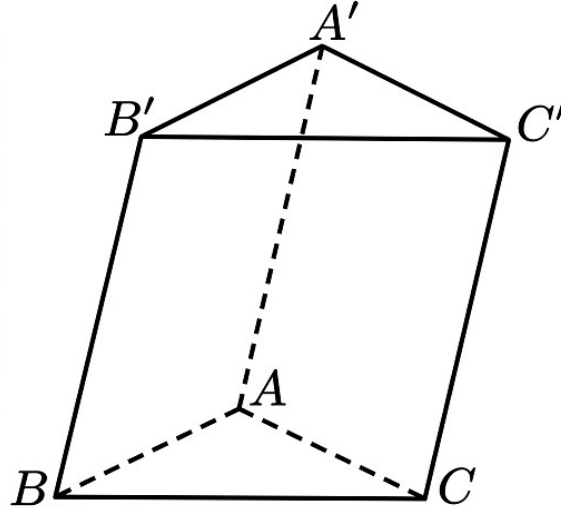


Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 1201

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình dưới). Đường thẳng $B'C'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



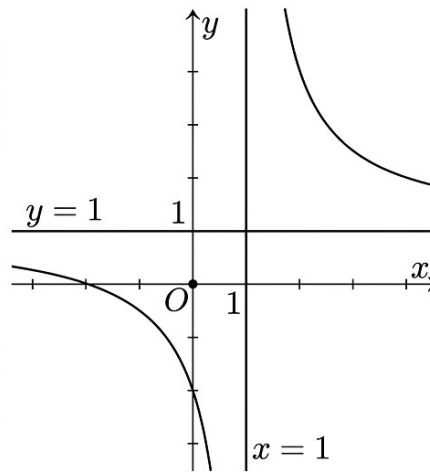
A. (ABC) .

B. $(AB'C')$.

C. $(B'BC)$.

D. $(A'B'C')$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = 1$.

B. $y = -1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Câu 3. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$.

B. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$.

C.

$F(x) = e^x - 2\cos x + 21$.

D. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$.

Câu 4. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh ở một trường THPT ở địa bàn thành phố Huế với thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100]
Số học sinh	25	34	15	38	8

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{19}{60}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{17}{60}$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Tính số đo góc nhị diện $[B, SA, D]$.

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 2)$ và $B(4; 5; 6)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (Oxy) . Giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{13}{29}$. B. $\frac{16}{29}$. C. $\frac{\sqrt{377}}{29}$. D. $\frac{4\sqrt{29}}{29}$.

Câu 8. Cho $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -3x^2 + 4x + 2$ và $F(1) = 2$. Tính $F(-1)$.

- A. $F(-1) = 4$. B. $F(-1) = -x^3 + 2x^2 + 2x + C$.
C. $F(-1) = -x^3 + 2x^2 + 2x - 1$. D. $F(-1) = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (2; 2; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{a} - 2\vec{b}$ là

- A. $(-3; -2; 5)$. B. $(-1; 0; 4)$. C. $(3; 2; 5)$. D. $(-3; -2; 1)$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của $\overline{AB} + \overline{CC'}$

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_7 bằng

- A. 20. B. 15. C. 12. D. 14.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là.

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $[-3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua hiện đại của một nhà máy thực phẩm, từng giọt sữa đang âm thầm chuyển mình dưới tác động của hàng triệu vi khuẩn Lactic, những "nghệ nhân tí hon" kiến tạo vị chua thanh đặc trưng. Mật độ vi khuẩn (số triệu tế bào trên mỗi ml sữa chua) tại thời điểm t (giờ) được ký hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t = 0$ giờ), mật độ vi khuẩn đo được là $N(0) = 10$ triệu tế bào/ml. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn $N'(t)$ (đơn vị: triệu tế bào/ml mỗi giờ) được mô hình hóa bởi công thức:

$N'(t) = 22t - 3t^2$ (triệu tế bào/ml/giờ) với t là thời gian tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 10$).

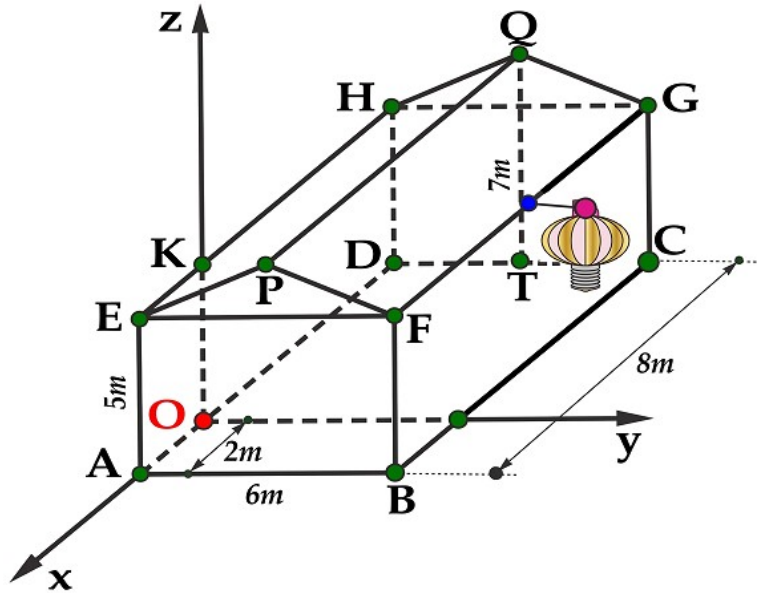
a) $N'(1) = 19$ triệu tế bào/ml/giờ.

b) Tốc độ vi khuẩn tăng khi $0 \leq t < \frac{22}{3}$.

c) $\int N'(t) dt = 11t - t^3$

d) Tại thời điểm $t = 10$ giờ, mật độ vi khuẩn trong 1 ml sữa chua là 100 triệu tế bào/ml.

Câu 2. Nhà bác An được mô tả như hình vẽ bên dưới, trong đó phần thân nhà là hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Ngôi nhà được lợp ngói hai mái là hai hình chữ nhật $PEHQ$ và $PFGQ$, biết tam giác EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của cạnh DC . Các kích thước của nhà lần lượt là $AB = 6m$, $AE = 5m$, $AD = 8m$, $QT = 7m$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2m$ và các trục tọa độ tương ứng là các trục Ox , Oy , Oz . Khi đó:



a) Bác An muốn lắp một chiếc đèn lồng tại vị trí trung điểm của FG và đầu nguồn điện đặt tại vị trí O . Bác ấy thiết kế đường dây điện nối từ O đến K sau đó nối đến chiếc đèn lồng. Độ dài đoạn dây điện nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ (m).

b) Mái nhà bác An được lợp bằng ngói đất nung Đất Việt, giá tiền mỗi viên ngói là 11000 đồng và để lợp được $1m^2$ diện tích mái cần 22 viên ngói. Số tiền cần bỏ ra để mua ngói lợp mái nhà là 13960000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các viên ngói, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

c) Vec tơ $\overrightarrow{AC}$ có tọa độ là $(6; 6; 0)$.

d) Tọa độ điểm A là $(2; 0; 0)$.

Câu 3. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hóa học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

a) Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6 .

b) Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hóa học đều còn lại ít nhất một cuốn là $A_{12}^6 - C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hóa học là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn lại ít nhất một cuốn là $\frac{132}{132}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x + \sqrt{3}x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x + \sqrt{3}$.

b) $f(0) = 0, f(\pi) = \sqrt{3}\pi$.

c) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ là $F(x) = -2 \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2026$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ bằng $1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

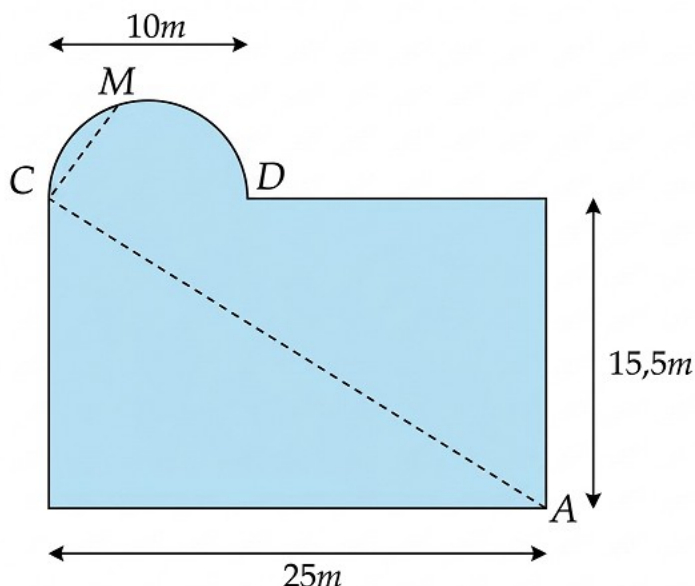
Câu 1. Có hai người gọi điện thoại đến hai số điện thoại khác nhau nhưng đều quên mất chữ số cuối. Họ đều thử ngẫu nhiên các chữ số từ 0 đến 9 và không lặp lại các số đã thử. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người đó gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần.

Câu 2. Để điều trị bệnh hiệu quả, bà Hòa được tư vấn bổ sung vào chế độ ăn hằng ngày bằng cách sử dụng thêm hai loại thực phẩm chức năng là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B ; mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu cần bổ sung cho chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000 đồng. Hỏi tổng số gói thực phẩm loại X và thực phẩm loại Y mỗi ngày bà Hòa cần dùng là bao nhiêu để chi phí mua là ít nhất?

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = 4a$ và $\angle BAD = 120^\circ$. Gọi H là trung điểm của AO . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P lần lượt là

trung điểm của ba cạnh CD, BC và SA . Khoảng cách giữa hai đường thẳng PN và SM bằng $\frac{2a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m - n$.

Câu 4. Bạn Hoa thường đi bơi ở hồ Sky Garden cạnh nhà, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 25 m, chiều rộng 15,5 m và bên cạnh đó là một hình bán nguyệt đường kính 10 m. Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp đoạn thẳng CM , với M là một vị trí bất kỳ trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng vận tốc bơi của Hoa là 2,4 km/h, vận tốc đi bộ là 4,8 km/h và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400; 800; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9,5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N . Sau bao nhiêu phút kể từ khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

Câu 6. Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Singapore ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 60 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 24 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

---HẾT---

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I.

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	5	A	9	A
2	A	6	C	10	A
3	C	7	C	11	A
4	A	8	D	12	C

PHẦN II.

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
2	Đúng	Sai	Sai	Sai

3	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
4	Sai	Đúng	Đúng	Đúng

PHẦN III.

Câu	Đáp án
1	$\frac{9}{25}$
2	12
3	26
4	1,4
5	6
6	90

LỜI GIẢI THAM KHẢO**PHẦN I****Câu 1**

Trong lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thì hai đáy (ABC) và $(A'B'C')$ song song với nhau, đồng thời các cạnh tương ứng song song nên $B'C' \parallel BC$.

Mà $BC \subset (ABC)$ nên $B'C'$ song song với mặt phẳng (ABC) .

Đáp án: A.**Câu 2**

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.

Đáp án: A.**Câu 3**

$$f(x) = e^x + 2 \sin x$$

Ta có $f'(x) = e^x + 2 \cos x$.

$$f'(x)$$

Nguyên hàm của là

$$F(x) = e^x - 2 \cos x + C$$

$$F(0) = 20$$

Do nên

$$1 - 2 + C = 20 \Rightarrow C = 21$$

$$F(x) = e^x - 2 \cos x + 21$$

Vậy

Đáp án: C.

Câu 4

Bảng tần số:

$$[0; 20)$$

- Nhóm có 25 học sinh.

$$[20; 40)$$

- Nhóm có 34 học sinh.

$$[40; 60)$$

- Nhóm có 15 học sinh.

$$[60; 80)$$

- Nhóm có 38 học sinh.

$$[80; 100]$$

- Nhóm có 8 học sinh.

Tần số tích lũy:

$$[0; 20)$$

- Đến { : } \$25\$

$$[20; 40) \quad 25 + 34 = 59$$

- Đến { : }

$$[40; 60) \quad 59 + 15 = 74$$

- Đến { : }

120

60 61

Vì có học sinh nên trung vị nằm giữa vị trí thứ và .

$[40; 60)$

59

74

Hai vị trí này đều thuộc nhóm vì trước đó có học sinh, đến hết nhóm này là học sinh.

$[40; 60)$ 15

Vậy nhóm chứa trung vị là , có học sinh.

$$\frac{15}{120} = \frac{1}{8}$$

Xác suất cần tìm là .

Đáp án: A.

Câu 5

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

Phương trình có nghiệm tổng quát là

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

, với .

Đáp án: A.

Câu 6

$[B, SA, D]$

(SAB)

(SAD)

SA

Góc nhị diện là góc giữa hai mặt phẳng và theo giao tuyến .

$$SA \perp (ABCD)$$

$$(ABCD)$$

Vì nên khi cắt hai mặt phẳng đó bởi mặt phẳng đáy , ta được hai giao tuyến lần lượt

AB và AD

AB và AD

là và , đồng thời góc nhị diện bằng góc giữa và .

$ABCD$

$$AB \perp AD$$

90°

Do đáy là hình vuông nên , suy ra góc nhị diện bằng .

Đáp án: C.

Câu 7

$$\overrightarrow{AB} = (4-1; 5-3; 6-2) = (3; 2; 4)$$

Ta có .

Độ dài $\overline{AB}$ là

$$|\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

Gọi α là góc giữa đường thẳng $\overline{AB}$ và mặt phẳng (Oxy) . Khi đó $\cos \alpha$ bằng tỉ số giữa độ dài hình chiếu của $\overline{AB}$ lên mặt phẳng (Oxy) và độ dài $\overline{AB}$.

Hình chiếu của $\overline{AB}$ lên (Oxy) là $(3; 2; 0)$, có độ dài $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Vậy

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{377}}{29}$$

Đáp án: C.

Câu 8

$$F'(x) = -3x^2 + 4x + 2$$

Ta có

Suy ra

$$F(x) = -x^3 + 2x^2 + 2x + C$$

$$F(1) = 2$$

Do nên

$$-1 + 2 + 2 + C = 2 \Rightarrow 3 + C = 2 \Rightarrow C = -1$$

$$F(x) = -x^3 + 2x^2 + 2x - 1$$

Vậy

Khi đó

$$F(-1) = -(-1)^3 + 2(-1)^2 + 2(-1) - 1 = 1 + 2 - 2 - 1 = 0$$

Đáp án: D.

Câu 9

Ta có

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (1; 2; 3) - 2(2; 2; -1) = (1; 2; 3) - (4; 4; -2) = (-3; -2; 5)$$

Đáp án: A.

Câu 10

Trong hình lập phương cạnh 1, ta có $|\overrightarrow{AB}| = 1$, $|\overrightarrow{CC'}| = 1$, $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CC'}$, và $\{\text{,}\}$.

Do đó

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Đáp án: A.

Câu 11

Cấp số cộng có $u_1 = 2$, công sai $d = 3$.

Ta có

$$u_7 = u_1 + 6d = 2 + 6 \cdot 3 = 20$$

Đáp án: A.

Câu 12

$$8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Ta có

Bất phương trình trở thành

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$\frac{1}{2} < 1$$

Vì cơ số nên hàm số mũ nghịch biến, do đó

$$2x + 3 \geq -3 \Rightarrow 2x \geq -6 \Rightarrow x \geq -3$$

$$[-3; +\infty)$$

Vậy tập nghiệm là .

Đáp án: C.

PHẦN II

Câu 1

$$N'(t) = 22t - 3t^2 \quad N(0) = 10$$

Cho và .

a)

$$N'(1) = 22 \cdot 1 - 3 \cdot 1^2 = 22 - 3 = 19$$

Mệnh đề đúng.

b)

$$N'(t) = 22t - 3t^2 = t(22 - 3t)$$

Trên khoảng $0 < t < \frac{22}{3}$ thì $N'(t) > 0$, nên $N(t)$ tăng trên $[0; \frac{22}{3})$.

Mệnh đề đúng.

c)

$$\int N'(t), dt = \int (22t - 3t^2), dt = 11t^2 - t^3 + C$$

Đề cho $\int N'(t), dt = 11t - t^3$, sai vì thiếu lũy thừa 2 ở hạng tử đầu.

Mệnh đề sai.

d)

$$N(t) = 11t^2 - t^3 + C$$

Từ trên, .

$$N(0) = 10 \quad C = 10$$

Do nên .

$$N(t) = 11t^2 - t^3 + 10$$

Suy ra .

$$t = 10$$

Khi :

$$N(10) = 11 \cdot 100 - 1000 + 10 = 1100 - 1000 + 10 = 110$$

$$100$$

Không phải .

Mệnh đề sai.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

Câu 2

Ta chọn hệ trục tọa độ như sau:

$$O(0, 0, 0)$$

•

$$Ox \quad OD$$

• Trục cùng hướng với .

$$Oy \quad OB$$

• Trục cùng hướng với .

$$Oz$$

• Trục thẳng đứng đi lên.

$$OA = 2 \quad AD = 8 \quad AB = 6 \quad AE = 5$$

Vì {, {\text, }} {, {\text, }} {, {\text, }} nên:

$$A(-2, 0, 0) \quad D(6, 0, 0) \quad B(-2, 6, 0) \quad C(6, 6, 0)$$

• , • , • , • ,

$$E(-2, 0, 5) \quad F(-2, 6, 5) \quad H(6, 0, 5) \quad G(6, 6, 5)$$

• , • , • , • .

T DC
Do là trung điểm của nên
 $T(6, 3, 0)$

$QT = 7$ Q T
Vì và thẳng đứng phía trên nên
 $Q(6, 3, 7)$

EFP P P EF
Tam giác cân tại nên là trung điểm theo phương ngang của , suy ra
 $P(-2, 3, 7)$

a)

FG $I\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{6+6}{2}, \frac{5+5}{2}\right) = (2, 6, 5)$
Trung điểm của là

K Oz $K = (0, 0, 5)$
Điểm là giao điểm của trục với mái trái, nên

$OK = 5$
Khi đó

$$KI = \sqrt{(2-0)^2 + (6-0)^2 + (5-5)^2} = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$$

Và

$$OK + KI = 5 + 2\sqrt{10}$$

Tổng độ dài ngắn nhất là

Mệnh đề đúng.

b)

Mỗi mái là hình chữ nhật.

$EH = 8$
Ta có

$$EP = \sqrt{(3-0)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

Và

$$8\sqrt{13}$$

Diện tích một mái là .

$$S = 16\sqrt{13} \text{ m}^2$$

Diện tích hai mái là .

$$22 \cdot 16\sqrt{13} = 352\sqrt{13}$$

Số viên ngói cần dùng là .

$$11000 \cdot 352\sqrt{13} \approx 13,960,695$$

Tiền mua ngói là đồng.

$$13,961,000$$

$$13,960,000$$

Làm tròn đến hàng nghìn được đồng, không phải đồng.

Mệnh đề sai.

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (6 - (-2); 6 - 0; 0 - 0) = (8; 6; 0)$$

c) .

$$(6; 6; 0)$$

Không phải .

Mệnh đề sai.

$$A \quad (-2; 0; 0)$$

$$(2; 0; 0)$$

d) Tọa độ điểm là , không phải .

Mệnh đề sai.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Sai.

Câu 3.

Có 12 cuốn sách đôi một khác nhau: 5 Toán, 4 Vật lí, 3 Hóa học.

a)

Lấy ra 6 cuốn và tặng cho 6 học sinh, mỗi em 1 cuốn.

Đây là số cách chọn và phân phối 6 cuốn khác nhau cho 6 học sinh khác nhau, tức là số chỉnh hợp chập 6 của 12:

$$A_{12}^6$$

Mệnh đề đúng.

b)

Số cách lấy ra 6 cuốn sao cho sau khi lấy xong, mỗi loại vẫn còn ít nhất 1 cuốn.

Ta xét theo cách chọn 6 cuốn.

$$C_{12}^6$$

Tổng số cách chọn 6 cuốn là .

Loại các trường hợp xấu:

$$C_7^1 = C_7^6$$

• Lấy hết 5 cuốn Toán và thêm 1 cuốn nữa: có cách.

$$C_8^2 = C_8^6$$

• Lấy hết 4 cuốn Vật lí và thêm 2 cuốn nữa: có cách.

$$C_9^3 = C_9^6$$

• Lấy hết 3 cuốn Hóa và thêm 3 cuốn nữa: có cách.

Vì các trường hợp này không giao nhau nên số cách đúng là

$$C_{12}^6 - C_7^6 - C_8^6 - C_9^6$$

$$A_{12}^6 - C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$$

Đề cho biểu thức là sai.

Mệnh đề sai.

c) “Chỉ có hai trong ba loại sách” nghĩa là chọn 6 cuốn nhưng chỉ thuộc đúng 2 môn.

Các trường hợp:

$$\Rightarrow C_7^6$$

• Không có sách Toán: chọn 6 cuốn từ 7 cuốn còn lại .

$$\Rightarrow C_8^6$$

• Không có sách Vật lí: chọn 6 cuốn từ 8 cuốn còn lại .

$$\Rightarrow C_9^6$$

• Không có sách Hóa: chọn 6 cuốn từ 9 cuốn còn lại .

$$C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$$

Tổng số cách là

Mệnh đề đúng.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn lại ít nhất 1 cuốn.

Ta có số cách chọn 6 cuốn thỏa mãn điều kiện là

$$C_{12}^6 - C_7^6 - C_8^6 - C_9^6 = 924 - 7 - 28 - 84 = 805$$

$$C_{12}^6 = 924$$

Tổng số cách chọn 6 cuốn là

$$\frac{805}{924} = \frac{115}{132}$$

Vậy xác suất là

Mệnh đề đúng.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Đúng.

$$f(x) = 2 \sin x + \sqrt{3}x$$

Câu 4. Cho

$$f'(x) = 2 \cos x + \sqrt{3}$$

a)

$$f'(x) = -2 \cos x + \sqrt{3}$$

Đề cho là sai.

Mệnh đề sai.

$$f(0) = 2 \sin 0 + \sqrt{3} \cdot 0 = 0$$

b)

$$f(\pi) = 2 \sin \pi + \sqrt{3}\pi = \sqrt{3}\pi$$

Mệnh đề đúng.

$$F(x) = -2 \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2026$$

c) Xét

Ta có

$$F'(x) = 2 \sin x + \sqrt{3}x = f(x)$$

$$f(x)$$

Vậy đây đúng là một nguyên hàm của

Mệnh đề đúng.

$$f(x) \quad [0; \pi]$$

d) Tìm giá trị lớn nhất của trên

Ta có

$$f'(x) = 2 \cos x + \sqrt{3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$$

Tính các giá trị:

$$f(0) = 0$$

• ,

$$f(\pi) = \sqrt{3}\pi$$

• ,

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2 \sin \frac{5\pi}{6} + \sqrt{3} \cdot \frac{5\pi}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6} = 1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$$

•

$$1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$$

So sánh thấy giá trị lớn nhất là

Mệnh đề đúng.

Kết luận: a) Sai; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

PHẦN III

Câu 1

Mỗi người quên 1 chữ số cuối, nên có 10 khả năng từ 0 đến 9.

Một người gọi đúng trong không quá 2 lần nghĩa là chữ số đúng xuất hiện trong 2 lần thử đầu tiên.

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Xác suất để một người thành công trong không quá 2 lần là _____.

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Xác suất để một người không thành công trong 2 lần đầu là

Hai người độc lập nhau, nên xác suất cả hai đều không thành công trong 2 lần đầu là

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

Vậy xác suất để ít nhất một trong hai người thành công là

$$\frac{9}{25}$$

Đáp án: .

Câu 2

x là số gộp thực phẩm loại X , y là số gộp thực phẩm loại Y .

Điều kiện dinh dưỡng:

$$20x + 20y \geq 240 \Rightarrow x + y \geq 12$$

- Canxi:

$$20x + 10y \geq 160 \Rightarrow 2x + y \geq 16$$

- Săt: .

$$B \quad 10x + 20y \geq 140 \Rightarrow x + 2y \geq 14$$

- Vitamin : .

$$0 \leq x \leq 12 \qquad 0 \leq y \leq 12$$

Lại có $\{, \{\backslash\text{text, } \}\}$.

Chi phí cần tối thiểu hóa là

$$C = 20000x + 25000y$$

Vì cả hai hệ số đều dương nên chi phí nhỏ nhất thường đạt khi tổng số gói nhỏ nhất có thể.

$$x + y \geq 12 \quad x + y = 12$$

Từ , ta thử xét .

Khi đó:

$$2x + y \geq 16 \Rightarrow 2x + (12 - x) \geq 16 \Rightarrow x \geq 4$$

• .

$$x + 2y \geq 14 \Rightarrow x + 2(12 - x) \geq 14 \Rightarrow x \leq 10$$

• .

$$x + y = 12 \quad 4 \leq x \leq 10$$

Vậy với , ta có .

Chi phí khi đó là

$$C = 20000x + 25000(12 - x) = 300000 - 5000x$$

$$C \quad x \quad x = 10 \quad y = 2$$

Muốn nhỏ nhất thì lớn nhất, nên chọn {, {\text{, }}} .

Vậy tổng số gói cần dùng là

$$x + y = 10 + 2 = 12$$

$$12 \quad 10 \quad X \quad 2 \quad Y$$

Đáp án: gói, trong đó gói loại và gói loại .

Câu 3

Ta đặt hệ trục tọa độ trong mặt phẳng đáy như sau:

$$A(0, 0, 0)$$

• ,

$$B(4a, 0, 0)$$

• .

$$ABCD \quad AB = AD = 4a \quad \angle BAD = 120^\circ$$

Vì là hình thoi, và , nên
 $D(4a \cos 120^\circ, 4a \sin 120^\circ, 0) = (-2a, 2\sqrt{3}a, 0)$

$$C = B + D = (2a, 2\sqrt{3}a, 0)$$

Suy ra

Tâm hình thoi là giao điểm hai đường chéo nên

$$O\left(\frac{0+2a}{2}, \frac{0+2\sqrt{3}a}{2}, 0\right) = (a, \sqrt{3}a, 0)$$

$$H \quad AO \quad H\left(\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}a}{2}, 0\right)$$

là trung điểm của nên

$$SH \perp (ABCD) \quad SH = a\sqrt{3} \quad S\left(\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}a}{2}, a\sqrt{3}\right)$$

Vì và nên

Các trung điểm:

$$M \quad CD$$

- là trung điểm nên

$$M\left(\frac{2a+(-2a)}{2}, \frac{2\sqrt{3}a+2\sqrt{3}a}{2}, 0\right) = (0, 2\sqrt{3}a, 0)$$

$$N \quad BC$$

- là trung điểm nên

$$N\left(\frac{4a+2a}{2}, \frac{0+2\sqrt{3}a}{2}, 0\right) = (3a, \sqrt{3}a, 0)$$

$$P \quad SA$$

- là trung điểm nên

$$P\left(\frac{a/2}{2}, \frac{\sqrt{3}a/2}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{a}{4}, \frac{\sqrt{3}a}{4}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

Bước 1: Vector chỉ phương

PN

Vector chỉ phương của là

$$\overrightarrow{PN} = N - P = \left(\frac{11a}{4}, \frac{3\sqrt{3}a}{4}, -\frac{\sqrt{3}a}{2} \right)$$

$$\overrightarrow{SM} = M - S = \left(-\frac{a}{2}, \frac{3\sqrt{3}a}{2}, -\sqrt{3}a \right)$$

SM

Vector chỉ phương của là

$$\overrightarrow{PS} = S - P = \left(\frac{a}{4}, \frac{\sqrt{3}a}{4}, \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)$$

Lấy thêm

Bước 2: Tính khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau

$$d = \frac{\left| \overrightarrow{PS} \cdot (\overrightarrow{PN} \times \overrightarrow{SM}) \right|}{\left| \overrightarrow{PN} \times \overrightarrow{SM} \right|}$$

PN SM

Khoảng cách giữa hai đường thẳng và là

$$\overrightarrow{PN} \times \overrightarrow{SM} = a^2 \left(0, 3\sqrt{3}, \frac{9\sqrt{3}}{2} \right)$$

Tính được

$$\left| \overrightarrow{PN} \times \overrightarrow{SM} \right| = a^2 \cdot \frac{3\sqrt{39}}{2}$$

Suy ra

$$\left| \overrightarrow{PS} \cdot (\overrightarrow{PN} \times \overrightarrow{SM}) \right| = 9a^3$$

Mặt khác,

$$d = \frac{9a^3}{a^2 \cdot \frac{3\sqrt{39}}{2}} = \frac{6a}{\sqrt{39}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$$

Do đó

$$\frac{2a\sqrt{m}}{n} \quad m = 39, n = 13$$

So sánh với dạng , ta có

$$m - n = 39 - 13 = 26$$

Vậy

26

Đáp án:

Câu 4

Ta xét hình bể bơi gồm:

- Hình chữ nhật dài 25 m, rộng 15,5 m.

- Phía trên đoạn CD là nửa đường tròn đường kính 10 m nên bán kính là 5 m.

Đặt hệ trục tọa độ trong mặt phẳng ngang:

$$C(0, 15, 5) \quad D(10, 15, 5) \quad A(25, 0)$$

• , • , •

$$I(5, 15, 5)$$

Khi đó tâm nửa đường tròn là

AC

Bước 1: Độ dài cố định

Ta có

$$AC = \sqrt{25^2 + 15,5^2} = \sqrt{625 + 240,25} = \sqrt{865,25}$$

M

Bước 2: Gọi vị trí trên cung bán nguyệt

Gọi θ là số đo góc ở tâm chắn cung MD , với $0 \leq \theta \leq \pi$.

Khi đó:

- Độ dài cung MD là 5θ .

CM $\pi - \theta$

- Dây ứng với góc ở tâm , nên

$$CM = 2 \cdot 5 \sin \frac{\pi - \theta}{2} = 10 \cos \frac{\theta}{2}$$

.

M A D

Quãng đường đi bộ từ về qua dọc bờ là:

MD 5θ

- cung : ,

D

$$25 - 10 = 15$$

- đoạn từ đến góc phải trên của hình chữ nhật: ,

A $15,5$

- đoạn thẳng đứng xuống : .

$$5\theta + 30,5$$

Vậy quãng đường đi bộ là .

Bước 3: Lập biểu thức thời gian

$$2,4 = 40$$

Vận tốc bơi: km/h m/phút.

$$4,8 = 80$$

Vận tốc đi bộ: km/h m/phút.

Thời gian toàn chu trình là

$$T = \frac{AC + CM}{40} + \frac{5\theta + 30,5}{80}$$

.

$$T = \frac{AC}{40} + \frac{30,5}{80} + \frac{2CM + 5\theta}{80}$$

Suy ra .

$$CM = 10 \cos \frac{\theta}{2}$$

Thay , ta được

$$T = \text{hàng số} + \frac{20 \cos \frac{\theta}{2} + 5\theta}{80}$$

.

Vậy cần tìm giá trị lớn nhất của

$$f(\theta) = 20 \cos \frac{\theta}{2} + 5\theta, 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$f'(\theta) = -10 \sin \frac{\theta}{2} + 5$$

Ta có

$$f'(\theta) = 0$$

Cho :

$$-10 \sin \frac{\theta}{2} + 5 = 0 \Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$f(\theta)$$

Khi đó đạt cực đại.

Bước 4: Tính thời gian lớn nhất

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

Khi thì

$$CM = 10 \cos \frac{\pi}{6} = 5\sqrt{3}$$

•

$$MD = 5 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

• cùng

$$T_{\max} = \frac{AC + 5\sqrt{3}}{40} + \frac{\frac{5\pi}{3} + 30,5}{80}$$

Suy ra

$$AC = \sqrt{865,25} \approx 29,415$$

Thay , được

$$T_{\max} \approx 1,3986$$

phút.

1,4

Làm tròn đến hàng phần mười: phút.

1,4

Đáp án: phút.

Câu 5

$$M(1000; 600; 14)$$

N

$$Q(1400; 800; 16)$$

Máy bay đi từ đến trong 30 phút. Nếu đi tiếp 10 phút nữa thì đến .

M Q

Vì vận tốc không đổi nên trong 40 phút máy bay đi từ đến .

$$\overrightarrow{MQ} = (400; 200; 2)$$

Do đó .

$$\frac{30}{40} \overrightarrow{MQ} = \frac{3}{4} (400; 200; 2) = (300; 150; 1,5)$$

Trong 30 phút, máy bay đi được .

$$N = M + \frac{3}{4} \overrightarrow{MQ} = (1300; 750; 15,5)$$

Vậy .

$$\overrightarrow{NQ} = Q - N = (100; 50; 0,5)$$

Ta có .

$$E(100; 150; 9,5)$$

Khẩu pháo đặt tại .

$$\overrightarrow{EN} = N - E = (1200; 600; 6)$$

Khi đó .

$$\overrightarrow{EN} = 12 \overrightarrow{NQ}$$

Nhận thấy .

$$\overrightarrow{EN} = 12 \overrightarrow{NQ}$$

Nghĩa là độ dài gấp lần độ dài .

NQ

Trong 10 phút, máy bay đi được quãng đường .

$$\overrightarrow{NQ} = 2$$

Pháo có vận tốc gấp 5 lần máy bay nên để đi quãng đường bằng , pháo chỉ mất phút.

$$EN = 12NQ$$

Do nên đạn pháo đi từ đến mất
 $12 \cdot 2 = 24$
 phút.

Máy bay đến sau 30 phút kể từ lúc xuất phát từ .

$$30 - 24 = 6$$

Vậy pháo phải bắn sau phút.

6

Đáp án: Sau phút.

Câu 6

x

Gọi là giá vé, đơn vị nghìn đồng.

$$x = 100 \quad 24000$$

Khi thì có khán giả.

10

3000

x

Mỗi khi giảm nghìn đồng thì tăng khán giả, nên số khán giả là hàm bậc nhất theo :

$$n(x) = 24000 + 3000 \cdot \frac{100 - x}{10} = 24000 + 300(100 - x) = 54000 - 300x$$

Doanh thu là

$$R(x) = x \cdot n(x) = x(54000 - 300x) = -300x^2 + 54000x$$

Đây là parabol quay xuống, nên đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh:

$$x = \frac{-54000}{2 \cdot (-300)} = 90$$

90

Vậy giá vé nên đặt là nghìn đồng.

Kiểm tra số khán giả khi đó:

$$n(90) = 54000 - 300 \cdot 90 = 27000 \quad 60000$$

, nhỏ hơn sức chứa , nên phù hợp.

90

Đáp án: nghìn đồng.