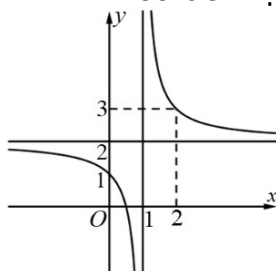


PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình sau:



Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho?

- A. $x=1$. B. $x=2$. C. $y=1$. D. $y=2$.

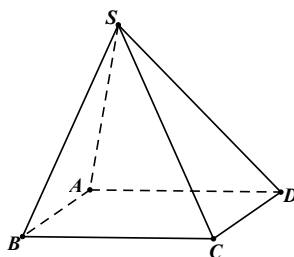
Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4. B. -6. C. $\frac{1}{2}$. D. 6.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0.5}(x-1) > -3$ là:

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(1; 9)$. C. $(9; +\infty)$. D. $\left(1; \frac{9}{8}\right)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{BC}$ bằng



- A. $\overrightarrow{SD}$. B. $\overrightarrow{SC}$. C. $\overrightarrow{SA}$. D. $\overrightarrow{SB}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-\frac{z}{2}=1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 2; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. D. $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $5^x - 1 = 0$. B. $\log_2 x = 3$. C. $3^x + 2 = 0$. D. $\log(x-1) = 1$.

Câu 7. Các bạn học sinh lớp 11A trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16;21)	[21;26)	[26;31)	[31;36)	[36;41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

Xác định nhóm có tần số lớn nhất.

- A. [16;21). B. [21;26). C. [31;36). D. [36;41).

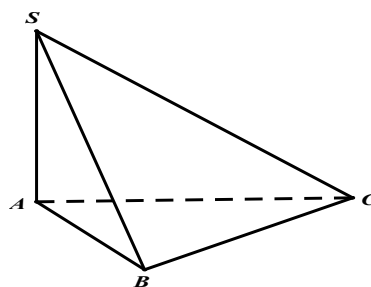
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	1	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(0; 3)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là



- A. $\angle SBA$. B. $\angle ASC$. C. $\angle SCA$. D. $\angle ASB$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và

$$f(a) = -1; f(b) = 3. \text{ Khi đó } \int_a^b f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. -3 . B. 4 . C. -4 . D. 2 .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ và song

song với đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Câu 12. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

- A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a) b) c) d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh ở một trường THPT ở địa bàn thành phố Huế với thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100]
Số học sinh	25	34	15	38	8

- a)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100.
- b)** Số học sinh đạt điểm 60 trở lên là 38 học sinh.
- c)** Số điểm trung bình của học sinh đạt được từ bảng số liệu trên là 54 điểm.
- d)** Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{1}{8}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$.

- a)** Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.
- b)** Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x + y - 3z + 17 = 0$.
- c)** Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của H là $H(3; -1; -4)$.
- d)** Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 4y + 2z + 7 = 0$.

Câu 3. Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12 \text{ m}$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là 1 m , thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3 \text{ m}$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là 2 m và 6 m .

- a)** Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.
- b)** Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$.
- c)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .
- d)** Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56 \text{ m}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một người đang lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe 25 m , ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20\text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

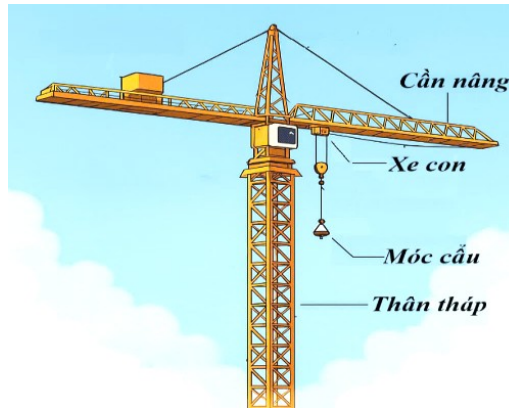
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng $4\sqrt{2}$, các cạnh bên bằng nhau và cùng bằng $2\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

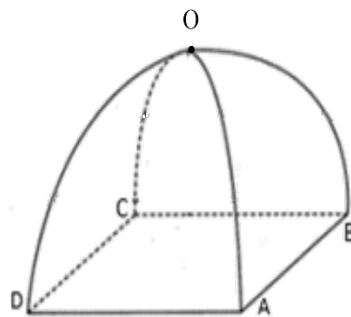
Câu 2. Bạn Thuận có một danh sách gồm 6 bài hát khác nhau, các bài hát được phát theo thứ tự từ trên xuống. Lần đầu, khi nghe xong bài hát thứ ba trong danh sách, bạn ấy xáo trộn ngẫu nhiên danh sách phát của mình và sau đó nghe 3 bài hát đầu tiên trong danh sách mới. Tính xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Người ta thường dùng cầu trục tháp (như hình vẽ) để vận chuyển vật liệu xây dựng; thân tháp vuông góc với mặt đất, cần nâng vuông góc thân tháp dùng để làm điểm tựa nâng vật liệu, trên cần nâng có bộ phận gọi là xe con, có thể chạy dọc cần nâng nhằm di chuyển vật liệu. Ban đầu vật liệu ở mặt đất, cầu trục dùng móc cần nâng vật liệu lên cao theo phương thẳng đứng và cao hơn 1 m so với vị trí cần đặt, sau đó giữ nguyên độ cao và cầu trục quay cần nâng một góc $\alpha \in (0^\circ; 180^\circ)$ sao cho quỹ đạo tạo thành một

cung tròn cho đến khi mặt phẳng (P) chứa cần nâng và điểm cần đặt vuông góc với mặt đất (vật liệu và điểm cần đặt cùng nằm trên một nửa mặt phẳng (P) so với thân tháp). Tiếp đến điều chỉnh xe con nhằm di chuyển và hạ vật liệu xuống 1 m theo phương thẳng đứng đúng vị trí cần đặt. Giả sử rằng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, thân tháp là trục Oz và mặt đất là mặt phẳng Oxy (đơn vị tính bằng mét); vị trí ban đầu của vật liệu là điểm $A(6; 8; 0)$ và vị trí cần đặt vật liệu là điểm $B(4; -3; 15)$. Tính quãng đường vật liệu đã di chuyển (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 4. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là $2m$. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).

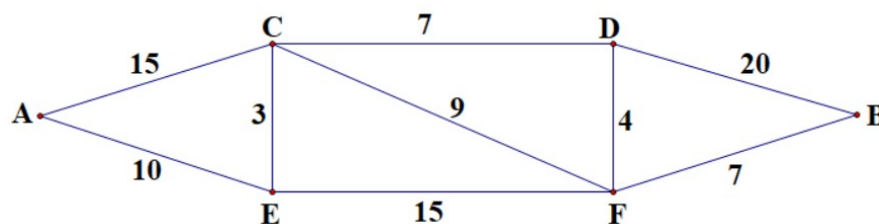


Câu 5. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng

$$C(x) = \frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200$$

chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí (tính bằng nghìn đồng). Giá của vải lụa tơ tằm là 300 nghìn đồng/mét và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

Câu 6. Bạn Hóa muốn leo núi với địa điểm xuất phát từ A và kết thúc tại B với bản đồ đường đi được minh họa bởi hình vẽ dưới, trong đó các đường đi là các đoạn thẳng và thời gian di chuyển (tính bằng phút) tương ứng được gắn bởi một số trên đoạn thẳng đó. Hãy xác định thời gian ngắn nhất (tính bằng phút) để bạn Hóa hoàn thành chuyến đi từ A đến B .



! HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	A	B	A	B	C	C	D	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ	ĐSSĐ	4	0,05	37,7	4
21	22								
12	29								

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	A	B	A	B	C	C	D	A	B	D	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

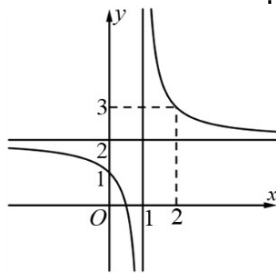
PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
	4	0,05	37,7	4	12	29

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình sau:



Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho?

A. $x=1$.

B. $x=2$.

C. $y=1$.

D. $y=2$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4.

B. -6.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Vì (u_n) là cấp số nhân nên $q = \frac{u_2}{u_1} = 4$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0.5}(x-1) > -3$ là:

A. $(-\infty; 9)$.

B. $(1; 9)$.

C. $(9; +\infty)$.

D. $\left(1; \frac{9}{8}\right)$.

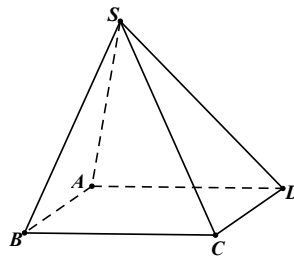
Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < (0.5)^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(1; 9)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{BC}$ bằng



A. $\overrightarrow{SD}$.

B. $\overrightarrow{SC}$.

C. $\overrightarrow{SA}$.

D. $\overrightarrow{SB}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Do đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{SD}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; 1; 2)$.

B. $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

C. $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

D. $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $\Leftrightarrow 2x + 2y - z - 2 = 0$. Do đó phương trình mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $5^x - 1 = 0$.

B. $\log_2 x = 3$.

C. $3^x + 2 = 0$.

D. $\log(x-1) = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $3^x > 0, \forall x$ nên $3^x + 2 = 0$ vô nghiệm.

Câu 7. Các bạn học sinh lớp 11A trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

Xác định nhóm có tần số lớn nhất.

A. [16; 21).

B. [21; 26).

C. [31; 36).

D. [36; 41).

Lời giải

Chọn C

Nhóm [31; 36) có số học sinh trả lời đúng là 18 là tần số lớn nhất.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$							

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

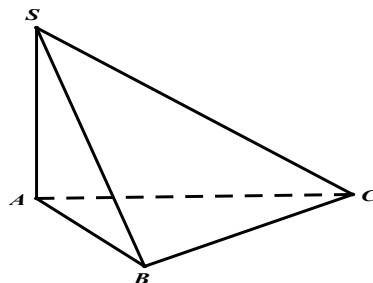
- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(0; 3)$. D. $(-3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là



- A. $\square SBA$. B. $\square ASC$. C. $\square SCA$. D. $\square ASB$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ (1).

Mà $AB \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(\overline{SBC}), (ABC) = \square ABS$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và

$f(a) = -1; f(b) = 3$. Khi đó $\int_a^b f'(x) dx$ bằng

A. -3 . B. 4 . C. -4 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = 3 - (-1) = 4$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ và song song với đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Vì đường thẳng song song với $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ nên nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$ là vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Câu 12. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

- A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a) (b) (c) (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh ở một trường THPT ở địa bàn thành phố Huế với thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100]
Số học sinh	25	34	15	38	8

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100.
- b) Số học sinh đạt điểm 60 trở lên là 38 học sinh.
- c) Số điểm trung bình của học sinh đạt được từ bảng số liệu trên là 54 điểm.
- d) Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{1}{8}$.

Lời giải

ĐÚNG- SAI - SAI- ĐÚNG.

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $100 - 0 = 100$.

Chọn Đúng.

(b) Số học sinh đạt điểm 60 trở lên là $38 + 8 = 46$ học sinh.

Chọn Sai.

(c) Điểm trung bình của các học sinh đạt được là

$$\bar{x} = \frac{10.25 + 30.34 + 50.15 + 70.38 + 90.8}{120} = 45$$

Chọn Sai.

(d) Trung vị là $M_c = \frac{x_{60} + x_{61}}{2}$ nên nhóm chứa trung vị là nhóm $[40; 60)$, chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{15}{120} = \frac{1}{8}$.

Chọn Đúng.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.

b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x + y - 3z + 17 = 0$.

c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của H là $H(3; -1; -4)$.

d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 4y + 2z + 7 = 0$.

Lời giải

ĐÚNG - SAI - ĐÚNG - SAI.

(a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.
 Chọn Đúng.

(b) Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với đường thẳng d nên nhận một véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(2; 1; -3)$ làm véc tơ pháp tuyến. Vậy mặt phẳng (α) có phương trình:

$$2x + y - 3z - 17 = 0$$

Chọn Sai.

(c) Đường thẳng d có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d , thì $H = d \cap (\alpha)$, ta xét phương trình

$$2(1 + 2t) + (-2 + t) - 3(-1 - 3t) - 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow 14t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi đó, $H(3; -1; -4)$.

Chọn Đúng.

(d) Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên (P) , ta luôn có $d(A, (P)) = AK \leq AH$, nên $d(A, (P))$ lớn nhất bằng AH khi $K \equiv H$. Khi đó mặt phẳng (P) đi qua $H(3; -1; -4)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AH}(1; 4; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình $x + 4y + 2z + 9 = 0$.

Chọn Sai.

Câu 3. Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12 \text{ m}$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là 1 m , thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3 \text{ m}$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là 2 m và 6 m .

a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .

d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56 \text{ m}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------------------------	---------------	---------------	--------------------------

(a) Đúng

Ta có $\overrightarrow{BH} = (-3; 12)$.

Suy ra vectơ pháp tuyến của BH là $\overrightarrow{n_{BH}} = (4; 1)$.

Phương trình BH là $4x + y - 48 = 0 \Leftrightarrow y = -4x + 48$.

(b) Sai

Ta có $f(x)$ có 2 điểm cực trị $x = 2, x = 6$.

Suy ra $f'(x) = a(x-2)(x-6) = a(x^2 - 8x + 12)$.

(c) Sai

$$f(x) = \int f'(x) dx = a \int (x^2 - 8x + 12) dx = a \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x \right) + C$$

(C) cắt Oy tại $E(0;9) \Rightarrow C = 9$.

$$\Rightarrow f(x) = a \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x \right) + 9$$

$$G(9;0) \in (C) \Rightarrow 27a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 4x + 9$$

$$\text{Với } x_0 = 7 \Rightarrow \begin{cases} y_0 = \frac{74}{9} \\ f'(7) = -\frac{5}{3} \neq -4 \end{cases}$$

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 không song song với đường thẳng HB .

(d) Đúng

Khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm đó song song với HB , điểm đó gần với HB

Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm mà tại đó tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với HB

$$\text{Suy ra } f'(x_0) = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}(x_0^2 - 8x_0 + 12) = -4 \Leftrightarrow x_0^2 - 8x_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 & (\text{loại}) \\ x_0 = 8 \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = 8 \Rightarrow y_0 = \frac{49}{9} \Rightarrow M_0\left(8; \frac{49}{9}\right)$$

$$d_{\min} = d(M_0, BH) = \frac{\left| 4 \cdot 8 + \frac{49}{9} - 48 \right|}{\sqrt{17}} \approx 2,56 \text{ (m)}$$

Câu 4. Một người đang lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe 25 m , ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------------------------	---------------	---------------	--------------------------

(a) Đúng.

Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

(b) Sai.

$$s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C.$$

Ta có $s(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$

Vậy $s(t) = -5t^2 + 20t$.

(c) Sai.

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 2 giây.

(d) Đúng.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-10t + 20) dt = 20 < 25.$$

Vậy ô tô không va chạm vào chướng ngại vật.

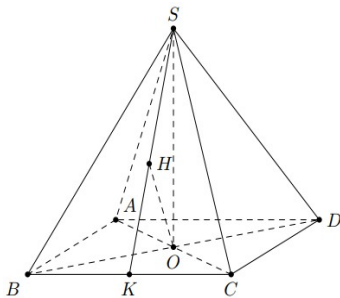
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng $4\sqrt{2}$, các cạnh bên bằng nhau và cùng bằng $2\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

<Key=4>

Lời giải

Đáp số: 4



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - 4^2} = 2\sqrt{2}$.
 Gọi K là trung điểm BC , H là hình chiếu của O lên SK .

Suy ra $OH \perp (SBC)$, $OK = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$.

Do đó $\triangle SOK$ vuông cân tại O .

Vì $AD \parallel BC$ nên $AD \parallel (SBC)$ suy ra

$$d(AD, SC) = d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot SO\sqrt{2} = 4$$

Câu 2. Bạn Thuận có một danh sách gồm 6 bài hát khác nhau, các bài hát được phát theo thứ tự từ trên xuống. Lần đầu, khi nghe xong bài hát thứ ba trong danh sách, bạn ấy xáo trộn ngẫu nhiên danh sách phát của mình và sau đó nghe 3 bài hát đầu tiên trong danh sách mới. Tính xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

<Key=0,05>

Lời giải

Đáp số: 0,05

Chọn 3 bài hát lần thứ nhất từ 6 bài để phát có C_6^3 cách.

Khi đó để sau khi phát lần thứ 2, bạn Thuận nghe đủ 6 bài nên lần 2 bạn phải phát 3 bài còn lại nên có 1 cách phát.

Tổng số cách chọn bài hát để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe trong 2 lần là C_6^3 cách.

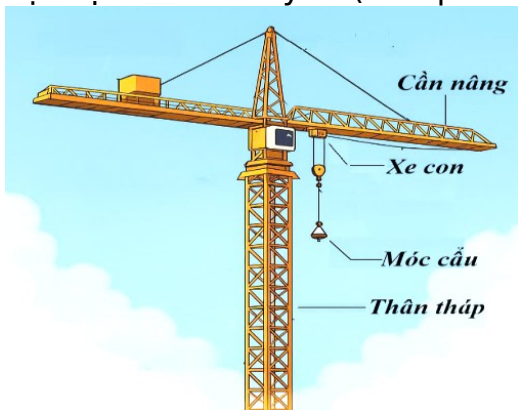
Số cách chọn bài hát trong hai lần nghe là $C_6^3 \cdot C_6^3$

Xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe là

$$P = \frac{C_6^3}{C_6^3 \cdot C_6^3} = \frac{1}{C_6^3} = 0,05$$

Câu 3. Người ta thường dùng cầu trục tháp (như hình vẽ) để vận chuyển vật liệu xây dựng; thân tháp vuông góc với mặt đất, cần nâng vuông góc thân tháp dùng để làm điểm tựa nâng vật liệu, trên cần nâng có bộ phận gọi là xe con, có thể chạy dọc cần nâng nhằm di chuyển vật liệu. Ban đầu vật liệu ở mặt đất, cầu trục dùng móc cần nâng vật liệu lên cao theo phương thẳng đứng và cao hơn $1m$ so với vị trí cần đặt, sau đó giữ nguyên độ cao và cầu trục quay cần nâng một góc $\alpha \in (0^\circ; 180^\circ)$ sao cho quỹ đạo tạo thành một

cung tròn cho đến khi mặt phẳng (P) chứa cần nâng và điểm cần đặt vuông góc với mặt đất (vật liệu và điểm cần đặt cùng nằm trên một nửa mặt phẳng (P) so với thân tháp). Tiếp đến điều chỉnh xe con nhằm di chuyển và hạ vật liệu xuống $1m$ theo phương thẳng đứng đúng vị trí cần đặt. Giả sử rằng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, thân tháp là trục Oz và mặt đất là mặt phẳng Oxy (đơn vị tính bằng mét); vị trí ban đầu của vật liệu là điểm $A(6; 8; 0)$ và vị trí cần đặt vật liệu là điểm $B(4; -3; 15)$. Tính quãng đường vật liệu đã di chuyển (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



<Key=37,7>

Lời giải

Đáp số: 37,7

Gọi $B'(4; -3; 0)$ là hình chiếu của B trên Oxy .

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (6; 8; 0) \Rightarrow OA = 10$, khi đó quỹ đạo chuyển động của vật liệu sau khi được nâng lên là một cung tròn của đường tròn có bán kính bằng 10

Ta có: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB'} = 0 \Rightarrow OA \perp OB'$ nên góc ở tâm của độ dài cung tròn vật liệu sẽ đi 90° , vậy độ dài cung tròn vật liệu sẽ đi là $\frac{2 \cdot 10 \cdot \pi}{4} = 5\pi$.

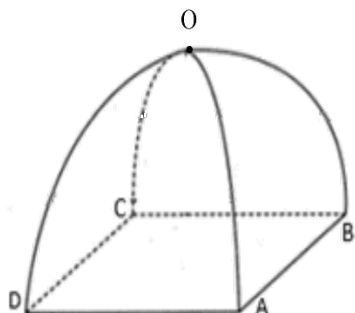
Do phải nâng vật cao hơn vị trí cần hạ là $1m$ nên tổng chiều cao vật được nâng lên sẽ là $z_B + 1 = 16$.

Quãng đường xe con di chuyển từ vị trí được nâng đến vị trí để hạ vật liệu là $OA - d(B, Oz) = 10 - 5 = 5$.

Do hạ vật xuống $1m$ sao với vị trí cần đặt nên tổng quãng đường vật di chuyển là:

$$T = 5\pi + 16 + 5 + 1 \approx 37,71$$

Câu 4. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là $2m$. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).

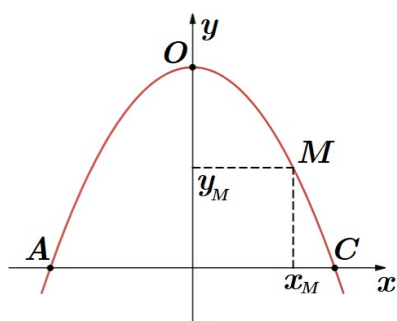
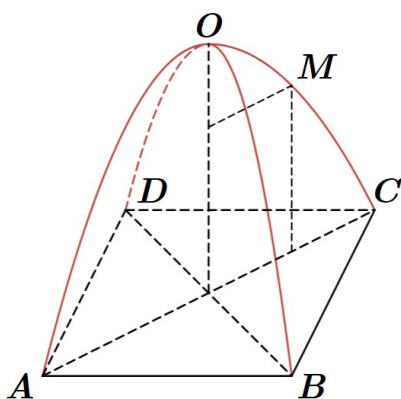


<Key=4>

Lời giải

Đáp số: 4

Gọi parabol đi qua ba điểm A, C, O có phương trình là $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$.



Do parabol đi qua $A(-\sqrt{2}; 0), C(\sqrt{2}; 0)$ nên $y = a(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = a(x^2 - 2)$.

Mà parabol đi qua $O(0; 2) \Rightarrow A = -1 \Rightarrow y = -x^2 + 2$.

$$M(x; y) \in (P) \Rightarrow M(\sqrt{2-y}; y)$$

Khi đó,

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục và lều đi qua M là hình vuông có cạnh là $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2-y}$

Khi đó diện tích của thiết diện tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục và lều là hình vuông có diện tích là

$$S(y) = 2(2-y) = 4-2y$$

$$V = \int_0^2 S(y) dy = \int_0^2 (4-2y) dy = (4y - y^2) \Big|_0^2 = 4(m^3)$$

Thể tích của chiếc lều là

Câu 5. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng

$$C(x) = \frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200$$

chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí (tính bằng nghìn đồng). Giá của vải lụa tơ tằm là 300 nghìn đồng/mét và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

<Key=12>

Lời giải

Đáp số: 12

Doanh thu mỗi ngày là $300x$ (nghìn đồng)

$$L(x) = 300x - \left(\frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200 \right) = -\frac{23}{36}x^3 - x^2 + 300x - 200$$

Lợi nhuận mỗi ngày là

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $L(x)$ trên đoạn $[1; 20]$.

$$L'(x) = -\frac{23}{12}x^2 - 2x + 300$$

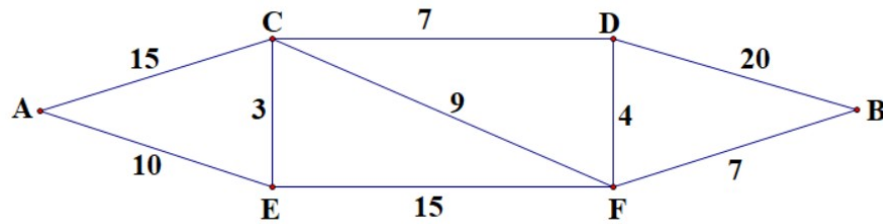
$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -\frac{300}{23} \end{cases}$$

$$L(1) = \frac{3541}{36}; \quad L(12) = 2152; \quad L(20) = \frac{2600}{9}$$

Lợi nhuận tối đa là 2152 khi sản xuất 12 mét vải.

Câu 6. Bạn Hóa muốn leo núi với địa điểm xuất phát từ A và kết thúc tại B với bản đồ đường đi được minh họa bởi hình vẽ dưới, trong đó các đường đi là các đoạn thẳng và thời gian di chuyển (tính bằng phút) tương ứng được gán bởi một số trên đoạn

thăng đó. Hãy xác định thời gian ngắn nhất (tính bằng phút) để bạn Hóa hoàn thành chuyến đi từ A đến B .



<Key=29>

Lời giải

Đáp số: 29

Liệt kê một số cách đi từ A đến B

- +) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 7 = 32$ phút.
- +) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 4 + 20 = 49$ phút.
- +) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 9 + 7 + 20 = 61$ phút.
- +) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 9 + 7 + 4 + 7 = 52$ phút.
- +) $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 7 + 20 = 42$ phút.
- +) $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 9 + 7 = 31$ phút.
- +) $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 9 + 4 + 20 = 48$ phút.
- +) $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 7 + 4 + 7 = 33$ phút.

...

Vậy đi theo cách sau là tốn ít thời gian nhất $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$.

Tổng thời gian là $10 + 3 + 9 + 7 = 29$ phút.

! HẾT