

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		

$-\infty$

3

-1

$+\infty$

$-\infty$

3

-1

$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Câu 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = x - 5$. D. $y = -x - 5$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

- A. $2x - 2y + 4z - 21 = 0$. B. $x - 2z + 1 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. D. $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Câu 5. Điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, ta có bảng số liệu sau:

Mức lương	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$9; 10$
Tần số	4	5	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. $s^2 = 0,63$. B. $s^2 = 2,52$. C. $s^2 = 1,26$. D. $s^2 = 1,59$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$?

- A. $F(x) = x^3 + x^2 - 1$. B. $F(x) = x^3 + x^2 - x$.
C. $F(x) = x^3 + x^2 - x + 2026$. D. $F(x) = x^3 + x^2 - x - 1$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 3; 4)$, $P(7; 7; 5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

- A. $Q(6; 5; 2)$. B. $Q(-6; -5; -2)$.
C. $Q(-2; -3; -4)$. D. $Q(-4; -3; 0)$.

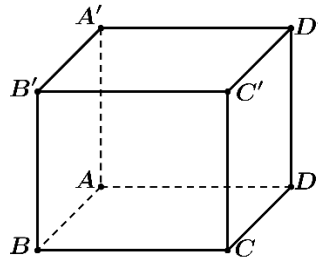
Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d , khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_n = u_{n-1} - d$. B. $u_n = u_{n-1} + d$. C. $u_n = u_{n-1} \cdot d$. D. $u_n = u_{n-1} + 2d$.

Câu 9. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $S = (1; 10)$. B. $S = (-\infty; 9)$. C. $S = (-\infty; 10)$. D. $S = (1; 9)$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 11. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$. B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$. D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 12. Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

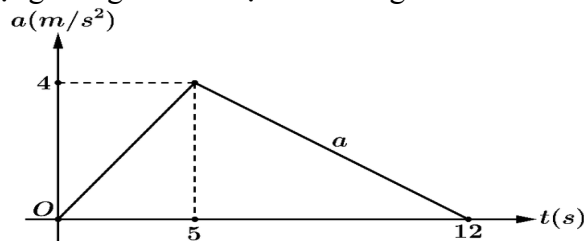
$$y' = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}.$$

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $y = x - 1$.
c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		+	0	-	+
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

Câu 2. Cho một vật bắt đầu chuyển động thẳng với đồ thị biểu diễn gia tốc theo thời gian như hình vẽ dưới đây.



- a) Tại thời điểm $t_1 = 5$ giây thì vận tốc của vật là 10 m/s
b) Tại thời điểm $t_2 = 10$ giây thì vận tốc của vật bằng 20 m/s
c) Quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên là 10 m
d) Quãng đường vật đi được trong 12 giây đầu tiên là 152 m

Câu 3. Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm, những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta

$$d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases}$$

thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng

Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng.

b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB , BC , AC nhỏ nhất. Ta có

$$m+n+b = \frac{200}{7}.$$

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn thẳng AB , BC , AC làm tròn đến hàng chục bằng $45,5m$

Câu 4. Có hai đội thi đấu môn bắn cung. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là $0,7$ và $0,8$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{4}{9}$.

b) Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là $\frac{34}{45}$.

c) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội II là $0,68$.

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội I nhỏ hơn $\frac{1}{2}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA . Góc giữa đường thẳng BM với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu độ (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

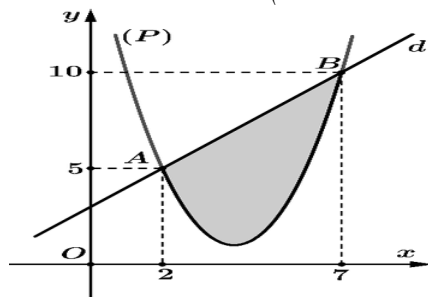
Câu 2: Một công ty kiến trúc đang thiết kế một kết cấu không gian 3D bằng thép cho phần mái vòm của một công trình triển lãm nghệ thuật. Bốn điểm A, B, C, D là các chốt cố định tại các vị trí trong không gian được gắn vào cột đỡ. Các kỹ sư cần thiết kế mặt phẳng AMN đi qua điểm A và hai điểm M, N lần lượt nằm trên các

thanh nối BC và BD sao cho: $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25}$. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$, giả sử $A(-1;2;0)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng: $ax + by + cz + 32 = 0$. Tổng $S = 2a - 3b + 4c$ bằng bao nhiêu (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 3. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên.

Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$. Khi đó tích phân $\int_2^7 (5x-3)f'(x)dx = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{2025}{a} + \frac{2026}{b}$ (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 4. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5; 0; 0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang

$$d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng d_1 . Tàu chở hàng C đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng

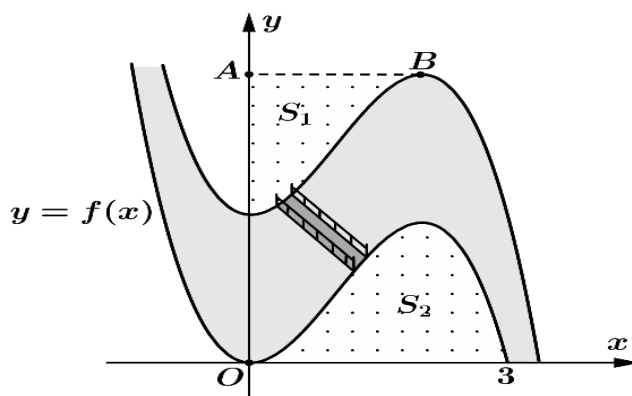
$$d_2 : \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 11 + s \\ z = 0 \end{cases}$$

. Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C . Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $T = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min} = \sqrt{a}$ (km), thì $a + 2025$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Hai mảnh vườn có diện tích là S_1 và S_2 được đặt trong hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục là $10m$ và nằm cạnh bên một con sông được tạo thành bởi đồ thị của hai hàm số

$y = f(x)$ và $y = f(x) + 2$. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba; $S_2 - S_1 = \frac{11}{2}$; $B(a; b)$ là

một điểm cực đại của hàm số $y = f(x) + 2$ và AB song song với trục hoành. Người ta muốn xây một cây cầu để nối hai mảnh vườn này. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu m? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 6. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2% . Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95% . Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1% .

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	D	C	D	A	A	B	D	C	A	B

PHẦN II

Câu	a	b	c	d
1	S	Đ	Đ	S
2	Đ	S	S	Đ
3	Đ	S	Đ	S
4	Đ	Đ	S	Đ

PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	60	313	679	2269	3,3	10

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Hướng dẫn

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Câu 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = x - 5$. D. $y = -x - 5$.

Hướng dẫn

Ta có $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2} = x - 5 + \frac{14}{x + 2}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - (x - 5)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{14}{x + 2} = 0$.

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị là đường thẳng $y = x - 5$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(3; 4; 1)$

B. $(-1; -2; 3)$

C. $(3; 5; 1)$

D. $(1; 2; 3)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x - 2y + 4z - 21 = 0$ B. $x - 2z + 1 = 0$

C. $3x - 2y + z - 12 = 0$ D. $3x - 2y + z + 12 = 0$

Hướng dẫn

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

$$3(x - 2) - 2(y + 1) + (z - 4) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$$

Câu 5. Điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, ta có bảng số liệu sau:

Mức lương	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$9; 10$
Tần số	4	5	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $s^2 = 0,63$

B. $s^2 = 2,52$

C. $s^2 = 1,26$

D. $s^2 = 1,59$

Hướng dẫn

Ta có bảng thống kê về mức lương theo giá trị đại diện như sau

Mức lương	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$9; 10$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Tần số	4	5	5	4	2

Số trung bình cộng của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 4 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{20} = 7,25$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{4 \cdot (5,5 - 7,25)^2 + 5 \cdot (6,5 - 7,25)^2 + 5 \cdot (7,5 - 7,25)^2 + 4 \cdot (8,5 - 7,25)^2 + 2 \cdot (9,5 - 7,25)^2}{20} = 1,59$$

Câu 6. Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$?

A. $F(x) = x^3 + x^2 - 1$

B. $F(x) = x^3 + x^2 - x$

C. $F(x) = x^3 + x^2 - x + 2026$

D. $F(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

Hướng dẫn

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 + 2x - 1) dx = x^3 + x^2 - x + C \quad (\text{Với } C \text{ là một hằng số}).$$

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 3; 4)$, $P(7; 7; 5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

A. $Q(6; 5; 2)$

B. $Q(-6; -5; -2)$

C. $Q(-2; -3; -4)$

D. $Q(-4; -3; 0)$

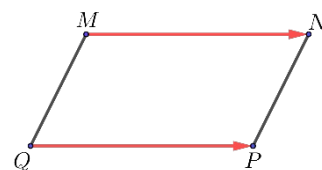
Hướng dẫn

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (1; 2; 3), \overrightarrow{QP} = (7 - x_Q; 7 - y_Q; 5 - z_Q)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 7 - x_Q \\ 2 = 7 - y_Q \\ 3 = 5 - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = 6 \\ y_Q = 5 \\ z_Q = 2 \end{cases}$$

$MNPQ$ là hình bình hành

Vậy $Q(6; 5; 2)$



Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n = u_{n-1} - d$

B. $u_n = u_{n-1} + d$

C. $u_n = u_{n-1} \cdot d$

D. $u_n = u_{n-1} + 2d$

Hướng dẫn

$\log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$

Câu 9. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

A. $S = (1; 10)$

B. $S = (-\infty; 9)$

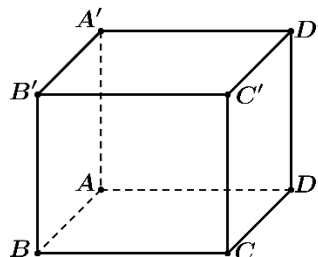
C. $S = (-\infty; 10)$

D. $S = (1; 9)$

Hướng dẫn

Ta có $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 2^3 \Leftrightarrow 1 < x < 9$

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{4a^3}{3}$

B. $4a^3$

C. $2a^3$

D. $\frac{2a^3}{3}$

Hướng dẫn

Diện tích hình vuông $ABCD$ cạnh a bằng a^2 .

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = 2a \cdot a^2 = 2a^3$

Câu 11. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$

Hướng dẫn

Mặt cầu có tọa độ tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 12. Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ là

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{8}{9}$

D. $\frac{2}{5}$

Hướng dẫn

Gọi A là biến cố lần 1 bốc được bi xanh.

Gọi B là biến cố lần 2 bốc được bi đỏ.

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

Ta có $P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; P(AB) = \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{45}$

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}$$

Suy ra

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

$$y' = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $y = x - 1$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

Hướng dẫn

a) Sai.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1}, \text{ TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

Đạo hàm

b) Đúng.

Tiệm cận:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - (x - 1)) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x - 1} = 0. \text{ Suy ra đường thẳng } y = x - 1 \text{ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

c) Đúng.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

d) Sai.

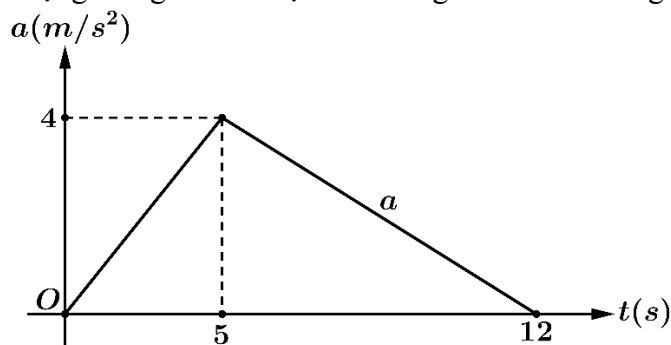
Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; -2), B(2; 2)$.

Đường thẳng AB có phương trình $y = 2x - 2$.

Đường thẳng AB cắt các trục Ox, Oy tại các điểm $C(1; 0), A(0; -2)$.

$$\text{Diện tích tam giác } OAC: S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} OA \cdot OC = 1.$$

Câu 2. Cho một vật bắt đầu chuyển động thẳng với đồ thị biểu diễn gia tốc theo thời gian như hình vẽ dưới đây.



a) Tại thời điểm $t_1 = 5$ giây thì vận tốc của vật là 10 m/s

- b) Tại thời điểm $t_2 = 10$ giây thì vận tốc của vật bằng 20 m/s
 c) Quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên là 10 m
 d) Quãng đường vật đi được trong 12 giây đầu tiên là 152 m

Hướng dẫn**a) Đúng**

Khi $0 \leq t \leq 5$ thì $v(t) = \int \frac{4t}{5} dt = \frac{2t^2}{5} + C_1$; $v(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow v(t) = \frac{2t^2}{5}$

Tại thời điểm $t_1 = 5$ giây thì vận tốc của vật là $v(5) = \frac{2 \cdot 5^2}{5} = 10 \text{ m/s}$

b) Sai

$$a = kt + l \Rightarrow \begin{cases} 5k + l = 4 \\ 12k + l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{4}{7} \\ l = \frac{48}{7} \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{4}{7}t + \frac{48}{7}$$

Ta có

Suy ra $v = \int \left(-\frac{4}{7}t + \frac{48}{7} \right) dt = -\frac{2t^2}{7} + \frac{48}{7}t + C_2$ mà $-\frac{2 \cdot 5^2}{7} + \frac{48}{7} \cdot 5 + C_2 = \frac{2 \cdot 5^2}{5} \Rightarrow C_2 = -\frac{120}{7}$

Vậy $v(t_2) = -\frac{2t^2}{7} + \frac{48}{7}t - \frac{120}{7} \Rightarrow v(10) = \frac{160}{7} \text{ (m/s)}$

c) Sai

Quãng đường vật đi được trong 5 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^5 \left| \frac{2t^2}{5} \right| dt = \frac{50}{3} \text{ (m)}$

d) Đúng

Quãng đường vật đi được trong 12 giây đầu tiên là:

$$S_2 = S_1 + \int_5^{12} \left| -\frac{2t^2}{7} + \frac{48}{7}t - \frac{120}{7} \right| dt = 152 \text{ (m)}$$

Câu 3. Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm, những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta

$$d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases}$$

thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng

Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng.

b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB , BC , AC nhỏ nhất. Ta có

$$m+n+b = \frac{200}{7}.$$

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn thẳng AB , BC , AC làm tròn đến hàng chục bằng 45,5m

Hướng dẫn

a) Đúng.

$$d: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=20 \end{cases}$$

Vì đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng d , trong đó điểm $A(0;0;20) \in Oz$ thuộc đường thẳng d và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(0;1;0) = \vec{j} \in Oy$. Do đó, đường ống dẫn dầu nằm trên mặt phẳng (Oyz) .

b) Sai.

Vì điểm đối xứng với $A(15;10;15)$ qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $A'(15;10;-15)$.

c) Đúng.

Vì $B(0;b;20)$ nằm trên đường d nên tọa độ phải có dạng $x=0$, $z=20$, y tùy ý.

Gọi $C(m;n;0)$ là điểm trên mặt đất. Ta cần tổng các đoạn đường $AB+BC+AC$ nhỏ nhất.

Tổng độ dài: $T=AB+BC+AC$ min khi $T=AB+CB+CA' \geq AB+A'B$ hay A',C,B thẳng hàng. Khi đó:

$$\begin{cases} AB_{\min} \text{ khi } AB \perp d \\ A'B_{\min} \text{ khi } A'B \perp d \end{cases} \Leftrightarrow d \perp (ABA')$$

Suy ra $b=10$

Vì $C(m;n;0)$ là điểm trên mặt đất và C là giao điểm $A'B$ và (Oxy) nên ta xét hệ sau:

$$\text{Phương trình đường thẳng } A'B \text{ là } \begin{cases} x=-3t \\ y=10 \\ z=20+7t \end{cases} \text{ giao với } (Oxy) \text{ nên } 20+7t=0 \Leftrightarrow t=-\frac{20}{7}$$

$$\text{Do đó tọa độ điểm } C \text{ là } \begin{cases} x=\frac{60}{7} \\ y=10 \\ z=0 \end{cases} \text{ hay } C\left(\frac{60}{7};10;0\right)$$

$$\text{Theo đề bài ta được: } m=\frac{60}{7}, n=10, b=10 \text{ nên } m+n+b=\frac{60}{7}+10+10=\frac{200}{7}$$

d) Sai.

Ta có: $A(15;10;15)$, $A'(15;10;-15)$, $B(0;10;20)$

$$AB=\sqrt{15^2+5^2}=5\sqrt{10}$$

$$A'B=\sqrt{15^2+35^2}=5\sqrt{58}$$

$$\text{Vậy } T=AB+A'B=5\sqrt{10}+5\sqrt{58}=53,89$$

Câu 4. Có hai đội thi đấu môn bắn cung. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là $0,7$ và $0,8$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{4}{9}$.

- b) Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là $\frac{34}{45}$.
- c) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội II là $0,68$.
- d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên đó thuộc đội I nhỏ hơn $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

a) Đúng.

Gọi A là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội I”.

Ta có $n(A) = 8$, $n(\Omega) = 18$. Do đó $P(A) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

b) Đúng.

Ta có: $\bar{A}$ là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội II”. Suy ra $P(\bar{A}) = \frac{5}{9}$.
 B là biến cố: “Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng”.

Khi đó ta có: $P(B|A) = 0,7$; $P(B|\bar{A}) = 0,8$.

Vì $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$

$$P(B) = \frac{4}{9} \cdot 0,7 + \frac{5}{9} \cdot 0,8 = \frac{34}{45}$$

c) Sai.

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} \quad P(\bar{A}|B) = \frac{\frac{5}{9} \cdot 0,8}{\frac{34}{45}} = \frac{10}{17}$$

Vi nên

d) Đúng.

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} \quad P(A|B) = \frac{\frac{4}{9} \cdot 0,7}{\frac{34}{45}} = \frac{7}{17} < \frac{1}{2}$$

Vi nên

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA . Góc giữa đường thẳng BM với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu độ?

Hướng dẫn

Đáp án:	6	0		
---------	---	---	--	--

Gọi O là giao điểm AC và BD , I là trung điểm của AO .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Do $MI \parallel SO$ nên $MI \perp (ABCD)$;

Suy ra $(BM, (ABCD)) = MBI$.

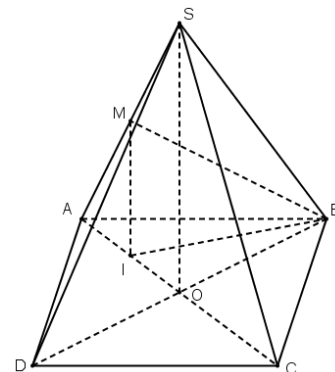
$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{30}}{2}$$

Xét tam giác SAO vuông có

$$MI = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{30}}{4}$$

Suy ra

Xét tam giác vuông BIO



có $BI = \sqrt{OB^2 + OI^2} = \sqrt{OB^2 + \frac{OB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$

$$\tan \angle MBI = \frac{MI}{BI} = \frac{\frac{a\sqrt{30}}{4}}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \sqrt{3}$$

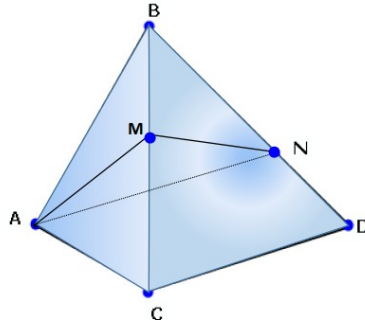
Khi đó, . Suy ra $\angle MBI = 60^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° .

Trả lời: 60

Câu 2: Một công ty kiến trúc đang thiết kế một kết cấu không gian 3D bằng thép cho phần mái vòm của một công trình triển lãm nghệ thuật. Bốn điểm A, B, C, D là các chốt cố định tại các vị trí trong không gian được gắn vào cột đỡ. Các kỹ sư cần thiết kế mặt phẳng AMN đi qua điểm A và hai điểm M, N lần lượt nằm trên các

thanh nối BC và BD sao cho: $2 \frac{BM}{BC} + 3 \frac{BN}{BD} = 10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25}$. Thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz, giả sử $A(-1; 2; 0)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(2; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng: $ax + by + cz + 32 = 0$. Tổng $S = 2a - 3b + 4c$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



A. 313.

Hướng dẫn

Đặt $x = \frac{BM}{BC}$, $y = \frac{BN}{BD} \Rightarrow \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 10$.

$$\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{6}{xy} = 25$$

Suy ra $\frac{2}{x}$ và $\frac{3}{y}$ là nghiệm của phương trình $t^2 - 10t + 25 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$.

Khi đó:

$$\overrightarrow{BM} = \frac{2}{5} \overrightarrow{BC} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right); \overrightarrow{BN} = \frac{3}{5} \overrightarrow{BD} \Rightarrow N\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}; -\frac{7}{5}\right).$$

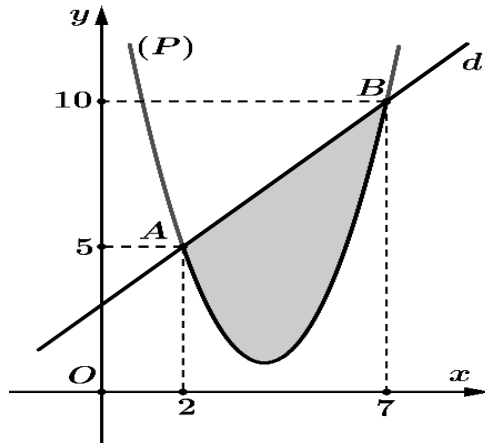
$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(\frac{7}{5}; -2; -\frac{4}{5}\right) \\ \overrightarrow{AN} = \left(\frac{11}{5}; \frac{7}{5}; -\frac{7}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AN}] = \left(\frac{42}{25}; \frac{5}{25}; \frac{61}{25}\right).$$

Do đó mặt phẳng (AMN) nhận vector $\vec{n} = (42; 5; 61)$ làm vector pháp tuyến;

$$\Rightarrow (AMN): 42x + 5y + 61z + 32 = 0$$

Vậy $S = 2.42 - 3.5 + 4.61 = 313$

Câu 3: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$. Khi đó tích phân $\int_2^7 (5x-3)f'(x)dx = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{2025}{a} + \frac{2026}{b}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. 679.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có điểm $A(2; 5)$ và $B(7; 10)$ thuộc đường thẳng d và Parabol (P)

Suy ra đường thẳng d có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (5; 5)$

$$d: y = x + 3$$

Phương trình đường thẳng

Gọi (P) có phương trình: $y = ax^2 + bx + c, (a > 0)$

$$\begin{aligned} A, B \in (P) &\Rightarrow \text{Hệ phương trình: } \begin{cases} 4a + 2b + c = 5 \\ 49a + 7b + c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4a - 2b + 5 \\ 49a + 7b + 5 - 4a - 2b = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} c = -4a - 2b + 5 \\ b = 1 - 9a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 + 14a \\ b = 1 - 9a \end{cases} \end{aligned}$$

Hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$

$$\Rightarrow \int_2^7 |x + 3 - (ax^2 + bx + c)| dx = \frac{125}{6} \Rightarrow \int_2^7 |x + 3 - [ax^2 + (1 - 9a)x + (3 + 14a)]| dx = \frac{125}{6}$$

$$\Leftrightarrow \int_2^7 [-ax^2 + 9ax - 14a] dx = \frac{125}{6} \Leftrightarrow \left(-\frac{ax^3}{3} + \frac{9ax^2}{2} - 14ax \right) \Big|_2^7 = \frac{125}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{125}{6}a = \frac{125}{6} \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = -8; c = 17$$

$$(P) \text{ có phương trình: } y = f(x) = x^2 - 8x + 17 \Rightarrow f'(x) = 2x - 8 \Rightarrow \int_2^7 (5x - 3)f'(x) dx = \frac{605}{3}$$

Câu 4. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5; 0; 0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng d_1 . Tàu chở hàng C đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng

$$d_2 : \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 11 + s \\ z = 0 \end{cases}$$

. Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C . Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $T = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min} = \sqrt{a}$ (km), thì $a + 2025$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn

Đáp án:	2	2	6	9
---------	---	---	---	---

Chúng ta cần tìm vị trí tối ưu của tàu du lịch B (tương ứng với điểm B) và tàu chở hàng C (tương ứng với điểm C) sao cho tổng quãng đường cứu hộ $T = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất.

Trong không gian $Oxyz$, ta có:

+ Hai đường thẳng d_1, d_2 cùng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): z = 0$ và $A \in (\alpha)$.

+ d_1 có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -2; 0)$; d_2 có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 1; 0)$.

Do $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0}$ nên d_1 cắt d_2 .

+ Gọi A_1, A_2 lần lượt là điểm đối xứng của A qua d_1 và d_2 .

+ Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với $d_1 \Rightarrow (P): x - 2y - 5 = 0$.

+ Gọi $I = (P) \cap d_1$, thì tọa độ của I là nghiệm của hệ

$$d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y - 5 = 0 \\ \Rightarrow I(3; -1; 0) \Rightarrow A_1(1; -2; 0) \end{cases}$$

+ Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với $d_2 \Rightarrow (Q): -x + y + 5 = 0$.

+ Gọi $J = (Q) \cap d_2$, thì tọa độ của J là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 2 - s \\ y = 11 + s \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -x + y + 5 = 0 \\ \Rightarrow J(9; 4; 0) \Rightarrow A_2(13; 8; 0) \end{cases}$$

+ Khi đó $T = AB + BC + CA = A_1B + BC + CA_2 \geq A_1A_2$

$\Rightarrow T$ đạt GTNN khi $T = A_1A_2 \Rightarrow P_{\min} = A_1A_2 = \sqrt{244}$ (km). Vậy $a + 2025 = 2269$

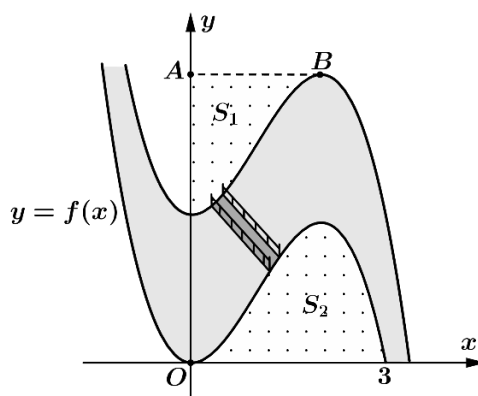
Dấu bằng xảy ra khi B, C, A_1, A_2 thẳng hàng.

Trả lời: 2269

Câu 5. Hai mảnh vườn có diện tích là S_1 và S_2 được đặt trong hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục là 10m và nằm cạnh bên một con sông được tạo thành bởi đồ thị của hai hàm số

$y = f(x)$ và $y = f(x) + 2$. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba; $S_2 - S_1 = \frac{11}{2}$; $B(a; b)$ là

một điểm cực đại của hàm số $y = f(x) + 2$ và AB song song với trục hoành. Người ta muốn xây một cây cầu để nối hai mảnh vườn này. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu m? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Hướng dẫn

Đáp án: 3, 3

Từ đồ thị ta gọi $f(x) = ax^2(x-3)$ thì $g(x) = f(x) + 2 = ax^2(x-3) + 2$

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 - 6ax = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (nhận)} \end{cases}$ nên tọa độ điểm $B(2; 2-4a)$

Diện tích mảnh vườn S_1 là: $S_1 = \int_0^2 [(2-4a) - (ax^3 - 3ax^2 + 2)] dx$

Diện tích mảnh vườn S_2 là: $S_2 = \int_0^3 (ax^3 - 3ax^2) dx$

Theo giả thiết $\int_0^3 (ax^3 - 3ax^2) dx - \int_0^2 [(2-4a) - (ax^3 - 3ax^2 + 2)] dx = \frac{11}{2} \Leftrightarrow a = -2$

Vậy $f(x) = -2x^2(x-3) = -2x^3 + 6x^2 \Rightarrow f'(x) = -6x^2 + 12x$

$g(x) = f(x) + 2 = -2x^3 + 6x^2 + 2 \Rightarrow g'(x) = -6x^2 + 12x$

Lấy điểm $M(m; -2m^2(m-3)) \in f(x)$ và $N(n; -2n^2(n-3)+2) \in g(x)$ sao cho tiếp tuyến tại M song song với tiếp tuyến tại N và tiếp tuyến tại M vuông góc với MN .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x_M) = g'(x_N) \\ g'(x_N) \cdot \frac{y_M - y_N}{x_M - x_N} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6m^2 + 12m = -6n^2 + 12n \\ (-6n^2 + 12n) \left(\frac{-2m^2(m-3) - (-2n^2(n-3)+2)}{m-n} \right) = -1 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Từ phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} m = n \\ m + n = 2 \end{cases} \Rightarrow m = 2 - n$ thay vào phương trình (2) giải (kết hợp casio) tìm được $n = 0,83654269161 \xrightarrow{\text{gán vào}} A$ suy ra $m = 2 - A \xrightarrow{\text{gán vào}} B$

Suy ra $MN_{\min} = \sqrt{(A-B)^2 + [(-2A^2(A-3)+2) - (-2B^2(B-3))]^2} \approx 0,33$

Mỗi đơn vị trên trục là 10 m nên độ dài ngắn nhất của cây cầu là $3,3$ m.

Trả lời: $3,3$

Câu 6. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi.

Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn

Đáp án:	1	0		
----------------	----------	----------	--	--

Gọi A là biến cố chọn được sản phẩm lỗi.

Gọi M, N lần lượt là biến cố hệ thống 1 kết luận sản phẩm lỗi, hệ thống 2 kết luận sản phẩm lỗi.

$$P(\bar{A} | (MN)) = \frac{P(\bar{A}(MN))}{P(MN)}.$$

Ta cần tính xác suất điều kiện:

Ta có $P(A) = 2\% = 0,02 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,98$ và

$P(M | A) = 95\% = 0,95; P(M | \bar{A}) = 1\% = 0,01.$

$P(N | (AM)) = 90\% = 0,9; P(N | (\bar{A}M)) = 5\% = 0,05.$

Ta có: $P(MN) = P(A(MN) \cup \bar{A}(MN)) = P(A(MN)) + P(\bar{A}(MN)).$

Mặt khác: $P(\bar{A}(MN)) = P(\bar{A}) \cdot P(M | \bar{A}) \cdot P(N | (\bar{A}M)) = 0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05$ và

$P(A(MN)) = P(A) \cdot P(M | A) \cdot P(N | (AM)) = 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9.$

Vậy $P(\bar{A} | (MN)) = \frac{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05}{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05 + 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9} = \frac{49}{1759} \approx 0,028 \Rightarrow a + b = 10.$

Vậy

Trả lời: 10