN 7 NĂM HỌC 2022-2023

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Bài 1: 4đ		<p>Phần đề bài</p> <p>1) Thực hiện phép tính sau:</p> $A = \frac{2^{36} \cdot 3^{13} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$ <p>a)</p> $B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{-7}{91} - 0,2 + \frac{3}{10}}$ <p>b)</p> <p>2) Tìm giá trị của biểu thức $P = 28a^2b - 9ab^2$ với a, b thỏa mãn $(a - 3)^{2022} + (3b + 1)^{2024} \leq 0$</p>	4đ
	1a 1đ	$A = \frac{2^{36} \cdot 3^{13} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$	

		$= \frac{2^{36} \cdot 3^{13} - 2^{36} \cdot 3^{12}}{2^{36} \cdot 3^{12} + 2^{36} \cdot 3^{12}} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= \frac{2^{36} \cdot 3^{12} \cdot (3-1)}{2 \cdot 2^{36} \cdot 3^{12}} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$ $= 1 + \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$ $= 1 + \frac{-10}{3} = \frac{-7}{3}$	0.25 0.5 0.25
	1b 1đ	$B = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{-7}{91} - 0,2 + \frac{3}{10}} = \frac{5 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)}{13 \left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23} \right)} - \frac{3 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10} \right)}{\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}}$ $= \frac{5}{13} - 3 = \frac{-34}{13}$	0.75 0.25
	2 2đ	<p>Ta có : $(a-3)^2 \geq 0$ với mọi a, $(3b+1)^{100} \geq 0$ với mọi b suy ra $(a-3)^{2022} + (3b+1)^{2024} \geq 0$ với mọi a, b do đó từ $(a-3)^{2022} + (3b+1)^{2024} \leq 0$ suy ra $(a-3)^{2022} = 0$ và $(3b+1)^{2024} = 0$</p> <p>suy ra $a=3$, $b = -\frac{1}{3}$</p> <p>Thay $a=3$, $b = -\frac{1}{3}$ vào biểu thức ta có:</p> $P = 28a^2b - 9ab^2 = 28 \cdot 3^2 \cdot \frac{-1}{3} + 9 \cdot 3 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^2 = -84 + 3 = -81$	0.5 0.5 1.0
Bài 2: 4đ		<p style="text-align: center;">Phần đề bài</p> <p>1) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b-a}{a}$</p> $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$ <p>2) Tìm x, y biết</p> <p>3) Trường THCS CVA dự định trao quà tết cho học sinh nghèo ba khối 6; 7; 8 tỉ lệ với 3; 4; 5. nhưng sau đó vì số học sinh các khối được nhận quà thay đổi nên chia lại tỉ lệ với 2; 3; 4. Như vậy có một khối nhận được nhiều hơn so với dự định là 1 xuất quà. Tính tổng số xuất quà mà nhà trường đã phân chia cho các khối.</p>	4đ
	1 1đ	<p>Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab$ khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab} = \frac{a(a+b)}{b(b+a)} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$</p> <p>Từ $\frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1 \Rightarrow \frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b-a}{a}$</p> <p>Vậy $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b-a}{a}$</p>	0.5 0.5
	2	* Điều kiện: x khác 0	

		<p>Mà $3 = 1.3 = 3.1 = (-3).(-1) = (-1).(-3)$</p> <p>Vậy nghiệm nguyên dương $(x; y)$ của phương trình là: $(-1; 3), (1; -1), (-3; -1), (-5; 3)$</p>	0.25
Bài 4: (6đ)		<p style="text-align: center;">Phần đề bài</p> <p>1) Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc BAC tại N và cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F. Chứng minh rằng: a) $AE = AF$; b) $BE = CF$</p> <p>2) Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 70^\circ, \angle ACB = 50^\circ$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $\angle ABM = 20^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm N sao cho $\angle ACN = 10^\circ$. Gọi P là giao điểm của BM và CN. Chứng minh rằng $MN = 2PM$.</p>	6đ
	1a 2đ	 <p>- Xét $\triangle ANE$ và $\triangle ANF$ có :</p> <p>$\angle EAN = \angle FAN$ (Vì AN là phân giác) AN cạnh chung (gt) $\angle ANE = \angle ANF (= 90^\circ)$</p> <p>Suy ra : $\triangle ANE = \triangle ANF$ (g - c - g) $\Rightarrow AE = AF$ (2 cạnh tương ứng)</p>	2.0
	1b 2đ	<p>b)</p> <p>- Từ C kẻ tia $Cx \parallel AB$, cắt tia EF tại K</p> <p>- Xét $\triangle BME$ và $\triangle CMK$ có :</p> <p>$MB = MC$ (gt) $\angle BME = \angle CMK$ (đối đỉnh) $\angle BEM = \angle CKM$ (so le trong)</p> <p>Suy ra: $\triangle BME = \triangle CMK$ (g - c - g) $\Rightarrow BE = CK$ (2 cạnh tương ứng) (1)</p> <p>- Vì $AE = AF$ nên tam giác AEF cân tại A, suy ra: $\angle E = \angle F_1$</p> <p>Mà: $\angle F_1 = \angle F_2$ (đối đỉnh) và $\angle E = \angle K$ (so le trong) $\angle F_2 = \angle K$</p> <p>Suy ra: $\Rightarrow$ tam giác CFK cân tại C $\Rightarrow CF = CK$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: $BE = CF$ (đpcm)</p>	1.0 1.0

	2 2đ	<div></div> <p>Dựng tam giác đều BCQ (Q, A cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC) Từ giả thiết bài toán có</p> <p>$\widehat{MBC} = \widehat{MCB} = 50^0$</p> <p>Suy ra ΔMBC cân tại M $\Rightarrow MB = MC$, kết hợp với $QB = QC$ có $\Delta QMB = \Delta QMC$(c.c.c)</p> <p>dẫn đến $\widehat{MQC} = \widehat{MQB} = 30^0$ (1)</p> <p>vì $\widehat{NBC} = 70^0, \widehat{NCB} = 40^0$ nên $\widehat{BNC} = 70^0$ từ đó ΔCNB cân tại C $\Rightarrow CN = CB = CQ$. Xét hai tam giác CMN và CMQ có $CN = CQ$, CM chung $\widehat{NCM} = \widehat{QCM} = 10^0$ do đó $\Delta CMN = \Delta CMQ$ (c.g.c)</p> <p>Từ (1) có $\widehat{MNC} = \widehat{MQC} = 30^0$ (2)</p> <p>Cũng từ giả thiết bài ra ta thấy ΔMNP vuông cân tại P; gọi I là trung điểm của MN thì do $\widehat{MNC} = 30^0$ (theo (2)) suy ra ΔMIP đều</p> <p>$\frac{1}{2}$ $\Rightarrow PM = IM = \frac{1}{2} MN$, hay $MN = 2PM$ (đpcm)</p>	0.5 0.5 0.5 0.5
Bài 5: 2đ	Phần đề bài Cho các số không âm a, b, c thỏa mãn : $a + 3c = 2021$ và $a + 2b = 2022$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c$.	2đ	
	Ta có : $a + 3c = 2021$ (1) và $a + 2b = 2022$ (2) Từ (1) suy ra $a = 2021 - 3c$ $b = \frac{3c + 1}{2}$ Lấy (2) trừ (1) ta có: $2b - 3c = 1$ suy ra $b = \frac{3c + 1}{2}$ Ta có: $P = a + b + c = 2021 - 3c + \frac{3c + 1}{2} + c = 2021 \frac{1}{2} - \frac{1}{2}c$ vì a, b, c là các số không âm nên $P = 2021 \frac{1}{2} - \frac{1}{2}c \leq 2021 \frac{1}{2}$	0.5 0.5 0.75	

		Vậy P có giá trị lớn nhất bằng $2021\frac{1}{2}$ khi $c=0$.	0.25
Tổng	12		20điểm

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG TH&THCS

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
Năm học 2022 - 2023

Môn: Toán 7

Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề kiểm tra gồm 01 trang)

Bài 1. (4,0 điểm)

- a) Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$
- b) Cho $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$. Hãy so sánh B với $-\frac{1}{2}$.

Bài 2. (3,0 điểm)

- a) Tìm x, biết: $(x-4)^{x+3} - (x-4)^{x+13} = 0$
- b) Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện:
 $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$.
 Hãy tính giá trị của biểu thức
 $C = \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(1 + \frac{a}{c} \right) \left(1 + \frac{c}{b} \right)$.

Bài 3. (3,0 điểm)

- a) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $(x-1)^{2022} + (2y-1)^{2022} + |x+2y-z|^{2023} = 0$. Chứng minh rằng $x = y = z$.
- b) Cho biểu thức $P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$. Tính giá trị biểu thức P với $x = 99$.

Bài 4. (3,0 điểm)

- a) Một đội công nhân có 38 người, được chia thành ba nhóm I, II, III. Nếu thêm 2 người vào nhóm I, thêm 3 người vào nhóm II và bớt 4 người của nhóm III thì số công nhân của ba nhóm I, II, III tỉ lệ nghịch với các số 4; 3; 2. Tìm số công nhân của mỗi nhóm.
- b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau $K = (3x - 2y)^2 - (4y - 6x)^2 - |x + y - 5|$

Bài 5. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Từ O kẻ OF vuông góc với BC, OH vuông góc với AC (F thuộc BC, H thuộc AC). Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI.

- a) Chứng minh tam giác FCH cân ;
 b) Chứng minh $AK = KI$;
 c) Chứng minh 3 điểm B, O, K thẳng hàng.

Bài 6. (1,0 điểm) Cho a, b, c, d là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
 $E = |x - a| + |x - b| + |x - c| + |x - d|$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KIỂM TRA CHỌN
 HỌC SINH GIỎI HUYỆN
 Môn Toán 7. Năm học 2022 – 2023**

Bài 1. (4,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$

b) Cho $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$. Hãy so sánh B với $\frac{1}{2}$.

Bài	Nội dung	Biểu điểm
1	<p>Ta có $A = \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$</p> <p>$= \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{623}$</p> <p>$* \frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49}$</p> <p>$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5}{4.9} + \frac{5}{9.14} + \frac{5}{14.19} + \dots + \frac{5}{44.49} \right)$</p> <p>$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right)$</p> <p>$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right)$</p> <p>$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{45}{4.49} \right)$</p> <p>$= \frac{9}{98}$</p> <p>$* 1+3+5+7+\dots+49$ (có 25 số hạng)</p> <p>$= \frac{(49+1).25}{2}$</p> <p>$= 25.25$</p> <p>$= 625$</p> <p>Do đó</p> <p>$A = \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{623}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	$= \frac{9}{98} \cdot \frac{2-625}{623}$ $= \frac{9}{98} \cdot \frac{-623}{623}$ $= \frac{-9}{98}$	0,25
	<p>Vậy $A = \frac{-9}{98}$</p>	0,25
	<p>b) B là tích của 99 số âm, do đó:</p> $-B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right)$ $-B = \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \dots \frac{99.101}{100^2}$ $-B = \frac{1.2.3.4 \dots 98.99}{2.3.4 \dots 99.100} \cdot \frac{3.4.5 \dots 100.101}{2.3.4 \dots 99.100}$ $-B = \frac{1}{100} \cdot \frac{101}{2}$ $-B = \frac{101}{200}$ $\text{Vì } \frac{101}{200} > \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \text{ nên } -B > \frac{1}{2}$ $\Rightarrow B < -\frac{1}{2} \text{ . Vậy } B < -\frac{1}{2}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
		0,25

Bài 2. (3,0 điểm)

a) Tìm x, biết: $(x-4)^{x+3} - (x-4)^{x+13} = 0$

b) Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức

$$C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Bài	Nội dung	Biểu điểm
2	<p>a) $(x-4)^{x+3} - (x-4)^{x+13} = 0$</p> $(x-4)^{x+3} [1 - (x-4)^{10}] = 0$ $\Rightarrow (x-4)^{x+3} = 0 \text{ hoặc } 1 - (x-4)^{10} = 0$	0,25 0,25
	$(x-4)^{x+3} = 0$ $\Rightarrow x-4 = 0 \quad (\text{Điều kiện } x+3 \neq 0)$ $\Rightarrow x = 4$	0,25 0,25

	$1 - (x - 4)^{10} = 0$ $\Rightarrow (x - 4)^{10} = 1$ $\Rightarrow x - 4 = 1 \text{ hoặc } x - 4 = -1$ $\Rightarrow x = 5 \text{ hoặc } x = 3$ <p>Vậy $x = 3, x = 4, x = 5$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Ta có $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$</p> $\Rightarrow \frac{a+b-2023c}{c} + 2024 = \frac{b+c-2023a}{a} + 2024 = \frac{c+a-2023b}{b} + 2024$ $\Rightarrow \frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b}$ <p>+ Nếu $a+b+c \neq 0$ thì $a = b = c$.</p> $\Rightarrow C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = 2.2.2 = 8$ <p>+ Nếu $a+b+c = 0$ thì $a + b = -c; a + c = -b; b + c = -a$</p> $\Rightarrow C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ $= \left(\frac{a+b}{a}\right) \left(\frac{a+c}{c}\right) \left(\frac{c+b}{b}\right)$ $= \frac{(-a).(-b).(-c)}{a.b.c}$ $= -1$ <p>Vậy $C = 8$ hoặc $C = -1$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Bài 3. (3,0 điểm)

a) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $(x - 1)^{2022} + (2y - 1)^{2022} + |x + 2y - z|^{2023} = 0$. Chứng minh rằng $x = y = z$.

b) Cho biểu thức $P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$. Tính giá trị biểu thức P với $x = 99$.

Bài	Nội dung	Biểu điểm
3	<p>a) Ta có: $(x - 1)^{2022} \geq 0 \quad \forall x$</p> $(2y - 1)^{2020} \geq 0 \quad \forall y$ $ x + 2y - z ^{2023} \geq 0 \quad \forall x, y, z$ $\Rightarrow (x - 1)^{2022} + (2y - 1)^{2022} + x + 2y - z ^{2023} \geq 0 \quad \forall x, y, z$ <p>Mà $(x - 1)^{2022} + (2y - 1)^{2022} + x + 2y - z ^{2022} = 0$ nên dấu</p> $\begin{cases} (x - 1)^{2022} = 0 \\ (2y - 1)^{2022} = 0 \\ x + 2y - z ^{2023} = 0 \end{cases}$ <p>"=" xảy ra khi</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow x = y \cdot z \text{ (đều bằng 1) (đpcm)}$	<p>0,5</p> <p>0,25</p>
b)	$P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$ $P = x^{99} - 99x^{98} - x^{98} + 99x^{97} + x^{99} - 99x^{96} - x^{96} + \dots + 99x + x - 1$ $P = x^{98}(x - 99) - x^{97}(x - 99) + x^{96}(x - 99) - \dots - x(x - 99) + (x - 1)$ $P = (x - 99)(x^{98} - x^{97} + x^{96} - \dots - x) + (x - 1)$ <p>Với $x = 99$, ta có:</p> $P = (99 - 99)(99^{98} - 99^{97} + 99^{96} - \dots - 99) + (99 - 1)$ $= 98$ <p>Vậy $P = 98$ với $x = 99$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Bài 4. (3,0 điểm)

a) Một đội công nhân có 38 người, được chia thành ba nhóm I, II, III. Nếu thêm 2 người vào nhóm I, thêm 3 người vào nhóm II và bớt 4 người của nhóm III thì số công nhân của ba nhóm I, II, III tỉ lệ nghịch với các số 4; 3; 2. Tìm số công nhân của mỗi nhóm.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau $K = (3x - 2y)^2 - (4y - 6x)^2 - |x + y - 5|$

Bài	Nội dung	Biểu điểm
4	a) Gọi số công nhân của ba nhóm I, II, III lần lượt là x, y, z (người) (x, y, z ∈ N* và x, y, z < 38).	0,25
	Vì đội công nhân có 38 người ⇒ x + y + z = 38.	0,25
	Nếu thêm 2 người vào nhóm I, thêm 3 người vào nhóm II và bớt 4 người của nhóm III thì số công nhân của ba nhóm I, II, III tỉ lệ nghịch với các số 4; 3; 2 ⇒ 4(x + 2) = 3(y + 3) = 2(z - 4)	0,25
	⇒ $\frac{4(x+2)}{12} = \frac{3(y+3)}{12} = \frac{2(z-4)}{12} = \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-4}{6}$	0,25
	= $\frac{x+2+y+3+z-4}{3+4+6} = \frac{x+y+z+1}{13} = \frac{39}{13} = 3$	0,25
	Tìm được x=7, y = 9, z = 22 (thỏa mãn x, y, z ∈ N* và x, y, z < 38)	

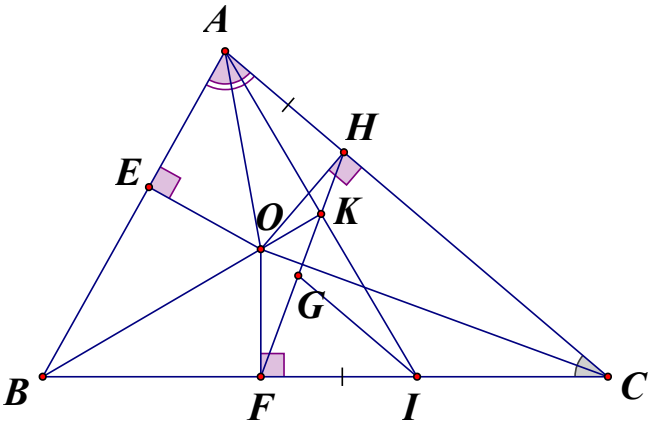
	Vậy số công nhân của ba nhóm I, II, III lần lượt là 7, 9, 22 (người)	0,25
b) Ta có	$K = (3x - 2y)^2 - (4y - 6x)^2 - x + y - 5 $ $= (3x - 2y)^2 - 4 \cdot (2y - 3x)^2 - x + y - 5 $ $= (3x - 2y)^2 - 4 \cdot (3x - 2y)^2 - x + y - 5 $ $= -3 \cdot (3x - 2y)^2 - x + y - 5 $ $= - \left[3 \cdot (3x - 2y)^2 + x + y - 5 \right]$	0,25
	<p>Ta có $3 \cdot (3x - 2y)^2 \geq 0$ với mọi giá trị của x, y</p> <p>$x + y - 5 \geq 0$ với mọi giá trị của x, y</p> <p>Do đó $3 \cdot (3x - 2y)^2 + x + y - 5 \geq 0$ với mọi giá trị của x, y</p> <p>Nên $- \left[3 \cdot (3x - 2y)^2 + x + y - 5 \right] \leq 0$ với mọi giá trị của x, y</p> <p>Hay $K \leq 0$ với mọi giá trị của x, y</p>	0,25
	<p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $3x - 2y = 0$ và $x + y - 5 = 0$ (1)</p> <p>+ Với $3x - 2y = 0$ thì $3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$</p> <p>Đặt $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k$. Khi đó $x = 2k$; $y = 3k$</p> <p>Thay $x = 2k$ và $y = 3k$ vào (1) ta được</p> $2k + 3k - 5 = 0 \Rightarrow 5k = 5 \Rightarrow k = 1$	0,25
	<p>Với $k = 1$ thì $x = 2$; $y = 3$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức K là 0 khi và chỉ khi $x = 2$; $y = 3$</p>	0,25

Bài 5. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Từ O kẻ OF vuông góc với BC, OH vuông góc với AC (F thuộc BC, H thuộc AC). Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI.

- Chứng minh tam giác FCH cân ;
- Chứng minh $AK = KI$;
- Chứng minh 3 điểm B, O, K thẳng hàng.

Bài	Nội dung	Biểu điểm
-----	----------	-----------

5		
a	<p>Chứng minh:</p> <p>Ta có $\widehat{CHO} = \widehat{FOO} = 90^\circ$ (vì $OH \perp AC$; $OF \perp BC$)</p> <p>+ Xét $\triangle CHO$ vuông tại H và $\triangle CFO$ vuông tại F có :</p> <p>OC chung;</p> <p>$\widehat{HCO} = \widehat{FCO}$ (vì CO là tia phân giác $\widehat{C}$)</p> <p>Vậy $\triangle CHO = \triangle CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>$\Rightarrow CH = CF$ (2 cạnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau)</p> <p>Vậy $\triangle FCH$ cân tại C (tam giác có 2 cạnh bằng nhau)</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p>
b	<p>+ Qua I vẽ $IG \parallel AC$ ($G \in FH$)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Ta có $\triangle FCH$ cân tại C (cm trên)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{CHF} = \widehat{CFH}$ (2 góc ở đáy của tam giác cân) (1)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Mà $\widehat{CHF} = \widehat{FGI}$ (hai góc đồng vị, $IG \parallel AC$) (2)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Từ (1),(2) $\Rightarrow \widehat{CFH} = \widehat{FGI}$ hay $\widehat{IFG} = \widehat{IGF}$</p>	
	<p>Vậy $\triangle FGI$ cân tại I</p> <p>$\Rightarrow FI = GI$ (hai cạnh bên của tam giác cân)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Mặt khác $FI = AH$</p> <p>Nên $GI = AH$ (cùng bằng FI)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Lại có: $\widehat{IGK} = \widehat{AHK}$ (hai góc so le trong, $IG \parallel AC$)</p> <p>$\widehat{HAK} = \widehat{GIK}$ (hai góc so le trong, $IG \parallel AC$)</p>	<p>0,25</p>
c	<p>Xét $\triangle AHK$ và $\triangle IGK$ có:</p> <p>$\widehat{IGK} = \widehat{AHK}$ (cm trên)</p> <p>$GI = AH$ (cm trên)</p> <p>$\widehat{HAK} = \widehat{GIK}$ (cm trên)</p> <p>Vậy $\triangle AHK = \triangle IGK$ (g.c.g)</p>	<p>0,25</p>
	<p>$\Rightarrow AK = KI$ (2 cạnh tương ứng của 2 tam giác bằng nhau)</p>	<p>0,25</p>
c	<p>Vẽ $OE \perp AB$ tại E</p> <p>+ Xét $\triangle OAE$ vuông tại E và $\triangle OAH$ vuông tại H có :</p> <p>OA chung;</p> <p>$\widehat{OAE} = \widehat{OAH}$ (vì AO là tia phân giác $\widehat{A}$)</p> <p>Vậy $\triangle OAE = \triangle OAH$ (cạnh huyền – góc nhọn)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	$\Rightarrow OE = OH$ (2 cạnh tương ứng của 2 tam giác bằng nhau) Lại có $OH = OF$ (vì $\triangle CHO = \triangle CFO$) Do đó $OE = OF$ + Xét $\triangle OBE$ vuông tại E và $\triangle OBF$ vuông tại F có : OB chung; $OE = OF$ (cm trên) Vậy $\triangle OBE = \triangle OBF$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow \widehat{OBE} = \widehat{OBF}$ (hai góc tương ứng của hai tam giác bằng nhau) Mà tia BO nằm giữa hai tia BE, BF $\Rightarrow BO$ là tia phân giác của $\widehat{EBF}$ hay BO là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ (*)	0,25
	Ta có $BA = BE + AE$; $BI = BF + FI$; $BE = BF$ (vì $\triangle OBE = \triangle OBF$); $AE = AH$ (vì $\triangle OAE = \triangle OAH$); $AH = FI$ (giả thiết) Do đó $BA = BI$	0,25
	Nối B với K Xét $\triangle BKA$ và $\triangle BKI$ có: $BA = BI$ (cm trên) $KA = KI$ (cm trên) BK là cạnh chung Vậy $\triangle BKA = \triangle BKI$ (c.c.c)	0,25
	Suy ra $\widehat{ABK} = \widehat{IBK}$ (hai góc tương ứng của hai tam giác bằng nhau) Mà tia BK nằm giữa hai tia BA, BC Do đó BK là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ (* *)	0,25
	Từ (*) và (* *) suy ra tia BK và tia BO trùng nhau Hay B, O, K là 3 điểm thẳng hàng	0,25

Bài 6. (1,0 điểm) Cho a, b, c, d là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$E = |x - a| + |x - b| + |x - c| + |x - d|$$

Bài	Nội dung	Biểu điểm
6	Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c \leq d$. Áp dụng BĐT	
	$ a + b \geq a + b $, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $ab \geq 0$ ta có:	0,25
	$ x - a + x - d \geq x - a + d - x \geq x - a + d - x = d - a$ (1)	0,25
	$ x - b + x - c \geq x - b + c - x \geq x - b + c - x = c - b$ (2)	0,25
	Suy ra $E \geq c + d - a - b$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi dấu “=” ở (1) và (2) xảy ra $\Leftrightarrow (x - a)(d - x) \geq 0$ và $(x - b)(c - x) \geq 0 \Leftrightarrow a \leq x \leq d$ và $b \leq x \leq c$. Do đó $\min E = c + d - a - b \Leftrightarrow b \leq x \leq c$.	0,25