

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

- A. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$. B. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$. C. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$. D. $\max_{[1;3]} f(x) = -4$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. $\max_{[-1;2]} f(x) = 6$. B. $\max_{[-1;2]} f(x) = 10$. C. 16 cm D. $\max_{[-1;2]} f(x) = 11$.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. Tính $P = M - m$.

- A. $P = -5$. B. $P = 1$. C. $P = 4$. D. $P = 5$.

Câu 4: Biết rằng hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 4]$ tại x_0 . Tính $P = x_0 + 2018$.

- A. $P = 3$. B. $P = 2019$. C. $P = 2021$. D. $P = 2018$.

Câu 5: Xét hàm số $f(x) = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$ trên $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ và giá trị lớn nhất tại $x = 1$.
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ và giá trị lớn nhất tại $x = -1$.
 C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ nhưng không có giá trị lớn nhất.
 D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất nhưng có giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2;2]} f(x) = -4$. B. $\max_{[-2;2]} f(x) = 13$. C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 14$. D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 23$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 10; m = -6$. B. $M = 12; m = -6$. C. $M = 10; m = -8$. D. $M = 12; m = -8$.

Câu 8: (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} f(x) = 6$. B. $\min_{[2;4]} f(x) = -2$. C. $\min_{[2;4]} f(x) = -3$. D. $\min_{[2;4]} f(x) = \frac{19}{3}$.

Câu 9: Tập giá trị của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ với $x \in [2; 4]$ là đoạn $[a; b]$. Tính $P = b - a$.

- A. $P = 6$. B. $P = \frac{13}{2}$. C. $P = \frac{25}{4}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 1]$.

- A. $M = \sqrt{2}; m = 1$. B. $M = 2; m = 1$. C. $M = 1; m = -2$. D. $M = 2; m = \sqrt{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x - 1}{x - 3}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5; m = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}; m = -5$. C. $M = \frac{1}{3}; m = -5$. D. $M = 5; m = -\frac{1}{3}$.

Câu 12: Tìm tập giá trị T của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ với $x \in [3; 5]$.

- A. $T = \left[\frac{38}{3}; \frac{526}{15} \right]$. B. $T = \left[\frac{38}{3}; \frac{142}{5} \right]$. C. $T = \left[\frac{29}{3}; \frac{127}{5} \right]$. D. $T = \left[\frac{29}{3}; \frac{526}{15} \right]$.

Câu 13: Xét hàm số $y = -x - \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4 và giá trị lớn nhất là 2 .
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4 và không có giá trị lớn nhất.
 C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất nhưng có giá trị lớn nhất là 2 .
 D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 14: Hàm số nào sau đây không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 2]$?

- A. $y = x^3 + 2$. B. $y = x^4 + x^2$. C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. D. $y = -x + 1$.

Câu 15: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x}$.

- A. $M = 1$. B. $M = 2$. C. $M = 3$. D. $M = 4$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x + 14} + \sqrt{5 - x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -7$. B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.
 C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$. D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 17: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$.

- A. $M = 2; m = 0$. B. $M = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2}$.
 C. $M = 2; m = -2$. D. $M = \sqrt{2}; m = 0$.

Câu 18: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x + \sqrt{2 - x^2}$.

- A. $m = -\sqrt{2}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \sqrt{2}$.

Câu 19: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x - 1} + \sqrt{3 - x} - 2\sqrt{-x^2 + 4x - 3}$.

- A. $M = 0$. B. $M = -\sqrt{2}$. C. $M = \sqrt{2}$. D. $M = \frac{9}{4}$.

Câu 20: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2 - x} + 2\sqrt{2x - x^2}$.

- A. $M = \sqrt{2}$. B. $M = 4$. C. $M = \sqrt{2}$. D. $M = 8$.

Câu 21: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = 2\cos^3 x - \frac{9}{2}\cos^2 x + 3\cos x + \frac{1}{2}$.

A. $m = -24$. B. $m = -12$. C. $m = -9$. D. $m = 1$.

Câu 22: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$.

A. $M = 1$. B. $M = \frac{90}{91}$. C. $M = \frac{110}{111}$. D. $M = \frac{70}{79}$.

Câu 23: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sin^3 x + \cos 2x + \sin x + 3$.

A. $M = 0$. B. $M = 5$. C. $M = 4$. D. $M = \frac{112}{27}$.

Câu 24: Xét hàm số $f(x) = x^3 + x - \cos x - 4$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất là -5 nhưng không có giá trị nhỏ nhất.
 B. Hàm số không có giá trị lớn nhất nhưng có giá trị nhỏ nhất là -5 .
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất là 5 và có giá trị nhỏ nhất là -5 .
 D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 25: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = |-x^2 - 4x + 5|$ trên đoạn $[-6; 6]$.

A. $M = 0$. B. $M = 9$. C. $M = 55$. D. $M = 110$.

Câu 26: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = |x^2 - 3x + 2| - x$ trên đoạn $[-4; 4]$.

A. $M = 2$. B. $M = 17$. C. $M = 34$. D. $M = 68$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	
y'	
y	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2. B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .
 C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1. D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 và 1.

Câu 28: (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	
y'	
y	

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
- B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -4 .
- C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng -3 .
- D. Hàm số có một điểm cực tiểu.

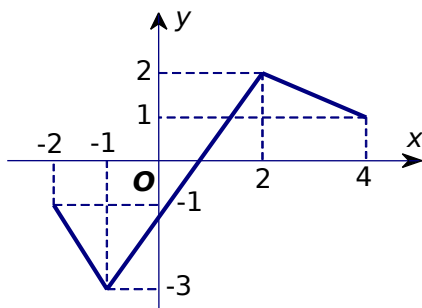
Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau:

x			
y'			
y			

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$.
- B. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.
- C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.
- D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

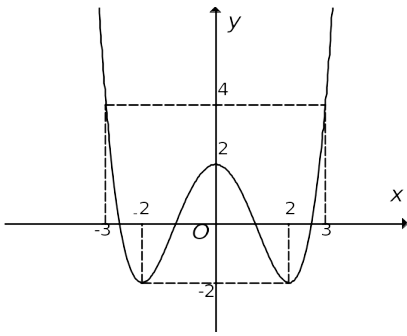
Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ.



Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2; 4]$.

- A. $M = 2$.
- B. $M = |f(0)|$.
- C. $M = 3$.
- D. $M = 1$.

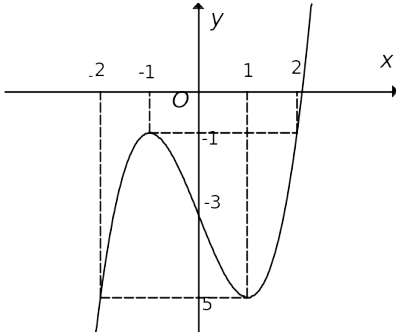
Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 3]$ bằng:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

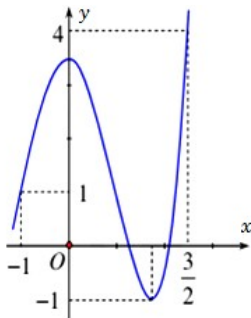
Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\square$, có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $m = -5, M = 0$. B. $m = -5, M = -1$. C. $m = -1, M = 0$. D. $m = -2, M = 2$.

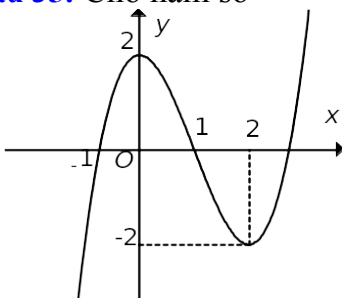
Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là:

- A. z_4 B. $M = \frac{7}{2}, m = -1$. C. $|z_4| = 5$ D. $a = -2, b = 2$

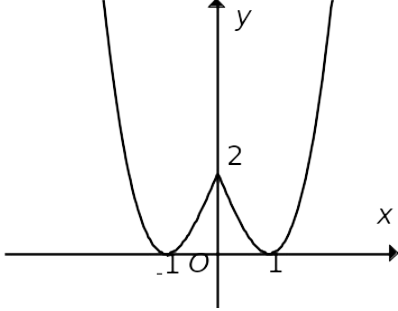
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\square$ và có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
 B. Hàm số có GTLN là 2 và GTNN là $2001 + 25 = 2026$
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
 D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $(0; 2)$ & $(2; -2)$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình sau:



- (I). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
 (II). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.
 (III). Hàm số có ba điểm cực trị.
 (IV). Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

Trong các mệnh đề đã cho có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 37: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 38: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Câu 39: Gọi y_{CT} là giá trị cực tiểu của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên $(0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $y_{CT} > \min y$. B. $y_{CT} = 1 + \min y$. C. $y_{CT} = \min y$. D. $y_{CT} < \min y$.

Câu 40: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x}$ trên $(0; 3]$.

- A. $M = 3$. B. $M = \frac{8}{3}$. C. $M = \frac{3}{8}$. D. $m = 0$.

Câu 41: Biết rằng hàm số $f(x) = -x + 2018 - \frac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $(0; 4)$ tại x_0 . Tính $P = x_0 + 2018$.

- A. $P = 4032$. B. $P = 2019$. C. $P = 2020$. D. $P = 2018$.

Câu 42: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 10.

- A. $m = 3$. B. $m = -6$. C. $m = -7$. D. $m = -8$.

Câu 43: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng:

A. $\frac{1 + m^2}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1 - m^2}{2}$. D. m^2 .

Câu 44: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x + m^2}{x - 1}$ trên đoạn $[-1; 0]$ bằng:

A. $\frac{m^2 - 1}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1 - m^2}{2}$. D. m^2 .

Câu 45: Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + a$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

A. $a = 2$. B. $a = 6$. C. $a = 0$. D. $a = 4$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng 7.

A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm\sqrt{7}$. C. $m = \pm\sqrt{2}$. D. $m = \pm 3$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$ với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -2 .

A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = -4$. D. $m = 1$.

Câu 48: (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = \frac{x + m}{x - 1}$ (với m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2; 4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3 < m \leq 4$. B. $1 \leq m < 3$. C. $m > 4$. D. $m < -1$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

A. $m = 1, m = 2$. B. $m = 1, m = -2$. C. $m = -1, m = -2$. D. $m = -1, m = 2$.

Câu 50: (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = \frac{x + m}{x + 1}$ (với m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1; 2]} y + \max_{[1; 2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $0 < m \leq 2$. B. $2 < m \leq 4$. C. $m \leq 0$. D. $m > 4$.

Câu 51: Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x + m}}{\sqrt{x + 1}}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của $m > 1$ để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ nhỏ hơn 3.

A. $m \in (1; 3)$. B. $m \in (1; 3\sqrt{5} - 4)$. C. $m \in (1; \sqrt{5})$. D. $m \in (1; 3]$.

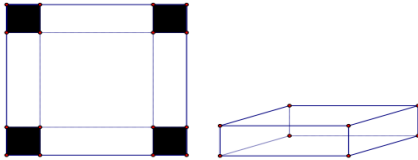
Câu 52: Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích S thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $2\sqrt{S}$. B. $4\sqrt{S}$. C. $2S$. D. $4S$.

Câu 53: Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16 cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

- A. 36cm^2 . B. 20cm^2 . C. 16cm^2 . D. 30cm^2 .

Câu 54: (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

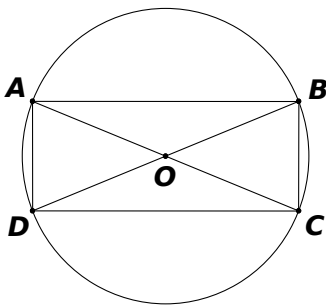


- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 55: Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn có bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn.

- A. $S_{\max} = 80\text{cm}^2$. B. $S_{\max} = 100\text{cm}^2$. C. $S_{\max} = 160\text{cm}^2$. D. $S_{\max} = 200\text{cm}^2$.

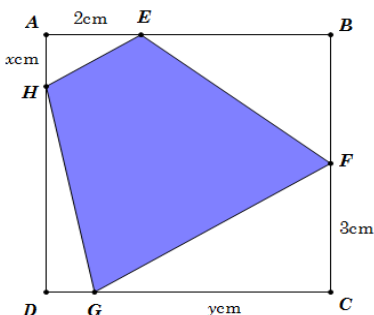
Câu 56: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 961m^2 , người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành hình tròn ngoại tiếp mảnh vườn. Biết tâm hình tròn trùng với tâm của hình chữ nhật (xem hình minh họa).



Tính diện tích nhỏ nhất $S_{\min}$ của 4 phần đất được mở rộng.

- A. $S_{\min} = 961\pi - 961(\text{m}^2)$. B. $S_{\min} = 1922\pi - 961(\text{m}^2)$.
C. $S_{\min} = 1892\pi - 946(\text{m}^2)$. D. $S_{\min} = 480,5\pi - 961(\text{m}^2)$.

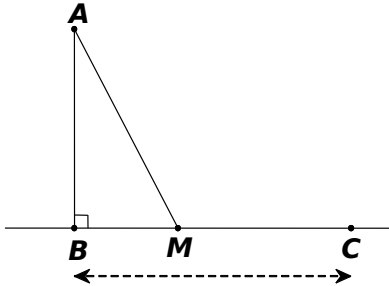
Câu 57: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.



Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $x + y = 7$. B. $x + y = 5$. C. $x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. D. $x + y = 4\sqrt{2}$.

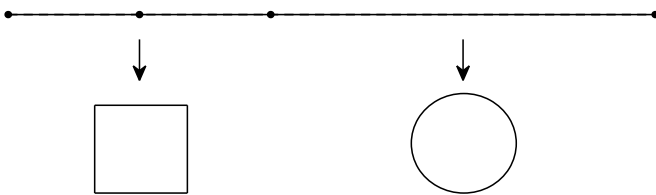
Câu 58: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h . Vị trí của điểm M cách B một khoảng gần nhất với giá trị nào sau đây để người đó đến kho nhanh nhất?



- A. $3,0\text{km}$. B. $7,0\text{km}$. C. $4,5\text{km}$. D. $2,1\text{km}$.

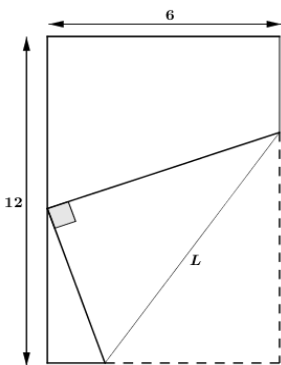
Câu 59: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của

hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng:



- A. $\frac{a}{r} = 1$. B. $\frac{a}{r} = 2$. C. $\frac{a}{r} = 3$. D. $\frac{a}{r} = 4$.

Câu 60: Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 12cm và chiều rộng 6cm . Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu?



- A. $\min L = 6\sqrt{2} \text{ cm}$. B. $\min L = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$. C. $\min L = \frac{7\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$. D. $\min L = 9\sqrt{2} \text{ cm}$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$.

B. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$.

C. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$.

D. $x(\text{cm})$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 4 \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1;3] \\ x = -\frac{2}{3} \notin [1;3] \end{cases}$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(1) = -4 \\ f(2) = -7 \\ f(3) = -2 \end{cases} \longrightarrow \max_{[1;3]} f(x) = -2.$$

Ta có

Chọn B.

Cách 2. Sử dụng chức năng MODE 7 và nhập hàm $f(X) = X^3 - 2X^2 - 4X + 1$ với thiết lập Start 1, End 3, Step 0,2.

Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy giá trị lớn nhất $F(X)$ bằng -2 khi $X = 3$.

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $\max_{[-1;2]} f(x) = 6$.

B. $\max_{[-1;2]} f(x) = 10$.

C. 16 cm

D. $S = ab$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1;2] \\ x = -2 \notin [-1;2] \end{cases}$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(-1) = 15 \\ f(1) = -5 \\ f(2) = 6 \end{cases} \longrightarrow \max_{[-1;2]} f(x) = 15.$$

Ta có

Chọn C.

Câu 3. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. Tính $P = M - m$.

A. $P = -5$.

B. $P = 1$.

C. $P = 4$.

D. $P = 5$.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin \left[-2; -\frac{1}{2}\right] \\ x = -1 \in \left[-2; -\frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(-2) = -5 \\ f(-1) = 0 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = \min_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = -5 \\ M = \max_{\left[-2; -\frac{1}{2}\right]} f(x) = 0 \end{cases} \longrightarrow P = M - m = 5.$$

Ta có

Chọn D.

Câu 4. Biết rằng hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại x_0 . Tính $P = x_0 + 2018$.

- A. $P = 3$. B. $P = 2019$. C. $P = 2021$. D. $P = 2018$.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 4] \\ x = 3 \in [0; 4] \end{cases}.$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(0) = 28 \\ f(3) = 1 \\ f(4) = 8 \end{cases} \longrightarrow \min_{[0;4]} f(x) = 1$$

Ta có

$$\text{khi } x = 3 = x_0 \longrightarrow P = 2021. \quad \textbf{Chọn C.}$$

Câu 5. Xét hàm số $f(x) = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$ trên $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ và giá trị lớn nhất tại $x = 1$.
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ và giá trị lớn nhất tại $x = -1$.
 C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ nhưng không có giá trị lớn nhất.
 D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất nhưng có giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = -4x^2 - 4x - 1 = -(2x+1)^2 \leq 0, \forall x \in \square$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$ nên có giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ và giá trị lớn nhất tại $x = -1$. **Chọn B.**

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2;2]} f(x) = -4$. B. $\max_{[-2;2]} f(x) = 13$.
 C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 14$. D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 23$.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 2] \\ x = 1 \in [-2; 2] \\ x = -1 \in [-2; 2] \end{cases}.$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(-2) = f(2) = 13 \\ f(-1) = f(1) = 4 \\ f(0) = 5 \end{cases} \longrightarrow \max_{[-2;2]} f(x) = 13.$$

Ta có

Chọn B.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 10; m = -6$. B. $M = 12; m = -6$.
 C. $M = 10; m = -8$. D. $M = 12; m = -8$.

$$f'(x) = -8x^3 + 8x \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}.$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(0) = 10 \\ f(1) = 12 \\ f(2) = -6 \end{cases} \longrightarrow M = \max_{[0;2]} f(x) = 12; m = \min_{[0;2]} f(x) = -6.$$

Ta có

Chọn B.

Câu 8. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} f(x) = 6$. B. $\min_{[2;4]} f(x) = -2$. C. $\min_{[2;4]} f(x) = -3$. D. $\min_{[2;4]} f(x) = \frac{19}{3}$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [2;4] \\ x = 3 \in [2;4] \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} f(2) = 7 \\ f(3) = 6 \\ f(4) = \frac{19}{3} \end{cases} \longrightarrow \min_{[2;4]} f(x) = 6.$

Chọn A.

Cách 2: Sử dụng công cụ **TABLE (MODE 7)**.

Bước 1: Bấm tổ hợp phím **MODE 7**.

Bước 2: Nhập $f(X) = \frac{X^2 + 3}{X - 1}$.

Sau đó ấn phím $\left\{ \begin{array}{l} \text{Start} = 2 \\ \text{End} = 4 \\ \text{Step} = 0.2 \end{array} \right.$ (nếu có $g(X)$ thì ấn tiếp phím $=$) sau đó nhập

(**Chú ý:** Thường ta chọn $\text{Step} = \frac{\text{End} - \text{Start}}{10}$)

Bước 3: Tra bảng nhận được và tìm GTNN:

X $f(X)$

2	7
2.2	6.5333
2.4	6.2571
2.6	6.1
2.8	6.0222
3	6
3.2	6.0181
3.4	6.0666
3.6	6.1384
3.8	6.2285
4	6.3333

Dựa vào bảng giá trị ở trên, ta thấy $\min_{[2;4]} f(x) = f(3) = 6$.

Câu 9. Tập giá trị của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ với $x \in [2;4]$ là đoạn $[a;b]$. Tính $P = b - a$.

A. $P = 6$. B. $P = \frac{13}{2}$. C. $P = \frac{25}{4}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = \frac{x^2 - 9}{x^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [2;4] \\ x = -3 \notin [2;4] \end{cases}$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(2) = \frac{13}{2} \\ f(3) = 6 \\ f(4) = \frac{25}{4} \end{cases} \rightarrow \min_{[2;4]} f(x) = 6; \max_{[2;4]} f(x) = \frac{13}{2}$$

Ta có

$$\rightarrow [a;b] = \left[6; \frac{13}{2}\right] \rightarrow P = b - a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{1}{2}. \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;1]$.

- A. $M = \sqrt{2}; m = 1$. B. $M = 2; m = 1$.
C. $M = 1; m = -2$. D. $M = 2; m = \sqrt{2}$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2}$. Ta có $\begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in [0;1] \\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \end{cases}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0;1]$.

$$\begin{cases} M = \max_{[0;1]} f(x) = f(1) = 2 \\ m = \min_{[0;1]} f(x) = f(0) = 1 \end{cases}.$$

Vậy **Chọn B.**

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;2]$.

- A. $M = 5; m = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}; m = -5$.
C. $M = \frac{1}{3}; m = -5$. D. $M = 5; m = -\frac{1}{3}$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = \frac{-8}{(x-3)^2}$. Ta có $f'(x) < 0, \forall x \in (0;2)$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[0;2]$.

$$\begin{cases} M = \max_{[0,2]} f(x) = f(0) = \frac{1}{3} \\ m = \min_{[0,2]} f(x) = f(2) = -5 \end{cases}$$

Vậy **Chọn C.**

Câu 12. Tìm tập giá trị T của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ với $x \in [3; 5]$.

A. $T = \left[\frac{38}{3}; \frac{526}{15} \right]$ B. $T = \left[\frac{38}{3}; \frac{142}{5} \right]$ C. $T = \left[\frac{29}{3}; \frac{127}{5} \right]$ D. $T = \left[\frac{29}{3}; \frac{526}{15} \right]$

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} > 0, \forall x \in (3; 5)$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[3; 5]$ nên $\min_{[3;5]} f(x) = f(3) = \frac{29}{3}; \max_{[3;5]} f(x) = f(5) = \frac{127}{5}$

Vậy tập giá trị của hàm số là đoạn $\left[\frac{29}{3}; \frac{127}{5} \right]$. **Chọn C.**

Câu 13. Xét hàm số $y = -x - \frac{4}{x}$ trên đoạn $[-1; 2]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4 và giá trị lớn nhất là 2 .
- B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4 và không có giá trị lớn nhất.
- C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất nhưng có giá trị lớn nhất là 2 .
- D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Lời giải. Vì $0 \in [-1; 2]$ và $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty \end{cases}$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất. **Chọn D.**

Câu 14. Hàm số nào sau đây không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 2]$?

A. $y = x^3 + 2$ B. $y = x^4 + x^2$ C. $y = \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = -x + 1$

Lời giải. Nhận thấy hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ không xác định tại $x = -1 \in [-2; 2]$.

Lại có $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$

Do đó hàm số này không có giá trị nhỏ nhất và lớn nhất trên $[-2; 2]$. **Chọn C.**

Câu 15. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$.

A. $M = 1$. B. $M = 2$. C. $M = 3$. D. $M = 4$.

Lời giải. TXĐ: $D = [2; 4]$.

Đạo hàm $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [2; 4]$.

$$\begin{cases} f(2) = \sqrt{2} \\ f(3) = 2 \\ f(4) = \sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow M = 2.$$

Ta có

Chọn B.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x+14} + \sqrt{5-x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -7$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Lời giải. TXĐ: $D = [-7; 5]$.

Đạo hàm $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+14}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [-7; 5]$.

$$\begin{cases} f(-7) = 2\sqrt{3} \\ f(5) = 2\sqrt{6} \\ f(1) = 6 \end{cases} \longrightarrow \min_{[-7; 5]} f(x) = f(-7) = 2\sqrt{3}.$$

Ta có

Chọn D.

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$.

A. $M = 2; m = 0$.

B. $M = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2}$.

C. $M = 2; m = -2$.

D. $M = \sqrt{2}; m = 0$.

Lời giải. TXĐ: $D = [-2; 2]$. Đạo hàm $f'(x) = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$

$$\longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \in [-2; 2] \\ x = -\sqrt{2} \in [-2; 2] \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(-\sqrt{2}) = -2 \\ f(\sqrt{2}) = 2 \\ f(2) = 0 \end{cases} \longrightarrow M = 2; m = -2.$$

Ta có

Chọn C.

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x + \sqrt{2-x^2}$.

A. $m = -\sqrt{2}$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = \sqrt{2}$.

Lời giải. TXĐ: $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Đạo hàm $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$

$$\longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{2-x^2}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

$$\begin{cases} f(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2} \\ f(1) = 2 \\ f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow m = -\sqrt{2}.$$

Ta có

Chọn A.**Câu 19.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} - 2\sqrt{-x^2+4x-3}$.

A. $M = 0$. **B.** $M = -\sqrt{2}$. **C.** $M = \sqrt{2}$. **D.** $M = \frac{9}{4}$.

Lời giải. TXĐ: $D = [1; 3]$. Đặt $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$ ($\sqrt{2} \leq t \leq 2$)

$$\longrightarrow t^2 = x-1+3-x+2\sqrt{x-1}\sqrt{3-x} \longrightarrow -2\sqrt{-x^2+4x-3} = 2-t^2.$$

Khi đó, bài toán trở thành "Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(t) = -t^2 + t + 2$ trên đoạn $[\sqrt{2}; 2]$ ".Xét hàm số $g(t) = -t^2 + t + 2$ xác định và liên tục trên $[\sqrt{2}; 2]$.

Đạo hàm $g'(t) = -2t + 1 < 0, \forall t \in (\sqrt{2}; 2)$.

Suy ra hàm số $g(t)$ nghịch biến trên đoạn $[\sqrt{2}; 2]$.

Do đó $\max_{[\sqrt{2}; 2]} g(t) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \longrightarrow \max_{[1; 3]} f(x) = \sqrt{2}$.

Chọn C.**Bình luận:** Sau khi đọc xong lời giải trên sẽ có nhiều bạn đọc thắc mắc là tại sao biết được $t \in [\sqrt{2}; 2]$.Từ phép đặt ẩn phụ $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = h(x)$.

Đạo hàm $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} \longrightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [1; 3]$.

$$\begin{cases} h(1) = \sqrt{2} \\ h(2) = 2 \\ h(3) = \sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \min_{[1; 3]} h(x) = \sqrt{2} \\ \max_{[1; 3]} h(x) = 2 \end{cases} \longrightarrow \sqrt{2} \leq h(x) \leq 2 \longrightarrow \sqrt{2} \leq t \leq 2.$$

Ta có

Câu 20. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2-x} + 2\sqrt{2x-x^2}$.

A. $M = \sqrt{2}$. **B.** $M = 4$. **C.** $M = \sqrt{2}$. **D.** $M = 8$.

Lời giải. TXĐ: $D = [0; 2]$. Đặt $t = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$ ($\sqrt{2} \leq t \leq 2$).

$$\longrightarrow t^2 = x + 2\sqrt{x}\sqrt{2-x} + 2 - x \longrightarrow 2\sqrt{2x-x^2} = t^2 - 2.$$

Khi đó, bài toán trở thành "Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(t) = t^2 + t - 2$ trên đoạn $[\sqrt{2}; 2]$ ".Xét hàm số $g(t) = t^2 + t - 2$ xác định và liên tục trên $[\sqrt{2}; 2]$.

Đạo hàm $g'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (\sqrt{2}; 2)$.

Suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên đoạn $[\sqrt{2}; 2]$.

Do đó $\max_{[\sqrt{2}; 2]} g(t) = g(2) = 4 \longrightarrow \max_{[0; 2]} f(x) = 4$.

Chọn B.

Câu 21. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = 2\cos^3 x - \frac{9}{2}\cos^2 x + 3\cos x + \frac{1}{2}$.

A. $m = -24$. B. $m = -12$. C. $m = -9$. D. $m = 1$.

Lời giải. Đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$).

Khi đó, bài toán trở thành "Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(t) = 2t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 3t + \frac{1}{2}$ trên đoạn $[-1; 1]$ ".

$$g'(t) = 6t^2 - 9t + 3 \longrightarrow g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [-1; 1] \\ t = \frac{1}{2} \in [-1; 1] \end{cases}$$

Đạo hàm

$$\left\{ \begin{array}{l} g(-1) = -9 \\ g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{8} \\ g(1) = 1 \end{array} \right. \longrightarrow \min_{[-1; 1]} g(t) = g(-1) = -9 \longrightarrow \min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = -9.$$

Ta có

Chọn C.

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$.

A. $M = 1$. B. $M = \frac{90}{91}$. C. $M = \frac{110}{111}$. D. $M = \frac{70}{79}$.

Lời giải. Đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$).

Khi đó, bài toán trở thành "Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(t) = \frac{t+1}{t^2+t+1}$ trên đoạn $[-1; 1]$ ".

$$g'(t) = \frac{-t^2 - 2t}{(t^2 + t + 1)^2} \longrightarrow g'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [-1; 1] \\ t = -2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Đạo hàm

$$\left\{ \begin{array}{l} g(-1) = 0 \\ g(0) = 1 \\ g(1) = \frac{2}{3} \end{array} \right. \longrightarrow \max_{[-1; 1]} g(t) = g(0) = 1 \longrightarrow \max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 1.$$

Ta có

Chọn A.

Câu 23. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sin^3 x + \cos 2x + \sin x + 3$.

A. $M = 0$. B. $M = 5$. C. $M = 4$. D. $M = \frac{112}{27}$.

Lời giải. Ta có $f(x) = \sin^3 x + \cos 2x + \sin x + 3 = \sin^3 x - 2\sin^2 x + \sin x + 4$.

Đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$).

Khi đó, bài toán trở thành "Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(t) = t^3 - 2t^2 + t + 4$ trên đoạn $[-1; 1]$ ".

$$g'(t) = 3t^2 - 4t + 1 \longrightarrow g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [-1; 1] \\ t = \frac{1}{3} \in [-1; 1] \end{cases}$$

Đạo hàm

$$\begin{cases} g(-1) = 0 \\ g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{112}{27} \longrightarrow \max_{[-1;1]} g(t) = g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{112}{27} \longrightarrow \max_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{112}{27} \\ g(1) = 4 \end{cases}$$

Ta có

Chọn D.

Câu 24. Xét hàm số $f(x) = x^3 + x - \cos x - 4$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất là -5 nhưng không có giá trị nhỏ nhất.
- B. Hàm số không có giá trị lớn nhất nhưng có giá trị nhỏ nhất là -5 .
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất là 5 và có giá trị nhỏ nhất là -5 .
- D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải. Ta có $f'(x) = 3x^2 + 1 + \sin x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Khi đó hàm số không có giá trị lớn nhất nhưng có giá trị nhỏ nhất là $\min_{[0; +\infty)} f(x) = f(0) = -5$.

Chọn B.

Câu 25. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = |-x^2 - 4x + 5|$ trên đoạn $[-6; 6]$.

- A. $M = 0$.
- B. $M = 9$.
- C. $M = 55$.
- D. $M = 110$.

Lời giải. Xét hàm số $g(x) = -x^2 - 4x + 5$ liên tục trên đoạn $[-6; 6]$.

Đạo hàm $g'(x) = -2x - 4 \longrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \in [-6; 6]$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-6; 6] \\ x = -5 \in [-6; 6] \end{cases}$$

Lại có

Ta có

$$\begin{cases} g(-6) = -7 \\ g(-2) = 9 \\ g(6) = -55 \\ g(1) = g(-5) = 0 \end{cases} \longrightarrow \max_{[-6;6]} f(x) = \max_{[-6;6]} \{|g(-6)|; |g(-2)|; |g(6)|; |g(1)|; |g(-5)|\} = 55.$$

Chọn C.

Nhận xét. Bài này rất dễ sai lầm vì không để ý hàm trị tuyệt đối không âm.

Câu 26. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = |x^2 - 3x + 2| - x$ trên đoạn $[-4; 4]$.

- A. $M = 2$.
- B. $M = 17$.
- C. $M = 34$.
- D. $M = 68$.

Lời giải. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 4]$.

• Nếu $x \in [1; 2]$ thì $x^2 - 3x + 2 \leq 0$ nên suy ra $f(x) = -x^2 + 2x - 2$.

Đạo hàm $f'(x) = -2x + 2 \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [1; 2]$. Ta có $\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(2) = -2 \end{cases}$.

• Nếu $x \in [-4; 1] \cup [2; 4]$ thì $x^2 - 3x + 2 \geq 0$ nên suy ra $f(x) = x^2 - 4x + 2$.

Đạo hàm $f'(x) = 2x - 4 \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [-4; 1] \cup [2; 4]$. Ta có $\begin{cases} f(-4) = 34 \\ f(1) = -1 \\ f(2) = -2 \\ f(4) = 2 \end{cases}$.

So sánh hai trường hợp, ta được $\max_{[-4; 4]} f(x) = f(-4) = 34$.

Chọn C.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y		+	-
y		2	1
	-1		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.
- B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .
- C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1.
- D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 và 1.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy:

- $f(x) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$ nên GTLN của hàm số bằng 2.
- $f(x) \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ và vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên không tồn tại $x_0 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) = 1$, do đó hàm số không có GTNN.

Chọn A.

Có thể giải thích cách khác: y' đổi dấu qua $x = 0$ và tồn tại $y(0) = 2$ nên giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.

Câu 28. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y		+	-	0
y		0	-1	$+\infty$
	$-\infty$			

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải. Chọn D.

A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.

B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .

C sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

D Đúng.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -4 -3 -4

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -4 .

C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng -3 .

D. Hàm số có một điểm cực tiểu.

Lời giải. Chọn B.

A sai vì hàm số có ba điểm cực trị là $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$.

C sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất.

D sai vì hàm số có hai điểm cực tiểu là $x = -1$ và $x = 1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau:

x	$-\infty$		-5		1		7		$+\infty$
y'			$-$		0	$+$			
y				6		2	9		

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$.

B. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.

C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.

D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

Lời giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy:

• Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2 , đạt tại $x = 1 \in [-5; 7)$.

• Ta có $\begin{cases} f(x) \leq 9, \forall x \in [-5; 7) \\ \lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = 9 \end{cases}$. Mà $7 \notin [-5; 7)$ nên không tồn tại $x_0 \in [-5; 7)$ sao cho $f(x_0) = 9$.

Do đó hàm số không đạt GTLN trên $[-5; 7)$.

Vậy $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$. **Chọn A.**

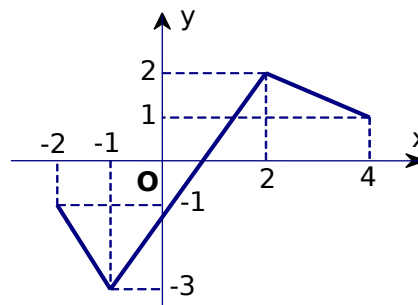
Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-2; 4]$

A. $M = 2$.

B. $M = |f(0)|$.

C. $M = 3$.

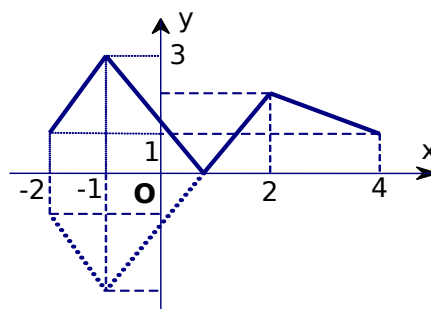
D. $M = 1$.



Lời giải. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ ta suy ra đồ thị hàm số $|f(x)|$ trên $[-2; 4]$ như hình vẽ.

Do đó $\max_{[-2; 4]} |f(x)| = 3$ tại $x = -1$.

Chọn C.



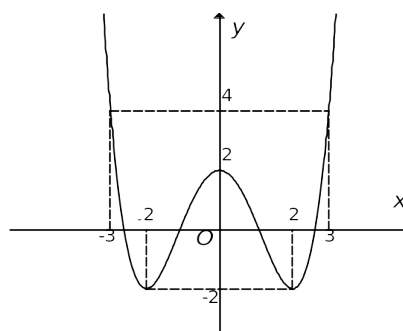
Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 3]$ bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

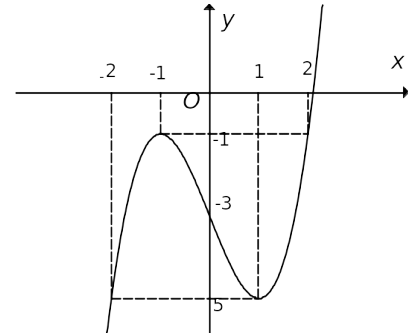


Lời giải. Nhận thấy trên đoạn $[-2; 3]$ đồ thị hàm số có điểm cao nhất có tọa độ $(3; 4)$.

→ giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 3]$ bằng 4. **Chọn C.**

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $m = -5, M = 0.$
 B. $m = -5, M = -1.$
 C. $m = -1, M = 0.$



D. $m = -2, M = 2.$

Lời giải. Nhận thấy trên đoạn $[-2; 2]$

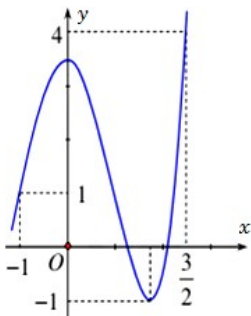
- Đồ thị hàm số có điểm thấp nhất có tọa độ $(-2; -5)$ và $(1; -5)$
 —→ giá trị nhỏ nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 2]$ bằng -5 .
- Đồ thị hàm số có điểm cao nhất có tọa độ $(-1; -1)$ và $(2; -1)$
 —→ giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-2; 2]$ bằng -1 .

Chọn B.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là:

- A. z_4 B. $M = \frac{7}{2}, m = -1.$

C. $|z_4| = 5$ D. $a = -2, b = 2$

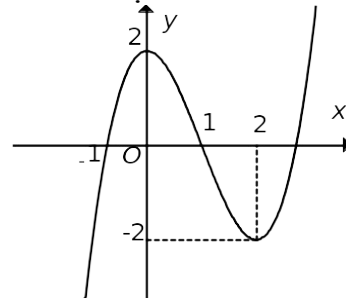


Lời giải. Chọn C.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
 B. Hàm số có GTLN là 2 và GTNN là $2001 + 25 = 2026$
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty).$

D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $(0; 2)$

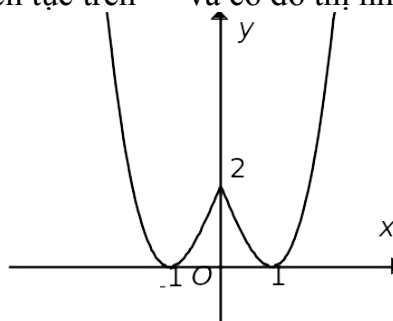


& $(2; -2)$.

Lời giải. Dựa vào đồ thị suy ra hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. **Chọn B.**

Chú ý. Học sinh thường nhầm tưởng giá trị cực đại là giá trị lớn nhất, giá trị cực tiểu là giá trị nhỏ nhất nên chọn B.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình sau:



(I). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

(II). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

(III). Hàm số có ba điểm cực trị.

(IV). Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

Trong các mệnh đề đã cho có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải. Xét trên $(0; 1)$ ta thấy đồ thị đi xuống (từ trái sang phải) nên hàm số nghịch biến. Do đó (I) đúng

Xét trên $(-1; 2)$ ta thấy đồ thị đi lên, rồi đi xuống, rồi đi lên. Do đó (II) sai.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy có ba điểm cực trị. Do đó (III) đúng.

Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$. Do đó (IV) sai.

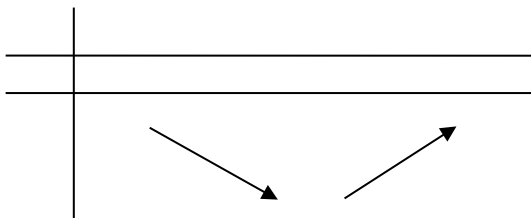
Vậy có 2 mệnh đề đúng. **Chọn B.**

Câu 37. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

$$f'(x) = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} = \frac{x^2 - 1}{2x^2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; +\infty) \\ x = 1 \in (0; +\infty) \end{cases}$$

Lời giải. Đạo hàm
Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta tìm được giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(1) = \sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 38. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.
A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 4$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; +\infty)$.

Lập bảng biến thiên & dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{(0; +\infty)} f(x) = f(1) = 3$. **Chọn C.**

Câu 39. Gọi y_{CT} là giá trị cực tiểu của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên $(0; +\infty)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $y_{CT} > \min_{(0; +\infty)} y$. **B.** $y_{CT} = 1 + \min_{(0; +\infty)} y$. **C.** $y_{CT} = \min_{(0; +\infty)} y$. **D.** $y_{CT} < \min_{(0; +\infty)} y$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; +\infty)$.

Qua điểm $x = 1$ thì hàm số đổi dấu từ "-" sang "+" trong khoảng $(0; +\infty)$.

Suy ra trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số chỉ có một cực trị và là giá trị cực tiểu nên đó cũng chính là giá trị nhỏ nhất của hàm số. Vậy $y_{CT} = \min_{(0; +\infty)} y$. **Chọn C.**

Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x}$ trên $(0; 3]$.

A. $M = 3$. **B.** $M = \frac{8}{3}$. **C.** $M = \frac{3}{8}$. **D.** $m = 0$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in (0; 3)$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; 3]$ nên đạt giá trị lớn nhất tại $x = 3$ và $\max_{(0; 3]} f(x) = f(3) = \frac{8}{3}$. **Chọn B.**

Câu 41. Biết rằng hàm số $f(x) = -x + 2018 - \frac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $(0; 4)$ tại x_0 . Tính $P = x_0 + 2018$.

A. $P = 4032$. **B.** $P = 2019$. **C.** $P = 2020$. **D.** $P = 2018$.

$f'(x) = -1 + \frac{1}{x^2} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 4) \\ x = -1 \notin (0; 4) \end{cases}$

Lời giải. Đạo hàm

Lập bảng biến thiên & dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 4)$ tại $x = x_0 = 1 \longrightarrow P = 2019$. **Chọn B.**

Câu 42. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 10.

- A. $m = 3$. B. $m = -6$. C. $m = -7$. D. $m = -8$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = -2x + 4 \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [-1; 3]$.

$$\left\{ \begin{array}{l} f(-1) = -5 - m \\ f(2) = 4 - m \\ f(3) = 3 - m \end{array} \right. \longrightarrow \max_{[-1;3]} f(x) = f(2) = 4 - m$$

Ta có

Theo bài ra: $\max_{[-1;3]} f(x) = 10 \Leftrightarrow 4 - m = 10 \Leftrightarrow m = -6$. **Chọn B.**

Câu 43. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng:

- A. $\frac{1 + m^2}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1 - m^2}{2}$. D. m^2 .

$$f'(x) = \frac{1 + m^2}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \in [0; 1]$$

Lời giải. Đạo hàm

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; 1] \longrightarrow \max_{[0;1]} f(x) = f(1) = \frac{1 - m^2}{2}$. **Chọn C.**

Câu 44. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x + m^2}{x - 1}$ trên đoạn $[-1; 0]$ bằng:

- A. $\frac{m^2 - 1}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1 - m^2}{2}$. D. m^2 .

$$y' = \frac{-1 - m^2}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \in [-1; 0]$$

Lời giải. Đạo hàm

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[-1; 0] \longrightarrow \min_{[-1;0]} f(x) = f(0) = -m^2$. **Chọn B.**

Câu 45. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + a$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

- A. $a = 2$. B. $a = 6$. C. $a = 0$. D. $a = 4$.

$$f'(x) = -3x^2 - 6x \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = -2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\left\{ \begin{array}{l} f(-1) = a - 2 \\ f(0) = a \\ f(1) = a - 4 \end{array} \right. \longrightarrow \min_{[-1;1]} f(x) = f(1) = a - 4.$$

Ta có

Theo bài ra: $\min_{[-1;1]} f(x) = 0 \Leftrightarrow a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4$. **Chọn D.**

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng 7.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm\sqrt{7}$. C. $m = \pm\sqrt{2}$. D. $m = \pm 3$.

Lời giải. Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + m^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; 2] \longrightarrow \min_{[0; 2]} f(x) = f(0) = m^2 - 2$.

Theo bài ra: $\min_{[0; 2]} f(x) = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Chọn D.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$ với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -2 .

A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = -4$. D. $m = 1$.

$$y' = \frac{8 + m^2}{(x + 8)^2} > 0, \forall x \in [0; 3]$$

Lời giải. Đạo hàm

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 3] \longrightarrow \min_{[0; 3]} f(x) = f(0) = -\frac{m^2}{8}$.

Thao bài ra: $\min_{[0; 3]} f(x) = -2 \Leftrightarrow -\frac{m^2}{8} = -2 \Leftrightarrow m = \pm 4 \longrightarrow$ giá trị m lớn nhất là $m = 4$.

Chọn A.

Câu 48. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = \frac{x + m}{x - 1}$ (với m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2; 4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3 < m \leq 4$. B. $1 \leq m < 3$. C. $m > 4$. D. $m < -1$.

$$f'(x) = -\frac{m + 1}{(x - 1)^2}$$

Lời giải. Đạo hàm

TH1. Với $m > -1$ suy ra $f'(x) = -\frac{m + 1}{(x - 1)^2} < 0; \forall x \neq 1$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi

khoảng xác định. Khi đó $\min_{[2; 4]} y = f(4) = \frac{m + 4}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 5$ (chọn).

TH2. Với $m < -1$ suy ra $f'(x) = -\frac{m + 1}{(x - 1)^2} > 0; \forall x \neq 1$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi

khoảng xác định. Khi đó $\min_{[2; 4]} y = f(2) = m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (loại).

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm và thỏa mãn điều kiện $m > 4$. **Chọn C.**

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

A. $m = 1, m = 2$. B. $m = 1, m = -2$. C. $m = -1, m = -2$. D. $m = -1, m = 2$.

$$f'(x) = \frac{m^2 - m + 1}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \in [0; 1].$$

Lời giải. Đạo hàm

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; 1] \longrightarrow \min_{[0; 1]} f(x) = f(0) = -m^2 + m$.

Theo bài ra: $\min_{[0;1]} f(x) = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 50. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017) Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (với m là tham số thực) thỏa

mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $0 < m \leq 2$. B. $2 < m \leq 4$. C. $m \leq 0$. D. $m > 4$.

$$f'(x) = \frac{1-m}{(x+1)^2}$$

Lời giải. Đạo hàm

Suy ra hàm số $f(x)$ là hàm số đơn điệu trên đoạn $[1;2]$ với mọi $m \neq 1$.

Khi đó $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = f(1) + f(2) = \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{5m}{6} = \frac{25}{6} \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm và thỏa mãn điều kiện $m > 4$. **Chọn D.**

Câu 51. Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x}+m}{\sqrt{x+1}}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của $m > 1$ để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;4]$ nhỏ hơn 3.

- A. $m \in (1;3)$. B. $m \in (1;3\sqrt{5}-4)$. C. $m \in (1;\sqrt{5})$. D. $m \in (1;3]$.

Lời giải.

$$f'(x) = \frac{2-m\sqrt{x}}{2(x+1)\sqrt{x(x+1)}} \longrightarrow f'(x) = 0 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{m} \Leftrightarrow x = \frac{4}{m^2} \in [0;4], \forall m > 1.$$

Đạo hàm

$$\max_{x \in [0;4]} f(x) = f\left(\frac{4}{m^2}\right) = \sqrt{m^2+4}.$$

Lập bảng biến thiên, ta kết luận được

Vậy ta cần có $\sqrt{m^2+4} < 3 \Leftrightarrow m < \sqrt{5} \xrightarrow{m>1} m \in (1;\sqrt{5})$. **Chọn C.**

Câu 52. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích S thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $2\sqrt{S}$. B. $4\sqrt{S}$. C. $2S$. D. $4S$.

Lời giải. Gọi $a, b > 0$ lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

Diện tích của hình chữ nhật: $S = ab$.

$$P = 2(a+b) = 2a + \frac{2S}{a}.$$

Chu vi hình chữ nhật:

Khảo sát hàm $f(a) = 2a + \frac{2S}{a}$ trên $(0;+\infty)$, ta được $\min f(a) = 4\sqrt{S}$ khi $a = \sqrt{S}$.

Chọn B.

Cách 2. Ta có $P = 2(a+b) \geq 2.2\sqrt{ab} = 4\sqrt{ab} = 4\sqrt{S}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.

Câu 53. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16 cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

- A. 36cm^2 . B. 20cm^2 . C. 16cm^2 . D. 30cm^2 .

Lời giải. Gọi $a, b > 0$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật.

Theo giả thiết, ta có $2(a+b)=16 \Leftrightarrow a+b=8$.

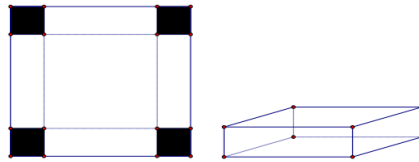
Diện tích hình chữ nhật: $S = ab = a(8-a) = -a^2 + 8a$.

Khảo sát hàm $f(a)$ trên khoảng $(0;8)$, ta được $\max_{(0;8)} f(a) = 16$ khi $a = 4$. **Chọn C.**

$$S = ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{8^2}{4} = 16\text{cm}^2$$

Cách 2. Ta có

Câu 54. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Lời giải. Hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng $12 - 2x(\text{cm})$ và chiều cao $x(\text{cm})$ với $0 < x < 6$.

Do đó thể tích khối hộp $V = (12 - 2x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$.

Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ trên $(0;6)$, ta được $\max_{(0;6)} f(x) = f(2) = 128$.

Vậy với $x = 2(\text{cm})$ thể tích khối hộp lớn nhất. **Chọn C.**

Cách 2. Ta có

$$V = x(12 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \cdot 4x \cdot (12 - 2x) \cdot (12 - 2x) \leq \frac{1}{4} \left(\frac{4x + 12 - 2x + 12 - 2x}{3} \right)^3 = 128.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 4x = 12 - 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 55. Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn có bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn.

- A. $S_{\max} = 80\text{cm}^2$. B. $S_{\max} = 100\text{cm}^2$. C. $S_{\max} = 160\text{cm}^2$. D. $S_{\max} = 200\text{cm}^2$.

Lời giải. Đặt $BC = x$ cm là độ dài cạnh hình

nằm dọc theo đường kính của đường tròn đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên

$$AB = 2OB = 2\sqrt{10^2 - x^2} \text{ cm.}$$

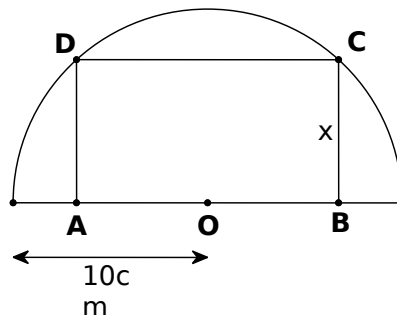
→ Diện tích hình chữ nhật:

$$S = 2x\sqrt{10^2 - x^2} \text{ cm}^2.$$

Khảo sát $f(x) = 2x\sqrt{10^2 - x^2}$ trên $(0;10)$, ta

$$\max_{(0;10)} f(x) = f\left(\frac{10\sqrt{2}}{2}\right) = 100.$$

Chọn B.



chữ nhật không $(0 < x < 10)$. Khi đường tròn là

được

$$2.x\sqrt{10^2 - x^2} \leq 2 \cdot \frac{x^2 + (10^2 - x^2)}{2} = 100$$

Cách 2. Ta có

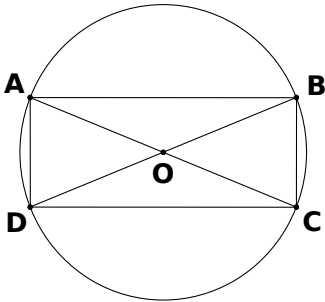
Câu 56. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 961m^2 , người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành hình tròn ngoại tiếp mảnh vườn. Biết tâm hình tròn trùng với tâm của hình chữ nhật (xem hình minh họa). Tính diện tích nhỏ nhất $S_{\min}$ của 4 phần đất được mở rộng.

A. $S_{\min} = 961\pi - 961(\text{m}^2)$.

B. $S_{\min} = 1922\pi - 961(\text{m}^2)$.

C. $S_{\min} = 1892\pi - 946(\text{m}^2)$.

D. $S_{\min} = 480,5\pi - 961(\text{m}^2)$.



Lời giải. Gọi $x(\text{m}), y(\text{m})$ ($x > 0, y > 0$) lần lượt là hai kích thước mảnh vườn hình chữ nhật;

$R(\text{m})$ là bán kính hình tròn ngoại tiếp mảnh vườn $\longrightarrow R^2 = OB^2 = \frac{x^2 + y^2}{4}$.

Theo đề bài, ta có $xy = 961\text{m}^2$.

Diện tích 4 phần đất mở rộng: $S = S_{\text{tròn}} - S_{ABCD} = \pi R^2 - xy$

$$= \pi \cdot \frac{(x^2 + y^2)}{4} - xy \stackrel{\text{Così}}{\geq} \pi \cdot \frac{2xy}{4} - xy = 480,5\pi - 961.$$

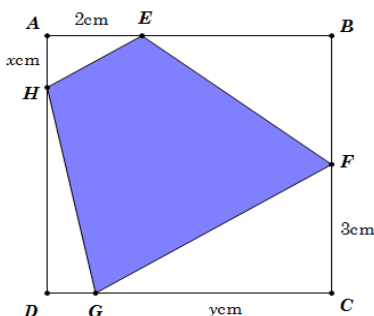
Chọn D.

Nhận xét. Dấu "=" xảy ra khi $ABCD$ là hình vuông. Nếu phát hiện điều này thì làm trắc nghiệm rất nhanh.

Câu 57. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng $x+y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x+y=7$. B. $x+y=5$.

C. $x+y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. D. $x+y = 4\sqrt{2}$.



Lời giải. Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất $\Leftrightarrow S = S_{\triangle EHF} + S_{\triangle GCF} + S_{\triangle DGH}$ lớn nhất (do $S_{\triangle BEF}$ không đổi).

Tính được $2S = 2x + 3y + (6-x)(6-y) = xy - 4x - 3y + 36$. (1)

Ta có $EFGH$ là hình thang $\rightarrow \square AEH = \square CGF$

$$\rightarrow \Delta AEH \sim \Delta CGF \rightarrow \frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \leftrightarrow \frac{2}{y} = \frac{x}{3} \rightarrow xy = 6. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $2S = 42 - \left(4x + \frac{18}{x}\right)$.

Để $2S$ lớn nhất khi và chỉ khi $4x + \frac{18}{x}$ nhỏ nhất.

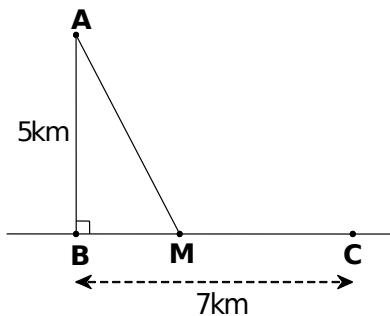
$$4x + \frac{18}{x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{18}{x}} = 12\sqrt{2}. \quad \Leftrightarrow 4x = \frac{18}{x} \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = 2\sqrt{2}. \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 58. Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h . Vị trí của điểm

M cách B một khoảng gần nhất với giá trị nào sau đây để người đó đến kho nhanh nhất?

A. $3,0\text{km}$. B. $7,0\text{km}$.

C. $4,5\text{km}$. D. $2,1\text{km}$.



$$BM = x\text{km} \quad (0 \leq x \leq 7) \rightarrow \begin{cases} AM = \sqrt{x^2 + 25}\text{km} \\ MC = (7-x)\text{km} \end{cases}$$

Lời giải. Đặt

$$\text{Thời gian chèo đò từ } A \text{ đến } M \text{ là: } t_{AM} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} \text{ h.}$$

$$\text{Thời gian đi bộ từ } M \text{ đến } C \text{ là: } t_{MC} = \frac{7-x}{6} \text{ h.}$$

$\rightarrow$ Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến C là

$$t = t_{AM} + t_{MC} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6} \text{ h.}$$

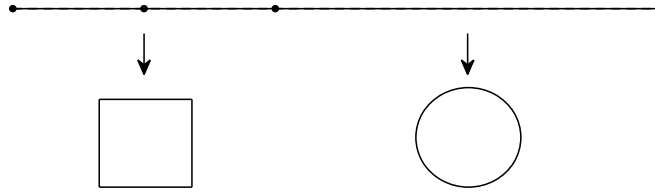
$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6} \text{ trên } [0; 7], \text{ ta được } \min_{[0; 7]} f(x) = f(2\sqrt{5}) = \frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}.$$

Vậy người đó đến kho nhanh nhất khi vị trí của điểm M cách B một khoảng $x = 2\sqrt{5} \approx 4,5\text{km}$.

Chọn C.

Câu 59. Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của

hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng:



- A. $\frac{a}{r} = 1$. B. $\frac{a}{r} = 2$. C. $\frac{a}{r} = 3$. D. $\frac{a}{r} = 4$.

Lời giải. Gọi x là độ dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn ($0 < x < 60$).
Suy ra chiều dài đoạn còn lại là $60 - x$.

Chu vi đường tròn: $2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi} \longrightarrow$ Diện tích hình tròn: $S_1 = \pi r^2 = \frac{x^2}{4\pi}$.

Diện tích hình vuông: $S_2 = \left(\frac{60-x}{4}\right)^2$.

Tổng diện tích hai hình: $S = \frac{x^2}{4\pi} + \left(\frac{60-x}{4}\right)^2 = \frac{(4+\pi)x^2 - 120\pi x + 3600\pi}{16\pi}$.

Đạo hàm: $S' = \frac{(4+\pi)x - 60\pi}{8\pi}$; $S' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{60\pi}{4+\pi}$; $S'' = \frac{4+\pi}{8\pi} > 0$.

Suy ra hàm S chỉ có một cực trị và là cực tiểu tại $x = \frac{60\pi}{4+\pi}$.

Do đó S đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{60\pi}{4+\pi}$.

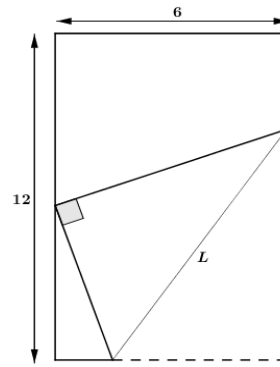
Với $x = \frac{60\pi}{4+\pi} \longrightarrow r = \frac{30}{(4+\pi)}$ & $a = \frac{240}{(4+\pi).4} \longrightarrow \frac{a}{r} = \frac{240}{120} = 2$. **Chọn B.**

Cách 2. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có $S = \frac{x^2}{4\pi} + \left(\frac{60-x}{4}\right)^2 \geq \frac{60^2}{4\pi+16}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{x}{4\pi} = \frac{60-x}{16} \rightarrow x = \frac{60\pi}{4+\pi}$.

Câu 60. Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 12cm và chiều rộng 6cm. Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu?

- A. $\min L = 6\sqrt{2}$ cm.
B. $\min L = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm.
C. $\min L = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm.



D. $\min L = 9\sqrt{2}$ cm.

Lời giải. Đặt $EB = a > 0$ như hình vẽ
 Trong tam giác vuông AEF có
 $\cos \angle AEF = \frac{6-a}{a} \rightarrow \cos \angle FEB = \frac{a-6}{a}$ (hai góc bù nhau).

Ta có $\triangle BEG = \triangle FEG$

$$\rightarrow \angle FEG = \angle BEG = \frac{1}{2} \angle FEB \xrightarrow{\cos \angle FEB = \frac{a-6}{a}} \cos \angle FEG = \sqrt{\frac{a-3}{a}}.$$

Trong tam giác vuông EFG có $EG = \frac{EF}{\cos \angle FEG} = \sqrt{\frac{a^3}{a-3}}.$

Xét hàm $f(a) = \frac{a^3}{a-3}$ với $a > 3$, ta được $\min f(a)$ đạt tại $a = \frac{9}{2} \rightarrow EG = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$

Chọn B.

