

CÁC DẠNG TOÁN BÀI CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

Dạng 1: Số trung bình cộng và một của mẫu số liệu ghép nhóm

- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{x}$ và được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}$$

- Trong đó: $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1:** Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.

$$M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$$

- Bước 2:** Một được xác định là M_0 , trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Thống kê cân nặng của 30 học sinh trong một lớp học thu được kết quả như sau:

Cân nặng (kg)									
54	42	53	63	58	54	63	70	59	49
73	49	66	60	55	48	65	63	56	51
61	57	69	67	63	52	60	56	49	44

a) Hãy tính cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên.

[40;50)

b) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là $[50;60)$ $[60;70)$ $[70;80)$; ; .

c) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong lớp từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên:

$$\bar{x} = (54 + 42 + 53 + 63 + 58 + 54 + 63 + 70 + 59 + 49 + 73 + 49 + 66 + 60 + 55 + 48 + 65 + 63 + 56 + 51 + 61 + 57 + 69 + 67 + 63 + 52 + 60 + 56 + 49 + 44) : 30 = 57,63$$

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Số học sinh	6	12	10	2

c) Ta có bảng thống kê cân nặng học sinh theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Cân nặng đại diện	45	55	65	75
Số học sinh	6	12	10	2

Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên: $(45.6 + 55.12 + 65.10 + 75.2) : 30 = 57,67$

Bài tập 2: Kết quả điều tra thời gian chờ khám (đơn vị: phút) của bệnh nhân tại phòng khám của một bệnh viện ở Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Tần số	4	5	8	3

Hãy ước lượng thời gian trung bình chờ khám bệnh và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Thời gian đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5
Tần số	4	5	8	3

Thời gian trung bình chờ khám bệnh $(22,5.4 + 27,5.5 + 32,5.8 + 37,5.3) : 20 = 30$

Bài tập 3: Thống kê chiều cao của 60 học sinh lớp 11 ở một trường trung học phổ thông (đơn vị: cm) thu được kết quả như sau:

157	163	146	150	176	162	147	151	176	161	149	152	177
165	148	153	176	169	152	155	170	144	168	160	170	143
167	160	170	142	166	160	165	141	174	161	166	144	173
162	175	156	161	172	175	157	162	171	176	160	158	170
176	164	159	170	175	163	160	170					

a) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là $[135;145)$, $[145;155)$, $[155;165)$, $[165;175)$, $[175;185)$.

b) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của học sinh trong lớp học đó từ bảng tần số ghép nhóm đã lập ở câu a.

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm chiều cao của 60 học sinh lớp 11:

Chiều cao (cm)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Tần số	5	9	19	17	10

b) Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện:

Chiều cao (phút)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Chiều cao đại diện	140	150	160	170	180
Tần số	5	9	19	17	10

Chiều cao trung bình là $(140.5 + 150.9 + 160.19 + 170.17 + 180.10) : 60 = 163$ cm.

Bài tập 4: Cân lần lượt 40 quả cam (đơn vị gram) ta được kết quả sau (mẫu số liệu)

85	86	86	86	86	86	87	87	87	87	87	88	88	88	88	89
89	89	89	89	89	89	90	90	90	90	90	91	91	91	92	93
93	93	93	94	94	94	94	94	94							

- a) Tính khối lượng trung bình của 40 quả cam
- b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	?	?	?	?	?

- c) Hãy ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam từ bảng tần số ghép nhóm trên.
- d) Dự đoán khối lượng quả cam xuất hiện nhiều nhất.

Lời giải

- a) Khối lượng trung bình của 40 quả cam là:

$$\bar{x} = \frac{85 + 86.5 + 87.5 + 88.4 + 89.7 + 90.5 + 91.3 + 92 + 93.4 + 94.6}{40} = 91.9 (g)$$

- b) Bảng tần số ghép nhóm:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	6	9	11	4	10

- c) Ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam.

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Giá trị đại diện	86	88	90	92	94
Số quả	6	9	11	4	10

$$\frac{86.6 + 88.9 + 90.11 + 92.4 + 94.10}{40} = 90,15(g)$$

Khối lượng trung bình của 40 quả cam xấp xỉ bằng:

- d) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [89;91)

$$u_m = 89; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 4; u_{m+1} - u_m = 91 - 89 = 2$$

Do đó:

$$M_0 = 89 + \frac{11-9}{(11-9) + (11-4)} \cdot 2 = \frac{805}{9} \approx 89,44(g)$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

89,44(g)
Vậy khả năng quả cam nặng là cao nhất.

Bài tập 5: Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X (đơn vị: nghìn đồng/ tháng), người ta ghi được bảng tần số ghép lớp sau đây:

Tiền lương	Số người
[800; 890]	15
[900; 990]	25
[1000; 1090]	28
[1100; 1190]	35
[1200; 1290]	40
[1300; 1390]	30
[1400; 1490]	27

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Hiệu chỉnh lại bảng số liệu ta có:

Tiền lương	[795; 895)	[895; 995)	[995; 1095)	[1095; 1195)	[1195; 1295)	[1295; 1395)	[1395; 1495)
Giá trị đại diện	845	945	1045	1145	1245	1345	1445
Số người	15	25	28	35	40	30	27

Thu nhập trung bình của công nhân xấp xỉ bằng:

$$\bar{x} = \frac{845.15 + 945.25 + 1045.28 + 1145.35 + 1245.40 + 1345.30 + 1445.27}{200} = 1174$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là

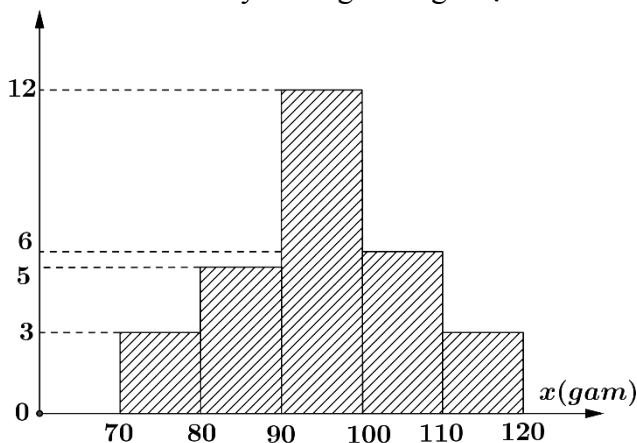
$$u_m = 1195; n_{m-1} = 35, n_{m+1} = 30, u_{m+1} - u_m = 1295 - 1195 = 100$$

Do đó

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 1195 + \frac{40 - 35}{(40 - 35) + (40 - 30)} \cdot 100 = \frac{3685}{3} \approx 1228,33$$

Bài tập 6: Kết quả đo khối lượng của 30 củ khoai tây ở nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Khối lượng 30 củ khoai tây

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Khối lượng	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Giá trị đại diện	75	85	95	105	115
Số củ	3	5	12	6	3

$$\frac{75.3 + 85.5 + 95.12 + 105.6 + 115.3}{30} = \frac{553}{6} \approx 92,17(g)$$

Khối lượng trung bình mỗi củ khoai tây là

$$[90;100)$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là

$$u_m = 90; n_{m-1} = 5, n_{m+1} = 6, u_{m+1} - u_m = 100 - 90 = 10$$

Do đó

$$M_0 = 90 + \frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 6)} \cdot 10 = \frac{1240}{13} \approx 95,38(g)$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi môn Toán của hai lớp 11A và 11B được cho trong bảng sau, biết mỗi lớp có 50 học sinh

Điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Lớp nào có điểm thi trung bình cao hơn

A. Điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B

B. Điểm thi trung bình của lớp 11B cao hơn lớp 11A

C. Điểm thi trung bình của lớp 11A bằng lớp 11B

D. Đáp án khác.

Lời giải

Ta có bảng thống kê điểm thi môn Toán theo giá trị đại diện

Điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Điểm thi đại diện	1	3	5	7	9
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Điểm thi trung bình của lớp 11A là $(1.2 + 3.4 + 5.12 + 7.28 + 9.4) : 50 = 6,12$ cm

Điểm thi trung bình của lớp 11B là $(1.4 + 3.10 + 5.17 + 7.14 + 9.5) : 50 = 5,24$ cm

Vậy điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B.

Câu 2: Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 (30 năm) được cho trong bảng sau

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)	[20;22)
Tần số	1	3	12	9	5

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A.** 15,7. **B.** 16,0. **C.** 17,5. **D.** 17,0.

Lời giải

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[16;18)$.

Nên ta có $u_m = 16, n_{m-1} = 3, n_m = 12, n_{m+1} = 9, u_{m+1} - u_m = 18 - 16 = 2$.

$$M_0 = 16 + \frac{12 - 3}{(12 - 3) + (12 - 9)} \cdot 2 = 17,5.$$

Mốt của mẫu số liệu trên là

Câu 3: Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là $100 - 90 = 10$.

Câu 4: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 chiếc lá và thu được kết quả như sau (đơn vị: mm)

Chiều dài (mm)	[5,45;5,85)	[5,85;6,25)	[6,25;6,65)	[6,65;7,05)	[7,05;7,45)	[7,45;7,85)
Tần số	5	9	15	19	16	8

Giá trị đại diện và độ dài của nhóm $[6,25;6,65)$ là

- A.** 6,05 và 0,2. **B.** 6,45 và 0,2. **C.** 6,05 và 0,4. **D.** 6,45 và 0,4.

Lời giải

$$\frac{6,25 + 6,45}{2} = 6,45$$

Giá trị đại diện của nhóm là

Độ dài của nhóm là $6,65 - 6,25 = 0,4$.

Câu 5: Thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[19;21)	[21;23)	[23;25)	[25;27)	[27;29)
Tần số	5	8	7	9	6

Dự đoán thời gian bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

- A.** 24,2 phút. **B.** 25,4 phút. **C.** 25,8 phút. **D.** 24,8 phút.

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian đi từ nhà đến trường của A theo giá trị đại diện

Thời gian (phút)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29)
Thời gian đại diện	20	22	24	26	28
Tần số	5	8	7	9	6

Thời gian trung bình bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là
 $(20.5 + 22.8 + 24.7 + 26.9 + 28.6) : 35 = 24,2$.

Câu 6: Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh lớp 11 được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45; 49)	[49; 53)	[53; 57)	[57; 61)	[61; 65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên xấp xỉ bằng:

- A.** 55,57(kg) **B.** 54,57(kg) **C.** 53,57(kg) **D.** 56,57(kg)

Lời giải

$$\bar{x} = \frac{47.4 + 51.5 + 55.7 + 59.7 + 63.5}{28} \approx 55,57(kg)$$

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên:

Câu 7: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Giá trị đại diện của nhóm $[2,5; 3)$ là:

- A.** 2,5 **B.** 2,75 **C.** 9 **D.** 3

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm $[2,5; 3)$ là: $\frac{2,5 + 3}{2} = 2,75$

Câu 8: Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31	19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3	12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

Ghép nhóm số liệu trên thành các nhóm

- $[0; 5); [5; 10); [10; 15); [15; 20); [20; 25); [25; 30); [30; 35)$ $[15; 20)$
 Tần số của nhóm là:
A. 8 **B.** 6 **C.** 10 **D.** 9

Lời giải

Tần số của nhóm $[15; 20)$ là: $n = 9$

Câu 9: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

Một của mẫu số liệu trên bằng

A. 45,5

B. 46,5

C. 45

D. 47,5

Lời giải

$$[40;50)$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là

$$u_m = 40; n_{m-1} = 6, n_{m+1} = 12, u_{m+1} - u_m = 50 - 40 = 10$$

Do đó

$$M_0 = 40 + \frac{15-6}{(15-6)+(15-12)} \cdot 10 = 47,5$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 10: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:

Số sách	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]	[31; 35]	[36; 40]	[41; 45]	[46; 50]
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 32

B. 34

C. 33

D. 35

Lời giải

Do số sách là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số sách	[15,5; 20,5)	[20,5; 25,5)	[25,5; 30,5)	[30,5; 35,5)	[35,5; 40,5]	[40,5; 45,5]	[45,5; 50,5)
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

$$[30,5; 35,5)$$

Ta có nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm

$$u_m = 30,5 \quad n_{m-1} = 15 \quad n_m = 27 \quad n_{m+1} = 22 \quad u_{m+1} - u_m = 35,5 - 30,5 = 5$$

Do đó

$$M_0 = 30,5 + \frac{27-15}{(27-15)+(27-22)} \cdot 5 = \frac{1157}{34} \approx 34$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 11: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

A. 8,2375(h)

B. 8,4375(h)

C. 8,754(h)

D. 8,457(h)

Lời giải

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2,5 + 16 \times 7,5 + 4 \times 12,5 + 2 \times 17,5 + 2 \times 22,5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8,4375 \quad (h)$$

Câu 12: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 28 . B. 23 . C. 32 . D. 25 .

Lời giải

$$\bar{x} = \frac{12,5 \cdot 2 + 17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 15 + 27,5 \cdot 8 + 32,5 \cdot 9 + 37,5 \cdot 1}{40} = 25$$

Số trung bình cộng của mẫu:

Câu 13: Tìm cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

- A. 51,81 . B. 57,6 . C. 58,7 . D. 52,6 .

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 43 + 7 \cdot 48 + 16 \cdot 53 + 4 \cdot 58 + 2 \cdot 63 + 3 \cdot 68}{42} \approx 51,81 (kg)$$

Câu 14: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 17,42 . B. 14,56 . C. 17,16 . D. 12,67 .

Lời giải

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm $[10,5; 20,5]$.

$$u_m = 10,5, u_{m+1} = 20,5, n_m = 10, n_{m+1} = 6; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 10.$$

Ta có:

$$M_o = 10,5 + \frac{10 - 2}{(10 - 2) + (10 - 6)} \times 10 = 17,16$$

Do đó:

Câu 15: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 18,37 B. 19,37 C. 19,73 D. 18,73

Lời giải

Tần số lớn nhất là 24 nên nhóm chứa một là nhóm $[18,5; 21,5]$.

$$u_m = 18,5, u_{m+1} = 21,5, n_m = 24, n_{m+1} = 15; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 3.$$

Ta có:

$$M_o = 18,5 + \frac{24-15}{(24-15)+(24-2)} \times 3 = 18,5 + \frac{27}{31} \approx 19,37$$

Một của mẫu số liệu:

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Giá trị đại diện nhóm $[150;155)$ bằng 152,5
- b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là: 163,7 (gam)
- c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là: 162,1 (gam)
- d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A .

Lời giải

a) Đúng: Bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (gam)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

b) Sai: Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là:

$$\bar{x}_A = \frac{152,5 \cdot 2 + 157,5 \cdot 6 + 162,5 \cdot 12 + 167,5 \cdot 4 + 172,5 \cdot 1}{25} = 161,7 \text{ (gam)}.$$

c) Sai: Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là:

$$\bar{x}_B = \frac{152,5 \cdot 1 + 157,5 \cdot 3 + 162,5 \cdot 7 + 167,5 \cdot 10 + 172,5 \cdot 4}{25} = 165,1 \text{ (gam)}.$$

d) Đúng: Ta thấy $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ nên nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A .

Câu 2: Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

- a) Giá trị đại diện nhóm $[50; 60)$ là 55
- b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50; 60)$
- c) Nhóm chứa một là nửa khoảng $[30; 40)$
- d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Lời giải

- a) Đúng: Nhóm chứa một là nửa khoảng $[30; 40)$.
- b) Đúng: Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50; 60)$
- c) Đúng: Khi đó: $u_m = 30, n_m = 16, n_{m-1} = 12, n_{m+1} = 7, u_{m+1} - u_m = 40 - 30 = 10$.

$$M_0 = 30 + \frac{16 - 12}{(16 - 12) + (16 - 7)} \cdot 10 = \frac{430}{13} \approx 33,08$$

Ta có một là:

- c) Sai: Vậy độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 33 tuổi.

Câu 3: Một nhà thực vật học đo chiều dài trung bình của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45;5,85)	5,65	5
[5,85;6,25)	6,05	9
[6,25;6,65)	6,45	15
[6,65;7,05)	6,85	19
[7,05;7,45)	7,25	16
[7,45;7,85)	7,65	8
[7,85;8,25)	8,05	2

a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây xấp xỉ bằng $6,4$ (milimet)

b) Độ dài nhóm là $0,4$

c) Nhóm chứa một là: $[7,05;7,45)$

d) Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng $6,65$.

Lời giải

a) Sai: Chiều dài trung bình của 74 lá cây là:

$$\bar{x} = \frac{5,65 \cdot 5 + 6,05 \cdot 9 + 6,45 \cdot 15 + 6,85 \cdot 19 + 7,25 \cdot 16 + 7,65 \cdot 8 + 8,05 \cdot 2}{74} = \frac{5029}{740} \approx 6,8 \text{ (mm)}$$

b) Đúng: Độ dài nhóm là $0,4$

c) Sai: Nhóm chứa một là: $[6,65;7,05)$

Trong đó: $u_m = 6,65; u_{m+1} = 7,05; u_{m+1} - u_m = 0,4; n_m = 19; n_{m-1} = 15; n_{m+1} = 16$

$$M_0 = 6,65 + \frac{19-15}{(19-15) + (19-16)} \cdot 0,4 \approx 6,88.$$

d) Sai: Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 4: Số cuộc điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: $8,1$.

b) Nhóm chứa một là: $[5,5;8,5)$.

c) Một của mẫu số liệu ghép nhóm là

d) Người đó thực hiện tối đa khoảng 8 cuộc gọi mỗi ngày.

Lời giải

a) Sai: Ta viết lại bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Số cuộc gọi	[2, 5; 5, 5)	[5, 5; 8, 5)	[8, 5; 11, 5)	[11, 5; 14, 5)	[14, 5; 17, 5)
Giá trị đại diện	4	7	10	13	16
Số ngày	5	13	7	3	2

$$\bar{x} = \frac{4.5 + 7.13 + 10.7 + 13.3 + 16.2}{30} = 8,4.$$

Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là:

$$[5,5; 8,5)$$

b) Đúng: Nhóm chứa một là:

$$u_m = 5,5; u_{m+1} = 8,5 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 3; n_m = 13; n_{m-1} = 5; n_{m+1} = 7$$

Ta có:

$$M_0 = 5,5 + \frac{13 - 5}{(13 - 5) + (13 - 7)} \cdot 3 = \frac{101}{14} \approx 7,21.$$

c) Đúng: Vậy một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

d) Sai: Vậy người đó thực hiện tối đa khoảng 7 cuộc gọi mỗi ngày.

Câu 5: Thống kê số giờ tự học của học sinh tại một trường THPT trong một tuần, người ta ghi được kết quả sau (đơn vị: giờ).

14	12,5	15	16,5	17	14,5	13	15,5	16,5	17,5
16,5	18,5	19	20	19,5	17	16,5	14	18	21
15,5	13,5	12,5	14,5	17,5	19	19,5	20,5	20	17
14,5	13	14,5	18	16	15	13	18,5	14,5	12,5

a) Tổng số giờ tự học của học sinh là: 829,5 giờ.

b) Tổng hợp kết quả tự học của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Giờ tự học	[12, 5; 14, 5)	[14, 5; 16, 5)	[16, 5; 18, 5)	[18, 5; 20, 5)	[20, 5; 22, 5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

c) Thời gian trung bình học của mỗi học sinh dựa vào bảng tần số ghép nhóm tìm được ở ý b) là: 16,78.

d) Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,28 giờ.

Lời giải

a) Sai: Tổng số giờ tự học của học sinh là: 819,5 giờ.

giờ.

b) Đúng:

Giờ tự học	[12, 5; 14, 5)	[14, 5; 16, 5)	[16, 5; 18, 5)	[18, 5; 20, 5)	[20, 5; 22, 5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

c) Đúng:

Giờ tự học	[12, 5; 14, 5)	[14, 5; 16, 5)	[16, 5; 18, 5)	[18, 5; 20, 5)	[20, 5; 22, 5)
Giá trị đại diện	13,5	15,5	17,5	19,5	21,5
Số học sinh	9	13	17	9	2

$$\bar{x} = \frac{9 \cdot 13,5 + 13 \cdot 15,5 + 17 \cdot 17,5 + 9 \cdot 19,5 + 2 \cdot 21,5}{50} = 16,78.$$

Thời gian tự học trung bình:

d) Sai: Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,78 giờ.

Câu 6: Một nhà nghiên cứu ghi lại thời gian (giờ) sử dụng Facbook của 30 học sinh trong 02 tuần. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21	17	22	18	20	17	15	13	15	20
15	12	18	17	25	17	21	15	12	18
16	23	14	18	19	13	16	19	18	17

16,37

b) Tổng hợp kết quả thời gian sử dụng Facebook của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

[15;18)

16,91.

Lời giải

a) Sai: Tổng số thời gian sử dụng Facebook của 30 học sinh là: 521 giờ.

$$\bar{x} = \frac{521}{30} = 17,37$$

giờ.

b) Đúng:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

c) Đúng: Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[15;18)$.

$$u_m = 15; n_{m-1} = 5; n_m = 12; n_{m+1} = 8; u_{m+1} - u_m = 18 - 15 = 3, 0$$

d) Đúng: Do đó:

$$M_0 = 15 + \frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 8)} \cdot 3 = 16,91.$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Khảo sát số lần sử dụng Facebook của một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số lần sử dụng FB	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	2	5	11	8	4

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Do số lần sử dụng Facebook là số nguyên nên ta chỉnh lại như sau:

Số lần sử dụng FB	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	2	5	11	8	4

Nhóm chứa một là $[8,5;11,5)$ do đó: $u_m = 8,5; n_{m-1} = 5; n_{m+1} = 8; u_{m+1} - u_m = 11,5 - 8,5 = 3$

$$M_0 = 8,5 + \frac{11 - 5}{(11 - 5) + (11 - 8)} \cdot 3 = 10,5$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 2: Bảng sau cho ta cân nặng của học sinh một lớp 11:

Cân nặng (kg)	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2

Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó.

Lời giải

Bảng thống kê cân nặng của học sinh theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63
Số học sinh	10	7	16	4	2

Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó là:

$$\bar{x} = \frac{43 \cdot 10 + 48 \cdot 7 + 53 \cdot 16 + 58 \cdot 4 + 63 \cdot 2}{39} \approx 50,56 \quad (\text{kg})$$

Câu 3: Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Số cây	36	45	83	65	21

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Giá trị đại diện	8,65	8,95	9,25	9,55	9,85
Số cây	36	45	83	65	21

Chiều cao trung bình của 250 cây dừa đột biến xấp xỉ bằng:

$$\frac{8,65 \cdot 36 + 8,95 \cdot 45 + 9,25 \cdot 83 + 9,55 \cdot 65 + 9,85 \cdot 21}{250} = 9,238$$

[9,1;9,4)

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

$$u_m = 9,1; n_{m-1} = 45; n_{m+1} = 65; u_{m+1} - u_m = 9,4 - 9,1 = 0,3$$

Do đó:

$$M_o = 9,1 + \frac{83 - 45}{(83 - 45) + (83 - 65)} \cdot 0,3 \approx 9,3.$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 4: Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Công ty bất động sản Đất Vàng nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu xây nhà?

Lời giải

[18;22)

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

$$u_m = 18; n_{m-1} = 105; n_{m+1} = 96; u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$$

Do đó:

$$M_o = 18 + \frac{179 - 105}{(179 - 105) + (179 - 96)} \cdot 4 \approx 19,9$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty bất động sản Đất Vàng xây nhà ở mức giá 19,9 triệu đồng/ mét vuông thì sẽ có nhiều người mua nhất.

Câu 5: Người ta tiến hành phỏng vấn 50 người về phim chiếu rạp Lật mặt 6 của Lý Hải. Người điều tra yêu cầu cho điểm phim theo thang điểm 100. Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây:

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số người	4	7	9	18	12

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Lời giải

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Giá trị đại diện	55	65	75	85	95
Số người	4	7	9	18	12

$$\frac{55.4 + 65.7 + 75.9 + 85.18 + 95.12}{50} = 80,4$$

Điểm trung bình đánh giá phim Lật Mặt 6 bằng:

[80; 90)

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

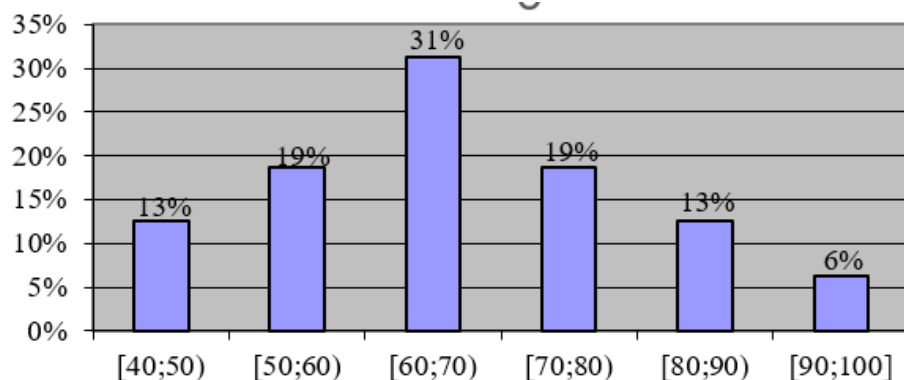
$$u_m = 80; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 12; u_{m+1} - u_m = 90 - 80 = 10$$

Do đó:

$$M_o = 80 + \frac{18 - 9}{(18 - 9) + (18 - 12)} \cdot 10 = 80,6$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 6: Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Hãy ước lượng một của mẫu số liệu trên?

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

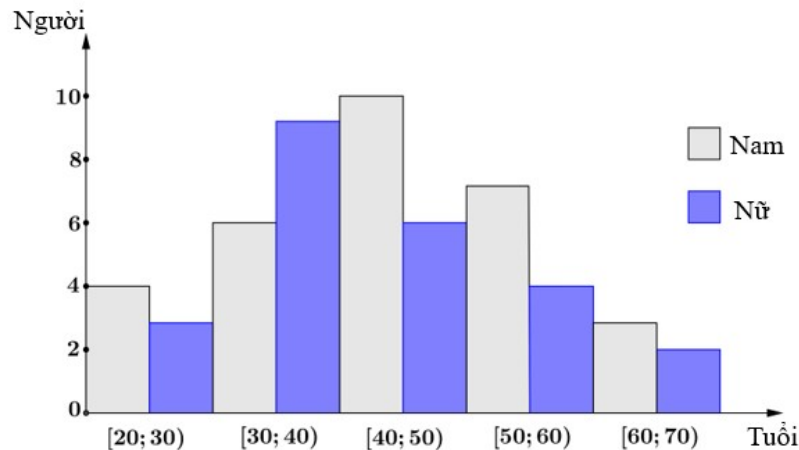
Lớp điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100]
Tần số	4	6	10	6	4	2

[60;70)

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: . Một của mẫu số liệu là:

$$60 + \frac{10 - 6}{10 - 6 + 10 - 6} \cdot 10 = 65$$

Câu 7: Một đại lý bảo hiểm đã thống kê số lượng khách mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày ở biểu đồ sau:



Biểu đồ số lượng khách hàng theo giới tính và độ tuổi

Hãy sử dụng dữ liệu trên để tư vấn cho đại lý bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở độ tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Lời giải

$$M_o = 40 + \frac{10 - 6}{(10 - 6) + (10 - 7)} \cdot 10 \approx 46$$

Một của mẫu số liệu đối với khách hàng nam là

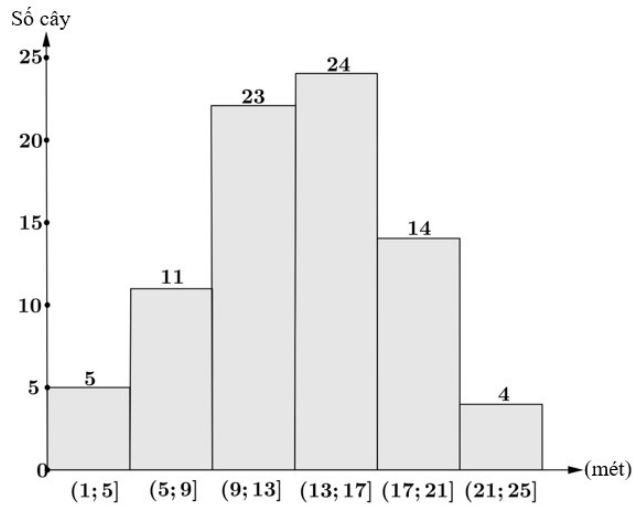
Nên với nam ở độ tuổi từ ⁴⁰ đến ⁵⁰ có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi ⁴⁶.

$$M_o = 30 + \frac{9 - 3}{(9 - 3) + (9 - 6)} \cdot 10 \approx 37$$

Một của mẫu số liệu đối với khách hàng nữ là

Nên với nữ ở độ tuổi từ ³⁰ đến ⁴⁰ có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi ³⁷.

Câu 8: Kết quả đo chiều cao của 81 cây tre 2 năm tuổi ở một ngọn đồi được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây. Chiều cao 81 cây tre 2 năm tuổi:



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Chiều cao	[1; 5]	[5; 9]	[9; 13]	[13; 17]	[17; 21]	[21; 25]
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19	23
Số cây	5	11	23	24	14	4

Chiều cao trung bình của các cây tre 2 năm tuổi trong ngọn đồi là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 3 + 11 \cdot 7 + 23 \cdot 11 + 24 \cdot 15 + 14 \cdot 19 + 4 \cdot 23}{81} \approx 13,123$$

$$u_m = 13, u_{m+1} = 17, n_m = 24, n_{m+1} = 14; n_{m-1} = 23, u_{m+1} - u_m = 4.$$

Ta có:

$$M_0 = 13 + \frac{24 - 23}{24 - 23 + 24 - 14} \cdot 4 \approx 13$$

Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

Dạng 2: Trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

$$M_c = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

Bước 2: Trung vị là M_c , trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

$$Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

Khi đó , trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p=1$,
ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$.

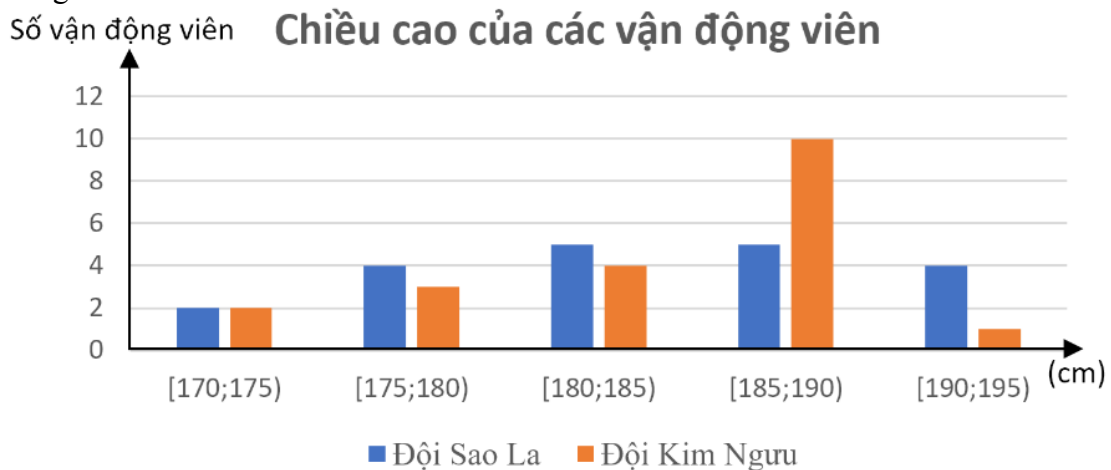
$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

Khi đó , trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p=1$,
ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_c .

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Biểu đồ bên dưới thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các vận động viên của hai đội bóng rổ Sao La và Kim Ngưu.



Hãy so sánh chiều cao của các vận động viên hai đội bóng theo số trung bình và trung vị.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Chiều cao (cm)	[170;175)	[175;180)	[180;185)	[185;190)	[190;195)
Chiều cao đại diện	172,5	177,5	182,5	187,5	192,5
Đội Sao La	2	4	5	5	4
Đội Kim Ngưu	2	3	4	10	1

Theo số trung bình

Chiều cao trung bình của các vận động viên đội Sao La xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_1 = \frac{2 \times 172,5 + 4 \times 177,5 + 5 \times 182,5 + 5 \times 187,5 + 4 \times 192,5}{2 + 4 + 5 + 5 + 4} \approx 183,75 \quad (\text{cm})$$

Chiều cao trung bình của các vận động viên đội Kim Ngưu xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_2 = \frac{2 \times 172,5 + 3 \times 177,5 + 4 \times 182,5 + 10 \times 187,5 + 1 \times 192,5}{2 + 3 + 4 + 10 + 1} \approx 183,75 \quad (\text{cm})$$

Vậy theo chiều cao trung bình cả hai đội có chiều cao xấp xỉ như nhau.

Theo trung vị

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là chiều cao của 20 thành viên đội Sao La xếp theo thứ tự không giảm.

$$\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

Ta có $x_1, x_2 \in [170; 175)$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \in [175; 180)$; $x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11} \in [180; 185)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ thuộc $[180; 185)$

$$M_o = 180 + \frac{\frac{20}{2} - (2 + 4)}{5} (185 - 180) = 184$$

Số trung vị của mẫu số liệu đội Sao La là:

Gọi $y_1, y_2, \dots, y_{20}$ là chiều cao của 20 thành viên đội Kim Ngưu xếp theo thứ tự không giảm.

$$\frac{1}{2}(y_{10} + y_{11})$$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

Ta có $y_1, y_2 \in [170; 175)$; $y_3, y_4, y_5 \in [175; 180)$; $y_6, y_7, y_8, y_9 \in [180; 185)$

$y_{10}, y_{11}, \dots, y_{19} \in [185; 190)$; $y_{20} \in [190; 195)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(y_{10} + y_{11})$ thuộc $[185; 190)$

$$M_o' = 185 + \frac{\frac{20}{2} - (2 + 3 + 4)}{10} (190 - 185) = 185,5$$

Số trung vị của mẫu số liệu đội Kim Ngưu là:

Vậy theo trung vị, chiều cao của đội Kim Ngưu cao hơn so với đội Sao La.

Bài tập 2: Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

- b) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ rộng bằng nhau, nhóm đầu tiên là $[4, 5)$.
- c) Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{124}$ là thời gian chạy của 124 vận động viên xếp theo thứ tự không giảm.

$$\frac{1}{2}(x_{62} + x_{63})$$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [21; 21,5)$; $x_6, x_7, \dots, x_{17} \in [21,5; 22)$; $x_{18}, x_{19}, \dots, x_{49} \in [22; 22,5)$;
 $x_{50}, x_{51}, \dots, x_{94} \in [22,5; 23)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(x_{62} + x_{63}) \in [22,5; 23)$ thuộc

$$M_e = 22,5 + \frac{\frac{124}{2} - (5 + 12 + 32)}{45} (23 - 22,5) \approx 22,64$$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là:

Vậy ban tổ chức nên chọn vận động viên có thời gian chạy không quá 22,64 (giây).

Bài tập 3: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau

Thời gian (giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Tổng số cuộc gọi là $8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33$ (cuộc gọi)

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là thời gian thực hiện cuộc gọi xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_8 \in [0; 60)$; $x_9, x_{10}, \dots, x_{18} \in [60; 120)$; $x_{19}, x_{20}, \dots, x_{25} \in [120; 180)$;

$$x_{26}, x_{27}, \dots, x_{30} \in [180; 240)$$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là x_{17} .

Vi $x_{17} \in [60; 120)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là
$$Q_2 = 60 + \frac{\frac{2.33}{4} - 8}{10} (120 - 60) = 111$$
.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là x_9 . Vì $x_9 \in [60; 120)$ nên tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu là
$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{1.33}{4} - 8}{10} (120 - 60) = 61,5$$
.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là x_{26} . Vì $x_{26} \in [180; 240)$ nên tứ phân vị thứ ba

của mẫu số liệu là
$$Q_3 = 180 + \frac{\frac{3.33}{4} - (8 + 10 + 7)}{5} (240 - 180) = 177$$
.

Bài tập 3: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám bệnh mỗi ngày trong tháng 4 năm 2022 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1;10]	[11;20]	[21;30]	[31;40]	[41;50]
Số ngày	7	8	7	6	2

- Hãy ước lượng trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- Quản lý phòng khám cho rằng có khoảng 25% số ngày khám có nhiều hơn 35 bệnh nhân đến khám. Nhận định trên có hợp lý không?

Lời giải

a) Do số bệnh nhân đến khám là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số bệnh nhân	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số ngày	7	8	7	6	2

Tổng số ngày khám là $7 + 8 + 7 + 6 + 2 = 30$ (cuộc gọi)

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là số bệnh nhân đến khám mỗi ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_7 \in [0,5; 10,5)$; $x_8, x_9, \dots, x_{15} \in [10,5; 20,5)$; $x_{16}, x_{17}, \dots, x_{22} \in [20,5; 30,5)$;

$x_{23}, x_{24}, \dots, x_{28} \in [30,5; 40,5)$
...

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là x_{15} và x_{16} . Vì $x_{15} \in [10,5; 20,5)$ và $x_{16} \in [20,5; 30,5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 20,5$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là x_8 . Vì $x_8 \in [10,5; 20,5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{1,30}{4} - 7}{8} (20,5 - 10,5) = 11,125$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là x_{22} . Vì $x_{22} \in [20,5; 30,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3,30}{4} - (8+10)}{7} (30,5 - 20,5) \approx 26,9$.

b) Vì Q_1, Q_2, Q_3 đều nhỏ hơn 35 nên nhận định của đề bài không hợp lí.

Bài tập 4: Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0	12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2
13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2	8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số nhân viên	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được dãy $x_1, x_2, \dots, x_{24}$.

$$Q_2 = \frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) = \frac{1}{2}(10,7 + 10,9) = 10,8$$

Giá trị tứ phân vị thứ hai là

$$Q_1 = \frac{1}{2}(x_6 + x_7) = \frac{1}{2}(8,9 + 9,2) = 9,05$$

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_3 = \frac{1}{2}(x_{18} + x_{19}) = \frac{1}{2}(12,2 + 12,5) = 12,35$$

Giá trị tứ phân vị thứ ba là

b) Hoàn thành bảng sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số nhân viên	3	6	8	7

c) Ta có $x_1, x_2, \dots, x_3 \in [6; 8)$; $x_4, x_5, \dots, x_9 \in [8; 10)$; $x_{10}, x_{12}, \dots, x_{17} \in [10; 12)$;
 $x_{18}, x_{19}, \dots, x_{24} \in [12; 14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là x_{12} và x_{13} . Vì $x_{12}, x_{13} \in [10; 12)$ nên tứ phân vị

$$Q_2 = 10 + \frac{\frac{2 \cdot 24}{4} - (3 + 6)}{8} (12 - 10) = 10,75$$

thứ hai của mẫu số liệu là .

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là x_6 và x_7 . Vì $x_6, x_7 \in [8; 10)$ nên tứ phân vị

$$Q_1 = 8 + \frac{\frac{1 \cdot 24}{4} - 3}{6} (10 - 8) = 9$$

thứ nhất của mẫu số liệu là .

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là x_{18} và x_{19} . Vì $x_{18}, x_{19} \in [12; 14)$ nên tứ phân vị

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - (3 + 6 + 8)}{7} (14 - 12) \approx 12,28$$

thứ ba của mẫu số liệu là .

Bài tập 5: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	24	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]
Số trận	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được dãy $x_1, x_2, \dots, x_{20}$.

Giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) = \frac{1}{2}(14 + 14) = 14$.

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}(11 + 11) = 11$

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(21 + 22) = 21,5$

b) Hoàn thành bảng sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	4	8	2	6

c) Vì điểm số là số nguyên ta hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_4 \in [5,5;10,5)$; $x_5, x_6, \dots, x_{12} \in [10,5;15,5)$; $x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5)$; $x_{15}, x_{16}, \dots, x_{20} \in [20,5;25,5)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là x_{10} và x_{11} . Vì $x_{10}, x_{11} \in [10,5;15,5)$ nên tứ

phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{2.20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 14,25$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là x_5 và x_6 . Vì $x_5, x_6 \in [10,5;15,5)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{1.20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 11,125$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là x_{15} và x_{16} . Vì $x_{15}, x_{16} \in [20,5;25,5)$ nên tứ

phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.20}{4} - (4 + 8 + 2)}{6}(25,5 - 20,5) \approx 21,33$

Bài tập 6: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy ước lượng số trung bình, một và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{10.0,925 + 20.0,975 + 35.1,025 + 15.1,075 + 5.1,125}{10 + 20 + 35 + 15 + 5} \approx 1,016$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[1,0;1,05)$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $M_o = 1,0 + \frac{35 - 20}{(35 - 20) + (35 - 15)} \cdot (1,05 - 1,0) \approx 1,021$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là điện lượng của mỗi viên pin tiêu xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_{10} \in [0, 9; 0, 95)$; $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{30} \in [0, 95; 1, 0)$; $x_{31}, x_{32}, \dots, x_{65} \in [1, 0; 1, 05)$; $x_{66}, x_{67}, \dots, x_{80} \in [1, 05; 1, 1)$...

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{43} . Vì $x_{43} \in [1, 0; 1, 05)$ nên tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = 1,0 + \frac{\frac{2,85}{4} - (10 + 20)}{35} (1,05 - 1,0) \approx 1,018$$

của mẫu số liệu là

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{21} và x_{22} . Vì $x_{21}, x_{22} \in [0, 95; 1, 0)$ nên tứ

$$Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{1,85}{4} - 10}{20} (1,0 - 0,95) \approx 0,978$$

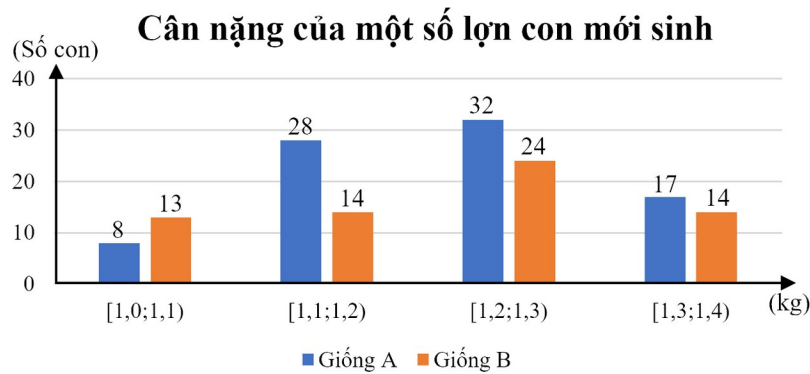
phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{64} và x_{65} . Vì $x_{64}, x_{65} \in [1, 0; 1, 05)$ nên tứ phân

$$Q_3 = 1,0 + \frac{\frac{3,85}{4} - (10 + 20)}{35} (1,05 - 1,0) \approx 1,048$$

vị thứ ba của mẫu số liệu là

Bài tập 7: Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở biểu đồ dưới đây (đơn vị: kg).



- Hãy so sánh cân nặng của lợn con mới sinh giống A và giống B theo số trung bình và trung vị.
- Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của cân nặng lợn con mới sinh giống A và của cân nặng lợn con mới sinh giống B.

Lời giải

a) Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Cân nặng (cm)	[1, 0; 1, 1)	[1, 1; 1, 2)	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)
Cân nặng đại diện	1,05	1,15	1,25	1,35
Giống A	8	28	32	17
Giống B	13	14	24	14

Theo số trung bình

Cân nặng trung bình của các lợn con mới sinh giống A xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \times 1,05 + 28 \times 1,15 + 32 \times 1,25 + 17 \times 1,35}{8 + 28 + 32 + 17} \approx 1,218 \quad (\text{kg})$$

Cân nặng trung bình của các lợn con mới sinh giống B xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_2 = \frac{13 \times 1,05 + 14 \times 1,15 + 24 \times 1,25 + 14 \times 1,35}{13 + 14 + 24 + 14} = 1,21 \quad (\text{kg})$$

Vậy theo cân nặng trung bình giống A nặng hơn giống B.

Theo trung vị:

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là cân nặng của 85 con lợn giống A mới sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là x_{43}

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_8 \in [1, 0; 1, 1)$; $x_9, x_{10}, \dots, x_{36} \in [1, 1; 1, 2)$; $x_{37}, x_{38}, \dots, x_{68} \in [1, 2; 1, 3)$

Nhận thấy x_{43} thuộc $[1, 2; 1, 3)$

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống A là: $M_o = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - (8 + 28)}{32} (1,3 - 1,2) \approx 1,22$

Gọi $y_1, y_2, \dots, y_{65}$ là cân nặng của 65 con lợn giống B mới sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là y_{33} .

Ta có $y_1, y_2, \dots, y_{13} \in [1, 0; 1, 1)$; $y_{14}, y_{15}, \dots, y_{27} \in [1, 1; 1, 2)$; $y_{28}, y_{29}, \dots, y_{51} \in [1, 2; 1, 3)$

Nhận thấy y_{33} thuộc $[1, 2; 1, 3)$

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống B là: $M_o' = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - (13 + 14)}{24} (1,3 - 1,2) \approx 1,155$

Vậy theo trung vị, cân nặng của lợn con giống A nặng hơn cân nặng của lợn con giống B.

b) Xét giống A:

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{21} và x_{22} . Vì $x_{21}, x_{22} \in [1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 1,1 + \frac{\frac{1,85}{4} - 8}{28} (1,2 - 1,1) \approx 1,147$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{64} và x_{65} . Vì $x_{64}, x_{65} \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân

vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,2 + \frac{\frac{3,85}{4} - (8 + 28)}{35} (1,3 - 1,2) \approx 1,279$

Xét giống B:

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1, y_2, \dots, y_{65}$ là y_{16} và y_{17} . Vì $y_{16}, y_{17} \in [1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 1,1 + \frac{\frac{1,65}{4} - 13}{14} (1,2 - 1,1) \approx 1,123$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1, y_2, \dots, y_{65}$ là y_{49} và y_{50} . Vì $y_{49}, y_{50} \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân

vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,2 + \frac{\frac{3,65}{4} - (13 + 14)}{24} (1,3 - 1,2) \approx 1,29$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	$[1,5;4,5)$	$[4,5;7,5)$	$[7,5;10,5)$
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6.

B. 4,5.

C. 7,5.

D. 6,25.

Lời giải

$$n = 7 + 18 + 10 = 35$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, x_2, \dots, x_{35}$$

Gọi là số điểm của 35 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không

$$x_{18} \quad [4,5;7,5)$$

giảm. Khi đó, trung vị là thuộc nhóm

$$n = 35, n_m = 18, C = 7, u_m = 4,5, u_{m+1} = 7,5$$

Ta xác định được

$$M_e = 4,5 + \frac{\frac{35}{2} - 7}{18} (7,5 - 4,5) = 6,25$$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 2: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_3 = 13$

B. $Q_3 = 14$

C. $Q_3 = 15$

D. $Q_3 = 12$

Lời giải

$$n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$$

Cỡ mẫu:

$$Q_3 \quad \frac{x_{15} + x_{16}}{2}$$

$$x_{15}, x_{16}$$

$$[12;16)$$

$$Q_3$$

Tứ phân vị thứ ba là . Do đều thuộc nhóm nên nhóm này chứa

$$p = 4, a_4 = 12, m_4 = 4, m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13, a_5 - a_4 = 4$$

Do đó:

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 13}{4} \cdot 4 = 14$$

Ta có:

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 20) của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 12,18.

B. 12,81.

C. 13,35.

D. 13,53.

Lời giải

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$n = 100$$

Số phần tử của mẫu là

. Ta có:

$$n = 100$$

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots x_{100}$$

Vì cỡ mẫu

là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số

là

$$\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \in [12;14)$$

$$M_e = 12 + \left(\frac{50 - 27}{30} \right) \cdot 2 \approx 13,53$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. [40;60)

B. [20;40)

C. [60;80)

D. [80;100)

Lời giải

$$Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$$

$$n = 42$$

Ta có:

nên trung vị của mẫu số liệu trên là

$$x_{21}, x_{22} \in [40;60)$$

Mà

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40;60)

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. [40;60)

B. [20;40)

C. [60;80)

D. [80;100)

Lời giải

$$n = 42$$

$$Q_3 = x_{33}$$

Ta có: nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

$$x_{33} \in [60; 80)$$

Mà

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm $[60; 80)$

Câu 6: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$ B. $[9; 11)$ C. $[11; 13)$ D. $[13; 15)$
- Lời giải**

$$x_1, x_2, \dots, x_{20}$$

Gọi là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

$$x_1, x_2 \in [5; 7), x_3, \dots, x_9 \in [7; 9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13), x_{20} \in [13; 15)$$

Khi đó:

$$[9; 11)$$

Do đó, trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.
- Lời giải**

$$x_1, x_2, \dots, x_{20}$$

Gọi là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

$$x_1, x_2 \in [5; 7), x_3, \dots, x_9 \in [7; 9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13), x_{20} \in [13; 15)$$

Khi đó: ; 13),

$$[9; 11)$$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm

$$n = 20, n_m = 7, C = 9, u_m = 9, u_{m+1} = 11$$

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 9}{7} (11 - 9) \approx 10,71 \approx 11$$

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này

A. 17.

B. 18,1

C. 19,3

D. 18,5

Lời giải

$$n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, \dots, x_{56}$$

Gọi là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ

tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm $[15,5;18,5)$ nên nhóm $p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ này chứa trung vị. Do đó, và ta có

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1$$

Câu 9: Lương tháng của một số giáo viên của một trường THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[3,5;5,5)	[5,5;7,5)	[7,5;9,5)	[9,5;11,5)	[11,5;13,5]
Số giáo viên	8	11	13	4	9

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $Q_2 = 8$.

B. $Q_2 = 8,5$.

C. $Q_2 = 8,04$.

D. $Q_2 = 8,4$.

Lời giải

$$n = 8 + 11 + 13 + 4 + 9 = 45$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, x_2, \dots, x_{45}$$

Gọi là số tiền lương của 45 giáo viên và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai x_{23} thuộc nhóm $[7,5;9,5)$. Khi đó $Q_2 = 7,5 + \frac{\frac{2.45}{4} - 19}{13} (9,5 - 7,5) \approx 8,04$.

Câu 10: Khảo sát thời gian (giờ) tự học mỗi ngày của một số học sinh khối 11 được cho trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0,5;1,5)	[1,5;2,5)	[2,5;3,5)	[3,5;4,5)	[4,5;5,5)
Số học sinh	6	18	27	20	8

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thứ tự là

- A. $2, \frac{3}{4}; 3,3; 4,0$. B. $1, \frac{5}{4}; 2,5; 3,5$. C. $2, \frac{1}{4}; 3,2; 4,1$. D. $2, \frac{3}{4}; 3,1; 3,9$.

Lời giải

$$n = 6 + 18 + 27 + 20 + 8 = 79$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, x_2, \dots, x_{79}$$

Gọi là số giờ của 79 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_6$ thuộc nhóm $[0,5;1,5)$, $x_7, x_8, \dots, x_{24}$ thuộc nhóm $[1,5;2,5)$, $x_{25}, x_{26}, \dots, x_{51}$ thuộc nhóm $[2,5;3,5)$, $x_{52}, x_{53}, \dots, x_{71}$ thuộc nhóm $[3,5;4,5)$, $x_{72}, x_{73}, \dots, x_{79}$ thuộc nhóm $[4,5;6]$.

Tứ phân vị thứ nhất x_{20} thuộc nhóm $[1,5;2,5)$. Khi đó
$$Q_1 = 1,5 + \frac{\frac{79}{4} - 6}{18} (2,5 - 1,5) \approx 2,3$$

Tứ phân vị thứ hai x_{40} thuộc nhóm $[2,5;3,5)$. Khi đó
$$Q_2 = 2,5 + \frac{\frac{2 \cdot 79}{4} - 24}{27} (3,5 - 2,5) \approx 3,1$$

Tứ phân vị thứ ba x_{60} thuộc nhóm $[3,5;4,5)$. Khi đó
$$Q_3 = 3,5 + \frac{\frac{3 \cdot 79}{4} - 51}{20} (4,5 - 3,5) \approx 3,9$$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	13	10	6

Trung vị mẫu số liệu trên gần số nào nhất?

- A. 41,23. B. 50,44. C. 51,54. D. 40,55.

Lời giải

$$M_c = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} n = 43 \\ n_m = 13 \\ C = 5 + 9 = 14 \\ u_{m+1} = 60 \\ u_m = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow M_e = 40 + \frac{\frac{43}{2} - 14}{13} \cdot (60 - 40) \approx 51,54$$

Câu 12: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9;0,95)$	$[0,95;1)$	$[1;1,05)$	$[1,05;1,1)$	$[1,1;1,15)$
Số viên pin	10	20	35	15	5

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 1,02.

B. 1,07.

C. 1,15.

D. 1,2.

Lời giải

$$n = 10 + 20 + 35 + 15 + 5 = 85$$

Số viên pin:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{85}$$

Gọi lần lượt là điện lượng của các viên pin theo thứ tự không giảm.

$$x_1, \dots, x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}, \dots, x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}, \dots, x_{65} \in [1,0;1,05)$$

Do

$$x_{66}, \dots, x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}, \dots, x_{85} \in [1,1;1,15)$$

$$X_{43} \in [1,0;1,05)$$

Trung vị của dãy số liệu là thuộc nhóm

$$n = 85; p = 3; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 10 + 20 = 30; a_3 = 1; a_4 = 1,05$$

Ta xác định được

$$M_e = 1,0 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35} (1,05 - 1,0) = 1,02$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

Câu 13: Kết quả khảo sát chiều cao của học sinh nam lớp 11A cho kết quả như bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu ghép nhóm trên là

A. 165.

B. 160.

C. 166,875.

D. 161,875.

Lời giải

$$n = 1 + 7 + 12 + 3 + 2 = 25$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, \dots, x_{25}$$

Gọi là chiều cao của 25 học sinh nam được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là x_{13} . Do giá trị $x_{13} \in [160; 165)$ thuộc nhóm nên nhóm này chứa trung vị.

$$p = 3; a_3 = 160; m_3 = 12; m_1 + m_2 = 1 + 7 = 8; a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$$

Suy ra

$$M_e = 160 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} \cdot 5 = 161,875$$

Ta có trung vị

Câu 14: Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này, số liệu thông kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)	[55;65)
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng

A. 27,14.

B. 47,14.

C. 37,14.
Lời giải

D. 57,14.

$$n = 10 + 12 + 14 + 9 + 5 = 50$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, \dots, x_{50}$$

Gọi là độ tuổi của 50 bệnh nhân và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$. Do 2 giá trị $x_{25}, x_{26} \in [35; 45)$ thuộc nhóm nên nhóm này chứa trung vị. Suy ra

$$M_e = 35 + \frac{\frac{50}{2} - 22}{14} \cdot 10 \approx 37,14$$

Ta có trung vị

Câu 15: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km / h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 167,21.

B. 170,21.

C. 175.

D. 165.

Lời giải

$$n = 18 + 28 + 35 + 43 + 41 + 35 = 200$$

Cỡ mẫu là

$$x_1, \dots, x_{200}$$

Gọi là tốc độ giao bóng của 200 lần và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$$

$$x_{100}, x_{101}$$

$$[165; 170)$$

Khi đó, trung vị là

.Do 2 giá trị

thuộc nhóm

nên nhóm này chứa

trung vị.

$$p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 170 - 165 = 5$$

Suy ra

$$M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 = 167,21$$

Ta có trung vị

Câu 16: Kết quả bài kiểm tra toán Giữa HKI của lớp 11 A được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10,5)
Số học sinh	1	5	22	10	7

50%

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định học sinh trong lớp có điểm từ bao nhiêu trở lên?

A. 4,5.

B. 5,0.

C. 5,5.

D. 6,0

Lời giải

$$n = 1 + 5 + 22 + 10 + 7 = 45$$

Số học sinh trong lớp 10A1 là:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{45}$$

Gọi lần lượt là điểm số của các học sinh theo thứ tự không giảm.

$$x_1 \in [0; 2); x_2, \dots, x_6 \in [2; 4); x_7, \dots, x_{28} \in [4; 6); x_{29}, \dots, x_{38} \in [6; 8); x_{39}, \dots, x_{45} \in [8; 10; 5)$$

Do

$$x_{23} \in [4; 6)$$

Trung vị của dãy số liệu là

$$n = 45; p = 3; m_3 = 22; m_1 + m_2 = 1 + 5 = 6; a_3 = 4; a_4 = 6$$

Ta có:

$$M_e = 4 + \frac{\frac{45}{2} - 6}{22} \cdot (6 - 4) = 5,5$$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

50%

Vậy có học sinh trong lớp 10A 1 từ 5,5 điểm trở lên.

Câu 17: Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

A. Là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

B. Chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm thành 3 phần đều nhau.

C. Là giá trị xấp xỉ cho mẫu số liệu gốc và có thể lấy làm giá trị đại diện cho mẫu số liệu.

D. Xác định chính xác bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

Lời giải

Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

Câu 18: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

A. $Q_1 = 11; Q_2 = 14; Q_3 = 21,5$

B. $Q_1 = 10; Q_2 = 14; Q_3 = 21$

C. $Q_1 = 12; Q_2 = 15; Q_3 = 22$

D. $Q_1 = 11; Q_2 = 14; Q_3 = 23$

Lời giải

Ta có dãy điểm số xếp theo thứ tự không giảm:

6; 8; 8; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 14; 14; 15; 18; 18; 21; 22; 23; 24; 25; 25

Tứ phân vị thứ nhất là: 11.

Tứ phân vị thứ hai là: 14.

Tứ phân vị thứ ba là: 21,5.

Câu 19: Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

Lương tháng (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

A. $Q_1 = 9; Q_2 = 10; Q_3 = 12$

B. $Q_1 = 9; Q_2 = 10,75; Q_3 = 12,3$

C. $Q_1 = 9; Q_2 = 11; Q_3 = 13$

D. $Q_1 = 10,73; Q_2 = 11; Q_3 = 13$

Lời giải

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{24}$$

Gọi lần lượt là số nhân viên theo thứ tự không gian.

$$x_1, \dots, x_3 \in [6; 8); x_4, \dots, x_9 \in [8; 10); x_{10}, \dots, x_{17} \in [10; 12); x_{18}, \dots, x_{24} \in [12; 14)$$

Do

$$\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) \quad [10; 12)$$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là thuộc nhóm nên tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8}(12 - 10) = 10,75$$

của mẫu số liệu là

$$\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \quad [8; 10)$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là thuộc nhóm nên tứ phân vị thứ nhất

$$Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{4} - 3}{6}(10 - 8) = 9$$

của mẫu số liệu là

$$\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19}) \quad [12; 14)$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là thuộc nhóm nên tứ phân vị thứ ba của

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7}(14 - 12) = 12,3$$

mẫu số liệu là

Câu 20: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám mỗi ngày trong tháng 6 năm 2020 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]
Số ngày	7	5	10	6	2

Số bệnh nhân đến khám nhiều hơn 23 người trên ngày chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

A. 25% .

B. 50% .

C. 75% .

D. 10% .

Lời giải

$$x_1, x_2, \dots, x_{30}$$

Gọi là số bệnh nhân đến khám mỗi ngày và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ

$$\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \quad [20; 30)$$

tự tăng dần. Khi đó tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là thuộc

$$Q_2 = 20 + \frac{\frac{30}{2} - (7 + 5)}{10} \cdot 10 = 23$$

50%

Như vậy có khoảng Q_2 số ngày có nhiều hơn 23 bệnh nhân đến khám.

Câu 21: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số lượng	5	10	25	33	27

Q_3

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [40;60) B. [60;80) C. [80;100) D. [20;40)

Lời giải

$$n = 5 + 10 + 25 + 33 + 27 = 100$$

Cỡ mẫu là

$$Q_2 = \frac{x_{50} + x_{51}}{2}$$

Tứ phân vị thứ hai là giá trị của

$$Q_1 = \frac{x_{25} + x_{26}}{2}$$

Tứ phân vị thứ nhất là giá trị của

$$Q_3 = \frac{x_{75} + x_{76}}{2}$$

Tứ phân vị thứ ba là giá trị của

Do $x_{75}; x_{76}$ thuộc nhóm [80;100) nên nhóm này chứa Q_3 .

Vậy tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm Q_3 [80;100).

Câu 22: Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (giờ)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số lượng	6	12	13	10	3

75%

Hãy cho biết học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

- A. 6 giờ. B. 6,5 giờ. C. 7 giờ. D. 7,2 giờ.

Lời giải

$$n = 6 + 12 + 13 + 10 + 3 = 44$$

Cỡ mẫu là

Tứ phân vị thứ hai Q_2 là giá trị của $\frac{x_{22} + x_{23}}{2}$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là giá trị của $\frac{x_{11} + x_{12}}{2}$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là giá trị của $\frac{x_{33} + x_{34}}{2}$

Do $x_{33}; x_{34}$ thuộc nhóm $[7; 8)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

$$p = 4; a_4 = 7; m_4 = 10; m_1 + m_2 + m_3 = 6 + 12 + 13 = 31; a_5 - a_4 = 1$$

Do đó, và ta có:

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = a_4 + \frac{\frac{132}{4} - (m_1 + m_2 + m_3)}{m_4} \cdot (a_5 - a_4)$$

$$= 7 + \frac{33 - 31}{10} \cdot 1 = 7,2$$

Vậy tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 7,2$ nên 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất là 7,2 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

Lời giải

a) Đúng: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

Gọi $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{40}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

$$\frac{X_{20} + X_{21}}{2} \in [50; 60)$$

Trung vị của mẫu số liệu:

$$n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{m+1} = 60$$

Ta có:

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{20}$ có trung vị $\frac{X_{10} + X_{11}}{2} \in [40; 50)$.

$$n_j = 10; C_1 = 2; u_j = 40; u_{j+1} = 50$$

Ta có:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} (50 - 40) = 48$$

b) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

c) Sai: Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16} (60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $X_{21}, X_{22}, X_{23}, \dots, X_{40}$ có trung vị $\frac{X_{30} + X_{31}}{2} \in (60; 70)$.

$$n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$$

Ta có:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 28}{8} (70 - 60) = 62,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 48, Q_2 = 55, Q_3 = 62,5.$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

Câu 2: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

$$Q_1 \approx 1,98$$

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_2 = 4,5.$$

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 6,5.$$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Lời giải

a) Đúng: Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2,5)	[2,5; 4,5)	[4,5; 6,5)	[6,5; 8,5)	[8,5; 10,5)
Số xe	17	33	25	20	5

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

b) Sai: Trung vị của của mẫu số liệu là $\frac{X_{50} + X_{51}}{2}$ với $X_{50} \in [2,5; 4,5), X_{51} \in [4,5; 6,5)$.

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

c) Đúng: Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_2 = 4,5$. Xét nửa mẫu số liệu bên trái $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{50}$ có trung vị $\frac{X_{25} + X_{26}}{2} \in [2,5; 4,5)$.

Ta có: $n_m = 33; C = 17; u_{m+1} = 4,5; u_m = 2,5$.

d) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên phải $X_{51}, X_{52}, \dots, X_{100}$ có trung vị

$\frac{X_{75} + X_{76}}{2}; X_{75} \in [4,5; 6,5), X_{76} \in [6,5; 8,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm $Q_3 = 6,5$

$$Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5.$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 3: Cho bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$.

Lời giải

a) Sai: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

b) Sai: Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{39}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4; 6)$.

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$.

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{19}$ có trung vị $x_{10} \in [2; 4)$.

Ta có: $n_j = 8; C_1 = 3; x_j = 2; x_{j+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8}(4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69$$

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_c = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12}(6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6; 8)$.

Ta có: $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$.

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3 \cdot 39}{4} - 23}{12}(8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04$$

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04$.

Câu 4: Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số cây	4	12	26	13	6

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.
- b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$.

Lời giải

- a) Đúng: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{61}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{31} \in [30; 35)$.

Ta có: $n_m = 26; C_1 = 4 + 12 = 16; u_m = 30; u_{m+1} = 35$.

- b) Sai: Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_2 = M_e = 30 + \frac{\frac{61}{2} - 16}{26} (35 - 30) = \frac{1705}{52} \approx 32,79 \text{ (cm)}.$$

- c) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ có trung vị $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [25; 30)$.

Ta có: $n_j = 12; C_1 = 4; x_j = 25; x_{j+1} = 30$.

$$Q_1 = 25 + \frac{\frac{61}{4} - 4}{12} (30 - 25) = \frac{475}{16} \approx 29,69 \text{ (cm)}$$

Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

- d) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{61}$ có trung vị $\frac{x_{46} + x_{47}}{2} \in [35; 40)$.

Ta có: $n_j = 13; C_3 = 4 + 12 + 26 = 42; x_j = 35; x_{j+1} = 40$.

$$Q_3 = 35 + \frac{\frac{3.61}{4} - 42}{13} (40 - 35) = \frac{1895}{52} \approx 36,44 \text{ (cm)}$$

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 29,69; Q_2 = 32,79; Q_3 = 36,44.$$

Câu 5: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

$$1,016.$$

a) Số trung bình của dãy số liệu là:

$$[1,05;1,1)$$

b) Nhóm chứa một của dãy số liệu là

$$Q_1 = 0,98$$

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 1,248$$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

Lời giải

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Giá trị đại diện	0,925	0,975	1,025	1,075	1,125
Số trận	10	20	35	15	5

a) Đúng: Số trung bình của dãy số liệu là:

$$\frac{0,925 \cdot 10 + 0,975 \cdot 20 + 1,025 \cdot 35 + 1,075 \cdot 15 + 1,125 \cdot 5}{85} = 1,016.$$

$$[1;1,05)$$

b) Sai: Nhóm chứa một của dãy số liệu là

$$x_1; x_2; \dots; x_{85}$$

Gọi lần lượt là điện lượng mỗi viên pin xếp theo thứ tự không giảm.

$$x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}; \dots; x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}; \dots; x_{65} \in [1,0;1,05)$$

Do ;

$$x_{66}; \dots; x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}; \dots; x_{85} \in [1,1;1,15)$$

nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ là

$$x_{43} \in [1;1,05)$$

$$n = 85, n_m = 35, C = 30, u_m = 1, u_{m+1} = 1,05$$

c) Đúng: Ta xác định được

$$Q_2 = 1 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35} (1,05 - 1) = 1,02$$

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:

$$\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$x_{21}, x_{22} \in [0,95;1)$$

Do nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20} (1 - 0,95) = 0,98$$

$$\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65})$$

d) Sai: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

$$x_{64}, x_{65} \in [1;1,05)$$

Do nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 1 + \frac{\frac{3,85}{4} - 30}{35} (1,05 - 1) = 1,048$$

Câu 6: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu $n = 80$

$$Q_2 = 8,15$$

b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 7,58$$

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 8,63$$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Lời giải

$$x_1, x_2, \dots, x_{80}$$

a) Sai: Gọi lần lượt là điểm trung bình môn Toán của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$x_1, \dots, x_8 \in [6,5;7); x_9, \dots, x_{18} \in [7;7,5); x_{19}, \dots, x_{34} \in [8;8,5)$$

b) Đúng: Ta có:

$$x_{59}; \dots; x_{71} \in [8, 5; 9); x_{72}; \dots; x_{78} \in [7; 7, 5); x_{79}; \dots; x_{82} \in [9, 5; 10)$$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{41} + x_{42})$ mà $x_{41}; x_{42} \in [8; 8, 5)$ nên tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = 8 + \frac{\frac{82}{2} - 34}{24}(8, 5 - 8) = 8, 15$$

của mẫu số liệu là:

$$x_{21} \in [7, 5; 8)$$

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 7, 5 + \frac{\frac{82}{4} - 18}{16}(8 - 7, 5) = 7, 58$$

Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$x_{62} \in [8, 5; 9)$$

d) Đúng: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

$$Q_3 = 8, 5 + \frac{\frac{3.82}{4} - 58}{13}(9 - 8, 5) = 8, 63$$

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

Câu 7: Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số lần	25	32	14	12	4

a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là $1, 14$

b) Nhóm chứa một của số liệu là $[0, 75; 1, 25)$

c) Một của mẫu số liệu là $M_o = 0, 89$

d) Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1, 039$

Lời giải

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Giá trị đại diện	0, 50	1, 00	1, 50	2, 00	2, 50
Số lần	25	32	14	12	4

a) Đúng: Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\frac{0, 50.25 + 1, 00.32 + 1, 50.14 + 2, 00.12 + 2, 50.4}{87} = 1, 14$$

b) Đúng: Nhóm chứa một của số liệu là

$$M_c = 0,75 + \frac{32 - 25}{(32 - 25) + (32 - 14)}(1,25 - 0,75) = 0,89$$

c) Đúng: Một của mẫu số liệu là

d) Đúng: Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{87}$ lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{25} \in [0, 25; 0, 75); x_{26}, \dots, x_{57} \in [0, 75; 1, 25)$; nên trung vị của mẫu là $x_{44} \in [0, 75; 1, 25)$

Ta xác định được $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$

$$M_c = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1,25 - 0,75) = 1,039$$

Nên khi đó:

Câu 8: Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

$$Q_2 = 14.$$

a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:

$$Q_3 = 11,5.$$

b) Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là

c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$

Lời giải

a) Đúng: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

$$6; 8; 8; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 14; 14; 15; 18; 18; 21; 22; 23; 24; 25; 25$$

$$Q_2 = \frac{14 + 14}{2} = 14.$$

b) Đúng: Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là:

$$6; 8; 8; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 14$$

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu ;

$$Q_1 = \frac{11+11}{2} = 9,05.$$

14;15;18;18;21;22;23;24;25;25

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu

$$Q_3 = \frac{21+22}{2} = 21,5.$$

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

d) Sai: Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_4 \in [5,5;10,5); x_5; \dots; x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15}; \dots; x_{20} \in [20,5;25,5)$ nên

trung vị của mẫu số liệu $x_1; \dots; x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [10,5;15,5)$.

Ta xác định được $n = 20, n_m = 8, C = 4, u_m = 10,5; u_{m+1} = 15,5$.

$$Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{20}{2} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 14,25$$

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$.

Do $x_5, x_6 \in [10,5;15,5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 11,125$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$.

Do $x_{15}, x_{16} \in [20,5;25,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3,20}{4} - 14}{6} (25,5 - 20,5) = 21,3$$

Câu 9: Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng đây (đơn vị: kg)

Cân nặng (kg)	[1, 0; 1, 1)	[1, 1; 1, 2)	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

- a) Cân nặng trung bình của giống A là: $1,22$.
- b) Cân nặng trung bình của giống B là: $1,21$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,15$.
- d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,62$.

Lời giải

- a) Đúng: Cân nặng trung bình của giống A là:

$$\frac{1,05 \cdot 8 + 1,15 \cdot 28 + 1,25 \cdot 32 + 1,35 \cdot 17}{85} = 1,22.$$

- b) Đúng: Cân nặng trung bình của giống B là:

$$\frac{1,05 \cdot 13 + 1,15 \cdot 14 + 1,25 \cdot 24 + 1,35 \cdot 14}{65} = 1,21.$$

Vậy theo số trung bình thì cân nặng của lợn con giống A lớn hơn giống B .

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống A theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_8 \in [1, 0; 1, 1); x_9; x_{10}; \dots; x_{36} \in [1, 1; 1, 2); x_{37}; \dots; x_{68} \in [1, 2; 1, 3); x_{69}; \dots; x_{85} \in [1, 3; 1, 4)$ nên

trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $x_{43} \in [1, 2; 1, 3)$.

$$Q_{2,A} = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} (1,3 - 1,2) = 1,22.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{65}$ lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống B theo thứ tự không giảm. Do $y_1; \dots; y_{13} \in [1, 0; 1, 1); y_{14}; \dots; y_{27} \in [1, 1; 1, 2); y_{28}; \dots; y_{51} \in [1, 2; 1, 3); y_{52}; \dots; y_{65} \in [1, 3; 1, 4)$ nên trung

vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $y_{33} \in [1, 2; 1, 3)$.

$$Q_{2,A} = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24} (1,3 - 1,2) = 1,223.$$

Vậy theo số trung vị thì cân nặng trung bình của lợn giống A nhỏ hơn lợn giống B .

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống A là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [1, 1; 1, 2)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1,A} = 1,1 + \frac{\frac{85}{4} - 8}{28} (1,2 - 1,1) = 1,15.$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống A là $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65}) \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{3,A} = 1,2 + \frac{\frac{3.85}{4} - 36}{32} (1,3 - 1,2) = 1,29.$

d) Sai: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống B là $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17}) \in [1, 1; 1, 2)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1,B} = 1,1 + \frac{\frac{65}{4} - 13}{14} (1,2 - 1,1) = 1,12.$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống B là $\frac{1}{2}(y_{49} + y_{50}) \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{3,B} = 1,2 + \frac{\frac{3.65}{4} - 27}{24} (1,3 - 1,2) = 1,29.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Lượng mưa trung bình trong một tháng của một số tỉnh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mm)

5,3	4,5	10,0	32,4	36,5	45,8	40,7	33,2	5,7	12,5	16,8	9,9
6,5	7,8	9,1	15,7	30,5	49,7	28,4	48,3	18,8	20,7	16,2	9,7

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

4,5; 5,3; 5,7; 6,5; 7,8; 9,1; 10,0; 12,5; 15,7; 16,2; 16,8; 18,8; 19,7; 19,9; 20,7;
28,4; 30,5; 32,4; 33,2; 36,5; 40,7; 45,8; 48,3; 49,7

$$Q_2 = \frac{1}{2}(18,8 + 19,7) = 19,25$$

Vì cỡ mẫu $n = 24$ là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai là

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu:

4,5; 5,3; 5,7; 6,5; 7,8; 9,1; 10,0; 12,5; 15,7; 16,2; 16,8; 18,8

$$Q_1 = \frac{1}{2}(9,1 + 10) = 9,55$$

Do đó

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu:

19,7; 19,9; 20,7; 28,4; 30,5; 32,4; 33,2; 36,5; 40,7; 45,8; 48,3; 49,7

$$Q_3 = \frac{1}{2}(32,4 + 33,2) = 32,8$$

Do đó

Câu 2: Số điểm của một đội bóng chuyên ghi được trong 23 séc đầu được cho ở bảng sau:

8	12	25	23	22	18	20	21	16	15	26	24
16	23	20	19	21	10	24	15	19	22	27	

Tìm trung vị của dãy số trên.

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

8; 10; 12; 15; 15; 16; 16; 18; 19; 19; 20; 20; 21; 21; 22; 22; 23; 23; 24; 24; 25; 26; 27

Vì cỡ mẫu $n = 23$ là số lẻ nên trung vị của dãy số liệu trên là $M_c = 20$

Câu 3: Lượng nước tiêu thụ của một số hộ gia đình được ghi lại kết quả như sau:

Lượng nước (m3)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Số hộ gia đình	2	4	6	15	10	8	4	1

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{50}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Vì cỡ mẫu $n = 50$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{50}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [30; 40)$

$$M_e = 30 + \frac{\frac{50}{2} - 12}{15}(40 - 30) = \frac{116}{3}$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

Câu 4: Sản lượng sữa mỗi ngày của một số con bò thuộc hai giống A và B được cho bởi bảng sau:

Sản lượng sữa (lít) \ Số con	[18; 20)	[20; 22)	[22; 24)	[24; 26)	[26; 28)
Giống A	2	8	25	15	4
Giống B	8	28	10	6	4

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ ba của lượng sữa mỗi ngày của bò giống B .

Lời giải

Ta có bảng thống kê lượng sữa theo giá trị đại diện:

Sản lượng sữa đại diện (lít) \ Số con	19	21	23	25	27
Giống A	2	8	25	15	4
Giống B	8	28	10	6	4

Sản lượng sữa trung bình của giống A là: $\bar{x}_1 = \frac{19 \cdot 2 + 21 \cdot 8 + 23 \cdot 25 + 25 \cdot 15 + 27 \cdot 4}{54} = \frac{632}{27}$

Sản lượng sữa trung bình của giống B là: $\bar{x}_2 = \frac{19 \cdot 8 + 21 \cdot 28 + 23 \cdot 10 + 25 \cdot 6 + 27 \cdot 4}{56} = \frac{307}{14}$

Vậy sản lượng sữa trung bình bò giống A cao hơn sản lượng sữa trung bình bò giống B .

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{54}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm của giống bò A

Vì cỡ mẫu $n = 54$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{54}$ là:

$$\frac{1}{2}(x_{27} + x_{28}) \in [22; 24)$$

$$M_e = 22 + \frac{\frac{54}{2} - 10}{25} (24 - 22) = 23,36$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống bò ^A là:

Gọi $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots y_{56}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm của giống bò ^B

Vì cỡ mẫu $n = 56$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots y_{56}$ là $\frac{1}{2}(x_{28} + x_{29}) \hat{=} [20; 22)$

$$M_e = 20 + \frac{\frac{56}{2} - 8}{28} (22 - 20) = \frac{150}{7}$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống bò ^B là:

Giống bò ^B

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots y_{56}$ là $\frac{1}{2}(x_{14} + x_{15}) \hat{=} [20; 22)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{56}{4} - 8}{28} (22 - 20) = \frac{143}{7}$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots y_{56}$ là $\frac{1}{2}(y_{42} + y_{43}) \hat{=} [22; 24)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 22 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 36}{10} (24 - 22) = 23,2$$

vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 5: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Số trung vị của mẫu số liệu là bao nhiêu?

Lời giải

$$n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$$

Ta có số phần tử của mẫu là:

Mà $cf_2 = 18 < 21 < cf_3 = 30$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm $[3; 4)$ có $r = 3; d = 1; n_3 = 12$ và nhóm 2 là nhóm $[2; 3)$ có $cf_2 = 18$.

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 3 + \left(\frac{21 - 18}{12} \right) \cdot 1 = 3,25 \text{ (giờ)}.$$

Câu 6: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

$$n = 42 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10,5$$

Ta có số phần tử của mẫu là:

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm $[2; 3)$ có $s = 2; h = 1; n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm $[1; 2)$ có $cf_1 = 8$.

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \left(\frac{10,5 - 8}{10} \right) \cdot 1 = 2,25 \text{ (giờ)}.$$