

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-7	-4	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-6		-3		$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = -7$ B. $x = -6$ C. $x = -3$ D. $x = -4$.

Câu 2. [1] Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + e$ là

- A. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + e^x + C$ B. $F(x) = \ln|x| + e \cdot x + C$
C. $F(x) = \ln|x| + e^x + C$ D. $F(x) = \ln x + e + C$.

Câu 3. [1] Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$
Số hộ gia đình	20	60	40	32	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $20 m^3$ B. $18 m^3$ C. $3 m^3$ D. $15 m^3$.

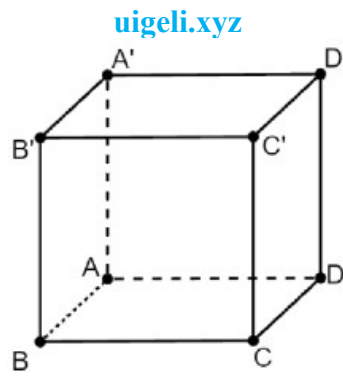
Câu 4. [1] Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = -3$, $F(-2) = 12$. Tính $I = \int_{-2}^1 f(x) dx$

- A. $I = 9$ B. $I = 15$ C. $I = -36$ D. $I = -15$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$ B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$ C. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 1)$.

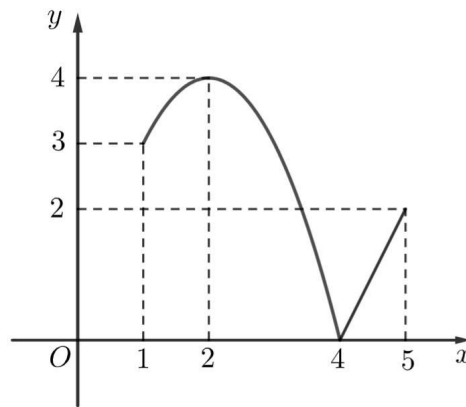
Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$



Góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng.

- A. 30° . B. 135° . C. 60° . D. 45° .

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại điểm.

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 5$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$ là

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 3)$.

Câu 9. [1] Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 10. [2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $2a$. Thể tích khối chóp $S.BCD$ bằng.

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 11. [1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 24. B. -12. C. -24. D. 12.

Câu 12. [1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng.

A. $R = \frac{1}{2}$.

B. $R = \frac{1}{4}$.

C. $R = 2$.

D. $R = 4$.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng – sai.

Câu 1. [NB-NB-TH-TH] Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus*. Cengage Learning)

a) [1] Thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10 (mg/l)

b) [1] Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là $C'(x) = \frac{60 - 30x^2}{(x^2 + 2)^2}$.

c) [2] Trong khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

d) [2] Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

Câu 2. [NB-TH-TH-VD] Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng (các quả cầu cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) [1] Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{1}{2}$.

b) [2] Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

c) [2] Xác suất để hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

d) [3] Biết An lấy được quả cầu có phiếu có thưởng, xác suất để Bình lấy được quả cầu có phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Câu 3. [TH-TH-VD-VD] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 1)$.

a) [2] Điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

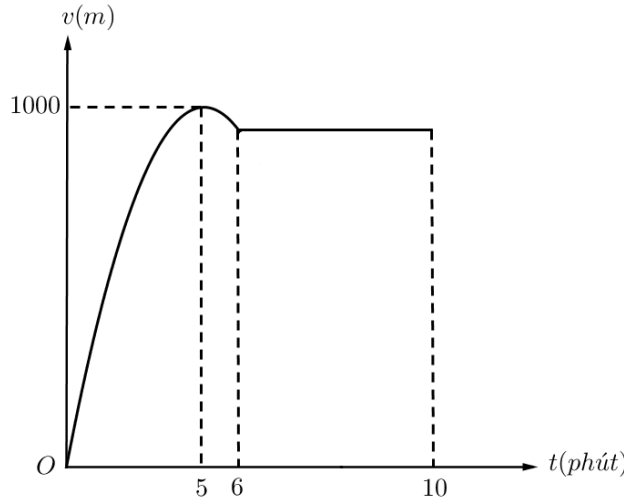
b) [2] $AB = 4$.

c) [3] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = 14$.

d) [3] Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn OM không vượt quá 1.

Câu 4. [NB-NB-TH-TH] Vật thể chuyển động trong 10 phút với vận tốc là giá trị hàm số

$$v(t) = \begin{cases} at^2 + bt + c & (0 \leq t \leq 6) \\ m & (6 < t \leq 10) \end{cases}$$
 (đơn vị: m/phút), phụ thuộc vào thời gian t (đơn vị: phút). Đồ thị của hàm số vận tốc như hình vẽ sau.



a) [1] Trong khoảng từ phút thứ 6 đến phút thứ 10, vận tốc vật thể không thay đổi.

b) [1] Quãng đường đi được của vật thể sau 6 phút đầu tiên là $\int_0^6 v(t) dt$.

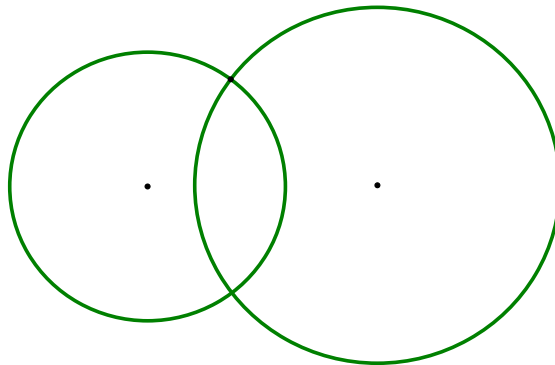
c) [2] $5a + b = 20$.

d) [3] Tổng quãng đường đi được của vật thể sau 10 phút đầu tiên là 8160 m.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. [3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 1, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với đáy. Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ là a° . Tìm giá trị của a .

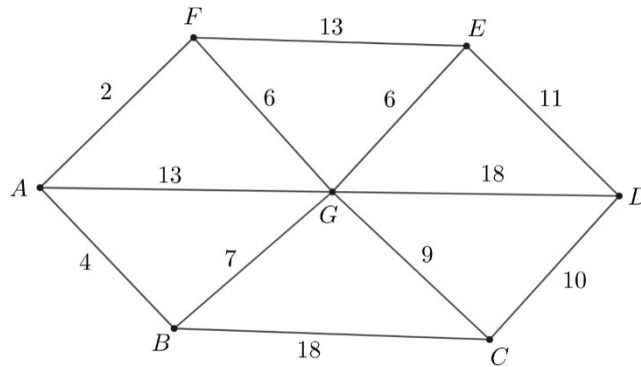
Câu 2. [3] Người ta làm một sân khấu có hình dạng hai hình tròn giao nhau như hình vẽ. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là 30 m và 40 m. Khoảng cách giữa tâm hai hình tròn là 50 m. Tính diện tích phần giao nhau của hai hình tròn theo m^2 (là tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 3. [3] Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế thông qua phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc hai nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng lần lượt là 65% và 35%. Qua phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15%

. Chọn một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (kết quả là một số thập phân nhỏ hơn 1 đã làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. [3] Trên mỗi cạnh của hình bên dưới, có ghi số phút để đi từ điểm này đến điểm kế tiếp.



Tìm tổng thời gian ngắn nhất để di chuyển từ điểm A đến điểm D trên hình .

Câu 5. [3] Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định)

được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{24000}{1 + 6e^{-t}}$, $t \geq 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a ?

Câu 6. [3] Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm X ở trên mặt đất tới đỉnh T của một tòa tháp. Giả sử tọa độ của các điểm là $T(40; 60; 150)$ và $X(100; -40; 0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ đặt tại mặt đất. Người ta muốn nối điểm $A(40; 30; -20)$ nằm dưới một cái hồ tới một điểm $M(a; b; c)$ nằm trên dây cáp sao cho khoảng cách MA này là nhỏ nhất. Tính $a + b + c$.

---HẾT---

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1.D	2.B	3.D	4.D	5.A	6.B
7.C	8.A	9.A	10.B	11.C	12.A

PHẦN II.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	135	664	0.55	25	6	100

C-LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-7	-4	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-6		-3		$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = -7$

B. $x = -6$

C. $x = -3$

D. $x = -4$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có điểm cực đại của hàm số là $x = -4$ (hàm số xác định tại đó và đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm)

Câu 2. [1] Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + e$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + e^x + C$

B. $F(x) = \ln|x| + e \cdot x + C$

C. $F(x) = \ln|x| + e^x + C$

D. $F(x) = \ln x + e + C$

Lời giải

$$F(x) = \int \left(\frac{1}{x} + e \right) dx = \ln|x| + e \cdot x + C$$

Câu 3. [1] Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$
Số hộ gia đình	20	60	40	32	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $20 m^3$

B. $18 m^3$

C. $3 m^3$

D. $15 m^3$

Lời giải

Ta có: $R = 18 - 3 = 15$

Câu 4. [1] Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = -3$, $F(-2) = 12$. Tính $I = \int_{-2}^1 f(x) dx$

- A. $I = 9$. B. $I = 15$. C. $I = -36$. **D. $I = -15$**

Lời giải

$$I = \int_{-2}^1 f(x) dx = F(1) - F(-2) = -3 - 12 = -15$$

Ta có

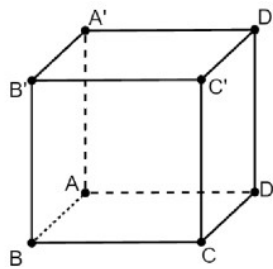
Câu 5. [2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$** B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$ C. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 1)$

Lời giải

Ta có mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$

Câu 6. [2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$



Góc giữa cặp vector $\vec{AB}$ và $\vec{CD'}$ bằng.

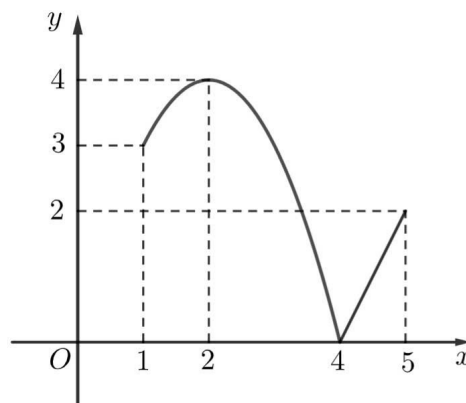
- A. 30° . **B. 135°** C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'D'CB$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \vec{BA'} \parallel \vec{CD'} \Rightarrow (\vec{AB}; \vec{CD'}) = (\vec{AB}; \vec{BA'}) = 180^\circ - \angle A'BA = 135^\circ$$

Câu 7. [2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại điểm.

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Dựa và đồ thị suy ra $M = f(2) = 4; m = f(4) = 0$

Câu 8. [2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$ là

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 3)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

Ta có

Câu 9. [1] Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ là $y = -2$.

Câu 10. [2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $2a$. Thể tích khối chóp $S.BCD$ bằng.

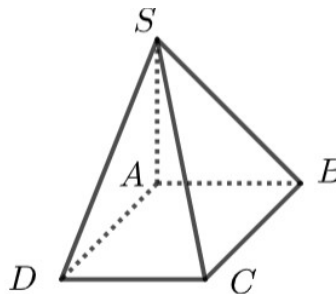
A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



$$\text{Khối chóp } S.BCD \text{ có } \begin{cases} h = SA = 2a \\ B = S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{3} Bh = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 11. [1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24.

B. -12.

C. -24.

D. 12.

Lời giải

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot (-2)^3 = -24$$

Câu 12. [1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng.

A. $R = \frac{1}{2}$

B. $R = \frac{1}{4}$

C. $R = 2$.

D. $R = 4$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$ có bán kính $R = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 16 đến câu 19. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng – sai.

Câu 1: [NB-NB-TH-TH] Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus*. Cengage Learning)

a) [1] Thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10 (mg/l)

b) [1] Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là $C'(x) = \frac{60 - 30x^2}{(x^2 + 2)^2}$.

c) [2] Trong khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

d) [2] Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có công thức xác định nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút là $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$

Với thời gian 1 phút sau khi tiêm, ta thay $x = 1$ vào $C(x)$, có

$$C(1) = \frac{30}{3} = 10 \quad (\text{mg/l})$$

b) Đúng.

$$C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$$

Ta có

Nên

$$C'(x) = \frac{(30x)'(x^2+2) - (x^2+2)'(30x)}{(x^2+2)^2} = \frac{30(x^2+2) - 2x(30x)}{(x^2+2)^2} = \frac{30x^2+60-60x^2}{(x^2+2)^2} = \frac{-30x^2+60}{(x^2+2)^2}$$

c) Sai.

Cho $C'(x) = 0$ hay $\frac{60-30x^2}{(x^2+2)^2} = 0 \Rightarrow 60-30x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
C'	$-$	0	$+$	0
C				

0

Vậy khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc tăng trên khoảng $(1; \sqrt{2})$ và giảm trên khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

d) Sai.

Nồng độ thuốc đạt giá trị lớn nhất sau $x = \sqrt{2} \approx 1,4$ phút.

Câu 2.

[NB-TH-TH-VD] Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng (các quả cầu cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) **[1]** Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{1}{2}$.

[2] Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

[2] Xác suất để hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

[3] Biết An lấy được quả cầu có phiếu có thưởng, xác suất để Bình lấy được quả cầu có phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Lời giải

a) Sai.

Vì có 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng trong tổng số 15 quả cầu nên xác suất bạn Bình lấy được

quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

b) Đúng.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 15 \cdot 14 = 210$.

Gọi biến cố A : “Bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”, B : “Bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”.

Ta suy ra xác suất cần tìm là $P(B|A)$.

Khi đó biến cố $A \cap B$: “Bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng và bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”.

$$n(A \cap B) = 5 \cdot 4 = 20 \quad \text{nên} \quad P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{210} = \frac{2}{21}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{210} = \frac{2}{21}$$

$$n(A) = 5 \cdot 14 = 70 \quad \text{nên} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{7}$$

Vậy

c) Đúng.

Xác suất để hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $P(A \cap B) = \frac{2}{21}$.

d) Đúng.

Xác suất cần tìm là $P(A|B)$.

$$n(B) = 5 \cdot 4 + 10 \cdot 5 = 70 \quad \text{nên} \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$$

Ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{7}$$

Vậy

Câu 3. [TH-TH-VD-VD] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 1)$.

a) [2] Điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

b) [2] $AB = 4$.

c) [3] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = 14$.

d) [3] Xét các điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn OM không vượt quá 1.

Lời giải

a) Đúng

Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I = \left(\frac{1-2}{2}; \frac{2+1}{2}; \frac{3+1}{2}\right)$ hay $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$.

b) Sai

$$AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{14}$$

c) Sai

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm là $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$, bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Phương trình mặt cầu là $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{7}{2}$.

d) Đúng

Vì $\angle AMB = 90^\circ$ nên điểm M thuộc mặt cầu $(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{7}{2}$.

Mặt khác điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) nên điểm M thuộc đường tròn $(C) = (S) \cap (Oxz)$.

Gọi H và r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C) .

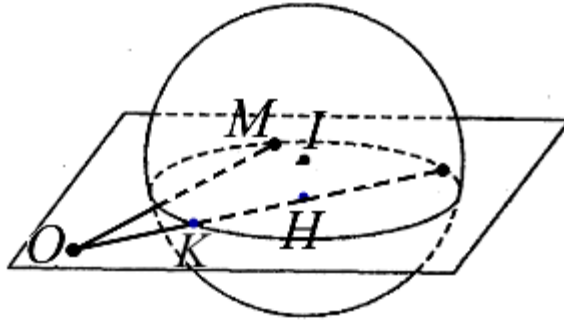
Ta có H là hình chiếu của $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ trên mặt phẳng (Oxz) , suy ra $H\left(-\frac{1}{2}; 0; 2\right)$ và $IH = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Ta có $OH = \frac{\sqrt{17}}{2} > r \Rightarrow$ điểm O nằm bên ngoài đường tròn (C) .

Gọi $K = OH \cap (C)$, K nằm giữa O và H .

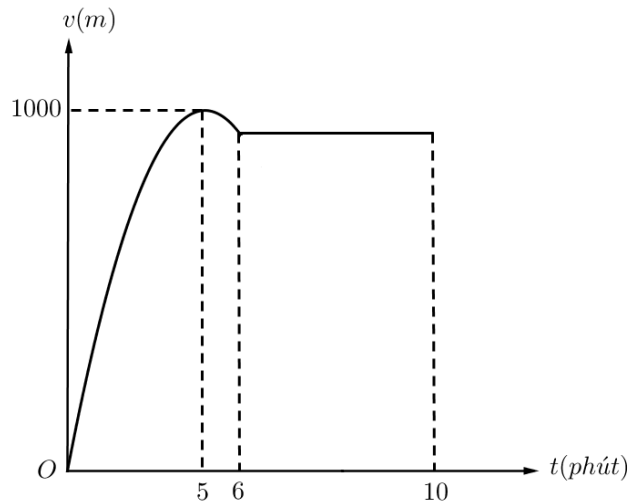
Do đó $OM \geq OK = OH - r = \frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \min OM = \frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{2}$.

Ta có $\frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{2} < 1$ nên giá trị nhỏ nhất của đoạn OM không vượt quá 1.



Câu 4. [NB-NB-TH-TH] Vật thể chuyển động trong 10 phút với vận tốc là giá trị hàm số

$$v(t) = \begin{cases} at^2 + bt + c & (0 \leq t \leq 6) \\ m & (6 < t \leq 10) \end{cases}$$
 (đơn vị: m/phút), phụ thuộc vào thời gian t (đơn vị: phút). Đồ thị của hàm số vận tốc như hình vẽ sau.



a) [1] Trong khoảng từ phút thứ 6 đến phút thứ 10, vận tốc vật thể không thay đổi.

b) [1] Quãng đường đi được của vật thể sau 6 phút đầu tiên là $\int_0^6 v(t) dt$.

c) [2] $5a + b = 20$.

d) [3] Tổng quãng đường đi được của vật thể sau 10 phút đầu tiên là 8160 m.

Lời giải

a) Đúng

Dựa vào hàm số
$$v(t) = \begin{cases} at^2 + bt + c & (0 \leq t \leq 6) \\ m & (6 < t \leq 10) \end{cases}$$
, ta thấy trong khoảng thời gian từ phút thứ 6 đến phút thứ 10, hàm số $v(t)$ là hàm hằng nên vận tốc vật thể không thay đổi.

b) Đúng

Quãng đường đi được của vật thể sau 6 phút đầu tiên là $\int_0^6 v(t) dt$.

c) Sai

Xét trong khoảng thời gian từ phút thứ 6 đến phút thứ 10, hàm số $v(t) = at^2 + bt + c$ có đồ thị là một phần của Parabol đỉnh $(5; 1000)$ và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 1000 \\ -\frac{b}{2a} = 5 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25a + 5b = 1000 \\ 10a + b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -40 \\ b = 400 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy $5a + b = 5(-40) + 400 = 200$

d) Đúng

Theo câu c, trong khoảng thời gian từ phút thứ 6 đến phút thứ 10, hàm số $v(t) = -40t^2 + 400t$

Tại $t = 6 \Rightarrow v = 960$. Do đó $m = 960$.

Tóm lại
$$v(t) = \begin{cases} -40t^2 + 400t & (0 \leq t \leq 6) \\ 960 & (6 < t \leq 10) \end{cases}$$

Vậy tổng quãng đường đi được của vật thể sau 10 phút đầu tiên là

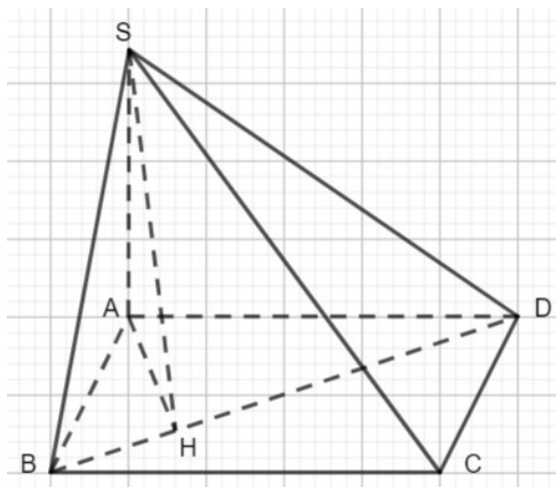
$$s = \int_0^6 (-40t^2 + 400t) dt + \int_6^{10} 960 dt = 8160 \text{ m.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. [3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 1, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với đáy. Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ là a° . Tìm giá trị của a .

Lời giải

Đáp số: 135



Ta có: $[S, BD, C] = [(SBD), BD, (CBD)] = 180^\circ - [(SBD), BD, (ABD)]$

Trong $(ABCD)$ kẻ $AH \perp BD$ (1)

Ta có: $SA \perp (ABCD)$, $BD \subset (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (2)

Mà $SA, AH \subset (SAH)$, $SA \cap AH = A$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $BD \perp (SAH)$

Nên $BD \perp SH$

Khi đó $[(SBD), BD, (ABD)] = \angle SHA$.

Tam giác ABD vuông tại A , có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác SAH vuông tại A , có: $SA = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên tam giác SAH vuông cân tại A .

$$\Rightarrow \angle SHA = 45^\circ$$

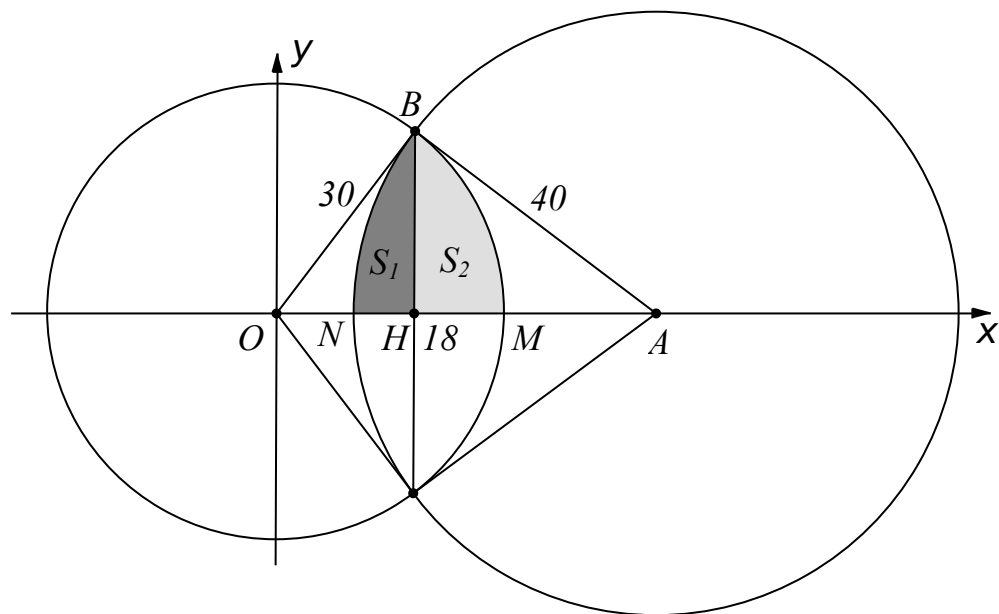
$$\Rightarrow a^\circ = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

Vậy $a = 135$.

Câu 2. [3] Người ta làm một sân khấu có hình dạng hai hình tròn giao nhau như hình vẽ. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là 30m và 40m. Khoảng cách giữa tâm hai hình tròn là 50m. Tính diện tích phần giao nhau của hai hình tròn theo m^2 (là tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp số: 664



Gọi O, A lần lượt là tâm của hai hình tròn nhỏ và lớn.

Diện tích cần tìm là $S = 2(S_1 + S_2)$.

Ta có $OA = 50, OM = 30, ON = 10$.

Tam giác OAB vuông tại B có BH là đường cao nên $OH.OA = OB^2 \Rightarrow OH = 18$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy (như hình vẽ) sao cho gốc O là tâm của hình tròn bé, trục Ox đi qua đường nối tâm của hai hình tròn.

Khi đó phương trình của hai đường tròn là $x^2 + y^2 = 900$ và $(x - 50)^2 + y^2 = 1600$.

Do đó S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{1600 - (x - 50)^2}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 10, x = 18$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{900 - x^2}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 18, x = 30$.

$$S = 2(S_1 + S_2) = 2 \left(\int_{10}^{18} \sqrt{1600 - (x - 50)^2} dx + \int_{18}^{30} \sqrt{900 - x^2} dx \right) \approx 664 \text{ m}^2$$

Ta có

Câu 3. [3] Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế thông qua phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc hai nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng lần lượt là 65% và 35%. Qua phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15%. Chọn một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (kết quả là một số thập phân nhỏ hơn 1 đã làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,55

Gọi A là biến cố “Chọn nhân viên có trình độ đại học”.

Gọi B là biến cố “Chọn nhân viên bị tinh giản biên chế thông qua phỏng vấn”.

Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc hai nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng lần lượt là 65% và 35% nên $P(A) = 0,65 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,35$.

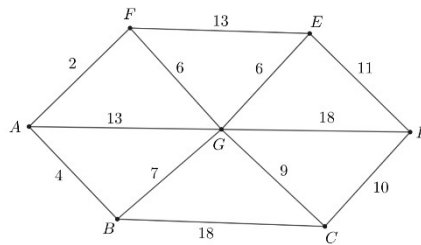
Qua phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15% nên $P(B|A) = 0,1$ và $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Chọn một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản thì xác suất để người này có trình độ đại học là $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,65.0,1}{0,65.0,1 + 0,35.0,15} = 0,55$$

Theo công thức ta có:

Câu 4. [3] Trên mỗi cạnh của hình bên dưới, có ghi số phút để đi từ điểm này đến điểm kế tiếp.



Tìm tổng thời gian ngắn nhất để di chuyển từ điểm A đến điểm D trên hình.

Lời giải

Đáp số: 25.

Các đường đi có thể từ A đến D và thời gian tương ứng là:

$$1: A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D : 2 + 13 + 11 = 26$$

$$2: A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow D : 2 + 6 + 18 = 26$$

$$3: A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow C \rightarrow D : 2 + 6 + 9 + 10 = 27$$

$$4: A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow E \rightarrow D : 2 + 6 + 6 + 11 = 25$$

$$5: A \rightarrow G \rightarrow D : 13 + 18 = 31$$

$$6: A \rightarrow G \rightarrow C \rightarrow D : 13 + 9 + 10 = 32$$

$$7: A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D : 4 + 18 + 10 = 32$$

$$8: A \rightarrow B \rightarrow G \rightarrow D : 4 + 7 + 18 = 29$$

Câu 5. [3] Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định)

được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{24000}{1 + 6e^{-t}}$, $t \geq 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a ?

Lời giải

Đáp số: 6.

Hàm số biểu thị tốc độ bán hàng là

$$g(t) = f'(t) = \frac{-24000 \cdot (-6e^{-t})}{(1 + 6e^{-t})^2} = \frac{14400e^{-t}}{(1 + 6e^{-t})^2} \text{ với } t \geq 0.$$

Ta có

$$\begin{aligned} g'(t) &= \frac{-14400e^{-t}(1 + 6e^{-t})^2 - 2 \cdot (1 + 6e^{-t}) \cdot (-6e^{-t})14400e^{-t}}{(1 + 6e^{-t})^4} \\ &= 14400 \cdot \frac{36e^{-3t} - e^{-t}}{(1 + 6e^{-t})^4} \end{aligned}$$

$$36e^{-3t} - e^{-t} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^{-t} = \frac{1}{6} \\ e^{-t} = -\frac{1}{6} \\ e^{-t} = 0 \end{cases}$$

Xét $g'(t) = 0$ suy ra

Suy ra $e^t = 6$ suy ra $t = \ln 6$.

Bảng biến thiên

t	0	$\ln 6$	$+\infty$
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$		$g(\ln 6)$	

Vậy tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln 6$.

Câu 6. [3] Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm X ở trên mặt đất tới đỉnh T của một tòa tháp. Giả sử tọa độ của các điểm là $T(40; 60; 150)$ và $X(100; -40; 0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ đặt tại mặt đất. Người ta muốn nối điểm $A(40; 30; -20)$ nằm dưới một cái hồ tới một điểm $M(a; b; c)$ nằm trên dây cáp sao cho khoảng cách MA này là nhỏ nhất. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Đáp số: 100.

$$(TX): \begin{cases} x = 100 + 6t \\ y = -40 - 10t \\ z = -15t \end{cases}$$

Ta có phương trình đường thẳng (TX) , $M(a; b; c)$ nằm trên dây cáp nên

$M(100 + 6t, -40 - 10t, -15t)$, khoảng cách MA này là nhỏ nhất khi MA vuông góc với đường

thẳng (TX) . Khi đó ta có: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{TX} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-40}{19} \Rightarrow M\left(\frac{1660}{19}; \frac{-360}{19}; \frac{600}{19}\right)$.

Vậy $a + b + c = 100$

---HẾT---