
(Đề thi có 04 trang)

Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 000

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

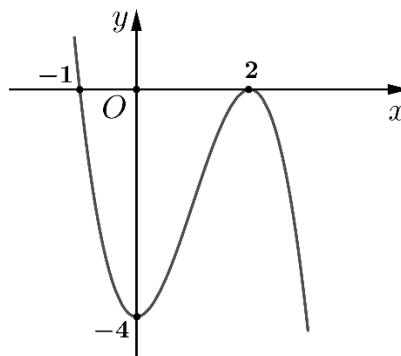
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 3. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

- A. $(0; 10)$. B. $(0; 8)$. C. $(8; 10)$. D. $(8; 12)$.

Câu 4. Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 4$. C. $y = x^2 - 4$. D. $y = -x^2 - 4$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 6. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$, $c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$. B. $S = 7$. C. $S = 8$. D. $S = 9$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai

- A. BD song song với $(A'C'D')$. B. BD vuông góc với $(ACC'A')$.
C. BD vuông góc với $(ADD'A')$. D. BD song song với $(CB'D')$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là
A. $(-2; -1; -3)$ **B.** $(-3; 2; -1)$ **C.** $(2; -3; -1)$ **D.** $(-1; 3; -2)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; -5)$. Tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là
A. $(2; 4; 0)$ **B.** $(0; 4; -5)$ **C.** $(2; 0; -5)$ **D.** $(2; 0; 0)$

Câu 10. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:
A. $2\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $8\sqrt{3}$

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. $[40; 60)$ **B.** $[20; 40)$ **C.** $[60; 80)$ **D.** $[80; 100)$

Câu 12. Trong một lớp học có $\frac{30}{35}$ học sinh nam và $\frac{22}{35}$ học sinh nữ. Giáo viên gọi $\frac{18}{35}$ học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để $\frac{5}{35}$ học sinh lên bảng có cả nam và nữ.

A. $\frac{3}{506}$ **B.** $\frac{2}{506}$ **C.** $\frac{443}{506}$ **D.** $\frac{3}{8}$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x - x + \pi + 2026$

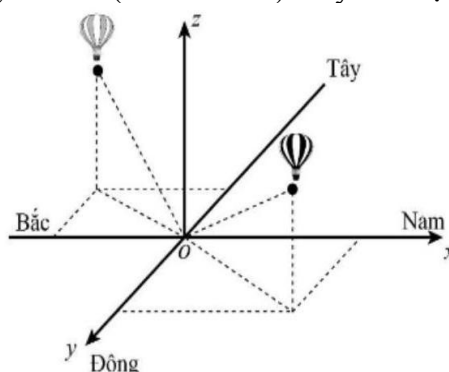
a) $f(\pi) = 2024$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x - 1$

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là 2.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2} + 2026$

Câu 2. Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm trong cùng một ngày. Lúc 9 giờ sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí A cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km. Chiếc thứ hai đang ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5$ km về phía tây đồng thời cách mặt đất $0,8$ km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (như hình vẽ). Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là km.



- a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 giờ sáng là $A(2;1;0,5)$.
- b) Lúc 9 giờ sáng, khinh khí cầu thứ hai cách vị trí xuất phát hơn 2km .
- c) Lúc 9 giờ sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là $3,92\text{ km}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) Từ 9 giờ sáng đến 9 giờ 10' sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc 50 km/h và độ cao không đổi để đến điểm M , khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đến điểm N với vận tốc 60 km/h , biết vector $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với vector $\vec{u}(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là $4,66\text{ km}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai chất điểm tiếp tục di chuyển theo chiều ban đầu thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một chất điểm di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ (m/s), chất điểm còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ (m/s).

- a) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_1(t) = 6t - \frac{3t^2}{2} + C \text{ (m)}$$

- b) Quãng đường chất điểm thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_2(t) = 12t - 2t^2 + C \text{ (m)}$$

- c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là 18 (m) .

- d) Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn 12 (m) .

Câu 4. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên một trường đại học X được cho bởi bảng sau:

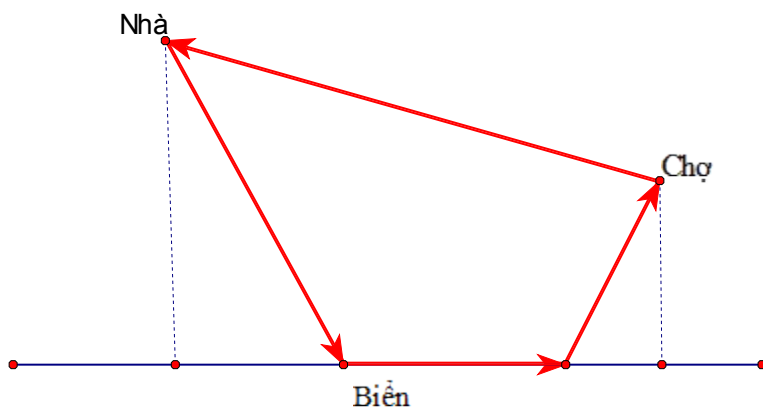
Số giờ làm thêm	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số sinh viên	12	20	37	21	10

- a) Một của mẫu số liệu trên là $7,5$.
- b) Số giờ làm thêm trung bình của mỗi sinh viên trường đại học X không ít hơn 6 .
- c) Số sinh viên được điều tra là 100 .
- d) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu lớn hơn $6,5$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao 3m được dựng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) với hai điểm $A(3;1;0)$ và $B(1;4;0)$. Giả sử rằng mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng lên trên và mỗi đơn vị trên hệ trục tương ứng với 1m . Một trạm phát sóng được đặt tại điểm $M(5;6;5)$. Trạm phát sóng phát ra các sóng thẳng và truyền về mọi hướng nhưng khi gặp bức tường thì bị chắn lại vì vậy có một vùng sau bức tường không có sóng. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều trong mặt phẳng (Oxy) từ điểm $N(-6;-4;0)$ qua gốc tọa độ O đến chân tường với vận tốc $0,8\text{m/s}$. Tính thời gian theo giây từ lúc chất điểm bắt đầu đi vào vùng mất sóng đến lúc chất điểm chạm vào chân tường và quay về vị trí ban đầu, giả thiết độ dày của bức tường là không đáng kể (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

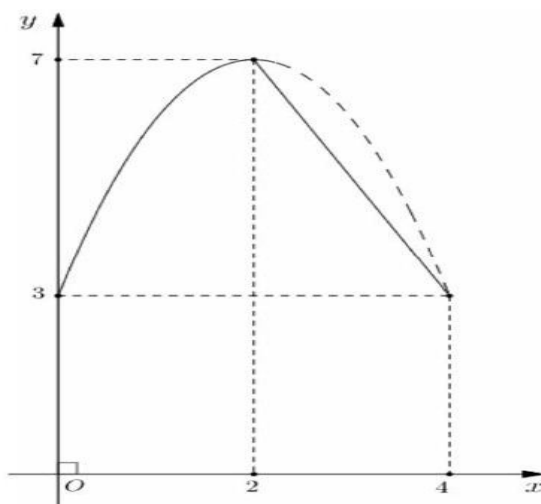
Câu 2. Nhà thầy Quang cách bờ biển 1km . Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500m , rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển 400m và cách nhà thầy Quang 1km , tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Quang đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 3. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có $A(2; -2)$ là một điểm cực tiểu. Tính $S = 59b - a$.

Câu 5. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng IA . Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AB = 5, BC = 5, CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Mã đề	Đáp án											
000	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	B	D	B	A	B	B	C	D	B	A	B	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
-------	-------	-------	-------	-------

000	a)D-b)S-c)S-d)D	a)D-b)S-c)D-d)S	a)D-b)D-c)S-d)S	a)S-b)D-c)D-d)D
-----	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
000	21,1	2932	0,18	2026	21,3	5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.

Đáp án B.

Câu 2.

Đáp án D.

Câu 3. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

A. $(0;10)$ B. $(0;8)$ C. $(8;10)$ D. $(8;12)$.

Ta có $N'(t) = -3t^2 + 24t = -3t(t-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=8 \end{cases}$

Để có $N'(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 8$

Đáp án B.

Câu 4. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.

Đồ thị là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 nên chọn đáp án A.

Câu 5. Vì $\int (2x+6) dx = x^2 + 6x + C$

Đáp án B.

Câu 6. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 6$ B. $S = 7$. C. $S = 8$. D. $S = 9$.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3$.

Do đó $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai

- A. BD song song với $(A'C'D')$.
 B. BD vuông góc với $(ACC'A')$.
 C. BD vuông góc với $(ADD'A')$.
 D. BD song song với $(CB'D')$.

Đáp án C

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(-2; -1; -3)$.
 B. $(-3; 2; -1)$.
 C. $(2; -3; -1)$.
 D. $(-1; 3; -2)$.

Lời giải

Do đó, $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} = (-1; 3; -2)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; -5)$. Tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(2; 4; 0)$.
 B. $(0; 4; -5)$.
 C. $(2; 0; -5)$.
 D. $(2; 0; 0)$.

Chọn B

Câu 10. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.
 B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.
 C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.
 D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ bằng $h = 3$

Thể tích $V = S.h = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. $[40; 60)$.
 B. $[20; 40)$.
 C. $[60; 80)$.
 D. $[80; 100)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = x_{11}$

Mà $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm $[20;40)$.

Câu 12. Trong một lớp học có $\frac{30}{35}$ học sinh nam và $\frac{22}{35}$ học sinh nữ. Giáo viên gọi $\frac{18}{35}$ học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để $\frac{5}{35}$ học sinh lên bảng có cả nam và nữ.

- A.** 3. **B.** 2. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Đáp án C.

Gọi A là biến cố “ $\frac{5}{35}$ học sinh lên bảng đều là nam”. $P(A) = \frac{C_{15}^4}{C_{25}^4}$.

Gọi B là biến cố “ $\frac{5}{35}$ học sinh lên bảng đều là nữ”. $P(A) = \frac{C_{10}^4}{C_{25}^4}$.

Gọi C là biến cố có “ $\frac{5}{35}$ học sinh lên bảng có cả nam và nữ”

$$P(C) = 1 - (P(A) + P(B)) = 1 - \left(\frac{C_{15}^4}{C_{25}^4} + \frac{C_{10}^4}{C_{25}^4} \right) = \frac{443}{506}.$$

Phần 2.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x - x + \pi + 2026$

a) $f(\pi) = 2024$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin x - 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ là 2.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2} + 2026$.

Lời giải

a) Đúng: $f(\pi) = 2024$

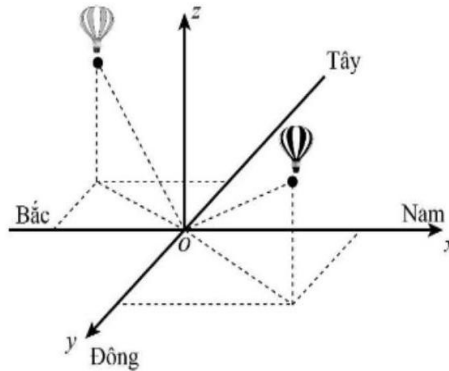
b) Sai: $f'(x) = -2\sin x - 1$

c) Sai: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6}$

d) Đúng: $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + 2026, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2024, f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{7\pi}{6} + 2026 + \sqrt{3}$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2} + 2026$

Câu 2. Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm trong cùng một ngày. Lúc 9 h sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí A cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai đang ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (như hình vẽ). Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là km.



a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 h sáng là $A(2; 1; 0,5)$.

b) Lúc 9 h sáng, khinh khí cầu thứ hai cách vị trí xuất phát hơn 2 km.

c) Lúc 9 h sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Từ 9 h sáng đến 9 h 10' sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc 50 km/h và độ cao không đổi để đến điểm M , khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đến điểm N với vận tốc 60 km/h, biết vector $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với vector $\vec{u}(2; 2; 1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là 4,66 km (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

(a) Đúng.

Vị trí của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 giờ sáng là $A(x_A, y_A, z_A)$, biết:

+) A cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam $\Rightarrow x_A = 2$.

+) 1 km về phía Đông $\Rightarrow y_A = 1$.

+) cách mặt đất 0,5 km $\Rightarrow z_A = 0,5$.

Vậy $A(2; 1; 0,5)$.

(b) Sai.

Dựa vào giả thiết, ta có $B(-1; -1,5; 0,8) \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{389}}{10} \approx 1,97$

(c) Đúng.

Lúc 9 giờ sáng, khoảng cách giữa hai kinh khí cầu bằng $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-2,5)^2 + 0,3^2} \approx 3,92 \text{ (km)}$

(d) Sai.

Để tính được khoảng cách MN , ta cần tìm được tọa độ của điểm M và N lúc 9 giờ 10 phút sáng.

+) Tìm điểm $M(x_M, y_M, z_M)$:

Ta có kinh khí cầu thứ nhất di chuyển thẳng đều về phía Nam (tức tung độ của kinh khí cầu không đổi $\Leftrightarrow y_M = 1$) với vận tốc 50 km/h suy ra từ 9 giờ sáng đến 9 giờ 10 phút sáng, kinh khí cầu đi được $50 \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{3} \text{ (km)} \Rightarrow x_M = 2 + \frac{25}{3} = \frac{31}{3}$

Và cao độ không đổi $\Rightarrow z_M = 0,5$

Vậy điểm $M\left(\frac{31}{3}; 1; 0,5\right)$

+) Tìm điểm $N(x_N, y_N, z_N)$:

Vì vector $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với vector $\vec{u}(2; 2; 1)$, nên suy ra $\overrightarrow{BN} = k \cdot \vec{u} (k > 0)$

Kinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đều đến điểm N với vận tốc 60 km/h , nên trong khoảng thời gian từ 9 giờ sáng đến 9 giờ 10 phút sáng kinh khí cầu đi được 1 đoạn $BN = 60 \cdot \frac{1}{6} = 10$

$$\Leftrightarrow k\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 10 \Leftrightarrow k = \frac{10}{3} \quad \overrightarrow{BN} = (x_N + 1; y_N + 1,5; z_N - 0,8) = \left(\frac{20}{3}; \frac{20}{3}; \frac{10}{3}\right) \quad N\left(\frac{17}{3}; \frac{31}{6}; \frac{62}{15}\right)$$

Suy ra $MN = \sqrt{\left(\frac{17}{3} - \frac{31}{3}\right)^2 + \left(\frac{31}{6} - 1\right)^2 + \left(\frac{62}{15} - 0,5\right)^2} \approx 7,23$

Câu 3. Hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai chất điểm tiếp tục di chuyển theo chiều ban đầu thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một chất điểm di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t \text{ (m/s)}$, chất điểm còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t \text{ (m/s)}$.

a) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_1(t) = 6t - \frac{3t^2}{2} + C \text{ (m)}$$

b) Quãng đường chất điểm thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_2(t) = 12t - 2t^2 + C \text{ (m)}$$

c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là $18(\text{m})$.

d) Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn $12(\text{m})$.

Đáp án

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_1(t) = \int v_1(t) dt = \int (6 - 3t) dt = 6t - \frac{3t^2}{2} + C(\text{m})$$

Suy ra **ĐÚNG**.

b) Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$$s_2(t) = \int v_2(t) dt = \int (12 - 4t) dt = 12t - 2t^2 + C(\text{m})$$

Suy ra **ĐÚNG**.

c) Thời gian người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là: $6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2$ giây.

Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_1 = \int_0^2 (6 - 3t) dt = \left(6t - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 6 \text{ mét.}$$

Suy ra **SAI**.

d) Thời gian người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là: $12 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 3$ giây.

Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_2 = \int_0^3 (12 - 4t) dt = \left(12t - 2t^2 \right) \Big|_0^3 = 18 \text{ mét.}$$

Khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn là: $S = S_1 + S_2 = 6 + 18 = 24 \text{ mét.}$

Suy ra **SAI**.

Câu 4: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên một trường đại học X được cho bởi bảng sau:

Số giờ làm thêm	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số sinh viên	12	20	37	21	10

a) Số sinh viên được điều tra là 100.

b) Số giờ làm thêm trung bình của mỗi sinh viên trường đại học X không ít hơn 6.

c) Một của mẫu số liệu trên là 7,5.

d) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu lớn hơn 6,5.

Lời giải : a) Cỡ mẫu $n = 100$. Vậy a) đúng.

b) Từ bảng thống kê ta có: Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{3.12 + 5.20 + 7.37 + 9.21 + 11.10}{100} = 6.94$$

Vậy b) đúng

c) Nhóm chứa một số liệu trên là nhóm $[6; 8)$.

Do đó: $u_m = 6$; $n_m = 37$, $n_{m-1} = 20$; $n_{m+1} = 21$; $u_{m+1} = 8$.

Vậy một của mẫu số liệu ghép nhóm là :

$$M_0 = 6 + \frac{37 - 20}{(37 - 20) + (37 - 21)} \cdot (8 - 6) \approx 7,03$$

Vậy c) sai.

d) Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là

$$\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}).$$

Do x_{50} và x_{51} thuộc nhóm $[6; 8)$ nên

$$Q_2 = 6 + \frac{\frac{2.100}{4} - 32}{37} \cdot (8 - 6) \approx 6,97.$$

Vậy d) đúng.

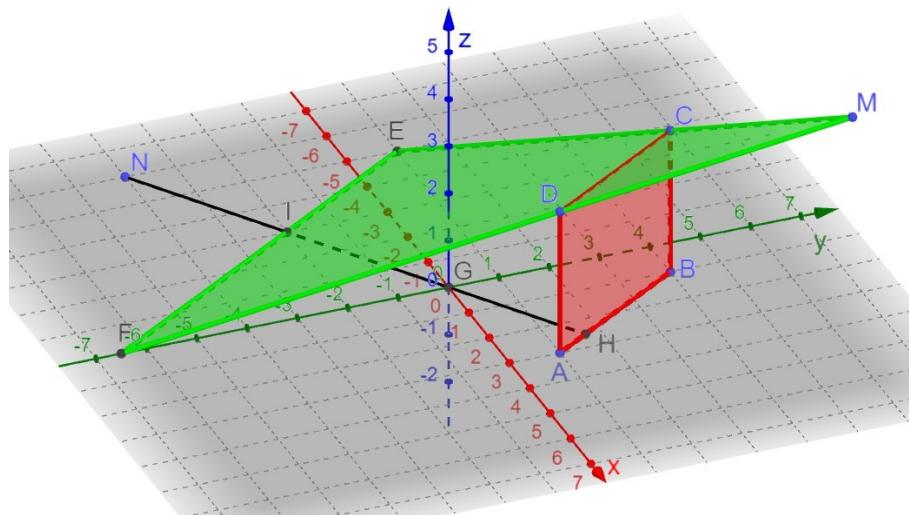
Phần 3.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $3m$ được dựng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) với hai điểm $A(3;1;0)$ và $B(1;4;0)$. Giả sử rằng mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng lên trên và mỗi đơn vị trên hệ trục tương ứng với $1m$. Một trạm phát sóng được đặt tại điểm $M(5;6;5)$. Trạm phát sóng phát ra các sóng thẳng và truyền về mọi hướng nhưng khi gặp bức tường thì bị chắn lại vì vậy có một vùng sau bức tường không có sóng. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều trong mặt phẳng (Oxy) từ điểm $N(-6;-4;0)$ qua gốc tọa độ O đến chân tường với vận

tốc $0,8m/s$. Tính thời gian theo giây từ lúc chất điểm bắt đầu đi vào vùng mất sóng đến lúc chất điểm chạm vào chân tường và quay về vị trí ban đầu, giả thiết độ dày của bức tường là không đáng kể (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 21,1.



Ta có: $C(1;4;3)$, $D(3;1;3)$.

Gọi $E;F$ lần lượt là giao điểm của $MC;MD$ với mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Gọi } E(x;y;0), \text{ ta có: } \overline{MC} = k\overline{ME} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-5=k(x-5) \\ 4-6=k(y-6) \\ 3-5=k(0-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=1 \\ k=\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow E(-5;1;0).$$

$$\text{Tương tự: } F\left(0;-\frac{13}{2};0\right).$$

Gọi $I;H$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng NO với EF và AB .

Tính IH :

Vì các $I;H;O;N \in (Oxy)$ nên chúng ta sẽ chuyển về hệ trục tọa độ trong mặt phẳng Oxy để tìm tọa độ $I;H$.

$$\text{Ta có: } N(-6;-4); O(0;0) \Rightarrow NO: 2x-3y=0; E(-5;1); F(0;-\frac{13}{2}) \Rightarrow EF: 3x+2y+13=0;$$

$$A(3;1); B(1;4) \Rightarrow AB: 3x+2y-11=0.$$

$$\text{Suy ra: } I(-3;-2), H\left(\frac{33}{13};\frac{22}{13}\right) \Rightarrow IH = \frac{24\sqrt{13}}{13}, IN = \sqrt{13}.$$

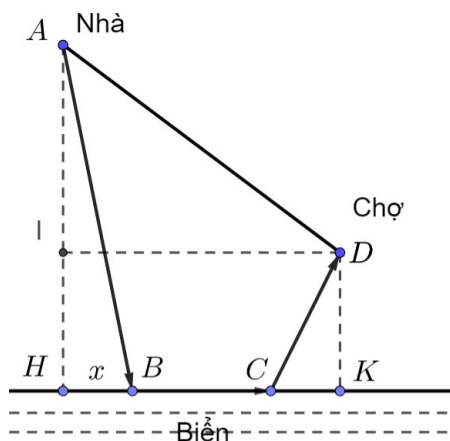
Tổng quãng đường chất điểm di chuyển cần tính thời gian là $IH + HN = 2IH + IN = \frac{61\sqrt{13}}{13}$.

Vậy thời gian cần tìm là: $t = \left(\frac{61\sqrt{13}}{13} \right) : 0,8 \approx 21,1$ (giây).

Câu 2. Trả lời: 2932.

Đổi: 500 m = 0,5 km, 400 m = 0,4 km.

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Dễ dàng tính được: $AI = AH - DK = 1 - 0,4 = 0,6$.

$$HK = ID = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{1^2 - 0,6^2} = 0,8. \quad BC = 0,5$$

Đặt $HB = x$ (km) suy ra $CK = HK - HC = 0,3 - x$, điều kiện: $0 \leq x \leq 0,3$.

Quãng đường mà thầy Quang chạy mỗi sáng là $AB + BC + CD + DA = \sqrt{x^2 + 1} + 1,5 + \sqrt{(0,3 - x)^2 + 0,4^2} = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 0,6x + 0,25} + 1,5$.

Xét hàm $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 0,6x + 0,25} + 1,5$ với $x \in [0; 0,3]$.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{x - 0,3}{\sqrt{x^2 - 0,6x + 0,25}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{14}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{3}{14}$			0,3
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	$f(0)$				$f(0,3)$

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{[0;0,3]} f(x) = f\left(\frac{3}{14}\right) \approx 2,932$.

Vậy quãng đường ngắn nhất thầy Quang chạy mỗi sáng là 2,932 km hay 2932 m.

Câu 3. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liên kề cùng đứng bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) **0,18**

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố không có hai người liên kề cùng đứng.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra có các trường hợp sau:

TH1: Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.

TH2: Có 2 đồng xu ngửa.

Hai đồng xu ngửa kề nhau: có 8 khả năng.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.

TH3: Có 3 đồng xu ngửa.

Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau: có 8 kết quả.

Trong 3 đồng xu ngửa, có đúng một cặp kề nhau: có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.

TH4: Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

$$P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{47}{256}$$

Xác suất để không có hai bạn liên kề cùng đứng là

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có $A(2; -2)$ là một điểm cực tiểu. Tính $S = 59b - a$.

Lời giải

Đáp số: 2026

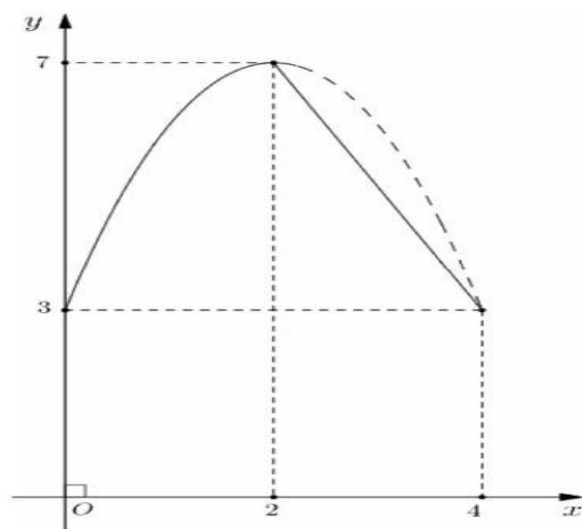
Ta có $y' = 4x^3 - 6x + a$, $y'' = 12x^2 - 6$.

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có $A(2; -2)$ là một điểm cực tiểu suy ra

$$\begin{cases} y(2) = -2 \\ y'(2) = 0 \\ y''(2) = 42 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -6 \\ a + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 34. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = 59b - a = 59.34 + 20 = 2026.$$

Câu 5: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng IA . Tính quãng đường S mà vật đi chuyển được trong 4 giờ đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Phương trình parabol $v = -t^2 + 4t + 3$

Quãng đường vật chuyển động được trong khoảng thời gian 2 h đầu là $\int_0^2 v(t) dt = \frac{34}{3}$

Quãng đường vật đi được trong 2 h sau là $\frac{(7+3)2}{2} = 10$

Vậy tổng quãng đường vật đi được trong 4 h là $\frac{34}{3} + 10 \approx 21,3$

Đáp án: 21,3

Câu 6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=5$, $CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$.

Chọn điểm A trên đường thẳng AA' .

Ta có: $AH \perp BC$ và $AH \perp BB'$, suy ra $AH \perp (BCC'B')$.

Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng AH .

Xét tam giác ABC , ta có: Diện tích $S = \frac{7\sqrt{51}}{4}$, mà $S = \frac{1}{2}AH \cdot BC \rightarrow AH = \frac{7\sqrt{51}}{10} \approx 5,0$

Đáp số: **5,0**