Câu 1: Tích phân $I=\int_1^2 2x.dx$ có giá trị là:

A. $I=1$ *B.* $I=2$ *C.* $I=3$ *D.* $I=4$

Câu 2: Tích phân $I=\int_0^1 \frac{1}{x+1}dx$ có giá trị là:

A. $I=\ln 2$ *B.* $I=\ln 2-1$ *C.* $I=1-\ln 2$ *D.* $I=-\ln 2$

Câu 3: Tích phân $I=\int_1^2\left(x^2+\frac{x}{x+1}\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{10}{3}+\ln 2-\ln 3$ **B.** $I=\frac{10}{3}-\ln 2+\ln 3$ **C.** $I=\frac{10}{3}-\ln 2-\ln 3$ **D.** $I=\frac{10}{3}+\ln 2+\ln 3$

Câu 4: Tích phân $I=\int_{-1}^1\left(x^3+3x+2\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=1$ *B.* $I=2$ *C.* $I=3$ *D.* $I=4$

Câu 5: Tích phân $I=\int_1^2\left(\frac{1}{x^2}+2x\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{5}{2}$ **B.** $I=\frac{7}{2}$ **C.** $I=\frac{9}{2}$ **D.** $I=\frac{11}{2}$

Câu 6: Tích phân $I=\int_e^{e^2}\frac{x+1}{x^2}dx$ có giá trị là:

A. $I=1-\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}$ **B.** $I=1-\frac{1}{e}-\frac{1}{e^2}$ **C.** $I=1+\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}$ **D.** $I=1+\frac{1}{e}-\frac{1}{e^2}$

Câu 7: Tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$ có giá trị là:

A. $I=1$ **B.** $I=0$ **C.** $I=-1$ **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 8: Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin x-\cos x\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=1$ **B.** $I=2$ **C.** $I=-2$ **D.** $I=-1$

Câu 9: Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}\left(\sin 2x-\cos 3x\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{2}{3}$ **B.** $I=\frac{3}{4}$ **C.** $I=-\frac{3}{4}$ **D.** $I=-\frac{2}{3}$

Câu 10: Giá trị của tích phân $I=\int_0^1\frac{x}{x+1}dx=a$. Biểu thức $P=2a-1$ có giá trị là:

A. $P=1-\ln 2$ **B.** $P=2-2\ln 2$ **C.** $P=1-2\ln 2$ **D.** $P=2-\ln 2$

Câu 11: Giá trị của tích phân $I=\int_e^{e^2}\left(\frac{1+x+x^2}{x}\right)dx=a$. Biểu thức $P=a-1$ có giá trị là:

A. $P=e+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}e^4$ **B.** $P=-e+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}e^4$ **C.** $P=-e-\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}e^4$ **D.** $P=e+\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{2}e^4$

Câu 12: Cho giá trị của tích phân $I_1=\int_1^2\frac{x^2+2x}{x+1}dx=a$, $I_2=\int_e^{e^2}\frac{1}{x}dx=b$. Giá trị của biểu thức $P=a-b$ là:

A. $P=\frac{7}{2}+\ln 2-\ln 3$ **B.** $P=\frac{3}{2}+\ln 2-\ln 3$ **C.** $P=\frac{5}{2}+\ln 2-\ln 3$ **D.** $P=\frac{1}{2}+\ln 2-\ln 3$

Câu 13: Cho giá trị của tích phân $I_1=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}}(\sin 2x+\cos x)dx=a$, $I_2=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(\cos 2x+\sin x)dx=b$. Giá trị của $a+b$ là:

A. $P=\frac{3}{4}+\sqrt{3}$ **B.** $P=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $P=\frac{3}{4}-\sqrt{3}$ **D.** $P=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 14: Cho gá trị của tích phân $I_1=\int_{-1}^{1}(x^4+2x^3)dx=a$, $I_2=\int_{-2}^{-1}(x^2+3x)dx=b$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là:

A. $P=-\frac{4}{65}$ **B.** $P=\frac{12}{65}$ **C.** $P=-\frac{12}{65}$ **D.** $P=\frac{4}{65}$

Câu 15: Cho giá trị của tích phân $I_1=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}(\sin 3x+\cos 3x)dx=a$, $I_2=\int_e^{2e}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x+1}\right)dx=b$. Giá trị $a.b$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $-\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{5}$ **C.** $-\frac{1}{3}$ **D.** $-\frac{1}{5}$

Câu 16: Tích phân $I=\int_{-1}^{0}(x^3+ax+2)dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{7}{4}-\frac{a}{2}$ **B.** $I=\frac{9}{4}-\frac{a}{2}$ **C.** $I=\frac{7}{4}+\frac{a}{2}$ **D.** $I=\frac{9}{4}+\frac{a}{2}$

Câu 17: Tích phân $I=\int_0^1\left(\frac{ax}{x+1}-2ax\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=-a\ln 2$ **B.** $I=-2\ln 2$ **C.** $I=2\ln 2$ **D.** $I=a\ln 2$

Câu 18: Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin ax+\cos ax)dx$, với $a\neq 0$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\sqrt{2}}{a}\left[\sin\left(a\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(a\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right]$ **B.** $I=\frac{\sqrt{2}}{a}\left[\sin\left(a\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(a\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right]$

C. $I=\frac{\sqrt{2}}{a}\left[\sin\left(a\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(-a\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right]$ **D.** $I=\frac{\sqrt{2}}{a}\left[-\sin\left(a\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(a\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right]$

Câu 19: Tích phân $I=\int_1^a\left(\frac{a}{x}+\frac{x}{a}\right)dx$,với $a\neq 0$ có giá trị là:

A. $I=a\ln|a|+\frac{a^2+1}{2a}$ **B.** $I=a\ln a+\frac{a^2+1}{2a}$ **C.** $I=a\ln|a|+\frac{a^2-1}{2a}$ **D.** $I=a\ln a+\frac{a^2-1}{2a}$

Câu 20: Giá trị của tích phân $I=\int_{-1}^{0}\frac{x^3-3x^2+2}{x^2+x-2}dx$ gần nhất với gái trị nào sau đây?

A. $-\frac{\ln 2}{2}$ **B.** $\ln 2-1$ **C.** $\frac{3}{2}-\ln 4$ **D.** $-\frac{\ln 3}{3}$

Câu 21: Tích phân $I=\int_{2}^{3}\frac{a^2x^2+2x}{ax}dx$ có giá trị nhỏ nhất khi số thực dương a có giá trị là:

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$ **D.** $\sqrt{5}$

Câu 22: Tích phân $I=\int_{1}^{2}\left(ax^2+\frac{b}{x}\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{7}{3}a-b\ln 2$ **B.** $I=3a-b\ln 2$ **C.** $I=\frac{7}{3}a+b\ln 2$ **D.** $I=3a+b\ln 2$

Câu 23: Tích phân $I=\int_{0}^{1}\left(ax^2+bx\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$ **B.** $I=\frac{a}{3}+\frac{b}{3}$ **C.** $I=\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$ **D.** $I=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}$

Câu 24: Tích phân $I=\int_{-1}^{1}\left(ax^3+\frac{b}{x+2}\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=-b\ln 3$ **B.** $I=\frac{a}{2}-b\ln 3$ **C.** $I=\frac{a}{2}+b\ln 3$ **D.** $I=b\ln 3$

Câu 25: Tích phân $I=\int_{2}^{a}\left(\frac{1}{x^2}+2x\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=-\frac{1}{2}-\frac{1}{a}+a^2$ **B.** $I=-\frac{3}{2}-\frac{1}{a}+a^2$ **C.** $I=-\frac{5}{2}-\frac{1}{a}+a^2$ **D.** $I=-\frac{7}{2}-\frac{1}{a}+a^2$

Câu 26: Tích phân $I=\int_{0}^{a}x\sqrt{x+1}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{2\sqrt{(a+1)^5}}{5}+\frac{2\sqrt{(a+1)^3}}{3}+\frac{4}{15}$ **B.** $I=\frac{2\sqrt{(a+1)^5}}{5}-\frac{2\sqrt{(a+1)^3}}{3}+\frac{4}{15}$

C. $I=\frac{2\sqrt{(a+1)^5}}{5}+\frac{2\sqrt{(a+1)^3}}{3}-\frac{4}{15}$ **D.** $I=\frac{2\sqrt{(a+1)^5}}{5}-\frac{2\sqrt{(a+1)^3}}{3}-\frac{4}{15}$

Câu 27: Tích phân $I=\int_{-1}^{2}\left|x^2-x\right|dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{3}{2}$ **B.** $I=\frac{1}{6}$ **C.** $I=-\frac{3}{2}$ **D.** $I=-\frac{1}{6}$

Câu 28: Tích phân $I=\int_{-1}^{1}\left|x^3+x^2-x-1\right|dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{4}{3}$ **B.** $I=\frac{1}{2}$ **C.** $I=-\frac{4}{3}$ **D.** $I=-\frac{1}{2}$

Câu 29: Tích phân $I=\int_{-2}^{-1}\frac{\left|x^3-3x+2\right|}{x-1}dx$ có giá trị là:

A. $I=-\frac{7}{6}$ **B.** $I=\frac{17}{6}$ **C.** $I=\frac{7}{6}$ **D.** $I=-\frac{17}{6}$

Câu 30: Tích phân $I=\int_{-2}^{2}\left|\frac{x^2-x-2}{x-1}\right|dx$ có giá trị là:

A. $I=3-2\ln 3$ **B.** $I=-2\ln 3$ **C.** $I=3+2\ln 3$ **D.** $I=3-3\ln 2$

Câu 31: Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2+1}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\pi}{2}$ **B.** $I=\frac{\pi}{3}$ **C.** $I=\frac{\pi}{4}$ **D.** $I=\frac{\pi}{6}$

Câu 32: Tích phân $I=\int_{-1}^{1}\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{4\sqrt{2}}{3}+2$ **B.** $I=\frac{4\sqrt{2}}{3}-2$ **C.** $I=\frac{4\sqrt{2}}{3}-1$ **D.** $I=\frac{4\sqrt{2}}{3}+1$

Câu 33: Tích phân $I=\int_{-1}^{0}\frac{2x}{x^2+1}dx$ có giá trị là:

A. $I=\ln 3$ **B.** $I=-\ln 2$ **C.** $I=-\ln 3$ **D.** $I=\ln 2$

Câu 34: Tích phân $I=\int_{-1}^{0}\frac{ax}{ax^2+2}dx$,với $a\neq -2$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\ln 2+\ln|a+2|}{2}$ **B.** $I=\frac{\ln 2-\ln|a+2|}{2}$ **C.** $I=\frac{-\ln 2-\ln|a+2|}{2}$ **D.** $I=\frac{-\ln 2+\ln|a+2|}{2}$

Câu 35: Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{a^2x^3+ax}{\sqrt{ax^2+1}}dx$, với $a\geq 0$ có giá trị là:

A. $I=\frac{a(a-2)}{4}$ **B.** $I=\frac{a(a-2)}{2}$ **C.** $I=\frac{a(a+2)}{4}$ **D.** $I=\frac{a(a+2)}{2}$

Câu 36: Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{19+17\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **B.** $I=\frac{19+17\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$ **C.** $I=\frac{-19+17\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **D.** $I=\frac{19-17\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$

Câu 37: Tích phân $I=\int_{1}^{e}\frac{2\ln x\sqrt{\ln^2 x+1}}{x}dx$ có gái trị là:

A. $I=\frac{4\sqrt{2}-2}{3}$ **B.** $I=\frac{4\sqrt{2}+2}{3}$ **C.** $I=\frac{2\sqrt{2}-2}{3}$ **D.** $I=\frac{2\sqrt{2}+2}{3}$

Câu 38: Tích phân $I=\int_{0}^{\sqrt{7}}\frac{3x^5}{\sqrt[3]{8-x^3}}dx$ có gái trị là:

A. $I=\frac{87}{5}$ **B.** $I=\frac{67}{5}$ **C.** $I=\frac{77}{5}$ **D.** $I=\frac{57}{5}$

Câu 39: Tích phân $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{9\cos^2 x-\sin^2 x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{1}{3}\ln 2$ **B.** $I=\frac{1}{2}\ln 2$ **C.** $I=\frac{1}{6}\ln 2$ **D.** $I=\ln 2$

Câu 40: Tích phân $I=\int_{\ln 5}^{\ln 12}\sqrt{e^x+4}dx$ có giá trị là:

A. $I=2-\ln 3+\ln 5$ **B.** $I=2-2\ln 3+2\ln 5$ **C.** $I=2-2\ln 3+\ln 5$ **D.** $I=2-\ln 3-2\ln 5$

Câu 41: Tích phân $I=\int_{\frac{5}{2}}^{3}\sqrt{(x-1)(3-x)}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$ **B.** $I=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{8}$ **C.** $I=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$ **D.** $I=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{8}$

Câu 42: Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)^2}dx$ có gái trị là:

A. $I=\frac{\sqrt{3}}{16}\ln\left(\frac{\sqrt{3}+2}{-\sqrt{3}+2}\right)+\frac{3}{8}$ **B.** $I=\frac{\sqrt{3}}{8}\ln\left(\frac{\sqrt{3}+2}{-\sqrt{3}+2}\right)+\frac{3}{8}$

C. $I=-\frac{\sqrt{3}}{8}\ln\left(\frac{\sqrt{3}+2}{-\sqrt{3}+2}\right)+\frac{3}{8}$ **D.** $I=-\frac{\sqrt{3}}{16}\ln\left(\frac{\sqrt{3}+2}{-\sqrt{3}+2}\right)+\frac{3}{8}$

Câu 43: Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{3+4x}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{7\pi}{6}-4\sqrt{3}+8$ **B.** $I=\frac{7\pi}{6}-4\sqrt{3}-8$ **C.** $I=\frac{7\pi}{6}+4\sqrt{3}-8$ **D.** $I=\frac{7\pi}{6}+4\sqrt{3}+8$

Câu 44: Tích phân $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\frac{4x-3}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{5\pi}{3}$ **B.** $I=\frac{5\pi}{6}$ **C.** $I=-\frac{5\pi}{3}$ **D.** $I=-\frac{5\pi}{6}$

Câu 45: Tích phân $I=\int_{0}^{3}\frac{1}{\sqrt{x^2+9}}dx$ có giá trị là:

A. $I=-\ln\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $I=-\ln\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $I=\ln\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $I=\ln\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$

Câu 46: Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{2ax}{x+1}dx=\ln 2$. Giá trị của a là:

A. $a=\frac{\ln 2}{1-\ln 2}$ **B.** $a=\frac{\ln 2}{2-2\ln 2}$ **C.** $a=\frac{\ln 2}{1+\ln 2}$ **D.** $a=\frac{\ln 2}{2+2\ln 2}$

Câu 47: Tích phân $I=\int_{1}^{2}\frac{ax+1}{x^2+3x+2}dx=\frac{3}{5}\ln\frac{4}{3}+\frac{3}{5}\ln\frac{2}{3}$. Giá trị của a là:

A. $a=\frac{1}{5}$ **B.** $a=\frac{2}{5}$ **C.** $a=\frac{3}{5}$ **D.** $a=\frac{4}{5}$

Câu 48: Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{a}{\sqrt{3x^2+12}}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{a}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right|$ **B.** $I=-\frac{a}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right|$ **C.** $I=-\frac{a}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right|$ **D.** $I=\frac{a}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right|$

Câu 49: Tích phân $I=\int_{-2}^{-1}\left(2ax^3+\frac{1}{x}\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=-\frac{15a}{16}+\ln 2$ **B.** $I=\frac{15a}{16}-\ln 2$ **C.** $I=\frac{15a}{16}+\ln 2$ **D.** $I=-\frac{15a}{16}-\ln 2$

Câu 50: Tích phân $I=\int_{1}^{2}\frac{ax-2}{\sqrt{ax^2-4x}}dx=2\sqrt{3}-1$. Giá trị nguyên của a là:

A. $a=5$ **B.** $a=6$ **C.** $a=7$ **D.** $a=8$

Câu 51: Tích phân $I=\int_{1}^{2}x\ln x dx$ có giá trị là:

A. $I=2\ln 2-\frac{5}{4}$ **B.** $I=2\ln 2+\frac{3}{4}$ **C.** $I=2\ln 2+\frac{5}{4}$ **D.** $I=2\ln 2-\frac{3}{4}$

Câu 52: Tích phân $I=\int_{1}^{a}x\ln x dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{a^2\ln a}{2}+\frac{1-a^2}{4}$ **B.** $I=\frac{a^2\ln a}{2}-\frac{1-a^2}{4}$ **C.** $I=\frac{a^2\ln|a|}{2}+\frac{1-a^2}{4}$ **D.** $I=\frac{a^2\ln|a|}{2}-\frac{1-a^2}{4}$

Câu 53: Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}x\cos x dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{7\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $I=\frac{7\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $I=\frac{7\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $I=\frac{7\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 54: Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}x\sin ax dx,\ a\neq 0$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\pi+6-3\sqrt{3}}{6a}$ **B.** $I=\frac{\pi+3-3\sqrt{3}}{6a}$ **C.** $I=\frac{\pi+6+3\sqrt{3}}{6a}$ **D.** $I=\frac{\pi+3+3\sqrt{3}}{6a}$

Câu 55: Tích phân $I=\int_{0}^{1}(2x+1)\ln(x+1)dx$ có giá trị là:

A. $I=\ln 2-\frac{1}{2}$ **B.** $I=2\ln 2-\frac{1}{2}$ **C.** $I=2\ln 2-1$ **D.** $I=\ln 2-1$

Câu 56: Tích phân $I=\int_{1}^{e}\left(\frac{1}{x}+x\right)\ln x dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{e^2+1}{4}$ **B.** $I=\frac{e^2+3}{4}$ **C.** $I=\frac{e^2+5}{4}$ **D.** $I=\frac{e^2+7}{4}$

Câu 57: Tích phân $I=\int_{1}^{e}\frac{\ln x\left(2\sqrt{\ln^2 x+1}+1\right)}{x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{4\sqrt{2}+3}{3}$ **B.** $I=\frac{4\sqrt{2}+1}{3}$ **C.** $I=\frac{4\sqrt{2}+5}{3}$ **D.** $I=\frac{4\sqrt{2}-3}{3}$

Câu 58: Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\left(x^3+2x\right)\cos x+x\cos^2 x}{\cos x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{5\pi^4}{324}+\frac{2\pi^2}{9}+\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $I=\frac{5\pi^4}{324}-\frac{2\pi^2}{9}+\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $I=\frac{5\pi^4}{324}+\frac{2\pi^2}{9}-\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $I=\frac{5\pi^4}{324}+\frac{2\pi^2}{9}+\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 59: Tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x-\sin x}{\left(e^x\cos x+1\right)\cos x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\ln\left|\frac{e^{\frac{\pi}{3}}\left(e^{\frac{\pi}{3}}+2\right)}{e^{\frac{2\pi}{3}}-2}\right|$ **B.** $I=\ln\left|\frac{e^{\frac{\pi}{3}}\left(e^{\frac{\pi}{3}}-2\right)}{e^{\frac{2\pi}{3}}-2}\right|$ **C.** $I=\ln\left|\frac{e^{\frac{\pi}{3}}\left(e^{\frac{\pi}{3}}+2\right)}{e^{\frac{2\pi}{3}}+2}\right|$ **D.** $I=\ln\left|\frac{e^{\frac{\pi}{3}}\left(e^{\frac{\pi}{3}}-2\right)}{e^{\frac{2\pi}{3}}+2}\right|$

Câu 60: Tích phân $I=\int\limits_1^e x\left(\ln^2 x+\ln x\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=-2e$ **B.** $I=-e$ **C.** $I=e$ **D.** $I=2e$

Câu 61: Tích phân $I=\int\limits_0^1\ln\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)dx$ có giá trị là:

A. $I=\sqrt{2}-1+\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$

B. $I=\sqrt{2}-1-\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$

C. $I=-\sqrt{2}+1+\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$

D. $I=-\sqrt{2}+1-\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$

Câu 62: Tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{1+\cos x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{8}-2\ln\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$ **B.** $I=\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{8}+2\ln\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$

C. $I=\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}-2\ln\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$ **D.** $I=\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{4}+2\ln\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$

Câu 63: Tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2x-\sin x}{2-2\cos x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{1}{2}\left(-\pi+\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}+4\ln\sqrt{2}+\ln 2\right)$ **B.** $I=\frac{1}{2}\left(-\pi+\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}+2\ln\sqrt{2}-\ln 2\right)$

C. $I=\frac{1}{2}\left(-\pi+\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}+4\ln\sqrt{2}-\ln 2\right)$ **D.** $I=\frac{1}{2}\left(-\pi+\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}+2\ln\sqrt{2}+\ln 2\right)$

Câu 64: Tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos x-1\right)\cos^2 x dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{3}$ **B.** $I=-\frac{\pi}{4}-\frac{2}{3}$ **C.** $I=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{3}$ **D.** $I=-\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}$

Câu 65: Tích phân $I=\int_0^{a}\frac{\sin x+\cos x}{(\sin x-\cos x)^2}dx=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$. Giá trị của a là:

A. $a=-\frac{\pi}{2}$ **B.** $a=-\frac{\pi}{4}$ **C.** $a=\frac{\pi}{3}$ **D.** $a=\frac{\pi}{6}$

Câu 66: Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\frac{\pi}{12}+\ln\left(\sqrt{3}+1\right)$ **B.** $I=\frac{\pi}{12}+\ln\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ **C.** $I=\frac{\pi}{12}-\frac{\ln\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)}{2}$ **D.** $I=\frac{\pi}{12}+\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

Câu 67: _

A. $I=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\ln\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2}+\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$ **B.** $I=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\ln\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2}-\ln\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right)$

C. $I=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\ln\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2}-\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$ **D.** $I=\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\ln\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-2}-\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$

Câu 68: Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2x+\cos x}{x^2+\sin x}dx$ có giá trị là:

A. $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **B.** $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)-\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right)+\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **D.** $I=\ln\left(\frac{\pi^2}{4}+1\right)+\ln\left(\frac{\pi^2}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Câu 69: Tích phân $I=\int_1^{a}\frac{x^2+1}{x^3+3x}dx=\frac{1}{3}\ln\frac{7}{2}$. Giá trị của a là:

A. $a=1$ **B.** $a=2$ **C.** $a=3$ **D.** $a=4$

Câu 70: Biết tích phân $I_1=\int_0^{1}2xdx=a$. Giá trị của $I_2=\int_a^{2}\left(x^2+2x\right)dx$ là:

A. $I_2=\frac{17}{3}$ **B.** $I_2=\frac{19}{3}$ **C.** $I_2=\frac{16}{3}$ **D.** $I_2=\frac{13}{3}$

Câu 71: Biết tích phân $I_1=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx=a$. Giá trị của $I_2=\int_a^{1}\frac{x^2+1}{x^3+x}dx=b\ln 2-c\ln 5$. Thương số giữa b và c là:

A. – 2 **B. – 4** **C. 2** **D. 4**

Câu 72: Biết rằng $I_1=\int_0^{1}\left(x+\sqrt{x+1}\right)dx=\frac{a}{6}+b\sqrt{2}$. Giá trị của $a-\frac{3}{4}b$ là:

A. – 1 **B. – 2** **C. – 3** **D. – 4**

Câu 73: Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\sin 3x+\cos^2 x\right)dx=\left(a\cos 3x+bx\sin+c\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$. Giá trị của $3a+2b+4c$ là:

A. – 1 **B. 1** **C. – 2** **D. 2**

Câu 74: Cho $I=\int\limits_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx=a\sqrt{2}+b$. Giá trị $a.b$ là:

A. -1 **B.** -2

C. 1 **D.** 2

Câu 75: Cho $I=\int\limits_0^1 \frac{1}{3+2x-x^2}dx=(a-b)\ln 2+b\ln 3$. Giá trị $a+b$ là:

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 76: Cho tích phân $I=\int\limits_a^b f(x)dx$. Biết rằng $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Giá trị của I là:

A. $F(a)+F(b)$ **B.** $F(a)-F(b)$

C. $F(b)-F(a)$ **D.** Không thể xác định.

Câu 77: Cho hai tích phân $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx=m$ và $\int\limits_{-a}^{a} g(x)dx=n$. Giá trị của tích phân $\int\limits_{-a}^{a}\left[f(x)-g(x)\right]dx$ là:

A. $m-n$ **B.** $n-m$

C. $m+n$ **D.** Không thể xác định.

Câu 78: Cho tích phân $I=\int\limits_a^b (x^2+1)dx$. Khẳng định nào dưới đây không đúng?

A. $I=\int\limits_a^b (x^2+1)dx=\int\limits_a^b x^2dx+\int\limits_a^b dx$ **B.** $I=(x^3+x)\Big|_a^b$

C. $I=\frac{1}{3}b^3+b-\frac{1}{3}a^3-a$ **D.** Chỉ có A và C đúng.

Câu 79: Cho tích phân $I_1=\int\limits_a^b f(x)dx=m$ và $I_2=\int\limits_c^a f(x)dx=n$. Tích phân $I=\int\limits_c^b f(x)dx$ có giá trị là:

A. $m+n$ **B.** $m-n$

C. $-m-n$ **D.** Không thể xác định.

Câu 80: Tích phân $\int\limits_a^b f(x)dx$ được phân tích thành:

A. $\int\limits_c^b f(x)+\int\limits_c^a -f(x)dx$ **B.** $\int\limits_c^b f(x)-\int\limits_c^a -f(x)dx$ **C.** $\int\limits_c^b f(x)+\int\limits_c^a f(x)dx$ **D.** $-\int\limits_c^b f(x)+\int\limits_c^a f(x)dx$

Câu 81: Biết $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2xdx=a\pi\sqrt{3}+b\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xdx$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là:

A. $\frac{1}{12}$ **B.** $\frac{1}{24}$ **C.** $-\frac{1}{12}$ **D.** $-\frac{1}{24}$

Câu 82: Biết $I=\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{\ln^3 x+3x}\left(\ln^2 x+\frac{1}{3}x\right)}{x}dx=\frac{2}{9}\left(\sqrt{1+ae+27e^2+27e^3}-3\sqrt{3}\right)$, a là các số hữu tỉ. Giá trị của a là:

A. 9 **B.** – 6 **C.** – 9 **D.** 6

Câu 83: Biết rằng $I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{1}{1+\cos 2x}dx=a$ và $I=\int\limits_{-1}^{0}\sqrt[3]{x+2}dx=b\sqrt[3]{2}-\frac{3}{4}$, a và b là các số hữu tỉ. Thương số giữa a và b có giá trị là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 84: Biết $I_1=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left(1+\tan^2 x\right)dx=a$ và $I_2=\int\limits_{0}^{1}\left(x^2+\sqrt{x}\right)dx=\left(bx^3+cx^{\frac{1}{3}}\right)\Big|_0^1$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 85: Số nghiệm nguyên âm của phương trình: $x^3-ax+2=0$ với $a=\int\limits_{1}^{3e}\frac{1}{x}dx$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 86: Số nghiệm dương của phương trình: $x^3+ax+2=0$, với $a=\int\limits_{0}^{1}2xdx$, a và b là các số hữu tỉ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 87: Cho $\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{x^3+1}dx=\frac{1}{3}\ln a$,a là các số hữu tỉ.. Giá trị của a là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Câu 88: Cho $\int\limits_{1}^{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx=\ln\frac{2+\sqrt{a}}{1+\sqrt{b}}$,a và b là các số hữu tỉ.. Giá trị $\frac{a}{b}$ là:

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 89: Cho tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=a\pi$,a và b là các số hữu tỉ.. Giá trị của a là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Câu 90: Cho tích phân $I=\int\limits_{1}^{e}\left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x dx=ae^2+b$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của $2a-3b$ là:

A. $\frac{13}{2}$ **B.** $\frac{13}{4}$ **C.** $-\frac{13}{4}$ **D.** $-\frac{13}{2}$

Câu 91: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2017). $\int\limits_{0}^{6}f(x)dx=12.$ Tính $I=\int\limits_{0}^{2}f(3x)dx.$

A. $I=6.$ **B.** $I=36.$ **C.** $I=2.$ **D.** $I=4.$

Câu 92: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2018). Cho $\int\limits_{1}^{e}(1+x\ln x)dx=ae^2+be+c.$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $a+b=c.$ **B.** $a+b=-c.$ **C.** $a-b=c.$ **D.** $a-b=-c.$

Câu 93: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2019). Cho hàm số f(x) biết f(0) = 4 và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in R.$ Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

Câu 94: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2019). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Biết f(6) = 1 và $\int_0^1 xf(6x)dx = 1.$ Khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. $\frac{107}{3}$. **B.** 34. **C.** 24. **D.** −36.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_1^2 2x.dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I = \int_1^2 2x.dx = 2.\int_1^2 x.dx = \left(2.\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2 = 3$.

Đáp án đúng là C.

Cách 2: Kiểm tra bằng máy tính, dễ dàng thu được kết quả như cách 1.

Câu 2:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1}dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1}dx = \left(\ln|x+1|\right)\Big|_0^1 = \ln 2$.

Đáp án đúng là A.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay.

Câu 3:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{x}{x+1}\right)dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{x}{x+1}\right)dx = \int_1^2 \left(x^2 + 1 - \frac{1}{x+1}\right)dx = \left(\frac{x^3}{3} + x - \ln|x+1|\right)\Big|_1^2 = \frac{8}{3} + 2 - \ln 3 - \left(\frac{1}{3} + 1 - \ln 2\right) = \frac{10}{3} + \ln 2 - \ln 3$$

Đáp án đúng là A.

Nhận xét: Không thể dùng máy tính để tính ra kết quả như trên mà ta chỉ có thể dùng để kiểm tra mà thôi.

Câu 4:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_{-1}^1 \left(x^3 + 3x + 2\right)dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I=\int_{-1}^{1}\left(x^3+3x+2\right)dx=\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+2x\right)\Big|_{-1}^{1}=4$.

Đáp án đúng là D.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay.

Câu 5:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{1}^{2}\left(\frac{1}{x^2}+2x\right)dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I=\int_{1}^{2}\left(\frac{1}{x^2}+2x\right)dx=\left(-\frac{1}{x}+x^2\right)\Big|_{1}^{2}=\frac{7}{2}$.

Đáp án đúng là B.

Cách 2: DÙng máy tính cầm tay.

Câu 6:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{e}^{e^2}\frac{x+1}{x^2}dx$ có giá trị là:

$I=\int_{e}^{e^2}\frac{x+1}{x^2}dx=\int_{e}^{e^2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)dx=\left(\ln|x|-\frac{1}{x}\right)\Big|_{e}^{e^2}=1+\frac{1}{e}-\frac{1}{e^2}$.

Đáp án đúng là D.

Câu 7:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=\left(-\cos x\right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}=1$.

Đáp án đúng là A.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay.

Câu 8:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin x-\cos x\right)dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin x-\cos x\right)dx=\left(-\cos x-\sin x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=-2$.

Đáp án đúng là C.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay.

Câu 9:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}(\sin 2x-\cos 3x)dx$ có giá trị là:

Cách 1: $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}(\sin 2x-\cos 3x)dx=\left(-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{3}\sin 3x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}=-\frac{3}{4}$.

Đáp án đúng là C.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay.

Câu 10:

Phân tích:

Giá trị của tích phân $I=\int_0^1\frac{x}{x+1}dx=a$. Biểu thức $P=2a-1$ có giá trị là:

Tacó: $I=\int_0^1\frac{x}{x+1}dx=\int_0^1\left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(x-\ln|x+1|\right)\Big|_0^1=1-\ln 2\Rightarrow a=1-\ln 2\Rightarrow P=2a-1=1-2\ln 2$.

Đáp án đúng là C.

Câu 11:

Phân tích:

Giá trị của tích phân $I=\int_e^{e^2}\left(\frac{1+x+x^2}{x}\right)dx=a$. Biểu thức $P=a-1$ có giá trị là:

Ta có:

$I=\int_e^{e^2}\left(\frac{1+x+x^2}{x}\right)dx=\int_e^{e^2}\left(\frac{1}{x}+1+x\right)dx=\left(\ln|x|+x+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_e^{e^2}=1-e+\frac{e^2}{2}+\frac{e^4}{2}$.

$\Rightarrow a=1-e+\frac{e^2}{2}+\frac{e^4}{2}\Leftrightarrow a-1=-e+\frac{e^2}{2}+\frac{e^4}{2}\Leftrightarrow P=-e+\frac{e^2}{2}+\frac{e^4}{2}$.

Đáp án đúng là B.

Câu 12:

Phân tích:

Cho giá trị của tích phân $I_1=\int_1^2\frac{x^2+2x}{x+1}dx=a$, $I_2=\int_e^{e^2}\frac{1}{x}dx=b$. Giá trị của biểu thức $P=a-b$ có giá trị là:

Ta có:

$I_1=\int_1^2\frac{x^2+2x}{x+1}dx=\int_1^2\left(x+1-\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+x-\ln|x+1|\right)\Big|_1^2=\frac{5}{2}+\ln 2-\ln 3\Rightarrow a=\frac{5}{2}+\ln 2-\ln 3$.

$I_2=\int_e^{e^2}\frac{1}{x}dx=\left(\ln|x|\right)\Big|_e^{e^2}=1\Rightarrow b=1$.

$P=a-b=\frac{3}{2}+\ln 2-\ln 3$.

Đáp án đúng là B.

Câu 13:

Phân tích:

Cho giá trị của tích phân $I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}}(\sin 2x+\cos x)dx=a \quad I_2=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(\cos 2x+\sin x)dx=b$, . Giá trị của a + b là:

Cách 1:
Ta có:

$$I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}}(\sin 2x+\cos x)dx=\left(-\frac{1}{2}\cos 2x+\sin x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow a=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$I_2=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(\cos 2x+\sin x)dx=\left(\frac{1}{2}\sin 2x-\cos x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow b=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow P=a+b=\frac{3}{4}+\sqrt{3}.$$

Đáp án đúng là A.
Cách 2: Dùng máy tính cầm tay vì các giá trị rất quen thuộc học sinh có thể nhận ra.
Câu 14:
Phân tích:
Cho gá trị của tích phân $I_1=\int\limits_{-1}^{1}(x^4+2x^3)dx=a \quad I_2=\int\limits_{-2}^{-1}(x^2+3x)dx=b$, . Giá trị của $\frac{a}{b}$ là:

Ta có:

$$I_1=\int\limits_{-1}^{1}(x^4+2x^3)dx=\left(\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^4\right)\Big|_{-1}^{1}=\frac{2}{5}\Rightarrow a=\frac{2}{5}.$$

$$I_2=\int\limits_{-2}^{-1}(x^2+3x)dx=\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right)\Big|_{-2}^{-1}=-\frac{13}{6}\Rightarrow b=-\frac{13}{6}.$$

$$\Rightarrow P=\frac{a}{b}=-\frac{12}{65}.$$

Đáp án đúng là C.
Câu 15:
Phân tích:
Cho giá trị của tích phân $I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}(\sin 3x+\cos 3x)dx=a \quad I_2=\int\limits_{e}^{2e}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x+1}\right)dx=b$, . Giá trị a.b gần nhất với giá trị nào sau đây?

Ta có:

$$I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}(\sin 3x+\cos 3x)dx=\left(-\frac{1}{3}\cos 3x+\frac{1}{3}\sin 3x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}=-\frac{2}{3}\Rightarrow a=-\frac{2}{3}.$$

$$I_2=\int\limits_{e}^{2e}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x+1}\right)dx=\left(\ln|x|-\frac{1}{x}-\ln|x+1|\right)\Big|_{e}^{2e}=\ln 2-\frac{1}{2e}+\frac{1}{e}-\ln(2e+1)+\ln(e+1)$$

$$\Rightarrow b=-\frac{1}{2e}+\frac{1}{e}+\ln 2-\ln(2e+1)+\ln(e+1)$$

$$\Rightarrow a.b\approx -0,2198.$$

Đáp án đúng là D.

Câu 16:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-1}^{0}\left(x^3+ax+2\right)dx$ có giá trị là:

$$I=\int_{-1}^{0}\left(x^3+ax+2\right)dx=\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{a}{2}x^2+2x\right)\Big|_{-1}^{0}=\frac{7}{4}-\frac{a}{2}.$$

Đáp án đúng là A.

Câu 17:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{0}^{1}\left(\frac{ax}{x+1}-2ax\right)dx$ có giá trị là:

$$I=\int_{0}^{1}\left(\frac{ax}{x+1}-2ax\right)dx=a\int_{0}^{1}\frac{x}{x+1}dx-2a\int_{0}^{1}xdx=a\left(x-\ln\left|x+1\right|\right)\Big|_{0}^{1}-a\left(x^2\right)\Big|_{0}^{1}=a\left(1-\ln 2\right)-a=-a\ln 2.$$

Đáp án đúng là A.

Câu 18:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin ax+\cos ax\right)dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin ax+\cos ax\right)dx=\left(-\frac{1}{a}\cos ax+\frac{1}{a}\sin ax\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\left(\frac{\sqrt{2}}{a}\sin\left(ax-\frac{\pi}{4}\right)\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{a}\left[\sin\left(a\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(a\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right].$$

Đáp án đúng là B.

Câu 19:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{1}^{a}\left(\frac{a}{x}+\frac{x}{a}\right)dx$, với $a\neq 0$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{1}^{a}\left(\frac{a}{x}+\frac{x}{a}\right)dx=\left(a\ln\left|x\right|+\frac{x^2}{2a}\right)\Big|_{1}^{a}=a\ln\left|a\right|+\frac{a}{2}-\frac{1}{2a}=a\ln\left|a\right|+\frac{a^2-1}{2a}.$$

Đáp án đúng là C.

Câu 20:

Phân tích:

Giá trị của tích phân $I=\int_{-1}^{0}\frac{x^3-3x^2+2}{x^2+x-2}dx$ gần nhất với gái trị nào sau đây?

Ta có:

$$I=\int_{-1}^{0}\frac{x^3-3x^2+2}{x^2+x-2}dx$$

$$=\int_{-1}^{0}\frac{(x-1)(x^2-2x-2)}{(x-1)(x+2)}dx=\int_{-1}^{0}\frac{x^2-2x-2}{x+2}dx=\int_{-1}^{0}\left(x-4+\frac{6}{x+2}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-4x+6\ln|x+2|\right)\Big|_{-1}^{0}=6\ln 2-\frac{9}{2}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 21:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{2}^{3}\frac{a^2x^2+2x}{ax}dx$ có giá trị nhỏ nhất khi số thực dương a có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{2}^{3}\frac{a^2x^2+2x}{ax}dx=\int_{2}^{3}\left(ax+\frac{2}{a}\right)dx=\left(\frac{a}{2}x^2+\frac{2}{a}x\right)\Big|_{2}^{3}=\frac{5a}{2}+\frac{2}{a}$$

Vì a là số thực dương nên $I=\frac{5a}{2}+\frac{2}{a}\geq 2\sqrt{\frac{5a}{2}.\frac{2}{a}}=2\sqrt{5}$.

Đáp án đúng là A.

Câu 22:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{1}^{2}\left(ax^2+\frac{b}{x}\right)dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{1}^{2}\left(ax^2+\frac{b}{x}\right)dx=\left(\frac{a}{3}x^3+b\ln|x|\right)\Big|_{1}^{2}=\frac{7a}{3}+b\ln 2$$

Đáp án đúng là C.

Câu 23:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{0}^{1}(ax^2+bx)dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{0}^{1}(ax^2+bx)dx=\left(\frac{a}{3}x^3+\frac{b}{2}x^2\right)\Big|_{0}^{1}=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}$$

Đáp án đúng là D.

Câu 24:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-1}^{1}\left(ax^3+\frac{b}{x+2}\right)dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{-1}^{1}\left(ax^3+\frac{b}{x+2}\right)dx=\left(\frac{a}{4}x^4+b\ln|x+2|\right)\Big|_{-1}^{1}=b\ln 3$$

Đáp án đúng là D.

Câu 25:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_2^a\left(\frac{1}{x^2}+2x\right)dx$, với $a\neq 0$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_2^a\left(\frac{1}{x^2}+2x\right)dx=\left(-\frac{1}{x}+x^2\right)\Big|_2^a=a^2-\frac{1}{a}-\frac{7}{2}.$$

Đáp án đúng là D.

Cạu 26:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^a x\sqrt{x+1}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_0^a x\sqrt{x+1}dx=\int_0^a(x+1)\sqrt{x+1}dx-\int_0^a\sqrt{x+1}dx=\int_0^a(x+1)^{\frac{3}{2}}dx-\int_0^a(x+1)^{\frac{1}{2}}dx=\left[\frac{2}{5}(x+1)^{\frac{5}{2}}\right]\Big|_0^a-\left[\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}\right]\Big|_0^a$$
$$=\frac{2}{5}\sqrt{(x+1)^5}-\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}+\frac{4}{15}$$

Đáp án đúng là B.

Câu 27:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-1}^2|x^2-x|dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$\underbrace{x^2-x}_{f(x)}=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f(x)	|	+	0	_	0	+	

$$I=\int_{-1}^2|x^2-x|dx=\int_{-1}^0(x^2-x)dx+\int_0^2(-x^2+x)dx=\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_{-1}^0+\left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^2=\frac{3}{2}.$$

Đáp án đúng là A.

Câu 28:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-1}^1|x^3+x^2-x-1|dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$\underbrace{x^3+x^2-x-1}_{f(x)}=0\Leftrightarrow(x-1)(x+1)^2=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-1$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		- 1		1		$+\infty$
f(x)	|	_	0	_	0	+	

$$I=\int_{-1}^1|x^3+x^2-x-1|dx=-\int_{-1}^1(x^3+x^2-x-1)dx=-\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-x\right)\Big|_{-1}^1=\frac{4}{3}.$$

Đáp án đúng là A.

Câu 29:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-2}^{-1}\frac{\left|x^3-3x+2\right|}{x-1}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$\underbrace{x^3-3x+2}_{f(x)}=0\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		- 2		1		$+\infty$
f(x)	|	_	0	+	0	+	

$I=\int_{-2}^{-1}\frac{x^3-3x+2}{x-1}dx=\int_{-2}^{-1}\left(x^2+x-2\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x\right)\Big|_{-2}^{-1}=\frac{7}{6}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 30:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{-2}^{0}\left|\frac{x^2-x-2}{x-1}\right|dx$ có giá trị là:

Ta có:

$f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-1}\Rightarrow f(x)=0\Leftrightarrow x=-1\vee x=2\wedge x\neq 1$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		- 1		1		2		$+\infty$
f(x)		_	0	+	▯	_	0	+	

$I=\int_{-2}^{0}\left|\frac{x^2-x-2}{x-1}\right|dx=-\int_{-2}^{-1}\left(\frac{x^2-x-2}{x-1}\right)dx+\int_{-1}^{0}\frac{x^2-x-2}{x-1}dx$.

$I_1=-\int_{-2}^{-1}\left(\frac{x^2-x-2}{x-1}\right)dx=--\int_{-2}^{-1}\left(x-\frac{2}{x-1}\right)dx=-\left(\frac{x^2}{2}-2\ln|x-1|\right)\Big|_{-2}^{-1}=\frac{5}{2}+2\ln 2-2\ln 3$.

$I_2=\int_{-1}^{0}\left(\frac{x^2-x-2}{x-1}\right)dx=\ldots=\left(\frac{x^2}{2}-2\ln|x-1|\right)\Big|_{-1}^{0}=\frac{1}{2}-2\ln 2$.

$\Rightarrow I=I_1+I_2=3-2\ln 3$.

Đáp án đúng là A.

Câu 31:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2+1}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$I=\int_{0}^{1}\frac{1}{x^2+1}dx$. Ta dùng đổi biến số.

Đặt $x=\tan t, t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow dx=\frac{1}{\cos^2 t}dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$.

$\Rightarrow I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \dfrac{\pi}{4}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 32:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1} \dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}=\sqrt{x+1}+1 \Rightarrow I=\int\limits_{-1}^{1} \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}dx=\int\limits_{-1}^{1}\left(\sqrt{x+1}+1\right)dx=\left[\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}+x\right]\Bigg|_{-1}^{1}=\frac{4\sqrt{2}}{3}+2$$

Đáp án đúng là A.

Câu 33:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{0} \dfrac{2x}{x^2+1}dx$ có giá trị là:

Ta nhận thấy: $\left(x^2+1\right)'=2x$.

Ta đặt: $t=x^2+1 \Rightarrow dt=2xdx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=-1 \Rightarrow t=2 \\ x=0 \Rightarrow t=1 \end{cases}$.

$\Rightarrow I=\int\limits_2^1 \dfrac{1}{t}dt=\left(\ln|t|\right)\Big|_2^1=-\ln 2$.

Đáp án đúng là B.

Câu 34:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{0} \dfrac{ax}{ax^2+2}dx$, với $a\neq -2$ có giá trị là:

Ta nhận thấy: $\left(ax^2+2\right)'=2ax$. Ta dùng đổi biến số.

Đăt $t=ax^2+2 \Rightarrow dt=2axdx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=2 \\ x=-1 \Rightarrow t=a+2 \end{cases}$.

$I=\int\limits_{a+2}^{2} \dfrac{1}{2t}dt=\dfrac{1}{2}\left(\ln|t|\right)\Big|_{a+2}^{2}=\dfrac{1}{2}\left(\ln 2-\ln|a+2|\right)$.

Đáp án đúng là B.

Câu 35:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^1 \frac{a^2x^3+ax}{\sqrt{ax^2+1}}dx$, với $a\ge 0$ có giá trị là:

Ta biến đổi: $I=\int_0^1 \frac{a^2x^3+ax}{\sqrt{ax^2+1}}dx=\int_0^1 \frac{ax\left(ax^2+1\right)}{\sqrt{ax^2+1}}dx=\int_0^1 \left(ax\sqrt{ax^2+1}\right)dx$.

Ta nhận thấy: $\left(ax^2+1\right)'=2ax$. Ta dùng đổi biến số.

Đặt $t=ax^2+1\Rightarrow dt=2axdx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=1 \\ x=1\Rightarrow t=a+1 \end{cases}$.

$I=\int_1^{a+1}\frac{1}{2}tdt=\left(\frac{1}{4}t^2\right)\Big|_1^{a+1}=\frac{1}{4}a\left(a+2\right)$.

Đáp án đúng là C.

Câu 36:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}dx$ có giá trị là:

Ta nhận thấy: $\left(\cos x\right)'=-\sin x$. T dùng đổi biến số.

Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin xdx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{1}{2} \\ x=\frac{\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

$I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}dx=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\left(1-\cos^2 x\right)\sin x}{\sqrt{\cos x}}dx$

$\Rightarrow I=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{t^2-1}{\sqrt{t}}dt=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(t^{\frac{3}{2}}-t^{-\frac{1}{2}}\right)dx=\left(\frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}}-2t^{\frac{1}{2}}\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{19-17\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$

Đáp án đúng là D.

Câu 37:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_1^e \frac{2\ln x\sqrt{\ln^2 x+1}}{x}dx$ có gái trị là:

Ta nhận thấy: $\left(\ln^2 x+1\right)'=\frac{2\ln x}{x}$. Ta dùng đổi biến số.

Đặt $t=\ln^2 x+1\Rightarrow dt=\frac{2\ln x}{x}dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=1 \\ x=e\Rightarrow t=2 \end{cases}$.

$$I=\int_1^2\sqrt{t}dx=\left(\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}\right)\Big|_1^2=\frac{4\sqrt{2}-2}{3}$$.

Đáp án đúng là A.

Câu 38:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^{\sqrt[3]{7}}\frac{3x^5}{\sqrt[3]{8-x^3}}dx$ có gái trị là:

Cách 1: Ta nhận thấy: $\left(8-x^3\right)'=-3x^2$. Ta dùng đổi biến số.

Đặt $t=8-x^3\Rightarrow dt=-3x^2dx$.

Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=8\\x=\sqrt[3]{7}\Rightarrow t=1\end{cases}$.

Ta có: $I=\int_0^{\sqrt[3]{7}}\frac{3x^5}{\sqrt[3]{8-x^3}}dx=-\int_0^{\sqrt[3]{7}}\frac{-3x^2.x^3}{\sqrt[3]{8-x^3}}dx=-\int_0^{\sqrt[3]{7}}\frac{-3x^2\left(8-t\right)}{\sqrt[3]{8-x^3}}dx$

$\Rightarrow I=\int_8^1\frac{t-8}{\sqrt[3]{t}}dt=\int_8^1\left(t^{\frac{2}{3}}-8.t^{-\frac{1}{3}}\right)dt=\left(\frac{3}{5}t^{\frac{5}{3}}-12t^{\frac{2}{3}}\right)\Big|_8^1=\frac{87}{5}$.

Đáp án đúng là A.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay, tuy nhiên chờ máy giải cũng khá mất thời gian.

Câu 39:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{9\cos^2x-\sin^2x}dx$ có giá trị là:

Ta biến đổi: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{9\cos^2x-\sin^2x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos^2x\left(9-\tan^2x\right)}dx$.

Nhận thấy: $\left(\tan x\right)'=\frac{1}{\cos^2x}$. Ta dùng đổi biến số.

Đặt $t=\tan x\Rightarrow dt=\frac{1}{\cos^2x}dx$.

Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow t=1\end{cases}$.

$I=\int_0^1\frac{1}{9-t^2}dt=\frac{1}{6}\int_0^1\left(\frac{1}{3-t}+\frac{1}{3+t}\right)dt=\left(\frac{1}{6}\ln\left|\frac{3+t}{3-t}\right|\right)\Big|_0^1=\frac{1}{6}\ln2$.

Đáp án đúng là C.

Câu 40:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{\ln5}^{\ln12}\sqrt{e^x+4}dx$ có giá trị là:

Đặt: $t=\sqrt{e^x+4}\Leftrightarrow t^2=e^x+4\Rightarrow 2tdt=e^xdx\Rightarrow dx=\dfrac{2tdt}{t^2-4}$.

Đổi cận $\begin{cases}x=\ln 5\Rightarrow x=3\\ x=\ln 12\Rightarrow x=4\end{cases}$.

$$I=\int_3^4\frac{2t^2}{t^2-4}dt=2\left(t-2\ln\left|\frac{t+2}{t-2}\right|\right)\Bigg|_3^4=2-2\ln 3+2\ln 5$$

Đáp án đúng là B.

Câu 41:

Phân tích:

$$I=\int_{\frac{5}{2}}^{3}\sqrt{(x-1)(3-x)}dx$$

Tích phân có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_{\frac{5}{2}}^{3}\sqrt{(x-1)(3-x)}dx=\int_{\frac{5}{2}}^{3}\sqrt{-3-x^2+2x}dx=\int_{\frac{5}{2}}^{3}\sqrt{1-(x-2)^2}dx$$

Đặt $x-2=\sin t, t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=\cos t dt$.

Đổi cận $\begin{cases}x=\dfrac{5}{2}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}\\ x=3\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}.\cos t dt=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t dt=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2t}{2}dt=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$$

Đáp án đúng là C.

Câu 42:

Phân tích:

$$I=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)^2}dx$$

Tích phân có gái trị là:

Ta có:

$$I=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)^2}dx=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{4\left(\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)^2}dxI=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{4\left[\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]^2}dx$$

Đặt $u=x+\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow x=u-\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow dx=du$.

Đổi cận $\begin{cases}x=-\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow u=-\dfrac{\pi}{6}\\ x=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow u=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

$$I=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\left(u-\frac{\pi}{6}\right)}{4\sin^2 u}du=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin u.\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{6}\cos u}{4\sin^2 u}du=\frac{1}{8}\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{3}.\sin u-\cos u}{\sin^2 u}du=\frac{1}{8}\left(\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{3}\sin u}{1-\cos^2 u}du-\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos u}{\sin^2 u}du\right)$$

Xét $I_1=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{3}\sin u}{1-\cos^2 u}du$.

Đặt $t=\cos u, u\in\left[0;\pi\right]\Rightarrow dt=-\sin u du$.

Đổi cận $\begin{cases}u=-\frac{\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ u=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0\end{cases}$.

$$\Rightarrow I_1=\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{0}\frac{\sqrt{3}dt}{1-t^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{0}\left(\frac{1}{1-t}+\frac{1}{1+t}\right)dt=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|\right)\Big|_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{0}=-\frac{\sqrt{3}}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{3}+2}{-\sqrt{3}+2}\right).$$

Xét $I_2=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos u}{\sin^2 u}du$.

Đặt $t=\sin u, u\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dt=\cos u du$.

Đổi cận $\begin{cases}u=-\frac{\pi}{6}\Rightarrow t=-\frac{1}{2}\\ u=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=1\end{cases}$.

$$I_2=\int_{-\frac{1}{2}}^{1}\frac{1}{t^2}du=\left(-\frac{1}{t}\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}=-3.$$

$$\Rightarrow I=\frac{1}{8}\left(I_1-I_2\right)=-\frac{\sqrt{3}}{16}\ln\left(\frac{\sqrt{3}+2}{-\sqrt{3}+2}\right)+\frac{3}{8}.$$

Đáp án đúng là D.

Câu 43:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^1\frac{3+4x}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx$ có giá trị là:

Ta có: $\left(3+3x-x^2\right)'=3-2x$ và $3+4x=9-2\left(3-2x\right)$

$$\Rightarrow I=\int_0^1\frac{3+4x}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx=\int_0^1\frac{7-2\left(2-2x\right)}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx=\int_0^1\frac{7}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx-\int_0^1\frac{2\left(2-2x\right)}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx.$$

Xét $I_1=\int_0^1\frac{7}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx=\int_0^1\frac{7}{\sqrt{4-\left(x-1\right)^2}}dx$.

Đặt $x-1=2\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=2\cos t dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{6} \\ x=1 \Rightarrow t=0 \end{cases}$.

$\Rightarrow I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{0}\dfrac{14\cos t}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}dt=\dfrac{7\pi}{6}$.

Xét $I_2=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{2(2-2x)}{\sqrt{3+2x-x^2}}dx$.

Đặt $t=3+2x-x^2\Rightarrow dt=(2-2x)dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=3 \\ x=1 \Rightarrow t=4 \end{cases}$.

$\Rightarrow I_2=\int\limits_{3}^{4}\dfrac{2}{\sqrt{t}}dt=4\left(t^{\frac{1}{2}}\right)\Big|_3^4=4\left(2-\sqrt{3}\right)$.

$I=I_1-I_2=\dfrac{7\pi}{6}+4\sqrt{3}-8$.

Đáp án đúng là C.

Câu 44:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}}\dfrac{4x-3}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx$ có giá trị là:

Cách 1:

Ta có: $\left(5+4x-x^2\right)'=4-2x$ và $4x-3=5-2(4-2x)$.

$I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}}\dfrac{4x-3}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}}\dfrac{5}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx-\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}}\dfrac{2(4-2x)}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx$.

Xét $I_1=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}}\dfrac{5}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}}\dfrac{5}{\sqrt{9-(x-2)^2}}dx$.

Đặt $x-2=3\sin t, t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=3\cos t dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x=\dfrac{7}{2}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6} \\ x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{6} \end{cases}$.

$\Rightarrow I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{5.3\cos t}{\sqrt{9-9\sin^2 t}}dt=\dfrac{5\pi}{3}$.

Xét $I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}} \frac{2(4-2x)}{\sqrt{5+4x-x^2}}dx$.

Đặt $t = 5+4x-x^2 \Rightarrow dt = 4-2x$.

Đổi cận $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{27}{4} \\ x = \frac{7}{2} \Rightarrow t = \frac{27}{4} \end{cases} \Rightarrow I_2 = 0$.

$\Rightarrow I = \frac{5\pi}{3}$.

Đáp án đúng là A.

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay.

Câu 45:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x^2+9}}dx$ có giá trị là:

Đặt $u = x+\sqrt{x^2+9} \Rightarrow du = \left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\right)dx = \frac{x+\sqrt{x^2+9}}{\sqrt{x^2+9}}dx = \frac{udx}{\sqrt{x^2+9}} \Rightarrow \frac{du}{u} = \frac{dx}{\sqrt{x^2+9}}$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = 3 \\ x = 3 \Rightarrow u = 3+3\sqrt{2} \end{cases}$.

$\Rightarrow I = \int_3^{3+3\sqrt{2}} \frac{du}{u} = \left(\ln|u|\right)\Big|_3^{3+3\sqrt{2}} = \ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Đáp án đúng là C.

Câu 46:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_0^1 \frac{2ax}{x+1}dx = \ln 2$. Giá trị của a là:

Ta có:

$I = \int_0^1 \frac{2ax}{x+1}dx = 2a\int_0^1 \left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx = 2a\left(x-\ln|x+1|\right)\Big|_0^1 = 2a(1-\ln 2)$.

Mà $I = \ln 2 \Leftrightarrow 2a(1-\ln 2) = \ln 2 \Leftrightarrow a = \frac{\ln 2}{2-2\ln 2}$.

Đáp án đúng là B.

Câu 47:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_1^2 \frac{ax+1}{x^2+3x+2}dx = \frac{3}{5}\ln\frac{4}{3} + \frac{3}{5}\ln\frac{2}{3}$. Giá trị của a là:

Ta có:

$I = \int_1^2 \frac{ax+1}{x^2+3x+2}dx = a\int_1^2 \frac{x}{x^2+3x+2}dx + \int_1^2 \frac{1}{x^2+3x+2}dx$.

Xét $I_1 = a\int_1^2 \frac{x}{x^2+3x+2}dx = a\int_1^2\left(\frac{2}{x+2}-\frac{1}{x+1}\right)dx = a\left(2\ln|x+2|-\ln|x+1|\right)\Big|_1^2 = a\left(2\ln 4-3\ln 3+\ln 2\right) = 2a\ln\frac{4}{3}+a\ln\frac{2}{3}$.

Xét $I_2 = \int_1^2 \frac{1}{x^2+3x+2}dx = \left(\ln|x+1|-\ln|x+2|\right)\Big|_1^2 = -\ln\frac{4}{3}-\ln\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = (2a-1)\ln\frac{4}{3}+(a-1)\ln\frac{2}{3}$

Theo đề bài: $I = \frac{3}{5}\ln\frac{4}{3}+\frac{3}{5}\ln\frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{5}$.

Đáp án đúng là D.

Câu 48:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_0^1 \frac{a}{\sqrt{3x^2+12}}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$I = \int_0^1 \frac{a}{\sqrt{3x^2+12}}dx = \frac{a}{\sqrt{3}}\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}dx$.

Đặt $u = x+\sqrt{x^2+4} \Rightarrow du = \frac{x+\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+4}}dx \Rightarrow \frac{du}{u} = \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$.

$I = \frac{a}{\sqrt{3}}\int_2^{1+\sqrt{5}} \frac{1}{u}du = \frac{a}{\sqrt{3}}(\ln u)\Big|_2^{1+\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right|$.

Đáp án đúng là D.

Câu 49:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_{-2}^{-1}\left(2ax^3+\frac{1}{x}\right)dx$ có giá trị là:

Ta có:

$I = \int_{-2}^{-1}\left(2ax^3+\frac{1}{x}\right)dx = \left(\frac{a}{2}x^4+\ln|x|\right)\Big|_{-2}^{-1} = -\frac{15a}{16}-\ln 2$.

Đáp án đúng là C.

Câu 50:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_1^2 \frac{ax-2}{\sqrt{ax^2-4x}}dx = 2\sqrt{3}-1$. Giá trị của a là:

Ta có: $(ax^2-4x)' = 2ax-4 = 2(ax-2)$.

$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2ax-4}{\sqrt{ax^2-4x}}dx$.

Đặt $t = ax^2-4x \Rightarrow dt = (2ax-4)dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=2 \Rightarrow t = 4a-8 \\ x=1 \Rightarrow t = a-4 \end{cases}$.

$I=\frac{1}{2}\int\limits_{a-4}^{4a-8}\frac{1}{\sqrt{t}}dt=\left(\sqrt{t}\right)\Big|_{a-4}^{4a-8}=\sqrt{4a-8}-\sqrt{a-4}$

Theo đề bài: $I=2\sqrt{3}-1\Leftrightarrow\sqrt{4a-8}-\sqrt{a-4}=2\sqrt{3}-1\Leftrightarrow.....\Leftrightarrow a=5$.

Câu 51:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{1}^{2}x\ln xdx$ có giá trị là:

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\left(\frac{x^2}{2}.\ln x\right)\Big|_1^2-\int\limits_1^2\frac{x}{2}dx=\left(\frac{x^2}{2}.\ln x\right)\Big|_1^2-\left(\frac{x^2}{4}\right)\Big|_1^2=2\ln 2-\frac{3}{4}$.

Đáp án đúng là D.

Câu 52:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{1}^{a}x\ln xdx$ có giá trị là:

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\left(\frac{x^2}{2}.\ln x\right)\Big|_1^a-\int\limits_1^a\frac{x}{2}dx=\left(\frac{x^2}{2}.\ln x\right)\Big|_1^a-\left(\frac{x^2}{4}\right)\Big|_1^a=\frac{a^2\ln|a|}{2}+\frac{1-a^2}{4}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 53:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}x\cos xdx$ có giá trị là:

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\cos xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\sin x\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\left(x\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}-\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx=\left(x\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}+\left(\cos x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Đáp án đúng là B.

Câu 54:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} x\sin axdx,\ a\neq 0$ có giá trị là:

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\sin axdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=-\frac{1}{a}\cos x \end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\left(\frac{-1}{a}x\cos x\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}+\frac{1}{a}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx=\left(\frac{-1}{a}x\cos x\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}+\left(\frac{1}{a}\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi+6-3\sqrt{3}}{6a}.$$

Đáp án đúng là A.

Câu 55:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^1(2x+1)\ln(x+1)dx$ có giá trị là:

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+1) \\ dv=(2x+1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{1}{x+1}dx \\ v=x^2+x \end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\left[\left(x^2+x\right)\ln(x+1)\right]_0^1-\int_0^1 xdx=\left[\left(x^2+x\right)\ln(x+1)\right]_0^1-\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1=2\ln 2-\frac{1}{2}.$$

Đáp án đúng là B.

Câu 56:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_1^e\left(\frac{1}{x}+x\right)\ln xdx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_1^e\left(\frac{1}{x}+x\right)\ln xdx=\int_1^e\frac{1}{x}\ln xdx+\int_1^e x\ln xdx=\int_0^1 d(\ln x)+\left(\frac{x^2}{2}\ln x\right)\Big|_1^e-\frac{1}{2}\int_1^e xdx=1+\frac{e^2}{2}-\left(\frac{1}{4}x^2\right)\Big|_1^e=\frac{e^2+5}{4}.$$

Đáp án đúng là C.

Câu 57:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_1^e\frac{\ln x\left(2\sqrt{\ln^2 x+1}+1\right)}{x}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$$I=\int_1^e\frac{\ln x\left(2\sqrt{\ln^2 x+1}+1\right)}{x}dx=\int_1^e\frac{2\ln x\sqrt{\ln^2 x+1}}{x}dx+\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx.$$

Xét $I_1=\int_1^e\frac{2\ln x\sqrt{\ln^2 x+1}}{x}dx$.

Đặt $t=\ln^2 x+1\Rightarrow dt=\frac{2\ln x}{x}dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=1 \\ x=e \Rightarrow t=2 \end{cases}$.

$\Rightarrow I_1 = \int_1^2 \sqrt{t}dt = \left(\frac{2}{3}\sqrt{t^3} \right)\Big|_1^2 = \frac{4\sqrt{2}-2}{3}$.

Xét $I_2 \int_1^e \frac{\ln x}{x}dx$.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x}dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=e \Rightarrow t=1 \end{cases}$.

$\Rightarrow I_2 = \int_0^1 dt = 1$.

$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = \frac{4\sqrt{2}+1}{3}$.

Đáp án đúng là B.

Câu 58:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\left(x^3+2x\right)\cos x + x\cos^2 x}{\cos x}dx$ có giá trị là:

Ta có:

$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\left(x^3+2x\right)\cos x + x\cos^2 x}{\cos x}dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(x^3+2x\right)dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = \left(\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$.

Xét $I_1 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$.

$\Rightarrow I_1 = \left(x\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow I = \left(\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + I_1 = \frac{5\pi^4}{324} + \frac{2\pi^2}{9} + \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Đáp án đúng là A.

Câu 59:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\cos x - \sin x}{\left(e^x \cos x + 1\right)\cos x}dx$ có giá trị là:

Ta biến đổi: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{e^x.(\cos x-\sin x)}{(e^x\cos x+1)e^x\cos x}dx$.

Đặt $t=e^x\cos x\Rightarrow dt=e^x(\cos x-\sin x)dx$.

Đổi cận $\begin{cases}x=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}\\x=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow t=-\frac{1}{2}e^{\frac{2\pi}{3}}\end{cases}$.

$$I=\int\limits_{\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}}^{-\frac{1}{2}e^{\frac{2\pi}{3}}}\frac{1}{t(t+1)}dt=\left(\ln\left|\frac{t}{t+1}\right|\right)\Bigg|_{\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}}^{-\frac{1}{2}e^{\frac{2\pi}{3}}}=\ln\left|\frac{e^{\frac{2\pi}{3}}}{e^{\frac{2\pi}{3}}-2}\right|-\ln\left|\frac{e^{\frac{\pi}{3}}}{e^{\frac{\pi}{3}}+2}\right|=\ln\left|\frac{e^{\frac{\pi}{3}}\left(e^{\frac{\pi}{3}}+2\right)}{e^{\frac{2\pi}{3}}-2}\right|.$$

Đáp án đúng là A.

Câu 60:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_1^e x\left(\ln^2 x+\ln x\right)dx$ có giá trị là:

Ta biến đổi: $I=\int\limits_1^e x\left(\ln^2 x+\ln x\right)dx=\int\limits_1^e x\ln x(\ln x+1)dx$.

Đặt $t=x\ln x\Rightarrow dt=(\ln x+1)dx$.

Đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=0\\x=e\Rightarrow t=e\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\int\limits_0^e dt=e$.

Đáp án đúng là C.

Câu 61:

Phân tích:

Tích phân $I=\int\limits_0^1\ln\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)dx$ có giá trị là:

Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)\\dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{-1}{\sqrt{1+x^2}}dx\\v=x\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\left(x.\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\right)\Big|_0^1+\int\limits_0^1\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

Xét $I_1=\int\limits_0^1\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$.

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow dt=2xdx$.

Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=2\end{cases}$.

$$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{t}}dt = \left(\sqrt{t}\right)\Big|_1^2 = \sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow I = I_1 + \left(x.\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\right)\Big|_0^1 = \sqrt{2}-1+\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$$

Đáp án đúng là A.

Câu 62:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\cos x}dx$ có giá trị là:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\cos x}dx = \frac{1}{2}I\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2\frac{x}{2}}dx$$

Ta biến đổi:

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos^2\frac{x}{2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = 2\tan\frac{x}{2} \end{cases}$.

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\left[\left(2x\tan\frac{x}{2}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan\frac{x}{2}dx\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}\tan\frac{\pi}{8} - 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}dx\right) = \frac{\pi}{2}\tan\frac{\pi}{8} + 4\int_1^{\cos\frac{\pi}{8}} \frac{1}{t}dt = \frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{8} + 2\ln\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$$

Đáp án đúng là B.

Câu 63:

Phân tích:

Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2x-\sin x}{2-2\cos x}dx$ có giá trị là:

$$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x-\sin x}{2-2\cos x}dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1-\cos x}dx - \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1-\cos x}dx$$

Ta biến đổi:

Xét $I_1 = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1-\cos x}dx = \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2\frac{x}{2}}dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -2\cot\frac{x}{2} \end{cases}$.

$$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{2}\left[\left(-2x.\cot\frac{x}{2}\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} + 2\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cot\frac{x}{2}dx\right] = \frac{1}{2}\left[-\pi + \frac{2\pi\sqrt{3}}{3} + 4\ln\sqrt{2}\right]$$

Xét $I_2 = \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1-\cos x}dx$.

Đặt $t=1-\cos x\Rightarrow dt=\sin x dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow t=\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=1 \end{cases}$.

$$\Rightarrow I_2=\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{1}{t}dt=\frac{1}{2}\left(\ln|t|\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{1}{2}\ln 2$$

$$I=I_1-I_2=\frac{1}{2}\left(-\pi+\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}+4\ln\sqrt{2}-\ln 2\right).$$

Đáp án đúng là C.

Câu 64:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos x-1\right)\cos^2 x dx$ có giá trị là:

Ta biến đổi: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos x-1\right)\cos^2 x dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\left(1-\sin^2 x\right)dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx=\left(t-\frac{t^3}{3}\right)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{3}-\frac{\pi}{4}$,

với $t=\sin x$.

Đáp án đúng là D.

Câu 65:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_0^{a}\frac{\sin x+\cos x}{\left(\sin x-\cos x\right)^2}dx=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$. Giá trị của a là:

Ta có:

$$I=\int_0^{a}\frac{\sin x+\cos x}{\left(\sin x-\cos x\right)^2}dx=\left(-\frac{1}{t}\right)\Big|_{-1}^{\sin a-\cos a}=\frac{1}{\cos a-\sin a}-1,\ t=\sin x-\cos x.$$

Theo đề bài, ta có: $\frac{1}{\cos a-\sin a}-1=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\xrightarrow{0<a<\pi}a=\frac{\pi}{3}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 66:

Phân tích:

Tích phân $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}dx$ có giá trị là:

Xét $I_1=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin x+\cos x}dx$

Ta có: $\begin{cases} I_2 = I + I_1 = \int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} dx \\ I_3 = I_1 - I = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{t} dt \end{cases} \Rightarrow I = \frac{I_2 - I_3}{2} = \frac{\pi}{12} - \frac{\ln \frac{1+\sqrt{3}}{2}}{2}$, $t = \sin x + \cos x$.

Đáp án đúng là C.

Câu 67:

Phân tích:

Tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin 2x}{\cos x + \cos 3x} dx$ có giá trị là:

Ta biến đổi: $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin 2x}{\cos x + \cos 3x} dxI = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos 2x} dx = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{2\cos^2 x - 1} dx = ... = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{\sqrt{2}t - 1}{\sqrt{2}t + 1} \right) \Bigg|_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} + 2} - \ln \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \right)$,

với $t = \cos x$.

Đáp án đúng là C.

Câu 68:

Phân tích:

Tích phân $I = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2x + \cos x}{x^2 + \sin x} dx$ có giá trị là:

Ta có: $I = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2x + \cos x}{x^2 + \sin x} dx = ... = \int\limits_{\frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\pi^2}{4} + 1} \frac{1}{t} dt = \ln \left(\frac{\pi^2}{4} + 1 \right) - \ln \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$, với $t = x^2 + \sin x$.

Đáp án đúng là B.

Câu 69:

Phân tích:

Tích phân $I = \int\limits_1^a \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx = \frac{1}{3} \ln \frac{7}{2}$. Giá trị của a là:

Ta có:

$I = \int\limits_1^a \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx \Rightarrow \frac{1}{3} \int\limits_4^{a^3 + 3a} \frac{1}{t} dt = \frac{1}{3} \left(\ln |t| \right) \Big|_4^{a^3 + 3a} = \frac{1}{3} \ln \frac{a^3 + 3a}{4}$, với $t = x^3 + 3x$.

Theo đề bài: $\frac{1}{3} \ln \frac{a^3 + 3a}{4} = \frac{1}{3} \ln \frac{7}{2} \Leftrightarrow a^3 + 3a - 14 = 0 \Leftrightarrow (a - 2)(a^2 + 2a + 7) = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Đáp án đúng là B.

Câu 70:

Phân tích:

Biết tích phân $I_1 = \int\limits_0^1 2x dx = a$. Giá trị của $I_2 = \int\limits_a^2 (x^2 + 2x) dx$ là:

Ta có:

$$I_1=\int_0^1 2xdx=\left(x^2\right)\Big|_0^1=1\Rightarrow I_2=\int_a^2\left(x^2+2x\right)dx=\int_1^2\left(x^2+2x\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3+x^2\right)\Big|_1^2=\frac{16}{3}$$

Đáp án đúng là C.

Câu 71:

Phân tích:

Biết tích phân $I_1=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx=a$. Giá trị của $I_2=\int_a^1\frac{x^2+1}{x^3+x}dx=b\ln 2-c\ln 5$. Thương số giữa b và c là:

Ta có:

$$I_1=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx=\left(\cos x\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I_2=\int_a^1\frac{x^2+1}{x^3+x}dx=\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{x^2+1}{x^3+x}dx=\frac{1}{3}\left(\ln|t|\right)\Big|_{\frac{5}{8}}^2=\frac{4}{3}\ln 2-\frac{1}{3}\ln 5\Rightarrow b=\frac{4}{3},c=-\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{b}{c}=-4$$

Đáp án đúng là B.

Câu 72:

Phân tích:

Biết rằng $I_1=\int_0^1\left(x+\sqrt{x+1}\right)dx=\frac{a}{6}+b\sqrt{2}$. Giá trị của $a-\frac{3}{4}b$ là:

Ta có:

$$I_1=\int_0^1\left(x+\sqrt{x+1}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\sqrt{\left(x+1\right)^3}\right)\Big|_0^1=-\frac{1}{6}+\frac{4\sqrt{2}}{3}\Rightarrow a=-1,b=\frac{4}{3}\Rightarrow a-\frac{3}{4}b=-2$$

Đáp án đúng là B.

Câu 73:

Phân tích:

Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\sin 3x+\cos^2 x\right)dx=\left(a\cos 3x+bx\sin+c\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$. Giá trị của $3a+2b+4c$ là:

Ta có:

$$I_1=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\sin 3x+\cos^2 x\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\sin 3x+\frac{1+\cos 2x}{2}\right)dx=\left(-\frac{1}{3}\cos 3x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow a=-\frac{1}{3},b=\frac{1}{2},c=\frac{1}{4}\Rightarrow 3a+2c+4c=1$$

Đáp án đúng là B.

Câu 74:

Phân tích:

Cho $I=\int_0^1\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx=a\sqrt{2}+b$. Giá trị a.b là:

Ta có:

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow dt=2xdx$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=2\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int_1^2\frac{1}{\sqrt{t}}dt=\sqrt{2}-1\Rightarrow a=1,b=-1\Rightarrow a.b=-1$

.

Đáp án đúng là A.

Câu 75:

Phân tích:

Cho $I=\int_0^1\frac{1}{3+2x-x^2}dx=(a-b)\ln 2+b\ln 3$. Giá trị a + b là:

Ta có:

$I=\int_0^1\frac{1}{3+2x-x^2}dx=\int_0^1\left(\frac{\frac{1}{4}}{x+1}+\frac{\frac{1}{4}}{3-x}\right)=\frac{1}{4}\left(\ln|x+1|-\ln|x-3|\right)\Big|_0^1=\frac{1}{4}\ln 3\Rightarrow a=b=\frac{1}{4}\Rightarrow a+b=\frac{1}{2}$

.

Đáp án đúng là B.

Câu 76:

Phân tích:

Cho tích phân $I=\int_a^b f(x)dx$. Biết rằng $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Giá trị của I là:

Ta có ngay kết quả $I=F(b)-F(a)$.

Đáp án đúng là C.

Câu 77:

Phân tích:

Cho hai tích phân $\int_{-a}^a f(x)dx=m$ và $\int_{-a}^a g(x)dx=n$. Giá trị của tích phân $\int_{-a}^a\left[f(x)-g(x)\right]dx$ là:

Ta có ngay kết quả: $\int_{-a}^a\left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_{-a}^a f(x)dx-\int_{-a}^a g(x)dx=m-n$.

Đáp án đúng là A.

Câu 78:

Phân tích:

Cho tích phân $I=\int_a^b\left(x^2+1\right)dx$. Khẳng định nào dưới đây không đúng?

Ta có:

$I=\int_a^b\left(x^2+1\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3+x\right)\Big|_a^b=\frac{1}{3}b^3+b-\frac{1}{3}a^3-a$

.

Phát biểu (A): đúng.

Phát biểu (B): sai.

Phát biểu (C): đúng.

Phát biểu (D): đúng.

Đáp án đúng là B.

Câu 79:

Phân tích:

Cho tích phân $I_1=\int_a^b f(x)dx=m$ và $I_2=\int_c^a f(x)dx=n$. Tích phân $I=\int_c^b f(x)dx$ có giá trị là:

Quy tắc "nối đuôi" cho ta: $I=\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)dx=\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)dx+\int\limits_{c}^{a}f\left(x\right)dx=m+n$.

Đáp án đúng là A.

Câu 80:

Phân tích:

Tích phân $\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)dx$ được phân tích thành:

Ta có: $\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)dx=\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)dx+\int\limits_{a}^{c}f\left(x\right)dx=\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)dx-\int\limits_{c}^{a}f\left(x\right)dx$.

Đáp án đúng là A.

Câu 81:

Phân tích:

Biết $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}x\cos 2xdx=a\pi\sqrt{3}+b\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xdx$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là:

Ta có:

$$I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}x\cos 2xdx=\left(\frac{1}{2}x\sin 2x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}-\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xdx=-\frac{\pi\sqrt{3}}{24}-\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xdx\Rightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{24}\\ b=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{1}{12}$$

Đáp án đúng là A.

Câu 82:

Phân tích:

Biết $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{\ln^3 x+3x}\left(\ln^2 x+\frac{1}{3}x\right)}{x}dx=\frac{2}{9}\left(\sqrt{1+ae+27e^2+27e^3}-3\sqrt{3}\right)$. Giá trị của a là:

Ta có:

$$I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{\ln^3 x+3x}\left(\ln^2 x+\frac{1}{3}x\right)}{x}dx=\frac{1}{3}\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{\ln^3 x+3x}\left(3\ln^2 x+x\right)}{x}dx$$

Đặt $t=\ln^3 x+3x\Rightarrow dt=\frac{3}{x}\ln^2 x+1$

Đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=3\\ x=e\Rightarrow t=1+3e\end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\int\limits_{3}^{1+3e}\sqrt{t}dt=\frac{2}{3}\left(\sqrt{t^3}\right)\Big|_{3}^{1+3e}=\frac{2}{3}\left(\sqrt{\left(1+3e\right)^3}-3\sqrt{3}\right)=\frac{2}{9}\left(\sqrt{1+9e+27e^2+27e^3}-3\sqrt{3}\right)\Rightarrow a=9$$

Đáp án đúng là A.

Câu 83:

Phân tích:

Biết rằng $I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{1}{1+\cos 2x}dx=a$ và $I=\int\limits_{-1}^{0}\sqrt[3]{x+2}dx=b\sqrt{2}-\frac{3}{4}$. Thương số giữa a và b có giá trị là:

Ta có:

$I_1=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{1}{1+\cos 2x}dx=\frac{1}{2}\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{1}{\cos^2 x}dx=...=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0}tdt=\frac{1}{2}$, với $t=\tan x$.

$I=\int\limits_{-1}^{0}\sqrt[3]{x+2}dx=\frac{3}{4}\left[\sqrt[3]{(x+2)^4}\right]_{-1}^{0}=\frac{3}{2}\sqrt[3]{2}-\frac{3}{4}$.

$\Rightarrow a=\frac{1}{2},b=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$.

Đáp án đúng là B.

Câu 84:

Phân tích:

Biết $I_1=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left(1+\tan^2 x\right)dx=a$ và $I_2=\int\limits_{0}^{1}\left(x^2+\sqrt{x}\right)dx=\left(bx^3+cx^{\frac{1}{3}}\right)\Big|_0^1$. Giá trị của a + b + c là:

Ta có:

$I_1=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left(1+\tan^2 x\right)dx=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos^2 x}dx=...=\int\limits_{0}^{1}tdt=1$, với $t=\tan x$.

$I_2=\int\limits_{0}^{1}\left(x^2+\sqrt{x}\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}\right)\Big|_0^1$.

$\Rightarrow a=1,b=\frac{1}{3},c=\frac{2}{3}\Rightarrow a+b+c=2$.

Đáp án đúng là B.

Câu 85:

Phân tích:

Số nghiệm nguyên âm của phương trình: $x^3-ax+2=0$ với $a=\int\limits_{1}^{3e}\frac{1}{x}dx$ là:

Ta có: $a=\int\limits_{1}^{3e}\frac{1}{x}dx=\left(\ln|x|\right)\Big|_1^{3e}=3\Rightarrow x^3-3x+2=0\Leftrightarrow(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-2$.

Đáp án đúng là B.

Câu 86:

Phân tích:

Số nghiệm dương của phương trình: $x^3+ax-2=0$, với $a=\int\limits_{0}^{1}2xdx$ là:

Ta có: $a=\int\limits_{0}^{1}2xdx=\left(x^2\right)\Big|_0^1=1\Rightarrow x^3+x-2=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2+x+2\right)=0\Leftrightarrow x=1$.

Đáp án đúng là B.

Câu 87:

Phân tích:

Cho $\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{x^3+1}dx=\frac{1}{3}\ln a$. Giá trị của a là:

Ta có:

$\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{x^3+1}dx=...=\int\limits_{1}^{2}\frac{1}{3t}dt=\frac{1}{3}\left(\ln|t|\right)\Big|_1^2=\frac{1}{3}\ln 2\Rightarrow a=2$.

Đáp án đúng là A.

Câu 88:

Phân tích:

Cho $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx = \ln\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. Giá trị $\frac{a}{b}$ là:

Ta đặt: $t = x+\sqrt{x^2+1} \Rightarrow \frac{dt}{t} = \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$.

Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t = 1+\sqrt{2} \\ x=2 \Rightarrow t = 2+\sqrt{5} \end{cases}$.

$\int_{1+\sqrt{2}}^{2+\sqrt{5}} \frac{dt}{t} = \left(\ln|t|\right)\Big|_{1+\sqrt{2}}^{2+\sqrt{5}} \ln\frac{2+\sqrt{5}}{1+\sqrt{2}}$.

Đáp án đúng là B.

Câu 89:

Phân tích:

Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = a\pi$. Giá trị của a là:

Ta có:

Đặt $x = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \cos t dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t = 0 \\ x=\frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6} \end{cases}$.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt = \frac{\pi}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$.

Đáp án đúng là D.

Câu 90:

Phân tích:

Cho tích phân $I = \int_1^e \left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x dx = ae^2+b$. Giá trị của $2a-3b$ là:

Ta có:

$I = \int_1^e \left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x dx = \int_1^e x\ln x dx + \int_1^e \frac{1}{x}\ln x dx = \left(\frac{x^2}{2}\ln x\right)\Big|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2}dx + \int_0^1 dt = \frac{e^2}{4}+\frac{5}{4}$, với $t = \ln x$.

$\Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = \frac{5}{4} \Rightarrow 2a-3b = -\frac{13}{4}$.

Đáp án đúng là C.

Câu 91: $\int_0^6 f(x)dx = 12.$ Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx.$

Chọn D.

Đặt $t = 3x$

$*x=0\Rightarrow t=0$

$*x=2\Rightarrow t=6$

Suy ra $$I=\int_0^2 f(3x)dx=\int_0^6 f(t)\frac{dt}{3}=\frac{1}{3}\int_0^6 f(t)dt=\frac{1}{3}.12=4$$

Câu 92: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2018). Cho $\int_1^e (1+x\ln x)dx=ae^2+be+c.$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $a+b=c.$ **B.** $a+b=-c.$ **C.** $a-b=c.$ **D.** $a-b=-c.$

Chọn C

Ta có $$\int_1^e (1+x\ln x)dx=ae^2+be+c=\int_1^e 1dx+\int_1^e x\ln xdx=e-1+\int_1^e x\ln xdx$$

Tính $$J=\int_1^e x\ln xdx$$

Đặt $$\begin{cases}u=\ln x\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}dx\end{cases}$$

Suy ra $$J=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\frac{x}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big|_1^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}$$

Vậy $$\int_1^e (1+x\ln x)dx=e-1+\int_1^e x\ln xdx=e-1+\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2}{4}+e-\frac{3}{4}$$

Câu 93: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2019). Cho hàm số f(x) biết f(0) = 4 và $f'(x)=2\sin^2 x+1,\forall x\in R.$ Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+15\pi}{16}.$ **B.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}.$ **C.** $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}.$ **D.** $\frac{\pi^2-4}{16}.$

Chọn C

Câu 94: (ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2019). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Biết f(6) = 1 và $\int_0^1 xf'(6x)dx=1.$ Khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. $\frac{107}{3}.$ **B.** $34.$ **C.** $24.$ **D.** $-36.$

Chọn D.