

TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Cho $\tan x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, khi đó:

a) $\cot x = 3$.

b) $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

c) $\frac{3 \sin x - 5 \cos x}{4 \sin x + \cos x} = \frac{-12}{5}$.

d) $\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x} = 4$.

Lời giải

a) Đúng

Ta có: $\tan x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = 3$. Vì $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$.

b) Sai

Ta có: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$.

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{9}{10} \Rightarrow \cos x = -\frac{3\sqrt{10}}{10}; \quad \sin x = \cos x \cdot \tan x = -\frac{3\sqrt{10}}{10} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

c) Đúng

$$\frac{3 \sin x - 5 \cos x}{4 \sin x + \cos x} = \frac{3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) - 5 \cdot \left(-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)}{4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) + \left(-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)} = \frac{-12}{5}$$

d) Sai

$$\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x} = \frac{2(\tan x)^2 - 3 \tan x - 1}{(\tan x)^2 + \tan x} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{3} - 1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}} = -4$$

Có:

Câu 2: Cho tam giác ABC . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\tan A = \tan(2A + B + C)$.

b) $\tan\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot C$.

c) Tam giác ABC cân khi $\cos B \cdot \cos C = \sin B \cdot \sin C$.

d) $\sin A + \sin B - \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$.

Lời giải

a) Đúng.

Do A, B, C là ba góc trong tam giác nên $A + B + C = 180$

Vậy ta có $\tan(2A + B + C) = \tan(A + 180) = \tan A$.

b) Đúng.

$$\text{Ta có } \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90$$

nên:

$$\tan\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot\left[90 - \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} - \frac{C}{2}\right)\right] = \cot\left[\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right) - \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2} - \frac{C}{2}\right)\right] = \cot C.$$

c) Sai.

$$\text{Ta có } \cos B \cdot \cos C = \sin B \cdot \sin C \Leftrightarrow \frac{1}{2}[\cos(B-C) + \cos(B+C)] = \frac{1}{2}[\cos(B-C) - \cos(B+C)]$$

$$\Leftrightarrow \cos(B+C) = 1 \Leftrightarrow B+C = 90, \text{ vậy tam giác } ABC \text{ vuông tại } A.$$

d) Sai.

$$\sin A + \sin B - \sin C = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} - \sin\left(2 \cdot \frac{C}{2}\right)$$

Ta có

$$\text{Do } \frac{A+B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ \text{ nên } \sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2} \text{ và } \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}.$$

$$\Rightarrow \sin A + \sin B - \sin C = 2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} - 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$= 2 \cos \frac{C}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} - \cos \frac{A+B}{2} \right) = 2 \cos \frac{C}{2} \cdot (-2) \sin \frac{A}{2} \sin \left(-\frac{B}{2}\right) = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$y = f(x) = \frac{2 \cos x}{\cos x + 3}$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2 \cos x}{\cos x + 3}$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau đây:

$$a) f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

c) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2 \cos \frac{\pi}{2}}{\cos \frac{\pi}{2} + 3} = 0$$

b) Đúng.

Ta có: $\cos x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $D = \mathbb{R}$.

c) Sai.

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ y = f(-x) = \frac{2 \cos(-x)}{\cos(-x) + 3} = \frac{2 \cos(x)}{\cos(x) + 3} = f(x) \end{array} \right.$$

Hàm số đã cho là hàm số chẵn vì

d) Đúng.

$$\text{Ta có: } y = \frac{2 \cos x}{\cos x + 3} \Leftrightarrow (y-2) \cos x = 3y \quad (*)$$

Trường hợp 1: $y = 2$. Khi đó: $(*)$ trở thành: $0 = 6$.

Trường hợp 2: $y \neq 2$. Khi đó: $(*)$ trở thành: $\cos x = \frac{3y}{2-y}$.

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{3y}{2-y} \leq 1 \\ 2-y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq y \leq \frac{1}{2}$$

Để hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất thì:

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{1}{2}$ khi $x = k2\pi$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1 khi $x = \pi + k2\pi$.

Do đó tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 4: Cho phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = m$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m = 0$, phương trình đã cho có 2 nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$.

b) Khi $m = 1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

c) Khi $m = 3$, phương trình đã cho vô nghiệm.

d) Phương trình đã cho luôn có nghiệm khi m thuộc $[-2; 2]$.

Lời giải

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$$

Ta có

a) Sai.

Khi $m = 0$, ta có phương trình:

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

Vì $x \in (0; \pi) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < k < \frac{2}{3}$. Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$.

b) Đúng.

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

Khi $m = 1$ ta có phương trình

c) Đúng.

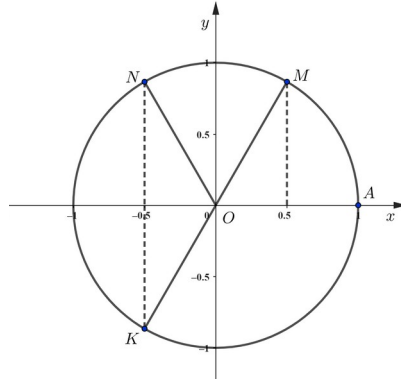
$$-1 \leq \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \sin x - \sqrt{3} \cos x \leq 2 \Rightarrow m \in [-2; 2], \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy với $m = 3$, phương trình đã cho vô nghiệm.

d) Đúng.

Theo c) khi m thuộc $[-2; 2]$ phương trình đã cho luôn có nghiệm.

Câu 5: Cho 3 điểm M, N, K là các điểm trên đường tròn lượng giác như hình vẽ.



Khi đó các khẳng định sau là đúng hay sai?

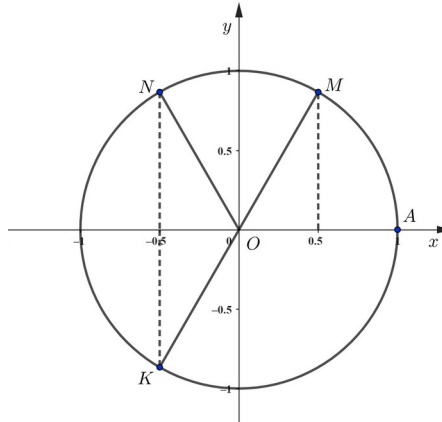
a) $\cos(OA, OM) = \frac{1}{2}$.

b) $\sin(OA, ON) = \frac{1}{2}$.

c) Số đo của góc lượng giác (OM, ON) bằng $\frac{\pi}{6}$.

d) $\tan(OA, OK) = -\sqrt{3}$.

Lời giải



a) Đúng

Từ hình vẽ ta có: Điểm M có hoành độ $x_M = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(OA, OM) = \frac{1}{2}$ và $(OA, OM) = \frac{\pi}{3}$.

b) Đúng

Điểm N có tung độ $y_N = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(OA, ON) = \frac{1}{2}$ và điểm N nằm ở góc phần tư thứ II nên $(OA, ON) = \frac{2\pi}{3}$.

c) Sai

Ta có: $(OA, OM) + (OM, ON) = (OA, ON)$

Do đó số đo của góc lượng giác $(OM, ON) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$.

d) Sai

Ta có: $\sin(OA, OK) = \frac{-1}{2}$; $\cos(OA, OK) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan(OA, OK) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 6: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{3}}$.
- b) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{6}(1-\sqrt{2})}{6}$.
- c) $\cos 2\alpha - \sin 2\alpha = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \sin 3\alpha \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin 4\alpha$ là $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

a) Sai.

Do $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ nên $\sin \alpha < 0$. Vậy ta có $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

b) Đúng.

Áp dụng công thức cộng ta được:

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\sqrt{6}(1-\sqrt{2})}{6}.$$

c) Đúng.

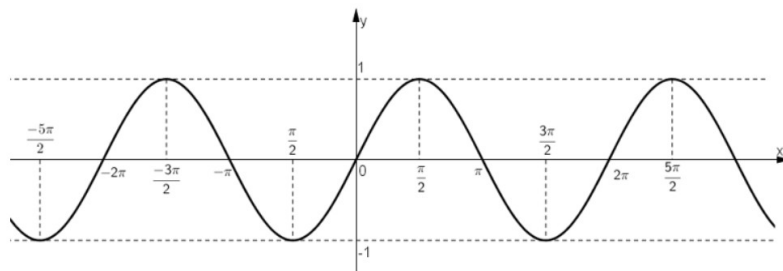
$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha - \sin 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{3} - 1 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{-1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}.$$

d) Đúng.

Ta có:

$$A = \sin 3\alpha \cdot \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin 4\alpha = \frac{1}{2} (\sin 4\alpha + \sin 2\alpha) - \frac{1}{2} \sin 4\alpha = \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây trên $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

b) Số nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ trên $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ là 5.

c) Đường thẳng $y = 0,7$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ tại 6 điểm.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{41\pi}{2}; \frac{-81\pi}{4}\right)$.

Lời giải

a) Sai.

Trên $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ hàm số đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ và nghịch biến $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

b) Đúng.

Kẻ đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ tại 5 điểm.

Do đó số nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ trên $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ là 5.

c) Sai.

Kẻ đường thẳng $y = 0,7$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ tại 5 điểm.

d) Đúng.

Ta có $\left(-\frac{41\pi}{2}; \frac{-81\pi}{4}\right) = \left(-\frac{\pi}{2} - 20\pi; -\frac{\pi}{4} - 20\pi\right)$. Do đó hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{41\pi}{2}; \frac{-81\pi}{4}\right)$.

$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, $g(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Câu 8: Cho

a) Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm trong khoảng $(-\pi, \pi)$.

b) Phương trình $g(x) = 1$ có 1 nghiệm trong khoảng $(-\pi, \pi)$.

c) Phương trình $f(x) = g(x)$ có nghiệm dương lớn nhất trên đoạn $[0; 2\pi]$ là $\frac{53\pi}{12}$.

d) Phương trình $[f(x)]^2 = [g(x)]^2$ tương đương với phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 4x$.

Lời giải

a) Đúng.

Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Vì $x \in (-\pi, \pi) \Rightarrow -\pi < -\frac{\pi}{3} + k\pi < \pi \Rightarrow -\frac{2}{3} < k < \frac{4}{3}$. Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1\}$. Do vậy phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm trong khoảng $(-\pi, \pi)$.

b) Sai.

$g(x) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Phương trình

Vì $x \in (-\pi, \pi) \Rightarrow -\pi < \frac{\pi}{8} + k\pi < \pi \Rightarrow -\frac{9}{8} < k < \frac{7}{8}$. Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}$. Do vậy phương trình $g(x) = 1$ có 2 nghiệm trong khoảng $(-\pi, \pi)$.

c) Sai.

Phương trình $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} - 2x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{12} + n2\pi \end{cases} \quad (k; n \in \mathbb{Z})$$

Ta có $0 \leq \frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{24} \leq k \leq \frac{67}{24}$. Suy ra $k \in \{0; 1; 2\} \Rightarrow x = \frac{53\pi}{36}$ là nghiệm dương lớn nhất trong đoạn $[0; 2\pi]$ của họ nghiệm này.

Xét $0 \leq \frac{\pi}{12} + n2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{24} \leq n \leq \frac{23}{24}$. Suy ra $n = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{12}$ là nghiệm dương duy nhất trong đoạn $[0; 2\pi]$ của họ nghiệm này.

Từ 2 trường hợp trên ta có nghiệm dương lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$ trong đoạn $[0; 2\pi]$ là $x = \frac{53\pi}{36}$.

d) Đúng.

$$\begin{aligned} \text{Phương trình } [f(x)]^2 &= [g(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} = \frac{1 + \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right)}{2} \\ &\Leftrightarrow -\cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow \cos\left(\pi - \left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) \\ &\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 4x \end{aligned}$$

Vậy phương trình $[f(x)]^2 = [g(x)]^2$ tương đương với phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 4x$.

Câu 9: Cho α thỏa mãn $\tan \alpha = 3$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Giá trị $\cot \alpha = \frac{1}{3}$.

b) Giá trị $A = \frac{1}{\cos^2 x} = 4$.

c) Giá trị $B = \frac{\sin \alpha + 5 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 6 \cos \alpha} = \frac{8}{15}$.

d) Giá trị $C = \frac{\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + 6 \cos^2 \alpha} = \frac{7}{6}$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$$

Ta có:

b) Sai.

$$A = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 10$$

Ta có:

c) Đúng.

Do $\tan \alpha = 3$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

$$B = \frac{\sin \alpha + 5 \cos \alpha}{3 \sin \alpha + 6 \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{5 \cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{3 \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{6 \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\tan \alpha + 5}{3 \tan \alpha + 6} = \frac{3 + 5}{3 \cdot 3 + 6} = \frac{8}{15}$$

d) Đúng.

$$C = \frac{\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + 6 \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{6 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 2 \tan \alpha - 1}{\tan^2 \alpha - \tan \alpha + 6}$$

$$= \frac{3^2 + 2 \cdot 3 - 1}{3^2 - 3 + 6} = \frac{7}{6}$$

Câu 10: Biết A, B, C là các góc của tam giác $\triangle ABC$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) $A + B + C = 180^\circ$

b) $\sin(A + C) = \sin B$

c) $\tan(A + C) = -\tan B$

d)
$$\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+2B+C}{2}\right)} = \tan A \cdot \cot(B + C)$$

Lời giải

a) Đúng.

Vì A, B, C là các góc của tam giác $\triangle ABC$ nên $A + B + C = 180^\circ$.

b) Đúng.

Vì A, B, C là ba góc của một tam giác suy ra $A + C = \pi - B$.

Khi đó $\sin(A + C) = \sin(\pi - B) = \sin B$

c) Đúng.

Vì A, B, C là ba góc của một tam giác suy ra $A + C = \pi - B$.

Khi đó $\tan(A + C) = \tan(\pi - B) = -\tan B$

d) Đúng.

Vì $A + B + C = \pi$ nên

$$VT = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{B}{2}\right)} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{B}{2}\right)} = \frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{-\sin \frac{B}{2}} - \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}} = -\left(\sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2}\right) = -1$$

$$VP = \tan A \cdot \cot(\pi - A) = \tan A \cdot (-\cot A) = -1$$

Suy ra $VT = VP$. Mệnh đề đúng.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2}$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau đây:

- a) Với $x = \frac{\pi}{2}$ ta nhận được có kết quả $y = 1$.
 b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
 c) Hàm số trên là hàm lẻ.
 d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là 0 và giá trị lớn nhất là $\frac{4}{3}$.

Lời giải

a) Đúng

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2} = \frac{2}{2} = 1$$

b) Đúng

Vì $\cos x \neq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $\cos x \neq 2$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

Do đó, tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

c) Sai

Đặt $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2}$

Ta có: $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ nên không phải hàm lẻ.

d) Đúng

Xét $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Vì $\cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y \cos x + 2y = \sin x + 1 \Leftrightarrow y \cos x - \sin x = -2y + 1$

Ta lại có: $(-1)^2 + y^2 \geq (2y - 1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{4}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 0, giá trị lớn nhất là $\frac{4}{3}$.

Câu 12: Cho phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = m$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau đây:

- a) Khi $m = 0$ thì phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = m$ có 2 nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
 b) Khi $m = 1$ thì phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = m$ tương đương với phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$
 c) Khi $m = 3$ thì phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = m$ vô nghiệm.
 d) Phương trình đã cho luôn có nghiệm khi m có giá trị thuộc đoạn $[-2; 2]$.

Lời giải

a) Sai

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

Vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên phương trình có một nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}$.

b) Sai

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

c) Đúng

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 3 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \text{ . Phương trình vô nghiệm.}$$

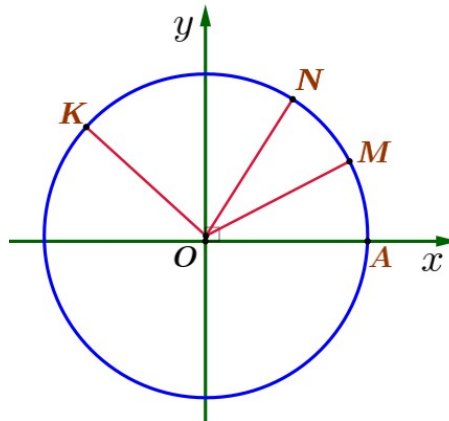
d) Đúng

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = m \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{m}{2}$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq \frac{m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Phương trình đã cho có nghiệm

Câu 13: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho các điểm M, N, P lần lượt là các điểm xác định bởi $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $N\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $K\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ với $\angle AOM = \alpha$, $\angle AON = \beta$, $\angle AOK = \gamma$



a) Giá trị $\cos(OA, OM) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Giá trị $\tan(OA, OM) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) Số đo của góc lượng giác $(OK, OM) = 105^\circ + k \cdot 360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$

d) Độ dài cung lớn NK bằng 285.

Lời giải

a) Đúng.

$$\cos(OA, OM) = \cos \alpha = x_M = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ta có:

b) Đúng.

$$\tan(OA, OM) = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y_M}{x_M} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ta có:

c) Sai.

Vì $K\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ nên $(OA, OK) = 135^\circ$.

Vì $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên $(OA, OM) = 30^\circ$.

Ta có: $sd(OM, OK) = sd(OA, OK) - sd(OA, OM) = 135^\circ - 30^\circ + k \cdot 360^\circ = 105^\circ + k \cdot 360^\circ$.

Vậy $(OK, OM) = -105^\circ + k \cdot 360^\circ$.

d) Sai.

Vì $\widehat{KON} = 75^\circ$ nên số đo góc ở tâm chắn cung lớn NK bằng $\varphi = 285^\circ = \frac{19 \cdot \pi}{12}$.

Độ dài cung lớn NK là $l = R \cdot \varphi = 1 \cdot \frac{19 \cdot \pi}{12} = \frac{19}{12} \pi$.

Câu 14: Cho biết $\cos x = -\frac{12}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) $\sin x > 0$.

b) $\sin x = -\frac{5}{13}$.

c) $\cot x = \frac{5}{12}$.

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.

Lời giải

a) Sai.

Vì $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin x < 0$.

b) Đúng.

Ta có: $\cos x = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$.

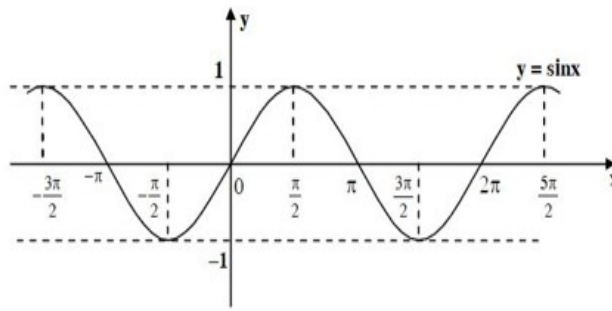
c) Sai.

Ta có: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = \frac{12}{5}$.

d) Đúng.

Ta có: $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos x - \cos \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{12}{13}\right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$.

Câu 15: Cho hàm $y = \sin x$



Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau đây:

- a) Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.
- b) Trên khoảng $\left(\frac{-\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ có 3 giá trị của x để $\sin x = 0$.
- c) Đường thẳng $y = -0,35$ giao với đồ thị hàm $y = \sin x$ tại 2 điểm phân biệt trên khoảng $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$.
- d) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{7}, \frac{\pi}{5}\right)$.

Lời giải

a) Sai

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

b) Đúng

Hàm số giao với trục hoành tại 3 điểm trên khoảng $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$.

c) Đúng

Kẻ đường thẳng $y = -0,35$ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt trên khoảng $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$.

d) Đúng

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ mà $0 < \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$ nên cũng đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{7}, \frac{\pi}{5}\right)$.

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right); g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

Câu 16: Cho Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau đây:

- a) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$.
- b) Phương trình $g(x) = 1$ có hai nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$.
- c) Phương trình $f(x) = g(x)$ có nghiệm dương lớn nhất trong khoảng $(0; 2\pi)$ là π .
- d) Phương trình $f^2(x) = g^2(x)$ tương đương với phương trình $\cos 2x = 0$.

Lời giải

a) Sai

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Vì $x \in (0; \pi)$ nên phương trình trên có nghiệm là $x = \frac{3\pi}{4}$.

b) Sai

$$g(x) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$$

Vì $x \in (0; \pi)$ nên phương trình vô nghiệm.

c) Đúng

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi.$$

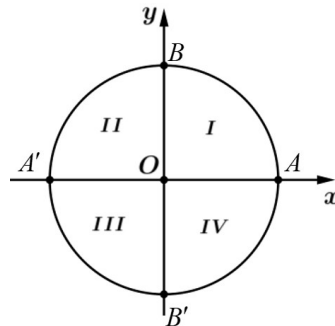
Trong khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có nghiệm dương lớn nhất là π .

d) Sai

$$f^2(x) = g^2(x) \Leftrightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 1 - \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0.$$

Câu 17: Cho đường tròn lượng giác như hình vẽ



a) Điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II.

b) Điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm N thuộc góc phần tư thứ II.

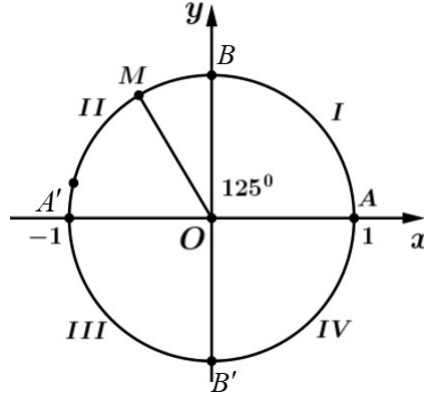
c) Điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{13\pi}{6}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ IV.

d) Điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ I.

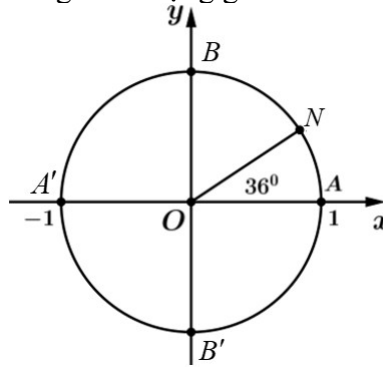
Lời giải

a) Đ b) S c) Đ d) Đ

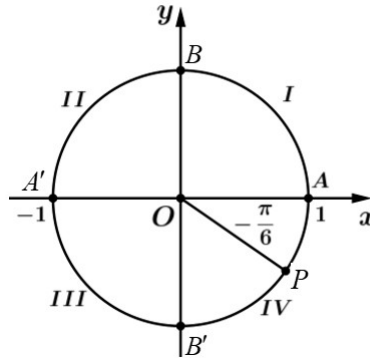
* Phương án a) đúng: Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AOM = 125^\circ$ như hình vẽ.



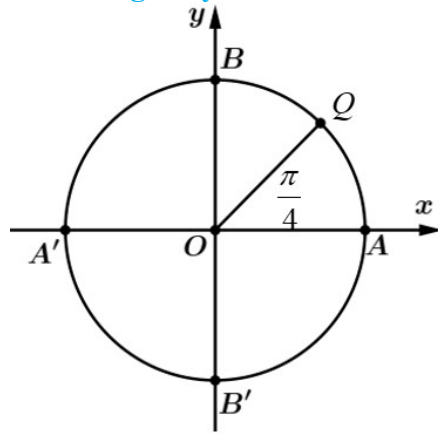
* Phương án **b)** sai: góc lượng giác có số đo $36^\circ + k360^\circ$ có điểm biểu diễn chính là điểm biểu diễn của góc có số đo 36° . Do đó, điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $36^\circ + k360^\circ$ là điểm N thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AON = 36^\circ$.



* Phương án **c)** đúng: Ta có $-\frac{13\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} - 2\pi$. Do đó, điểm biểu diễn của góc lượng giác $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $\angle AOP = \frac{\pi}{6}$.



* Phương án **d)** đúng: Ta có $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3.2\pi$. Do đó, điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AOQ = \frac{\pi}{4}$.



Câu 18: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

c) $\sin 2\alpha = -\frac{23}{5}$.

d) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48 - 5\sqrt{3}}{11}$.

Lời giải

a) Đ b) Đ c) S d) S

* Phương án a) đúng: Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$.

* Phương án b) đúng: Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ mà $\cos \alpha < 0$ nên

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{5}$$

* Phương án c) sai: Ta có

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{\tan \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha}$$

* Phương án d) sai: Ta có

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

mà

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-\frac{3}{4} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\left(-\frac{3}{4}\right)} = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{4 + 3\sqrt{3}} = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}$$

Suy ra,

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = 2 \cos^2 2x + 3$.

a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số trên là hàm số chẵn.

c) Tập giá trị của hàm số trên là $[1; 3]$.

d) Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Lời giải

a) Đ b) Đ c) S d) S

* Phương án a) đúng: Vì tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.

* Phương án b) đúng:

Ta có $f(x) = 2\cos^2 2x + 3 = \cos 4x + 4$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

$f(-x) = \cos(-4x) + 4 = \cos 4x + 4 = f(x)$. Nên suy ra đây là hàm số chẵn.

* Phương án c) sai:

Ta có $f(x) = 2\cos^2 2x + 3 = \cos 4x + 4$.

vì $-1 \leq \cos 4x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3 \leq \cos 4x + 4 \leq 5$ hay $3 \leq f(x) \leq 5$.

$\text{Max} f(x) = 5$ khi $\cos 4x = 1 \Leftrightarrow 4x = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

$\text{Min} f(x) = 3$ khi $\cos 4x = -1 \Leftrightarrow 4x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập giá trị của hàm số trên là $[3; 5]$.

* Phương án d) sai:

Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = 2\cos^2 2x + 3$ và Oy .

$M \in Oy \Rightarrow x_M = 0$.

M thuộc đồ thị hàm số nên $y_M = f(x_M) = 2\cos^2 0 + 3 = 5$.

Vậy đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu 20: Phương trình $\sin 3x = \sin x$.

$$S = \left\{ k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

a) Tập nghiệm của phương trình là

b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \pi$.

c) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x - 1 = 0$.

d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\frac{29\pi}{4}$.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) Đ

* Phương án a) đúng:

Ta có: $\sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Nên $S = \left\{ k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

* Phương án b) sai:

Với $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ thì nghiệm dương nhỏ nhất là π .

Với $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ thì nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{\pi}{4}$.

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{4}$.

* Phương án c) sai:

$$\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad S_1 = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Ta có:

Do $S_1 \neq S$ nên phương trình đã cho không tương đương với phương trình: $\sin 2x - 1 = 0$.

* Phương án d) đúng:

$$\text{Với } x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}), \text{ các nghiệm thuộc đoạn } \left[-\pi; \frac{5\pi}{2} \right] \text{ là } x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}.$$

$$\text{Với } x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Các nghiệm thuộc đoạn } \left[-\pi; \frac{5\pi}{2} \right] \text{ là: } x \in \left\{ \frac{-3\pi}{4}; \frac{-\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right\}.$$

$$\text{Tổng các nghiệm thuộc đoạn } \left[-\pi; \frac{5\pi}{2} \right] \text{ của phương trình là:}$$

$$-\pi + 0 + \pi + 2\pi + \frac{-3\pi}{4} + \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{29\pi}{4}.$$

Câu 21: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ và các biểu thức: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; $B = \cos(\pi - \alpha) - \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $A = \cos \alpha$

b) $B = -\cos \alpha - \tan \alpha$

c) $A + B = \frac{3}{4}$

d) $A - B = -\frac{17}{20}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha = -\frac{4}{5}.$$

$$B = \cos(\pi - \alpha) - \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha - \cot\left(\frac{\pi}{2} - (-\alpha)\right) = -\cos \alpha - \tan(-\alpha) = -\cos \alpha + \tan \alpha$$

$$= -\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{5} + \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{20}.$$

Do đó:

$$A + B = -\frac{3}{4}; \quad A - B = -\frac{17}{20}$$

Câu 22: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3}$

- b) $\cos 2\alpha = \frac{1}{9}$
- c) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$
- d) $\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{5}}{9}$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

Theo công thức cộng ta có:

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3};$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9};$$

Theo công thức nhân đôi ta có:

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ta có:

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad \text{nên} \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

Vì

Do đó:

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{-\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6};$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{5}}{9}$$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x) = \tan 2x$.

a) Đồ thị hàm số qua điểm $M\left(\frac{\pi}{8}; 1\right)$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\} (k \in \mathbb{Z})$$

b) Tập xác định của hàm số là

c) Là hàm số lẻ.

d) Là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

Hàm số xác định khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \right\}$$

Tập xác định:

$$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \quad M\left(\frac{\pi}{8}; 1\right)$$

a) Đúng vì , suy ra đồ thị hàm số qua

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z} \right) \right\}$$

b) Sai vì tập xác định:

c) Đúng

Có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \tan(-2x) = -\tan 2x = -f(x)$.

Suy ra $y = f(x) = \tan 2x$ là hàm số lẻ.

d) Sai

Có $\forall x \in D \Rightarrow x + k \frac{\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z} \right) \in D$

$$f\left(x + \frac{k\pi}{2}\right) = \tan\left(2\left(x + \frac{k\pi}{2}\right)\right) = \tan(2x + k\pi) = \tan 2x = f(x)$$

Suy ra: $y = f(x) = \tan 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $\frac{\pi}{2}$.

$$2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + m = 0$$

Câu 24: Cho phương trình lượng giác . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình có nghiệm khi $-2 \leq m \leq 2$.

b) Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z} \right)$ khi $m = -1$.

c) Khi $m = \sqrt{3}$, phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{5\pi}{3}$.

d) Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm trên $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$ là 5.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Đúng vì phương trình có nghiệm $\left| -\frac{m}{2} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

b) Sai vì $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \left(k \in \mathbb{Z} \right)$

$$m = \sqrt{3} \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \left(k \in \mathbb{Z} \right)$$

c) Đúng vì

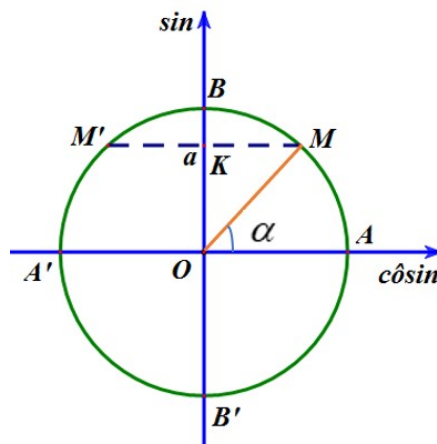
d) Sai.

Ta có: $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \frac{-\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$

Từ đó, phương trình có nghiệm khi: $-\frac{1}{2} \leq -\frac{m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 1$.

Suy ra: $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 25: Cho phương trình $\sin x = a$.



a) Nếu $a > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

b) Nếu $a = 1$ thì phương trình có nghiệm $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

c) Nếu $-1 \leq a < 1$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

d) Phương trình luôn có hai điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

Lời giải

a) **ĐÚNG.**

b) **SAI.** Nếu $a = 1 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

c) **ĐÚNG.**

d) **SAI.**

Câu 26: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \sin \sqrt{x+4}$ có tập xác định là $D = [-4; +\infty)$.

b) Hàm số $y = \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

c) Hàm số $y = \sqrt{3-2\cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số $y = \frac{1-3\cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai.

a) **ĐÚNG.** Hàm số xác định khi và chỉ khi $x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-4; +\infty)$.

b) **SAI.** Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Vậy tập xác định của hàm số là

c) **ĐÚNG.** Hàm số xác định khi $3-2\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \frac{3}{2}$, vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm là $D = \mathbb{R}$.

d) **SAI.** Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 27: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính

$$h(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$$

theo thời gian t được cho bởi công thức

a) Công thức tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

b) Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.

c) Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m.

d) Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) SAI. Công thức có dạng $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$ nên chu kỳ cần tìm là $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{6}\right|} = 12$.

b) **ĐÚNG.** Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$
 $\Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Vậy chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.

c) **SAI.** Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$
 $\Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m.

d) **ĐÚNG.** Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$
 $\Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m.

$$\text{Max } h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k, k \in \mathbb{Z}$$

Vì thời gian không âm và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $t = 9$. Vậy thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$.

Câu 28: Cho phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ (1).

a) $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$$

b) Khi $m = 2$ thì phương trình

c) Khi $m = 1$ thì tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

d) Chỉ tìm được một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = m \end{cases}$$

Ta có $(2\cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$

a) **ĐÚNG.** Thay $x = \frac{7\pi}{3}$ phương trình (1) ta thấy thỏa mãn nên $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1) .

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

b) **SAI.** Khi $m = 2$ thì phương trình

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + l\pi \end{cases}$$

c) **ĐÚNG.** Khi $m = 1$ phương trình

Do đó tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

d) **SAI.** Do phương trình (2) có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Do đó để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ thì phương trình $\sin 2x = m$ có

1 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ khác $\frac{\pi}{3}$

Ta có $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow 2x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ hay $2x \in [0; 2\pi]$

Từ suy ra $m = 1$ hoặc $m = -1$

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x + 7$

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

b) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$

c) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) + 7 = \cos \pi + 7 = -1 + 7 = 6$$

Ta có

Với $\forall x \in D$, ta có $-x \in D$ và $f(-x) = \cos(2(-x)) + 7 = \cos(-2x) + 7 = \cos 2x + 7 = f(x)$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Với $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow 6 \leq \cos 2x + 7 \leq 8$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8

a) Đúng: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$$

b) Đúng:

c) Sai: Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

d) Đúng: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8.

Câu 30: Cho phương trình lượng giác $\sin x = \frac{1}{2}$, khi đó:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6}$$

a) Phương trình

$$b) \text{ Phương trình có các nghiệm là: } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad \text{và} \quad x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$c) \text{ Phương trình có nghiệm âm lớn nhất là } -\frac{\pi}{6}$$

$$d) \text{ Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng } \frac{\pi}{6}$$

Lời giải

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$+) \text{ Với } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = -1 \Rightarrow x = \frac{-11\pi}{6}$$

$$+) \text{ Với } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = -1 \Rightarrow x = \frac{-7\pi}{6}$$

k là số nguyên âm càng nhỏ thì các nghiệm âm của phương trình càng nhỏ.

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm âm lớn nhất là: } x = \frac{-7\pi}{6}$$

$$+) \text{ Với } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$+) \text{ Với } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$$

k là số nguyên dương càng lớn thì các nghiệm dương của phương trình càng lớn.

Vậy phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất là: $x = \frac{\pi}{6}$

a) Đúng: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6}$.

b) Sai: Phương trình có các nghiệm là: $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Sai: Phương trình có nghiệm âm lớn nhất là $-\frac{\pi}{6}$.

d) Đúng: Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{6}$.

Câu 31: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$.

a) $\cos(-\alpha) = \frac{3}{4}$.

b) $\cos(\pi - \alpha) = \frac{3}{4}$.

c) Các đẳng thức $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ và $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ đồng thời xảy ra.

d) $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Ta có:

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha) = \frac{3}{4}.$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha) = -\frac{3}{4}.$$

Với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, ta có $\sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

+) Các đẳng thức sau không thể đồng thời xảy ra không $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ và $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

+) $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Vậy:

a) Đúng: $\cos(-\alpha) = \frac{3}{4}$

b) Sai: $\cos(\pi - \alpha) = -\frac{3}{4}$.

c) Sai: $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ và $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ đồng thời xảy ra.

d) Đúng: $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = -2\sin x + 1$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

b) $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2$.

c) Tập giá trị của hàm số là $[-1; 3]$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình $f(x) = 0$ có đúng 1 nghiệm.

Lời giải

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

+) $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$

+) Có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \geq -2\sin x \geq -2 \Leftrightarrow 3 \geq -2\sin x + 1 \geq -1 \Leftrightarrow -1 \leq f(x) \leq 3$.

Suy ra MGT của hàm số là $[-1; 3]$.

+) Có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. Với $x \in (0; \pi)$ ta có $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$.

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm là $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$.
Vậy

a) Đúng: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

b) Đúng: $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$

c) Đúng: MGT của hàm số là $[-1; 3]$

d) Sai: $f(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$.

a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

b) Hàm số $y = \cos x$ có chu kỳ tuần hoàn là 2π .

c) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

d) Đồ thị hàm số $y = \cos x$ và đồ thị hàm số $y = \sin x$ cắt nhau tại vô số điểm.

Lời giải

a) Sai: $y = \sin x$ là hàm số lẻ

b) Sai: $y = \cos x$ có chu kỳ tuần hoàn là 2π .

c) Sai: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $(0; \frac{\pi}{2})$ và nghịch biến trên $(\frac{\pi}{2}; \pi)$.

d) Đúng:

Câu 34: Cho hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$.

- a) Phương trình $\sin x = \frac{3}{2}$ vô nghiệm.
- b) Phương trình $\cos x = \frac{2}{3}$ có vô số nghiệm.
- c) $\frac{p}{4}$ là một nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$.

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{p}{6} + k2p \\ x = \frac{5p}{6} + k2p \end{cases}$$

d) Ta có

Lời giải

- a) **Đúng:** Phương trình $\sin x = \frac{3}{2}$ vô nghiệm vì $\frac{3}{2} > 1$.
- b) **Đúng:** Phương trình $\cos x = \frac{2}{3}$ có vô số nghiệm.
- c) **Đúng:** Vì $\sin \frac{p}{4} = \cos \frac{p}{4}$.

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{p}{6} + k2p \\ x = \frac{5p}{6} + k2p \end{cases}$$

d) **Đúng:** Phương trình $\frac{p}{4} = \frac{p}{4}$

Câu 35: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $y = \sin x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$
- b) $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
- c) $y = \tan x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- d) $y = \cot x$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

a) ĐÚNG b) ĐÚNG c) SAI d) ĐÚNG

- a) $y = \sin x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$
- b) $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
- c) $y = \tan x$ đồng biến trên từng khoảng xác định.
- d) $y = \cot x$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 36: Cho phương trình $\cos x = m$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình (*) vô nghiệm khi $-1 \leq m \leq 1$.
- b) Khi $m = 0$ thì phương trình (*) có tập nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- c) Khi $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$ thì phương trình (*) có 3 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.
- d) Phương trình $\cos x = m$ (*) có 2 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi $m \in (0; 1]$.

Lời giải

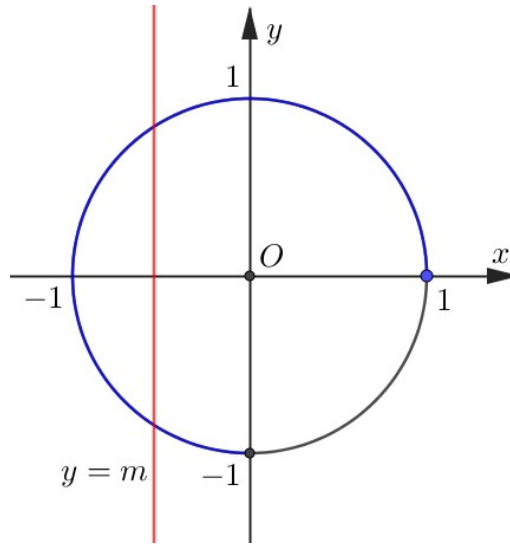
a) Sai: Ta có: $\cos x = m$ (*) vô nghiệm khi $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. suy ra mệnh đề sai.

b) Đúng: Ta có: $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbf{Z})$

c) Đúng: Ta có: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$

Mà $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ và $k \in \mathbf{Z}$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$.

d) Sai: Ta có:



Dựa vào đường tròn lượng giác ta thấy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ khi $m \in (-1; 0]$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x) = 3\cos 2x - 1$

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng qua trục Oy .

b) Hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng -2 .

d) Hàm số $y = f(x)$ trên nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải

a) Đúng:

+TXĐ: $D = \mathbf{R}$.

+ $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = 3\cos(-2x) - 1 = 3\cos 2x - 1 = f(x)$.

Vậy $y = f(x)$ là hàm số chẵn suy ra đồ thị hàm số đối xứng qua trục Oy

b) Sai: Hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

c) Đúng: Vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\cos 2x \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq 3\cos 2x - 1 \leq 2 \Leftrightarrow -4 \leq y \leq 2$.

Khi đó, tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng: $-4 + 2 = -2$.

d) Sai: Đặt $t = 2x \in (\pi; 2\pi)$.

Ta có, hàm số $y = \cos t$ đồng biến trên $(\pi; 2\pi)$.

Nên hàm số $y = 3 \cos t - 1$ cũng đồng biến trên $(\pi; 2\pi)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x) = -5 \cos x + 2$. Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau:

- Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.
- Hàm số trên là hàm số lẻ.
- Tập giá trị của hàm số trên là $[-3; 7]$.
- Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

Lời giải

- Đúng: Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$. Mệnh đề đúng.
- Sai: Hàm số trên là hàm số lẻ. Mệnh đề sai.

$$\text{Vi } \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = -5 \cos(-x) + 2 = f(x) \end{cases}$$

- Đúng: Tập giá trị của hàm số trên là $[-3; 7]$. Mệnh đề đúng.

Thật vậy, vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $-3 \leq -5 \cos x + 2 \leq 7$ hay $-3 \leq y \leq 7$.

- Đúng: Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 . Mệnh đề đúng.

Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x) = -5 \cos x + 2$ và Oy .

$$M \in Oy \Rightarrow x_M = 0$$

M thuộc đồ thị hàm số nên $y_M = f(x_M) = -5 \cos 0 + 2 = -3$.

Vậy đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \quad (1)$$

Câu 39: Cho phương trình

Trong mỗi ý a), b), c), d) sau, thí sinh chọn đúng hoặc sai

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$$

- Phương trình tương đương với

$$x = \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{3}$$

- Phương trình có tập nghiệm là

- Phương trình có nghiệm là 3 trong khoảng $(0; 2\pi)$

- Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ của phương trình là $\frac{7\pi}{2}$

Lời giải

- Đúng: Vì

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)\right] = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

- Sai: Vì

- Sai: Vì

+ Xét $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$0 < x < 2\pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \pi$$

Do

+ Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$0 < x < 2\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{11}{4} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2} \right\}$$

Do

$$x \in \left\{ \pi; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2} \right\}$$

Do đó trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình đã cho có 4 nghiệm

d) Đúng: Vì tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; 2\pi)$ là:

$$\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} + \pi = \frac{7\pi}{2}.$$

Câu 40: Cho phương trình: $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$, với m là tham số.

Trong mỗi ý a), b), c), d) sau, thí sinh chọn đúng hoặc sai

$$\begin{cases} \cos x = 0 & (2) \\ 4\cos^2 x - 2\cos x + m - 3 = 0 & (3) \end{cases}$$

a) Phương trình tương đương với

$$\cos x = 0 \quad (2) \quad \left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi \right)$$

b) Phương trình $\cos x = 0$ (2) có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng

c) Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm là 6.

d) Có đúng một giá trị nguyên của tham số m để phương trình có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc

$$\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi \right)$$

khoảng

Lời giải

a) Đúng: Vì:

$$\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3\cos x + 4\cos^3 x - 2\cos^2 x + 1 + m \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 2\cos^2 x + (m-3)\cos x = \cos x (4\cos^2 x - 2\cos x + m-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 4\cos^2 x - 2\cos x + m-3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} & (2) \\ 4\cos^2 x - 2\cos x + m-3 = 0 & (3) \end{cases}$$

b) Đúng: Vì

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi \in \left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi \right) \Leftrightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}$$

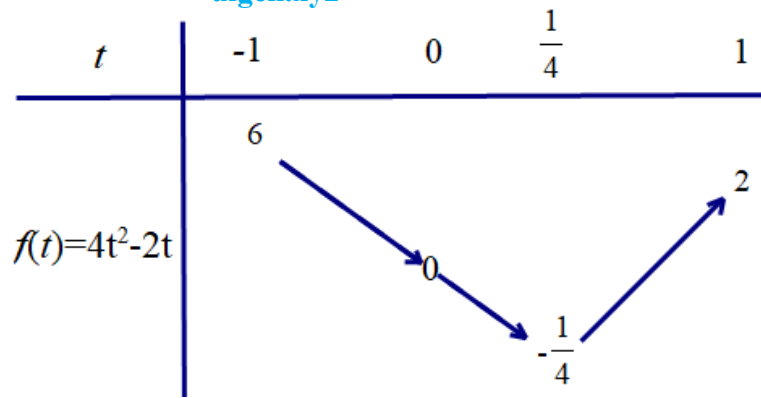
Xét:

$$\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi \right)$$

c) Sai: Vì

$$\text{Xét: Đặt } t = \cos x, t \in [-1; 1], \Rightarrow 4t^2 - 2t + m - 3 = 0 \Leftrightarrow 3 - m = 4t^2 - 2t \quad (4)$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t) = 4t^2 - 2t, t \in [-1; 1]$, ta có:



Phương trình có nghiệm khi $-\frac{1}{4} \leq 3 - m \leq 6 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{13}{4} \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên để có nghiệm.

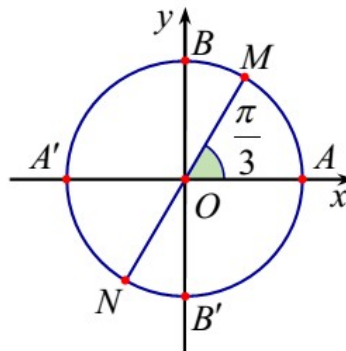
d) Sai: Vì Để có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ thì phương trình phải có đúng

6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right) \Leftrightarrow$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng

$(0; 1) \Leftrightarrow \frac{-1}{4} < 3 - m < 0 \Leftrightarrow 3 < m < \frac{13}{4}$. Vậy không có giá trị nguyên nào của tham số m để có đúng

8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 41: Cho hình vẽ sau:



Xét tính đúng – sai của các phát biểu sau:

a) Số đo góc lượng giác (OM, OA) là $\text{sđ}(OM, OA) = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

b) $\text{sđ}(ON, OA) = \text{sđ}(ON, OM) - \text{sđ}(OA, OM)$

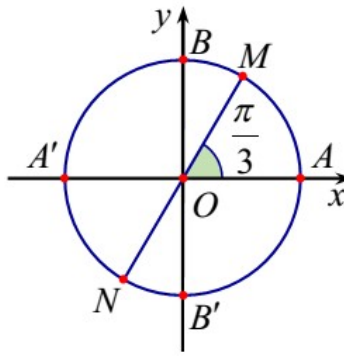
c) Độ dài cung tròn AM lớn là: $l_{AM} = \frac{2\pi}{3}$

d) Hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là: $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Lời giải

a.Sai **b.**Đúng **c.**Sai **d.**Đúng

Cho hình vẽ sau:



Xét tính đúng – sai của các phát biểu sau:

- a) Số đo góc lượng giác (OM, OA) là $\text{sđ}(OM, OA) = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
b) $\text{sđ}(ON, OA) = \text{sđ}(ON, OM) - \text{sđ}(OA, OM)$
c) Độ dài cung tròn AM lớn là: $l_{AM} = \frac{5\pi}{3}$
d) Số đo là: $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

- a) Số đo góc lượng giác (OM, OA) là $\text{sđ}(OM, OA) = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ nên mệnh đề sai.
b) Theo hệ thức Chales: $\text{sđ}(ON, OA) + \text{sđ}(OA, OM) = \text{sđ}(ON, OM)$
 $\Rightarrow \text{sđ}(ON, OA) = \text{sđ}(ON, OM) - \text{sđ}(OA, OM)$ nên mệnh đề đúng.

c) Độ dài cung tròn AM lớn là: $l_{AM} = \frac{5\pi}{3}$ nên mệnh đề sai.

d) Hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là: $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ nên mệnh đề đúng

Câu 42: Cho góc lượng giác α có số đo theo đơn vị radian là $\frac{3\pi}{4}$. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

- a) Góc lượng giác α có số đo theo đơn vị độ là 155° .
b) Điểm biểu diễn góc lượng giác α là điểm M trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ I.

- c) Góc lượng giác $-\frac{5\pi}{4}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc α .
d) Góc lượng giác 855° có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc α .

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

Cho góc lượng giác α có số đo theo đơn vị radian là $\frac{3\pi}{4}$. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

- a) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = \left(\frac{3 \cdot 180}{4} \right)^\circ = 135^\circ$ nên mệnh đề sai.

b) Điểm biểu diễn góc lượng giác α là điểm M trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ II sao cho góc $\angle AOM = 135^\circ$ nên mệnh đề sai.

$$\frac{-5\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2\pi \quad \frac{-5\pi}{4}$$

c) Ta có $\frac{-5\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2\pi$ do đó $\frac{-5\pi}{4}$ cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc α nên mệnh đề đúng.

d) Ta có $855^\circ = 135^\circ + 2.360^\circ$ do đó 855° có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc α nên mệnh đề đúng.

Câu 43: Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

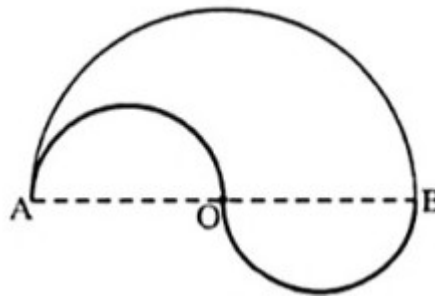
$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}; 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ.$$

a)

b) Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = \pi R \alpha$.

c) Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ$, k thuộc số nguyên

d) Cho $OA = 5 \text{ cm}$. Chu vi hình vẽ sau đây 10π



Lời giải

a. Đúng b. Sai c. Đúng d. Đúng

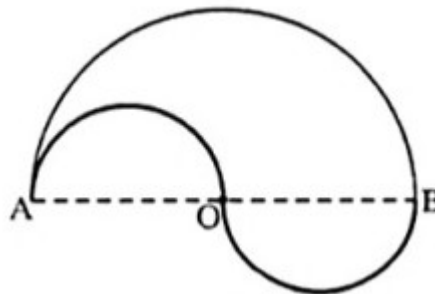
$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}; 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ.$$

a) đúng

b) sai : vì một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R \alpha$.

c) đúng : vì theo hệ thức Chasles Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ$, k thuộc số nguyên

d) đúng: Cho $OA = 5 \text{ cm}$. Chu vi hình vẽ sau đây 10π



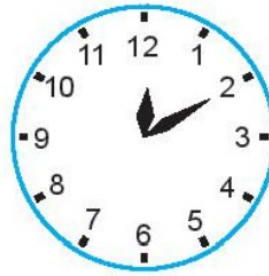
$$l_1 = \frac{1}{2} AO \cdot \alpha = \frac{5}{2} \pi; l_2 = \frac{1}{2} OB \cdot \alpha = \frac{5}{2} \pi; l_3 = OA \cdot \alpha = 5\pi \Rightarrow l = l_1 + l_2 + l_3 = 10\pi.$$

Câu 44: Xét tính đúng –

sai của các mệnh đề sau:

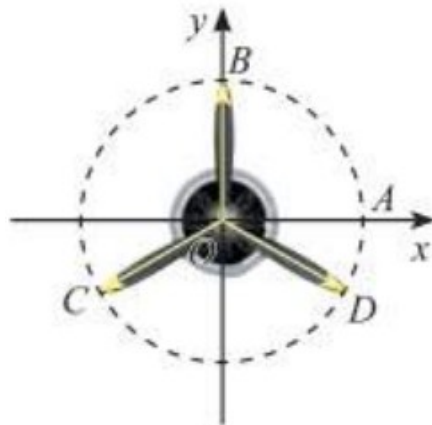
a) Cho góc hình học $\angle Ov = 75^\circ$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) là $75^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

- b) Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 50° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -125° . Số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) bằng $175^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- c) Trên đồng hồ hình dưới đây, kim phút đang chỉ đúng số 2. Đến lúc 13 giờ 30 phút thì kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng 480° .



12 giờ 10 phút

- d) Trong hình dưới, cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau. $\angle AOD = 28^\circ$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OC) bằng $-148^\circ + k.360^\circ$.



Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Sai d.Đúng

a) Đúng.

b) Sai

$$\text{sđ}(Ou, Ov) = \text{sđ}(Ox, Ov) - \text{sđ}(Ox, Ou) + k360^\circ = -175^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

c) Sai.

Kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng $-(360^\circ + 120^\circ) = -480^\circ$.

d) Đúng.

Cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau, vậy mỗi phần sẽ có số đo là $360^\circ : 3 = 120^\circ$.

Số đo góc lượng giác $(OD, OC) = -120^\circ$.

Theo hệ thức Chasles ta có:

$$(Ox, OC) = (Ox, OD) + (OD, OC) = -28^\circ + (-120^\circ) + k360^\circ = -148^\circ + k360^\circ.$$

Câu 45: Xét tính đúng - sai các phát biểu sau

a) Góc lượng giác có số đo α (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có công thức tổng quát của số đo là $\alpha + k2\pi$

b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov là $-120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

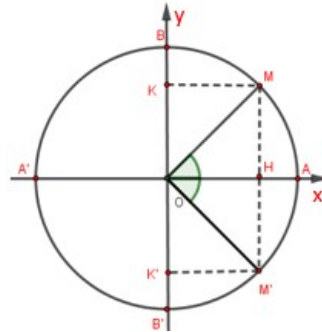
- c) Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi $sđ \overset{\ominus}{AM} = \frac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox . số đo của góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là: $-\frac{57\pi}{4}$
- d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $sđ(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbf{Z}$. Khi đó $sđ(Ox, BC)$ bằng $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbf{Z}$.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Đúng d.Đúng

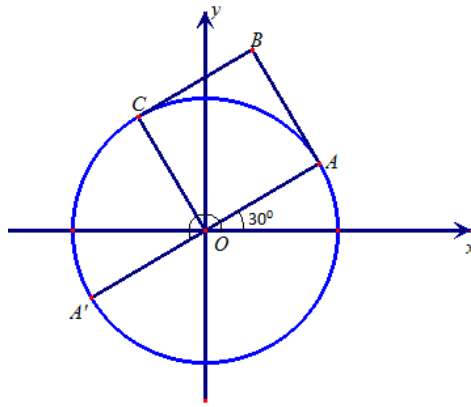
- a) Nếu một góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo α radian thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu Ou , tia cuối Ov có số đo $\alpha + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, Đúng.
- b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác $-120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbf{Z}$, Sai.
Số đo của góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov là
 $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k'360^\circ = 120^\circ - (-240^\circ) + k'360^\circ = k'360^\circ, k, k' \in \mathbf{Z}$.

- c) Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi $sđ \overset{\ominus}{AM} = \frac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox . số đo của góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là: $-\frac{57\pi}{4}$, Đúng.



- Số đo các góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là $sđ(OA, OM') = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$
- Ta có $-\frac{57\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + (-7).2\pi$ nên góc lượng giác $-\frac{57\pi}{4}$ có tia đầu OA , tia cuối OM' .
- d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết $sđ(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbf{Z}$. Khi đó $sđ(Ox, BC)$ bằng $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbf{Z}$. Đúng.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua O .



Ta có $sđ(Ox, BC) = sđ(Ox, OA') = 210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbf{Z}$.

Câu 46: Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -270° . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Số đo góc lượng giác (Ou, Ox) bằng $-250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- b) Số đo góc lượng giác (Ov, Ox) bằng $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
- c) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -20° .

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $\frac{\pi}{9}$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Sai

Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -270° . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) $sđ(Ou, Ox) = -sđ(Ox, Ou) = -250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Nên mệnh đề đúng.
- b) $sđ(Ov, Ox) = -sđ(Ox, Ov) = 270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Nên mệnh đề đúng.
- c) $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ou, Ox) + sđ(Ox, Ov) + k360^\circ = -250^\circ - 270^\circ + k360^\circ = -520^\circ + k360^\circ = -160^\circ + m360^\circ (k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}, m = k - 1)$.

Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -160° . Nên mệnh đề sai.

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $-160 \frac{\pi}{180} = \frac{-8\pi}{9}$. Nên mệnh đề sai.

Câu 48: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) $\sin \alpha > 0$.
- b) $\tan \alpha < 0$.
- c) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.
- d) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(-\alpha) = \frac{7}{5}$.

Lời giải

a.Sai b.Đúng c.Đúng d.Sai

Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0$. Do đó $\sin \alpha > 0$ nên là sai.
- b) Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\tan \alpha < 0$. Do đó $\tan \alpha < 0$ là đúng.
- c) Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$. Do đó $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ là đúng.
- d) Vì $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(-\alpha) = \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{1}{5}$. Do đó $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(-\alpha) = \frac{7}{5}$ là sai.

Câu 49: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Giá trị $\sin$ của góc lượng giác α âm.
- b) Giá trị $\tan$ của góc lượng giác α dương.
- c) Giá trị của biểu thức $P = \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha = \frac{2}{25}$.
- d) Giá trị của biểu thức $Q = \tan \alpha + \cot \alpha > 2$.

Lời giải

a.Sai b.Đúng c.Sai d.Đúng

Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$, mệnh đề Sai.
- b) Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0 \Rightarrow \tan \alpha > 0$, mệnh đề Đúng.
- c) Vì $\cos \alpha = \frac{3}{5}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{4}{5} \Rightarrow P = \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} - \frac{18}{25} = -\frac{2}{25}$.

Mệnh đề Sai

d) $Q = \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{25}{12} > 2$

Mệnh đề Đúng

Câu 50: Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\tan \alpha = 3$.

- a) $\cot \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
- b) $\cos \alpha > 0$.
- c) $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.
- d) $P = \frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{3\sin \alpha + 2\cos \alpha} = \frac{-3}{11}$.

a.Sai b.Đúng c.Đúng d.Sai

Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\tan \alpha = 3$.

- a) $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{3}$ nên mệnh đề sai.
 b) $0^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$, mà $\tan \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0$ nên mệnh đề đúng.
 c) Ta có: $0^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Mệnh đề đúng.

- d) Vì $\tan \alpha = 3$ nên $\cos \alpha \neq 0$, chia cả tử và mẫu cho $\cos \alpha$ ta được:

$$P = \frac{\frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{3\sin \alpha + 2\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 3}{3\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 2} = \frac{2\tan \alpha - 3}{3\tan \alpha + 2} = \frac{2 \cdot 3 - 3}{3 \cdot 3 + 2} = \frac{3}{11}$$

. Mệnh đề sai.

Câu 51: Cho $\tan \alpha = 2$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

b) Khi $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ thì $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Giá trị của biểu thức $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha} = \frac{5}{31}$

d) Cho $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$. Giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{1}{a^3 + b^3}$.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Đúng d.Sai

a) Ta có: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$.

b) Ta có: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$;

Mà $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) $B = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)}$

Suy ra $B = \frac{2(4+1) - (4+1)}{8+3+2 \cdot 2(4+1)} = \frac{5}{31}$.

$$\cos^2 \alpha = t \Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b}$$

d) Đặt

$$\Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2b(a+b)t + b^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b}$$

Suy ra

$$\cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}; \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$$

$$\frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}$$

Vậy:

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

Câu 52: Cho , xét tính **đúng**, **sai** của các mệnh đề sau

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

c) $\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

d) Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sqrt{5} \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ là $\frac{10}{9}$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Sai

Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, xét tính **đúng**, **sai** của các mệnh đề sau

a) Đúng. Vì α nằm ở góc phần tư thứ hai của đường tròn lượng giác.

b) Đúng.

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\pm \sqrt{5}}{3}$ mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$,

suy ra $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

c) Sai.

Vì $\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$ mà

$\frac{\sqrt{5}}{3} > 0$ nên mệnh đề sai.

d) Sai.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\pm \sqrt{5}}{3}$ mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$,

suy ra $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{-\sqrt{5}} \right) = \frac{-2}{\sqrt{5}} \quad P = \frac{\sqrt{5} \cdot \left(\frac{-2}{\sqrt{5}} \right)}{1 + \frac{4}{5}} = \frac{-10}{9}$$

Thay vào biểu thức ta có

Câu 53: Cho góc α thỏa mãn $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cot \alpha = -3$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $\sin \alpha > 0$

b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

c) $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$

d) $\left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2 = 20$

Lời giải

a.Sai b.Đúng c.Đúng d.Đúng

Cho góc α thỏa mãn $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\cot \alpha = -3$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Do $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0$. Vì vậy, mệnh đề $\sin \alpha > 0$ là mệnh đề sai.

b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

Do $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0$

Từ hệ thức $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, suy ra $\sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Vì vậy mệnh đề $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ là mệnh đề đúng

c) $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$

Xét biểu thức $P = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha}$

Chia cả tử và mẫu cho $\sin^3 \alpha$ ta được

$$P = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} + 3 + 2 \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha}} = \frac{\cot \alpha \cdot (1 + \cot^2 \alpha) - (1 + \cot^2 \alpha)}{\cot^3 \alpha + 3 + 2 \cdot \cot \alpha \cdot (1 + \cot^2 \alpha)}$$

Thay $\cot \alpha = -3$ vào P ta được $P = \frac{10}{21}$.

Do đó, mệnh đề $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$ là mệnh đề đúng.

$$d) \left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2 = 20$$

$$\tan \frac{17\pi}{4} = \tan \left(\frac{\pi}{4} + 4\pi \right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \quad \text{và} \quad \tan \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) = \cot \alpha.$$

Ta có

$$\cot \frac{13\pi}{4} = \cot \left(\frac{\pi}{4} + 3\pi \right) = \cot \frac{\pi}{4} = 1; \quad \cot (7\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

Và

$$\text{Suy ra} \left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2 = (1 + \cot x)^2 + (1 - \cot x)^2 = 2 + 2 \cot^2 x = 2 + 2 \cdot (-3)^2 = 20$$

$$\text{Do đó, mệnh đề} \left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2 = 20 \text{ là mệnh đề đúng.}$$

Câu 54: Cho $\cos a = \frac{3}{4}; \sin a > 0; \sin b = \frac{3}{5}; \cos b < 0$. Xét tính đúng – sai của các phát biểu sau:

$$a) \text{ Giá trị của } \tan a = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

$$b) \text{ Giá trị của } \cot b = -\frac{2}{3}.$$

$$c) \text{ Giá trị của } \cos 2a + \cos 2b \text{ thuộc khoảng } \left(\frac{1}{2}; 1 \right).$$

$$d) \text{ Giá trị của } \cos(a+b) \text{ thuộc khoảng } \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right).$$

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Sai d.Sai

$$\text{Cho } \cos a = \frac{3}{4}; \sin a > 0; \sin b = \frac{3}{5}; \cos b < 0.$$

$$a) \text{ Ta có } \tan^2 a + 1 = \frac{1}{\cos^2 a} \Rightarrow \tan a = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 a} - 1} = \sqrt{\frac{16}{9} - 1} = \frac{\sqrt{7}}{3} \text{ nên mệnh đề đúng.}$$

$$b) \text{ Ta có } \cot^2 b + 1 = \frac{1}{\sin^2 b} \Rightarrow \cot b = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 b} - 1} = -\sqrt{\frac{25}{9} - 1} = -\frac{4}{3} \text{ nên mệnh đề sai.}$$

$$c) \text{ Ta có } \cos 2a + \cos 2b = 2\cos^2 a - 1 + 1 - 2\sin^2 b = 2 \cdot \frac{9}{16} - 2 \cdot \frac{9}{25} = \frac{81}{200} = 0,405 \notin \left(\frac{1}{2}; 1 \right) \text{ nên mệnh đề sai.}$$

$$d) \text{ Ta có : } \begin{cases} \cos a = \frac{3}{4} \\ \sin a > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{và} \quad \begin{cases} \sin b = \frac{3}{5} \\ \cos b < 0 \end{cases} \Rightarrow \cos b = -\sqrt{1 - \sin^2 b} = -\frac{4}{5}.$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\right) \notin \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$$

Suy ra
đề sai.

nên mệnh

Câu 55: Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

a) $\sin^2 x = \frac{1 + \sin 2x}{2}$

b) Nếu $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ thì $\cos 2\alpha = -\frac{7}{9}$

c) Nếu $\sin x = \frac{3}{4}$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2x = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

d) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ với $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ biết $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = a + b\sqrt{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}, c \geq 0$) Khi đó $a + b + c = 0$.

Lời giải

a.Sai b.Đúng c.Đúng d.Đúng

Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

a) $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ nên mệnh đề sai.

b) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9}$ nên mệnh đề đúng.

c) Ta có $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$.

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

Suy ra

Vậy mệnh đề trên là đúng.

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$$

d) Ta có

Vì $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ nên $\tan \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{2} + 1}{1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \cdot 1} = -9 + 4\sqrt{5}$$

Vậy $a = -9, b = 4, c = 5$ nên mệnh đề đúng.

Câu 56: Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

b) $\sin 31^\circ \cdot \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cdot \sin 31^\circ = \sin 19^\circ$

- c) Cho $\cos x = \frac{4}{5}, x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là $-\frac{24}{25}$.
- d) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Biết giá trị của $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1-a\sqrt{6}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$ thì $a+b=4$.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Đúng d.Sai

Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Theo công thức cộng $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ là đúng.

b) Áp dụng công thức cộng :

$$\sin 31^\circ \cdot \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cdot \sin 31^\circ = \sin(31^\circ + 12^\circ) = \sin 43^\circ$$

Nên $\sin 31^\circ \cdot \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cdot \sin 31^\circ = \sin 19^\circ$ là sai.

c) Ta có $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$. Mặt khác, vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Rightarrow \sin x < 0$.

Vậy $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$. Đúng.

d) Vì $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1-2\sqrt{6}}{6}$.

với $a=2, b=6$. Tính $a+b=8$. Nên $a+b=4$ là sai.

Câu 57: Xét tính đúng - sai của các đẳng thức sau:

- a) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$
- b) $4 \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = \sin 4x + \sin 2x - \sin 6x$
- c) $1 + \sin 2x + \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- d) $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$

Lời giải

a.Sai b.Đúng c.Sai d.Sai

Xét tính đúng - sai của các đẳng thức sau:

a) Theo công thức cộng ta có $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$.

Do đó $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$ là sai.

b) Áp dụng quy tắc từ tích sang tổng, ta được:

$$4 \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = 2(\cos x - \cos 3x) \sin 3x = \sin 4x + \sin 2x - \sin 6x$$

Do đó $4 \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = \sin 4x + \sin 2x - \sin 6x$ là đúng.

c) Ta có $1 + \sin 2x + \cos 2x = 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 2 \cos x (\sin x + \cos x)$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \left(\cos x \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin x \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

Mà

$$1 + \sin 2x + \cos 2x = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

Vậy

d) Ta có:

$$\begin{aligned} & \sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) \\ &= \sin^2 x + \sin(a-x) \cdot [\sin(x+a) + \sin(x-a)] + \sin^2(a-x) \\ &= \sin^2 x + \sin(a-x) \cdot [\sin(x+a) + \sin(x-a) + \sin(a-x)] \\ &= \sin^2 x + \sin(a-x) \cdot [\sin(x+a) + \sin(x-a) - \sin(x-a)] \\ &= \sin^2 x + \sin(a-x) \cdot \sin(x+a) \\ &= \frac{1 - \cos 2x}{2} - \frac{\cos 2a - \cos 2x}{2} \\ &= \frac{1 - \cos 2a}{2} \\ &= \sin^2 a. \end{aligned}$$

Do đó $\sin^2 x + 2 \sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$ là sai

Câu 58: Cho $\tan a = \frac{1}{2}, 0 < a < \frac{\pi}{2}; \tan b = \frac{1}{3}, 0 < b < \frac{\pi}{2}$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) $\cot a = 2$.
- b) $\tan(a+b) = 1$.
- c) $\tan(a-b) = 7$.
- d) $\sin(a-2b) = -\frac{2\sqrt{5}}{25}$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Đúng

Cho $\tan a = \frac{1}{2}, 0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\tan b = \frac{1}{3}, 0 < b < \frac{\pi}{2}$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

$$\tan a \cdot \cot a = 1 \Rightarrow \cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

a) Đúng. Ta có

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 1$$

b) Đúng. Ta có

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1}{7}$$

c) Sai. Ta có

d) Đúng. Ta có

$$\cos^2 a = \frac{1}{1 + \tan^2 a} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (N)} \\ \cos a = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (L)} \end{cases} \Rightarrow \sin a = \tan a \cdot \cos a = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos^2 b = \frac{1}{1 + \tan^2 b} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \begin{cases} \cos b = \frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ (N)} \\ \cos b = -\frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ (L)} \end{cases} \Rightarrow \sin b = \tan b \cdot \cos b = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

Suy ra

$$\sin(a - 2b) = \sin a \cos 2b - \cos a \sin 2b = \sin a (1 - 2\sin^2 b) - \cos a \cdot 2\sin b \cos b = -\frac{2\sqrt{5}}{25}$$

Câu 59: Xác định tính đúng sai của các mệnh đề dưới đây

a) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

b) $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

c) $\tan(a+b) + \tan a + \tan b = \tan(a+b) \cdot \tan a \cdot \tan b$

d) Tam giác ABC cân tại C khi và chỉ khi $\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \frac{1}{2}(\tan A + \tan B)$

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Sai d.Đúng

Các mệnh đề đúng là mệnh đề a) và d) Các mệnh đề sai là mệnh đề b) và c)

Mệnh đề a) đúng theo lý thuyết.

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

Mệnh đề b) sai do

Mệnh đề c) sai do:

$$\begin{aligned} \tan(a+b) + \tan a + \tan b &= \tan(a+b) + \tan(a+b)(1 - \tan a \cdot \tan b) \\ &= 2 \tan(a+b) - \tan(a+b) \cdot \tan a \cdot \tan b \neq \tan(a+b) \cdot \tan a \cdot \tan b \end{aligned}$$

Mệnh đề d) đúng do:

Điều kiện cần: giả sử tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \frac{1}{2}(\tan A + \tan B)$ (3) ta chứng minh tam giác ABC cân.

Thật vậy, ta có

$$\begin{aligned} (3) &\Rightarrow \frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \frac{1}{2} \frac{\sin A \cos B + \sin B \cos A}{\cos A \cos B} \\ &\Rightarrow \frac{2 \cdot \sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}}{2 \cdot \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}} = \frac{1}{2} \frac{\sin A \cos B + \sin B \cos A}{\cos A \cos B} \\ &\Rightarrow \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cdot \cos B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} &= \frac{1}{2} \frac{\sin C}{\cos A \cdot \cos B} \Rightarrow \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} = \frac{2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}{2 \cos A \cdot \cos B} \Rightarrow \cos A \cdot \cos B = \sin^2 \frac{C}{2} \\ \Rightarrow 2 \cos A \cdot \cos B &= 1 - \cos C \\ \Rightarrow 2 \cos A \cdot \cos B &= 1 + \cos(A+B) \\ \Rightarrow 2 \cos A \cdot \cos B &= 1 + \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B \\ \Rightarrow \cos(A-B) &= 1 \\ \Rightarrow A &= B \\ \Rightarrow \text{tam giác } ABC &\text{ cân tại } C. \end{aligned}$$

Điều kiện đủ: Giả sử tam giác ABC cân tại đỉnh $C \Rightarrow A = B \Rightarrow (3)$ đúng.

Câu 60: Biết $\sin a = \frac{8}{17}, \tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Khi đó:

- a) $\tan a = \frac{8}{15}$
 b) $\sin(a-b) = \frac{21}{221}$
 c) $\cos(a+b) = \frac{14}{22}$
 d) $\tan 2(a+b) = \frac{171}{140}$.

Lời giải

a) Vì a, b là các góc nhọn nên $\cos a > 0, \cos b > 0$.

Ta có: $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{15}{17} \Rightarrow \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{8}{15}$ nên là mệnh đề đúng.

b) $\cos b = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 b}} = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin b = \cos b \tan b = \frac{5}{13}$. Khi đó:

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \frac{8}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{15}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{21}{221} \text{ nên là mệnh đề đúng.}$$

c) $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{15}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{8}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{140}{221}$ nên là mệnh đề sai.

d)
$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{8}{15} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{12}} = \frac{171}{140}.$$

$$\tan 2(a+b) = \frac{2 \tan(a+b)}{1 - \tan^2(a+b)} = \frac{2 \cdot \frac{171}{140}}{1 - \left(\frac{171}{140}\right)^2} \approx -5$$

nên là mệnh đề sai.

Câu 61: Cho hai biểu thức $A = \cos(n\alpha)$ và $B = \sin(n\beta)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Với $n = 2$ ta có $A = 1 - 2\cos^2 \alpha$.
 b) Với $n = 3$ ta có $B = 4\sin \beta - 3\sin^3 \beta$.

c) Với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $A^2 = \frac{1 + \cos(2n\alpha)}{2}$.

d) Với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $AB = \frac{1}{2}[-\sin n(\alpha - \beta) + \sin n(\beta + \alpha)]$

Lời giải

Cho hai biểu thức $A = \cos(n\alpha)$ và $B = \sin(n\beta)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Với $n = 2$ theo công thức nhân đôi ta có $A = \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ nên mệnh đề sai.

b) Với $n = 3$ ta có

$$\begin{aligned} B &= \sin 3\beta = \sin(\beta + 2\beta) \\ &= \sin \beta \cos 2\beta + \cos \beta \sin 2\beta \\ &= \sin \beta (1 - 2\sin^2 \beta) + 2\sin \beta \cos^2 \beta \\ &= \sin \beta (1 - 2\sin^2 \beta) + 2\sin \beta (1 - \sin^2 \beta) \\ &= 3\sin \beta - 4\sin^3 \beta \end{aligned}$$

Nên mệnh đề sai.

$$A^2 = \cos^2(n\alpha) = \frac{1 + \cos(2n\alpha)}{2}$$

c) Theo công thức hạ bậc ta có . Nên mệnh đề đúng.

d) Ta có

$$\begin{aligned} AB &= \sin(n\beta) \cdot \cos(n\alpha) \\ &= \frac{1}{2}[\sin(n\beta - n\alpha) + \sin(n\beta + n\alpha)] \\ &= \frac{1}{2}[\sin(-n(\alpha - \beta)) + \sin(n(\alpha + \beta))] \\ &= \frac{1}{2}[-\sin(n(\alpha - \beta)) + \sin(n(\alpha + \beta))] \end{aligned}$$

Nên mệnh đề đúng.

Câu 62: Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

b) Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

c) Hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

d) Hàm số $y = -7\cos x + 5$ có giá trị lớn nhất là -2 .

Lời giải

Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π . Do đó, mệnh đề a) đúng.

b) Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên mệnh đề b) sai.

c) Điều kiện xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

$$2x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\square \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \square \right\}$$

Vậy tập xác định của hàm số là

Do đó, mệnh đề c) đúng.

d) Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -7 \leq -7 \cos x \leq 7 \Rightarrow -2 \leq -7 \cos x + 5 \leq 12$. Do đó, hàm số $y = -7 \cos x + 5$ có giá trị lớn nhất là 12. Do đó, mệnh đề d) sai.

Câu 63: Cho hàm số $y = f(x) = 2 \cos x + 3$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Tập xác định của hàm số trên là $\square$.
- b) Hàm số trên là hàm số chẵn.
- c) Tập giá trị của hàm số trên là $[-1; 5]$.
- d) Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Lời giải

Cho hàm số $y = f(x) = 2 \cos x + 3$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Tập xác định của hàm số trên là $\square$. Mệnh đề đúng.
- b) Hàm số trên là hàm số chẵn. Mệnh đề đúng.

$$\text{Vì } \begin{cases} \forall x \in \square \Rightarrow -x \in \square \\ f(-x) = 2 \cos(-x) + 3 = f(x) \end{cases}$$

- c) Tập giá trị của hàm số trên là $[-1; 5]$. Mệnh đề sai.

Thật vậy, vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \square$ nên $1 \leq 2 \cos x + 3 \leq 5$ hay $1 \leq y \leq 5$.

- d) Đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Mệnh đề sai.

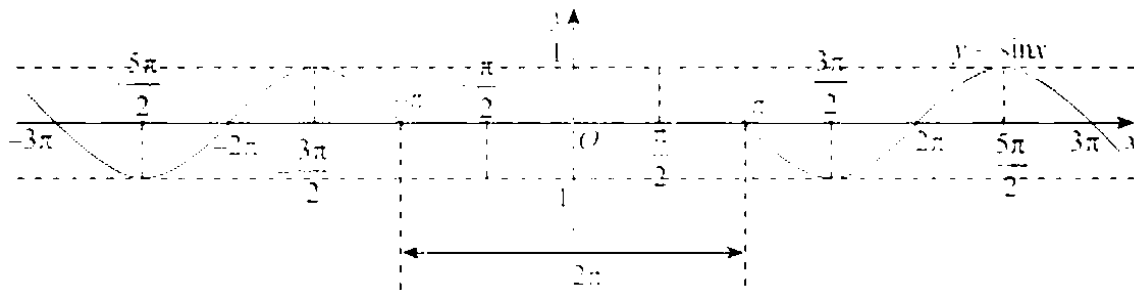
Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = 2 \cos x + 3$ và Oy .

$$M \in Oy \Rightarrow x_M = 0$$

M thuộc đồ thị hàm số nên $y_M = f(x_M) = 2 \cos 0 + 3 = 5$.

Vậy đồ thị hàm số trên cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu 64: Hình bên vẽ đồ thị $y = \sin x$. Xác định tính **đúng, sai** của các mệnh đề.



- a) Hàm số trên là hàm số chẵn, đối xứng qua trục Oy .

- b) Hàm số trên tuần hoàn với chu kỳ 2π .

- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right)$.

- d) Trong khoảng từ $-\frac{5\pi}{6}$ đến $\frac{7\pi}{6}$, $\sin x \geq \frac{1}{2}$ khi và chỉ khi $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$.

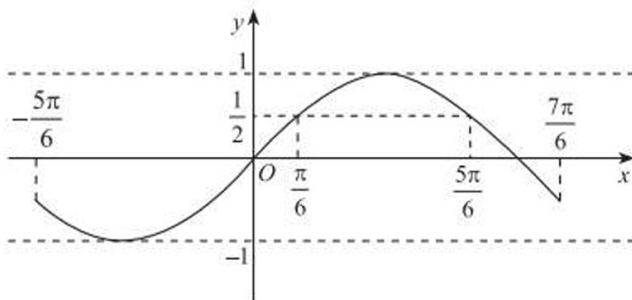
Lời giải

- a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc toạ độ O , nên mệnh đề a) sai.

b) Hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π . Hàm số $y = \tan x, y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π . Do đó mệnh đề b) đúng.

c) Trên khoảng $\left(-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right)$ đồ thị có chiều hướng đi lên, nên hàm số đồng biến. Vậy mệnh đề c) nghịch biến là sai.

d) Xét hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$.



Ta thấy $\sin x \geq \frac{1}{2}$ khi và chỉ khi $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$. Vậy d) đúng.

Câu 65: Cho hàm số $y = f(x) = \cos 2x + \cos x$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.
- Hàm số trên là hàm số chẵn.
- Đặt $t = \cos x$ thì hàm số trở thành $y = f(x) = 2t^2 + t - 1$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là 0 .

Lời giải

Cho hàm số $y = f(x) = \cos 2x + \cos x$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$. Mệnh đề đúng.
- Hàm số trên là hàm số chẵn. Mệnh đề đúng.

$$\text{Vì } \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = \cos(-2x) + \cos(-x) = f(x) \end{cases}$$

c) Đặt $t = \cos x$ thì hàm số trở thành $y = f(x) = 2t^2 + t - 1$. Mệnh đề đúng.

Ta có $y = \cos 2x + \cos x$.

$$y = \cos 2x + \cos x = 2\cos^2 x + \cos x - 1$$

$$\text{Đặt: } t = \cos x, t \in [-1; 1]$$

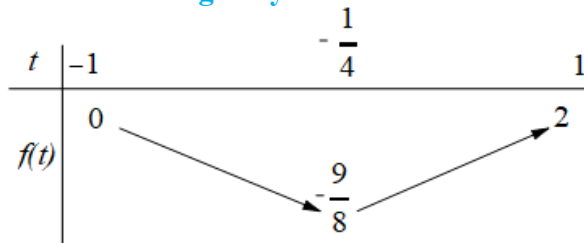
$$f(t) = 2t^2 + t - 1$$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là 0 . Mệnh đề sai.

Với hàm số $f(t) = 2t^2 + t - 1$ ở câu c:

$$\text{Đồ thị của hàm số } f \text{ là parabol có đỉnh } I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$$

BBT:



$$m = \min_{[-1;1]} f(t) = -\frac{9}{8}.$$

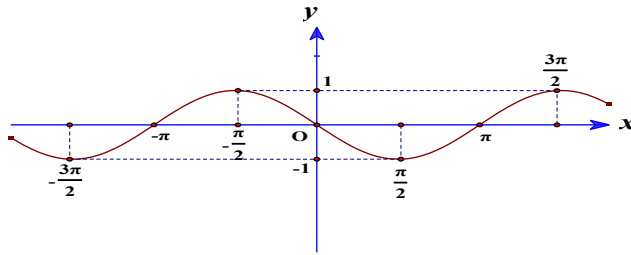
Dựa vào BBT ta có:

Câu 66: Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Tập xác định của hàm số $y = \sin 2x$ là $\mathbb{R}$.

b) Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là: $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

c) Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số $y = -\sin x$.



d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x - \cos x + 2$ là $\frac{13}{4}$.

Lời giải

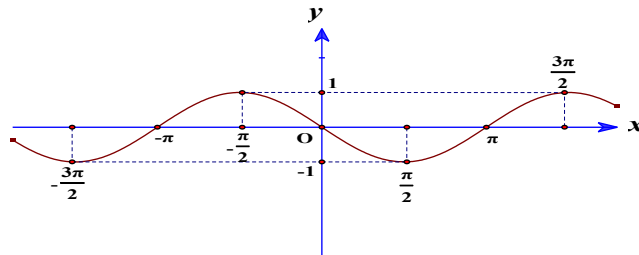
a. Đúng b. Sai c. Đúng d. Đúng

a) Ta có hàm số $y = \sin 2x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

b) Hàm số đã cho xác định khi $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

c)



d) Ta có: $y = \sin^2 x - \cos x + 2 = -\cos^2 x - \cos x + 3$

Đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$. Khi đó $y = f(t) = -t^2 - t + 3$.

Bảng biến thiên hàm số $f(t)$ trên $[-1; 1]$:

t	-1	$-\frac{1}{2}$	1
$f(t)$	3	$\frac{13}{4}$	1

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{13}{4}$ khi $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 67: Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

b) Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 \cos x}{\sin^2 x - 1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2 \sin x + 3}$ là $\sqrt{5}$.

d) Cho hàm số $h(x) = \sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x - 2m \sin x \cos x}$. Để hàm số đã cho xác định với giá trị $x \in \mathbb{R}$ thì $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

a.Sai b.Đúng c.Đúng d.Đúng

Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn sai.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Hơn nữa $y(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -y(x)$.

Suy ra hàm số đã cho là hàm số lẻ.

b) Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 \cos x}{\sin^2 x - 1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ đúng.

Điều kiện xác định $\sin^2 x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2 \sin x + 3}$ là $\sqrt{5}$ đúng.

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin x + 3 \leq 5 \Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{2 \sin x + 3} \leq \sqrt{5}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\sqrt{5}$ khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Cho hàm số $h(x) = \sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x - 2m \sin x \cos x}$. Để hàm số đã cho xác định với giá trị $x \in \mathbb{R}$ thì $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ đúng.

Xét hàm số $g(x) = \sin^4 x + \cos^4 x - 2m \sin x \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x - m \sin 2x$.

Đặt $t = \sin 2x, t \in [-1; 1]$.

Hàm số đã cho xác định với mọi giá trị $x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}t^2 - mt + 1 \geq 0, \forall t \in [-1; 1] \Leftrightarrow t^2 + 2mt - 2 \leq 0, \forall t \in [-1; 1]$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 2mt - 2, \forall t \in [-1; 1]$

Ta có $\max_{[-1; 1]} f(t) = f(-1)$ hoặc $\max_{[-1; 1]} f(t) = f(1)$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } f(t) = t^2 + 2mt - 2 \leq 0, \forall t \in [-1; 1] &\Leftrightarrow \max_{[-1; 1]} f(t) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + 2m \leq 0 \\ -1 - 2m \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 68: Cho hàm số $y = \cos x - \sin x$. Xét tính đúng-sai của các mệnh đề sau:

- Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
- Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $\min y = -2$.
- Phương trình $y + 1 = 0$ có tất cả 4 nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Sai d.Đúng

Cho hàm số $y = \cos x - \sin x$. Xét tính đúng-sai của các mệnh đề sau:

- Tập xác định của hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ đều là $D = \mathbb{R}$, nên tập xác định của hàm số $y = \cos x - \sin x$ là $D = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có } y = \cos x - \sin x &= \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \text{ suy ra hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ} \\ T &= \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) Vì tập giá trị của hàm số } y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &\text{ là đoạn } [-1; 1], \text{ suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số} \\ y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &\text{ là } \min y = -\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) Phương trình } y + 1 = 0 &\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\pi + k2\pi \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Trên đoạn } [-2\pi; 2\pi], \text{ ta tìm được 4 nghiệm là } \left\{-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; -\pi; \pi\right\}.$$

Câu 69: Cho hàm số $y = 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.
- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 12\pi$.
- Hàm số là hàm số lẻ.
- Giá trị lớn nhất của hàm số là 13.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Sai d.Đúng

Xét hàm số $y = 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11$. Ta có đúng - sai trong các ý a, b, c, d như sau:

a) Hàm số $y = 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ nên mệnh đề đúng.

$$T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12.$$

b) Hàm số tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{6}$ Nên mệnh đề b sai.

$$y = 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11 = 2\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11 = 2\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 11$$

c) Ta có

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Với $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

$$y(x) = 2\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 11.$$

Ta có

$$y(-x) = 2\cos\left(\frac{\pi(-x)}{6}\right) + 11 = 2\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 11.$$

Vậy $y(x) = y(-x)$ nên hàm số $y = 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11$ là hàm số chẵn. Nên mệnh đề c sai.

$$y = 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11 = 2\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{6}\right) + 11 = 2\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 11$$

d) Ta có

$$-2 \leq 2\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) \leq 2 \Leftrightarrow 9 \leq 2\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) + 11 \leq 13 \Leftrightarrow 9 \leq y \leq 13$$

Nên

Vậy hàm số có giá trị lớn nhất bằng 13 do đó mệnh đề d đúng.

$$y = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$$

Câu 70: Cho hàm số $y = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

b) Rút gọn biểu thức ta được $y = \sin 2x$

c) Hàm số tuần hoàn với chu kỳ π

$$d) \text{ Nếu } \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{3} \text{ thì giá trị biểu thức } P = \frac{2\tan 2x + \cot 2x}{4\tan 2x - 3\cot 2x} \text{ là } \frac{5}{14}$$

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Đúng d.Sai

Cho hàm số $y = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số có tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ nên mệnh đề đúng

b) Ta có

$$y = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) - \cos 2x = -\sin 2x$$

Mệnh đề đã cho sai.

c) Ta có

$$y = f(x) = \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) - \cos 2x = -\sin 2x$$

+ Tập xác định $D = \mathbb{R}$

+ Ta có:

i) $x + \pi \in D$ và $x - \pi \in D, \forall x \in D$

ii) $f(x + \pi) = -\sin 2(x + \pi) = -\sin 2x = f(x), \forall x \in D$

$$y = \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin 2x$$

Vậy hàm số

là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Mệnh đề đã cho đúng.

$$\sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\sin 2x = -\frac{1}{3}$$

d) Ta có

$$P = \frac{2 \tan 2x + \cot 2x}{4 \tan 2x - 3 \cot 2x} = \frac{2 \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\cos 2x}{\sin 2x}}{4 \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} - 3 \frac{\cos 2x}{\sin 2x}} = \frac{2 \sin^2 2x + \cos^2 2x}{4 \sin^2 2x - 3 \cos^2 2x} = \frac{2 \cdot \frac{1}{9} + \frac{8}{9}}{4 \cdot \frac{1}{9} - 3 \cdot \frac{8}{9}} = -\frac{1}{2}$$

Mệnh đề đã cho sai.

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}$$

Câu 71: Cho phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{2}$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $x = \frac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

b) Tập nghiệm của phương trình là

c) Phương trình có ba nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Sai

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

a) Ta có

Suy ra a) đúng.

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

b)

Suy ra b) đúng.

$$0 \leq x \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}.$$

c)

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0; 1$.

Suy ra c) sai.

d) Vì $x \in [0; \pi]$ nên $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}$. Do đó tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0; \pi]$ bằng π .

Suy ra d) sai.

Câu 72: Cho phương trình $\sin x = m$. Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau?

a) Với $m = 2024$ thì phương trình vô nghiệm.

b) Với $-1 \leq m \leq 1$ thì phương trình có nghiệm.

c) Với $m = 0$ thì phương trình có tập nghiệm là $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

d) Với $m = 1$ thì phương trình có tập nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Sai

a) Vì $2024 \notin [-1; 1]$ nên thì phương trình đã cho vô nghiệm nên là mệnh đề đúng.

b) Vì đường thẳng $y = m, (-1 \leq m \leq 1)$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ nên phương trình đã cho có nghiệm nên mệnh đề đúng.

c) Vì $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ nên mệnh đề sai.

d) Vì $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ nên mệnh đề sai.

Câu 73: Cho phương trình $\sin 2x = m$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Với $m = 0$, phương trình có nghiệm là $x = \frac{k\pi}{2}$.

b) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}$ khi $m = \frac{-1}{2}$.

c) Phương trình có nghiệm khi $m \in (-1; 1)$.

d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi $m \in (0; 1)$.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Sai d.Đúng

Cho phương trình $\sin 2x = m$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

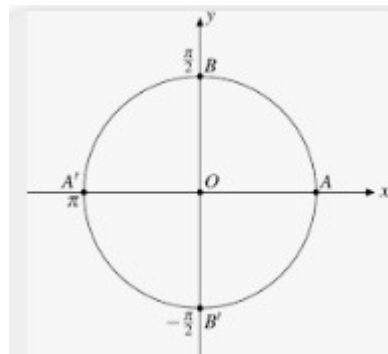
a) Với $m = 0$, ta có $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ nên a đúng.

b) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}$ khi $m = \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên b sai.

c) Phương trình có nghiệm khi $m \in [-1; 1]$ nên c sai.

d) Ta có $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $2x \in (0; \pi)$. Dựa vào đường tròn lượng giác ta thấy phương trình có

$\sin 2x = m$ hai nghiệm phân biệt trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi $m \in (0; 1)$.



$$2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - m + 1 = 0$$

Câu 74: Cho phương trình lượng giác $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - m + 1 = 0$, trong đó $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) $\frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình khi và chỉ khi $m = 1$.
- b) Khi $m = 0$ phương trình có tập nghiệm là $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- c) Tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm là $[-1; 1]$.
- d) Khi $m = 1$ phương trình có 6 nghiệm trong đoạn $[0; 6\pi]$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Đúng

Cho phương trình lượng giác $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - m + 1 = 0$, trong đó $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

$\frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình đúng. $\Leftrightarrow 2 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right) - m + 1 = 0 \Leftrightarrow -m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ nên mệnh đề đúng.

b) Với $m = 0$ phương trình trở thành:

$$2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\pi + k2\pi \end{cases} \text{ nên mệnh đề đúng.}$$

c) $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - m + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1-m}{2}$

$$\Leftrightarrow -1 \leq \frac{1-m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 1-m \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$$

Phương trình trên có nghiệm nên mệnh đề sai.

d) Với $m = 1$ phương trình trở thành:

$$\cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Theo bài ra $x \in [0; 6\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 6\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} \leq k\pi \leq \frac{35\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{35}{6}$.

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Suy ra phương trình có 6 nghiệm trong đoạn $[0; 6\pi]$ nên mệnh đề đúng.

$$\sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}.$$

Câu 75: Cho phương trình Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là 4.
- b) Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$.
- c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $(0; \pi)$ bằng 0.
- d) Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$.

Lời giải

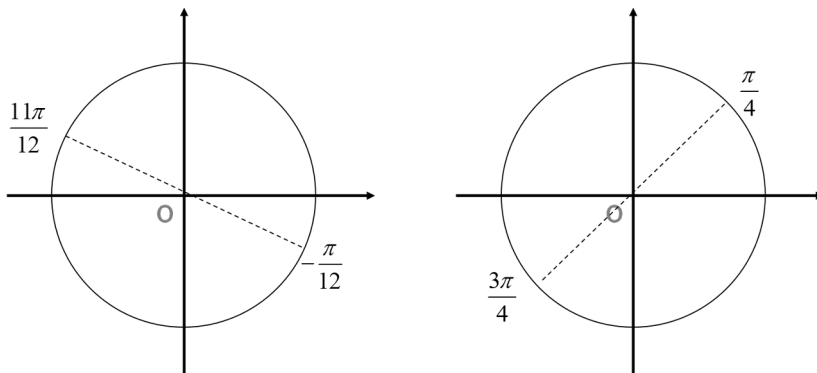
a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Đúng

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbf{Z}).$$

Phương trình

Biểu diễn nghiệm $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí.

Biểu diễn nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí.



a) Đúng: Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là 4.

b) Đúng: Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$ là $\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}$.

c) Sai: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$.

d) Đúng: Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$ là $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$.

Câu 76: Phương trình $\sin 3x = \sin x$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $x = 0$ là một nghiệm của phương trình.

b) Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{4}$.

d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\frac{29\pi}{4}$.

Lời giải

a. Đúng b. Sai c. Đúng d. Đúng

Phương trình $\sin 3x = \sin x$.

a) Với $x = 0$ ta có $\sin(3 \cdot 0) = \sin 0$ nên mệnh đề đúng.

b) $\sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

b)

Suy ra b) sai.

c) Với $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) thì nghiệm dương nhỏ nhất là π .

Với $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) thì nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{\pi}{4}$.

Nên c) đúng.

d) Với $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ là $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}$.

Với $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$), các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ là $x \in \left\{\frac{-3\pi}{4}; \frac{-\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right\}$.

Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình là $-\pi + 0 + \pi + 2\pi + \frac{-3\pi}{4} + \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{29\pi}{4}$.

Suy ra d) đúng.

Câu 77: Cho phương trình $(2\sin x - 1)(\cos x + 1) = 0$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $x = \frac{\pi}{6}$ là một nghiệm của phương trình.

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

b) Phương trình có nghiệm

c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\pi$

d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc nửa khoảng $[-2\pi; 3\pi)$ bằng 3π .

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Đúng d.Đúng

a) Thay $x = \frac{\pi}{6}$ thỏa mãn phương trình. Mệnh đề đúng.

$$(2\sin x - 1)(\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

b)

Mệnh đề sai.

c) Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$. Nghiệm âm lớn nhất là $x = \frac{-11\pi}{6}$

Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$. Nghiệm âm lớn nhất là $x = \frac{-7\pi}{6}$

Với $x = \pi + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$. Nghiệm âm lớn nhất là $x = -\pi$

Mệnh đề đúng

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

d) Theo ý trên ta thấy phương trình có nghiệm:

TH 1: Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$

TH 2: $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow T = \frac{5\pi}{2}$

TH 3: $x = \pi + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi \leq \pi + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k < 1 \Rightarrow T = 0$

Câu 78: Phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) $x = \pi$ là một nghiệm của phương trình.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

b) Tập nghiệm của phương trình là

$$x = \frac{-2\pi}{3}$$

c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là

d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình bằng $\frac{34\pi}{3}$.

Lời giải

a.Đúng b.Sai c.Đúng d.Sai

Phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$.

a) Với $x = \pi$ ta có $\sqrt{3} \sin \pi + \cos \pi = \frac{1}{\cos \pi} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot 0 - 1 = \frac{1}{-1}$ nên mệnh đề đúng.

b)

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x} \Leftrightarrow \sqrt{3} \tan x + 1 = 1 + \tan^2 x \Leftrightarrow \tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Suy ra b) sai.

c) Với $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ thì nghiệm âm lớn nhất là $-\pi$.

Với $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ thì nghiệm âm lớn nhất là $\frac{-2\pi}{3}$.

Nên c) đúng.

d) Với $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$, các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ là $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi; 3\pi\}$.

Với $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$, các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ là $x \in \left\{ \frac{-2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{10\pi}{3} \right\}$.

Tổng các nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình là

$$-\pi + 0 + \pi + 2\pi + 3\pi + \frac{-2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + \frac{7\pi}{3} + \frac{10\pi}{3} = \frac{35\pi}{3}$$

Suy ra d) sai.

$$x = 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

Câu 79:

Ở đây, thời gian t tính bằng giây. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tại thời điểm $t = 0$ là vật có li độ $x = \frac{3}{2}$

b) Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$

c) Vật bắt đầu chuyển động đến khi đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên trong khoảng thời gian là $\frac{5\pi}{12}$ giây.

d) Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 18 lần.

Lời giải

a. Đúng b. Sai c. Đúng d. Sai

a) Đúng.

b) **Sai.** Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm t sao cho $2t - \frac{\pi}{3} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{6}$.

c) **Đúng.** Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên tại thời điểm $2t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{5\pi}{12}$

d) **Sai.**

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó $x = 0$.

Xét phương trình $3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ ta có:

$$3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, tức là } 0 \leq t \leq 30 \text{ hay } 0 \leq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \leq 30$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{360 - 5\pi}{6\pi}$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 17; 18\}$

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 19 lần.

Câu 80: Cho phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Đặt $t = \sin x$ thì phương trình có dạng $2t^2 - 5t + 2 = 0$.

b) Phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$.

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

c) Tập nghiệm của phương trình là

d) Phương trình có 5 nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi; 2\pi)$.

Lời giải

a.Đúng b.Đúng c.Sai d.Sai

a) Đặt $t = \sin x$ thì phương trình có dạng $2t^2 - 5t + 2 = 0$ nên là mệnh đề đúng.

b) Thay $x = \frac{\pi}{6}$ vào phương trình ta thấy 2 vế bằng nhau $0 = 0$ nên mệnh đề đúng.

c) Đặt $t = \sin x$, $t \in [-1; 1]$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (L) \\ t = \frac{1}{2} & (TMĐK) \end{cases}$$

Khi đó phương trình có dạng:

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Với

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm:

Nên mệnh đề sai

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

d) Theo ý trên ta thấy phương trình có nghiệm:

$$\text{TH 1: } \frac{\pi}{6} + k2\pi \in (-2\pi; 2\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{13}{12} < k < \frac{11}{12}$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0\} \Rightarrow x \in \left\{ -\frac{11\pi}{6}; \frac{\pi}{6} \right\}$$

Vì

$$\text{TH 2: } \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in (-2\pi; 2\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{17}{12} < k < \frac{7}{12}$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0\} \Rightarrow x \in \left\{ -\frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}$$

Vì

Vậy phương trình có 4 nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi; 2\pi)$.

Nên mệnh đề sai.