

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG**

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2025
MÔN THI: TOÁN**

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2024}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2023} \cdot x^{2023} + C$

B. $\int f(x)dx = 2024 \cdot x^{2023} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$

D. $\int f(x)dx = x^{2025} + C$

Câu 2: Công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox là

A. $V = \int_a^b |f(x)|dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$

C. $V = \int_a^b f^2(x)dx$

D. $V = \pi \int_a^b f(x)dx$

Câu 3: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

A. $R = 4$

B. $R = 20$

C. $R = 9$

D. $R = 108$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (3; 1; -7)$ là một vector pháp tuyến?

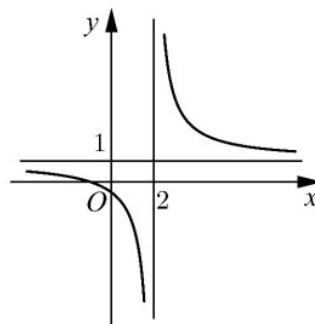
A. $3x + z + 7 = 0$

B. $3x - y - 7z + 1 = 0$

C. $3x + y - 7 = 0$

D. $3x + y - 7z - 3 = 0$

Câu 5: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là:

A. $y = 2$

B. $x = 2$

C. $y = 1$

D. $x = 1$

Câu 6: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2 b^3)$.

A. $P = 6xy$

B. $P = 2x + 3y$

C. $P = x^2 y^3$

D. $P = x^2 + y^3$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+5}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(3; 4; -5)$. B. $N(2; -5; 3)$. C. $P(-3; -4; 5)$. D. $Q(2; 5; -3)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc tạo bởi giữa hai đường thẳng nào sau đây bằng 90° ?

- A. SA, SB . B. SA, SC . C. SA, BD . D. SB, AD .

Câu 9: Nghiệm của bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ là

- A. $x \geq 1$. B. $x < 1$. C. $x \leq 1$. D. $x > 1$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. D. $d = 6$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overline{BA} + \overline{BB_1} + \overline{BC}| = |\overline{BD_1}|$. B. $|\overline{AB_1} + \overline{AD_1}| = |\overline{AC_1}|$.
C. $|\overline{AB_1} - \overline{AD_1}| = |\overline{BD_1}|$. D. $|\overline{AA_1} + \overline{C_1D} + \overline{C_1D_1}| = 0$.

Câu 12: Cho hàm số nào $y = f(x)$ là hàm đa thức có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 2)^2$. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a, b, c, d, ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và 2 điểm A, B là hai điểm cực trị của (C) .

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

a)

b) 2 điểm A và B nằm ở hai phía của trục tung.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $y = 2x + 1$.

d) A và B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ có phương trình là $x + 2y + 4 = 0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$ và điểm $M(-1; -3; -2)$.

a) Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1; -2; -3)$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến điểm M là $IM = 2$.

c) Điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $y - z + 5 = 0$.

Câu 15: Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A :

“Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B :

“Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

$$P(\overline{A}) = 0,65$$

a)

$$P(B|A) = 0,02$$

b)

$$P(B|\overline{A}) = 0,3$$

c)

$$P(B) = 0,9765$$

d)

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - 3$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = F(2) - F(-1)$$

a) Ta có

$$F(0) = 1 \quad F(2) = 12$$

b) Nếu

thì

$$\int_0^2 af(x) dx = 32$$

c) Nếu

thì

$$a = 6$$

d) Cho $g(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{3x}$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{3x} \cdot f(x)$, nếu

$$\int_0^2 e^{3x} f(x) dx = a + \frac{b \cdot e^6}{27}.$$

Khi đó: $27a - b = -2$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) $m.a$; $m \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của m là (làm tròn

đến hàng phần trăm), biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18: Trong Vật lý, một dao động điều hòa là dao động có phương trình chuyển động

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó A là Biên độ của dao động.

$\omega(\text{rad/s})$ là tần số góc.

$\varphi(\text{rad})$ là pha ban đầu.

Trong Vật lý, **Động năng** (Tiếng Anh: *kinetic energy*) của một vật là năng lượng mà nó có được từ chuyển động của nó. Được xác định bởi công thức.

$$W = \frac{1}{2} m.v^2(t)$$

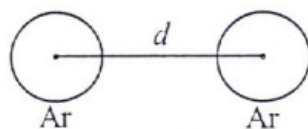
Trong đó $m(\text{kg})$ là khối lượng của vật.

$v(t)(\text{m/s})$ là vận tốc của vật tại thời điểm $t(\text{s})$.

Giả sử một vật có khối lượng $m = 100(\text{g})$ dao động điều hòa với phương trình chuyển động:

$x = 40 \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(\text{cm})$. Khi đó **Động năng** vật đó đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (J)? (Làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 19: Xét hệ gồm hai nguyên tử khí argon (Ar) ở trạng thái cơ bản, mỗi nguyên tử được coi là một khối cầu, khoảng cách (d) giữa hai nguyên tử bằng khoảng cách giữa tâm của hai khối cầu (tham khảo hình bên). Coi như không có tương tác bên ngoài nào tác động đến hệ, sự phụ thuộc của thế năng tương tác $V(d)$ giữa hai nguyên tử khí vào khoảng cách d được xác định theo công thức:



Hình 1

$$V(d) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{d} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{d} \right)^6 \right]$$

Trong đó ε và σ là các hằng số đặc trưng cho từng khí hiếm. Đối với Ar, $\varepsilon = 0,930$ và $\sigma = 3,62$

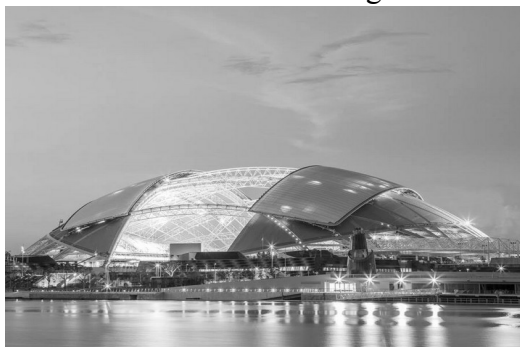
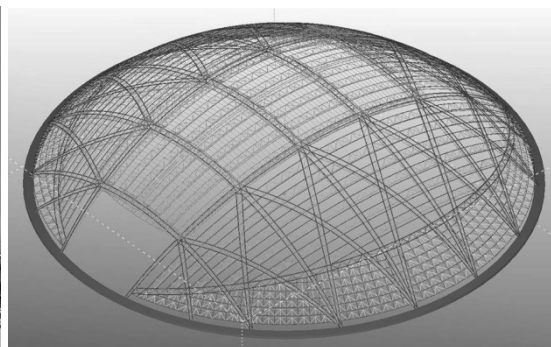
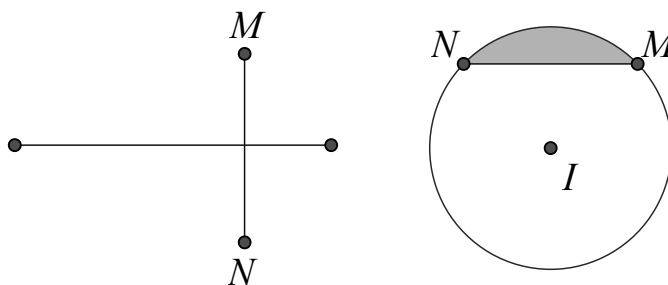
. Biết rằng khi thể năng tương tác đạt nhỏ nhất thì hệ hai nguyên tử Ar là bền nhất, khoảng cách (d) mà hai nguyên tử đó bền nhất là?

(Công thức $V(d)$ có tên gọi là: Thế **Lennard-Jones**)

(Nguồn Wikipedia)

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5;3;-2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

Câu 21: Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\angle MIN = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là $200 \text{ BTU} / m^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?



Câu 22: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người

được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{296}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

PHẦN ĐÁP ÁN**ĐÁP ÁN****PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

1C	2B	3B	4D	5C	6B	7A	8C	9A	10D	11A	12C
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------	------------	------------

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	S	Đ
b)	S	S	S	S
c)	S	Đ	S	Đ
d)	Đ	S	Đ	Đ

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	ĐÁP ÁN
1	0,71
2	31,6
3	4,06
4	20,2
5	0463
6	0098

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2024}$ là.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2023} \cdot x^{2023} + C$

B. $\int f(x)dx = 2024 \cdot x^{2023} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$

D. $\int f(x)dx = x^{2025} + C$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$

Câu 2: Công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox là.

A. $V = \int_a^b |f(x)|dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$

C. $V = \int_a^b f^2(x)dx$

D. $V = \pi \int_a^b f(x)dx$

Câu 3: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là.

A. $R = 4$

B. $R = 20$

C. $R = 9$

D. $R = 108$

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 30 - 10 = 20$ (triệu đồng/ m^2)

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (3; 1; -7)$ là một vector pháp tuyến?

A. $3x + z + 7 = 0$

B. $3x - y - 7z + 1 = 0$

C. $3x + y - 7 = 0$

D. $3x + y - 7z - 3 = 0$

Lời giải

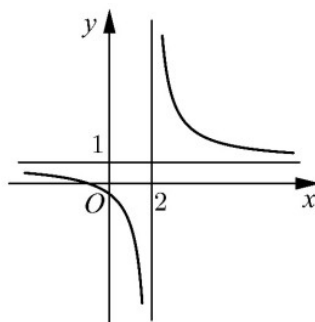
$$3x + y - 7z - 3 = 0$$

$$\vec{n} = (3; 1; -7)$$

Phương trình mặt phẳng

có một vector pháp tuyến là

Câu 5: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là:

A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$. Chọn C.

Câu 6: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Tính $P = \log_2 (a^2 b^3)$.

A. $P = 6xy$.

B. $P = 2x + 3y$.

C. $P = x^2 y^3$.

D. $P = x^2 + y^3$.

Lời giải

$$P = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 2x + 3y.$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+5}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(3; 4; -5)$ █

B. $N(2; -5; 3)$.

C. $P(-3; -4; 5)$.

D. $Q(2; 5; -3)$.

Lời giải

Thay tọa độ của điểm $M(3; 4; -5)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{3-3}{2} = \frac{4-4}{-5} = \frac{-5+5}{3}$.

Do đó $M \in d$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc tạo bởi giữa hai đường thẳng nào sau đây bằng 90° ?

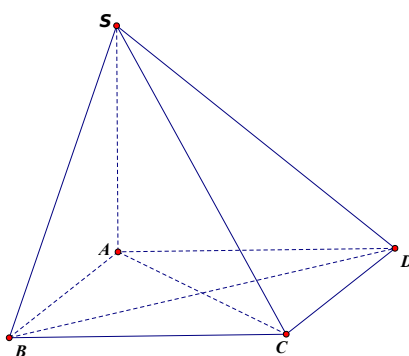
A. SA, SB .

B. SA, SC .

C. SA, BD █

D. SB, AD .

Lời giải



$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BD \Rightarrow (SA, BD) = 90^\circ.$$

Câu 9: Nghiệm của bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ là

A. $x \geq 1$.

B. $x < 1$.

C. $x \leq 1$.

D. $x > 1$.

Lời giải

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow 2x-1 \geq 2-x \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Bất phương trình tương đương

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

A. $d = 7$.

B. $d = 5$.

C. $d = 8$.

D. $d = 6$ █

Lời giải

Ta có $u_6 = u_1 + 5d \Rightarrow 27 = -3 + 5d \Rightarrow d = 6$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

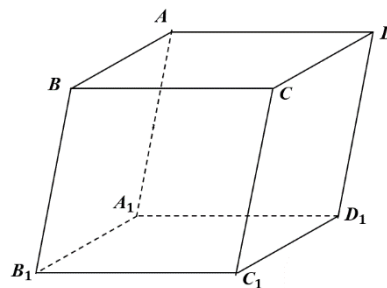
A. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD_1}|$ █

B. $|\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1}| = |\overrightarrow{AC_1}|$.

C. $|\overrightarrow{AB_1} - \overrightarrow{AD_1}| = |\overrightarrow{BD_1}|$.

D. $|\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{C_1D} + \overrightarrow{C_1D_1}| = 0$.

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1}$ suy ra $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD_1}|$. Vậy A đúng.

$\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{AA_1} \neq \overrightarrow{AC_1}$. Vậy $|\overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1}| = |\overrightarrow{AC_1}|$ hay B sai.

$\overrightarrow{AB_1} - \overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{BD}$. Vậy $|\overrightarrow{AB_1} - \overrightarrow{AD_1}| = |\overrightarrow{BD}|$ hay C sai.

$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{C_1D} + \overrightarrow{C_1D_1} = \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{C_1D} + \overrightarrow{C_1D_1} = \overrightarrow{C_1D} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{C_1D_1} = \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1} = 2\overrightarrow{C_1D_1} \neq \vec{0}$. Vậy

$|\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{C_1D} + \overrightarrow{C_1D_1}| = 0$ hay D sai.

Đáp án cần chọn là A.

Câu 12: Cho hàm số nào $y = f(x)$ là hàm đa thức có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 2)^2$. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

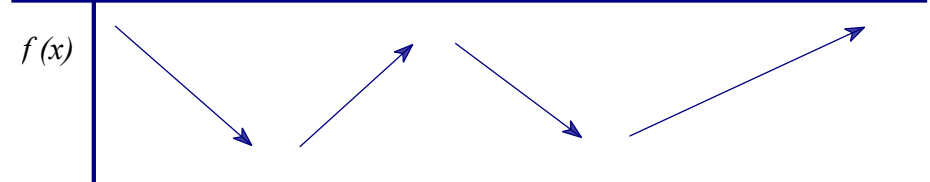
$$f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có

($x = 2$ là nghiệm kép).

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								



Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a, b, c, d, ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và 2 điểm A, B là hai điểm cực trị của (C) .

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

a) .

b) 2 điểm A và B nằm ở hai phía của trục tung.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $y = 2x + 1$.

d) A và B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ có phương trình là $x + 2y + 4 = 0$.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Sai	Sai	Đúng

a) Ta có $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ suy ra $y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$.

Do đó a) **đúng**.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

b)

$$y(-3) = -3 \quad y(-1) = 1$$

Suy ra $A(-3; -3)$ và $B(-1; 1)$

Do $x_A \cdot x_B = 3 > 0$ nên A và B nằm ở cùng một phía của trục tung.

Do đó b) **sai**.

$$\overrightarrow{AB} = (2; 4)$$

c) Ta có

Suy ra đường thẳng AB có phương trình là $-2(x+1) + (y-1) = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 3$.

Do đó c) sai.

d) Đường thẳng Δ có phương trình là $x + 2y + 4 = 0$ nên Δ có vpt $\overrightarrow{n_\Delta} = (1; 2)$.

$$\overrightarrow{AB} = (2; 4)$$

Suy ra $\overrightarrow{n_\Delta}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với nhau. Do đó $AB \perp \Delta$.

Ta có $I(-2; -1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $I \in \Delta$.

Vậy A và B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ .

Do đó d) đúng.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$ và điểm $M(-1; -3; -2)$.

a) Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1; -2; -3)$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến điểm M là $IM = 2$.

c) Điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $y - z + 5 = 0$.

Lời giải

a) Đúng.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1; -2; -3)$.

b) Sai.

Ta có: $IM = \sqrt{(-1+1)^2 + (-3+2)^2 + (-2+3)^2} = \sqrt{2}$.

c) Đúng.

Ta có $IM = \sqrt{2}$ và mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{14} \Rightarrow IM < R$.

Vậy điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

d) Sai.

Do điểm M nằm trong mặt cầu (S) nên mặt phẳng (P) đi qua M luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn.

Gọi H là tâm của đường tròn giao tuyến $\Rightarrow IH \perp (P)$, do đó bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{14 - IH^2}$. Suy ra bán kính r nhỏ nhất khi IH lớn nhất.

Ta có: $IH \leq IM \Leftrightarrow IH \leq \sqrt{2} \Rightarrow \max IH = \sqrt{2}$ khi M trùng H , khi đó $IM \perp (P)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (0; -1; 1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $0 \cdot (x+1) - (y+3) + (z+2) = 0 \Leftrightarrow y - z + 1 = 0$.

Câu 15: Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A :

“Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B :

“Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

$$P(\overline{A}) = 0,65$$

a)

$$P(B|A) = 0,02$$

b)

$$P(B|\overline{A}) = 0,3$$

c)

$$P(B) = 0,9765$$

d)

Lời giải

a) Sai

Ta có $P(A) = 0,65$ nên $P(\overline{A}) = 0,35$.

b) Sai

Vì các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% nên $P(\bar{B} | A) = 0,02$, suy ra
 $P(B | A) = 1 - P(\bar{B} | A) = 1 - 0,02 = 0,98$

c) Sai

Vì các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3% nên $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,03$, suy ra
 $P(B | \bar{A}) = 1 - P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$

d) Đúng

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,65 \cdot 0,98 + 0,35 \cdot 0,97 = 0,9765$$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - 3$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = F(2) - F(-1)$$

a) Ta có

$$F(0) = 1 \quad F(2) = 12$$

b) Nếu $a = 6$ **thì**

$$\int_0^2 af(x) dx = 32 \quad a = 6$$

c) Nếu $a = 6$ **thì**

d) Cho $g(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{3x}$ **là một nguyên hàm của hàm số** $e^{3x} \cdot f(x)$, **nếu**

$$\int_0^2 e^{3x} f(x) dx = a + \frac{b \cdot e^6}{27} \quad \text{Khi đó: } 27a - b = -2$$

Lời giải

a) Đúng theo định nghĩa

b) Sai

$$\int_0^2 f(x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{16}{3}$$

$$\int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0)$$

$$\Rightarrow F(2) = \int_0^2 f(x) dx + F(0) = \frac{16}{3} + 1 = \frac{19}{3}$$

c) Đúng

$$\int_0^2 af(x) dx = 32 \Leftrightarrow a \int_0^2 f(x) dx = 32$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \frac{16}{3} = 32 \Leftrightarrow a = 6$$

d) Đúng

Đặt $g(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{3x}$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{3x} \cdot f(x)$

Khi đó: $g'(x) = e^{3x} \cdot f(x) \Rightarrow 3 \cdot e^{3x} (ax^2 + bx + c) + e^{3x} \cdot (2ax + b) = e^{3x} \cdot f(x)$

$$\Rightarrow 3(ax^2 + bx + c) + 2ax + b = f(x)$$

$$\Rightarrow 3ax^2 + (3b + 2a)x + 3c + b = 2x^2 - 3$$

$$\begin{cases} 3a = 2 \\ 2a + 3b = 0 \\ b + 3c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -\frac{4}{9} \\ c = -\frac{23}{27} \end{cases}$$

Đồng nhất hai vế, ta được:

$$\text{Vậy: } \int_0^2 e^{3x} f(x) dx = e^{3x} \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{9}x - \frac{23}{27} \right) \Big|_0^2 = e^6 \cdot \frac{25}{27} + \frac{23}{27}$$

$$\text{Kết luận: } a = \frac{23}{27}; b = 25 \quad \text{và} \quad 27a - b = -2.$$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) $m.a$; $m \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của m là (làm tròn

đến hàng phần trăm), biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

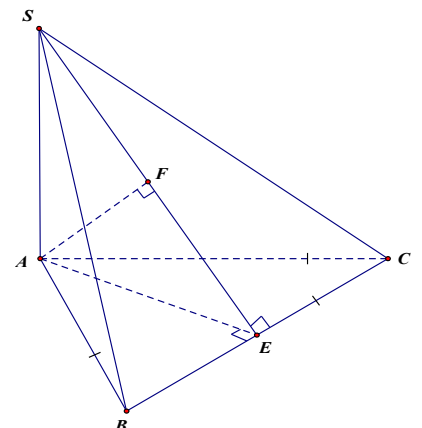
Lời giải

Gọi E trung điểm BC thì $BC \perp AE$ (vì ABC đều).

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AE \end{cases} \Rightarrow BC \perp mp(SAE)$$

mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAE)$ hai mặt phẳng này vuông góc với nhau theo giao tuyến SE, trong mp(SAE) dựng $AF \perp SE$ tại F. Suy ra $AF \perp (SBC)$. Vậy $d(A, (SBC)) = AF$.

Trong tam giác vuông SAE có



$$\frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Kết luận $d(A, (SBC)) = AF = \frac{a\sqrt{2}}{2} \approx 0,71a$

Câu 18: Trong Vật lý, một dao động điều hòa là dao động có phương trình chuyển động

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó A là Biên độ của dao động.

$\omega (rad/s)$ là tần số góc.

$\varphi (rad)$ là pha ban đầu.

Trong Vật lý, **Động năng** (Tiếng Anh: *kinetic energy*) của một vật là năng lượng mà nó có được từ chuyển động của nó. Được xác định bởi công thức.

$$W = \frac{1}{2} m.v^2(t)$$

Trong đó $m(kg)$ là khối lượng của vật.

$v(t)(m/s)$ là vận tốc của vật tại thời điểm $t(s)$.

Giả sử một vật có khối lượng $m = 100(g)$ dao động điều hòa với phương trình chuyển động:

$x = 40 \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$. Khi đó **Động năng** vật đó đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (J)? (Làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải:

Từ công thức $W = \frac{1}{2} m.v^2(t)$, để **Động năng** vật đó đạt giá trị lớn nhất thì $v(t)(m/s)$ đạt giá trị lớn nhất.

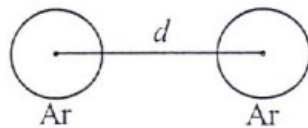
Khi đó ta có $v(t) = (x(t))' = \left(40 \cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\right)' = -8000\pi \sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm/s)$

Ta có $-8000\pi \leq v(t) = -8000\pi \sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \leq 8000\pi$

Vậy $v(t)(m/s)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $8\pi(m/s)$.

Khi đó động năng lớn nhất của vật là: $W = \frac{1}{2} m.v^2 = \frac{1}{2} . 0,1 . (8\pi)^2 \approx 31,6(J)$

Câu 19: Xét hệ gồm hai nguyên tử khí argon (Ar) ở trạng thái cơ bản, mỗi nguyên tử được coi là một khối cầu, khoảng cách (d) giữa hai nguyên tử bằng khoảng cách giữa tâm của hai khối cầu (tham khảo hình bên). Coi như không có tương tác bên ngoài nào tác động đến hệ, sự phụ thuộc của thế năng tương tác $V(d)$ giữa hai nguyên tử khí vào khoảng cách d được xác định theo công thức:



Hình 1

$$V(d) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{d} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{d} \right)^6 \right]$$

Trong đó ε và σ là các hằng số đặc trưng cho từng khí hiếm. Đối với Ar, $\varepsilon = 0,930$ và $\sigma = 3,62$

. Biết rằng khi thế năng tương tác đạt nhỏ nhất thì hệ hai nguyên tử Ar là bền nhất, khoảng cách (d) mà hai nguyên tử đó bền nhất là?

(Công thức $V(d)$ có tên gọi là: Thế **Lennard-Jones**)

(Nguồn Wikipedia)

Lời giải:

- Theo đề ta có thế năng tương tác đạt nhỏ nhất, Ta tìm: $\min V(d), d > 0$

$$V(d) = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{d} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{d} \right)^6 \right] = 4\varepsilon \sigma^6 \left(\frac{\sigma^6}{d^{12}} - \frac{1}{d^6} \right) = 4\varepsilon \sigma^6 (\sigma^6 d^{-12} - d^{-6}).$$

$$\Rightarrow V'(d) = 4\varepsilon \sigma^6 (-12 \sigma^6 d^{-13} + 6 d^{-7}) = 24\varepsilon \sigma^6 \left(\frac{1}{d^7} - \frac{2\sigma^6}{d^{13}} \right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{d^7} = \frac{2\sigma^6}{d^{13}} \Leftrightarrow d^{13} = 2d^7 \sigma^6 \Leftrightarrow d^6 = 2\sigma^6 \Rightarrow d = \sqrt[6]{2\sigma^6} \approx 4,06.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	4.06	$+\infty$
$f(x)$		-	0 +

$$\min_{d \in (0; +\infty)} V(d) \quad d \approx 4,06.$$

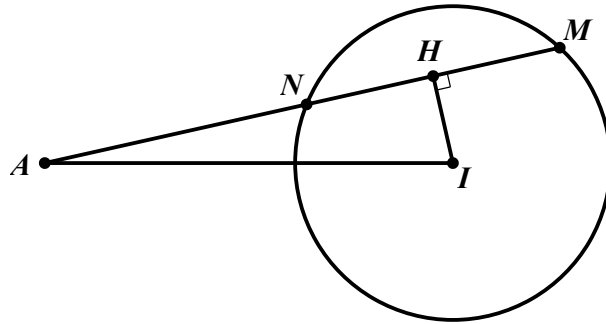
Khi đó tại

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; -2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 1)$, bán kính $R = 3$.

$AI = \sqrt{34} > R \Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu (S) .



Do hai điểm M, N nằm ở vị trí hai đầu một dây cung nên để $S_{\min}$ thì N nằm giữa A và M .

Gọi H là trung điểm $MN \Rightarrow IH \perp MN, NH = \frac{1}{2}MN$.

$$S = 4(AH - NH) + AH + NH = 5AH - 3NH$$

$$S = 5\sqrt{AI^2 - IH^2} - 3\sqrt{R^2 - IH^2} = 5\sqrt{34 - x^2} - 3\sqrt{9 - x^2}, x = IH.$$

Xét hàm số $f(x) = 5\sqrt{34 - x^2} - 3\sqrt{9 - x^2}, (0 \leq x < 3)$.

$$f'(x) = \frac{-5x}{\sqrt{34 - x^2}} + \frac{3x}{\sqrt{9 - x^2}} = x \left(\frac{-5}{\sqrt{34 - x^2}} + \frac{3}{\sqrt{9 - x^2}} \right).$$

$$\text{Xét } \left(\frac{-5}{\sqrt{34 - x^2}} + \frac{3}{\sqrt{9 - x^2}} \right) > 0 \Leftrightarrow 5\sqrt{9 - x^2} < 3\sqrt{34 - x^2}$$

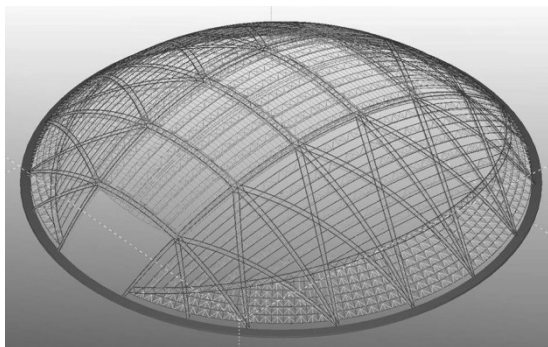
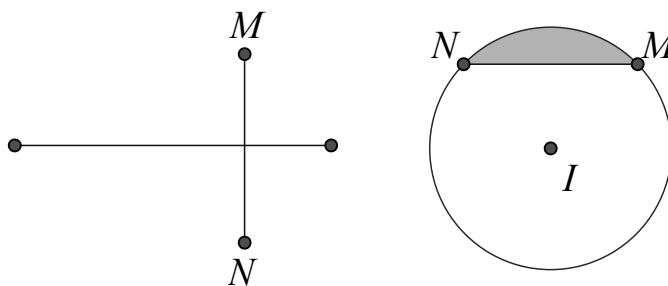
$$\Leftrightarrow 225 - 25x^2 < 9 \cdot 34 - 9x^2 \Leftrightarrow 16x^2 + 81 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in [0; 3), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0; 3)$.

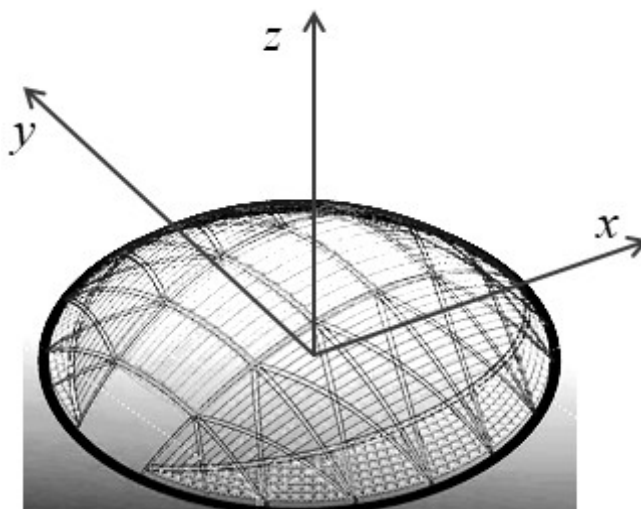
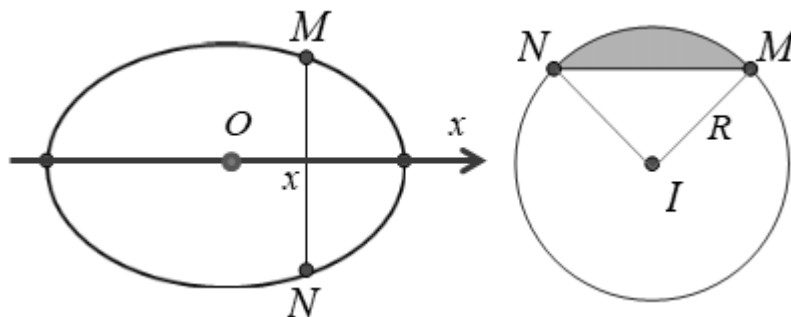
$$\text{Suy ra } \min_{[0; 3)} f(x) = f(0) = 5\sqrt{34} - 9 \approx 20,2$$

Câu 21: Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật

liệu là mái không đáng kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là $200 \text{ BTU} / \text{m}^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?



Lời giải



Chọn hệ trục như hình vẽ

Ta cần tìm diện tích của $S(x)$ thiết diện.

Gọi $d(O, MN) = x$

$$(E): \frac{x^2}{75^2} + \frac{y^2}{45^2} = 1.$$

$$MN = 2y = 2\sqrt{45^2 \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right)} = 90\sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}}$$

Lúc đó

$$\Rightarrow R = \frac{MN}{\sqrt{2}} = \frac{90}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}} \Rightarrow R^2 = \frac{90^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}\pi R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\right)R^2 = (\pi - 2) \frac{2025}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right).$$

Vậy thể tích khoảng không bên dưới mái che và bên trên mặt sân là

$$V = \int_{-75}^{75} (\pi - 2) \frac{2025}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right) \approx 115586 m^3.$$

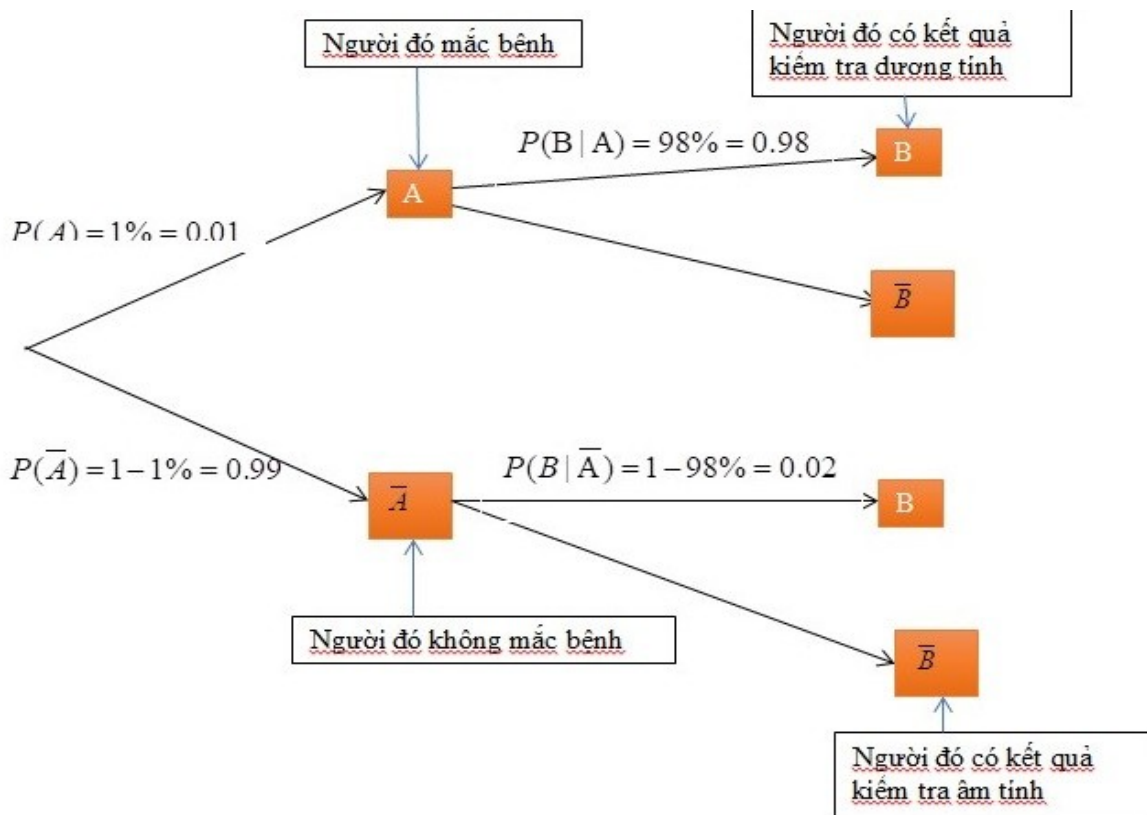
Số chiếc điều hòa cần lắp là

$$115586.200 : 50000 = 462,344$$

Vậy cần 463 chiếc điều hòa.

Câu 22: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{296}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Lời giải



$$\begin{aligned}
 P(A \mid B) &= \frac{P(A).P(B \mid A)}{P(A).P(B \mid A) + P(\bar{A}).P(B \mid \bar{A})} \\
 &= \frac{0,01.0,98}{0,01.0,98 + 0,99.0,02} = \frac{49}{148}
 \end{aligned}$$

Suy ra $y = 98$.