

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Thí sinh chỉ ghi đáp số các câu hỏi từ 1 đến 8 vào bài làm (mỗi câu 0,25 điểm).

Câu 1. Tìm nghiệm của bất phương trình $x + 2 < 0$.

Câu 2. Tìm các nghiệm của phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$

Câu 3. Kết quả phép tính $\sqrt{25} + \sqrt{4}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-3}$

Câu 5. Giá trị của hàm số $y = 2x^2$ tại $x = 3$ bằng bao nhiêu?

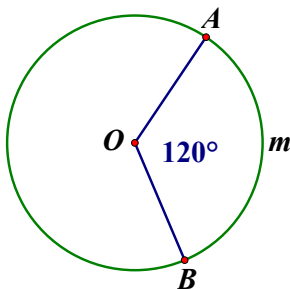
Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm. Tính $\tan B$.

Câu 7. Cô Mai thống kê lại độ dài quãng đường mình đi bộ mỗi ngày trong tháng tư ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Tần số tương đối	10%	40%	20%	20%	10%

Tần số tương đối của nhóm số liệu [5; 6) là bao nhiêu?

Câu 8. Cho đường tròn (O) và các điểm A, B như hình vẽ bên. Tính số đo của cung $\widehat{AmB}$.

**PHẦN 2. TỰ LUẬN (8,0 điểm)**

Câu 9. (2,0 điểm)

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình:

2) Giải phương trình: $2(x + 1) - 3 = 0$.

3) Bạn Phúc gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất hai lần liên tiếp.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

b) Tính xác suất của biến cố A: “Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5”.

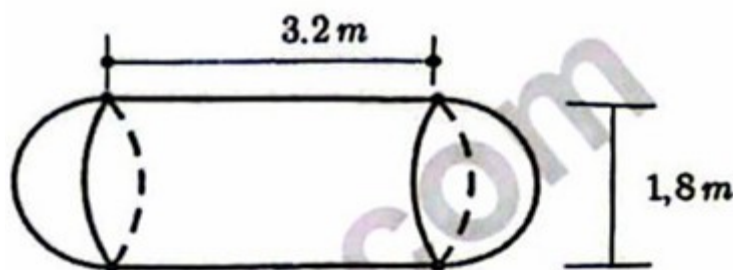
Câu 10. (2,0 điểm)

1) Cho phương trình $2x^2 - 6x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2 + 2025$.

2) Năm ngoái, hai tổ sản xuất nông nghiệp thu hoạch được tổng là 3800 tấn thóc. Năm nay, do cải tiến kỹ thuật nên so với năm ngoái tổ 1 thu hoạch vượt mức 10% và tổ 2 thu hoạch vượt mức 15%, vì vậy hai tổ thu hoạch được tổng là 4270 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi tổ thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?

Câu 11. (3,0 điểm)

1) Một xe bồn chở nước sạch cho một cụm dân cư có 100 hộ dân. Mỗi đầu của bồn chứa nước là nửa hình cầu, thân bồn chứa nước là hình trụ (có kích thước như hình vẽ). Bồn chứa đầy nước và lượng nước được chia đều cho từng hộ dân. Hỏi mỗi hộ dân nhận được bao nhiêu mét khối nước sạch? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy $\pi = 3,14$)



2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ($AB < AC$). Vẽ các đường cao BK và CN cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BNKC nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AM của đường tròn (O), kẻ CE vuông góc với AM (E thuộc AM). Chứng minh $\angle ABH = \angle NEA$.

c) Cho B, C là hai điểm cố định và điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn và $AB < AC$. Chứng minh NE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 12. (1,0 điểm)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{x-2} - \frac{y^2}{y+1} = 13 \\ \frac{4}{x-2} + \frac{2}{y+1} = 1-x-2y \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình:

2) Một gia đình muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật (không có nắp) có thể tích bằng 45 m^3 , đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây đáy bể là 300 000 đồng một mét vuông, giá thuê nhân công xây thành bể là 240 000 đồng một mét vuông. Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây bể chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

ĐÁP ÁN

I. TRẮC NGHIỆM:

1	2	3	4	5	6	7	8
$x < -2$	$\{-1; -2\}$	7	$x \geq 3$	18	$\frac{2}{3}$	40%	120

II. TỰ LUẬN:

Câu 9.

1)
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.

2) $2(x + 1) - 3 = 0$

$$2x + 2 - 3 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{2}$.

3)

a) Bảng kết quả có thể xảy ra của phép thử

Xúc sắc 1 \ Xúc sắc 2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Không gian mẫu của phép thử là tập hợp các ô trong bảng: $\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$

$(6,6)\}$

Số phần tử không gian mẫu là 36.

b) Ta có $A = \{(1,5), (5,1), (2,5), (5,2), (3,5), (5,3), (4,5), (5,4), (5,5), (5,5), (6,5)\}$

Số phần tử của biến cố A là 11

Suy ra xác suất của biến cố A là $\frac{11}{36}$

Câu 10.

1) Xét phương trình $2x^2 - 6x + 1 = 0$ có $\Delta = (-6)^2 - 4.2.1 = 28 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-6}{2} = 3 \\ x_1 x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Áp dụng định lý Viète, ta có:

$$B = x_1^2 + x_2^2 + 2025 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2025 = 3^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} + 2025 = 2033$$

Ta có:

Vậy $B = 2033$.

2) Gọi số tấn thóc năm ngoài tổ 1 và tổ 2 thu được lần lượt là x và y (tấn),

$(0 < x, y < 3800)$

Vì năm ngoài hai tổ thu hoạch được tổng là 3800 tấn thóc nên ta có phương trình:

$$x + y = 3800 \quad (1)$$

Năm nay tổ 1 thu hoạch vượt mức 10% so với năm ngoài nên số thóc tổ 1 thu được là: $x + 10\%x = 1,1x$ (tấn)

Năm nay tổ 2 thu hoạch vượt mức 15% so với năm ngoài nên số thóc tổ 2 thu được là: $y + 15\%y = 1,15y$ (tấn)

Do năm nay hai tổ thu hoạch được tổng là 4270 tấn thóc nên ta có phương trình:

$$1,1x + 1,15y = 4270 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 3800 \\ 1,1x + 1,15y = 4270 \end{cases}$$

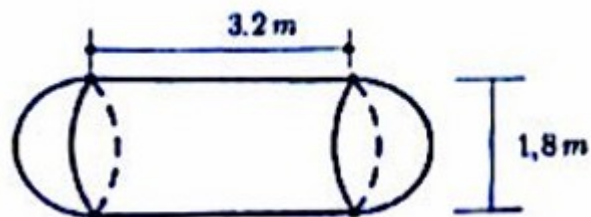
Giải hệ phương trình, ta được:
$$\begin{cases} x = 2000 \\ y = 1800 \end{cases} \quad (TM)$$

Giải hệ phương trình, ta được:

Vậy năm ngoài tổ 1 và tổ 2 thu hoạch được lần lượt 2000 tấn thóc và 1800 tấn thóc.

Câu 11.

1)



Phần thân bồn chứa nước là hình trụ có chiều cao bằng 3,2m và bán kính đáy bằng $1,8 : 2 = 0,9\text{m}$

Khi đó thể tích phần thân bồn chứa nước là $\pi R^2 h = 3,14 \cdot 0,9^2 \cdot 3,2 = 8,13888\text{m}^3$

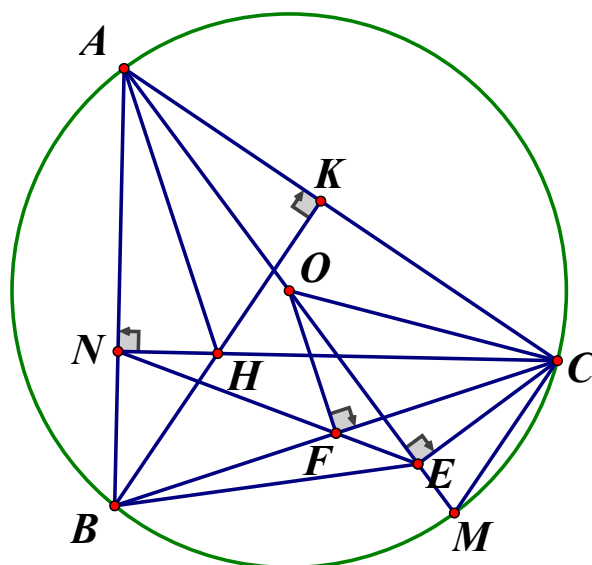
Hai đầu của bồn chứa nước tạo thành một hình cầu có bán kính bằng 0,9m nên có

thể tích là $\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,9^3 = 3,05208\text{m}^3$ nước

Vậy thể tích của cả bồn chứa nước là $8,13888 + 3,05208 = 11,19096 \text{ m}^3$ nước

Vậy mỗi hộ dân nhận được $11,19096 : 100 \approx 0,11 \text{ m}^3$ nước.

2)



a) Do $BK \perp AC$ nên $ABKC$ vuông tại K nên B, K, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

$CN \perp AB$ nên $ABNC$ vuông tại N nên B, N, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

Vậy B, C, K, N cùng thuộc đường tròn đường kính BC hay tứ giác $BNKC$ nội tiếp.

b) Ta có $\triangle AEC$ vuông tại E và $\triangle ANC$ vuông tại N nên A, N, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

Khi đó $\angle NEA = \angle NCA$ (cùng chắn cung AN)

Mà $\angle NBK = \angle NCK$ (cùng chắn cung NK)

Suy ra $\angle NBK = \angle NEA$ hay $\angle ABH = \angle NEA$

c) Gọi F là trung điểm của BC

Vì $\triangle OBC$ cân tại O có OF là trung tuyến nên đồng thời là đường cao

Suy ra $OF \perp BC$ hay $\triangle OFC$ vuông tại F nên O, F, C cùng thuộc đường tròn đường

kính OC

Ta có $\triangle OEC$ vuông tại E nên O, E, C thuộc đường tròn đường kính OC

Vậy $OFEC$ nội tiếp nên $\widehat{EFC} = \widehat{EOC}$ (cùng chắn EC) (1)

Vì $\triangle OMC$ cân tại O nên $\widehat{MOC} = 180^\circ - 2\widehat{OMC}$

Vì $\triangle FBN$ cân tại F nên $\widehat{NFB} = 180^\circ - 2\widehat{FBN}$

Mà $\widehat{OMC} = \widehat{FBN}$ (cùng chắn cung AC) nên $\widehat{MOC} = \widehat{NFB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{EFC} = \widehat{NFB}$

Mà $\widehat{NFB} + \widehat{NFC} = 180^\circ$ nên $\widehat{EFC} + \widehat{NFE} = 180^\circ$ hay N, F, E thẳng hàng

Do B, C cố định nên trung điểm F cố định. Chứng tỏ NE luôn đi qua điểm F cố định.

Câu 12.

$$1) \text{ Xét hệ phương trình } \begin{cases} \frac{x^2}{x-2} - \frac{y^2}{y+1} = 13(1) \\ \frac{4}{x-2} + \frac{2}{y+1} = 1-x-2y(2) \end{cases} \quad (\text{DKXD: } x \neq 2, y \neq -1)$$

$$\text{Từ (2) ta có } \frac{4}{x-2} + x + \frac{2}{y+1} + 2y = 1$$

$$\frac{x^2 - 2x + 4}{x-2} + \frac{2y^2 + 2y + 2}{y+1} = 1$$

$$\frac{x^2}{x-2} - 2 + \frac{2y^2}{y+1} + 2 = 1$$

$$\frac{x^2}{x-2} + \frac{2y^2}{y+1} = 1$$

$$\text{Đặt } a = \frac{x^2}{x-2}; b = \frac{y^2}{y+1} \text{ . Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} a - b = 13 \\ a + 2b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3b = -12 \\ a - b = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 9 \\ b = -4 \end{cases}$$

Với $a = 9$ thì $\frac{x^2}{x-2} = 9$ nên $x^2 = 9(x-2)$
 $x^2 - 9x + 18 = 0$

$$x^2 - 3x - 6x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$$x = 3(\text{tm}); x = 6(\text{tm})$$

Với $b = -4$ thì $\frac{y^2}{y+1} = -4$ nên $y^2 = -4(y+1)$
 $y^2 + 4y + 4 = 0$

$$(y+2)^2 = 0$$

$$y = -2(\text{tm})$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(x; y) = (3; -2)$ và $(x; y) = (6; -2)$
 2)

Gọi chiều rộng bể chứa nước là $x(\text{m}, x > 0)$

Suy ra chiều dài bể nước là $2x(\text{m})$

Thể tích bể là $V = x \cdot 2x \cdot h = 45(\text{m}^3)$

Suy ra $2x^2h = 45$ nên $h = \frac{45}{2x^2}$

Diện tích thành bể là: $S_1 = 2(x + 2x) \cdot \frac{45}{2x^2} = \frac{135}{x}(\text{cm}^2)$

Diện tích đáy bể là: $S_2 = x \cdot 2x = 2x^2(\text{cm}^2)$

Chi phí thuê công nhân xây bể là: $\frac{135}{x} \cdot 0,24 + 2x^2 \cdot 0,3 = \frac{32,4}{x} + 0,6x^2$ (triệu đồng)

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số không âm ta được:

$$\frac{32,4}{x} + 0,6x^2 = \frac{16,2}{x} + \frac{16,2}{x} + 0,6x^2 \geq 3\sqrt{\frac{16,2}{x} \cdot \frac{16,2}{x} \cdot 0,6x^2} = 16,2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{16,2}{x} = 0,6x^2$ hay $x = 3(\text{tm})$

Vậy chi phí thuê công nhân nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây bể chứa nước là 16,2 triệu đồng.