

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.
- B. Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$ là một đường tròn lượng giác.
- C. Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.
- D. Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 4.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 3: Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SA, SC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt AC tại E .

Điểm E **không thuộc** mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. (ABC) .
- B. (SAC) .
- C. (BMN) .
- D. (SBC) .

Câu 4: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C. Đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$ thì $a \parallel b$.
- D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Câu 5: Giải phương trình $2 \cos x = -1$ được nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- B. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- D. $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $1; -3; -6; -9; -12$.
- B. $1; -3; -7; -11; -15$.
- C. $1; -3; -5; -7; -9$.
- D. $1; -2; -4; -6; -8$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 5$. Số 19 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

- A. 12. B. 19. C. 5. D. 7.

Câu 8: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2n + 1$, $v_n = \frac{1}{1-n}$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n)$ bằng

- A. 0. B. 2. C. -2. D. $+\infty$.

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số học sinh	7	13	9	18	22	6

Nhóm chứa trung vị là

- A. [30;40) B. [10;20) C. [20;30) D. [40;50)

Câu 10: Lượng nước tiêu thụ trong một tháng của các hộ gia đình trong một khu chung cư được ghi lại như sau:

Lượng nước (m^3)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)	[100;120)
Số hộ gia đình	6	12	10	7	4	2

Giá trị đại diện của nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là.

- A. 30. B. 40 C. 50. D. 60.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $OM \parallel (ABCD)$ B. $OM \parallel (SBD)$ C. $OM \parallel (SAC)$ D. $OM \parallel (SAD)$

Câu 12: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{3+2x}{x+3}$.

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\infty$ C. $+\infty$ D. $\frac{7}{4}$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho cấp số cộng có $u_1 = 5$, $d = 2$.

a) $u_6 = 15$.

b) Số hạng tổng quát thứ n của cấp số cộng là $u_n = 2n + 3$.

c) Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$.

d) Tổng $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 310$.

Câu 14: Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$
Số trường	4	19	6	2	3	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) Số liệu đã cho cho có 35 mẫu số liệu.

b) Số trung vị của mẫu số liệu là $M_c = 12$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu đã cho là 28 .

d) Ngưỡng điểm đề đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trên $35,42$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi N là trung điểm của cạnh SC .

Lấy điểm M đối xứng với B qua A , OM cắt AD tại K . Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD) . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $MD // AC$.

b) Đường ON và SA cắt nhau.

c) $GK // ON$.

d) Tỉ số $\frac{GM}{GN} = 3$.

Câu 16: Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 3) = 9$.

b) Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} (3f(x) - 5g(x)) = -13$.

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4} = 1$.

d) Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - ax + 4}{x^2 - 3x + 2} = b$ (với $a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó $a^2 + b^2 = 40$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Một bánh xe của người đi xe ô tô quay được 1 vòng trong 0.1 giây. Hỏi trong thời gian đó, bánh xe quay được góc có số đo (rad) là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 18: Một người xếp chồng những khúc gỗ có kích thước như nhau thành 10 hàng. Sau khi xếp xong người đó nhận thấy mỗi hàng nằm liền phía trên thì ít hơn hàng dưới 1 khúc gỗ và hàng trên cùng có 1 khúc gỗ. Hỏi người đó có tổng cộng bao nhiêu khúc gỗ?

Câu 19: Thống kê tiền điện tháng 9/2024 của các hộ gia đình xóm Chùa cho bởi bảng số liệu sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[350;400)	[400;450)	[450;500)	[500;550)	[550;600)
Số hộ gia đình	6	14	21	17	2

Tính tiền điện trung bình của các hộ gia đình trong xóm Chùa (kết quả làm tròn đến nghìn đồng)

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD và M là điểm trên cạnh SB sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$. Gọi N là giao điểm của MD và mặt phẳng (SIK) .

Tính tỉ số $\frac{ND}{NM}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Một cái hồ chứa 600 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút. Nồng độ muối trong hồ dần về bao nhiêu gam/lít khi t dần về dương vô cùng?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng giác"?

- A.** Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.
- B.** Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$ là một đường tròn lượng giác.
- C.** Mỗi đường tròn có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.
- D.** Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

Lời giải

Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R = 1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Hai đường thẳng trong không gian có 4 VTTD: trùng nhau, cắt nhau, song song, chéo nhau.

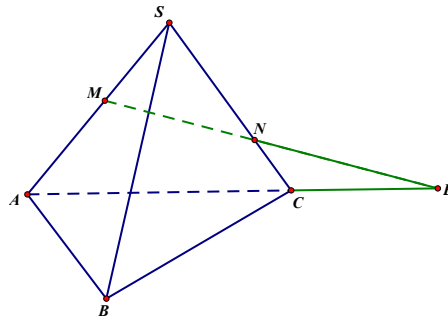
Vì hai đường thẳng phân biệt nên hai đường thẳng có 3 VTTD: cắt nhau, song song, chéo nhau.

Câu 3: Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SA, SC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt AC tại E .

Điểm E **không thuộc** mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. (ABC) . B. (SAC) . C. (BMN) . D. (SBC) .

Lời giải



Do $E \in AC \Rightarrow E \in (SAC)$ và $E \in (ABC)$.

Do $E \in MN \Rightarrow E \in (BMN)$.

Câu 4: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
 B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
 C. Đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$ thì $a \parallel b$.
 D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Lời giải

Đáp án C sai vì nếu $(P) \parallel (Q)$ và đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$ thì a và b có thể chéo nhau.

Câu 5: Giải phương trình $2 \cos x = -1$ được nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Ta có $2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 6: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $1; -3; -6; -9; -12$ B. $1; -3; -7; -11; -15$ C. $1; -3; -5; -7; -9$ D. $1; -2; -4; -6; -8$

Lời giải

Ta có dãy số $1; -3; -7; -11; -15$ là một cấp số cộng có công sai $d = -4$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 5$. Số 19 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

A. 12. B. 19. C. 5. D. 7.

Lời giải

Ta có $u_n = 19 \Leftrightarrow 2n + 5 = 19 \Leftrightarrow 2n = 14 \Leftrightarrow n = 7$

Vậy 19 là số hạng thứ 7 của dãy số đã cho.

Câu 8: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2n + 1$, $v_n = \frac{1}{1-n}$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n)$ bằng

A. 0. B. 2. C. -2. D. $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $u_n v_n = (2n + 1) \cdot \frac{1}{1-n} = \frac{2n+1}{1-n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{1-n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{\frac{1}{n} - 1} = -2$

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số học sinh	7	13	9	18	22	6

Nhóm chứa trung vị là

A. [30;40) B. [10;20) C. [20;30) D. [40;50)

Cỡ mẫu của bảng số liệu này là $n = 75$, nên nhóm chứa trung vị là nhóm chứa giá trị thứ 38, suy ra đó là nhóm $[30; 40)$

Câu 10: Lượng nước tiêu thụ trong một tháng của các hộ gia đình trong một khu chung cư được ghi lại như sau:

Lượng nước (m^3)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)	[100;120)
Số hộ gia đình	6	12	10	7	4	2

Giá trị đại diện của nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là.

A. 30.

B. 40

C. 50.

D. 60.

Lời giải

Vì nhóm chứa một của mẫu số liệu là nhóm $[20; 40)$ nên giá trị đại diện của nhóm này là 30.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

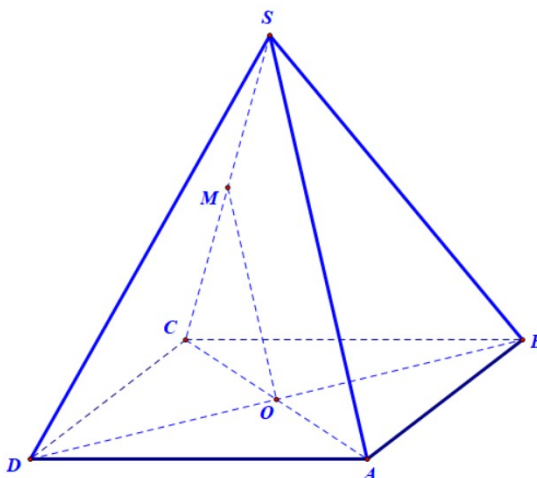
A. $OM \parallel (ABCD)$.

B. $OM \parallel (SBD)$.

C. $OM \parallel (SAC)$.

D. $OM \parallel (SAD)$.

Lời giải



Ta có OM là đường trung bình tam giác SAC nên $OM \parallel SA$, mà $SA \subset (SAD)$ và $OM \not\subset (SAD)$ suy ra $OM \parallel (SAD)$.

Câu 12: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{3+2x}{x+3}$.

A. $-\frac{1}{4}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (3 + 2x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} (x + 3) = 0$ và $x + 3 > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{3 + 2x}{x + 3} = -\infty$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho cấp số cộng có $u_1 = 5$, $d = 2$.

a) $u_6 = 15$.

b) Số hạng tổng quát thứ n của cấp số cộng là $u_n = 2n + 3$.

c) Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$.

d) Tổng $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 310$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát thứ n của cấp số cộng ta có:

$$u_6 = u_1 + 5d = 5 + 5.2 = 15$$

b) Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát thứ n của cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1).2 = 2n + 3$$

c) Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng ta có:

$$S_n = nu_1 + \frac{(n-1)n}{2}d = 5n + \frac{(n-1)n}{2}.2 = n^2 + 4n$$

d) Ta viết lại $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = (u_1 + u_2 + \dots + u_{20}) - (u_1 + u_2 + \dots + u_9)$

$$= S_{20} - S_9 = 480 - 117 = 363$$

Câu 14: Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$
Số trường	4	19	6	2	3	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) Số liệu đã cho cho có 35 mẫu số liệu.
- b) Số trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 12$.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu đã cho là 28 .
- d) Ngưỡng điểm để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trên $35,42$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có cỡ mẫu $n = 4 + 19 + 6 + 2 + 3 + 1 = 35$. Vậy đáp án a) đúng.

b) Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó, trung vị là x_{18} . Do x_{18} thuộc nhóm $[20; 30)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra $p = 2$, $a_2 = 20$, $a_3 = 30$, $m_2 = 19$, $m_1 = 4$, $a_3 - a_2 = 10$.

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

$$= 20 + \frac{\frac{35}{2} - 4}{19} \cdot 10 = \frac{515}{19} \approx 27,1$$

Vậy đáp án b) sai.

c) Số trung bình của mẫu số liệu là $\bar{x} = \frac{15 \times 4 + 25 \times 19 + 35 \times 6 + 45 \times 2 + 55 \times 3 + 65}{35} = \frac{213}{7} \approx 30,4$.

Vậy đáp án c) sai.

d) Điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là tứ phân vị thứ ba.

Cỡ mẫu $n = 35$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{27} mà x_{27} thuộc nhóm $[30;40)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó,

$$p = 3, a_3 = 30, m_3 = 6, m_1 + m_2 = 4 + 19 = 23, a_4 - a_3 = 10 \quad \text{và ta có:} \quad Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \times 35}{4} - 23}{6} \times 10 = 35,42$$

Vậy để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam ta lấy các trường có điểm chuẩn hóa trên 35.42.

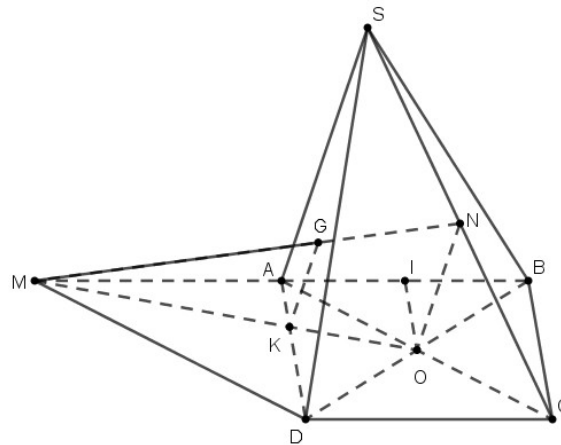
Vậy đáp án d) đúng.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A , OM cắt AD tại K . Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD) . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

- a) $MD \parallel AC$.
- b) Đường ON và SA cắt nhau.
- c) $GK \parallel ON$.
- d) Tỉ số $\frac{GM}{GN} = 3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) Xét tứ giác $AMDC$ có $\begin{cases} AM \parallel DC \\ AM = DC (= AB) \end{cases}$. Suy ra tứ giác $AMDC$ là hình bình hành. Nên $MD \parallel AC$. Vậy khẳng định a) đúng.

b) Vì O là trung điểm AC , N là trung điểm SC nên $ON \parallel SA$ (tính chất đường trung bình).

Vậy khẳng định b sai.

$$\text{c) } \begin{cases} ON \parallel SA \\ ON \subset (OMN) \\ SA \subset (SAD) \\ (OMN) \cap (SAD) = GK \end{cases} \Rightarrow GK \parallel ON \parallel SA$$

Vậy khẳng định c đúng.

d) Áp dụng định lí Talet cho $GK \parallel ON$, ta có:

$$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO} \quad (1)$$

Gọi I là trung điểm của AB , vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI \parallel AD$, vậy theo định lí Talet:

$$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có $\frac{GM}{GN} = 2$.

Vậy khẳng định d sai.

Câu 16: Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 3) = 9$.

b) Biết rằng $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} (3f(x) - 5g(x)) = -13$.

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4} = 1$.

d) Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - ax + 4}{x^2 - 3x + 2} = b$ (với $a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó $a^2 + b^2 = 40$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - x + 3) = 3^2 - 3 + 3 = 9$

b) Sai.

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1} (3f(x) - 5g(x)) = 3 \cdot 2 - 5 \cdot 4 = -14$$

c) Sai.

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x+1-9}{(x-2)(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{(x+2)(\sqrt{4x+1}+3)} = \frac{1}{6}$$

d) Đúng.

Xét thấy $x = 2$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ (mẫu số) nên $x = 2$ cũng là một nghiệm của phương trình $2x^2 - ax + 4 = 0$ (tử số) $\Rightarrow a = 6$. Khi đó:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - ax + 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 - 3x + 2} = 2$$

$$\text{Vậy } a = 6; b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 36 + 4 = 40$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Một bánh xe của người đi xe ô tô quay được 1 vòng trong 0.1 giây. Hỏi trong thời gian đó, bánh xe quay được góc có số đo (rad) là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 6,28

Số đo góc quay của 1 vòng là 2π .

Câu 18: Một người xếp chồng những khúc gỗ có kích thước như nhau thành 10 hàng. Sau khi xếp xong người đó nhận thấy mỗi hàng nằm liền phía trên thì ít hơn hàng dưới 1 khúc gỗ và hàng trên cùng có 1 khúc gỗ. Hỏi người đó có tổng cộng bao nhiêu khúc gỗ?

Lời giải

Đáp án: 55

Mỗi hàng liền phía trên ít hơn hàng dưới 1 khúc gỗ và hàng trên cùng có 1 khúc gỗ nên ta có đây là tổng của một cấp số cộng có: $u_1 = 1; d = 1; n = 10$. Khi đó, tổng số khúc gỗ là:

$$S_{10} = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} = \frac{10(2 \cdot 1 + (10-1)1)}{2} = 55 \text{ (khúc gỗ).}$$

Câu 19: Thống kê tiền điện tháng 9/2024 của các hộ gia đình xóm Chùa cho bởi bảng số liệu sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[350;400)	[400;450)	[450;500)	[500;550)	[550;600)
Số hộ gia đình	6	14	21	17	2

Tính tiền điện trung bình của các hộ gia đình trong xóm Chùa (kết quả làm tròn đến nghìn đồng)

Lời giải

Đáp án: 471.

Ta có giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là: 375; 425; 475; 525; 575

Trung bình cộng của bảng số liệu trên là:
$$\frac{375 \times 6 + 425 \times 14 + 475 \times 21 + 525 \times 17 + 575 \times 2}{60}$$

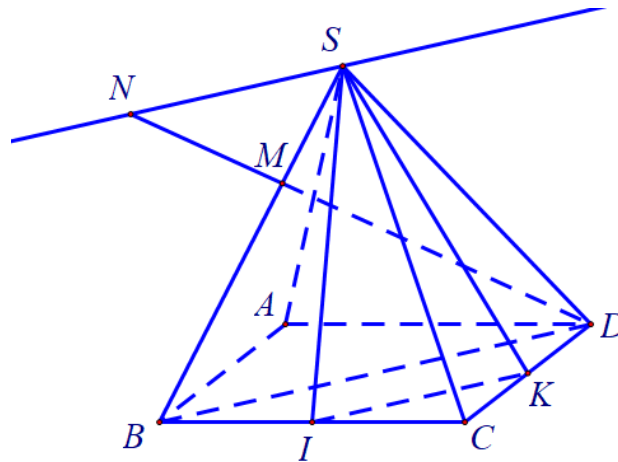
$= 470,8(3) \approx 471$ (nghìn đồng).

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD và M là điểm trên cạnh SB sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$. Gọi N là giao điểm của MD và mặt phẳng (SIK) .

Tính tỉ số $\frac{ND}{NM}$.

Lời giải

Đáp án: 3.



Ta có M là điểm trên cạnh SB , $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$ nên $\frac{MB}{MS} = 2$.

$IK \parallel BD$ nên $IK \parallel (SBD)$ suy ra $(SBD) \cap (SIK) = Sx$, $Sx \parallel IK \parallel BD$.

Trong (SBD) , $DM \cap Sx = N$. N chính là giao điểm của DM và (SIK) .

Trong (SBD) , có $Sx // BD$ nên hai tam giác $\triangle SMN$ và $\triangle BMD$ đồng dạng.

Do đó $\frac{MD}{MN} = 2 \Rightarrow \frac{ND}{NM} = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Đáp án: 3.

Phân giải chi tiết

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$.

Ta có
$$\begin{cases} f(2) = m \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3. \end{cases}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 22: Một cái hồ chứa 600 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút. Nồng độ muối trong hồ dần về bao nhiêu gam/lít khi t dần về dương vô cùng?

Lời giải

Đáp án: 30.

Sau t phút bơm nước vào hồ thì lượng nước là $600 + 15t$ (lít) và lượng muối có được là $30 \cdot 15t$ (gam).

$$C(t) = \frac{30 \cdot 15t}{600 + 15t} = \frac{30t}{40 + t}$$

Nồng độ muối của nước là (gam/lít).

Khi t dần về dương vô cùng, ta có

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{40 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{t \left(\frac{40}{t} + 1 \right)} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{40}{t} + 1} = 30 \text{ (gam/lít)}.$$

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Mẫu số liệu trên có bao nhiêu nhóm

A. 7

B. 6

C. 5

D. 8

Câu 2: Giải phương trình $\cot x = -1$

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.

$x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ C.

$x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 3: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2+2n+3}$. Giá trị u_{21} là

A. $\frac{11}{243}$

B. $\frac{10}{243}$

C. $\frac{21}{443}$

D. $\frac{19}{443}$

Câu 4: Giá trị đại diện của nhóm $[60; 80)$ là

A. 40

B. 70

C. 60

D. 30

Câu 5: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

A. 2; 5; 8; 11; 14...

B. 2; 4; 8; 10; 14... C. 1; 2; 3; 4; 5; 6...

D. 15; 10; 5; 0; -5; ...

Câu 6: Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5

B. 1; 3; 6; 9; 12

C. 2; 4; 6; 8; 10

D. 2; 2; 2; 2; 2

Câu 7: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

A. Ba điểm phân biệt.

B. Một điểm và một đường thẳng. C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau. C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Câu 9: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b và a là hai đường thẳng:

A. Cắt nhau.

B. Trùng nhau.

C. Chéo nhau.

D. Song song với nhau.

Câu 10: Trong không gian cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song. Số giao điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Câu 11: Giới hạn $\lim(n^3 - 2023n + 2024)$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $-\infty$.D. $+\infty$.

Câu 12: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$

A. $L = -\infty$ B. $L = 0$ C. $L = +\infty$ D. $L = 1$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*), vậy:

a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) MP không song song RT .

b) MQ song song RT .

c) MN song song RT .

d) PQ song song RT .

Câu 15: Tính được các giới hạn sau, khi đó:

a) $\lim(\sqrt{3})^n = -\infty$

b) $\lim \pi^n = 0$

$$\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$$

c)

$$\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = -\infty$$

d)

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số . Khi đó:

a) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$.

c) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

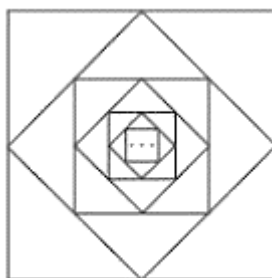
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Khi đó $\overline{IA} = k \overline{IM}$. Tìm giá trị của k^3 .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} & \text{khi } x \neq -1 \\ 2a+4 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

Câu 18: Cho hàm số

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a \in (0; 2025)$ để hàm số gián đoạn tại $x = 1$

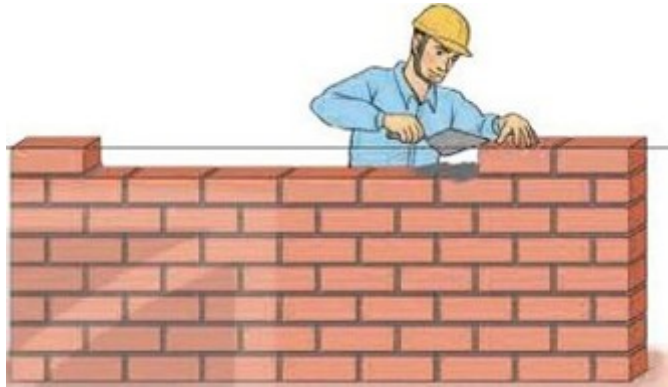
Câu 19: Từ hình vuông đầu tiên có cạnh bằng 1 (đơn vị độ dài), nối các trung điểm của bốn cạnh để có hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh của hình vuông thứ hai để được hình vuông thứ ba. Cứ tiếp tục làm như thế, nhận được một dãy hình vuông (xem Hình 5).



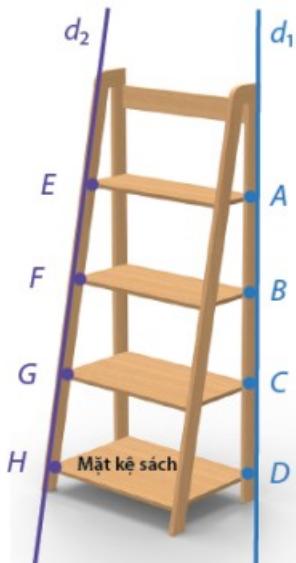
Hình 5

Kí hiệu p_n là chu vi của hình vuông thứ n và Q_n là tổng chu vi của n hình vuông đầu tiên. Viết công thức tính p_n và Q_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) và tìm lim Q_n (giới hạn này nếu có được gọi là tổng chu vi của các hình vuông).

Câu 20: Khi xây tường gạch, người thợ thường bắt đầu với Việc xây các Viên gạch dẫn, sau đó căng dây nhợ dọc theo cạnh của các Viên gạch dẫn đó để làm chuẩn rồi mới xây các Viên gạch tiếp theo (xem hình vẽ tham khảo). Nếu người thợ xây viên gạch dẫn ở một đầu tường có chiều cao cách mặt đất $a(m)$ và căng một đầu dây nhợ vào cạnh của Viên gạch thì cần điều chỉnh dây nhợ ở đầu còn lại với chiều cao $3b(m)$. Tính giá trị $\frac{2024a + 3b}{a}$ để sợi dây nhợ luôn song song với mặt đất.



Câu 21: Hình ảnh dưới đây là kệ sách gỗ có 4 mặt kệ với thanh gỗ đứng và thanh gỗ xiên. Giá đỡ các mặt kệ xuất hiện ở các vị trí A, B, C, D và E, F, G, H . Biết $EF = 35$ cm và A, B, C, D cách đều nhau và các mặt kệ song song với mặt đất. Tính độ dài đoạn HE .



Câu 22: Một hãng taxi đưa ra giá cước $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như

$$T(x) = \begin{cases} 10000 + a & \text{khi } 0 < x \leq 0,7 \\ 11000 + 15100 \cdot (x - 0,7) & \text{khi } 0,7 < x \leq 30 \\ 453430 + 12000 \cdot (x - 30) & \text{khi } x > 30 \end{cases}$$

sau: . Tìm a để hàm số $T(x)$ liên tục tại $x = 0,7$.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Mẫu số liệu trên có bao nhiêu nhóm

A. 7

B. 6

C. 5

D. 8

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Giải phương trình $\cot x = -1$

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.

$x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **C.**

$x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn A

$$\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

Câu 3: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2 + 2n + 3}$. Giá trị u_{21} là

A. $\frac{11}{243}$.

B. $\frac{10}{243}$.

C. $\frac{21}{443}$.

D. $\frac{19}{443}$.

Lời giải

Chọn B

$$u_{21} = \frac{21-1}{21^2 + 2 \cdot 21 + 3} = \frac{10}{243}$$

Ta có:

Câu 4: Giá trị đại diện của nhóm $[60; 80)$ là

A. 40.

B. 70.

C. 60.

D. 30.

Chọn B

Ta có giá trị đại diện là $\frac{60+80}{2} = 70$.

Câu 5: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

- A. 2; 5; 8; 11; 14... B. 2; 4; 8; 10; 14... C. 1; 2; 3; 4; 5; 6... D. 15; 10; 5; 0; -5; ...

Lời giải

Chọn B

Chỉ cần tồn tại hai cặp số hạng liên tiếp của dãy số có hiệu khác nhau: $u_{m+1} - u_m \neq u_{k+1} - u_k$ thì kết luận ngay dãy số đó không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án A: $2; 5; 8; 11; 14... \quad \frac{3}{4} \quad 3 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$ loại A

Xét đáp án B: $2; 4; 8; 10; 14... \quad \frac{3}{4} \quad 2 = u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2 = 4 \quad \frac{3}{4}$ Chọn B

Xét đáp án C: $1; 2; 3; 4; 5; 6... \quad \frac{3}{4} \quad 1 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$ Loại C

Xét đáp án D: $15; 10; 5; 0; -5; ... \quad \frac{3}{4} \quad -5 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$ loại D

Câu 6: Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5 B. 1; 3; 6; 9; 12 C. 2; 4; 6; 8; 10 D. 2; 2; 2; 2; 2

Lời giải

Chọn D

Ta thấy ở dãy số $2; 2; 2; 2; 2$ có $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = 2$ nên đây là cấp số nhân với công bội $q = 1$.

Câu 7: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt.
B. Một điểm và một đường thẳng. C. Hai đường thẳng cắt nhau.
D. Bốn điểm phân biệt.

Lời giải

Chọn C

A sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm thẳng hàng đã cho.

B sai. Trong trường hợp điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ra chỉ có 1 đường thẳng, có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.

D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm không đồng phẳng thì sẽ không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- B.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- C.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- D.** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung

Câu 9: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b và a là hai đường thẳng:

- A.** Cắt nhau.
- B.** Trùng nhau.
- C.** Chéo nhau.
- D.** Song song với nhau.

Lời giải

Chọn D

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a .

Câu 10: Trong không gian cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song. Số giao điểm chung của hai mặt phẳng (P) và (Q) là

- A.** 1.
- B.** 0.
- C.** Vô số.
- D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa hai mặt phẳng song song

Câu 11: Giới hạn $\lim(n^3 - 2023n + 2024)$ bằng

- A.** 0.
- B.** 1.
- C.** $-\infty$.
- D.** $+\infty$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim(n^3 - 2023n + 2024) = \lim n^3 \left(1 - \frac{2023}{n^2} + \frac{2024}{n^3}\right) = +\infty$$

Ta có:

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim(n^3) = +\infty \\ \lim\left(1 - \frac{2023}{n^2} + \frac{2024}{n^3}\right) = 1 > 0 \end{cases}$$

Câu 12: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$

A. $L = -\infty$

B. $L = 0$

C. $L = +\infty$

D. $L = 1$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{3-3}{3+3} = 0$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*), vậy:

a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vì } x \in (0; \pi) \text{ nên } x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}.$$

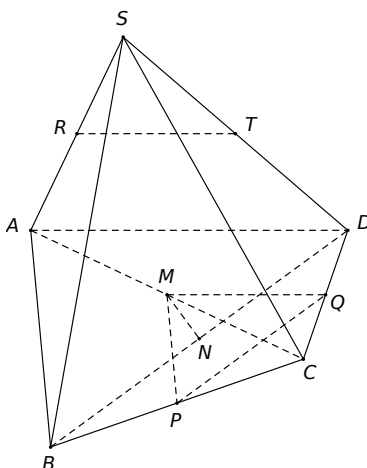
Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) MP không song song RT .
- b) MQ song song RT .
- c) MN song song RT .
- d) PQ song song RT .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của AC, CD

↳ MQ là đường trung bình của tam giác CAD (1)

Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của SA, SD

↳ RT là đường trung bình của tam giác SAD (2)

(1),(2) $MQPRT$.
 Từ suy ra: .

Câu 15: Tính được các giới hạn sau, khi đó:

a) $\lim(\sqrt{3})^n = -\infty$

b) $\lim \pi^n = 0$

c) $\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$

d) $\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = -\infty$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) $\lim(\sqrt{3})^n = +\infty$ do $\sqrt{3} > 1$

b) $\lim \pi^n = +\infty$ do $\pi > 1$

c) $\lim(n^3 + 2n^2 - 4) = \lim n^3 \cdot \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = +\infty$

Vì
$$\begin{cases} \lim n^3 = +\infty \\ \lim \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = 1 > 0 \end{cases}$$

d) $\lim(-n^4 + 5n^3 - 4n) = \lim n^4 \cdot \left(-1 + \frac{5}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = -\infty$

Vì
$$\begin{cases} \lim n^4 = +\infty \\ \lim \left(-1 + \frac{5}{n} - \frac{4}{n^3}\right) = -1 < 0 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Khi đó:

a) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$

c) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$$

a) Ta có: Giới hạn

b) Xét dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n < -1$ và $x_n \rightarrow -1$, ta có: $f(x_n) = x_n - 2$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x_n) = -1 - 2 = -3$$

Khi đó:

c) Xét dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n > -1$ và $x_n \rightarrow -1$, ta có: $f(x_n) = \sqrt{x_n^2 + 1}$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x_n) = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{2}$$

Khi đó:

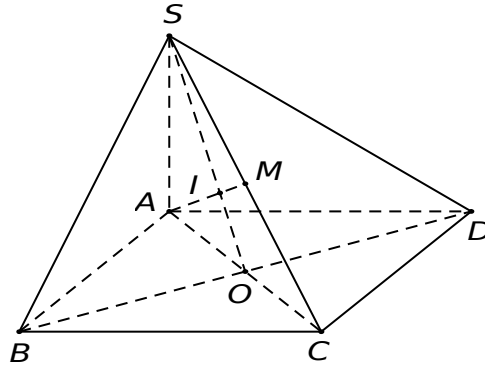
d) Vì $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ (hay $-3 \neq \sqrt{2}$) nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Khi đó $\overrightarrow{IA} = k \overrightarrow{IM}$. Tìm giá trị của k^3 .

Lời giải

Đáp án: -8 .



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm của AC .

Nối AM cắt SO tại I mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $I = AM \cap (SBD)$.

Tam giác SAC có M, O lần lượt là trung điểm của SC, AC .

Mà $I = AM \cap SO$ suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AM \Leftrightarrow IA = 2IM$.

Điểm I nằm giữa A và M suy ra $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{MI} = -2\overrightarrow{IM}$.

Do đó $k = -2 \Rightarrow k^3 = -8$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ 2a + 4 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

Câu 18: Cho hàm số

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $a \in (0; 2025)$ để hàm số gián đoạn tại $x = 1$

Lời giải

Trả lời: 2024

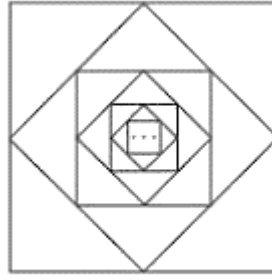
TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $f(-1) = 2a + 4$; $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 3) = -4$

Để hàm số gián đoạn tại $x = -1$ thì $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq f(-1) \Leftrightarrow 2a + 4 \neq -4 \Leftrightarrow a \neq -4$

Vậy có 2024 giá trị nguyên của $a \in (0; 2025)$ để hàm số gián đoạn tại $x = 1$

Câu 19: Từ hình vuông đầu tiên có cạnh bằng 1 (đơn vị độ dài), nối các trung điểm của bốn cạnh để có hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh của hình vuông thứ hai để được hình vuông thứ ba. Cứ tiếp tục làm như thế, nhận được một dãy hình vuông (xem Hình 5).



Hình 5

Kí hiệu p_n là chu vi của hình vuông thứ n và Q_n là tổng chu vi của n hình vuông đầu tiên. Viết công thức tính p_n và Q_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) và tìm lim Q_n (giới hạn này nếu có được gọi là tổng chu vi của các hình vuông).

Lời giải

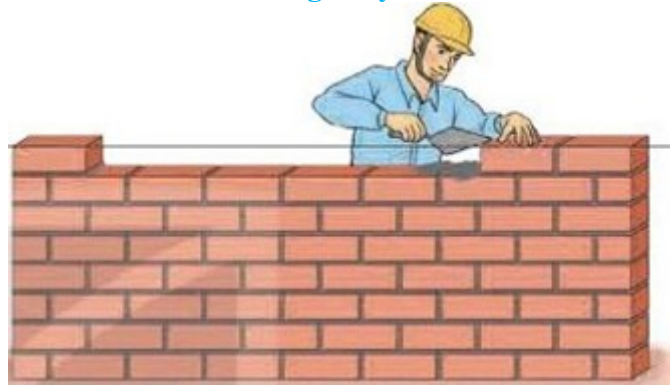
Trả lời: 13,66

$$p_n = 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}}$$

$$Q_n = 4 + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^2} + \dots + 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}} = 4 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \approx 13,66$$

Câu 20: Khi xây tường gạch, người thợ thường bắt đầu với Việc xây các Viên gạch dẫn, sau đó căng dây nhợ dọc theo cạnh của các Viên gạch dẫn đó để làm chuẩn rồi mới xây các Viên gạch tiếp theo (xem hình vẽ tham khảo). Nếu người thợ xây viên gạch dẫn ở một đầu tường có chiều cao cách mặt đất $a(m)$ và căng một đầu dây nhợ vào cạnh của Viên gạch thì cần điều chỉnh dây nhợ ở đầu còn lại với chiều cao

$3b(m)$. Tính giá trị $\frac{2024a + 3b}{a}$ để sợi dây nhợ luôn song song với mặt đất.



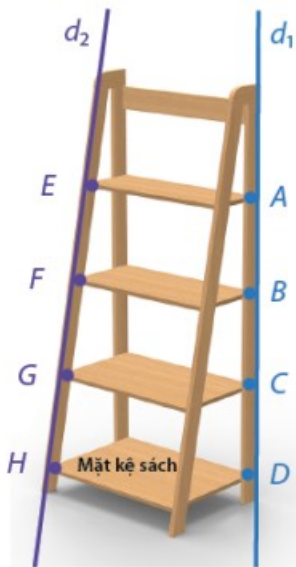
Đáp án: 2025

Lời giải

Để sợi dây nhợ luôn song song với mặt đất thì ta có $a = 3b$.

$$\text{Khi đó } \frac{2024a + 3b}{a} = \frac{2024a + a}{a} = 2025.$$

Câu 21: Hình ảnh dưới đây là kệ sách gỗ có 4 mặt kệ với thanh gỗ đứng và thanh gỗ xiên. Giá đỡ các mặt kệ xuất hiện ở các vị trí A, B, C, D và E, F, G, H . Biết $EF = 35$ cm và A, B, C, D cách đều nhau và các mặt kệ song song với mặt đất. Tính độ dài đoạn HE .



Lời giải

Trả lời: 105

Áp dụng định lý Thales trong không gian, do A, B, C, D cách đều nhau nên E, F, G, H cũng cách đều nhau.

Ta có $EF = FG = GH = 35$ cm nên $HE = 3 \cdot 35 = 105$ cm.

Câu 22: Một hãng taxi đưa ra giá cước $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như

$$T(x) = \begin{cases} 10000 + a & \text{khi } 0 < x \leq 0,7 \\ 11000 + 15100 \cdot (x - 0,7) & \text{khi } 0,7 < x \leq 30 \\ 453430 + 12000 \cdot (x - 30) & \text{khi } x > 30 \end{cases}$$

sau: . Tìm a để hàm số $T(x)$ liên tục tại $x = 0,7$.

Lời giải

Trả lời: 1000

Tại $x = 0,7$ ta có: $T(0,7) = 10000 + a$.

$$\lim_{x \rightarrow 0,7^-} T(x) = \lim_{x \rightarrow 0,7^-} 10000 + a = 10000 + a \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow 0,7^+} T(x) = \lim_{x \rightarrow 0,7^+} (11000 + 15100(x - 0,7)) = 11000$$

Hàm số liên tục tại $x = 0,7$ thì $\lim_{x \rightarrow 0,7^-} T(x) = \lim_{x \rightarrow 0,7^+} T(x) = T(0,7) \Leftrightarrow a = 1000$.

uigeli.xyz

ĐỀ 3

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 11

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Số học sinh có chiều cao trong khoảng $[150; 152)$ là:

A. 5

B. 18

C. 40

D. 3

Câu 2: Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là:

A. $[80; 100)$ B. $[20; 40)$ C. $[40; 60)$ D. $[60; 80)$

Câu 3: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6

B. 4

C. 3

D. 2

Câu 4: Giải phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

A.
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

B.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$u_1 = \frac{1}{2}$$

$$u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, n \geq 2$$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) xác định bởi . Khi đó u_3 có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_{15} = 34$. B. $u_{15} = 45$. C. $u_{13} = 31$. D. $u_{10} = 35$.

Câu 7: Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là

- A. $u_1 = \frac{6}{5}, q = 2$. B. $u_1 = \frac{3}{5}, q = -2$. C. $u_1 = \frac{6}{5}, q = -2$. D. $u_1 = \frac{3}{5}, q = 2$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào cắt nhau?

- A. AB và CD . B. AC và BD . C. SB và CD . D. SD và BC .

Câu 9: Cho hai đường thẳng song song a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. Một mặt phẳng. B. Hai mặt phẳng. C. Vô số mặt phẳng. D. Không có mặt phẳng nào.

Câu 10: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.
 B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
 C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
 D. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-7}{2n^2+3n-1}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3 . C. 0 . D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 12: Cho c là hằng số, k là một số nguyên dương. Quy tắc nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $2(\sin x + 1)(\sin^2 2x - 3\sin x + 1) = \sin 4x \cdot \cos x$, vậy:

- a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos^3\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$
- b) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm
- c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trên khoảng $(-\pi; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

Câu 14: Viết được các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta được:

$$0,212121\dots = \frac{a}{b}; \quad 4,333\dots = \frac{c}{d}. \text{ Khi đó:}$$

- a) $a + b = 40$
- b) Ba số $a; b; 58$ tạo thành một cấp số cộng
- c) $c + d = 15$
- d) $\lim c = 13$

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3) = +\infty$;
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = -\infty$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 2} = 0$;
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2x}{x + 3}} = 2$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) MN và SD cắt nhau.

b) $MN \parallel CD$.

c) MN và SC cắt nhau.

d) MN và CD chéo nhau.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho tứ diện đều $ABCD$. Trên mỗi cạnh của tứ diện, ta đánh dấu 3 điểm chia đều các cạnh tương ứng thành các phần bằng nhau. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành mà có 3 đỉnh lấy từ 18 điểm đã đánh dấu sao cho mặt phẳng chứa tam giác đó song song với đúng một cạnh của tứ diện đã cho?

$$\lim \frac{\sqrt[3]{2n^2 - n^3} + n}{\sqrt{n^2 + n} - n}$$

Câu 18: Tính giới hạn sau:

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Gọi M là trung điểm của SB . Gọi F là giao điểm của DM và (SIK) . Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

Câu 21: Bạn An thả quả bóng cao su từ độ cao 5 m so với mặt đất theo phương thẳng đứng. Mỗi lần

chạm đất quả bóng lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{4}{5}$ độ cao lần rơi trước đó. Tổng quãng đường quả bóng đi được gần bằng:

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a + c > 8 + 2b$ và $a + b + c < -1$.

Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Số học sinh có chiều cao trong khoảng $[150; 152)$ là

A. 5

B. 18

C. 40

D. 3

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Nhóm chứa một của mẫu số liệu này làA. $[80; 100)$ B. $[20; 40)$ C. $[40; 60)$ D. $[60; 80)$

Lời giải

Chọn C

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa một là $[40; 60)$.**Câu 3:** Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6

B. 4

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn B

Vì 4 điểm không đồng phẳng tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt.

Câu 4: Giải phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{A. } \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

B.

$$\text{C. } \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D. } x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{PT} \quad \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{2} \\ u_n &= \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \quad n \geq 2 \end{aligned}$$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) xác định bởi . Khi đó u_3 có giá trị bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \text{ và } u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

Theo công thức truy hồi ta có

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15} = 34$.

B. $u_{15} = 45$.

C. $u_{13} = 31$.

D. $u_{10} = 35$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 3 \end{cases}$ $\Rightarrow u_{13} = u_1 + (13 - 1)d = -5 + 3(13 - 1) = 31$

Câu 7: Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là

A. $u_1 = \frac{6}{5}, q = 2$.

B. $u_1 = \frac{3}{5}, q = -2$.

C. $u_1 = \frac{6}{5}, q = -2$.

D. $u_1 = \frac{3}{5}, q = 2$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức số hạng tổng quát của CSN ta suy ra $u_1 = \frac{3}{5}$ và $q = 2$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào cắt nhau?

A. AB và CD .

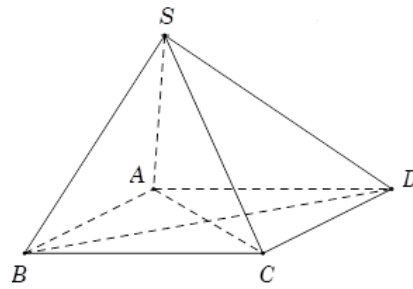
B. AC và BD .

C. SB và CD .

D. SD và BC .

Lời giải

Chọn B



- Câu 9:** Cho hai đường thẳng song song a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?
- A. Một mặt phẳng. B. Hai mặt phẳng. C. Vô số mặt phẳng. D. Không có mặt phẳng nào.

Lời giải

Chọn C

Có vô số mặt phẳng chứa a và song song với b (đó là tất cả các mặt phẳng chứa a nhưng không chứa b).

- Câu 10:** Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.
 B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
 C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
 D. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

Lời giải

Chọn D

Đáp án D sai vì nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại hoặc nằm trong mặt phẳng còn lại.

- Câu 11:** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-7}{2n^2+3n-1}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 0. D. $\frac{-3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-7}{2n^2+3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n} - \frac{7}{n^2}}{2 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}} = 0$$

Ta có

- Câu 12:** Cho c là hằng số, k là một số nguyên dương. Quy tắc nào sau đây sai?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = +\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0$ với k là một số nguyên dương.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $2(\sin x + 1)(\sin^2 2x - 3\sin x + 1) = \sin 4x \cdot \cos x$, vậy:

- a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos^3\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$
- b) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm
- c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trên khoảng $(-\pi; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có phương trình đã cho tương đương với

$$2(\sin x + 1) \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} - 3\sin x + 1 \right) = \sin 4x \cdot \cos x$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + 1)(3 - 6\sin x - \cos 4x) = \sin 4x \cdot \cos x$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + 1)(3 - 6\sin x) - \sin x \cdot \cos 4x - \cos 4x = \sin 4x \cdot \cos x$$

$$\Leftrightarrow 3(1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x = \sin 5x + \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow 3\cos 2x + 3\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(5x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot \cos\left(\frac{9x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \left[3 \cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{9x}{2} + \frac{3\pi}{4}\right) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos^3\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Vì $x \in (-\pi; \pi)$ nên suy ra $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 14: Viết được các số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản, ta được:

$$0,212121... = \frac{a}{b}; \quad 4,333... = \frac{c}{d}. \text{ Khi đó:}$$

- a) $a + b = 40$
- b) Ba số $a; b; 58$ tạo thành một cấp số cộng
- c) $c + d = 15$
- d) $\lim c = 13$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

$$0,212121... = 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + ...$$

Ta có:

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu 0,21 và công bội $\frac{1}{100}$.

$$0,212121... = 0,21 + 0,0021 + 0,000021 + ... = \frac{0,21}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{7}{33}$$

Vì vậy

$$0,333... = 0,3 + 0,03 + 0,003 + ...$$

Ta có:

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là 0,3 và công bội là $\frac{1}{10}$.

$$4,333... = 4 + 0,3 + 0,03 + 0,003 + ... = 4 + \frac{0,3}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{13}{3}$$

Vì vậy

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3) = +\infty$;

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = -\infty$;

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+2} = 0$;

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2x}{x+3}} = 2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 + \frac{3}{x^2}\right) = +\infty$, do $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x^2}\right) = 1$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{1 + \frac{1}{x}} - x\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1\right) = +\infty$,

do $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1\right) = -2$.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cdot \frac{1}{x}}{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 0$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2x}{x+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2x}{x \left(1 + \frac{3}{x}\right)}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{3}{x}}} = \sqrt{2}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) MN và SD cắt nhau.

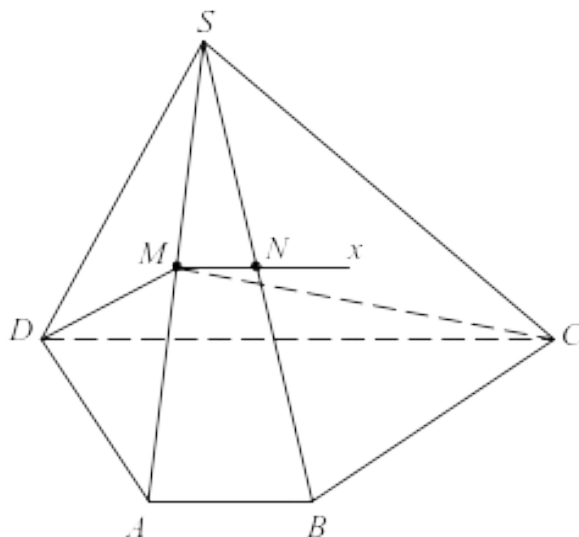
b) $MN \parallel CD$.

c) MN và SC cắt nhau.

d) MN và CD chéo nhau.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



$$\begin{cases} MN = (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD); AB \subset (SAB) \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD \parallel AB$$

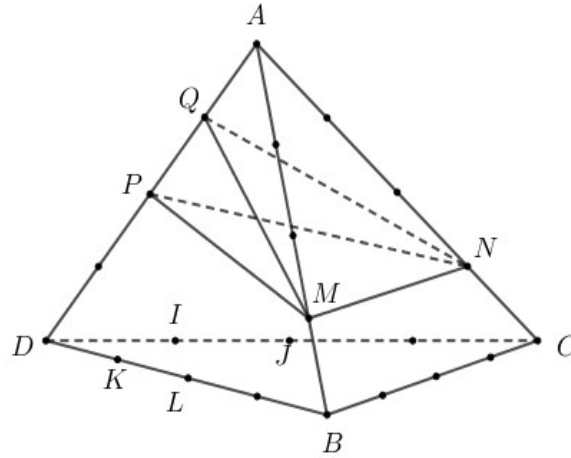
Ta có:

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho tứ diện đều $ABCD$. Trên mỗi cạnh của tứ diện, ta đánh dấu 3 điểm chia đều các cạnh tương ứng thành các phần bằng nhau. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành mà có 3 đỉnh lấy từ 18 điểm đã đánh dấu sao cho mặt phẳng chứa tam giác đó song song với đúng một cạnh của tứ diện đã cho?

Lời giải

Trả lời: 216



Không mất tính tổng quát, xét mặt bên $\triangle ABC$. Giả sử MN song song với BC . Khi đó, số tam giác có cạnh MN nằm trong mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện là 6 tam giác, gồm $\triangle PMN$, $\triangle QMN$, $\triangle IMN$, $\triangle JMN$, $\triangle KMN$, $\triangle LMN$.

Trong mặt bên $\triangle ABC$, nối các điểm chia đều các cạnh AB, BC, CA ta thấy có 3 đoạn thẳng song song với AB , 3 đoạn thẳng song song với BC và 3 đoạn thẳng song song với CA .

Mặt khác, vai trò 4 mặt của tứ diện là như nhau.

Vậy, số tam giác thỏa mãn yêu cầu đề bài là $6 \cdot (3 + 3 + 3) \cdot 4 = 216$.

$$\lim \frac{\sqrt[3]{2n^2 - n^3} + n}{\sqrt{n^2 + n} - n}$$

Câu 18: Tính giới hạn sau:

Lời giải

Trả lời: 1

$$\lim \frac{\sqrt[3]{2n^2 - n^3} + n}{\sqrt{n^2 + n} - n} = \lim \frac{2n^2 - n^3 + n^3}{n^2 + n - n^2} \cdot \frac{\sqrt{n^2 + n} + n}{\sqrt[3]{(2n^2 - n^3)^2 + n^2 - n^3 \sqrt{2n^2 - n^3}}}$$

$$= \lim \frac{\sqrt{\left(n\sqrt{1+\frac{1}{n}}+n\right)}}{\sqrt[3]{n^6 \cdot \left(\frac{2}{n}-1\right)^2 + n^2 - n \cdot \sqrt[3]{n^3 \left(\frac{2}{n}-1\right)}}} = \lim \frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}{\left(\frac{2}{n}-1\right)^{\frac{2}{3}}+1-\sqrt[3]{\frac{2}{n}-1}}.$$

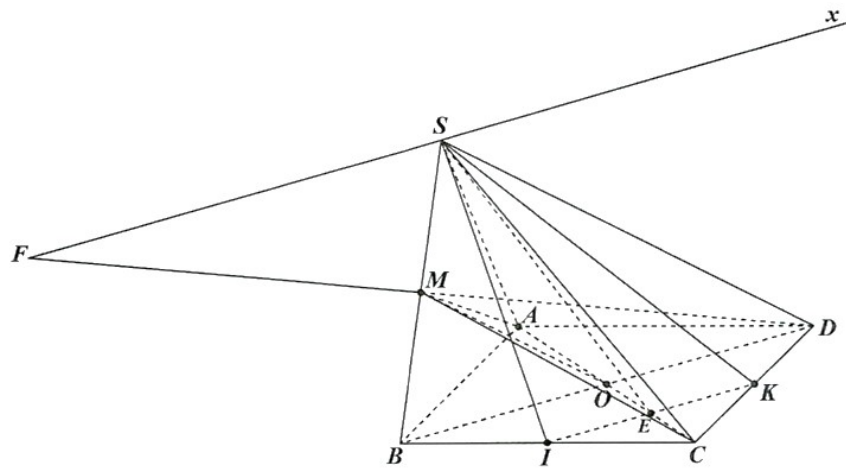
Khi $n \rightarrow \infty$ thì: $\lim \frac{1}{n} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lim \left(\left(\frac{2}{n}-1\right)^{\frac{2}{3}}+1-\sqrt[3]{\frac{2}{n}-1}\right) = -1+1+1=1 \\ \lim \left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1\right) = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \lim \frac{\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1\right)}{\left(\frac{2}{n}-1\right)^{\frac{2}{3}}+1-\sqrt[3]{\frac{2}{n}-1}} = 1. \Rightarrow \lim \frac{\sqrt[3]{2n^2-n^3}+n}{\sqrt{n^2+n}-n} = 1$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Gọi M là trung điểm của SB . Gọi F là giao điểm của DM và (SIK) . Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

Lời giải

Trả lời: 1



$S \in (SIK) \cap (SAC)$
-Ta có

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = IK \cap AC \Rightarrow \begin{cases} E \in IK \subset (SIK) \\ E \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow E \in (SIK) \cap (SAC)$.

Suy ra $SE = (SIK) \cap (SAC)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SIK) \cap (SBD) \\ BD \subset (SBD), IK \subset (SIK) \Rightarrow (SIK) \cap (SBD) = Sx, (Sx \parallel BD \parallel IK). \\ BD \parallel IK \end{cases}$$

$$\text{-Trong mp } (SBD), F = Sx \cap DM \Rightarrow \begin{cases} S \in DM \\ S \in Sx \subset (SIK) \end{cases} \Rightarrow F = DM \cap (SIK)$$

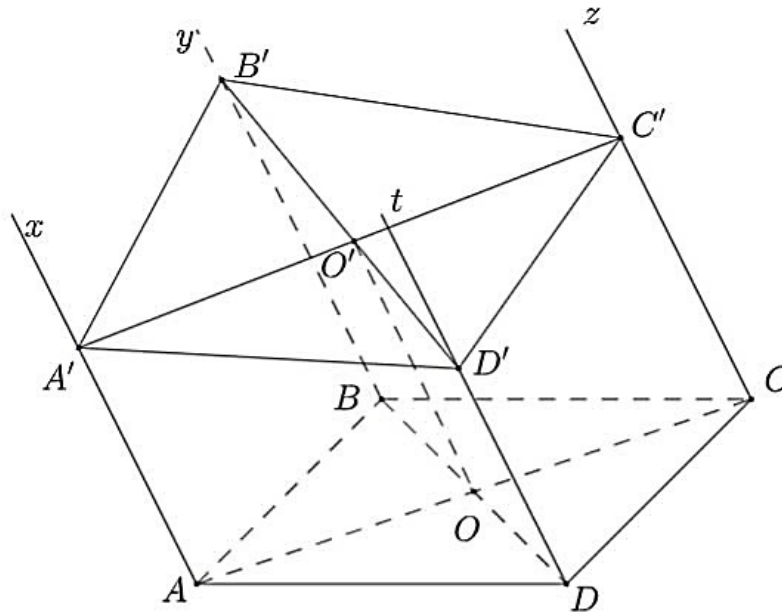
$$SF \parallel BD \Rightarrow \frac{MF}{MD} = \frac{MS}{MB} = 1$$

Ta có

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

Lời giải

Trả lời: 2



Do (P) cắt mặt phẳng (Ax, By) theo giao tuyến $A'B'$; cắt mặt phẳng (Cz, Dt) theo giao tuyến $C'D'$, mà hai mặt phẳng (Ax, By) và (Cz, Dt) song song nên $A'B' \parallel C'D'$.

Tương tự có $A'D' \parallel B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Gọi O, O' lần lượt là tâm $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng có OO' là đường trung bình của hai hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ nên $OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{BB' + DD'}{2}$.
 Từ đó ta có $DD' = 2$.

Câu 21: Bạn An thả quả bóng cao su từ độ cao 5 m so với mặt đất theo phương thẳng đứng. Mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{4}{5}$ độ cao lần rơi trước đó. Tổng quãng đường quả bóng đi được gần bằng:

Lời giải

Trả lời: 45

Quãng đường bóng đi được từ khi thả đến chạm đất lần 1 là 5 m .

Quãng đường bóng đi được từ khi chạm đất lần 1 đến chạm đất lần 2 là $\frac{4}{5} \cdot 5 \cdot 2$.

Quãng đường bóng đi được từ khi chạm đất lần 2 đến chạm đất lần 3 là $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 5 \cdot 2 \dots\dots$

Quãng đường bóng đi được từ khi chạm đất lần n đến chạm đất lần $n+1$ là $\left(\frac{4}{5}\right)^n \cdot 5 \cdot 2$

Tổng quãng đường bóng đi được từ lúc thả đến không nảy lên nữa là:

$$S = 5 + \frac{4}{5} \cdot 5 \cdot 2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 5 \cdot 2 + \dots + \left(\frac{4}{5}\right)^n \cdot 5 \cdot 2 + \dots$$

$$= 5 + 5 \cdot 2 \cdot \left(\frac{4}{5} + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots\right) = 5 + 5 \cdot 2 \cdot \frac{\frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = 45$$

Câu 22: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a + c > 8 + 2b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

Lời giải

Trả lời: 3

Xét hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Theo giả thiết $4a + c > 2b + 8 \Rightarrow -8 + 4a - 2b + c > 0 \Rightarrow f(-2) > 0$

$$a+b+c < -1 \cup 1+a+b+c < 0 \Rightarrow f(1) < 0$$

Ta có $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \\ f(-2) > 0 \end{cases} \text{ suy ra phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm trên } (-\infty; -2) \quad (1)$$

$$f(-2)f(1) < 0 \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm trên khoảng } (-2; 1) \quad (2)$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ f(1) < 0 \end{cases} \text{ suy ra phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm trên khoảng } (1; +\infty) \quad (3)$$

Từ (1); (2) và (3) ta có phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 3 nghiệm.

Mặt khác $f(x) = 0$ là phương trình bậc ba nên có tối đa 3 nghiệm.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

Câu 2: Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. $[0; 20)$ B. $[20; 40)$ C. $[40; 60)$ D. $[60; 80)$

Câu 3: Vị trí đo tốc độ trên đường trong khu dân cư, tốc độ tối đa theo quy định là 50 (km/h). Có bao nhiêu xe vi phạm quy định về an toàn giao thông?

A. 13 B. 5 C. 97 D. 2

Câu 4: Dãy số nào dưới đây là dãy số nguyên tố nhỏ hơn 10 theo thứ tự tăng dần?

A. $0, 1, 2, 3, 5, 7$ B. $1, 2, 3, 5, 7$ C. $2, 3, 5, 7$ D. $1, 3, 5, 7$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -0,1$; $d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng là

A. $1,6$ B. 6 C. $0,5$ D. $0,6$

Câu 6: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 7: Trong hình học không gian

- A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.
B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.
C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một mặt phẳng.
D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC, SD (H.4.27). Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

- A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
B. Tứ giác $MNPQ$ là hình vuông.
C. Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.
D. Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (SBC)$.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 1}$ bằng

- A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13 Cho phương trình lượng giác $\sin \left[\frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) \right] = 0$, vậy:

- a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- b) Phương trình có 3 nghiệm nguyên dương
- c) Phương trình có 2 nghiệm nguyên dương
- d) Tổng các nghiệm nguyên dương của phương trình bằng 14

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3 - 5n + 9) = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = b$. Khi đó:

- a) Tích $a \cdot b = 3$
- b) Hàm số $y = \sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D(a; 1]$
- c) Giá trị b là số lớn hơn 0
- d) Phương trình lượng giác $\cos x = b$ vô nghiệm

Câu 15: Tìm được các giới hạn một bên sau:

- a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$
- c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9} = +\infty$
- d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x^3 - 1) \left(\sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \right) \right] = +\infty$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SI \parallel AB$.
- b) $SI \parallel AC$.
- c) $SI \parallel AD$.

d) $SI \parallel BD$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Biết

$AB = 5a, CD = 2a$. Gọi E là điểm thuộc cạnh SB thỏa mãn $\frac{ES}{EB} = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng CE song song với mặt phẳng (SAD) . Giá trị của $2m + 3n$ bằng

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

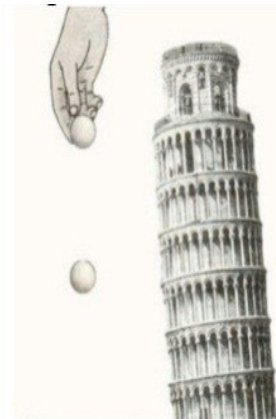
Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCDEF$ có đáy $ABCDEF$ là lục giác đều tâm O . Có bao nhiêu mặt phẳng SO qua các điểm là đỉnh của hình chóp có chung giao tuyến là

Câu 20: Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của x (kg) bột đá thạch

anh được tính theo công thức sau:
$$P(x) = \begin{cases} 4,5x & \text{khi } 0 < x \leq 400 \\ 4x + k & \text{khi } x > 400 \end{cases}$$
 (k là một hằng số). Với giá trị nào của k thì hàm số $P(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$?

Câu 21: Từ độ cao $55,8\text{m}$ của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm

xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất?



Câu 22: Cho giới hạn
$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt{8-x} - \sqrt[3]{8+x}}$$
. Tính giá trị của $100I$

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Lời giải

Chọn B

Tứ phân vị thứ nhất là $x_{(1)}$. Do $x_{(1)}$ thuộc nhóm $[20; 40)$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[20; 40)$.

Câu 3: Vị trí đo tốc độ trên đường trong khu dân cư, tốc độ tối đa theo quy định là 50 (km/h). Có bao nhiêu xe vi phạm quy định về an toàn giao thông?

- A. 13 B. 5 C. 97 D. 2

Lời giải

Chọn A

Số xe vi phạm quy định về an toàn giao thông là: $8 + 3 + 1 + 1 = 13$ (xe).

Câu 4: Dãy số nào dưới đây là dãy số nguyên tố nhỏ hơn 10 theo thứ tự tăng dần?

- A. 0, 1, 2, 3, 5, 7. B. 1, 2, 3, 5, 7. C. 2, 3, 5, 7. D. 1, 3, 5, 7.

Lời giải

Chọn C

Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 và chỉ có hai ước số là 1 và chính nó.

Vậy dãy số nguyên tố nhỏ hơn 10 là 2, 3, 5, 7.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -0,1; d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng là

A. 1, 6.

B. 6.

C. 0, 5.

D. 0, 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_7 = u_1 + 6d = -0,1 + 6.0,1 = 0,5$ **Câu 6:** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải

Chọn A

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = 2$.Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội $q = -1$.Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = -2$.Dãy 1; 2; 3; 4; 5 là cấp số cộng với công sai $d = 1$.**Câu 7:** Trong hình học không gian

A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.

B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng. C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một mặt phẳng.

D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Lời giải

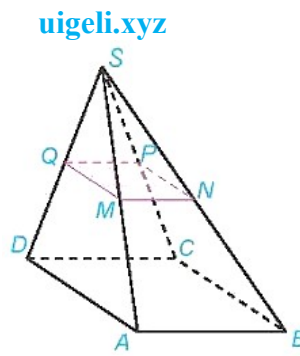
Chọn D

Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng. Nếu ba điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng chứa ba điểm.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA , SB , SC , SD (H.4.27). Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.B. Tứ giác $MNPQ$ là hình vuông. C. Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.D. Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi.

Lời giải

Chọn A



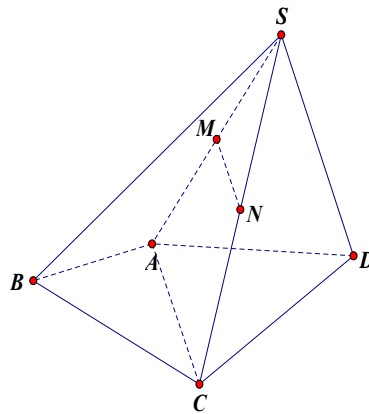
Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $MN \parallel (ABCD)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SCD)$. **D.** $MN \parallel (SBC)$.

Lời giải

Chọn A



MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN \parallel AC$ mà $AC \subset (ABCD)$
 $\Rightarrow MN \parallel (ABCD)$.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 1}$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** 0 . **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^n}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \left(\frac{3}{2}\right)^n\right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \left(\frac{3}{2}\right)^n\right) = -\infty$$

Ta có:

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$

- A.** $\frac{5}{4}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{x-2} = \frac{5}{4}.$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13 Cho phương trình lượng giác $\sin \left[\frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) \right] = 0$, vậy:

- a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 b) Phương trình có 3 nghiệm nguyên dương
 c) Phương trình có 2 nghiệm nguyên dương
 d) Tổng các nghiệm nguyên dương của phương trình bằng 14

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Điều kiện: $9x^2 - 16x - 80 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow 3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} = 4k \Leftrightarrow \sqrt{9x^2 - 16x - 80} = 3x - 4k$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{4k}{3} \\ 9x^2 - 16x - 80 = (3x - 4k)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{4k}{3} \\ x = \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq \frac{4k}{3} \\ x = \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq 4 \\ \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán

Ta có: $\begin{cases} \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq \frac{4k}{3} \\ x = \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-6k^2 + 8k + 30}{3k - 2} \geq 0 \\ \frac{2k^2 - 12k + 18}{3k - 2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < k \leq 3$

Vì $k \in \mathbb{Q} \Rightarrow k = 1, 2, 3$

$$k = 1 \Rightarrow \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} = 12 \in \mathbb{Q}$$

$$k = 2 \Rightarrow \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} = \frac{9}{2} \notin \mathbb{Q}$$

$$k = 3 \Rightarrow \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} = 4 \in \mathbb{Q}$$

Kết hợp điều kiện, ta có $x = 4, x = 12$ là những giá trị cần tìm.

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^3 - 5n + 9) = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = b$. Khi đó:

a) Tích $a \cdot b = 3$

b) Hàm số $y = \sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D(a; 1]$

c) Giá trị b là số lớn hơn 0

d) Phương trình lượng giác $\cos x = b$ vô nghiệm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\lim(-2n^3 - 5n + 9) = \lim n^3 \left(-2 - \frac{5}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right) = -\infty$$

Ta có: ,

$$\begin{cases} \lim n^3 = +\infty \\ \lim \left(-2 - \frac{5}{n^2} + \frac{9}{n^3} \right) = -2 \end{cases}$$

do

$$\lim \frac{4^n + 3}{1 + 3 \cdot 4^{n+1}} = \lim \frac{4^n + 3}{1 + 12 \cdot 4^n} = \lim \frac{4^n \left(1 + \frac{3}{4^n} \right)}{4^n \left(\frac{1}{4^n} + 12 \right)} = \lim \frac{1 + \frac{3}{4^n}}{\frac{1}{4^n} + 12} = \frac{1}{12}$$

a) Tích $a.b = -\infty$

b) Hàm số $y = \sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D(-\infty; 1]$

c) Giá trị $\frac{1}{12}$ là số lớn hơn 0

$$\cos x = \frac{1}{12}$$

d) Phương trình lượng giác có nghiệm

Câu 15: Tìm được các giới hạn một bên sau:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$$

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9} = +\infty$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x^3 - 1) \left(\sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \right) \right] = +\infty$$

d)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(2x-1) \cdot \frac{1}{x-1} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x-1) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

b)

(do và).

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x(x-3)}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(x \frac{1}{x-3} \right) = -\infty$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} x = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3} = -\infty$$

do

và

d)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x^3 - 1) \left(\sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \right) \right] &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x-1)(x^2 + x + 1) \sqrt{\frac{x}{(x-1)(x+1)}} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x^2 + x + 1) \sqrt{\frac{x(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}} \right] = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(x^2 + x + 1) \sqrt{\frac{x(x-1)}{x+1}} \right] = 3 \cdot \sqrt{\frac{0}{2}} = 0. \end{aligned}$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $SI \parallel AB$.

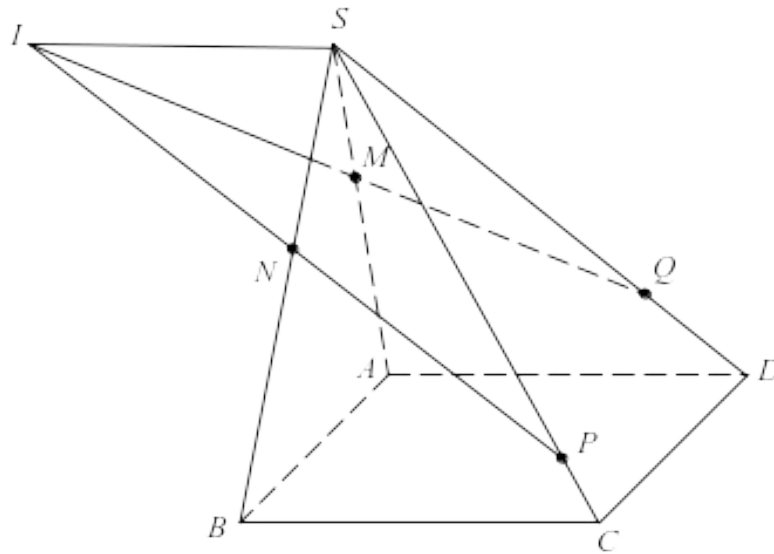
b) $SI \parallel AC$.

c) $SI \parallel AD$.

d) $SI \parallel BD$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------



$$SI = (SBC) \cap (SAD)$$

Ta có:

$$\begin{cases} SI = (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow SI \parallel BC \parallel AD$$

Do

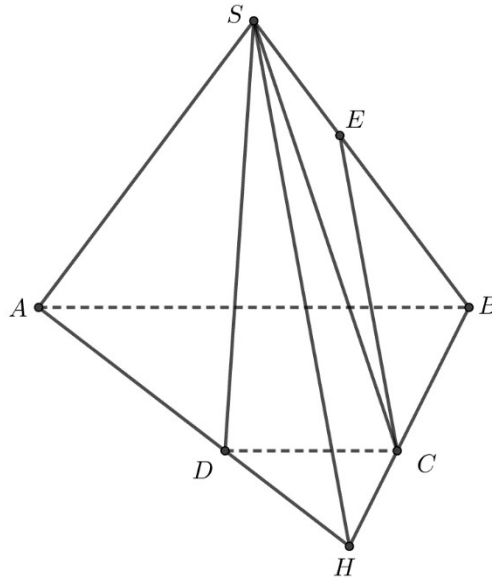
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Biết

$AB = 5a, CD = 2a$. Gọi E là điểm thuộc cạnh SB thỏa mãn $\frac{ES}{EB} = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng CE song song với mặt phẳng (SAD) . Giá trị của $2m + 3n$ bằng

Lời giải

Đáp án: 13



Gọi H là giao điểm của AD và BC trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo hệ quả Talet, ta có: $\frac{HC}{HB} = \frac{CD}{AB} = \frac{2}{5}$

Ta có:

$$\begin{cases} CE \subset (SBH) \\ CE \parallel (SAD) \\ (SBH) \cap (SAD) = SH \end{cases} \Rightarrow CE \parallel SH$$

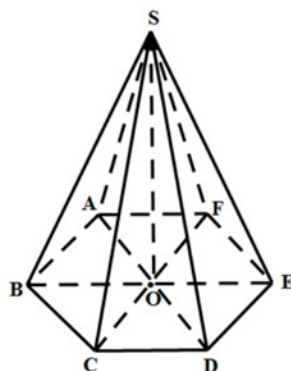
$$\Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{HC}{HB} = \frac{2}{5} \Rightarrow SE = \frac{2}{5} SB$$

$$\Rightarrow \frac{ES}{EB} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2m + 3n = 13$$

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

Lời giải

Đáp án: 4



$(SAD), (SCF), (SBE)$ có chung giao tuyến SO .

Câu 20: Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của x (kg) bột đá thạch

anh được tính theo công thức sau:
$$P(x) = \begin{cases} 4,5x & \text{khi } 0 < x \leq 400 \\ 4x + k & \text{khi } x > 400 \end{cases} \quad (k \text{ là một hằng số}).$$
 Với giá trị nào của k thì hàm số $P(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$?

Lời giải

Trả lời: 200

Để hàm số $P(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thì hàm số phải liên tục tại $x_0 = 400$ hay $\lim_{x \rightarrow 400} P(x) = P(400)$

Ta có:

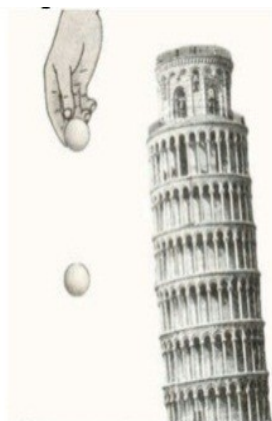
$$\lim_{x \rightarrow 400^-} P(x) = \lim_{x \rightarrow 400^-} 4,5x = 4,5 \cdot 400 = 1800$$

$$\lim_{x \rightarrow 400^+} P(x) = \lim_{x \rightarrow 400^+} (4x + k) = 4 \cdot 400 + k = 1600 + k$$

Để tồn tại $\lim_{x \rightarrow 400} P(x)$ thì $1800 = 1600 + k$. Suy ra $k = 200$

Câu 21: Từ độ cao $55,8\text{m}$ của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm

xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất?



Lời giải

Trả lời: 68,2

Theo đề, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó và sau đó lại rơi xuống từ độ cao thứ hai. Do đó độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến:

Thời điểm chạm đất lần thứ nhất là $d_1 = 55,8 \text{ (m)}$.

Thời điểm chạm đất lần thứ 2 là $d_2 = 55,8 + 2 \cdot \frac{55,8}{10} \text{ (m)}$

Thời điểm chạm đất lần thứ 3 là $d_3 = 55,8 + 2 \cdot \frac{55,8}{10} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^2} \text{ (m)}$

Thời điểm chạm đất lần thứ 4 là $d_4 = 55,8 + 2 \cdot \frac{55,8}{10} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^2} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^3} \text{ (m)}$

Thời điểm chạm đất lần thứ $n, (n > 1)$ là $d_n = 55,8 + 2 \cdot \frac{55,8}{10} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^2} + \dots + 2 \cdot \frac{55,8}{10^{n-1}} \text{ (m)}$

Do đó độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất là:

$$d = 55,8 + 2 \cdot \frac{55,8}{10} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^2} + \dots + 2 \cdot \frac{55,8}{10^{n-1}} + \dots \text{ (m)}$$

Vì $2 \cdot \frac{55,8}{10}, 2 \cdot \frac{55,8}{10^2}, 2 \cdot \frac{55,8}{10^3}, \dots, 2 \cdot \frac{55,8}{10^{n-1}}, \dots$, là một cấp số nhân lùi vô hạn, công bội $q = \frac{1}{10}$, nên ta có

$$2 \cdot \frac{55,8}{10} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^2} + \dots + 2 \cdot \frac{55,8}{10^{n-1}} + \dots = \frac{2 \cdot \frac{55,8}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = 12,4$$

Vậy $d = 55,8 + 2 \cdot \frac{55,8}{10} + 2 \cdot \frac{55,8}{10^2} + \dots + 2 \cdot \frac{55,8}{10^{n-1}} + \dots = 55,8 + 12,4 = 68,2 \text{ (m)}$

Câu 22: Cho giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}}$. Tính giá trị của $100I$

Lời giải

Trả lời: - 600

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{x^2+1}}{x} \cdot \frac{x}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \left(\frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x} + \frac{1 - \sqrt[3]{x^2+1}}{x} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}} \right\} \end{aligned}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{(\sqrt{2x+1} + 1) \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{2x+1} + 1)} = 1$$

+) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{2}{3}x}{x} = -\frac{2}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2}{\left[1 + \sqrt[3]{x^2 + 1} + \sqrt[3]{(x^2 + 1)^2}\right] \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{\left[1 + \sqrt[3]{x^2 + 1} + \sqrt[3]{(x^2 + 1)^2}\right]} = 0$$

+)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left[\left(\sqrt[3]{8-x}\right)^2 + \sqrt[3]{8-x} \cdot \sqrt[3]{8+x} + \left(\sqrt[3]{8+x}\right)^2 \right]}{\left(\sqrt[3]{8-x}\right)^3 - \left(\sqrt[3]{8+x}\right)^3}$$

+)

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left[\left(\sqrt[3]{8-x}\right)^2 + \sqrt[3]{8-x} \cdot \sqrt[3]{8+x} + \left(\sqrt[3]{8+x}\right)^2 \right]}{-2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left[\left(\sqrt[3]{8-x}\right)^2 + \sqrt[3]{8-x} \cdot \sqrt[3]{8+x} + \left(\sqrt[3]{8+x}\right)^2 \right]}{-2} = -6$$

Vậy $I = (1+0) \cdot (-6) = -6 \Rightarrow 100I = -600$

uigeli.xyz

ĐỀ 5

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 11

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Mẫu số liệu trên có số nhóm là

A. 6

B. 7

C. 5

D. 8

Câu 2: Giải phương trình $\tan x = 1$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

B.

$$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$$

C.

$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

D.

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$$

Câu 3: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2.$

B. $u_{n+1} = 2^n + 1.$

C. $u_{n+1} = 2(n+1).$

D. $u_{n+1} = 2^n + 2.$

Câu 4: Nhóm chứa trung vị là

A. $[0; 20)$

B. $[20; 40)$

C. $[40; 60)$

D. $[60; 80)$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3n - 7$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng trên.

A. $u_1 = -4; d = 3.$

B. $u_1 = 4; d = 3.$

C. $u_1 = -4; d = -3.$

D. $u_1 = 4; d = -3.$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD) là?

- A. SB B. SO C. SC D. SD

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào song song?

- A. AB và CD . B. AC và BD . C. SB và CD . D. SD và BC .

Câu 8: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $u_n = u_1 + (n-1)q$, $(n \geq 2)$. B. $u_n = u_1 q^{n-1}$, $(n \geq 2)$. C. $u_n = q \cdot (u_1)^{n-1}$, $(n \geq 2)$. D. $u_k = \frac{u_1}{q^{n-1}}$, $(k \geq 2)$.

Câu 9: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .
B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).
D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .

Câu 10: Số mặt của hình lăng trụ tam giác là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 11: Tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12: Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$. Công thức nào sau đây sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$. B. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$.
C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $(\sqrt{3}-1)\sin x + (\sqrt{3}+1)\cos x = 2\sqrt{2}\sin 2x$, vậy:

$$\sin\left(x + \frac{7\pi}{12}\right) = \sin 2x$$

a) Phương trình đã cho tương đương với

b) Trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 4 nghiệm

c) Trên khoảng $(0; 2\pi)$ thì $x = \frac{5\pi}{36}$ là nghiệm nhỏ nhất

d) Tổng các nghiệm nằm trong khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình bằng 3π

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = b$. Khi đó:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-3n^2 + \frac{1}{n}\right) = a$

b) $x = b$ là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x$ với trục hoành

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2024}\right)^n = b$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = b$, $u_3 = 2$, thì

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+2} - 1) = 1$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1} = +\infty$;

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4}\right) = -\infty$;

d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{x^2-1} = -\infty$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx; Sy$ lần lượt song song với

AB, AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx .

b) Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng S_y .

c) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng S_x .

d) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng S_x .

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác

ABC và E là điểm thuộc cạnh SA thỏa mãn $SE = \frac{m}{n} \cdot SA$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng GE song song với mặt phẳng (SCD) . Giá trị của $m.n$ bằng

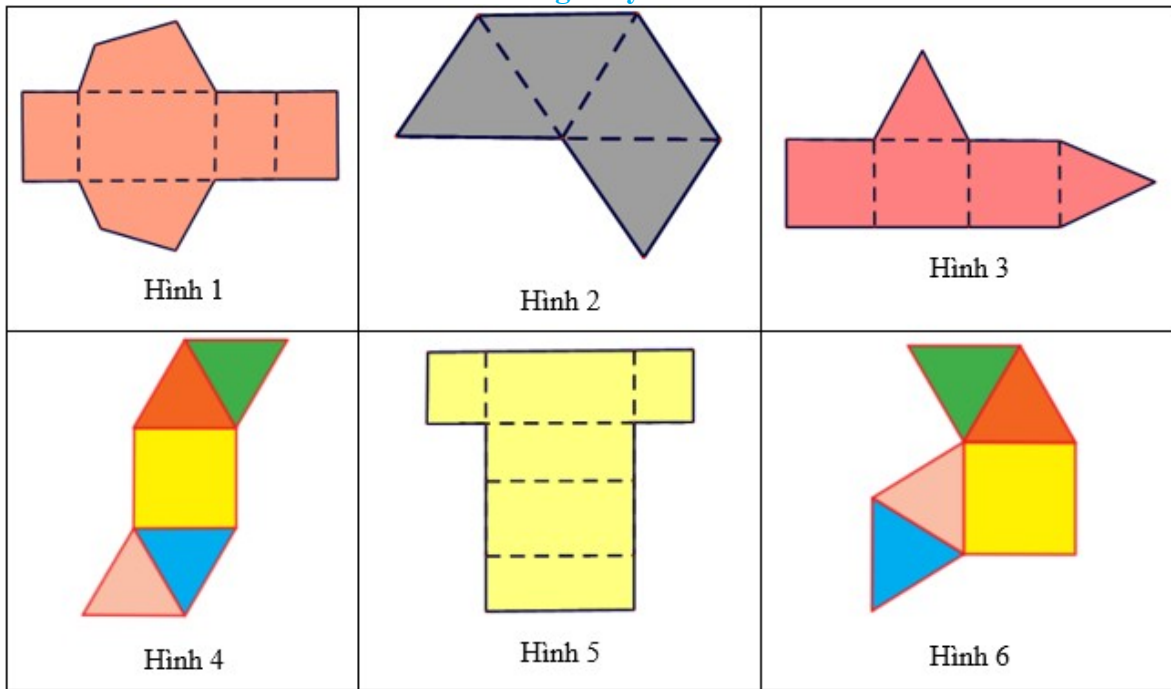
$$f(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x(x+1)}{x^2-1} & \text{khi } x \neq -1, x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 18: Số điểm gián đoạn của hàm số là:

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + 30 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 3a + 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$

Khi hàm số liên tục trên $\mathbb{Q}$ thì $a \in (m;n)$ (với m, n là hai số nguyên liên tiếp). Tính $100(m+n)$

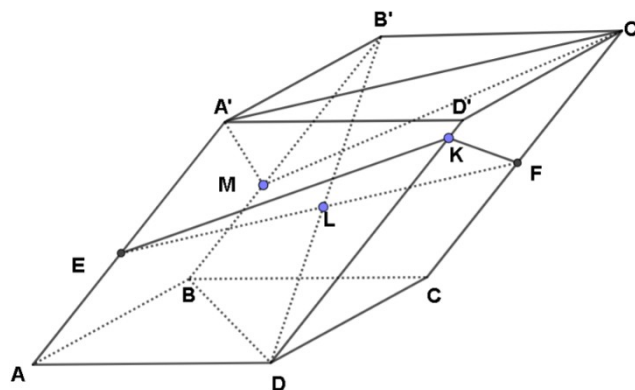
Câu 20: Cho các mẫu giấy với các nếp gấp có sẵn, có tất cả bao nhiêu mẫu giấy có thể gấp thành hình chóp tam giác hoặc hình hộp chữ nhật?



Câu 21: Từ độ cao $55,8^m$ của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất (hình vẽ). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng nảy lên với độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó. Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 22: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1; AA' = 2$. Gọi L là trung điểm $B'D$, mặt phẳng (P) qua L và song song AC lần lượt cắt $AA'; CC'; DD'$ tại $E; F; K$. Đặt $\frac{DK}{DD'} = x$. Khi $(EFK) \parallel (MA'C')$ thì $P = \frac{2025x}{1005}$ bằng (Làm tròn đến hàng phần trăm).



ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Mẫu số liệu trên có số nhóm là

A. 6

B. 7

C. 5

D. 8

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Giải phương trình $\tan x = 1$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B.

$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **C.**

$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn A

$$\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

Câu 3: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2.$

B. $u_{n+1} = 2^n + 1.$

C. $u_{n+1} = 2(n+1).$

D. $u_{n+1} = 2^n + 2.$

Lời giải

Chọn A

$$u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$$

Câu 4: Nhóm chứa trung vị là

- A. $[0; 20)$ B. $[20; 40)$ C. $[40; 60)$ D. $[60; 80)$

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu là: $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$

Trung vị là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Do hai giá trị x_{21}, x_{22} thuộc nhóm $[40; 60)$ nên nhóm chứa trung vị là $[40; 60)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3n - 7$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng trên.

- A. $u_1 = -4; d = 3$ B. $u_1 = 4; d = 3$ C. $u_1 = -4; d = -3$ D. $u_1 = 4; d = -3$

Lời giải

Chọn D

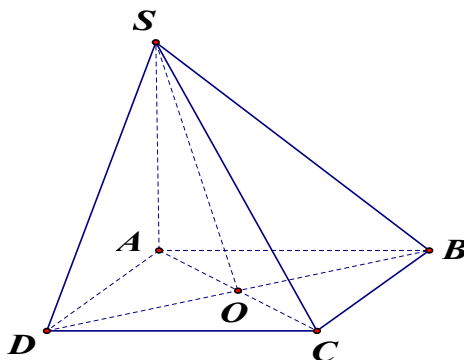
$u_n = 3n - 7 \Rightarrow u_1 = 3 \cdot 1 - 7 = -4; u_n - u_{n-1} = (3n - 7) - (3n - 3 - 7) = 3 \Rightarrow d = 3$
Ta có:

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD) là?

- A. SB B. SO C. SC D. SD

Lời giải

Chọn B

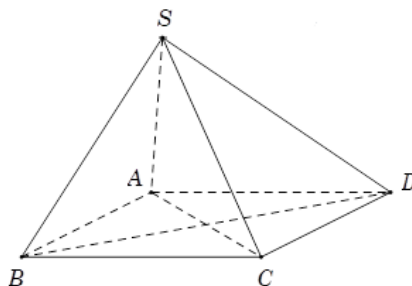


Quan sát hình vẽ ta chọn SO

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào nào song song?

- A. AB và CD B. AC và BD C. SB và CD D. SD và BC

Chọn A



Hai đường thẳng song song là AB và CD .

Câu 8: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $u_n = u_1 + (n-1)q, (n \geq 2)$.

B. $u_n = u_1 q^{n-1}, (n \geq 2)$. **C.** $u_n = q \cdot (u_1)^{n-1},$

$(n \geq 2)$. **D.** $u_n = \frac{u_1}{q^{n-1}}, (k \geq 2)$.

Lời giải

Chọn B

Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q .

Theo công thức số hạng tổng quát ta có $u_n = u_1 q^{n-1}, (n \geq 2)$.

Câu 9: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .

B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b . **C.** Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).

D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .

Lời giải

Chọn A

Có vô số mặt phẳng song song với hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 10: Số mặt của hình lăng trụ tam giác là

A. 3.

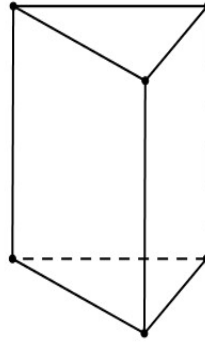
B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B



Câu 11: Tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: S là cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}$. Do đó $S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$.

Câu 12: Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$

B.

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ **C.**

$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x), g(x)] = L, M$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ chỉ đúng nếu $M \neq 0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $(\sqrt{3} - 1)\sin x + (\sqrt{3} + 1)\cos x = 2\sqrt{2}\sin 2x$, vậy:

a) Phương trình đã cho tương đương với $\sin(x + \frac{7\pi}{12}) = \sin 2x$

b) Trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 4 nghiệm

c) Trên khoảng $(0; 2\pi)$ thì $x = \frac{5\pi}{36}$ là nghiệm nhỏ nhất

d) Tổng các nghiệm nằm trong khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình bằng 3π

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x + \sqrt{3} \cos x - \sin x = 2\sqrt{2} \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2} \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{7\pi}{12}\right) = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ 2x = \pi - x - \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

Do $x \in (0; 2\pi)$ nên phương trình có các nghiệm là: $\frac{7\pi}{12}; \frac{5\pi}{36}; \frac{29\pi}{36}; \frac{53\pi}{36}$.

Vậy tổng các nghiệm cần tính là: 3π .

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = b$. Khi đó:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-3n^2 + \frac{1}{n}\right) = a$

b) $x = b$ là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x$ với trục hoành

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2024}\right)^n = b$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = b, u_3 = 2$, thì

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 1}{2n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(-3n^2 + \frac{1}{n}\right)}{n \left(2 + \frac{5}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + \frac{1}{n}}{2 + \frac{5}{n}} = -\infty$$

Ta có: ,

$$\begin{cases} \lim \left(-3n^2 + \frac{1}{n} \right) = -\infty \\ \lim \left(2 + \frac{5}{n} \right) = 2 \end{cases}$$

do

$$\lim \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 5^{2n}} = \lim \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n + 25^n} = \lim \frac{25^n \cdot \left(\frac{-1}{5} \right)^n}{25^n \left[\left(\frac{2}{25} \right)^n + 1 \right]} = \lim \frac{\left(\frac{-1}{5} \right)^n}{\left(\frac{2}{25} \right)^n + 1} = 0$$

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+2} - 1) = 1$$

a) ;

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1} = +\infty$$

b) ;

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right) = -\infty$$

c) ;

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{x^2-1} = -\infty$$

d) .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+2} - 1) = \sqrt{2+2} - 1 = 1$$

a) .

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[(4x-3) \cdot \frac{1}{x-1} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} (4x-3) = 1, \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

b) vì .

c)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2-1}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{1}{x-2} \right] = -\infty, \text{ do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2} = -\infty \end{cases} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{x-1} = \frac{1}{2}$$

d)

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx; Sy$ lần lượt song song với

AB, AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx .

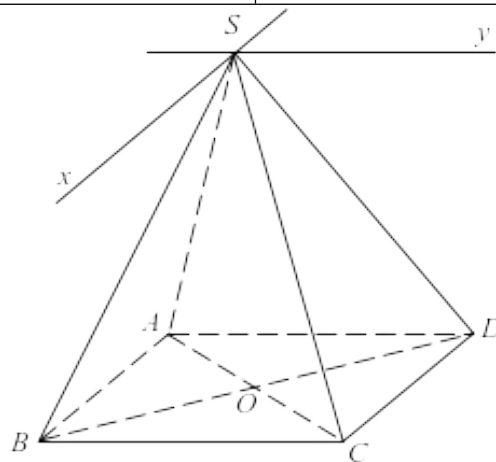
b) Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy .

c) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx .

d) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------



$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD) \quad Sx \parallel AB \parallel CD$$

Ta có:

với

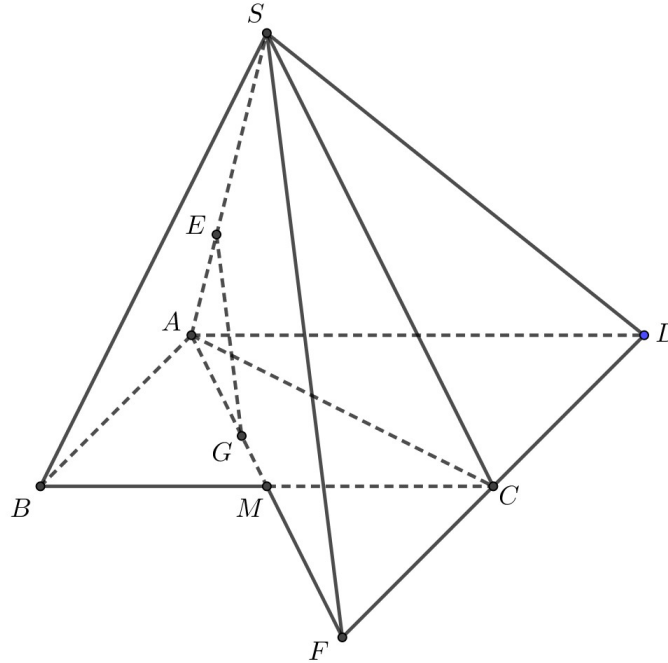
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác

ABC và E là điểm thuộc cạnh SA thỏa mãn $SE = \frac{m}{n} \cdot SA$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng GE song song với mặt phẳng (SCD) . Giá trị của $m.n$ bằng

Lời giải

Đáp án: 6



Gọi M là trung điểm của BC , F là giao điểm của AM và CD trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo định lý Talet, ta có: $\frac{MA}{MF} = \frac{MB}{MC} = 1 \Rightarrow MA = MF \Rightarrow M$ là trung điểm của AF

$$\Rightarrow \frac{AG}{AF} = \frac{AG}{2AM} = \frac{1}{3}$$

Ta có:

$$\begin{cases} GE \subset (SAF) \\ GE \parallel (SCD) \\ (SAF) \cap (SCD) = SF \end{cases} \Rightarrow GE \parallel SF$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AS} = \frac{AG}{AF} = \frac{1}{3} \Rightarrow AE = \frac{1}{3} AS$$

$$\Rightarrow SE = \frac{2}{3} SA \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow m.n = 6$$

$$f(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x(x+1)}{x^2-1} & \text{khi } x \neq -1, x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 18: Số điểm gián đoạn của hàm số

là:

Lời giải

Đáp án: 1

Hàm số $y = f(x)$ có TXĐ $D = \square$.

Hàm số $f(x) = \frac{x(x+1)}{x^2-1}$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ và $(1; +\infty)$.

(i) Xét tại $x = -1$, ta có $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{2} = f(-1) \longrightarrow$ Hàm số liên tục tại $x = -1$

(ii) Xét tại $x = 1$, ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1} = -\infty \end{cases} \longrightarrow$

Hàm số $y = f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + 30 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 3a + 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$

Khi hàm số liên tục trên $\square$ thì $a \in (m; n)$ (với m, n là hai số nguyên liên tiếp). Tính $100(m+n)$

Lời giải

Trả lời: 2500

TXĐ: $D = \square$

Hàm số liên tục khi $x \neq 2$

Xét tại $x = 2$

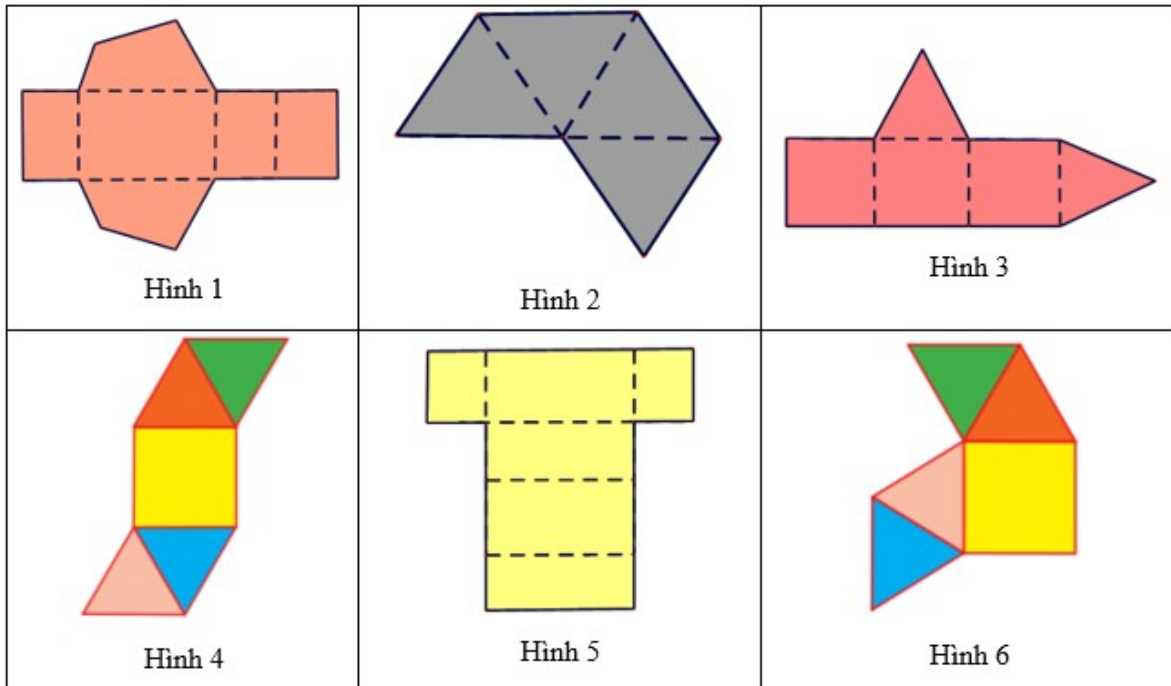
Ta có: $f(2) = 44$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 + 3x + 30) = 44$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 3a + 4) = 3a + 6$

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 3a + 6 = 44 \Leftrightarrow a = \frac{38}{3} \in (12; 13)$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ n = 13 \end{cases} \Rightarrow 100(m + n) = 2500$$

Đáp án: 2500.

Câu 20: Cho các mẫu giấy với các nếp gấp có sẵn, có tất cả bao nhiêu mẫu giấy có thể gấp thành hình chóp tam giác hoặc hình hộp chữ nhật?



Lời giải

Đáp án: 3

Các mẫu giấy có thể gấp thành hình chóp tam giác là hình 1 và hình 4.

Mẫu giấy có thể gấp thành hình hộp chữ nhật là hình 5.

Câu 21: Từ độ cao $55,8m$ của tháp nghiêng Pisa nước Ý, người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống

đất (hình vẽ). Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng nảy lên với độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được trước đó. Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả cho đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Lời giải

Trả lời: 68,2

Quãng đường đầu tiên bóng rơi xuống chạm đất lần 1 là $55,8m$.

Quãng đường nảy lên lần thứ nhất và rơi xuống chạm đất lần 2 là: $2 \cdot \frac{55,8}{10} m$.

Quãng đường nảy lên lần thứ hai và rơi xuống chạm đất lần 3 là: $2 \cdot \frac{55,8}{10^2} m$.

Quãng đường nảy lên lần thứ ba và rơi xuống chạm đất lần thứ 4 là: $2 \cdot \frac{55,8}{10^3} m$.

Vậy nếu gọi S_n là tổng độ dài quãng đường di chuyển của quả bóng tính từ lúc thả ban đầu cho đến khi quả bóng nảy lên lần thứ n rồi chạm đất thì khi đó ta có:

$$\begin{aligned} S_n &= 55,8 + 2 \cdot 55,8 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots + \frac{1}{10^n} \right) = 55,8 \left(1 + 2 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots + \frac{1}{10^n} \right) \right) \\ &= 55,8 \left(1 + \frac{2}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right) \right) \end{aligned}$$

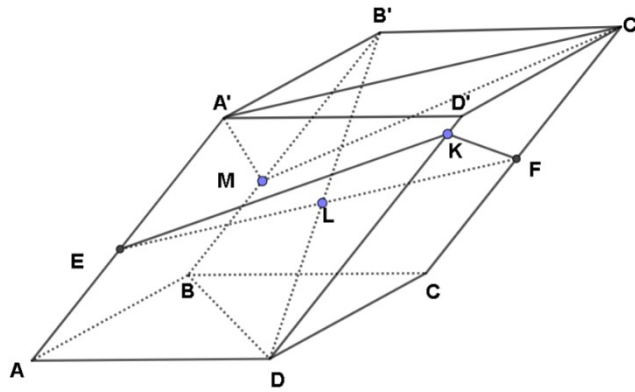
Do đó tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả cho đến khi dừng hẳn là

$$S = \lim S_n = \lim \left(55,8 \left(1 + \frac{2}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right) \right) \right) = 55,8 \left(1 + \frac{2}{9} \right) \approx 68,2$$

Câu 22: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1$; $AA' = 2$. Gọi L là trung

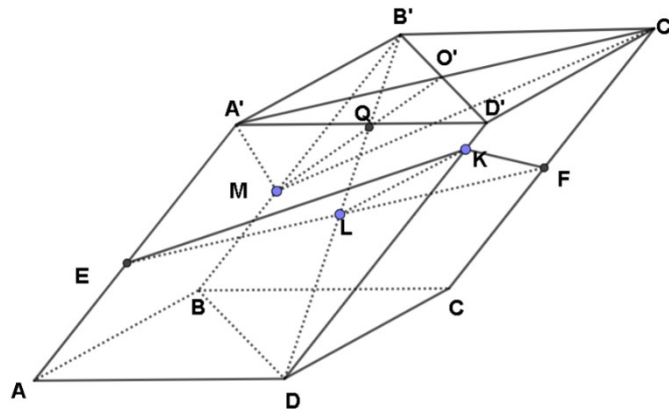
điểm $B'D$, mặt phẳng (P) qua L và song song AC lần lượt cắt AA' ; CC' ; DD' tại E ; F ; K . Đặt

$\frac{DK}{DD'} = x$. Khi $(EFK) \parallel (MA'C')$ thì $P = \frac{2025x}{1005}$ bằng (Làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 2,01



Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $O' = A'C' \cap B'D'$.

Trong mặt phẳng $(B'D'DB)$, $Q = B'D' \cap MO'$.

ML là đường trung bình của tam giác $B'BD$ nên $ML \parallel BD \parallel B'D'$ (1).

$O'L$ là đường trung bình của tam giác $B'D'D$ nên $LO' \parallel D'D \parallel B'B$ (2).

Từ (1), (2) suy ra tứ giác $MLO'B'$ là hình bình hành nên Q là trung điểm $B'L \Rightarrow QO' \parallel LD'$ (3).

Ta có $EF \parallel A'C'$ nên để $(EFK) \parallel (MA'C')$ thì $\Rightarrow QO' \parallel LK$ (4).

Từ (1), (2) suy ra $K \equiv D' \Rightarrow \frac{DK}{DD'} = 1 \Rightarrow x = 1$.

Vậy $P = \frac{2025x}{1005} = \frac{2025}{1005} \approx 2,01$.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Số học sinh có chiều cao trong khoảng $[154; 156)$ là

- A. 40 B. 18 C. 5 D. 8

Câu 2: Nhóm $[20; 40)$ có tần số là

- A. 5. B. 9. C. 12. D. 10.

Câu 3: Giải phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

- A. $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

- A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. B. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. D. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4. B. 9. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Câu 7: Hình chóp lục giác có bao nhiêu mặt bên?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 8: Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.
B. Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc một mặt phẳng.
C. Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a song song với b .
D. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau.

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $a \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** Nếu a song song với (α) thì trong mặt phẳng (α) tồn tại đường thẳng b song song với a .
- B.** Nếu a song song với (α) và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì b song song với a .
- C.** Nếu a song song với b và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì a song song với (α) .
- D.** Nếu a cắt mặt phẳng (α) tại A và b là một đường thẳng bất kì nằm trong (α) thì a và b hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 10: Trong không gian cho ba mặt phẳng phân biệt (P) , (Q) và (R) . Xét các mệnh đề sau

- 1) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng song song với (Q) thì (P) song song với (Q) .
 - 2) Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng song song với (Q) thì (P) song song với (Q) .
 - 3) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với (R) thì (P) song song với (Q) .
 - 4) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt (R) với thì (P) song song với (Q) .
- Số mệnh đề đúng là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 6n - 2025}{n^2}$ bằng

- A.** 5. **B.** 0. **C.** -2025. **D.** 6.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$, vậy:

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

- a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình
- b) Trong khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
- c) Trong khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 1 nghiệm nguyên

d) Tổng các nghiệm của phương trình trên $(-\pi; \pi)$ bằng $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = b$. Khi đó:

a) Giá trị a nhỏ hơn 0.

b) Giá trị b lớn hơn 0.

c) Phương trình lượng giác $\cos x = a$ có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = b$ và $u_1 = a$, $u_3 = \frac{3}{2}$, thì

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$

a) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -8$

b) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$

c) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$

d) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng MN

b) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng CD

c) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng CN

d) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng AB

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm AB , J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JD = \frac{1}{3}JA$, gọi $E = IJ \cap BD$. Tìm giao tuyến của $mp(CIJ)$ và $mp(BCD)$. Giao tuyến của $mp(CIJ)$ và $mp(BCD)$ cắt đoạn BD tại mấy điểm.

Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $-106a + b$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt{x^2+x+6}}{1-x}, & x > 1 \\ ax + 2, & x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x = 1$

Câu 20: Từ độ cao 63m của tháp nghiêng Pi-sa ở Italia, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Tính độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA$, ($x > 0$). Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Số học sinh có chiều cao trong khoảng $[154; 156)$ là

- A. 40 B. 18 C. 5 D. 8

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Nhóm $[20; 40)$ có tần số là

- A. 5. B. 9. C. 12. D. 10.

Lời giải

Chọn BTần số của nhóm $[20; 40)$ là 9.

$$\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

Câu 3: Giải phương trình

A. $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$ **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải**Chọn D**

$$\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Phương trình

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \frac{1}{4}.$ **B.** $u_5 = \frac{1}{16}.$ **C.** $u_5 = \frac{1}{32}.$ **D.** $u_3 = \frac{1}{8}.$

Lời giải**Chọn A**

$$u_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1.$ **B.** $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}.$ **C.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}.$ **D.** $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}.$

Lời giải**Chọn D**

Ta dùng công thức tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d = -\frac{1}{2} + (n-1)\frac{1}{2} = -1 + \frac{n}{2}$, hoặc

$u_{n+1} = u_n + d = u_n + \frac{1}{2}$ để tính các số hạng của một cấp số cộng.

$$\begin{aligned}
 u_1 &= -\frac{1}{2} \\
 u_2 &= u_1 + d = 0 \\
 u_3 &= u_2 + d = \frac{1}{2} \\
 u_4 &= u_3 + d = 1 \\
 u_5 &= u_4 + d = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

Ta có

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4. B. 9. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$$

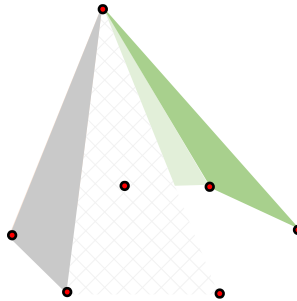
Ta có

Câu 7: Hình chóp lục giác có bao nhiêu mặt bên?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B



Quan sát hình vẽ ta thấy hình chóp lục giác đều có 6 mặt bên.

Câu 8: Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.
 B. Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc một mặt phẳng.
 C. Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a song song với b .
 D. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau.

Lời giải

Chọn B

Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $a \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Nếu a song song với (α) thì trong mặt phẳng (α) tồn tại đường thẳng b song song với a .
B. Nếu a song song với (α) và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì b song song với a .
C. Nếu a song song với b và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì a song song với (α) .
D. Nếu a cắt mặt phẳng (α) tại A và b là một đường thẳng bất kì nằm trong (α) thì a và b hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Lời giải**Chọn B**

Nếu a song song với (α) và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì b và a hoặc song song với nhau hoặc chéo nhau.

Câu 10: Trong không gian cho ba mặt phẳng phân biệt (P) , (Q) và (R) . Xét các mệnh đề sau

- 1) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng song song với (Q) thì (P) song song với (Q) .
- 2) Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng song song với (Q) thì (P) song song với (Q) .
- 3) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song (R) với thì (P) song song với (Q) .
- 4) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt (R) với thì (P) song song với (Q) .

Số mệnh đề đúng là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải**Chọn A**

Mệnh đề 1 và 2 là mệnh đề sai vì theo điều kiện để hai mặt phẳng song song mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với (Q) thì (P) song song với (Q)

Mệnh đề 3 là mệnh đề đúng

Mệnh đề 4 là mệnh đề sai

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 6n - 2025}{n^2}$ bằng

- A.** 5. **B.** 0. **C.** -2025. **D.** 6.

Chọn A

Ta có:
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 6n - 2025}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(5 + \frac{6}{n} - \frac{2025}{n^2} \right)}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 + \frac{6}{n} - \frac{2025}{n^2} \right) = 5$$

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$, vậy:

- a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
b) Trong khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
c) Trong khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình có 1 nghiệm nguyên
d) Tổng các nghiệm của phương trình trên $(-\pi; \pi)$ bằng $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Phương trình
$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Vì $x \in (-\pi; \pi)$ nên:

Với $x = k2\pi$ ta chỉ chọn được $k = 0 \Rightarrow x = 0$.

Với $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ta chỉ chọn được $k = 0 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = a$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = b$. Khi đó:

a) Giá trị a nhỏ hơn 0.

b) Giá trị b lớn hơn 0.

c) Phương trình lượng giác $\cos x = a$ có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = b$ và $u_1 = a$, $u_3 = \frac{3}{2}$, thì

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^3 - 3n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}}{3 - \frac{3}{n^2} + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{3} = 0$$

a) Ta có:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^4 - n^2 + 3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{n^2 \sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{\sqrt{4 - \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^4}}} = \frac{1}{2}$$

b) Ta có:

c) Phương trình lượng giác $\cos x = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = \frac{1}{2}$ và $u_1 = 0$, $u_3 = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$, thì

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$

a) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -8$

b) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$

c) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$

d) Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \sqrt{5}$

b) Xét dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n < 2$ và $x_n \rightarrow 2$, ta có: $f(x_n) = 1 - x_n^2$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x_n) = 1 - 2^2 = -3$
 Khi đó:

c) Xét dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n > 2$ và $x_n \rightarrow 2$, ta có $f(x_n) = \sqrt{x_n + 2}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x_n) = \sqrt{2 + 2} = 2$
 Khi đó:

d) Vì $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ (hay $-3 \neq 2$) nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $BCD; ACD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

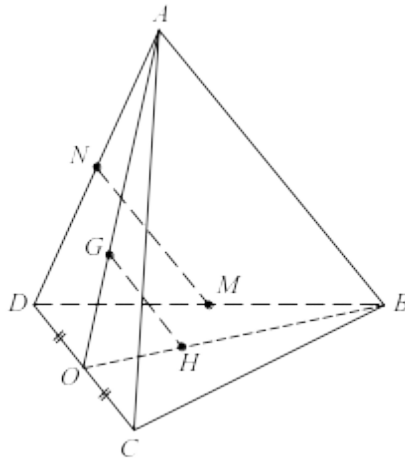
a) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng MN

b) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng CD

- c) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng CN
- d) Đường thẳng HG chéo với đường thẳng AB

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



Do $\frac{OG}{OA} = \frac{OH}{OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow HG \parallel AB$ (Định lý Talet)

Xét tam giác ABD có: $MN \parallel AB$ (do MN là đường trung bình của tam giác) $\Rightarrow HG \parallel MN$

Lại có : $HG \cap CN = G$

Vậy HG và CD chéo nhau.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm AB , J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JD = \frac{1}{3}JA$, gọi $E = IJ \cap BD$. Tìm giao tuyến của $mp(CIJ)$ và $mp(BCD)$. Giao tuyến của $mp(CIJ)$ và $mp(BCD)$ cắt đoạn BD tại mấy điểm.

Lời giải

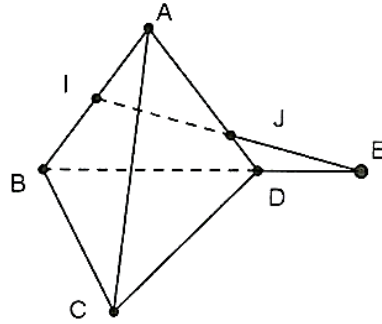
Đáp án: 0

Trong mặt phẳng (ABD) , có $E = IJ \cap BD$. Suy ra E không thuộc đoạn BD .

Ta có: $\begin{cases} E \in IJ; IJ \subset (CIJ) \\ E \in BD; BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (CIJ) \cap (BCD) \Rightarrow CE = (CIJ) \cap (BCD)$

C, E không thuộc đoạn BD nên giao tuyến của $mp(CIJ)$ và $mp(BCD)$ không cắt đoạn BD .

Mà



Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $-106a + b$.

Lời giải

Trả lời: - 100

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{(x-1)(x-2)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{(x-1)(x-2)}.$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+7-2^3}{(x-1)(x-2) \left[\sqrt[3]{(x+7)^2} + 2\sqrt[3]{x+7} + 4 \right]}.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-2) \left(\sqrt[3]{(x+7)^2} + 2\sqrt[3]{x+7} + 4 \right)} = -\frac{1}{12}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^2 - (x+3)}{(x-1)(x-2)(2 + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x-2)(2 + \sqrt{x+3})} = \frac{1}{4}.$$

và

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 3x + 2} = -\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}.$$

Vậy $-106a + b = -106 + 6 = -100$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt[3]{x^2+x+6}}{1-x}, & x > 1 \\ ax+2, & x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 19: Cho hàm số . Tìm a để hàm số liên tục tại $x = 1$

Lời giải

Trả lời: - 3

Xét $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt[3]{x^2+x+6}}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{5x-1} - 2 + 2 - \sqrt[3]{x^2+x+6}}{1-x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\sqrt{5x-1} - 2}{1-x} + \frac{2 - \sqrt[3]{x^2+x+6}}{1-x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{5x-5}{(1-x)(\sqrt{5x-1}+2)} + \frac{8 - (x^2+x+6)}{(1-x)(4 + 2\sqrt[3]{x^2+x+6} + (\sqrt[3]{x^2+x+6})^2)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{-5}{(\sqrt{5x-1}+2)} + \frac{x+2}{4 + 2\sqrt[3]{x^2+x+6} + (\sqrt[3]{x^2+x+6})^2} \right) = -\frac{5}{4} + \frac{1}{4} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax+2) = a+2$$

$$f(1) = a+2$$

Hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a+2 = -1 \Leftrightarrow a = -3$.

Câu 20: Từ độ cao 63m của tháp nghiêng Pi-sa ở Italia, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả

sử mỗi lần chạm quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Tính độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.

Lời giải

Trả lời: 77

Ta thấy:

Ban đầu bóng cao 63m nên chạm đất lần 1 bóng di chuyển quãng đường $S_1 = 63(m)$.

Từ lúc chạm đất lần một đến chạm đất lần hai bóng di chuyển được quãng đường là

$$S_2 = 2S_1 \cdot \frac{1}{10} = 2 \cdot 63 \cdot \frac{1}{10} = \frac{63}{5} \quad \left(\text{do độ cao lần hai bằng } \frac{1}{10} \text{ độ cao ban đầu} \right).$$

Từ lúc chạm đất lần hai đến chạm đất lần ba bóng di chuyển được quãng đường là $S_3 = S_2 \frac{1}{10}$ (do độ cao lần ba bằng $\frac{1}{10}$ độ cao lần hai)... Cứ tiếp tục như vậy kéo dài ra vô tận thì ta có được tổng quãng đường mà bóng cao su đã di chuyển là

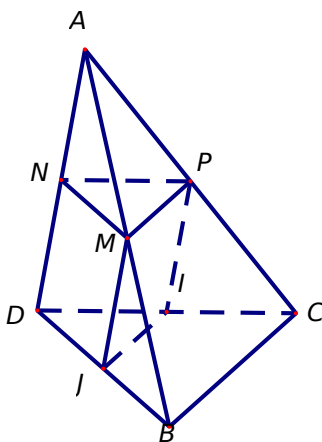
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots = S_1 + S_2 + S_2 \cdot \frac{1}{10} + S_2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \dots = S_1 + S_2 \frac{1}{1 - \frac{1}{10}} = 63 + \frac{63}{5} \cdot \frac{10}{9} = 77(m)$$

Vậy quãng đường di chuyển của bóng là $77m$.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

Lời giải

Đáp án: 4



Gọi M là trung điểm của AB .

Gọi $MN = (P) \cap (ABD)$ ($N \in AD$), do $(P) \parallel (BCD) \Rightarrow MN \parallel BD \Rightarrow N$ là trung điểm của AD .

Gọi $MP = (P) \cap (ABC)$ ($P \in AC$), do $(P) \parallel (BCD) \Rightarrow MP \parallel BC \Rightarrow P$ là trung điểm của AC .

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là $\triangle MNP$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CD và BD .

Ta chứng minh được $\triangle MNP = \triangle JDI$ (c - c - c).

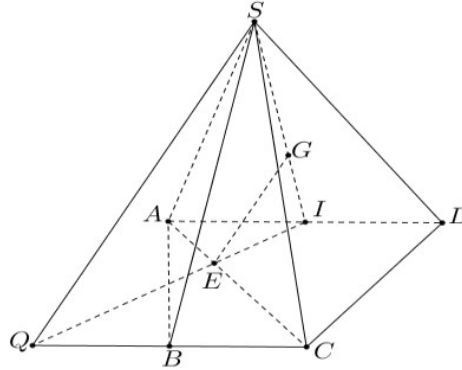
Ta có
$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle DJI} = \frac{1}{2} DI \cdot DJ \cdot \sin \angle JDI = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} DB \cdot DC \cdot \sin \angle BDC = \frac{1}{4} \cdot S_{\triangle DBC} = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4.$$

Vậy $S_{\triangle MNP} = 4$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA, (x > 0)$. Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

Lời giải

Đáp án: 2



Gọi I là trung điểm của cạnh AD .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ giả sử IE và BC cắt nhau tại điểm Q .

Dễ thấy $SQ = (IGE) \cap (SBC)$.

$$\text{Do đó: } GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow GE \parallel SQ \Leftrightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IG}{IS} \Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{1}{3}.$$

Mặt khác, tam giác EIA đồng dạng với tam giác EQC nên $\frac{EI}{EQ} = \frac{EA}{EC} = \frac{EA}{xEA} = \frac{1}{x}$

suy ra $EQ = x.EI$.

$$\Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IE}{IE + EQ} = \frac{IE}{IE + x.IE} = \frac{1}{1+x}.$$

$$\text{Từ và } \Rightarrow \frac{1}{1+x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow x = 2$.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Nhóm $[^{52}; 54)$ có tần số là

A. 45.

B. 5.

C. 20.

D. 15.

Câu 2: Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\emptyset$. C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây **ĐÚNG**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau. C. Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung.

Câu 4: Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức truy hồi $u_1 = 2, u_{n+1} = 2u_n + 3$. Giá trị của số hạng thứ 4 bằng

- A. 37 . B. 17 . C. 7 . D. 77 .

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4, u_3 = 10$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A. 6 . B. -6 . C. 3 . D. -3 .

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$. B. $S_n = \frac{u_1(1-q^{n-1})}{1-q}$. C. $S_n = u_1(1-q^n)$. D. $S_n = \frac{u_1(1-q)}{1-q^n}$.

Câu 7: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 22,5 . B. 25 . C. 25,5 . D. 27 .

Câu 8: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là?

- A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh. C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (SBC)$.

Câu 10: Cho mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song $(P); (Q)$ theo hai giao tuyến a, b . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \perp b$.

B. $a // b$.

C. a cắt b .

D. a chéo b .

Câu 11: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $\left(\frac{3}{2}\right)^n$.

B. $\left(-\frac{5}{4}\right)^n$.

C. $\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

D. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

Câu 12: Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} 3f(x)$ bằng

A. 3 .

B. -3 .

C. 9 .

D. 6 .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, vậy:

a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right)$

b) Nghiệm của phương trình là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k \frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

c) Trên $[0; \pi]$ phương trình có 4 nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trên $[0; \pi]$ bằng $\frac{47\pi}{18}$.

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = a$. Khi đó:

a) Giá trị a nhỏ hơn 0.

b) $x = a$ là trục đối xứng của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$

c) Phương trình lượng giác $\sin x = a$ vô nghiệm

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = 3$ và $u_1 = a$, $u_3 = 6$, thì

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (-5x^3 - 4x + 2) = 2$;

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 3x^2}{4x + 1} = -\frac{3}{4};$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x} = \frac{5}{4}$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) đường thẳng AB song song với $A'B'$

b) đường thẳng CD song song với $A'B'$

c) đường thẳng $C'D'$ song song với $A'B'$

d) đường thẳng SC song song với $A'B'$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$ và $AD = 3BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; I là điểm thuộc đoạn SC sao cho $\frac{CI}{CS} = x$. Tìm x để $OI \parallel (SAD)$.

Câu 18: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên biến đổi theo một hàm số thời gian (tính theo ngày) là

$$g(t) = 45t^2 - t^3$$

(người). Tốc độ trung bình gia tăng người bệnh giữa hai thời điểm t_1, t_2 là $V_{tb} = \frac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}$. Tính

$$\lim_{t \rightarrow 10} \frac{g(t) - g(10)}{t - 10}$$

và cho biết ý nghĩa của kết quả tìm được.

Câu 19: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)}$ bằng

Câu 20: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a + b > 8 + 2b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK) . Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Nhóm $[52; 54)$ có tần số là

- A. 45. B. 5. C. 20. D. 15.

Lời giải

Chọn C

Tần số của nhóm $[52; 54)$ là 20.

Câu 2: Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\emptyset$. C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây ĐÚNG?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng song song thì không có điểm chung.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

Câu 4: Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức truy hồi $u_1 = 2$, $u_{n+1} = 2u_n + 3$. Giá trị của số hạng thứ 4 bằng

- A.** 37. **B.** 17. **C.** 7. **D.** 77.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = 2u_1 + 3 = 2.2 + 3 = 7$, $u_3 = 2u_2 + 3 = 2.7 + 3 = 17$, $u_4 = 2u_3 + 3 = 2.17 + 3 = 37$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = 4$, $u_3 = 10$. Công sai của cấp số cộng bằng

- A.** 6. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 10 = 4 + 2d \Leftrightarrow d = 3$

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$. **B.** $S_n = \frac{u_1(1-q^{n-1})}{1-q}$. **C.** $S_n = u_1(1-q^n)$. **D.** $S_n = \frac{u_1(1-q)}{1-q^n}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính tổng n số hạng đầu của CSN ta được $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.

Câu 7: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A.** 22,5. **B.** 25. **C.** 25,5. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình cộng của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{12,5.2 + 17,5.5 + 22,5.15 + 27,5.8 + 32,5.9 + 37,5.1}{40} = 25$$

Câu 8: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là?

- A.** 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải

Chọn C

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

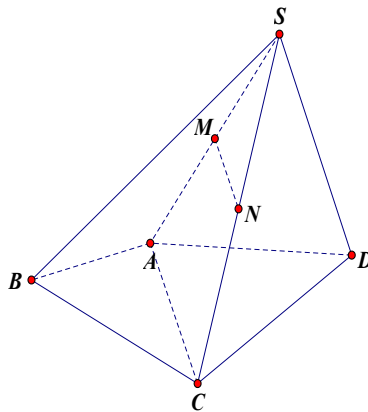
- 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.
- 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $MN \parallel (ABCD)$ **B.** $MN \parallel (SAB)$ **C.** $MN \parallel (SCD)$ **D.** $MN \parallel (SBC)$

Lời giải

Chọn A



MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN \parallel AC$ mà $AC \cap (ABCD)$
 $\Rightarrow MN \parallel (ABCD)$

Câu 10: Cho mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song $(P); (Q)$ theo hai giao tuyến a, b . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a \perp b$ **B.** $a \parallel b$ **C.** a cắt b **D.** a chéo b

Chọn B

Cho mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song $(P); (Q)$ theo hai giao tuyến a, b . Khi đó $a // b$

Câu 11: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{3}{2}\right)^n$ B. $\left(-\frac{5}{4}\right)^n$ C. $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ D. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$

Lời giải

Chọn C

Vì $|q| < 1$ nên $\lim q^n = 0$.

Câu 12: Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} 3f(x)$ bằng

- A. 3 B. -3 C. 9 D. 6

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} 3f(x) = 3 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 9$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$, vậy:

a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right)$

b) Nghiệm của phương trình là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k \frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

c) Trên $[0; \pi]$ phương trình có 4 nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trên $[0; \pi]$ bằng $\frac{47\pi}{18}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right)$$

Phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} - 2x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

Với $x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \leq \pi$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{14} \leq k\frac{2\pi}{7} \leq \frac{13\pi}{14} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4} \text{ . Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

Suy ra các nghiệm: $x = \frac{\pi}{14}, x = \frac{5\pi}{14}, x = \frac{9\pi}{14}, x = \frac{13\pi}{14}$

Với $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \leq \pi$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{18} \leq k\frac{2\pi}{3} \leq \frac{19\pi}{18} \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{19}{12} \text{ . Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$$

Suy ra các nghiệm: $x = \frac{11\pi}{18}$

Vậy tổng các nghiệm là: $\frac{47\pi}{18}$

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = a$. Khi đó:

a) Giá trị a nhỏ hơn 0.

b) $x = a$ là trục đối xứng của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$

c) Phương trình lượng giác $\sin x = a$ vô nghiệm

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = 3$ và $u_1 = a$, $u_3 = 6$, thì

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 1}{n - 2n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(5 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left(\frac{1}{n^2} - 2 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n^2} - 2} = -\frac{5}{2}$$

a) Ta có:

b) parabol $(P): y = x^2 + 5x + 2$ nhận $x = -\frac{5}{2}$ làm trục đối xứng

$$\sin x = -\frac{5}{2}$$

c) Phương trình lượng giác vô nghiệm

d) Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = u_1 + (3-1)d = -\frac{5}{2} + 2 \cdot 3 = \frac{7}{2}$

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (-5x^3 - 4x + 2) = 2$;

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 3x^2}{4x + 1} = -\frac{3}{4}$;

c) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x} = \frac{5}{4}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (-5x^3 - 4x + 2) = -5 \cdot 0^3 - 4 \cdot 0 + 2 = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 3x^2}{4x + 1} = \frac{2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1)^2}{4 \cdot (-1) + 1} = \frac{5}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(x+5)(x-3)}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -5} (x-3) = -5-3 = -8$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x-1)(x+4)}{x(x+4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x-1}{x} = \frac{-4-1}{-4} = \frac{5}{4}$$

d)

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) đường thẳng AB song song với $A'B'$

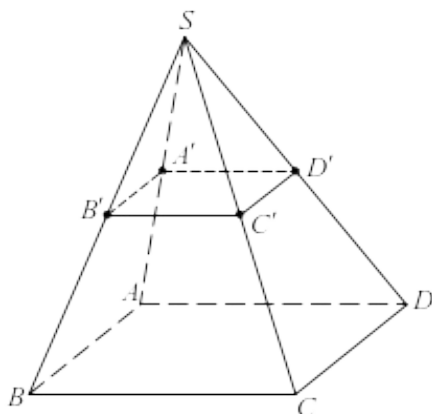
b) đường thẳng CD song song với $A'B'$

c) đường thẳng $C'D'$ song song với $A'B'$

d) đường thẳng SC song song với $A'B'$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



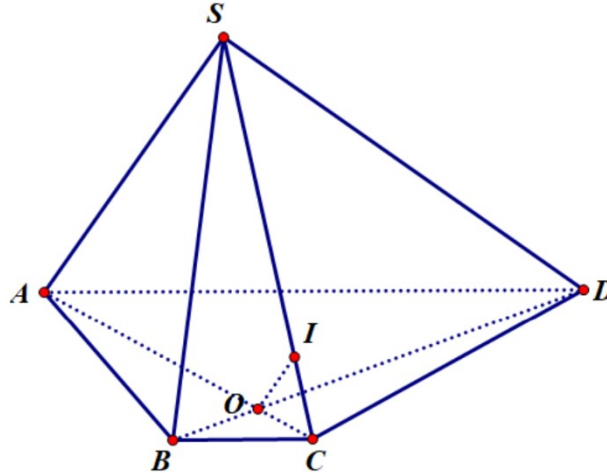
Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$ và $AD = 3BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; I là điểm thuộc đoạn SC sao cho $\frac{CI}{CS} = x$. Tìm x để $OI \parallel (SAD)$.

Lời giải

Đáp án: 0,25



Do $AD \parallel BC$ nên $\frac{CO}{OA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3}$.

$OI \parallel (SAD)$ khi $OI \parallel SA \Leftrightarrow \frac{CI}{IS} = \frac{CO}{OA} = \frac{1}{3}$.

Suy ra: $\frac{CI}{CS} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Câu 18: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày

$$g(t) = 45t^2 - t^3$$

xuất hiện bệnh nhân đầu tiên biến đổi theo một hàm số thời gian (tính theo ngày) là

(người). Tốc độ trung bình gia tăng người bệnh giữa hai thời điểm t_1 và t_2 là $V_{tb} = \frac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}$. Tính

$$\lim_{t \rightarrow 10} \frac{g(t) - g(10)}{t - 10}$$

và cho biết ý nghĩa của kết quả tìm được.

Lời giải

Trả lời: 600

$$\lim_{t \rightarrow 10} \frac{g(t) - g(10)}{t - 10} = \lim_{t \rightarrow 10} \frac{45t^2 - t^3 - 45 \cdot 10^2 + 10^3}{t - 10}$$

Ta có:

$$= \lim_{t \rightarrow 10} \frac{45(t-10)(t+10) - (t-10)(t^2 + 10t + 100)}{t-10}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 10} (-t^2 + 35t + 350) = 600$$

Từ kết quả trên, ta thấy tốc độ gia tăng người bệnh ngay tại thời điểm $t = 10$ (ngày) là 600 người/ngày.

Câu 19: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)}$ bằng

Lời giải

Đáp án: 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5 \quad \text{nên} \quad f(x) - 10 \xrightarrow{x \rightarrow 1} 5(x - 1) \quad \text{hay} \quad f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1} 5x + 5$$

Do đó

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x + 5 - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4(5x + 5) + 9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{20x + 29} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{20x + 29} + 3)} = 1.$$

Câu 20: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a + b > 8 + 2b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

Lời giải

Đáp án: 3

Xét hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Theo giả thiết $4a + c > 2b + 8 \hat{=} -8 + 4a - 2b + c > 0 \Rightarrow f(-2) > 0$;

$a + b + c < -1 \hat{=} 1 + a + b + c < 0 \Rightarrow f(1) < 0$

Ta có $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + ax^2 + bx + c) = -8$$

$$f(-2) > 0$$

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên $(-8; -2)$ (1)

$f(-2)f(1) < 0$ nên phương trình có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$ (2)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + ax^2 + bx + c) = +\infty$$

$$f(1) < 0$$

Suy ra phương trình có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(1; +\infty)$ (3)

Từ (1); (2) và (3) ta có phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 3 nghiệm.

Mặt khác $f'(x) = 0$ là phương trình bậc ba nên có tối đa 3 nghiệm

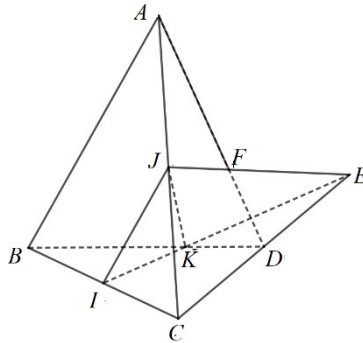
Vậy phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm

K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK) . Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$

Lời giải

Đáp án: 2



+ Cho $AD \subset (ACD)$

Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng IK, CD không song song nên gọi E là giao điểm của hai đường thẳng IK và CD . Khi đó $E \in (ACD)$.

+ Ta thấy $(ACD) \cap (IJK) = EJ$

+ Trong $(ACD): EJ \cap AD = F$. Khi đó $(IJK) \cap AD = F$.

Xét tam giác BCD , áp dụng định lý Menelaus có: $\frac{IB}{IC} \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{KD}{KB} = 1 \Rightarrow 1 \cdot \frac{EC}{ED} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 2$

Xét tam giác ACD , áp dụng định lý Menelaus có: $\frac{EC}{ED} \cdot \frac{FD}{FA} \cdot \frac{JA}{JC} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{FD}{FA} \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{2}$

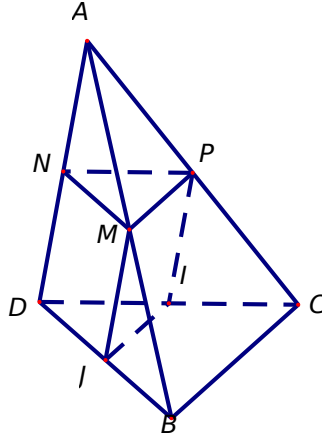
$$\frac{FA}{FD} = 2$$

Vậy .

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD có diện tích bằng 16. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của AB và song song với mặt phẳng (BCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích bằng

Lời giải

Đáp án: 4



Gọi M là trung điểm của AB .

Gọi $MN = (P) \cap (ABD)$ ($N \in AD$), do $(P) \parallel (BCD) \Rightarrow MN \parallel BD \Rightarrow N$ là trung điểm của AD .

Gọi $MP = (P) \cap (ABC)$ ($P \in AC$), do $(P) \parallel (BCD) \Rightarrow MP \parallel BC \Rightarrow P$ là trung điểm của AC .

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là $\triangle MNP$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CD và BD .

Ta chứng minh được $\triangle MNP = \triangle JDI$ (c - c - c).

Ta có: $S_{\triangle MNP} = S_{\triangle JDI} = \frac{1}{2} DI \cdot DJ \cdot \sin \angle JDI = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} DB \cdot DC \cdot \sin \angle BDC = \frac{1}{4} \cdot S_{\triangle DBC} = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4$.

Vậy $S_{\triangle MNP} = 4$.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho biết mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng. **C.**

Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Câu 2: Mệnh đề nào sau **đúng** là

A. Giá trị đại diện của lớp $[50; 52)$ là 53.

B. Tần số của lớp $[58; 60)$ là 95. **C.** Tần số của lớp $[52; 54)$ là 35.

D. Số 50 không phụ thuộc lớp $[54; 56)$.

Câu 3: Phương trình lượng giác $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. Vô nghiệm.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 4: Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho dãy số (u_n) gồm tất cả các số nguyên dương chia 3 dư 2 theo thứ tự tăng dần. Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = \frac{3n}{2}$.

B. $u_n = 1 + \frac{2}{n}$.

C. $u_n = 3n - 2$.

D. $u_n = 3n + 2$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 5$, $u_{10} = 15$ Khi đó u_7 bằng

A. $u_7 = 12$.

B. $u_7 = 8$.

C. $u_7 = 7$.

D. $u_7 = 9$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu u_1 và công bội q . Với $n \geq 1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_{n+1} = u_n + q$.

B. $u_{n+1} = u_n + (n-1)q$.

C. $u_{n+1} = u_n \cdot q$.

D. $u_{n+1} = u_n \cdot q^{n-1}$.

Câu 7: Cho dãy số liệu thống kê 11, 13, 14, 15, 12, 10. Số trung bình cộng của dãy thống kê đó bằng

A. 13,5.

B. 12.

C. 13.

D. 12,5.

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

B. Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song. **C.** Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó đôi một song song.

D. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến nếu có của chúng sẽ song song với hai đường thẳng đó.

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d \parallel (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta \parallel d$.

B. Nếu $d \parallel (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b \parallel d$. **C.** Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

D. Nếu $d \parallel c$; $c \subset (\alpha)$ thì $d \parallel (\alpha)$.

Câu 10: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) , mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q) .

B. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q) . **C.** Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q) .

D. Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q) .

Câu 11: $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^4 - 50n + 11)$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. -1.

Câu 12: Với k là số nguyên dương, c là hằng số, giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x^k}$ bằng

A. c .

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{1}{2}$, khi đó:

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

a) Phương trình tương đương

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

b) Phương trình có nghiệm là:

$$-\frac{\pi}{3}$$

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là ba nghiệm

Câu 14: Cho giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}}$. Khi đó :

a) $L = 2$ khi $a = 1$

b) $L = 3$ khi $a = 3$

c) $L > 3$ khi $a > 6$

d) Có 3 giá trị nguyên của a thuộc $(0; 20)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}}$ là một số nguyên.

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \frac{1}{2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = -\infty$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

a) $EF \parallel AC$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .

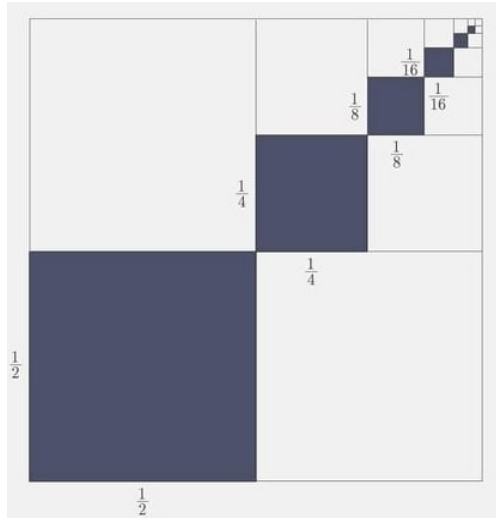
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + a - \sqrt{bx + 3}}{2x^3 - 3x^2 + 1} = c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}, a > 0$. Tính $6abc$

Câu 18: Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, ..., n, ... trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quy trình tô màu của

chuột Mickey có thể tiến ra vô hạn (như hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích mà chuột Mickey phải tô màu.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1} & \text{với } x > 1 \\ ax + 2 & \text{với } x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 19: Cho hàm số . Tại $a = a_0$ thì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Giá trị của biểu thức $A = a_0^2 + 1$ là

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC' .

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh SB và đoạn AC sao cho $\frac{BM}{MS} = x$ và $\frac{NC}{NA} = y$, $(0 < x, y \neq 1)$. Tìm tỷ số $\frac{x}{y}$ để $MN \parallel (SAD)$.

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$, $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$, $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q . Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho biết mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.

- B.** Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc nó xác định duy nhất một mặt phẳng. **C.** Qua hai đường thẳng xác định duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp hai đường thẳng chéo nhau thì không xác định được mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng đó. Hoặc 2 đường thẳng trùng nhau thì xác định được vô số mặt phẳng.

Câu 2: Mệnh đề nào sau **đúng** là

- A.** Giá trị đại diện của lớp $[50; 52)$ là 53.
B. Tần số của lớp $[58; 60)$ là 95. **C.** Tần số của lớp $[52; 54)$ là 35.
D. Số 50 không phụ thuộc lớp $[54; 56)$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề sau **đúng** là

Số 50 không nằm trong lớp $[54; 56)$.

Câu 3: Phương trình lượng giác $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho dãy số (u_n) gồm tất cả các số nguyên dương chia 3 dư 2 theo thứ tự tăng dần.
Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A.** $u_n = \frac{3n}{2}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{2}{n}$. **C.** $u_n = 3n - 2$. **D.** $u_n = 3n + 2$.

Lời giải

Chọn D

Các số nguyên dương chia 3 dư 2 theo thứ tự tăng dần là 5, 8, 11, 14, ...

Ta có $5 = 3.1 + 2$, $8 = 3.2 + 2$, $11 = 3.3 + 2$, $14 = 3.4 + 2$, ...

Vậy $u_n = 3n + 2$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 5$, $u_{10} = 15$ Khi đó u_7 bằng

- A. $u_7 = 12$. B. $u_7 = 8$. C. $u_7 = 7$. D. $u_7 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} u_5 = 5 \\ u_{10} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 5 \\ u_1 + 9d = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -3 \\ d = 2 \end{cases}$

Vậy $u_7 = u_1 + 6d = -3 + 6.2 = 9$

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu u_1 và công bội q . Với $n \geq 1$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_{n+1} = u_n + q$. B. $u_{n+1} = u_n + (n-1)q$. C. $u_{n+1} = u_n \cdot q$. D. $u_{n+1} = u_n \cdot q^{n-1}$.

Lời giải

Chọn C

Do (u_n) là cấp số nhân nên $u_{n+1} = u_n \cdot q$, ($n \geq 1$).

Câu 7: Cho dãy số liệu thống kê 11, 13, 14, 15, 12, 10. Số trung bình cộng của dãy thống kê đó bằng

- A. 13,5 . B. 12 . C. 13 . D. 12,5 .

Lời giải

Chọn D

$$\frac{11+13+14+15+12+10}{6} = 12,5$$

Số điểm trung bình cộng của dãy số trên là

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

- A. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 B. Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song. C. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó đôi một song song.
 D. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến nếu có của chúng sẽ song song với hai đường thẳng đó.

Lời giải

Chọn C

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó đồng quy hoặc đôi một song song.

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Nếu $d // (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta // d$.
- B.** Nếu $d // (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b // d$. **C.** Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.
- D.** Nếu $d // c; c \subset (\alpha)$ thì $d // (\alpha)$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề **B** sai vì b và d có thể chéo nhau.

Câu 10: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) , mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q) .
- B.** Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q) . **C.** Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q) .
- D.** Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q) .

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 11: $\lim(-n^4 - 50n + 11)$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\lim(-n^4 - 50n + 11) = \lim n^4 \left(-1 - \frac{50}{n^3} + \frac{11}{n^4} \right) = -\infty.$$

Câu 12: Với k là số nguyên dương, c là hằng số, giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x^k}$ bằng

- A.** c . **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x^k} = 0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{1}{2}$, khi đó:

- a) Phương trình tương đương $\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- b) Phương trình có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$
- d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là ba nghiệm

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

$$\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - (-\frac{\pi}{6}) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là:

Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{6}$

Khi $x \in (-\pi; \pi)$ phương trình có hai nghiệm

Câu 14: Cho giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}}$. Khi đó :

a) $L = 2$ khi $a = 1$

b) $L = 3$ khi $a = 3$

c) $L > 3$ khi $a > 6$

d) Có 3 giá trị nguyên của a thuộc $(0; 20)$ sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}}$ là một số nguyên.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n^2} + 1} = a \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{an^2 - 1}{3 + n^2} - \frac{1}{2^n}} = \sqrt{3 + a}.$$

Ta có

$$\begin{cases} a \in (0; 20), a \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{a + 3} \in \mathbb{Z} \end{cases} \longrightarrow a \in \{1; 6; 13\}.$$

Ta có

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \frac{1}{2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = -\infty$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = +\infty$$

Ta có: nên phương án a sai.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 2 \right) = -\infty$$

Ta có: nên phương án b sai.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + x} + x} \right) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1} \right) = \frac{1}{2}$$

Ta có: nên đáp án c đúng.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 2 \right) = +\infty$$

Ta có: nên đáp án d sai.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

a) $EF \parallel AC$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .

Lời giải

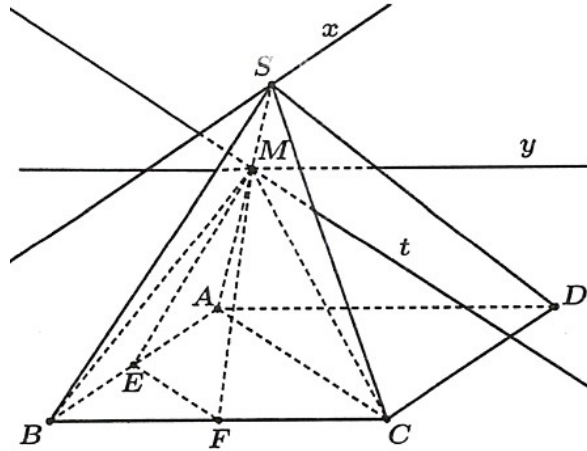
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) :

$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD). \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Ta có:

Suy ra $S_x = (SAB) \cap (SCD)$, với S_x là đường thẳng qua S và $S_x \parallel AB \parallel CD$.



c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) :

$$\begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD)$$

Ta có:

$$\begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (MBC); AD \subset (SAD). \\ BC \parallel AD \end{cases}$$

Khi đó:

Suy ra $M_y = (MBC) \cap (SAD)$, M_y là đường thẳng qua M và $M_y \parallel BC \parallel AD$.

d) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) :

$$\begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC)$$

Ta có

Xét tam giác ABC , ta có EF là đường trung bình $\Rightarrow EF \parallel AC$.

$$\begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC). \\ EF \parallel AC \end{cases}$$

Khi đó:

Suy ra $M_t = (MEF) \cap (SAC)$, M_t là đường thẳng qua M và $M_t \parallel EF \parallel AC$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+a-\sqrt{bx+3}}{2x^3-3x^2+1} = c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}, a > 0$. Tính $6abc$

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có: $2x^3 - 3x^2 + 1 = (2x+1)(x-1)^2 \Rightarrow$ Tử thức sau khi nhân liên hợp phải chứa $(x-1)^2$.

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+a-\sqrt{bx+3}}{2x^3-3x^2+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+a)^2 - bx - 3}{(x+a+\sqrt{bx+3})(2x+1)(x-1)^2}$$

Suy ra: $(x+a)^2 - bx - 3 = (x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 + (2a-b)x + a^2 - 3 = x^2 - 2x + 1$

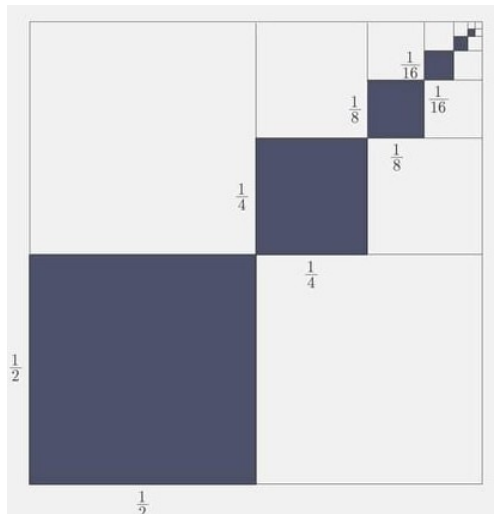
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b=-2 \\ a^2-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=6 \end{cases}$$

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x+2+\sqrt{6x+3})(2x+1)(x-1)^2} = \frac{1}{18}$$

Khi đó:

$$\text{Vậy } a=2, b=6, c=\frac{1}{18} \Rightarrow 6abc=4$$

Câu 18: Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, ..., n, ... trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quy trình tô màu của chuột Mickey có thể tiến ra vô hạn (như hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích mà chuột Mickey phải tô màu.



Trả lời: 0,3

Ta có cạnh của hình vuông thứ nhất là $\frac{1}{2}$ nên diện tích $S_1 = \frac{1}{4}$.

Cạnh hình vuông thứ hai là $\frac{1}{4}$ nên diện tích $S_2 = \frac{1}{16}, \dots$

Cứ tiếp tục như vậy thì ta có được $S_1; S_2; S_3; \dots$ lập thành cấp số nhân lùi vô hạn có $S_1 = \frac{1}{4}$, $q = \frac{1}{4}$ nên ta

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots = \frac{1}{4} \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

có tổng diện tích chuột Mickey cần tô màu là (đvdt).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1} & \text{với } x > 1 \\ ax + 2 & \text{với } x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 19: Cho hàm số . Tại $a = a_0$ thì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Giá trị của biểu thức $A = a_0^2 + 1$ là

Lời giải

Đáp án: 10

Xét hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 1)$, khi đó $f(x) = ax + 2$ xác định trên $(-\infty; 1)$ và là hàm sơ cấp (đa thức) nên liên tục trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Xét hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$, khi đó $f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1}$ xác định trên $(1; +\infty)$ và là hàm sơ cấp (phân thức hữu tỉ) nên liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$.

Vậy, f liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f$ liên tục tại $x_0 = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$ (1)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 2)}{(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 2) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 2) = a + 2$$

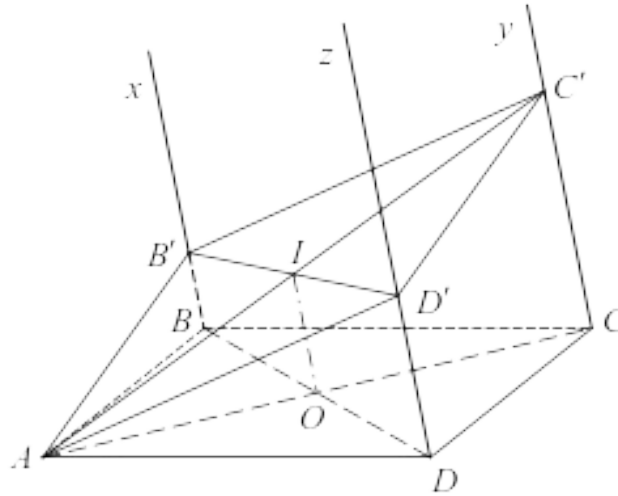
$$(1) \Leftrightarrow a + 2 = -1 \Leftrightarrow a = -3 = a_0.$$

Vậy giá trị biểu thức $A = (-3)^2 + 1 = 10$.

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2, DD' = 4$. Tính CC' .

Lời giải

Đáp án: 6



Ta có: $AB'C'D'$ là hình bình hành.

và $AC \cap BD = O \Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ACC' . $\Rightarrow CC' = 2OI$.

$BB'D'D$ là hình thang có OI là đường trung bình $\Rightarrow OI = \frac{BB' + DD'}{2} = 3$.

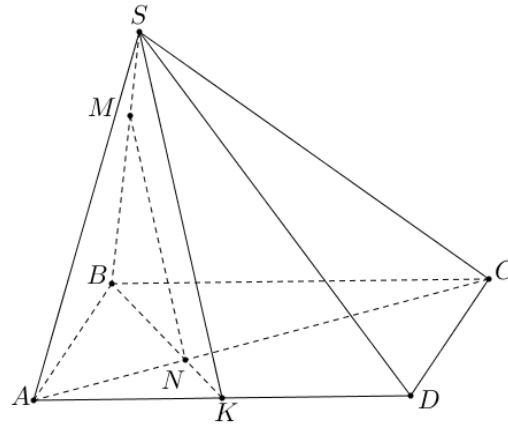
Vậy $CC' = 6$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh

SB và đoạn AC sao cho $\frac{BM}{MS} = x$ và $\frac{NC}{NA} = y$, $(0 < x, y \neq 1)$. Tìm tỷ số $\frac{x}{y}$ để $MN \parallel (SAD)$.

Lời giải

Đáp số: 1



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ giả sử BN và AD cắt nhau tại điểm K .

Dễ thấy $SK = (BMN) \cap (SAD)$.

Do đó: $MN \parallel (SAD) \Leftrightarrow MN \parallel SK \Leftrightarrow \frac{BM}{MS} = \frac{BN}{NK}$ (1)

Mặt khác tam giác NCB đồng dạng với tam giác $NAK \Rightarrow \frac{BN}{NK} = \frac{CN}{NA}$ (2).

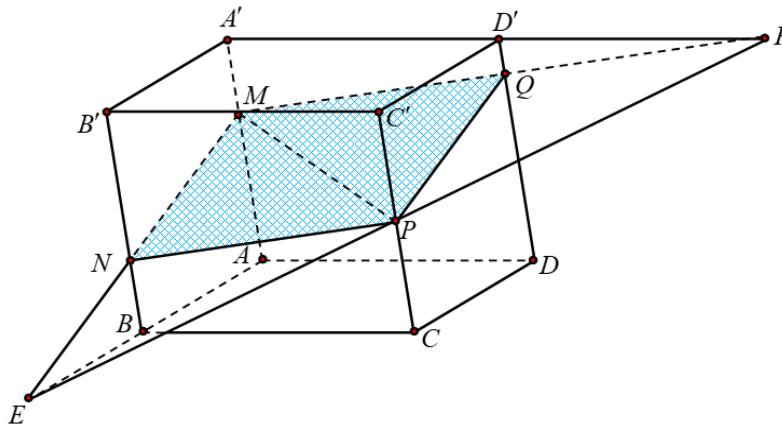
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{BM}{MS} = \frac{NC}{NA} \Leftrightarrow x = y$.

Vậy $MN \parallel (SAD) \Leftrightarrow x = y$. Khi đó $\frac{x}{y} = 1$

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA' , BB' , CC' lần lượt lấy ba điểm M , N , P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$, $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$, $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q . Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$.

Lời giải

Đáp án: 0,16



$$\text{Ta có } \begin{cases} (BB'C'C) \parallel (AA'D'D) \\ (MNP) \cap (BB'C'C) = NP \Rightarrow NP \parallel MQ \\ (MNP) \cap (AA'D'D) = MQ \end{cases}$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} (AA'B'B) \parallel (CC'D'D) \\ (MNP) \cap (AA'B'B) = MN \Rightarrow MN \parallel PQ \\ (MNP) \cap (CC'D'D) = PQ \end{cases}$$

Suy ra mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} BN = \frac{1}{3}BB' = \frac{1}{3}AA' \\ AM = \frac{2}{3}AA' \end{cases} \Rightarrow \frac{BN}{AM} = \frac{1}{2}.$$

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, gọi E là giao điểm của hai đường thẳng MN và AB thì BN là đường trung bình của tam giác $AME \Rightarrow N$ là trung điểm của đoạn thẳng ME .

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$, gọi F là giao điểm của EP và MQ thì NP là đường trung bình của tam

$$\text{giác } MEF \text{ (vì } NP \parallel MQ \text{ và } N \text{ là trung điểm } EM) \Rightarrow NP = \frac{1}{2}MF$$

$$\text{Mà tứ giác } MNPQ \text{ là hình bình hành nên } NP = MQ \Rightarrow Q \text{ là trung điểm } MF \text{ hay } \frac{FQ}{FM} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Lại có } D'Q \parallel A'M \Rightarrow \frac{D'Q}{A'M} = \frac{FQ}{FM} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{D'Q}{\frac{1}{3}AA'} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

uigeli.xyz

ĐỀ 9

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 11

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Giao tuyến của hai mặt

phẳng (SAC) và (SAD) là

A. SO .B. SD .C. SA .D. SB .

Câu 2: Giá trị đại diện của nhóm $[58; 60)$

A. 58.

B. 59.

C. 54.

D. 60.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

Câu 3: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

$(k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Cặp đường thẳng nào dưới đây song song với nhau?

A. SA và BC .

B. SB và SC .

C. AC và BD .

D. AB và CD .

Câu 5: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 1$. Dãy số (u_n) là dãy số

A. Giảm.

B. Bị chặn dưới bởi 2. **C.** Bị chặn trên bởi 1. **D.** Tăng.

Câu 6: Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

A. 800.

B. 600.

C. 570.

D. 630.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$ với $n = 1, 2, \dots$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó?

A. $u_1 = 5, q = 4$.

B. $u_1 = 5, q = 6$.

C. $u_1 = 4, q = 5$.

D. $u_1 = 6, q = 5$.

Câu 8: Một nhóm 11 học sinh tham gia một kỳ thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 10): 0; 0; 3; 6; 6; 7; 7; 8; 8; 8; 9. Tìm số trung bình của mẫu số liệu (tính chính xác đến hàng phần trăm).

A. 5.

B. 5,54.

C. 6.

D. 5,64.

Câu 9: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại. **C.** Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 10: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là:

A. SA .

B. SB .

C. SC .

D. AC .

Câu 11: Kết quả của giới hạn $\lim\left(\frac{1}{2}\right)^n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Câu 12: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{-2x^2 + x + 3}$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 3. D. $\frac{1}{5}$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

- a) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{6}\right)$
- b) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $\frac{-5\pi}{9}$
- d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = a$. Khi đó:

- a) Giá trị a lớn hơn 0.
- b) Ba số $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 2
- c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 3 nghiệm
- d) Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, $u_3 = -6$, thì

Câu 15: Cho $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)$. Khi đó:

- a) Khi $L = 3$ thì $a = -6$
- b) Khi $L > 0$ thì $a > 0$

c) Khi $L = 2$ thì $a = 4$

d) $L = -6$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2 + 11x - 12 = 0$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N . Khi đó:

a) Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD)

b) Ta có $SN = \frac{2}{3}SB$

c) Cho $AB = a$ thì $MN = \frac{a}{2}$

d) Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM .

Khi đó SK và BC chéo nhau

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{an^2 + bn + 1} - n = \frac{3}{2} (a; b \in \mathbb{R})$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng

Câu 18: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 1} = 3$.

Tính giá trị biểu thức $S = a + \frac{b}{4}$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD .

Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

Câu 20: Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x) = 50000 + 105x$. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{C(x)}{x}$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tỷ số $\frac{SQ}{SD} = \frac{a}{5}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang; $AB = 2CD, AB \parallel CD$. M là trung điểm của cạnh AD ; mặt phẳng (α) qua M và song song với mp (SAB) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là hình (H) . Biết $S_{(H)} = xS_{\Delta SAB}$. Giá trị của x là:

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. SO . B. SD . C. SA . D. SB .

Lời giải

Chọn C

$$(SAC) \cap (SAD) = SA$$

Ta có

Câu 2: Giá trị đại diện của nhóm $[58; 60)$

A. 58. B. 59. C. 54. D. 60.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Giá trị đại diện của mẫu là: } \frac{58+60}{2} = 59.$$

Câu 3: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Cặp đường thẳng nào dưới đây song song với nhau?

- A.** SA và BC . **B.** SB và SC . **C.** AC và BD . **D.** AB và CD .

Lời giải

Chọn D

Ta có AB song song với CD theo tính chất hình bình hành.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 1$. Dãy số (u_n) là dãy số

- A.** Giảm. **B.** Bị chặn dưới bởi 2. **C.** Bị chặn trên bởi 1. **D.** Tăng.

Lời giải

Chọn D

$$u_{n+1} - u_n = [2(n+1) - 1] - (2n - 1) = 2n + 2 - 1 - 2n + 1 = 2 > 0$$

Xét

Câu 6: Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

- A.** 800. **B.** 600. **C.** 570. **D.** 630.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } u_3 + u_{13} = 80 \Leftrightarrow (u_1 + 2d) + (u_1 + 12d) = 80 \Leftrightarrow 2u_1 + 14d = 80$$

$$\text{Vậy } S_{15} = \frac{15}{2}(2u_1 + 14d) = \frac{15}{2} \cdot 80 = 600$$

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$ với $n = 1, 2, \dots$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó?

- A.** $u_1 = 5, q = 4$. **B.** $u_1 = 5, q = 6$. **C.** $u_1 = 4, q = 5$. **D.** $u_1 = 6, q = 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = S_1 = 5 - 1 = 4 \\ u_1 + u_2 = S_2 = 5^2 - 1 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_2 = 24 - u_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4, q = \frac{u_2}{u_1} = 5$$

Câu 8: Một nhóm 11 học sinh tham gia một kỳ thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 10): 0; 0; 3; 6; 6; 7; 7; 8; 8; 8; 9. Tìm số trung bình của mẫu số liệu (tính chính xác đến hàng phần trăm).

- A. 5. B. 5,54. C. 6. D. 5,64.

Lời giải

Chọn D

$$\bar{x} = \frac{0.2 + 3.1 + 6.2 + 7.2 + 8.3 + 9}{11} = 5,64$$

Câu 9: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
 B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
 C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
 D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải

Giả sử (α) song song với (β) . Một đường thẳng a song song với (β) có thể nằm trên (α) .

Câu 10: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là:

- A. SA . B. SB . C. SC . D. AC .

Lời giải

Chọn B

Hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) có hai điểm chung là S và B nên giao tuyến của chúng là đường thẳng SB .

Câu 11: Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn A

Có $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

$$\left| \frac{1}{2} \right| < 1 \quad \lim \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0$$

Vì nên .

Câu 12: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{-2x^2 + x + 3}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{-2x^2 + x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1^2 + 3 \cdot 1 + 2}{-2 \cdot 1^2 + 1 + 3} = 3$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

a) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot \left(\frac{-\pi}{6} \right)$

b) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$ bằng $\frac{-5\pi}{9}$

d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot 3x = \cot \left(\frac{-\pi}{3} \right) \Leftrightarrow 3x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{9} + k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{-\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} < 0 (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \frac{-7}{6} < k < \frac{1}{3} \Rightarrow k = \{-1; 0\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{9} \\ x = \frac{-4\pi}{9} \end{cases}$$

Câu 14: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = a$. Khi đó:

a) Giá trị a lớn hơn 0.

b) Ba số $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng $\frac{2}{3}$

c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 3 nghiệm

d) Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, $u_3 = -6$, thì

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\left(2 + \frac{1}{n}\right)}{n\left(-3 + \frac{2}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{-3 + \frac{2}{n}} = \frac{-2}{3}$$

a) Ta có:

b) Ba số $-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 1

c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 2 nghiệm

d) Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, $u_3 = -6$, thì

Câu 15: Cho $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax + 5} + x \right)$. Khi đó:

a) Khi $L = 3$ thì $a = -6$

b) Khi $L > 0$ thì $a > 0$

c) Khi $L = 2$ thì $a = 4$

d) $L = -6$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2 + 11x - 12 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = -6 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + ax + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = -6 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = -6$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} \right) = -6 \Leftrightarrow \frac{a}{-2} = -6 \Leftrightarrow a = 12$$

Vì vậy giá trị của a là một nghiệm của phương trình $x^2 + 11x - 12 = 0$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N . Khi đó:

a) Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD)

b) Ta có $SN = \frac{2}{3}SB$

c) Cho $AB = a$ thì $MN = \frac{a}{2}$

d) Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM .

Khi đó SK và BC chéo nhau

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

- Xác định M, N :

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ CI cắt SA tại M ;

Trong mặt phẳng (SBD) , kẻ DI cắt SB tại N .

$$\begin{cases} M \in CI, CI \subset (ICD) \\ M \in SA \end{cases} \Rightarrow M = SA \cap (ICD)$$

Vì

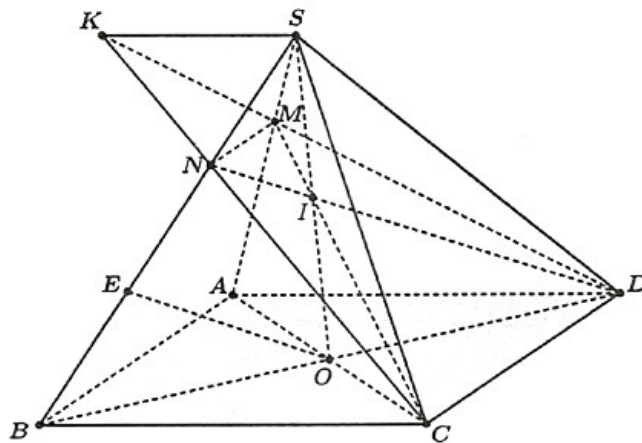
$$\begin{cases} N \in DI, DI \subset (ICD) \\ N \in SB \end{cases} \Rightarrow N = SB \cap (ICD)$$

Tương tự:

-Tính MN theo a :

Gọi E là trung điểm BN, OE là đường trung bình của tam giác $BDN \Rightarrow OE \parallel DN$.

Trong tam giác SOE , ta có NI qua trung điểm I của SO và $NI \parallel OE, N$ là trung điểm của SE .



-Vậy $SN = NE = EB$ hay $SN = \frac{1}{3} SB$.

$$SM = \frac{1}{3} SA$$

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được

Khi đó hai tam giác SMN, SAB đồng dạng vì có góc S chung và $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác SAB , theo định lý Thalès, ta có:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}.$$

- Chứng minh $SK // BC // AD$:

Để thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

$$\begin{cases} K \in CN, CN \subset (SBC) \\ K \in DM, DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBC) \cap (SAD)$$

Ta có:

$$SK = (SBC) \cap (SAD)$$

Vì vậy

$$\begin{cases} SK = (SBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (SBC), AD \subset (SAD) \Rightarrow SK // BC // AD. \\ BC // AD \end{cases}$$

Khi đó:

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{an^2 + bn + 1} - n = \frac{3}{2} \ (a; b \in \mathbb{R})$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng

Lời giải

Đáp án: 10

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn + 1} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{an^2 + bn + 1} - n)(\sqrt{an^2 + bn + 1} + n)}{\sqrt{an^2 + bn + 1} + n}$$

Ta có:

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 1 - n^2}{\sqrt{an^2 + bn + 1} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(a-1) + bn + 1}{\sqrt{an^2 + bn + 1} + n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{an^2 + bn + 1} - n = \frac{3}{2} \ (a; b \in \mathbb{R}) \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(a-1) + bn + 1}{\sqrt{an^2 + bn + 1} + n} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ \frac{b}{\sqrt{a+1}} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$$

Khi đó $a^2 + b^2 = 1^2 + 3^2 = 10$.

Câu 18: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 1} = 3$.

Tính giá trị biểu thức $S = a + \frac{b}{4}$.

Lời giải

Đáp án: 1,25

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 1} = 3$ là 1 số hữu hạn và $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 1} (ax^2 + bx - 2) = 0$ hay $a + b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2 - a$.

Khi đó:

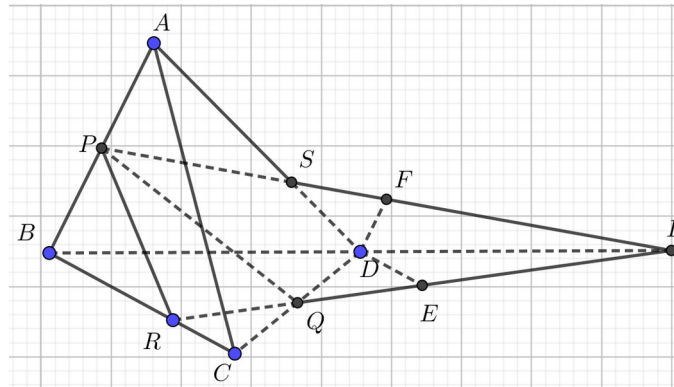
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + (2 - a)x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(ax + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (ax + 2) = a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$ Suy ra $b = 1$.

Vậy $S = 1 + \frac{1}{4} = 1,25$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

Lời giải

Đáp án: 2



Trong mặt phẳng (BCD) , gọi $I = RQ \cap BD$.

Trong (ABD) , gọi $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Trong mặt phẳng (BCD) , dựng $DE \parallel BC \Rightarrow DE$ là đường trung bình của tam giác IBR .
 $\Rightarrow D$ là trung điểm của BI .

Trong (ABD) , dựng $DF \parallel AB \Rightarrow \frac{DF}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DF}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Câu 20: Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x) = 50000 + 105x$. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} C'(x)$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

Lời giải

Trả lời: 105

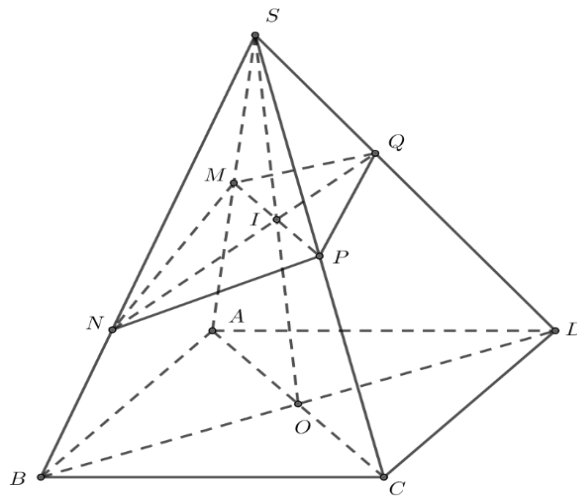
Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} C'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50000 + 105x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(\frac{50000}{x} + 105 \right)}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 105 \right) = 105$$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tỷ số $\frac{SQ}{SD} = \frac{a}{5}$.

Lời giải

Đáp số: 2



Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của MP và SO thì Q là giao điểm của NI với SD . I là trung điểm của SO .

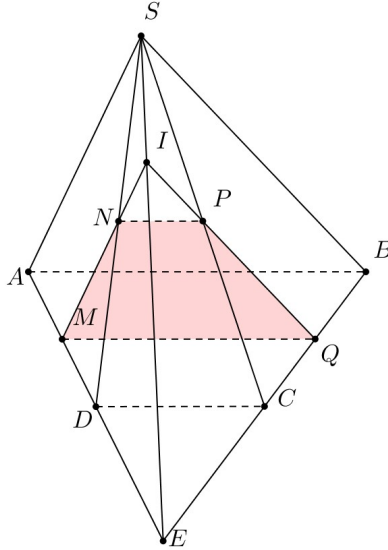
Đặt $\frac{SQ}{SD} = x$. Do $2\overline{SO} = \overline{SB} + \overline{SD}$ nên $4\overline{SI} = \frac{3}{2}\overline{SN} + x\overline{SQ} \Rightarrow x = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

Vậy $\frac{SQ}{SD} = \frac{2}{5} \Rightarrow a = 2$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang; $AB = 2CD$, $AB \parallel CD$. M là trung điểm của cạnh AD ; mặt phẳng (α) qua M và song song với mp (SAB) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là hình (H) . Biết $S_{(H)} = xS_{\Delta SAB}$. Giá trị của x là:

Lời giải

Đáp án: 0,5



Gọi N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SD, SC, BC .

Gọi $E = AD \cap BC, I = MN \cap PQ$ ta có S, I, E thẳng hàng vì cùng thuộc giao tuyến của (SAD) và (SBC) .

Thiết diện là hình thang $MNPQ$ (vì $NP \parallel AB \parallel MQ$).

Ta có $S_{MNPQ} = S_{\Delta MQ} - S_{\Delta NP}$, mà $\frac{NP}{DC} = \frac{1}{2}, \frac{DC}{MQ} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{NP}{MQ} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\Delta NP} = \frac{1}{9}S_{\Delta MQ}$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = S_{\Delta MQ} - \frac{1}{9}S_{\Delta MQ} = \frac{8}{9}S_{\Delta MQ}$$

Ta có M là trung điểm AD , D là trung điểm của AE nên $\frac{MI}{SA} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{\Delta MQ} = \frac{9}{16}S_{\Delta SAB}$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{16}S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}S_{\Delta SAB}$$

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 2: Nhóm chứa một của mẫu số liệu là

- A. $[54; 56)$. B. $[50; 52)$. C. $[52; 54)$. D. $[58; 60)$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng a và b ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 4: Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn trên?

- A. $(u_n): u_n = n^3$. B. $(v_n): v_n = -n^2 + 2$. C. $(k_n): k_n = n^2 - 6n$. D. $(a_n): a_n = (-4)^n$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A. 15. B. 20. C. 35. D. 36.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.

Câu 8: Cho dãy số liệu thống kê: 21, 23, 24, 25, 22, 20. Số trung bình cộng của dãy số liệu thống kê đã cho là

- A. 23,5. B. 22. C. 22,5. D. 14.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. MG song song (ACD) . B. MG song song (ABD) . C. MG song song (ACB) .
D. MG song song (BCD) .

Câu 10: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 11: Nếu các dãy số $(u_n), (v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n = 4$ và $\lim v_n = 3$ thì $\lim(u_n + v_n)$ bằng

- A. 12. B. 7. C. 1. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 12: Cho c là hằng số, k là số nguyên dương khác không. Tìm khẳng định **sai**.

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$. D. $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$, khi đó:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$$

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm

d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right), \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$.

Câu 14: Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó:

- a) $a + b = 8$
b) $a - b = -7$

c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$

d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$

Câu 15: Cho $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)$. Khi đó:

a) $L = 5$ khi $a = -10$

b) $L > 0$ khi $a > 0$

c) $L < 0$ khi $a > 0$

d) $L = -1$ thì a là một nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm của tam giác BCD .

a) $IJ \parallel CD$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC

c) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $2IJ + 3MN = 17$.

d) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $3IJ + 2MN = 18$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Tại một nhà máy, người ta đo được rằng 80% lượng nước sau khi sử dụng được xử lý và tái sử dụng. Với $100m^3$ ban đầu được sử dụng lần đầu tại nhà máy, khi quá trình xử lý và tái sử dụng lặp lại mãi mãi, nhà máy sử dụng được tổng lượng nước là bao nhiêu?

Câu 18: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x (m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,12 triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc cho mỗi mét khối sản phẩm. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x (m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x)$

Câu 19: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a + c > 8 + 2b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm cạnh AB, CD và điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$?

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2AC = 4AD$. Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp của các tam giác ABC và ABD . Tính tỉ số $k = \frac{BC}{BD}$ khi $OO' \parallel (BCD)$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 2\sqrt{3}$, $\angle BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SA = 3AM$. Thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Có 3 mặt phẳng gồm $(a, b), (A, a), (B, b)$.

Câu 2: Nhóm chứa một của mẫu số liệu là

- A. $[54; 56)$. B. $[50; 52)$. C. $[52; 54)$. D. $[58; 60)$.

Lời giải

Chọn A

Tần số lớn nhất là 45 nên nhóm chứa một là $[54; 56)$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng a và b ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Chọn C

Do a và b phân biệt và đồng phẳng nên chỉ có hai vị trí tương đối có thể xảy ra là a song song với b hoặc a cắt b .

Câu 4: Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

B.

$x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. **C.**

$x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

D.

$x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cot(3x-1) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(3x-1) = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cot\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow 3x-1 = \frac{5\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn trên?

A. $(u_n): u_n = n^3$. **B.** $(v_n): v_n = -n^2 + 2$. **C.** $(k_n): k_n = n^2 - 6n$. **D.** $(a_n): a_n = (-4)^n$.

Lời giải

Chọn B

$(v_n): v_n = -n^2 + 2 \leq 2$. Vậy đây là dãy số bị chặn trên.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. 15.**B.** 20.**C.** 35.**D.** 36.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + (n-1)3 \Leftrightarrow n = 36$

Câu 7: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = n^{n+1}$.

C. $u_n = 3^{n+1}$.

D. $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 = 3$ và $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$

Suy ra dãy số (u_n) là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$

Do đó $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

Câu 8: Cho dãy số liệu thống kê: 21, 23, 24, 25, 22, 20. Số trung bình cộng của dãy số liệu thống kê đã cho là

A. 23,5.

B. 22.

C. 22,5.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

Số trung bình là : $\bar{x} = \frac{21+23+24+25+22+20}{6} = 22,5$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. MG song song (ACD) .

B. MG song song (ABD) .

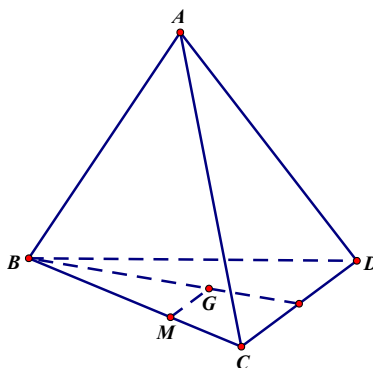
C. MG song song

(ACB) .

D. MG song song (BCD) .

Lời giải

Chọn A



Vì $MG \parallel CD$ nên $MG \parallel (ACD)$.

Câu 10: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A.** Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
- B.** Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
- C.** Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- D.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải**Chọn A**

Giả sử (α) song song với (β) . Một đường thẳng a song song với (β) có thể nằm trên (α) .

Câu 11: Nếu các dãy số $(u_n), (v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n = 4$ và $\lim v_n = 3$ thì $\lim(u_n + v_n)$ bằng

- A.** 12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 7$.

Câu 12: Cho c là hằng số, k là số nguyên dương khác không. Tìm khẳng định **sai**.

- A.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ **B.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ **C.** $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$ **D.** $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$

Lời giải**Chọn B**

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ sai khi k là số chẵn.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$, khi đó:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$$

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm

d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right), \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{\frac{3\pi}{8}; \frac{11\pi}{8}\right\}$$

Vì

$$x = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{3\pi}{8} \approx 0,92 \quad x = \frac{11\pi}{8} \Rightarrow y = \sin \frac{11\pi}{8} \approx -0,92$$

Với

với

$$\left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{3\pi}{8}\right), \left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{11\pi}{8}\right)$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

Câu 14: Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó:

a) $a + b = 8$

b) $a - b = -7$

c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$

d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\lim u_n = \lim \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}} = \lim \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{7} \right)^n + 3 \left(\frac{3}{7} \right)^n}{7 + \frac{1}{5} \left(\frac{5}{7} \right)^n} = \frac{1}{7}$$

Ta có

$$a = 1, b = 7 \Rightarrow a + b = 8$$

Do đó suy ra

Câu 15: Cho $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)$. Khi đó:

a) $L = 5$ khi $a = -10$

b) $L > 0$ khi $a > 0$

c) $L < 0$ khi $a > 0$

d) $L = -1$ thì a là một nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(a + \frac{5}{x} \right)}{|x| \sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} = -\frac{a}{2} \end{aligned}$$

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm của tam giác BCD .

a) $IJ \parallel CD$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC

c) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $2IJ + 3MN = 17$.

d) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $3IJ + 2MN = 18$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) :

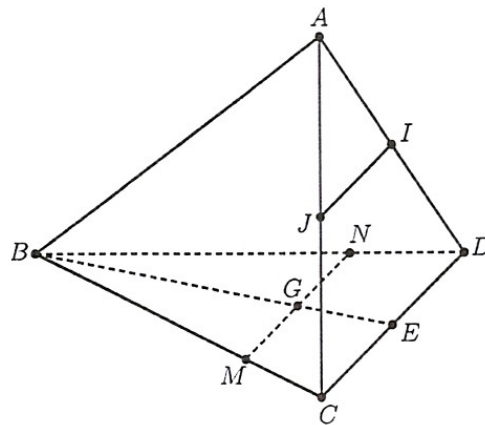
Vì IJ là đường trung bình của tam giác ACD nên $IJ \parallel CD$.

$$\begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \parallel CD \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (BCD)$$

Ta có: Gx là đường thẳng qua G và $Gx \parallel IJ \parallel CD$.

c) Trong mặt phẳng (BCD) , kẻ Gx song song CD cắt BC tại M , cắt BD tại N .

-Tính $2IJ + 3MN$



Gọi E là trung điểm CD , theo định lí Thalès, ta có:

$$\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BE} = \frac{2}{3} \text{ (vì } GM \parallel CE); \frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} \text{ (vì } MN \parallel CD).$$

$$\frac{MN}{CD} = \frac{2}{3} \quad \text{hay} \quad MN = \frac{2}{3} CD = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

Suy ra

$$\text{Vì } IJ \text{ là đường trung bình tam giác } ACD \text{ nên } IJ = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$\text{Do đó } 2IJ + 3MN = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 18$$

$$\text{d) } 3IJ + 2MN = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 17$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Tại một nhà máy, người ta đo được rằng 80% lượng nước sau khi sử dụng được xử lý và tái sử dụng. Với $100 m^3$ ban đầu được sử dụng lần đầu tại nhà máy, khi quá trình xử lý và tái sử dụng lặp lại mãi mãi, nhà máy sử dụng được tổng lượng nước là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 500

$$100 + 100 \cdot 0,8 + 100 \cdot (0,8)^2 + 100 \cdot (0,8)^3 + \dots = 100 \cdot \frac{1}{1 - 0,8} = 500 (m^3)$$

Câu 18: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x (m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,12 triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc cho mỗi mét khối sản phẩm. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x (m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x)$

Lời giải

Đáp án: 0,12

Chi phí mỗi ngày là tổng các chi phí nên $C(x) = 0,12x + 3$ (triệu đồng).

$$\text{Chi phí trung bình trên mỗi khối sản phẩm là } \bar{C}(x) = \frac{0,12x + 3}{x} = 0,12 + \frac{3}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (0,12 + \frac{3}{x}) = 0,12$$

Câu 19: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $4a + c > 8 + 2b$ và $a + b + c < -1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ bằng

Lời giải

Đáp án: 3

Xét phương trình: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (1)

Đặt: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Từ giả thiết $\begin{cases} 4a + c > 8 + 2b \Rightarrow -8 + 4a - 2b + c > 0 \Rightarrow f(-2) > 0. \\ a + b + c < -1 \Rightarrow 1 + a + b + c < 0 \Rightarrow f(1) < 0. \end{cases}$

Do đó $f(-2) \cdot f(1) < 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong $(-2; 1)$.

Ta nhận thấy:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ mà $f(-2) > 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm $\alpha \in (-\infty; -2)$.

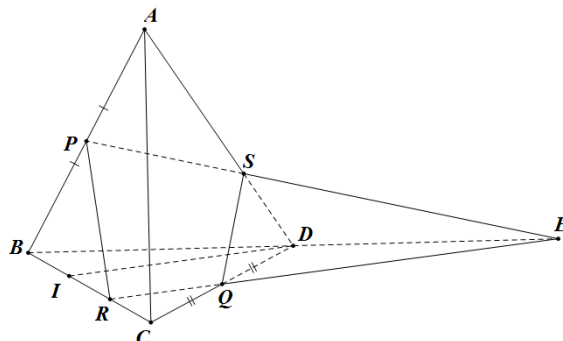
Tương tự: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ mà $f(1) < 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm $\beta \in (1; +\infty)$.

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa 3 nghiệm.

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm cạnh AB, CD và điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$?

Lời giải

Đáp án: 2



Gọi I là trung điểm BR , ta có $BI = RI = RC$

Trong mặt phẳng (BCD) gọi $E = RQ \cap BD$

Trong mặt phẳng (ABD) gọi $S = EP \cap AD$

Xét tam giác ICD có RQ là đường trung bình, nên $ID \parallel RQ$, suy ra $ID \parallel RE$.

Xét tam giác BRE có $ID \parallel RE$ mà I là trung điểm BR , suy ra D là trung điểm BE

Xét tam giác ABE có EP, AD là các đường trung tuyến, nên S là trọng tâm tam giác ABE

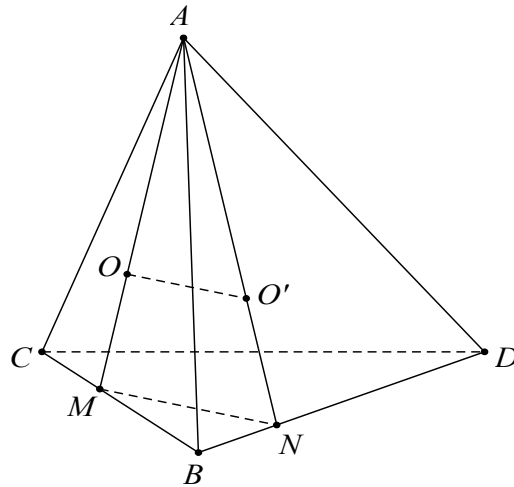
$$\text{Vậy } \frac{SA}{SD} = 2.$$

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2AC = 4AD$. Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp của

các tam giác ABC và ABD . Tính tỉ số $k = \frac{BC}{BD}$ khi $OO' \parallel (BCD)$.

Lời giải

Đáp án: 1,2



Trong mặt phẳng (ABC) : Giả sử AO và BC cắt nhau tại điểm M .

Trong mặt phẳng (ABD) : Giả sử AO' và BD cắt nhau tại điểm N .

Ta có: $MN = (AOO') \cap (BCD)$.

$$\text{Do đó: } OO' \parallel (BCD) \Leftrightarrow OO' \parallel MN \Leftrightarrow \frac{AO}{OM} = \frac{AO'}{O'N} \quad (1)$$

Mặt khác theo tính chất đường phân giác ta có:

$$\frac{AO}{OM} = \frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CM} \Rightarrow \frac{AO}{OM} = \frac{AB + AC}{BM + CM} = \frac{AB + AC}{BC}.$$

$$\frac{AO'}{O'N} = \frac{AB}{BN} = \frac{AD}{DN} \Rightarrow \frac{AO'}{O'N} = \frac{AB + AD}{BN + DN} = \frac{AB + AD}{BD}.$$

Vậy đẳng thức (1) $\Leftrightarrow \frac{AB+AC}{BC} = \frac{AB+AD}{BD} \Leftrightarrow \frac{BC}{BD} = \frac{AB+AC}{AB+AD}$.

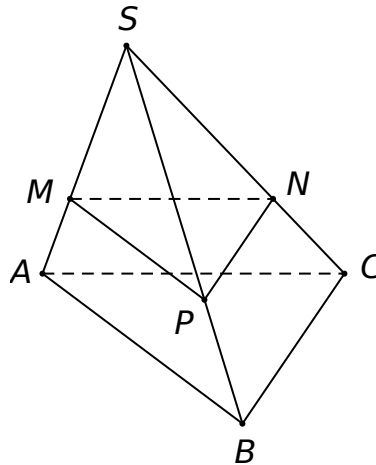
$$\Rightarrow \frac{BC}{BD} = \frac{AB + \frac{1}{2}AB}{AB + \frac{1}{4}AB} = \frac{\frac{3}{2}AB}{\frac{5}{4}AB} = \frac{6}{5} = 1,2$$

Theo giả thiết : $AB = 2AC = 4AD$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 2\sqrt{3}$, $\angle BAC = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SA = 3AM$. Thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng

Lời giải

Đáp án: 1,3



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = 3$.

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SC và SB .

Vì $(P) \parallel (ABC)$ nên theo định lý Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SC} = \frac{SP}{SB} = \frac{2}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số

$$k = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } S_{\Delta MNP} = k^2 \cdot S_{\Delta ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 3 = \frac{4}{3}.$$

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Thời gian chạy trung bình cự li $1000m$ (giây) của các bạn học sinh là

- A. 130,35 . B. 131,03 . C. 130,4 . D. 132,5 .

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{2p}{3} + k2p$ B. $x = \pm \frac{p}{6} + k2p$ C. $x = \pm \frac{p}{3} + k2p$ D. $x = \pm \frac{p}{6} + k2p$

Câu 3: Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho dãy số (u_n) gồm các số nguyên dương chia hết cho 7: 7, 14, 21, 28, ... Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = 7n - 7$. B. $u_n = 7n + 7$. C. $u_n = 7n$. D. $u_n = 7n^2$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng bằng:

- A. $S_{10} = 110$. B. $S_{10} = 100$. C. $S_{10} = 21$. D. $S_{10} = 19$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

- A. $u_6 = 160$. B. $u_6 = -320$. C. $u_6 = -160$. D. $u_6 = 320$.

Câu 6: Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp

Cân nặng	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	20	15	2

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

- A. 37 B. 35 C. 33 D. 31

Câu 7: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. SF . B. SD . C. AC . D. SE .

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SC . Khi đó MN song song với đường thẳng

- A. AC . B. BC . C. CD . D. AD .

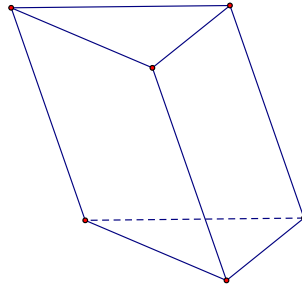
Câu 9: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a \parallel (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b \parallel a$. **C.** Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.

D. Nếu $a \parallel (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 10: 111 Cho hình lăng trụ tam giác (xem hình vẽ), chọn khẳng định **sai**.



A. Hai đáy nằm trên 2 mặt phẳng song song.

B. Các cạnh bên song song với nhau. **C.** Hai tam giác đáy bằng nhau.

D. Các mặt bên là hình chữ nhật.

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n-3}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 2.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. 0.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

- c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1}$, trong đó a là tham số thực.

- a) Khi $a = 2$ thì $\lim u_n = 1$.
- b) Khi $a = 3$ thì $\lim u_n = \frac{1}{2}$
- c) Khi $a = -3$ thì $\lim u_n = -\frac{3}{2}$
- d) Khi $a = -2$ thì $\lim u_n = -1$.

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \frac{-3}{2}$.
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.
- c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.
- d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD . K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . Khi đó:

- a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE
- b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành
- c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm

d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\triangle KMN}}{S_{\triangle KEF}} = \frac{2}{3}$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Một quả bóng cao su được thả từ độ cao $81m$. Mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của $\triangle ABD$ và M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = x.MC$. Tìm x để đường thẳng MG song song với mặt phẳng (ACD)

Câu 19: Kết quả giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2} \right) = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản ($a; b > 0$). Tổng $a + b$ bằng

Câu 20: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm cạnh SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) .

Tính tỷ số $\frac{KS}{KD}$.

Câu 22: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là các điểm nằm trên ba cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = \frac{1}{2}AA', BN = \frac{1}{3}BB', CP = \frac{1}{4}CC'$. Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng

(MNP) với đường thẳng DD' . Khi đó tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$ bằng bao nhiêu?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Thời gian chạy trung bình cự li $1000m$ (giây) của các bạn học sinh là

- A. 130,35 . B. 131,03 . C. 130,4 . D. 132,5 .

Lời giải

Chọn AThời gian chạy trung bình cự li $1000m$ (giây) của các bạn học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{126.3 + 128.7 + 130.15 + 132.10 + 134.5}{40} = 130,35 \quad (\text{giây}).$$

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{2p}{3} + k2p$

B. $x = \pm \frac{p}{6} + k2p$

C. $x = \pm \frac{p}{3} + k2p$

D. $x = \pm \frac{p}{6} + k2p$

Lời giải**Chọn A**

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \hat{=} \quad \cos x = \cos \frac{2p}{3} \quad \hat{=} \quad x = \pm \frac{2p}{3} + k2p \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

Câu 3: Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho dãy số (u_n) gồm các số nguyên dương chia hết cho 7: 7, 14, 21, 28, ... Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 7n - 7$

B. $u_n = 7n + 7$

C. $u_n = 7n$

D. $u_n = 7n^2$

Lời giải**Chọn C**Ta có $u_1 = 7 = 7.1$, $u_2 = 14 = 7.2$, $u_3 = 21 = 7.3$, $u_4 = 28 = 7.4$, ... Suy ra $u_n = 7n$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng bằng:

A. $S_{10} = 110$

B. $S_{10} = 100$

C. $S_{10} = 21$

D. $S_{10} = 19$

Lời giải**Chọn B**

Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2.1 + (10-1)2] = 100$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

A. $u_6 = 160$

B. $u_6 = -320$

C. $u_6 = -160$

D. $u_6 = 320$

Lời giải**Chọn C**

Ta có $u_6 = u_1 q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$.

Câu 6: Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp

Cân nặng	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	20	15	2

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

- A. 37 B. 35 C. 33 D. 31

Lời giải

Chọn A

Số học sinh của lớp đó là: $20 + 15 + 2 = 37$.

Câu 7: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. SF . B. SD . C. AC . D. SE .

Lời giải

Chọn D

Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có hai điểm chung là S và E nên có giao tuyến là đường thẳng SE .

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SC . Khi đó MN song song với đường thẳng

- A. AC . B. BC . C. CD . D. AD .

Lời giải

Chọn A

Do MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN \parallel AC$.

Câu 9: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

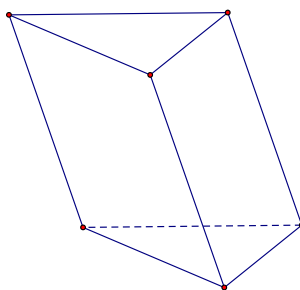
B. Nếu $a \parallel (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b \parallel a$. **C.** Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.

D. Nếu $a \parallel (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: 211 Cho hình lăng trụ tam giác (xem hình vẽ), chọn khẳng định **sai**.



- A.** Hai đáy nằm trên 2 mặt phẳng song song.
B. Các cạnh bên song song với nhau. **C.** Hai tam giác đáy bằng nhau.
D. Các mặt bên là hình chữ nhật.

Lời giải

Chọn D

Vì các mặt bên của hình lăng trụ đã cho là hình bình hành nên đáp án D sai.

Câu này có vẻ không ổn nhĩ

Câu 11: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n-3}$ bằng

- A.** $+\infty$. **B.** 2. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n}}{1 - \frac{3}{n}} = \frac{0}{1-0} = 0$$

Ta có

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ ta được kết quả bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1} = \frac{2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1 - 1}{1^2 + 1} = \frac{4}{2} = 2$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \quad x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}$$

Vì nên

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng .

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1}$, trong đó a là tham số thực.

a) Khi $a = 2$ thì $\lim u_n = 1$.

b) Khi $a = 3$ thì $\lim u_n = \frac{1}{2}$

c) Khi $a = -3$ thì $\lim u_n = -\frac{3}{2}$

d) Khi $a = -2$ thì $\lim u_n = -1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1} \rightarrow 0 \longrightarrow$$

nhân lượng liên hợp :

$$\begin{aligned} \lim u_n &= \lim \left(\sqrt{n^2 + an + 5} - \sqrt{n^2 + 1} \right) = \lim \frac{an + 4}{\sqrt{n^2 + an + 5} + \sqrt{n^2 + 1}} \\ &= \lim \frac{a + \frac{4}{n}}{\sqrt{1 + \frac{a}{n} + \frac{5}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{a}{2} \end{aligned}$$

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2 \right) = \frac{-3}{2}$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2 \right) = +\infty$.

c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x + 2}{x + 1} = -\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$$

d)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1 - x^2 + 4x - 4}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right)$$

+ Với đáp án a ta có:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x \left(3 - \frac{3}{x} \right)}{-x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right)} \right) = \frac{-3}{2} \Rightarrow \text{a đúng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x + 1 - x^2 + 4x - 4}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right)$$

+ Với đáp án B ta có:

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x \left(3 - \frac{3}{x} \right)}{x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x} \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{0} \right) = +\infty \Rightarrow \text{b đúng.}$$

+ Với đáp án c ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$, $x+1 < 0$ với mọi $x < -1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1 < 0$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = +\infty \Rightarrow \text{c sai.}$$

Vậy

+ Với đáp án d ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0$, $x+1 > 0$ với mọi $x > -1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} (3x+2) = -1 < 0$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty \Rightarrow \text{đúng.}$$

Vậy

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD . K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . Khi đó:

a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE

b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành

c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm

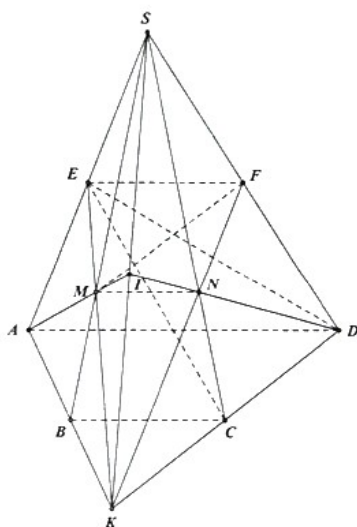
d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\triangle KMN}}{S_{\triangle KEF}} = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Có $SK = (SAB) \cap (SCD)$.

Trong mp (SAB), gọi $M = KE \cap SB$, có $KE \subset (CDE)$. $SB \cap (CDE) = M$. Do đó



b) Trong mp (SCD) , gọi $N = KF \cap SC$, có $KF \subset (EFM)$.

$$SC \cap (EFM) = N$$

Do đó

$$\Rightarrow \begin{cases} MN = (EFK) \cap (SBC) \\ EF // BC; EF \subset (EFK), BC \subset (SBC) \end{cases}$$

Có

$$\Rightarrow MN // EF // BC$$

Suy ra tứ giác $EFNM$ là hình thang.

c) Trong mp $(ADNM)$, gọi $I = AM \cap DN$.

$$\begin{cases} I \in AM, AM \subset (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$$

Mà

Hay $I \in SK$. Kết luận 3 đường thẳng AM, DN, SK đồng quy tại điểm I .

d) Khi $AD = 2BC$ dễ dàng chứng minh được B, C lần lượt là trung điểm của KA và KD . Suy ra M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAK và SDK .

Do đó $MN = \frac{2}{3}EF$, gọi h_1, h_2 lần lượt là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh K xuống hai đáy MN và

EF , dễ thấy $h_1 = \frac{2}{3}h_2$.

$$\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{\frac{1}{2}MN \cdot h_1}{\frac{1}{2}EF \cdot h_2} = \frac{\frac{2}{3}EF \cdot \frac{2}{3}h_2}{EF \cdot h_2} = \frac{4}{9}$$

Vậy

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22*

Câu 17: Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 81m . Mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng

Lời giải

Đáp án: 405

Gọi r_i là khoảng cách lần rơi thứ i

Ta có $r_1 = 81$, $r_2 = \frac{2}{3} \cdot 81$, ..., $r_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \cdot 81$, ...

$$81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}}$$

Suy ra tổng các khoảng cách rơi của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lần rơi thứ n bằng

Gọi t_i là khoảng cách lần nảy thứ i

Ta có $t_1 = \frac{2}{3} \cdot 81$, $t_2 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot 81$, ..., $t_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \cdot \frac{2}{3} \cdot 81$, ...

Suy ra tổng các khoảng cách nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lần nảy thứ n bằng

$$\frac{2}{3} \cdot 81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}}$$

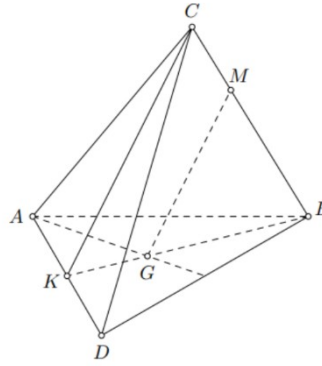
Vậy tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng

$$S = \lim \left(81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{2}{3} \cdot 81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} \right) = 405$$

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của $\triangle ABD$ và M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = x \cdot MC$. Tìm x để đường thẳng MG song song với mặt phẳng (ACD)

Lời giải

Đáp án: 2



Gọi K là trung điểm đoạn AD , suy ra $\frac{BG}{BK} = \frac{2}{3}$ (G là trọng tâm của tam giác ABD).

Ta có $MG \subset (BCK)$ và $(BCK) \cap (ADC) = KC$.

Do đó $MG \parallel (ACD) \Leftrightarrow MG \parallel KC$.

Suy ra $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BK} = \frac{2}{3} \Rightarrow MB = 2MC$.

Vậy $x = 2$.

Câu 19: Kết quả giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2} \right) = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản ($a, b > 0$).

Tổng $a + b$ bằng

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\left(\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1 \right) + \left(x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2} \right) \right]$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-x}{\sqrt{x^2 + 2x} + (x+1)} + \frac{3x^2 + x}{(x+1)^2 + (x+1)\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} + \sqrt[3]{(x^3 + 3x^2)^2}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)} + \frac{3 + \frac{1}{x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{x}\right)\sqrt[3]{1 + \frac{3}{x^2}} + \sqrt[3]{\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^2}} \right]$$

$$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } a + b = 3.$$

Câu 20: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c > 0 \\ 8+4a+2b+c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có $\begin{cases} y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow \exists x_1 \in (2; +\infty)$ sao cho $y(x_1) = 0$ (1).

Ta có $\begin{cases} y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \\ y(-2) = -2 + 4a - 2b + c > 0 \end{cases} \Rightarrow \exists x_2 \in (-2; 2)$ sao cho $y(x_2) = 0$ (2).

Ta có $\begin{cases} y(-2) = -2 + 4a - 2b + c > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow \exists x_3 \in (-\infty; -2)$ sao cho $y(x_3) = 0$ (3).

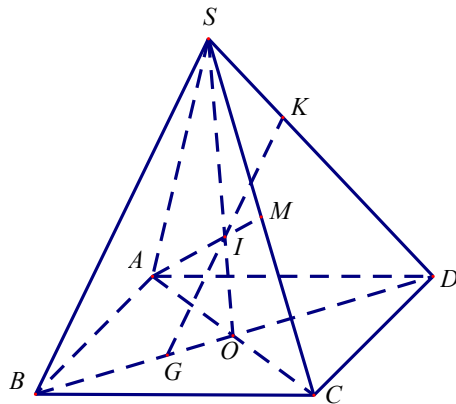
Từ (1), (2) và (3) ta suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox bằng 3.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm cạnh SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) .

Tính tỷ số $\frac{KS}{KD}$.

Lời giải

Đáp án: 0,5



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = AM \cap SO$.

Trong mặt phẳng (SBD) , kéo dài GI cắt SD tại $K \Rightarrow K = SD \cap (AMG)$.

Tam giác SAC có SO và AM là hai đường trung tuyến.

Suy ra I là trọng tâm của tam giác SAC nên ta có $\frac{OI}{OS} = \frac{1}{3}$. (1)

Mặt khác, G là trọng tâm tam giác ABC nên có $\frac{OG}{OB} = \frac{1}{3}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{OI}{OS} = \frac{OG}{OB} \Rightarrow GI \parallel SB \Rightarrow GK \parallel SB \Rightarrow \frac{KD}{KS} = \frac{GD}{GB}$.

Ta có $DO = BO = 3GO \Rightarrow GD = 4GO$, $GB = 2GO$.

Vậy $\frac{KD}{KS} = \frac{GD}{GB} = \frac{4GO}{2GO} = 2 \Rightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}$.

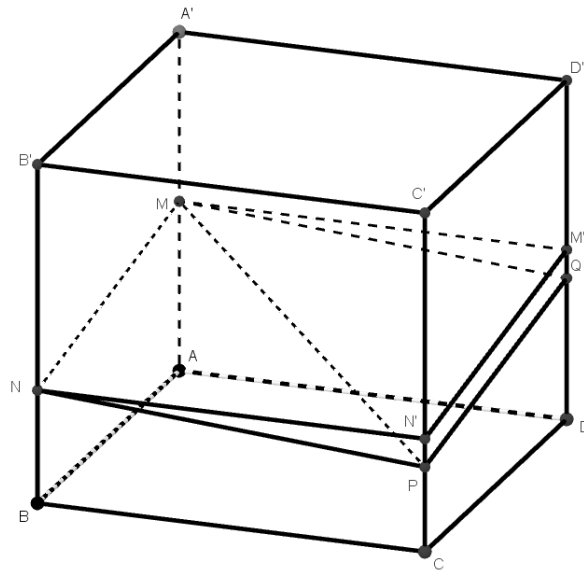
Câu 22: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là các điểm nằm trên ba cạnh

AA', BB', CC' sao cho $AM = \frac{1}{2}AA'$, $BN = \frac{1}{3}BB'$, $CP = \frac{1}{4}CC'$. Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng

(MNP) với đường thẳng DD' . Khi đó tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,416



Lấy M', N' lần lượt là các cạnh trên DD' và CC' sao cho $MA = M'D$ và $NB = N'C$.

Vì $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$ nên 2 giao tuyến giữa mặt phẳng (MNP) lần lượt với các mặt phẳng $(ABB'A')$

và $(CDD'C')$ sẽ song song với nhau.

Do đó, ta sẽ lấy Q nằm trên cạnh DD' sao cho $MN \parallel PQ$.

Ta có: $D'Q = D'M' - QM' = \frac{DD'}{2} - (N'C - PC) = \frac{DD'}{2} - \left(\frac{DD'}{3} - \frac{DD'}{4} \right) = \frac{5DD'}{12}$.

Khi đó, $\frac{D'Q}{DD'} = \frac{5}{12}$.