

☞ Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các câu sau, câu nào không phải là mệnh đề?

- A. $\sqrt{2}$ là số vô tỉ. B. $3^2 + 4^2 = 5^2$. C. $\exists x \in \mathbb{Q}, x+1=0$. D. Máy giờ rồi?.

Câu 2: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $x+2y > 0$?

- A. $(0; 0)$. B. $(1; -1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 3: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = 2 \sin \alpha - \cos \alpha$ bằng:

- A. $-\frac{7}{5}$. B. $\frac{7}{5}$. C. 1. D. $\frac{11}{5}$.

Câu 4: Tam giác ABC có $A = 120^\circ$ thì câu nào sau đây đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + bc$. C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Câu 5: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 6: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

- A. $\vec{u} = \vec{0}$. B. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 7: Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MB}$. D. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{MB}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và M là trung điểm của cạnh BC . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 9: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 180^\circ$.

Câu 10: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của AC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$. C. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 11: Thời gian chạy cự li $100m$ của các bạn trong lớp được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	9,1	9,3	9,5	9,6	9,8
Tần số	15	12	7	10	5

Thời gian chạy trung bình cự li $100m$ của các bạn trong lớp là

A. 9,5.

B. 9,4.

C. 9,3.

D. 9,6.

Câu 12: Kết quả kiểm tra môn toán của một nhóm học sinh trong một lớp được ghi lại trong bảng dưới đây:

Tên học sinh	An	Bình	Ca	Danh	Nam	Tính
Điểm	9	8	7	10	8	9

Độ lệch chuẩn δ của bảng số liệu trên là.

A. $\delta \approx 0,92$.

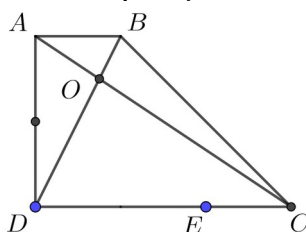
B. $\delta \approx 0,95$.

C. $\delta \approx 0,96$.

D. $\delta \approx 0,97$.

Phân 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = a$, $AD = 2a$, $DC = 3AB$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là điểm thuộc cạnh DC sao cho $DE = \frac{2}{3}DC$



a) $\overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$.

c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}| = 2a$.

d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14: Một gia đình cần ít nhất 900 gam chất protein và 400 gam chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 gam thịt bò, 1100 gam thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

a) là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

c) Gọi T là số tiền phải trả cho x thịt bò và y thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 35x + 45y$.

d) Gia đình đó mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $AC = 7$ cm, $AB = 5$ cm, $\hat{A} = 120^\circ$.

a) $BC = \sqrt{127}$ cm

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $R \approx 6,03\text{cm}$

c) $\cos C \approx 0,91$

d) Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$. Khi đó độ dài cạnh $AM \approx 4,5\text{cm}$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -18$.

b) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;-5)$.

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$.

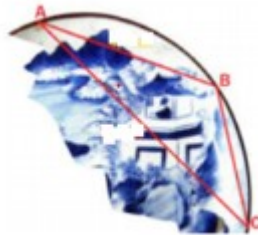
d) $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hai tập hợp $A = [m-3; m+2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{Q}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \cap B \neq \emptyset$?

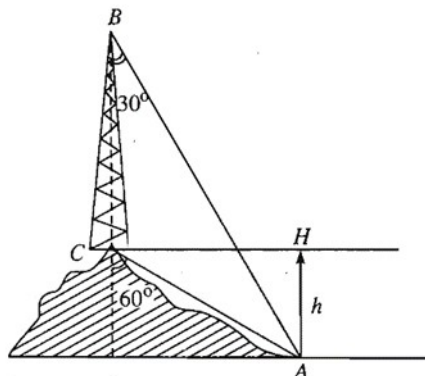
Câu 18: Lớp 10A có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10A có 4 bạn không tham gia tiết mục nào.

Câu 19: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa như hình vẽ và tiến hành đo đạc thu được kết quả $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$



Tính bán kính của chiếc đĩa này.

Câu 20: Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 90m. Đỉnh tháp B và chân tháp C nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Xác định chiều cao HA của ngọn đồi.



Câu 21: Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc 10 km/h , có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ?

Câu 22: Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn là 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m . Biết lực $\vec{F}$ hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các câu sau, câu nào không phải là mệnh đề?

- A.** $\sqrt{2}$ là số vô tỉ. **B.** $3^2 + 4^2 = 5^2$. **C.** $\exists x \in \mathbb{Q}, x+1=0$. **D.** Mấy giờ rồi?

Lời giải

Ta có đáp án **D** là câu hỏi không phải là mệnh đề.

Câu 2: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $x+2y > 0$?

- A.** $(0;0)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Thay $x=-1; y=-2$ vào bất phương trình $x+2y > 0$ ta được mệnh đề $-1+2 \cdot 2 > 0 \Leftrightarrow 3 > 0$ là mệnh đề đúng, do đó đáp án là **C**.

Câu 3: Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = 2\sin \alpha - \cos \alpha$ bằng:

- A.** $\frac{-7}{5}$. **B.** $\frac{7}{5}$. **C.** 1 . **D.** $\frac{11}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5}$.

$$A = 2\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2 \cdot 4}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{11}{5}.$$

Câu 4: Tam giác ABC có $A=120^\circ$ thì câu nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$. **C.** $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải

Áp dụng định lí cos tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.
 $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

Câu 5: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.$$

Câu 6: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

A. $\vec{u} = \vec{0}$.

B. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 7: Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MB}$.

D. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Vì M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ nên $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{MB}$ cùng hướng $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và M là trung điểm của cạnh BC . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D.

$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

Vì M là trung điểm của cạnh BC nên

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

Câu 9: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 90^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 45^\circ$.

D. $\alpha = 180^\circ$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$. Mà $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ nên $\cos \alpha = -1$. Suy ra $\alpha = 180^\circ$

Câu 10: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của AC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

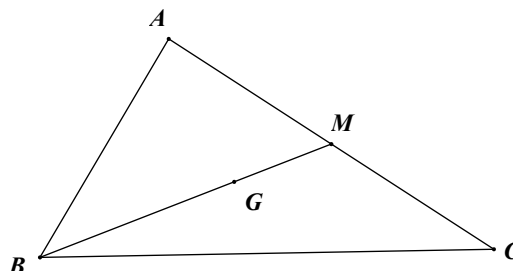
A. $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 11: Thời gian chạy cự li $100m$ của các bạn trong lớp được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	9,1	9,3	9,5	9,6	9,8
Tần số	15	12	7	10	5

Thời gian chạy trung bình cự li $100m$ của các bạn trong lớp là

- A.** 9,5. **B.** 9,4. **C.** 9,3. **D.** 9,6.

Lời giải

Thời gian chạy trung bình cự li $100m$ của các bạn trong lớp là:

$$\bar{x} = \frac{9,1 \cdot 15 + 9,3 \cdot 12 + 9,5 \cdot 7 + 9,6 \cdot 10 + 9,8 \cdot 5}{15 + 12 + 7 + 10 + 5} \approx 9,4$$

Câu 12: Kết quả kiểm tra môn toán của một nhóm học sinh trong một lớp được ghi lại trong bảng dưới đây:

Tên học sinh	An	Bình	Ca	Danh	Nam	Tính
Điểm	9	8	7	10	8	9

Độ lệch chuẩn δ của bảng số liệu trên là.

- A.** $\delta \approx 0,92$. **B.** $\delta \approx 0,95$. **C.** $\delta \approx 0,96$. **D.** $\delta \approx 0,97$.

Lời giải

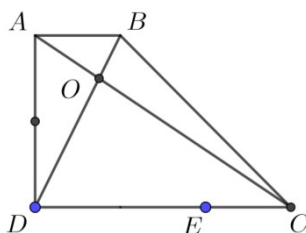
Ta có: $\bar{x} = \frac{9 + 8 + 7 + 10 + 8 + 9}{6} = \frac{51}{6} = 8,5$.

Suy ra: $\delta^2 = \frac{1}{6} (2(9 - 8,5)^2 + 2(8 - 8,5)^2 + (7 - 8,5)^2 + (10 - 8,5)^2) = \frac{11}{12}$.

Do đó $\delta = \sqrt{\frac{11}{12}} \approx 0,96$.

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = a$, $AD = 2a$, $DC = 3AB$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là điểm thuộc cạnh DC sao cho $DE = \frac{2}{3} DC$.

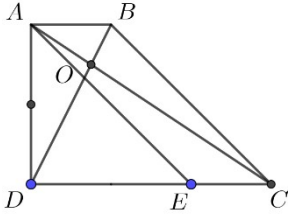


- a) $\overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$.
 c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}| = 2a$.

d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

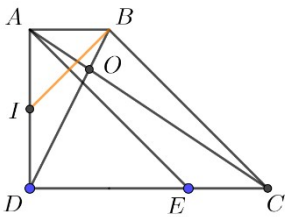
Lời giải

a) Đ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BA}$ ngược hướng, $DC = 3BA$ nên $\overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA}$



b) S

Từ giả thiết ta có $ABCE$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{AE}$.



c) S

Gọi I là trung điểm của AD .

$$|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{BI}| = 2BI = 2a\sqrt{2}$$

d) Đ Vì $O = AC \cap BD$ nên $\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{OC} + 3\overrightarrow{OA} = \vec{0}$.

$$|\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} + 3\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow 4MO = CB \Leftrightarrow OM = \frac{1}{4}CB$$

$$\Rightarrow OM = \frac{1}{4} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14: Một gia đình cần ít nhất 900 gam chất protein và 400 gam chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 gam thịt bò, 1100 gam thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Khi đó:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

a) là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

c) Gọi T là số tiền phải trả cho x thịt bò và y thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 35x + 45y$.

d) Gia đình đó mua $0,6$ kg thịt bò và $0,7$ kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

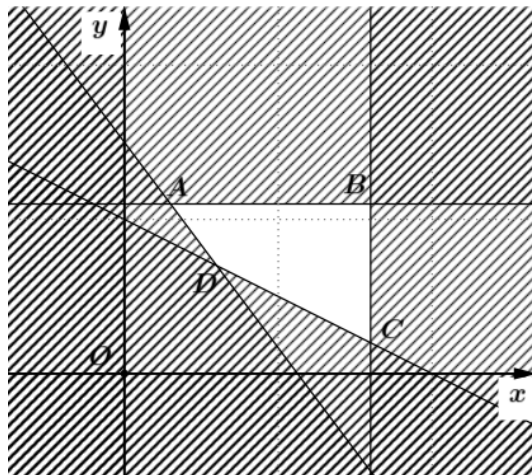
a) Đúng:

Giả sử gia đình đó mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất $0,9$ kg protein và $0,4$ kg lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$; $20\%x + 40\%y \geq 0,4$. Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$



b) Sai:

Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ được mô tả ở hình bên.

c) Sai:

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 45x + 35y$.

d) Đúng:

Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó:

$A(0,3;1,1); B(1,6;1,1); C(1,6;0,2); D(0,6;0,7)$.

Với $A(0,3;1,1)$ ta có $T = 45 \cdot 0,3 + 35 \cdot 1,1 = 52$

Với $B(1,6;1,1)$ ta có $T = 45 \cdot 1,6 + 35 \cdot 1,1 = 110,5$

Với $C(1,6;0,2)$ ta có $T = 45 \cdot 1,6 + 35 \cdot 0,2 = 79$

Với $D(0,6;0,7)$ ta có $T = 45 \cdot 0,6 + 35 \cdot 0,7 = 51,5$

So sánh các giá trị trên ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 51,5, khi đó $\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$

Câu 15: Cho tam giác ABC có $AC = 7$ cm, $AB = 5$ cm, $\hat{A} = 120^\circ$.

a) $BC = \sqrt{127}$ cm

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $R \approx 6,03$ cm

c) $\cos C \approx 0,91$

d) Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$. Khi đó độ dài cạnh $AM \approx 4,5\text{cm}$

Lời giải

a) s Áp dụng định lí cosin trong tam giác, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 109.$$

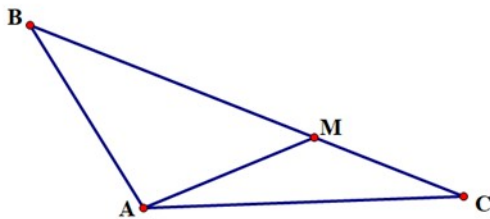
Do đó, $a = \sqrt{109}\text{ cm}$.

b) s Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \text{nên} \quad R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{109}}{2 \cdot \sin 120^\circ} \approx 6,03(\text{cm})$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{109 + 7^2 - 5^2}{2\sqrt{109} \cdot 7} \approx 0,91$$

c) s



d) s

$$\text{Ta có } MC = \frac{\sqrt{109}}{3}$$

$$AM^2 = AC^2 + MC^2 - 2 \cdot AC \cdot MC \cdot \cos C = 7^2 + \left(\frac{\sqrt{109}}{3}\right)^2 - 2 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{109}}{3} \cdot 0,91 \approx 16,77$$

$$\Rightarrow AM \approx 4,1$$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -18$.

b) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(4;-5)$.

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$.

d) $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

a) s Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 3); \overrightarrow{BC} = (0; -6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2 \cdot 0 + 3 \cdot (-6) = -18$.

b) s Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (2 - x; -2 - y), \overrightarrow{AB} = (-2; 3)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ -2 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases} \text{ hay } D(4; -5).$$

c) s Gọi $H(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (x - 4; y - 1), \overrightarrow{BH} = (x - 2; y - 4); \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (-2; -3)$

$$H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0(x-4) - 6(y-1) = 0 \\ -2(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \text{ hay } H\left(\frac{13}{2}; 1\right).$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{-18}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{36}} = \frac{-3}{\sqrt{13}}$$

d) s Ta có:

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hai tập hợp $A = [m-3; m+2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{Z}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $A \cap B \neq \emptyset$?

Lời giải

Đáp án: 12

Trước hết, ta tìm m để $A \cap B = \emptyset$.

$$\text{Để } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \leq -3 \\ m-3 \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 8 \end{cases}.$$

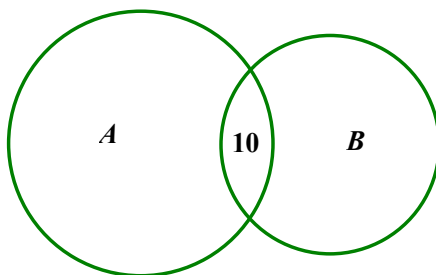
Vậy để $A \cap B \neq \emptyset$ thì $-5 < m < 8 \Rightarrow$ có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn ycbt.

Câu 18: Lớp 10A có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10A có 4 bạn không tham gia tiết mục nào.

Lời giải

Đáp án: 16

Gọi A là tập hợp học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, B là tập hợp học sinh tham gia tiết mục hát.



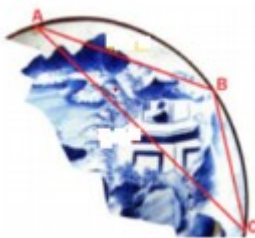
Số học sinh tham gia ít nhất một trong hai tiết mục là $45 - 4 = 41 \Rightarrow n(A \cup B) = 41$

Theo giả thiết ta có $n(A) = 35$, $n(A \cap B) = 10$.

Ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 41 = 35 + n(B) - 10 \Rightarrow n(B) = 16$.

Vậy lớp 10A có 16 học sinh tham gia tiết mục hát.

Câu 19: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa như hình vẽ và tiến hành đo đạc thu được kết quả $AB = 7 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$



Tính bán kính của chiếc đĩa này.

Lời giải

Đáp án: 4,04

Đặt $AB = c, AC = b, BC = a$. Gọi R là bán kính của đĩa

Ta có diện tích tam giác ABC là

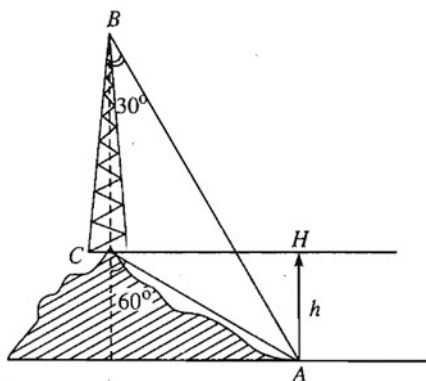
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10(10-5)(10-8)(10-7)} = 10\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

với $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+8+7}{2} = 10$

Mặt khác: $S = \frac{abc}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 10\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3} \approx 4,04$

Vậy bán kính của đĩa bằng 4,04

Câu 20: Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 90m. Đỉnh tháp B và chân tháp C nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Xác định chiều cao HA của ngọn đồi.



Lời giải

Đáp án: 45

Ta có $\angle ACH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\angle ACB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

Suy ra $\angle BAC = 30^\circ$. Do đó $\triangle ACB$ là tam giác cân tại C .

Khi đó, $CB = CA = 90m$

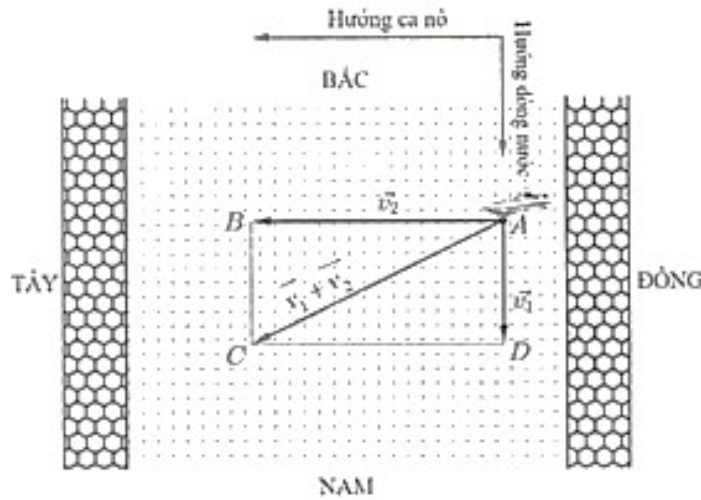
Lại có $\sin \angle ACH = \frac{HA}{AC} \Rightarrow HA = AC \cdot \sin \angle ACH = 90 \cdot \sin 30^\circ = 45m$

Vậy chiều cao của ngọn đồi là 45m.

Câu 21: Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc $10km/h$, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc $35km/h$ so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ?

Lời giải

Đáp án: 36,4



Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vectơ vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước. Khi đó vectơ vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Đặt $\vec{v}_1 = \vec{AD}, \vec{v}_2 = \vec{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

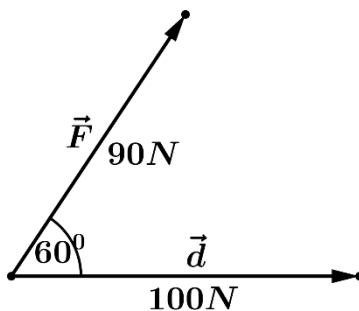
Theo định lí Py-ta-go: $AC = \sqrt{10^2 + 35^2} = 5\sqrt{53} \approx 36,4 \text{ km/h}$.

Vậy vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ $36,4 \text{ km/h}$.

Câu 22: Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn là 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m. Biết lực $\vec{F}$ hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$.

Lời giải

Đáp án: 4500



Công sinh bởi lực $\vec{F}$ được tính bằng công thức:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos(\vec{F}, \vec{d}) = 90 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 4500 \text{ (J)}$$

Vậy công sinh bởi lực $\vec{F}$ có độ lớn bằng 4500