

**PHẦN I. TÓM TẮT NỘI DUNG KIẾN THỨC****A. Số****Chương I. Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn**

- Khái niệm phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn
- Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn
- Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

**Chương II. Phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn**

- Phương trình quy về phương trình bậc nhất một ẩn
- Bất đẳng thức và tính chất
- Bất phương trình bậc nhất một ẩn

**B. Hình học****Chương IV. Hệ thức lượng trong tam giác vuông**

- Tỷ số lượng giác của góc nhọn
- Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông và ứng dụng

**PHẦN II. MỘT SỐ CÂU HỎI, BÀI TẬP THAM KHẢO****A. Bài tập trắc nghiệm****1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Khoanh tròn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng duy nhất

**Câu 1.** Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $2x^2 + 2 = 0$  .      B.  $3y - 1 = 5(y - 2)$  .      C.  $2x + \frac{y}{2} = 1$  .      D.  $3\sqrt{x} + y^2 = 0$  .

**Câu 2.** Phương trình nào dưới đây nhận cặp số  $(-2; 4)$  làm nghiệm

- A.  $x - 2y = 0$  .      B.  $2x + y = 0$  .      C.  $x - y = 2$  .      D.  $x + 2y + 1 = 0$  .

**Câu 3.** Khẳng định nào sau đây là đúng về đường thẳng biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình  $3x - y = 2$  ?

- A. vuông góc với trục tung.      B. vuông góc với trục hoành.  
C. đi qua gốc tọa độ.      D. đi qua điểm  $A(1; 1)$  .

**Câu 4.** Nghiệm tổng quát của phương trình  $3x + y = 6$  là

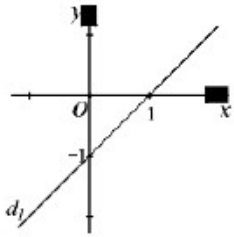
A.  $(x; -3x - 6)$  với  $x \in \mathbb{R}$  tùy ý.

B.  $(-3y + 6; y)$  với  $y \in \mathbb{R}$  tùy ý.

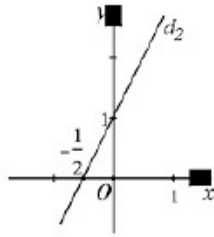
C.  $(x; -3x + 6)$  với  $x \in \mathbb{R}$  tùy ý.

D.  $(-3y - 6; y)$  với  $y \in \mathbb{R}$  tùy ý.

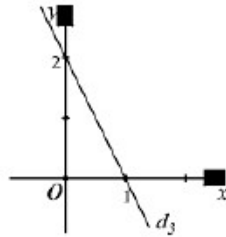
**Câu 5.** Cho các đường thẳng được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  như sau:



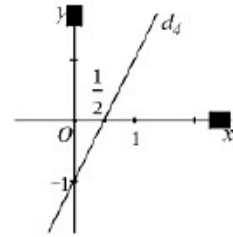
Hình a



Hình b



Hình c



Hình d

Tất cả các nghiệm của phương trình  $2x - y = 1$  được biểu diễn bởi đường thẳng nào?

A.  $d_1$ .

B.  $d_2$ .

C.  $d_3$ .

D.  $d_4$ .

**Câu 6.** Cặp số  $(-2; -3)$  là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A.  $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

**Câu 7.** Giá trị của  $a$  và  $b$  để cặp số  $(-2; 3)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} ax + y = 5 \\ 3x + by = 0 \end{cases}$  là

A.  $(a; b) = (-3; 3)$ .

B.  $(a; b) = (-2; 1)$ .

C.  $(a; b) = (2; -4)$ .

D.  $(a; b) = (-1; 2)$ .

**Câu 8.** Giá trị của  $a$  và  $b$  để đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $M(3; -5)$  và  $N(1; 2)$  là

A.  $a = \frac{7}{2}; b = -\frac{11}{2}$

B.  $a = -\frac{7}{2}; b = -\frac{11}{2}$

C.  $a = \frac{7}{2}; b = \frac{11}{2}$

D.  $a = -\frac{7}{2}; b = \frac{11}{2}$

**Câu 9.** Một ô tô đi quãng đường  $AB$  với vận tốc  $50 \text{ km/h}$ , rồi đi tiếp quãng đường  $BC$  với vận tốc  $45 \text{ km/h}$ . Biết quãng đường tổng cộng độ dài  $165 \text{ km}$  và thời gian ô tô đi trên quãng đường  $AB$  ít hơn thời gian đi trên quãng đường  $BC$  là  $30 \text{ phút}$ . Thời gian ô tô đi trên quãng đường  $AB$  là

A.  $2 \text{ giờ}$ .

B.  $1,5 \text{ giờ}$ .

C.  $1 \text{ giờ}$ .

D.  $3 \text{ giờ}$ .

**Câu 10.** Trong một kì thi, hai trường  $A, B$  có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả hai trường đó có 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% số học sinh trúng tuyển. Hỏi trường B có bao nhiêu học sinh?

- A. 200 học sinh.      B. 150 học sinh.      C. 250 học sinh.      D. 225 học sinh.

**Câu 11.** Phương trình  $x^2 - 4x + 3 = 0$  viết dưới dạng phương trình tích là

- A.  $(x+1)(x-3)=0$  .      B.  $(x+1)(x+3)=0$  .      C.  $(x-1)(x+3)=0$  .      D.  $(x-1)(x-3)=0$  .

**Câu 12.** Tổng các nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{3}x-3\right)(x+8)=0$  là

- A. 5 .      B. 1 .      C. -5 .      D. -1 .

**Câu 13.** Điều kiện xác định của phương trình  $\frac{x}{2x+1} + \frac{3}{x-5} = \frac{x}{(2x+1)(x-5)}$  là

- A.  $x \neq -\frac{1}{2}$  .      B.  $x \neq -\frac{1}{2}$  và  $x \neq 5$  .      C.  $x \neq -5$  .      D.  $x \neq \frac{1}{2}$  và  $x \neq -5$  .

**Câu 14.** Số nghiệm của phương trình  $\frac{1}{x-1} - \frac{7}{x-2} = \frac{1}{(x-1)(2-x)}$  là

- A. 0 .      B. 1 .      C. 2 .      D. 3 .

**Câu 15.** Phát biểu "  $x$  không lớn hơn -10 " được viết là

- A.  $x > -10$  .      B.  $x \geq -10$  .      C.  $x < -10$  .      D.  $x \leq -10$  .

**Câu 16.** Cho  $m$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $m-3 > m-4$  .      B.  $m-3 < m-5$  .      C.  $m-3 \geq m-2$  .      D.  $m-3 \leq m-6$  .

**Câu 17.** Biết rằng  $m > n$  với  $m, n$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $m-3 > n-3$  .      B.  $m+3 < n+3$  .      C.  $m-2 < n-2$  .      D.  $n+2 > m+2$  .

**Câu 18.** Hãy chọn khẳng định sai. Nếu  $a < b$  thì

- A.  $2a+1 < 2b+5$  .      B.  $7-3a > 4-3b$  .      C.  $7a-1 < 7b-1$  .      D.  $2-3a < 2-3b$  .

**Câu 19.** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- A.  $x + 2y > 0$  .      B.  $\frac{1}{x} - 3 > 0$       C.  $x^2 + 1 > 0$  .      D.  $\frac{x}{2} + 1 > 0$

**Câu 20.** Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình  $x(5x+1) + 4(x+3) \geq 5x^2$  là

- A.  $x = -3$  .      B.  $x = 0$  .      C.  $x = -1$  .      D.  $x = -2$  .

**Câu 21.** Cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$  . Khi đó  $\cos \angle ANP$  bằng

- A.  $\frac{MN}{NP}$  .      B.  $\frac{MP}{NP}$  .      C.  $\frac{MN}{MP}$  .      D.  $\frac{MP}{MN}$

**Câu 22.** Cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$  . Khi đó  $\tan \angle TNP$  bằng

- A.  $\frac{MN}{NP}$  .      B.  $\frac{MP}{NP}$  .      C.  $\frac{MN}{MP}$  .      D.  $\frac{MP}{MN}$

**Câu 23.** Cho  $\alpha$  và  $\beta$  là hai góc nhọn bất kì thỏa mãn  $\alpha + \beta = 90^\circ$  . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\tan \alpha = \sin \beta$  .      B.  $\tan \alpha = \cot \beta$  .      C.  $\tan \alpha = \cos \beta$  .      D.  $\tan \alpha = \tan \beta$  .

**Câu 24.** Cho góc nhọn  $\alpha$  thỏa mãn  $0^\circ < \alpha < 70^\circ$  và biểu thức:

$$A = \tan \alpha \cdot \tan(\alpha + 10^\circ) \cdot \tan(\alpha + 20^\circ) \cdot \tan(70^\circ - \alpha) \cdot \tan(80^\circ - \alpha) \cdot \tan(90^\circ - \alpha)$$

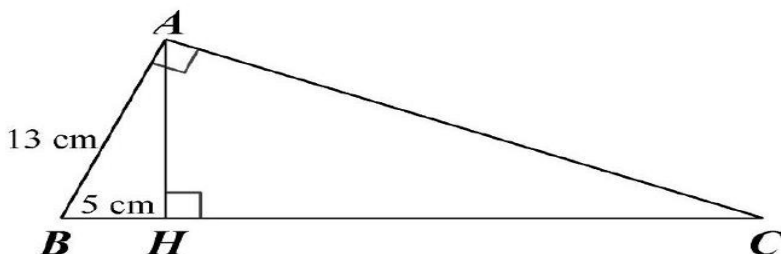
Giá trị của biểu thức  $A$  là

- A. 0 .      B. 1 .      C. 2 .      D. 3 .

**Câu 25.** Cho  $\square ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 4, BC = 5$  . Khi đó  $\tan B$  bằng

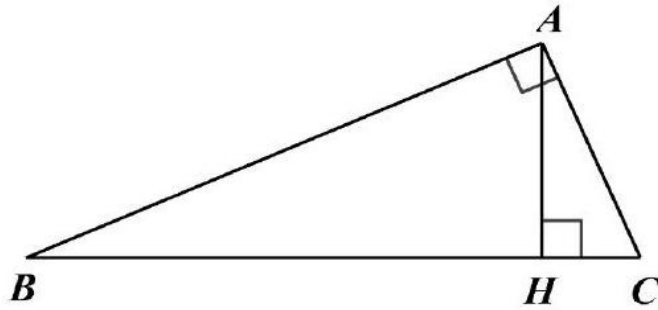
- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{3}{5}$  .      C.  $\frac{4}{5}$  .      D.  $\frac{4}{3}$  .

**Câu 26.** Cho  $\square ABC$  vuông tại  $A$  , có đường cao  $AH$  và  $AB = 13$  cm,  $BH = 5$  cm . Tỉ số lượng giác  $\sin C$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) bằng



- A.  $\sin C \approx 0,35$  .      B.  $\sin C \approx 0,37$  .      C.  $\sin C \approx 0,39$  .      D.  $\sin C \approx 0,38$  .

**Câu 27.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  có  $AC = 15 \text{ cm}$ ,  $CH = 6 \text{ cm}$ . Tỉ số lượng giác  $\cos B$  bằng



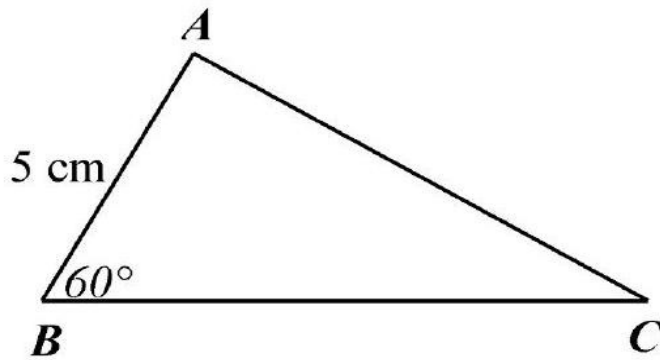
A.  $\cos B = \frac{5}{\sqrt{21}}$

B.  $\cos B = \frac{\sqrt{21}}{5}$

C.  $\cos B = \frac{3}{5}$

D.  $\cos B = \frac{2}{5}$

**Câu 28.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 5 \text{ cm}$ . Độ dài cạnh  $AC$  bằng



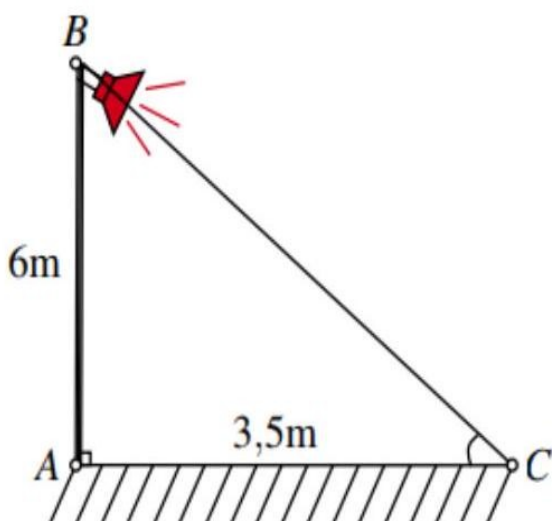
A. 10 cm.

B.  $\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$

C.  $5\sqrt{3} \text{ cm}$

D.  $\frac{5}{\sqrt{3}} \text{ cm}$

**Câu 29.** Một cột đèn  $AB$  cao 6 m có bóng in trên mặt đất là  $AC$  dài 3,5 m. Góc (làm tròn đến phút) mà tia sáng từ đèn  $B$  tạo với mặt đất là



- A.  $58^{\circ}45'$       B.  $59^{\circ}50'$       C.  $59^{\circ}45'$       D.  $59^{\circ}4'$

**Câu 30.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 8$ ,  $AC = 15$ ,  $BC = 17$ . Kẻ đường cao  $AH$ . Tỉ số lượng giác  $\cos \angle AHC$  bằng

- A.  $\frac{8}{15}$       B.  $\frac{17}{8}$       C.  $\frac{15}{17}$       D.  $\frac{8}{17}$

### ĐÁP ÁN

| Câu    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Đáp án | C  | B  | D  | C  | D  | C  | D  | D  | B  | B  |
| Câu    | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | D  | B  | B  | A  | D  | A  | A  | D  | D  | D  |
| Câu    | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| Đáp án | B  | D  | B  | B  | D  | D  | B  | C  | C  | D  |

### 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai cho mỗi ý a), b), c), d)

**Câu 31.** Cho phương trình  $x + 2y = 3$ .

- a) Cặp số  $(5; -1)$  là một nghiệm của phương trình đã cho.  
b) Phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn.

- c) Tất cả nghiệm của phương trình đã cho được biểu diễn bởi đường thẳng  $y = 3 - \frac{1}{2}x$ .
- d) Phương trình đã cho có vô số nghiệm, nghiệm tổng quát là  $(3 - 2y; y)$  với  $y \in \mathbb{R}$ .

**Câu 32.** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 6x - 3y = -12 & (1) \\ -2x + y = 4 & (2) \end{cases}$  bằng phương pháp thế theo các bước:

- a) Từ phương trình (2), ta có  $y = 2x + 4$ .
- b) Thay  $y = 2x + 4$  vào phương trình (1), ta được  $0x = 0$ .
- c) Phương trình  $0x = 0$  vô nghiệm.
- d) Nghiệm tổng quát của hệ phương trình đã cho là  $(2y + 4; y)$  với  $x \in \mathbb{R}$  tùy ý.

**Câu 33.** Một mảnh vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một số cây cải bắp.

- Dữ kiện 1: Nếu tăng thêm 8 luống, nhưng mỗi luống trồng ít đi 3 cây cải bắp thì số cải bắp của cả vườn sẽ ít đi 108 cây so với dự định;
- Dữ kiện 2: Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng thêm 2 cây thì số cải bắp cả vườn sẽ tăng thêm 64 cây so với dự định.

Gọi  $x$  là số luống trong vườn,  $y$  là số cây cải bắp trồng ở mỗi luống ( $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$ ).

- a) Mỗi liên hệ giữa  $x$  và  $y$  ở dữ kiện 1 là  $3x - 8y = 84$ .
- b) Mỗi liên hệ giữa  $x$  và  $y$  ở dữ kiện 2 là  $x - 2y = 36$ .
- c) Mỗi liên hệ giữa số cây và số luống là hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 8y = 84 \\ x - 2y = 36 \end{cases}$ .
- d) Số cây cải bắp dự định được trồng trên mảnh đất vượt quá 1000 cây.

**Câu 34.** Cho phương trình  $-2x^2 - x + 1 = 0$ .

- a) Phương trình đã cho viết được về dạng phương trình tích là  $(x + 1)(1 - 2x) = 0$ .
- b) Phương trình đã cho có hai nghiệm là  $x = 1; x = -\frac{1}{2}$ .
- c) Tổng bình phương của hai nghiệm tìm được của phương trình đã cho bằng  $\frac{5}{4}$ .
- d) Tích của hai nghiệm tìm được của phương trình đã cho bằng  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 35.** Cho phương trình  $1 + \frac{1}{2+x} = \frac{12}{x^3+8}$ .

- a) Điều kiện xác định của phương trình đã cho là  $x \neq -2$ .
- b) Khi quy đồng mẫu, mẫu thức chung của hai vế phương trình đã cho là  $(x^2 + 2x + 4)$
- c) Phương trình đã cho có ba nghiệm.
- d) Tất cả các nghiệm của phương trình đã cho đều có giá trị nguyên dương.

**Câu 36.** Cho  $a < b$ . Khi đó:

- a)  $4a - 2 > 4b - 2$ .
- b)  $6 - 3a < 6 - 3b$ .
- c)  $4a + 1 < 4b + 5$ .
- d)  $7 - 2a > 4 - 2b$ .

**Câu 37.** Cho bất phương trình  $m(2x+1) < 8$ .

- a) Bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$  với  $m \in \mathbb{R}$  tùy ý.
- b) Khi  $m = 1$ , bất phương trình đã cho có nghiệm là  $x < \frac{7}{2}$ .
- c) Khi  $m = -1$ , bất phương trình đã cho có nghiệm là  $x < -\frac{9}{2}$ .
- d) Khi  $m = -2$ , bất phương trình đã cho có nghiệm nguyên lớn nhất là  $-2$ .

**Câu 38.** Một quả táo có giá 22 nghìn đồng, một quả lê có giá 10 nghìn đồng. Bạn An có 300 nghìn đồng, bạn ấy muốn mua mỗi loại ít nhất 6 quả và tổng số hai loại quả mua được là nhiều nhất.

Gọi  $x$  (quả) là tổng số quả táo và quả lê bạn An có thể mua được ( $x \in \mathbb{N}, x \geq 12$ ).

- a) Do mỗi loại bạn An mua ít nhất 6 quả và giá của mỗi quả táo cao hơn mỗi quả lê, nên bạn An chỉ nên mua 6 quả táo để số quả lê mua được là nhiều nhất.
- b) Số tiền bạn An dùng để mua lê là  $10(x-6)$  (nghìn đồng).
- c) Bất phương trình biểu diễn số tiền bạn An dùng để mua hai loại quả là:  $10(x-6) \leq 300$
- d) Bạn An có thể mua được nhiều nhất 20 quả táo và lê.

**Câu 39.** Với  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ , ta có:

- a)  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$  b)  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  c)  $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$  d)  $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$ .

**Câu 40.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AB = 2a$  và  $B = \alpha$ . Kẻ đường trung tuyến  $AM$ . Khi đó:

- a)  $\sin \angle AMB = \cos \alpha$ .

b)  $BM = 2a \cdot \sin \alpha$ .

c)  $AM = 2a \cdot \cos \alpha$ .

d) Diện tích tam giác  $ABC$  là:  $S = 4a^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

**ĐÁP ÁN**

| Câu | Đáp án                           | Câu | Đáp án                           |
|-----|----------------------------------|-----|----------------------------------|
| 31  | a) Đ.    b) S.    c) S.    d) Đ. | 36  | a) S.    b) S.    c) Đ.    d) Đ. |
| 32  | a) Đ.    b) Đ.    c) S.    d) S. | 37  | a) S.    b) Đ.    c) S.    d) S. |
| 33  | a) Đ.    b) Đ.    c) Đ.    d) S. | 38  | a) Đ.    b) Đ.    c) Đ.    d) S. |
| 34  | a) Đ.    b) S.    c) Đ.    d) Đ. | 39  | a) Đ.    b) Đ.    c) S.    d) S. |
| 35  | a) Đ.    b) S.    c) S.    d) S. | 40  | a) Đ.    b) S.    c) S.    d) Đ. |

**3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn**

Viết câu trả lời/ đáp án mà không cần trình bày lời giải chi tiết.

**Câu 41.** Phương trình  $6x + 11y = 36$  có một nghiệm là  $(x_0; 1)$ . Có bao nhiêu số các số nguyên dương nhỏ hơn  $x_0$  ?

**Trả lời:**

**Câu 42.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} ax + 6y = 5 \\ 5x + by = 4 \end{cases}$  nhận cặp số  $(2; -1)$  làm nghiệm. Tính tổng bình phương của  $a$  và  $b$ .

**Trả lời:**

**Câu 43.** Cho phương trình  $\left(\frac{2}{5}x + 1\right)(2 - 3x) = 0$ .

Tính hiệu của nghiệm lớn và nghiệm bé của phương trình đó.

**Trả lời:**

**Câu 44.** Với giá trị nào của  $x$  thì hai biểu thức  $A = \frac{3}{3x+1} + \frac{2}{1-3x}$  và  $B = \frac{x-5}{9x^2-1}$  có cùng một giá trị?

**Trả lời:**

**Câu 45.** Một tam giác có độ dài các cạnh là  $1, 2, x$  ( $x$  là số nguyên). Tìm  $x$ .

**Trả lời:**

**Câu 46.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $m(2x+1) < 8x$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

**Trả lời:**

**Câu 47.** Hùng có số tiền không vượt quá 60000 đồng gồm 15 tờ với hai loại mệnh giá: 2000 đồng và 5000 đồng. Hỏi Hùng có nhiều nhất bao nhiêu tờ tiền mệnh giá 5000 đồng?

**Trả lời:**

**Câu 48.** Cho góc nhọn  $\alpha$  thỏa mãn  $0^\circ < \alpha < 50^\circ$ . Rút gọn biểu thức

$A = \sin(\alpha + 30^\circ) + \sin(\alpha + 40^\circ) - \cos(50^\circ - \alpha) + \cos(60^\circ - \alpha)$  về biểu thức chỉ chứa tỉ số lượng giác sin của một góc.

**Câu 49.** Cho  $\square ABC$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AH$  và  $CH = 4$  cm,  $BH = 3$  cm. Tính tỉ số lượng giác  $\cos C$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

**Trả lời:**

**Câu 50.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ , có  $\angle C = 50^\circ$ . Biết  $AB = 2$ ,  $AD = 1,2$ , diện tích hình thang  $ABCD$  bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Trả lời:**

### BẢNG ĐÁP ÁN

| Câu | Đáp án          | Câu | Đáp án                          |
|-----|-----------------|-----|---------------------------------|
| 41  | 4 số            | 46  | $m \neq 4$                      |
| 42  | $\frac{247}{4}$ | 47  | 10 tờ                           |
| 43  | $\frac{19}{6}$  | 48  | $A = 2 \sin(\alpha + 30^\circ)$ |
| 44  | $x = 0$         | 49  | 0,76                            |
| 45  | $x = 3$         | 50  | 3 đvdt                          |

## B. Bài tập tự luận

### 1. Số

#### Dạng 1. Giải phương trình và bất phương trình

**Bài 1.** Giải các phương trình sau:

a)  $9x^2(2x-3) = 0$       b)  $(x-1)(3x-6) = 0$       c)  $(x+2)(3-3x) = 0$ .

d)  $\left(\frac{2}{3}x+6\right)(8-2x)=0$  e)  $(4x+2)(x^2+1)=0$  f)  $(3x-4)(x+1)(2x-1)=0$   
 g)  $(3x-2)^2(x+1)(x-2)=0$  h)  $(2x+3)^2=(x-5)^2$  i)  $(6x-7)(3x+4)=(7-6x)(x-1)$   
 j)  $(3x-2)(x+1)=x^2-1$  k)  $-5(4x-1)(x-2)=2(4x-1)^2$  l.  $x^2-8x+12=0$ .

**Bài 2.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2}$  b)  $\frac{x^2-6}{x} = x + \frac{3}{2}$  c)  $\frac{3x}{4x-3} = -2$  d)  $\frac{3}{8x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{x^2}$   
 e)  $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2} + 7$  f)  $\frac{2}{x-3} = \frac{1}{x+2}$  g)  $\frac{3x-2}{x+7} = \frac{6x+1}{2x-3}$  h)  $\frac{2x+1}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{2}{x(x+1)}$   
 i)  $\frac{x+3}{x-3} = \frac{3}{x^2-3x} + \frac{1}{x}$  j)  $\frac{1}{x} - \frac{x+4}{x-4} = \frac{4}{4x-x^2}$  k)  $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{2+x} = \frac{x^2+16}{x^2-4}$   
 l.  $\frac{2x-5}{x+4} + \frac{x}{4-x} = \frac{-17x+56}{x^2-16}$ .

**Bài 3.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $8x+2 < 7x-1$   
 b)  $3x-8 > 4x-12$   
 c)  $3(x-2)-5 \geq 3(2x-1)$   
 d)  $5x-7(2x-5) < 2(x-1)$   
 e)  $(x-1)^2 < x(x+3)$   
 f)  $(x+3)(x-1) < (x+1)^2 - 4$   
 g)  $(x+2)(x+4) > (x-2)(x+8) + 26$   
 h)  $(x-4)^2 - (x+5)(x-5) \geq -8x+41$   
 i)  $\frac{x+1}{3} + \frac{x}{2} \geq 4$   
 j)  $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{2} \geq \frac{5x+4}{6}$ .

**Dạng 2. Giải hệ phương trình**

**Bài 4.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) 
$$\begin{cases} 3x+y=0 \\ x+2y=5. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 5y = 21 \\ -6x + 3y = -45. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -4x + 5y = 8 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x + 4y = -6 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$$

**Bài 5.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 5y = 16 \\ -x + 3y = -10. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + 3y = -10 \\ 2x + 3y = -1. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 0 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ -6x + 4y = 4 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x - 6y = 5 \\ x - 3y = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}y = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y = -1 \end{cases}$$

**Bài 6.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 8. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 2 \\ \frac{4}{x} - \frac{5}{y} = 3. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 12x + 3y = 4xy \\ \frac{9}{x} - \frac{8}{y} = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5. \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{3}{2x-y} - \frac{6}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} - \frac{1}{x+y} = 0. \end{cases} \begin{cases} \frac{5x}{x+1} + \frac{y}{y-3} = 27 \\ \frac{2x}{x+1} - \frac{3y}{y-3} = 4. \end{cases}$$

Dạng 3. Xác định hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  khi biết đồ thị của nó đi qua hai điểm cho trước

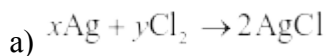
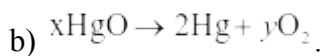
**Bài 7.** Xác định hàm số  $y = ax + b$  để đồ thị hàm số đó đi qua hai điểm cho trước trong mỗi trường hợp sau:

a)  $A(1; -1)$  và  $B(4; 5)$ .

b)  $C(-1; -5)$  và  $D(-6; 1)$ .

Dạng 4. Cân bằng phương trình hóa học

**Bài 8.** Tìm các hệ số  $x, y$  trong phản ứng hóa học được cân bằng sau:



Dạng 5. Giải bài toán thực tế bằng cách lập hệ phương trình

**Bài 9.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết tổng của hai chữ số đó bằng 10. Nếu thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số thì được số tự nhiên có ba chữ số, lấy số tự nhiên có ba chữ số này chia cho số cần tìm thì được thương là 7 và dư là 12.

**Bài 10.** Một ô tô dự định đi từ  $A$  đến  $B$  trong khoảng thời gian nhất định. Nếu ô tô chạy nhanh hơn  $10 \text{ km/h}$  mỗi giờ thì đến nơi sớm hơn so với dự định là 3 giờ. Nếu ô tô chạy chậm hơn  $10 \text{ km/h}$  mỗi giờ thì đến nơi chậm mất so với dự định là 5 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô.

**Bài 11.** Khi cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 1 giờ 20 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ

nhất chảy trong 10 phút và mở vòi thứ hai chảy trong 12 phút thì sẽ đầy được  $\frac{2}{15}$  bể. Hỏi nếu chảy riêng, mỗi vòi nước sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

**Bài 12.** Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến về mặt kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt kế hoạch  $18\%$ , và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch  $21\%$ . Vì vậy trong

thời gian quy định cả hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

**Bài 13.** Một chiếc thuyền xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài 40 km hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng 5 km bằng thời gian thuyền ngược dòng 4 km. Tính vận tốc dòng nước.

Dạng 6. Giải bài toán thực tế bằng cách lập phương trình

**Bài 14.** Một ca nô xuôi dòng từ bến sông  $A$  đến bến sông  $B$  cách nhau 24 km; cùng lúc đó, cũng từ  $A$  về  $B$  một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là  $4 \text{ km/h}$ . Khi đến  $B$  ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa tại địa điểm  $C$  cách  $A$  là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

**Bài 15.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 100 m, nếu tăng chiều rộng thêm 3 m và giảm bớt chiều dài đi 4 m thì diện tích mảnh vườn giảm  $2 \text{ m}^2$ . Tính diện tích của mảnh vườn ban đầu.

**Bài 16.** Một công nhân dự kiến làm 60 sản phẩm trong một ngày. Do cải tiến kỹ thuật, anh đã làm được 80 sản phẩm một ngày. Vì vậy, anh đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày và còn làm thêm được 40 sản phẩm nữa. Tính số sản phẩm anh công nhân phải làm theo kế hoạch.

## 2. Hình học

**Dạng 1. Rút gọn biểu thức tỉ số lượng giác của góc nhọn**

**Bài 17.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sin 23^\circ - \cos 67^\circ$ .

b)  $B = \tan 18^\circ - \cot 72^\circ$ .

c)  $C = \frac{\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ}{2 \cot 45^\circ}$ .

d)  $D = \cot 44^\circ \cdot \cot 45^\circ \cdot \cot 46^\circ$ .

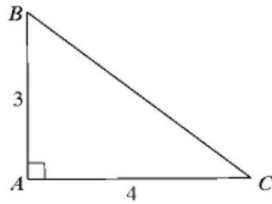
e)  $E = \sin 10^\circ + \sin 40^\circ - \cos 50^\circ - \cos 80^\circ$ .

f)  $F = 12 \cdot \tan 32^\circ \cdot \tan 58^\circ - \frac{8 \cdot \cot 35^\circ}{\tan 55^\circ}$

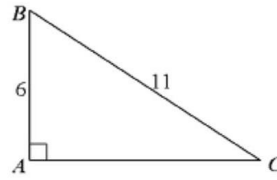
Dạng 2. Tính độ dài cạnh, số đo góc. Giải tam giác vuông

**Bài 18.** Giải tam giác vuông trong mỗi hình sau (làm tròn đến hàng phần trăm của đơn vị độ dài và làm

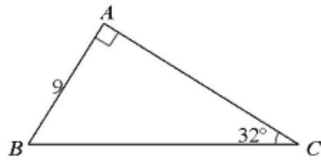
tròn đến phút của đơn vị số đo góc):



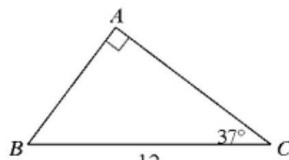
a)



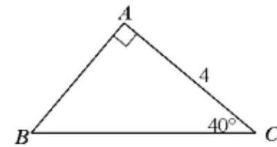
b)



c)



d)



e)

**Bài 19.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 4$  cm,  $BC = 4,5$  cm,  $B = 40^\circ$ . Tính độ dài  $AC$  và số đo góc  $C$  của  $\triangle ABC$ .

**Bài 20.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 9$  cm,  $C = 30^\circ$ .

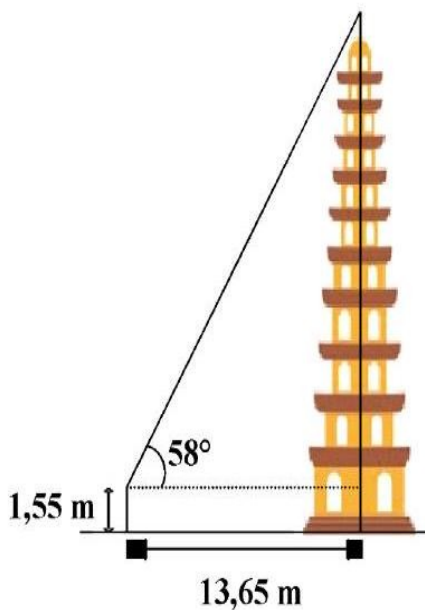
a) Giải tam giác  $ABC$ .

b) Kẻ đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  ( $H \in BC$ ). Tính  $AH, CH$ .

c) Kẻ  $AD$  là tia phân giác của  $BAC$  ( $D \in BC$ ). Tính  $AD$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

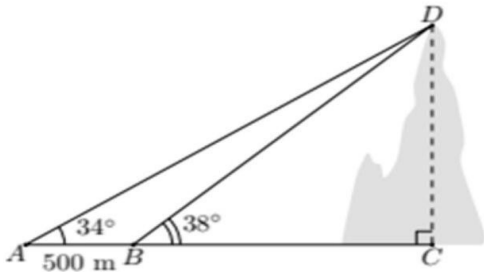
Dạng 3. Ứng dụng của tỉ số lượng giác của góc nhọn trong thực tế

**Bài 21.** Một người đứng cách chân tháp  $13,65$  m nhìn lên đỉnh tháp với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng  $58^\circ$ . Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng  $1,55$  m. Hỏi tháp cao bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

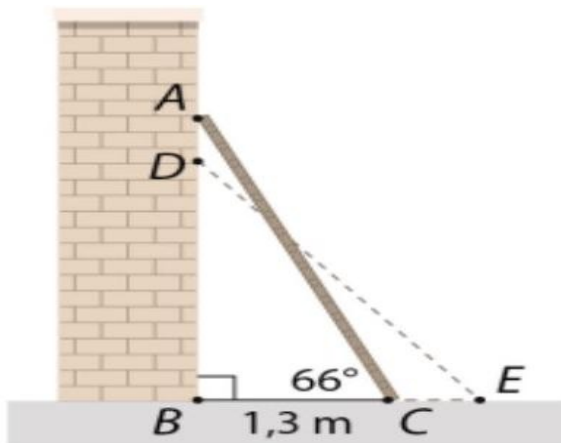


**Bài 22.** Hai trụ điện cùng chiều cao được dựng thẳng đứng hai bên lề đối diện một đại lộ rộng 80 m . Từ một điểm  $M$  trên mặt đường giữa hai trụ, người ta nhìn thấy hai trụ điện với góc nâng lần lượt là  $30^\circ$  và  $60^\circ$  . Tính chiều cao của trụ điện và khoảng cách từ điểm  $M$  đến gốc mỗi trụ điện (làm tròn đến hàng phần trăm của mét).

**Bài 23.** Tính chiều cao của một ngọn núi (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị), biết tại hai điểm  $A, B$  cách nhau 500 m , người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là  $34^\circ$  và  $38^\circ$  .



**Bài 24.** Một chiếc thang  $AC$  được dựng vào một bức tường thẳng đứng (hình vẽ).

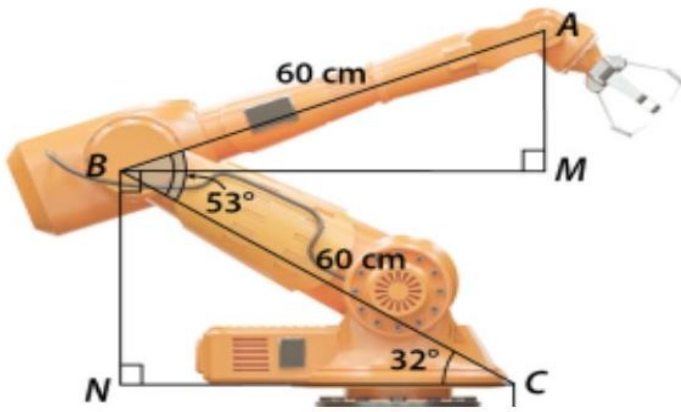


a) Ban đầu khoảng cách từ chân thang đến tường là  $BC = 1,3$  m và góc tạo bởi thang và phương nằm ngang là  $CB = 66^\circ$  , tính độ dài của thang.

b) Nếu đầu  $A$  của thang bị trượt xuống 40 cm đến vị trí  $D$  thì góc  $DEB$  tạo bởi thang và phương nằm ngang bằng bao nhiêu?

(Kết quả độ dài làm tròn đến hàng phần trăm của mét và số đo góc làm tròn đến phút)

**Bài 25.** Cánh tay robot đặt trên mặt đất và có vị trí như hình vẽ bên. Tính độ cao của điểm  $A$  trên đầu cánh tay robot so với mặt đất.



#### Dạng 4. Chứng minh đẳng thức

**Bài 26.** Cho tam giác nhọn  $ABC$ . Chứng minh:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} CA \cdot CB \cdot \sin C.$$

**Bài 27.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có ba đường cao  $AM, BN, CL$ . Chứng minh:

$$AN \cdot BL \cdot CM = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$$

**Bài 28.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Chứng minh rằng:

- $AB \cdot \sin B = AC \cdot \sin C$ .
- $BC = AB \cdot \cos B + AC \cdot \cos C$ .

**Bài 29.** Cho  $\square ABC$  vuông tại  $A$  có  $B = \alpha$ .

- Biểu diễn các tỉ số lượng giác của góc nhọn  $\alpha$  theo  $AB, BC, CA$ .
- Chứng minh rằng:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha; \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$$

#### 3. Một số dạng khác

**Bài 30.** Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 \leq 18$ .

Chứng minh rằng  $3ab + bc + ca \geq -27$ .

**Bài 31.** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}$$