

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
 C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
 D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2; 1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -12$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{21}$.

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Diện tích S bằng

- A. $S = \int_1^4 6^{2x} dx$. B. $S = \pi \int_1^4 6^x dx$. C. $S = \pi \int_1^4 6^{2x} dx$. D. $S = \int_1^4 6^x dx$.

Câu 5. Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 4, Q_2 = 6, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A. 5. B. 2. C. 7. D. 13.

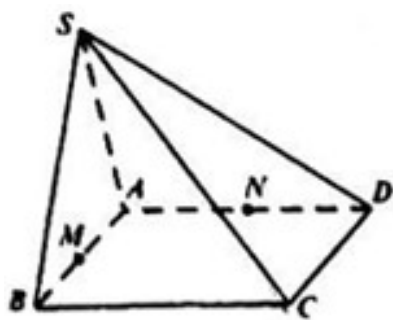
Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026x^{2025} + e^x$ là

- A. $x^{2026} + e^x + C$. B. $2026x + e^x + C$. C. $2026x^{2026} + e^x + C$. D. $x^{2026} - e^x + C$.

Câu 7. Trong các dãy số sau đây số nào là cấp số cộng?

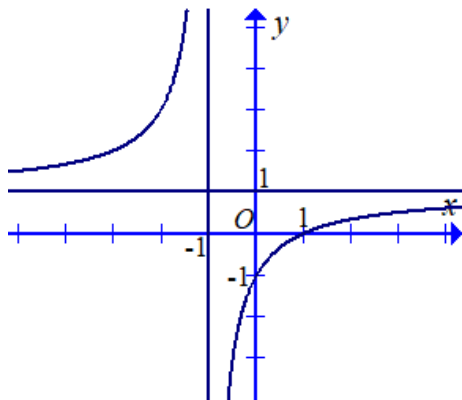
- A. $u_n = 7 - 3^n$. B. $u_n = 7 - 3n$. C. $u_n = \frac{7}{3n}$. D. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của AB, AD (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SC và $(ABCD)$ là

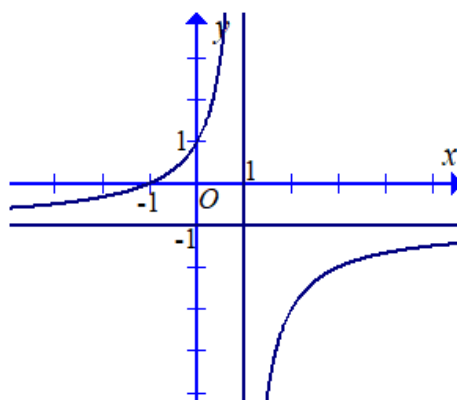


- A. $\angle SCM$. B. $\angle SCA$. C. $\angle SCO$. D. $\angle SCN$.

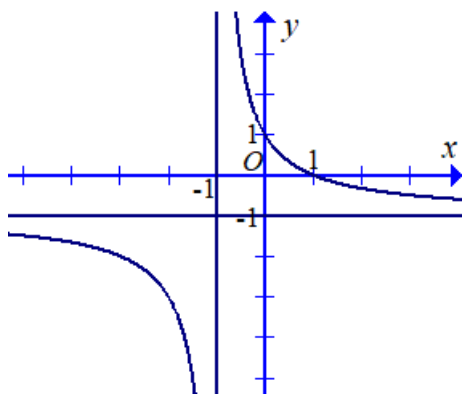
Câu 9. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{-x+1}$ là đường cong nào trong các hình vẽ sau?



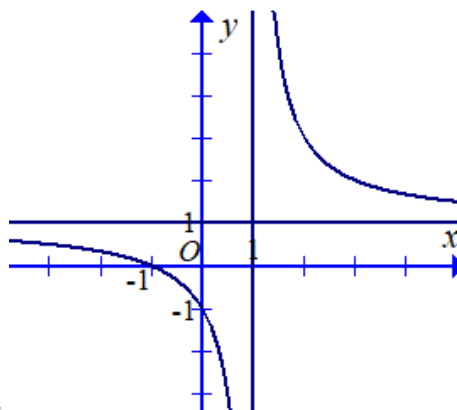
A.



B.



C.



D.

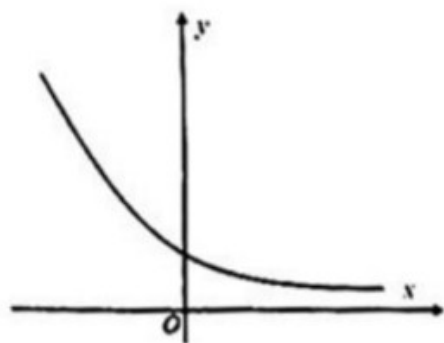
Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $N(1; -1; -1)$. B. $M(1; 1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $Q(1; -2; 2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{3}$ một vector chỉ phương của đường thẳng (d) là

- A. $\vec{u}_3 = (1; 1; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 4; 1)$. C. $\vec{u}_1 = (-1; 1; 3)$. D. $\vec{u}_2 = (2; -4; 1)$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây



- A. $y = \log_{0.4} x$ B. $y = (0,8)^x$ C. $y = \log_2 x$ D. $y = (\sqrt{2})^x$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \ln(4e^x - x^2)$.

- a) $f(e) = 3$.
 b) Hàm số có tập xác định là $[0; 4e]$.
 c) Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ có dạng $a \ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

Câu 2. Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = -0,12t^2 + 1,2t$ với $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$) khinh khí cầu ở độ cao 520m.

- a) $h(t) = -0,04t^3 + 0,6t^2$ ($0 \leq t \leq 29$).
 b) Tại thời điểm $t = 3$ phút, độ cao của khinh khí cầu là 524,32m.
 c) Độ cao tối đa của khinh khí cầu khi bay là 540m.
 d) Sau 15 phút từ khi xuất phát thì khinh khí cầu trở lại độ cao khi bắt đầu xuất phát.

Câu 3. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang và 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang.

Gọi A là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”.

B là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang”.

C là biến cố: “không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không mang khẩu trang”.

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

$$P(A) = 0,7$$

- a) .

$$P(\bar{B}) = 0,8$$

- b) .

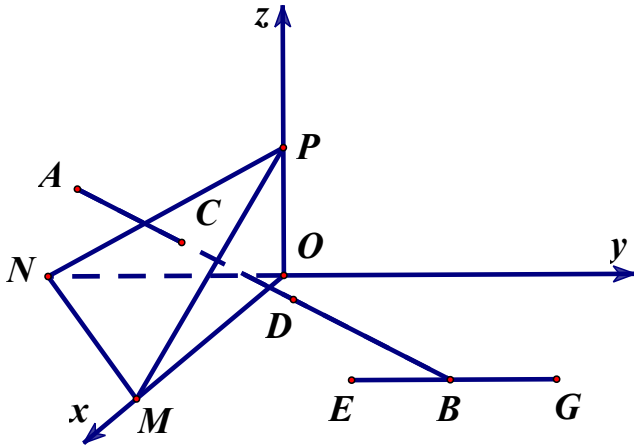
$$P(C) = 0,04$$

c)

$$P(D) = 0,76$$

d)

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là ki-lô-mét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0,5; 0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2,5; 0)$ ở trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$ và $P(0; 0; 8)$.



$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases}$$

a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3,24; 1,78; 0,12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là $0,42km$ (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5; 5,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là $900m$ thì người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

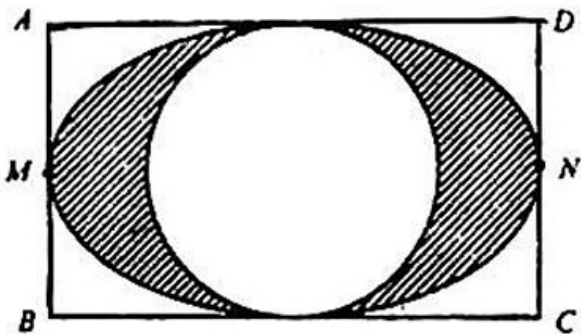
Câu 1. Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ và có khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 6a^2 + 7b^2$.

Câu 2. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trên không gian $Oxyz$. Một đội gồm 3 drone giao hàng A, B, C có tọa độ là $A(1; 1; 1), B(5; 7; 9), C(9; 11; 4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa các cặp drone. Tính tổng $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

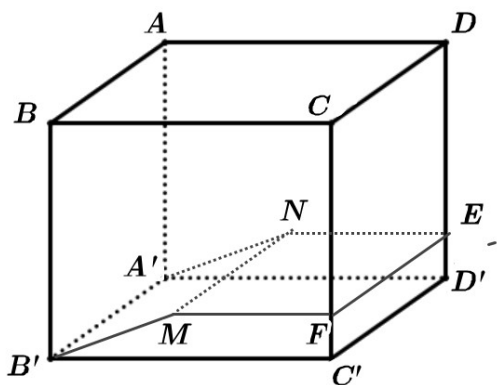
Câu 4. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6 \text{ cm}$, $AD = 10 \text{ cm}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Hai đường cong là hình elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị cm^3).



Câu 5. Trong một khu du lịch, người ta cho khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao $15m$ của tháp 1 này sang vị trí B cao $10m$ của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ O_{xyz} cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A, B lần lượt là $A(3; 2,5; 15)$ và $B(21; 27,5; 10)$. Khi du khách ở độ cao $12m$ thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$



Câu 6. Một bể bơi ban đầu có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Sau đó, người ta làm lại mặt đáy như hình vẽ. Biết rằng $A'B'MN$ và $MNEF$ là các hình chữ nhật, $(MNEF) \parallel (A'B'C'D')$, $AB = 10$ m, $AD = 30$ m, $AA' = 20$ m, $MF = DE = 17$ m. Tính tỉ số thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy với thể tích của bể lúc ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	C	D	A	A	B	A	B	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	SSDD	SDDĐ	ĐĐSD	ĐĐDS	0	0	70,7	75,4
21	22								
43,3	0,88								

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\square$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Lời giải

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in (-1;0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0;1)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2;1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ nên Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -12$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{21}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} = (1; 3; -2); \vec{v} = (2; -1; 1)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.2 + 3.(-1) + (-2).1 = -3$.

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Diện tích S bằng

A. $S = \int_1^4 6^{2x} dx$.

B. $S = \pi \int_1^4 6^x dx$.

C. $S = \pi \int_1^4 6^{2x} dx$.

D. $S = \int_1^4 6^x dx$.

Lời giải

Theo công thức tính diện tích hình phẳng ta có $S = \int_1^4 6^x dx$.

Câu 5. Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 4, Q_2 = 6, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. 5.

B. 2.

C. 7.

D. 13.

Lời giải

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9 - 4 = 5$.

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026x^{2025} + e^x$ là

- A.** $x^{2026} + e^x + C$ **B.** $2026x + e^x + C$ **C.** $2026x^{2026} + e^x + C$ **D.** $x^{2026} - e^x + C$

Lời giải

Theo công thức nguyên hàm của một số hàm thường gặp ta có $\int (2026x^{2025} + e^x) dx = x^{2026} + e^x + C$

Câu 7. Trong các dãy số sau đây số nào là cấp số cộng?

- A.** $u_n = 7 - 3^n$ **B.** $u_n = 7 - 3n$ **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$ **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$

Lời giải

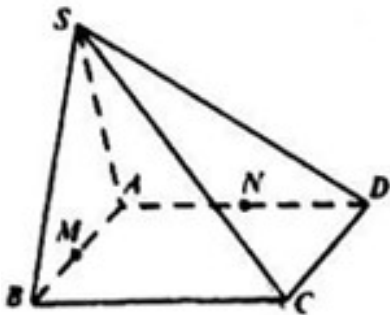
Dãy số $u_n = 7 - 3^n$ có dạng khai triển là: $4; -2; -20; -74; \dots$ nên không phải là cấp số cộng

Dãy số $u_n = \frac{7}{3n}$ có dạng khai triển là $\frac{7}{3}; \frac{7}{6}; \frac{7}{9}; \frac{7}{12}; \dots$ nên không phải là cấp số cộng

Dãy số $u_n = 7 \cdot 3^n$ có dạng khai triển là: $21; 63; 189; 567$ nên không phải là cấp số cộng

Do đó dãy số $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của AB, AD (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SC và $(ABCD)$ là



- A.** $\angle SCM$ **B.** $\angle SCA$ **C.** $\angle SCO$ **D.** $\angle SCN$

Lời giải

Do $\triangle SAB$ cân tại S mà M là trung điểm của AB nên $SM \perp AB$

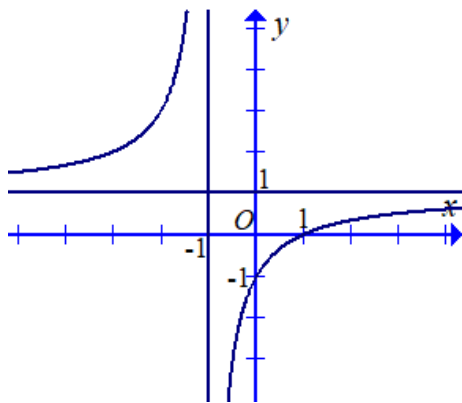
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SM \perp (ABCD) \\ (SAB) \supset SM \perp AB \end{cases}$$

Do đó ta có

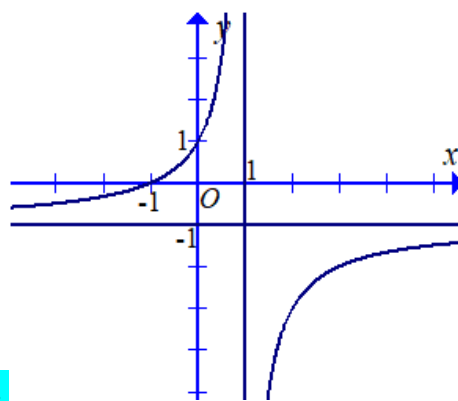
Do đó hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là CM

Vậy $(SC, (ABCD)) = (SC, CM) = \angle SCM$

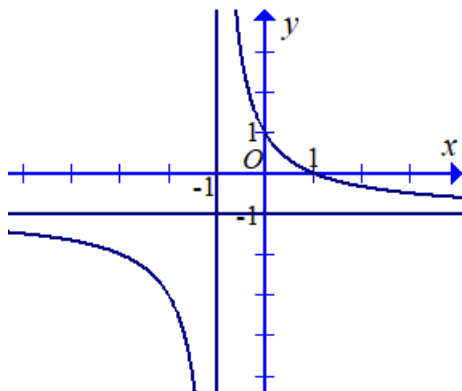
Câu 9. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{-x+1}$ là đường cong nào trong các hình vẽ sau?



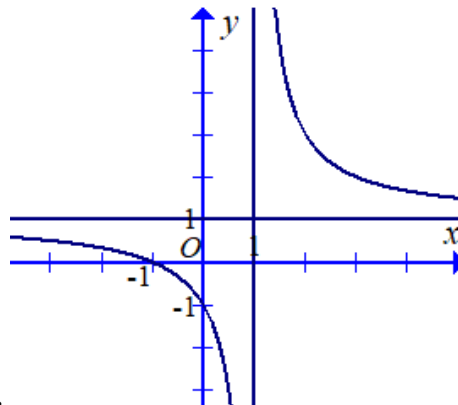
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{-x+1} = -1$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y = -1$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{-x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{-x+1} = +\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$

Do đó đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{-x+1}$ là đáp án B

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $N(1; -1; -1)$ B. $M(1; 1; -1)$ C. $P(2; -1; -1)$ D. $Q(1; -2; 2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $2 \cdot 1 - (-1) + (-1) - 2 = 0$ nên $N(1; -1; -1)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 11. [Mức 1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{3}$ một vector chỉ phương của đường thẳng (d) là

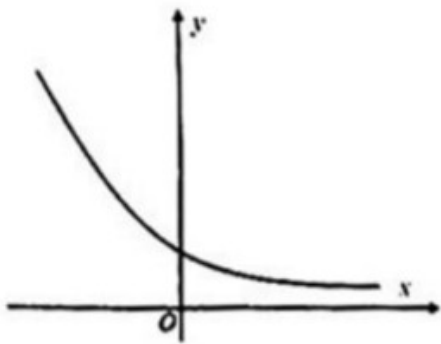
A. $\vec{u}_3 = (1; 1; 3)$ B. $\vec{u}_4 = (2; 4; 1)$ C. $\vec{u}_1 = (-1; 1; 3)$ D. $\vec{u}_2 = (2; -4; 1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có một vector chỉ phương của đường thẳng $(d): \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{3}$ là $\vec{u}_1 = (-1; 1; 3)$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = \log_{0.4} x$

B. $y = (0,8)^x$

C. $y = \log_2 x$

D. $y = (\sqrt{2})^x$

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị của hàm số mũ có cơ số nhỏ hơn 1 nên là đồ thị hàm số $y = (0,8)^x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$.

a) $f(e) = 3$

b) Hàm số có tập xác định là $[0; 4e]$

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ có dạng $a \ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) $f(e) = \ln(4e \cdot e - e^2) = \ln(3e^2) = \ln 3 + 2$

Suy ra mệnh đề **sai**.

(b) Điều kiện xác định: $4ex - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4e$. Vậy tập xác định là $(0; 4e)$.

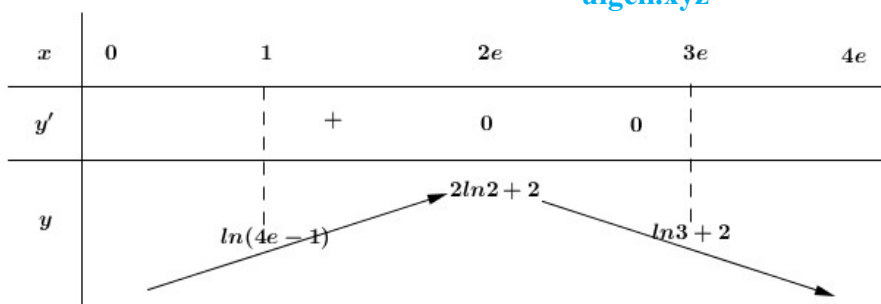
Suy ra mệnh đề **sai**.

(c) Ta có $f'(x) = \frac{4e - 2x}{4ex - x^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4e - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2e$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

(d) Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ là $2\ln 2 + 2$.

Do đó: $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2. Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = -0,12t^2 + 1,2t$ với $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$) khinh khí cầu ở độ cao 520m.

a) $h(t) = -0,04t^3 + 0,6t^2$ ($0 \leq t \leq 29$).

b) Tại thời điểm $t = 3$ phút, độ cao của khinh khí cầu là 524,32m.

c) Độ cao tối đa của khinh khí cầu khi bay là 540m.

d) Sau 15 phút từ khi xuất phát thì khinh khí cầu trở lại độ cao khi bắt đầu xuất phát.

Lời giải

(a) S

Ta có $h(t) = \int v(t) dt = -0,04t^3 + 0,6t^2 + C$.

Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$), độ cao của khinh khí cầu là 520m nên $h(0) = 520 \Rightarrow C = 520$.

Vậy $h(t) = -0,04t^3 + 0,6t^2 + 520$.

(b) Đ

Tại thời điểm $t = 3$ phút, độ cao của khinh khí cầu là $h(3) = 524,32$ m.

(c) Đ

Ta có $h'(t) = v(t) = -0,12t^2 + 1,2t$, suy ra $h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$.

Ta có BBT:

t	0	10	
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	520	540	

Vậy độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540m.

(d) Đ

$$h(t) = 520 \Leftrightarrow -0,04t^3 + 0,6t^2 + 520 = 520 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 15 \end{cases}$$

Khi trở lại độ cao như lúc xuất phát thì

Vậy sau 15 phút thì khinh khí cầu quay trở lại độ cao như lúc đầu.

Câu 3. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang và 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang.

Gọi A là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”.

B là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang”.

C là biến cố: “không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không mang khẩu trang”.

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

$$P(A) = 0,7$$

(a)

$$P(\overline{B}) = 0,8$$

(b)

$$P(C) = 0,04$$

(c)

$$P(D) = 0,76$$

(d)

Lời giải

(a) Đ

Vì bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang nên $P(A) = 0,7$.

(b) Đ

Ta có $P(B) = 0,2$ nên $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$.

(c) S

 C

Biến cố C : “Không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không đeo khẩu trang”.

Mỗi lần tiếp xúc mà không đeo khẩu trang thì xác suất **không bị lây bệnh** là

$$1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(C) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$$

Do độc lập giữa các lần tiếp xúc, nên

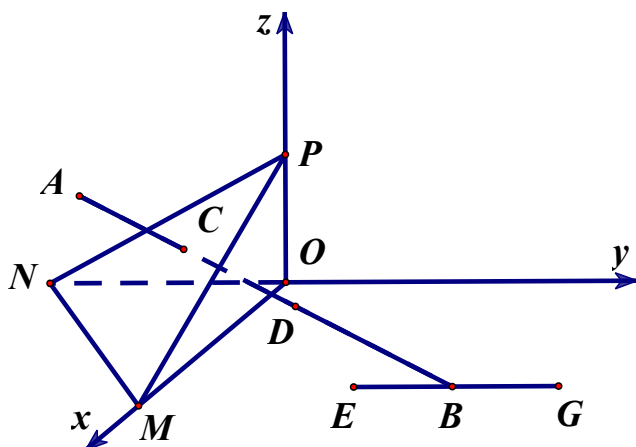
(d) Đ

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

$\overline{D}$ là biến cố: “cả hai lần tiếp xúc đều không bị lây bệnh, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Ta có $P(\overline{D}) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24 \Rightarrow P(D) = 1 - 0,24 = 0,76$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là ki-lô-mét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0,5; 0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2,5; 0)$ ở trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$ và $P(0; 0; 8)$.



$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases}$$

a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là

b) Khi máy bay cách mặt đất $120m$ thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3,24; 1,78; 0,12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là $0,42km$ (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5; 5,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là $900m$ thì người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

Lời giải

(a) Đ

Đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -0,5)$ và đi qua điểm $A(4; -0,5; 0,5)$ nên

có phương trình:
$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases}$$

(b) Đ

Máy bay cách mặt đất $120m$ tức là $z_D = 0,12$ suy ra $0,5 - 0,5t = 0,12 \Leftrightarrow t = 0,76$.

Do đó $D(4-0,76;-0,5+3\cdot 0,76;0,12)$ hay $D(3,24;1,78;0,12)$.

(c) Đ

Phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{8} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{0,8} = 1$.

Gọi giao điểm của AB và (α) là $C(4-t;-0,5+3t;0,5-0,5t)$ suy ra

$$\frac{4-t}{8} + \frac{-0,5+3t}{-8} + \frac{0,5-0,5t}{0,8} = 1$$

Giải phương trình trên thu được $t = \frac{1}{6}$ suy ra $C\left(\frac{23}{6}; 0; \frac{5}{12}\right)$.

Khi đó độ cao của máy bay là $\frac{5}{12} \approx 0,42 (km)$.

(d) S

Khi máy bay ở độ cao $120m$ thì máy bay ở vị trí $D(3,24;1,78;0,12)$.

$DG = |\overrightarrow{DG}| = \sqrt{(4,5-3,24)^2 + (5,5-1,78)^2 + (0-0,12)^2} \approx 3,9 > 0,9$ do đó người phi công không đạt được quy định an toàn bay.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ và có khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = 3x+6$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 6a^2 + 7b^2$.

Lời giải

Đáp số: 13

Vì $M(a;b)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ nên $M\left(a; \frac{2a+1}{a+2}\right)$

Khoảng cách từ M đến d nhỏ nhất khi tiếp tuyến tại M của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ song song với đường thẳng $d: y = 3x+6$.

Xét
$$y'(a) = \frac{3}{(a+2)^2} = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = -1 \end{cases}$$

Với $a = -3 \Rightarrow M_1(-3; 5) \Rightarrow d(M_1, d) = \frac{8}{\sqrt{10}}$

Với $a = -1 \Rightarrow M_2(-1; -1) \Rightarrow d(M_2, d) = \frac{4}{\sqrt{10}}$

Suy ra $M(-1; -1) \Rightarrow T = 6 \cdot (-1)^2 + 7 \cdot (-1)^2 = 13$.

Câu 2. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trên không gian $Oxyz$. Một đội gồm 3 drone giao hàng A, B, C có tọa độ là $A(1;1;1), B(5;7;9), C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa các cặp drone. Tính tổng $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 31,5

Tổng có $d_1 + d_2 + d_3 = AB + BC + AC = \sqrt{4^2 + 6^2 + 8^2} + \sqrt{4^2 + 4^2 + (-5)^2} + \sqrt{8^2 + 10^2 + 3^2} \approx 31.5$

Lời giải

Câu 3. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 70,7

Tổng chi phí cho x tấn sản phẩm là: $C(x) = 100 + 30x, 0 < x \leq 100$

Tổng doanh thu khi bán x tấn sản phẩm là: $x.P(x) = x.(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3$

Lợi nhuận thu về khi bán hết x tấn sản phẩm là: $L(x) = x.P(x) - C(x) = -0,001x^3 + 15x - 55$

$$L'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50\sqrt{2} \approx 70,71(n) \Rightarrow L \approx 652 \\ x = -50\sqrt{2}(l) \end{cases}$$

Ta có:

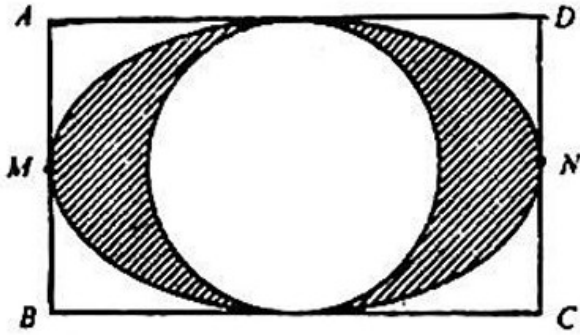
Bảng biến thiên:

x	0	$50\sqrt{2}$	$+\infty$
$L'(x)$		+	-
$L(x)$		↗ 652 ↘	

Vậy nhà máy A cần bán 70,7 tấn sản phẩm cho nhà máy B để lợi nhuận thu về tối đa.

Câu 4. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6 \text{ cm}$, $AD = 10 \text{ cm}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Hai đường cong là hình elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$

và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị cm^3).



ĐÁP SỐ : 75,4

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ (O là trung điểm của MN , tia Ox là tia ON , tia Oy vuông góc với Ox và hướng lên trên)

Phương trình elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Do đó: $y^2 = 9 - \frac{9x^2}{25}$.

$$V_1 = 2\pi \int_0^5 \left(9 - \frac{9x^2}{25} \right) dx = 60\pi.$$

Thể tích vật thể tròn xoay khi quay elip quanh Ox là:

Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 9$. Do đó: $y^2 = 9 - x^2$.

$$V_2 = 2\pi \int_0^3 (9 - x^2) dx = 36\pi.$$

Thể tích vật thể tròn xoay khi quay đường tròn quanh Ox là:

Thể tích của vật trang trí là: $V = V_1 - V_2 = 24\pi = 75,4 \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 5. Trong một khu du lịch, người ta cho khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao $15m$ của tháp 1 này sang vị trí B cao $10m$ của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A, B lần lượt là $A(3; 2,5; 15)$ và $B(21; 27,5; 10)$. Khi du khách ở độ cao $12m$ thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$



Lời giải

Đáp án: 43,3

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho trục Oz là chiều cao của tháp, mặt phẳng Oxy là mặt đất

Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A, B lần lượt là $A(3; 2,5; 15)$ và $B(21; 27; 5; 10)$

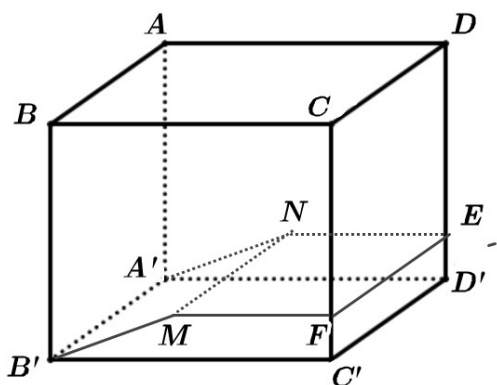
Đường thẳng AB đi qua $A(3; 2,5; 15)$ và nhận $\overrightarrow{AB}(18; 25; -5)$ là véc tơ chỉ phương có phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 25t \\ z = 15 - 5t \end{cases}$$

Khi du khách ở độ cao $12m$ thì $z = 12 \Rightarrow 15 - 5t = 12 \Leftrightarrow t = \frac{3}{5}$. Do đó $x = 13,8; y = 17,5$

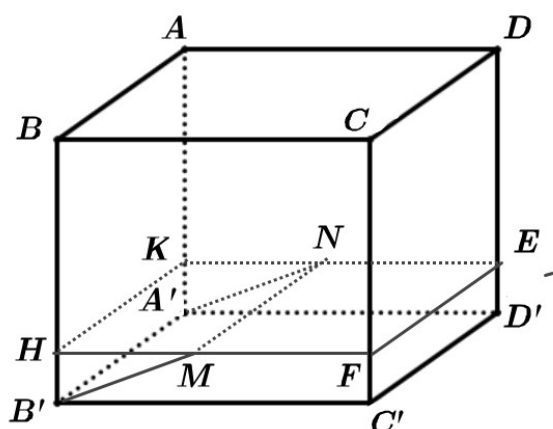
tọa độ của du khách lúc đó là $M(13,8; 17,5; 12) \Rightarrow a + b + c = 43,3$

Câu 6. Một bể bơi ban đầu có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Sau đó, người ta làm lại mặt đáy như hình vẽ. Biết rằng $A'B'MN$ và $MNEF$ là các hình chữ nhật, $(MNEF) \parallel (A'B'C'D')$, $AB = 10m$, $AD = 30m$, $AA' = 20m$, $MF = DE = 17m$. Tính tỉ số thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy với thể tích của bể lúc ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



ĐÁP ÁN : 0,88

Lời giải



- Gọi K là giao điểm của NE và AA' .
- Gọi H là giao điểm của MF và BB' .
- Thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = 10.30.20 = 6000 m^3$.
- Thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy là

$$V_1 = V_{ABCD.KHFE} + V_{HB'M.KA'N} = HK.HF.AK + \frac{1}{2}HB'.HM.HK = 10.30.17 + \frac{1}{2}.3.13.10 = 5295 \text{ m}^3$$

- Tỉ số thể tích cần tìm là $\frac{V_1}{V} \approx 0,88$.