ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP KIỂM TRA GK1 NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN TOÁN 11

I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu 1. Khi quy đổi 1° ra đơn vị radian, ta được kết quả là:

A. π rad. **B.** $\frac{180}{\pi}$ rad. **C.** $\frac{\pi}{180}$ rad. **D.** $\frac{\pi}{360}$ rad.

Câu 2. Góc có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị radian là:

A. $\frac{25\pi}{12}$. **B.** $\frac{25\pi}{18}$. **C.** $\frac{25\pi}{9}$. **D.** $\frac{35\pi}{18}$.

Câu 3. Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

A. 172°. **B.** 15°. **C.** 225°. **D.** 115°.

Câu 4. Cho $\sin\alpha=\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{1}{5}$. **C.** $\cos\alpha=-\frac{3}{4}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{2}{5}$.

Câu 5. Cho $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ và $(90^\circ<\alpha<180^\circ)$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha=-\frac{5}{4}$. **B.** $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{4}{5}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{5}{4}$.

Câu 6. Cho $\cos\alpha=-\frac{1}{4}$ và $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Khi đó giá trị của $\sin\alpha$ là:

A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{13}}{4}$. **D.** $-\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Câu 7. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi a,b?

A. $\cos(a-b)=\sin a\sin b-\cos a\cos b$. **B.** $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$.

C. $\cos(a-b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$. **D.** $\cos(a-b)=\cos a\sin b-\sin a\cos b$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\cos 2a=2\sin a\cos a$. **B.** $\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$. **C.** $\cos 2a=1-2\sin^2 a$. **D.** $\cos 2a=2\cos^2 a-1$.

Câu 9. Biết $\sin x=\frac{1}{2}$ thì $\cos 2x$ có giá trị là:

A. 0. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\cos x$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\cos^2 x$. **D.** $y=\sin^2 x$.

Câu 12. Hàm số nào tuần hoàn với chu kì 2π trong các hàm số sau đây:

A. $y=\cos 2x$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Câu 13. Đồ thị hàm số $y=\sin x$ có đặc điểm nào sau đây?

A. Đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O.

B. Đối xứng với nhau qua trục hoành.

C. Đối xứng với nhau qua trục tung.

D. Đi qua điểm $(0;1)$.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y=\cos x$ có đặc điểm nào sau đây?

A. Đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O.

B. Đối xứng với nhau qua trục hoành.

C. Đối xứng với nhau qua trục tung.

D. Đi qua điểm $(0;-1)$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y=\tan x$ có đặc điểm nào sau đây?

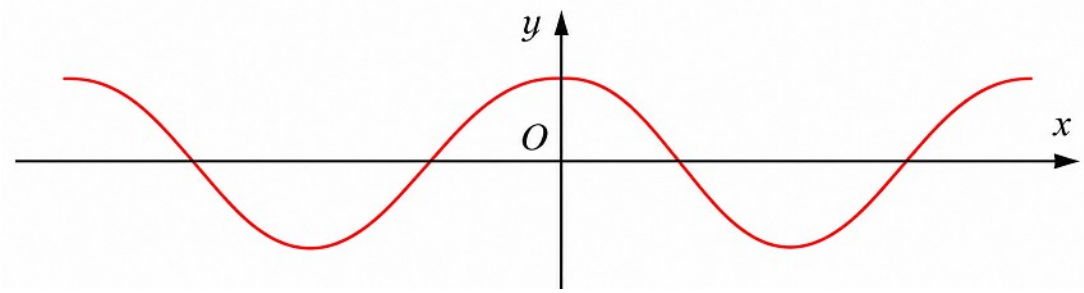
A. Đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O.

B. Đối xứng với nhau qua trục hoành.

C. Đối xứng với nhau qua trục tung.

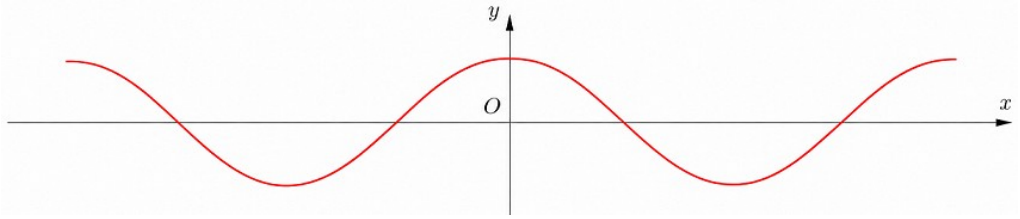
D. Đi qua điểm $(0;1)$.

Câu 16. Đồ thị hàm số bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



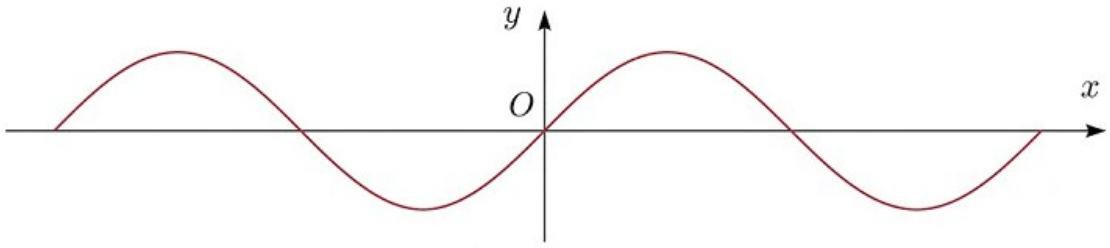
A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Câu 17. Đồ thị hàm số bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Câu 18. Đồ thị hàm số bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\sin x$. **B.** $y=-\sin x$. **C.** $y=\cos x$. **D.** $y=-\cos x$.

Câu 19. Công thức nghiệm của phương trình $\sin x=\sin\alpha$ (với đơn vị α là rad) là.

A. $\begin{cases} x=\alpha+2k\pi \\ x=\pi-\alpha+2k\pi \end{cases}(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\pm\alpha+2k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $x=\alpha+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=-\alpha+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 20. Công thức nghiệm của phương trình $\cos x=\cos\alpha$ (với đơn vị α là rad) là.

A. $\begin{cases} x=\alpha+2k\pi \\ x=\pi-\alpha+2k\pi \end{cases}(k\in Z)$. **B.** $x=\pm\alpha+2k\pi(k\in Z)$. **C.** $x=\alpha+k\pi(k\in Z)$.

D. $x=-\alpha+k\pi(k\in Z)$.

Câu 21. Công thức nghiệm của phương trình $\tan x=\tan\alpha$ (với đơn vị α là rad) là.

A. $\begin{cases} x=\alpha+2k\pi \\ x=\pi-\alpha+2k\pi \end{cases}(k\in Z)$. **B.** $x=\pm\alpha+2k\pi(k\in Z)$. **C.** $x=\alpha+k\pi(k\in Z)$.

D. $x=-\alpha+k\pi(k\in Z)$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi \end{cases}(k\in Z)$. **B.** $\begin{cases} x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi \end{cases}(k\in Z)$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in Z)$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in Z)$.

Câu 23. Nghiệm của phương trình $\cos x=\frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi \end{cases}(k\in Z)$. **B.** $\begin{cases} x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi \end{cases}(k\in Z)$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in Z)$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in Z)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\tan x=1$ là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in Z)$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in Z)$. **C.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in Z)$. **D.** $x=k\pi(k\in Z)$.

Câu 25. Cho dãy số $-1;1;-1;\ldots;(-1)^n;\ldots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) tăng.

B. Dãy số (u_n) giảm.

C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm.

D. Dãy số (u_n) không đổi.

Câu 26. Cho dãy số $1;\frac{1}{2};\frac{1}{4};\ldots;\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1};\ldots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) tăng.

B. Dãy số (u_n) giảm.

C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm.

D. Dãy số (u_n) không đổi.

Câu 27. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) tăng.

B. Dãy số (u_n) giảm.

C. Dãy số (u_n) không tăng, không giảm.

D. Dãy số (u_n) không đổi.

Câu 28. Cho dãy số $\frac{1}{2};\frac{3}{5};\frac{2}{3};\frac{5}{7};\ldots$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số là:

A. $u_n = \frac{n}{n+1}$; với n thuộc N.

B. $u_n = \frac{n}{2n}$; *với n thuộc N.*

C. $u_n = \frac{n+1}{n+3}$; với n thuộc N.

D. $u_n = \frac{2n}{2n+1}$; *với n thuộc N.*

Câu 29. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số là:

A. $1,3,5,7,9$.

B. $1,-1,-3,-5,-7$.

C. $1,-2,3,5,7$.

D. $-2,-1,0,1,2$.

Câu 30. Cho dãy số $\frac{1}{3};\frac{1}{3^2};\frac{1}{3^3};\frac{1}{3^4};\frac{1}{3^5};\ldots$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số là:

A. $u_n = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^{n+1}}$.

B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$.

C. $u_n = \frac{1}{3^n}$.

D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 31. Cho dãy số có các số hạng đầu là $-1;1;-1;1;-1;\ldots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$.

B. $u_n = -1$.

C. $u_n = (-1)^n$.

D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Câu 32. Cho dãy số có các số hạng đầu là $0.1;0.01;0.001;0.0001\ldots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = 0.00\ldots01$ (có n số 0).

B. $u_n = 0.00\ldots01$ (có $n-1$ số 0).

C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.

D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Câu 33. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4}$.

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là u_1 và d là công sai. Khi đó số hạng tổng quát của cấp số cộng này là:

A. $u_n = u_1 + nd$.

B. $u_n = 2u_1 + (n-1)d$.

C. $u_n = u_1 + (n+1)d$.

D. $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 35. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng với công sai d, ta có hệ thức truy hồi:

A. $u_{n+1} = u_n \cdot d$; với n thuộc N.

B. $u_{n+1} = u_n + d$; *với n thuộc N.*

C. $u_{n+1} = \frac{u_n}{d}$; với n thuộc N.

D. $u_{n+1} = u_n - d$; *với n thuộc N.*

Câu 36. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = -3$ và công sai $d = 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 2$.

B. $u_2 = -2$.

C. $u_2 = -1$.

D. $u_2 = -3$.

Câu 37. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=-5$ và công sai $d=3$. Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. 15. **B.** 20. **C.** 35. **D.** 36.

Câu 38. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=4;u_2=1$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10}=31$. **B.** $u_{10}=-23$. **C.** $u_{10}=-20$. **D.** $u_{10}=15$.

Câu 39. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$ công sai $d=2$. Giá trị u_2 bằng

A. 14. **B.** 9. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 5.

Câu 40. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $128;-64;32;-16;8;\ldots$. **B.** $\sqrt{2};2;4;4\sqrt{2};\ldots$. **C.** $5;6;7;8;\ldots$. **D.** $15;5;1;\frac{1}{5};\ldots$.

Câu 41. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** là một cấp số nhân?

A. $2;4;8;16;\ldots$. **B.** $1;-1;1;-1;\ldots$. **C.** $1^2;2^2;3^2;4^2;\ldots$. **D.** $a;a^3;a^5;a^7;\ldots(a\neq 0)$.

Câu 42. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. $1;2;4;8;\ldots$. **B.** $3;3^2;3^3;3^4;\ldots$. **C.** $4;2;\frac{1}{2};\frac{1}{4};\ldots$. **D.** $1;-2;4;-8;\ldots$.

Câu 43. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

A. $u_6=160$. **B.** $u_6=-320$. **C.** $u_6=-160$. **D.** $u_6=320$.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $u_n=u_1+(n-1)q,(n\geq 2)$. **B.** $u_n=u_1q^{n-1},(n\geq 2)$. **C.** $u_n=q(u_1)^{n-1},(n\geq 2)$.

D. $u_n=\frac{u_1}{q^{n-1}},(k\geq 2)$.

Câu 45. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_{11}=25$ và $u_{15}=400$. Tìm u_{13}?

A. $u_{13}=105$. **B.** $u_{13}=95$. **C.** $u_{13}=115$. **D.** $u_{13}=100$.

Câu 46. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=-2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{10}=-511$. **B.** $S_{10}=-1025$. **C.** $S_{10}=1025$. **D.** $S_{10}=1023$.

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $q=-3$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{10}=-29524$. **B.** $S_{10}=29524$. **C.** $S_{10}=9842$. **D.** $S_{10}=-9842$.

Câu 48. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $q=-3$. Tính tổng 9 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_9=-29524$. **B.** $S_9=29524$. **C.** $S_9=9842$. **D.** $S_9=-9842$.

Câu 49. Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường:

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70;80)	3
[80;90)	6
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3

Cỡ mẫu bằng bao nhiêu?

A. 12. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 50. Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường:

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70;80)	3
[80;90)	6
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3

Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu trên là:

A. 6. **B.** 30. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 51. Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường:

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70;80)	3
[80;90)	6
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3

Giá trị đại diện của nhóm [100;110) trong mẫu số liệu trên là:

A. 105. **B.** 100. **C.** 110. **D.** 30.

Câu 52. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Mẫu số liệu được chia thành bao nhiêu nhóm?

A. 6 nhóm. **B.** 5 nhóm. **C.** 7 nhóm. **D.** 8 nhóm.

Câu 53. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền (nghìn đồng)	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Có bao nhiêu sinh viên chi từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng?

A. 5. **B.** 23. **C.** 12. **D.** 17.

Câu 54. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)
Số ngày	7	15	12	6

Có bao nhiêu ngày có nhiệt độ từ 28° C đến dưới 31° C?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 55. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Số trung bình của mẫu số liệu là

A. $5,0$. **B.** $5,32$. **C.** $5,75$. **D.** $6,5$.

Câu 56. Anh Ba ghi nhận lại kết quả ném lao của mình ở cự li 30 lần, và có bảng sau:

Cự li (m)	[69,2;70)	[70;70,8)	[70,8;71,6)	[71,6;72,4)	[72,4;73,2)
Số lần	4	2	9	10	5

Cự li trung bình mỗi lần ném của anh Ba là

A. $73,5$. **B.** $42,5$. **C.** $41,5$. **D.** $71,5$.

Câu 57. Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

Cân nặng	[45;49)	[49;53)	[53;57)	[57;61)	[61;65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng

A. $55,6$. **B.** $65,5$. **C.** $48,8$. **D.** $57,7$.

Câu 58. Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 11 tiến hành thu nhặt vỏ chai nhựa để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ chai của học sinh khối 11 ở bảng sau:

Số vỏ chai nhựa	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	53	82	48	39	18

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $19,51$. **B.** $19,59$. **C.** $20,2$. **D.** $18,6$.

Câu 59. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $18,1$. **B.** $18,5$. **C.** $17,2$. **D.** $15,6$.

Câu 60. Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $0,58$. **B.** $1,25$. **C.** $1,22$. **D.** $1,02$.

Câu 61. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Hãy tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $15,25$. **B.** $15,5$. **C.** $14,25$. **D.** $16,25$.

Câu 62. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Hãy tìm tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 20. **B.** $18,5$. **C.** $19,5$. **D.** 21.

II/ CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho hai hàm số $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$.

a) Chúng đều là những hàm số tuần hoàn với chu kì $T=2\pi$.

b) $g\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=-f(x)$.

c) Nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ là $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ với $k\in Z$.

d) Phương trình $f(x)-g(x)=\sqrt{3}$ luôn có nghiệm.

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$.

a) Chúng đều là những hàm số tuần hoàn với chu kì $T=\pi$.

b) $g\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f(x)$.

c) Nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ là $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ với $k\in Z$.

d) Phương trình $f(x)-g(x)=\sqrt{2}$ luôn có nghiệm.

Câu 3: Cho hai hàm số $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$.

a) Chúng đều là những hàm số chẵn với chu kì $T=2\pi$.

b) $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=g(x)$.

c) Nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ là $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ với $k\in Z$.

d) Phương trình $f(x)-g(x)=3$ vô nghiệm.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\frac{4n+5}{n+1}$. Khi đó:

a) Số hạng đầu của dãy số là $\frac{9}{2}$.

b) Tổng ba số hạng đầu của dãy là một số nguyên.

c) Số hạng thứ hai mươi của dãy có dạng $u_{20}=\frac{85}{21}$.

d) Dãy số (u_n) là một dãy số bị chặn trên.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=\frac{3}{2}$, công sai $d=\frac{1}{2}$. Khi đó:

a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n=1+\frac{n}{3}$.

b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho.

c) $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q<0$ và $u_2=4, u_4=9$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Cấp số nhân có công bội $q=-\frac{3}{2}$.

b) Số hạng đầu $u_1=-\frac{8}{3}$.

c) Số hạng $u_5=\frac{27}{2}$.

d) $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8.

III/ CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Người ta trồng cây theo hình tam giác, với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây,… ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu.

Câu 2: Một loại vi khuẩn cứ sau mỗi phút thì số lượng tăng gấp đôi, biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

Câu 3: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới nó và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là 12288 m², diện tích bề mặt tầng trên cùng của tháp bằng

Câu 4: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức

$$h = 2\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 4.$$

Tìm thời gian (giờ) mực nước cao nhất của kênh.

IV/ CÂU TỰ LUẬN

Câu 1: Giải phương trình:

$$\cos\left(75^\circ - x\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 2: Giải phương trình:

$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 3: Giải phương trình:

$$\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}\left(\sin 6x + \cos 8x\right).$$

Câu 4: Số nghiệm phương trình $\dfrac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$.

Câu 5: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

Câu 6: Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

Câu 7: Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\dfrac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

Hết

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA
1	C	17	B	33	B	49	B
2	B	18	A	34	D	50	D
3	C	19	A	35	B	51	A
4	A	20	B	36	A	52	C
5	B	21	C	37	D	53	B
6	A	22	A	38	B	54	C
7	B	23	B	39	B	55	B
8	A	24	A	40	A	56	D
9	D	25	C	41	C	57	A
10	C	26	B	42	C	58	B
11	A	27	A	43	C	59	A
12	B	28	C	44	B	60	D
13	A	29	B	45	D	61	A
14	C	30	C	46	D	62	A
15	A	31	C	47	A		

Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA	Câu	ĐA
16	A	32	B	48	C		

Lời giải chi tiết

Câu 1. Ta có $1^\circ = \frac{\pi}{180}.$
Chọn **C**.

Câu 2. Đổi từ độ sang radian: $250^\circ = 250 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{25\pi}{18}.$
Chọn **B**.

Câu 3. Đổi từ radian sang độ: $\frac{5\pi}{4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 225^\circ.$
Chọn **C**.

Câu 4. Từ hệ thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
suy ra $\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}.$
Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos\alpha < 0.$
Do đó $\cos\alpha = -\frac{3}{5}.$
Chọn **A**.

Câu 5. Ta có $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}.$
Góc thuộc góc phần tư II nên cosin âm. Vì thế $\cos\alpha = -\frac{4}{5}.$
Chọn **B**.

Câu 6. Ta có $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}.$
Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên sin dương. Vậy $\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}.$
Chọn **A**.

Câu 7. Công thức hiệu của cosin là $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b.$
Chọn **B**.

Câu 8. Ta có các công thức đúng $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a = 2\cos^2 a - 1.$
Trong khi $2\sin a\cos a = \sin 2a.$
Vì vậy mệnh đề A sai. Chọn **A**.

Câu 9. Dùng công thức $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x.$
Thay $\sin x = \frac{1}{2}$ được $\cos 2x = 1 - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$
Chọn **D**.

Câu 10. Vì $\cos(-x) = \cos x$
nên hàm số cosin là hàm chẵn. Chọn **C**.

Câu 11. Vì $\sin(-x) = -\sin x$
nên hàm số sin là hàm lẻ. Chọn **A**.

Câu 12. Hàm số sin có chu kì $T = 2\pi.$
Trong khi cosin của góc gấp đôi, tang và cotang đều có chu kì nhỏ hơn. Chọn **B**.
Câu 13. Hàm số sin là hàm lẻ nên đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ. Chọn **A**.
Câu 14. Hàm số cosin là hàm chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục tung. Chọn **C**.
Câu 15. Hàm số tang là hàm lẻ nên đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ. Chọn **A**.
Câu 16. Đồ thị đi qua gốc tọa độ và tại gốc đang đi lên, đồng thời có dạng hình sin. Đó là đồ thị của $y = \sin x.$
Chọn **A**.
Câu 17. Tại $x = 0$
đồ thị đạt giá trị cực đại dương, đúng với đặc trưng của $y = \cos x.$
Chọn **B**.
Câu 18. Đồ thị đi qua gốc tọa độ theo chiều tăng nên phù hợp với $y = \sin x.$
Chọn **A**.
Câu 19. Phương trình $\sin x = \sin\alpha$ có nghiệm $x = \alpha + 2k\pi$ hoặc $x = \pi - \alpha + 2k\pi,$ với $k \in \mathbb{Z}.$
Chọn **A**.
Câu 20. Phương trình $\cos x = \cos\alpha$ có nghiệm $x = \pm\alpha + 2k\pi,$ với $k \in \mathbb{Z}.$
Chọn **B**.
Câu 21. Phương trình $\tan x = \tan\alpha$ có nghiệm $x = \alpha + k\pi,$ với $k \in \mathbb{Z}.$
Chọn **C**.
Câu 22. Ta có $\sin x = \frac{1}{2}.$ Suy ra $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,$ với $k \in \mathbb{Z}.$
Chọn **A**.
Câu 23. Từ $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{3}$ suy ra $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi,$ với $k \in \mathbb{Z}.$
Chọn **B**.
Câu 24. Vì $\tan\frac{\pi}{4} = 1$ nên $x = \frac{\pi}{4} + k\pi,$ với $k \in \mathbb{Z}.$
Chọn **A**.
Câu 25. Dãy có các số hạng luân phiên $-1, 1, -1, 1, \ldots$
nên không thể tăng cũng không thể giảm. Chọn **C**.
Câu 26. Dãy có số hạng tổng quát $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$
Vì $0 < \frac{1}{2} < 1$ nên dãy giảm. Chọn **B**.
Câu 27. Ta có $u_{n+1} - u_n = 3 > 0.$
Do đó dãy tăng. Chọn **A**.
Câu 28. Thử công thức $u_n = \frac{n+1}{n+3}.$
Ta được $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{3}{5}, u_3 = \frac{2}{3}, u_4 = \frac{5}{7}.$
Đúng với dãy đã cho. Chọn **C**.
Câu 29. Từ $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n - 2$
suy ra lần lượt $u_2 = -1, u_3 = -3, u_4 = -5, u_5 = -7.$
Năm số hạng đầu là $1, -1, -3, -5, -7.$

Chọn **B**.

Câu 30. Dãy có dạng $\frac{1}{3},\frac{1}{3^2},\frac{1}{3^3},\ldots$ nên $u_n=\frac{1}{3^n}.$
Chọn **C**.

Câu 31. Với $u_n=(-1)^n$
ta có $u_1=-1,u_2=1,u_3=-1,\ldots$
đúng với dãy đã cho. Chọn **C**.

Câu 32. Ta có
$0.1=10^{-1},0.01=10^{-2},0.001=10^{-3}.$
Vì vậy số hạng thứ n có dạng thập phân gồm phần thập phân với n chữ số, chữ số cuối là 1; theo cách mô tả của đề là phương án **B.** Chọn **B**.

Câu 33. Với $u_n=\frac{n}{3^n-1}$ ta có $u_1=\frac{1}{2},u_2=\frac{1}{4},u_3=\frac{3}{26}.$
Chọn **B**.

Câu 34. Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n=u_1+(n-1)d.$
Chọn **D**.

Câu 35. Với cấp số cộng công sai d, hai số hạng liên tiếp thỏa $u_{n+1}=u_n+d.$
Chọn **B**.

Câu 36. Ta có $u_2=u_1+d=-3+5=2.$
Chọn **A**.

Câu 37. Số hạng tổng quát là $u_n=-5+3(n-1).$
Cho $u_n=100$ thì $-5+3(n-1)=100.$
Suy ra $3(n-1)=105$ và $n=36.$
Chọn **D**.

Câu 38. Ta có $d=u_2-u_1=1-4=-3.$
Do đó $u_{10}=4+9(-3)=-23.$
Chọn **B**.

Câu 39. Ta có $u_2=u_1+d=7+2=9.$
Chọn **B**.

Câu 40. Với dãy A, tỉ số giữa hai số hạng liên tiếp là $\frac{-64}{128}=\frac{32}{-64}=\frac{-16}{32}=-\frac{1}{2}.$
Tỉ số không đổi nên đây là cấp số nhân. Chọn **A**.

Câu 41. Dãy C là $1^2,2^2,3^2,4^2,\ldots$
có tỉ số giữa hai số hạng liên tiếp không cố định, nên không phải cấp số nhân. Chọn **C**.

Câu 42. Với dãy C:
$4,2,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\ldots$
ta có các tỉ số đầu $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ và $\frac{1/2}{2}=\frac{1}{4}.$
Tỉ số không cố định nên không phải cấp số nhân. Chọn **C**.

Câu 43. Với $u_1=5,q=-2$ thì $u_6=u_1q^5=5(-2)^5=-160.$
Chọn **C**.

Câu 44. Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 q^{n-1}$.
Chọn **B**.

Câu 45. Ta có $\frac{u_{15}}{u_{11}} = q^4 = \frac{400}{25} = 16.$
Suy ra $q^2 = 4.$
Do đó $u_{13} = u_{11} q^2 = 25 \cdot 4 = 100.$
Chọn **D**.

Câu 46. Tổng mười số hạng đầu là $S_{10} = u_1 \frac{1-q^{10}}{1-q}.$
Thay $u_1 = -3, q = -2$
được $S_{10} = -3\frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)} = 1023.$
Chọn **D**.

Câu 47. Với $u_1 = 2, q = -3$
ta có $S_{10} = 2\frac{1-(-3)^{10}}{1-(-3)} = -29524.$
Chọn **A**.

Câu 48. Tương tự, $S_9 = 2\frac{1-(-3)^9}{1-(-3)} = 9842.$
Chọn **C**.

Câu 49. Cỡ mẫu là tổng các tần số: $3+6+12+6+3=30.$
Chọn **B**.

Câu 50. Độ dài mỗi nhóm là hiệu hai đầu mút liên tiếp: $80-70=10.$
Chọn **D**.

Câu 51. Giá trị đại diện của nhóm được lấy bằng trung điểm:
$\frac{100+110}{2} = 105.$
Chọn **A**.

Câu 52. Bảng có 7 khoảng lớp nên mẫu số liệu được chia thành 7 nhóm. Chọn **C**.

Câu 53. Nhóm từ 100 đến dưới 150 có tần số 23. Chọn **B**.

Câu 54. Nhóm từ 28 đến dưới 31 có tần số 6. Chọn **C**.

Câu 55. Giá trị đại diện các nhóm lần lượt là $2.75, 4.25, 5.75, 7.25.$
Số trung bình là
$\overline{x} = \frac{2.75 \cdot 8 + 4.25 \cdot 22 + 5.75 \cdot 35 + 7.25 \cdot 15}{80} = 5.31875.$
Làm tròn được $\overline{x} \approx 5.32.$
Chọn **B**.

Câu 56. Giá trị đại diện các nhóm là $69.6, 70.4, 71.2, 72.0, 72.8.$
Do đó
$\overline{x} = \frac{69.6 \cdot 4 + 70.4 \cdot 2 + 71.2 \cdot 9 + 72 \cdot 10 + 72.8 \cdot 5}{30} \approx 71.47.$
Suy ra xấp xỉ $71.5.$

Chọn **D**.

Câu 57. Các giá trị đại diện là $47, 51, 55, 59, 63.$

Số trung bình:

$$\overline{x} = \frac{47 \cdot 4 + 51 \cdot 5 + 55 \cdot 7 + 59 \cdot 7 + 63 \cdot 5}{28} \approx 55.57.$$

Suy ra xấp xỉ $55.6.$

Chọn **A**.

Câu 58. Tổng số học sinh là $N = 53 + 82 + 48 + 39 + 18 = 240.$

Vị trí trung vị là $\frac{N}{2} = 120.$

Tần số tích lũy sau nhóm đầu là 53, sau nhóm thứ hai là 135 nên lớp chứa trung vị là nhóm từ 16 đến 20. Khi hiệu chỉnh ranh giới lớp liên tục, lấy

$L = 15.5, h = 5, F = 53, f = 82.$

Do đó $M_e = L + \frac{N/2 - F}{f} h = 15.5 + \frac{120 - 53}{82} \cdot 5 \approx 19.59.$

Chọn **B**.

Câu 59. Có

$N = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56.$

Vị trí trung vị là $\frac{N}{2} = 28.$

Tần số tích lũy đến hết nhóm thứ hai là 15, đến hết nhóm thứ ba là 30 nên lớp trung vị là $[15.5; 18.5).$

Ta có $M_e = 15.5 + \frac{28 - 15}{15} \cdot 3 = 18.1.$

Chọn **A**.

Câu 60. Tổng số viên pin là $N = 10 + 20 + 35 + 15 + 5 = 85.$

Vị trí trung vị là $\frac{N}{2} = 42.5.$

Lớp trung vị là $[1.00; 1.05).$

Do đó $M_e = 1 + \frac{42.5 - 30}{35} \cdot 0.05 \approx 1.018.$

Suy ra xấp xỉ $1.02.$

Chọn **D**.

Câu 61. Với

$N = 56$

vị trí tứ phân vị thứ nhất là $\frac{N}{4} = 14.$

Giá trị này nằm trong lớp $[12.5; 15.5).$

Ta có $Q_1 = 12.5 + \frac{14 - 3}{12} \cdot 3 = 15.25.$

Chọn **A**.

Câu 62. Vị trí tứ phân vị thứ ba là $\frac{3N}{4} = 42.$

Giá trị này nằm trong lớp $[18.5; 21.5).$

Tần số tích lũy trước lớp này là 30 và tần số của lớp là 24. Vì vậy $Q_3 = 18.5 + \frac{42-30}{24} \cdot 3 = 20.$

Chọn **A**.

II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 1

Cho $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x.$

a) Đúng. Cả hai hàm sin và cos đều có chu kì $2\pi.$

b) Sai. Ta có $g\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x = f(x),$ không phải $-f(x).$

c) Đúng. Phương trình $\sin x = \cos x$

suy ra $\tan x = 1,$ nên $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

d) Sai. Ta có

$-\sqrt{2} \le \sin x - \cos x \le \sqrt{2}.$

Vì $3 > \sqrt{2}$

nên phương trình không có nghiệm.

Kết quả: a Đúng; b Sai; c Đúng; d Sai.

Câu 2

a) Sai. Chu kì của cả hai hàm là $2\pi,$ không phải $\pi.$

b) Đúng. Vì $g\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x = f(x).$

c) Đúng. Như trên, $\sin x = \cos x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

d) Sai. Giá trị lớn nhất của $\sin x - \cos x$ là $\sqrt{2} < 2,$

nên phương trình không có nghiệm.

Kết quả: a Sai; b Đúng; c Đúng; d Sai.

Câu 3

a) Sai. Hàm sin là hàm lẻ, còn hàm cos là hàm chẵn.

b) Đúng. Ta có

$f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x = g(x).$

c) Đúng. Nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

d) Đúng. Do $|\sin x - \cos x| \le \sqrt{2} < 3$ nên phương trình $\sin x - \cos x = 3$

vô nghiệm.

Kết quả: a Sai; b Đúng; c Đúng; d Đúng.

Câu 4

Ta có $u_n = \frac{4n+5}{n+1} = 4 + \frac{1}{n+1}.$

a) Đúng.

$u_1 = \frac{9}{2}.$

b) Sai.

$u_1+u_2+u_3=\frac{9}{2}+\frac{13}{3}+\frac{17}{4}=\frac{157}{12},$

không phải số nguyên.

c) Đúng.

$u_{20}=\frac{4\cdot 20+5}{21}=\frac{85}{21}.$

d) Đúng. Vì

$u_n=4+\frac{1}{n+1}<\frac{9}{2}$

với mọi số tự nhiên dương n, nên dãy bị chặn trên.

Kết quả: a Đúng; b Sai; c Đúng; d Đúng.

Câu 5

Với $u_1=\frac{3}{2}, d=\frac{1}{2}$

ta có $u_n=u_1+(n-1)d=\frac{n+2}{2}.$

a) Sai. Công thức đúng là $u_n=\frac{n+2}{2}.$

b) Đúng.

$u_8=\frac{8+2}{2}=5.$

c) Sai. Nếu $u_n=\frac{15}{4}$ thì $\frac{n+2}{2}=\frac{15}{4}$

suy ra $n=\frac{11}{2},$

không phải chỉ số nguyên dương.

d) Sai.

$S_{100}=\frac{100}{2}\left(2\cdot\frac{3}{2}+99\cdot\frac{1}{2}\right)=2625.$

Không bằng 2620.

Kết quả: a Sai; b Đúng; c Sai; d Sai.

Câu 6

Ta có $u_4=u_2q^2.$

Do đó $9=4q^2$ suy ra $q^2=\frac{9}{4}.$

Vì $q<0$ nên $q=-\frac{3}{2}.$

a) Đúng.

b) Đúng.

$u_1=\frac{u_2}{q}=\frac{4}{-3/2}=-\frac{8}{3}.$

c) Sai.

$u_5=u_4q=9\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{27}{2}.$

d) Sai.

$u_8 = u_2 q^6 = 4\left(\frac{3}{2}\right)^6 = \frac{729}{16}.$

Trong khi $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ chín.

Kết quả: a Đúng; b Đúng; c Sai; d Sai.

III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Tổng số cây của n hàng là $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}.$

Theo đề bài: $\frac{n(n+1)}{2}=4950.$

Suy ra $n^2+n-9900=0.$

Ta có $\Delta = 1+39600 = 39601 = 199^2.$

Vì n dương nên $n=\frac{-1+199}{2}=99.$

Đáp số: 99 hàng.

Câu 2

Sau 5 phút có 64000 con. Ta có

$2048000 = 64000\cdot 32 = 64000\cdot 2^5.$

Như vậy cần thêm 5 lần tăng gấp đôi, tức thêm 5 phút. Tổng thời gian là

$5+5=10.$

Đáp số: 10 phút.

Câu 3

Diện tích tầng 1 bằng một nửa diện tích đế. Mỗi tầng tiếp theo lại bằng một nửa tầng ngay dưới. Do đó diện tích tầng 10 là $S_{10}=12288\left(\frac{1}{2}\right)^{10}.$

Suy ra $S_{10}=12.$

Đáp số: 12 mét vuông.

Câu 4

Mực nước cao nhất khi $\cos\left(\frac{\pi t}{8}+\frac{\pi}{4}\right)=1.$

Do đó $\frac{\pi t}{8}+\frac{\pi}{4}=2k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Suy ra $t=16k-2.$

Trong một ngày, $0\le t\le 24.$

Chỉ có $k=1$ cho $t=14.$

Đáp số: 14 giờ.

IV. CÂU TỰ LUẬN

Câu 1

Giải phương trình

$\cos\left(75^\circ - x\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Ta có $\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

khi $\theta = 135^\circ + 360^\circ k$

hoặc $\theta = 225^\circ + 360^\circ k,$ với $k \in \mathbb{Z}.$

Suy ra $75^\circ - x = 135^\circ + 360^\circ k$ hoặc $75^\circ - x = 225^\circ + 360^\circ k.$

Do đó $x = -60^\circ + 360^\circ k$ hoặc $x = -150^\circ + 360^\circ k,$ với $k \in \mathbb{Z}.$

Câu 2

Giải phương trình

$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vì $\frac{\sqrt{3}}{3} = \tan\frac{\pi}{6}$ nên $2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Suy ra $2x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 3

Giải phương trình $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}\left(\sin 6x + \cos 8x\right).$

Chuyển vế và nhóm: $\sin 8x - \sqrt{3}\cos 8x = \cos 6x + \sqrt{3}\sin 6x.$

Ta có $\sin 8x - \sqrt{3}\cos 8x = 2\sin\left(8x - \frac{\pi}{3}\right)$ và $\cos 6x + \sqrt{3}\sin 6x = 2\sin\left(6x + \frac{\pi}{6}\right).$

Vậy $\sin\left(8x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(6x + \frac{\pi}{6}\right).$

Trường hợp 1: $8x - \frac{\pi}{3} = 6x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi.$

Suy ra $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

Trường hợp 2: $8x - \frac{\pi}{3} = \pi - \left(6x + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi.$

Suy ra $14x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ nên $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{7}.$

Vậy nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{7},$ với $k \in \mathbb{Z}.$

Câu 4

Xét phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[2\pi; 4\pi].$

Điều kiện xác định: $\cos x + 1 \neq 0.$

Suy ra $x \neq \pi + 2k\pi.$

Phương trình bằng 0 khi $\sin 3x = 0.$

Do đó $3x = k\pi$ hay $x = \frac{k\pi}{3}.$

Điều kiện đoạn cho $2\pi \leq \frac{k\pi}{3} \leq 4\pi.$

Suy ra $6 \leq k \leq 12.$

Có 7 giá trị nguyên của k là $6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.$

Tại $k=9$ thì $x=3\pi$

làm mẫu số bằng 0 nên loại. Vậy phương trình có $7-1=6$

nghiệm.

Đáp số: 6 nghiệm.

Câu 5

Gọi ba số cần tìm theo thứ tự là $a,b,c.$

Vì ba số là số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng có công sai d nên

$b=a+d, c=a+4d.$

Theo đề bài, số cuối lớn hơn số đầu 16 đơn vị: $c-a=16.$

Suy ra $4d=16$ nên $d=4.$

Do đó $b=a+4, c=a+16.$

Ba số đồng thời lập thành cấp số nhân nên $b^2=ac.$

Suy ra $(a+4)^2=a(a+16).$

Khai triển: $a^2+8a+16=a^2+16a.$

Do đó $a=2.$

Vậy $b=6, c=18.$

Đáp số: 2, 6, 18.

Câu 6

Theo đề gốc, diện tích mặt trên của tầng 1 bằng một nửa diện tích đế và mỗi tầng tiếp theo bằng một nửa tầng ngay dưới.

Nếu gọi diện tích mặt trên của đế là S_0 thì $S_1=\frac{S_0}{2}, S_2=\frac{S_0}{2^2}, \ldots, S_{11}=\frac{S_0}{2^{11}}.$

Kết quả theo dữ kiện đề: $S_{11}=\frac{S_0}{2048}.$

Câu 7

Lần đầu bóng rơi từ độ cao 10 nên đi được quãng đường $10.$

Sau lần chạm đất thứ nhất, bóng nảy lên độ cao $10\cdot\frac{3}{4}.$

Các độ cao nảy tiếp theo tạo thành cấp số nhân có số hạng đầu $10\cdot\frac{3}{4}$ và công bội $\frac{3}{4}.$

Tổng các độ cao nảy lên là $10\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{1-3/4}=30.$

Mỗi độ cao nảy được đi hai lần: một lần đi lên và một lần đi xuống. Vì vậy tổng quãng đường là

$10+2\cdot 30=70.$

Đáp số: 70 mét.