

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 1202

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,2$. Hãy tính xác suất của biến cố $\overline{AB}$.

- A. 0,06. B. 0,9. C. 0,24. D. 0,14.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Chọn đẳng thức sai trong các đẳng thức sau?

- A. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} = \overline{AD'} + \overline{D'O} + \overline{OC'}$. B. $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$.
C. $\overline{AB} + \overline{BC'} + \overline{CD} + \overline{D'A} = \vec{0}$. D. $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ là

- A. $\int f(x), dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. B. $\int f(x), dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x), dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. D. $\int f(x), dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Câu 4. Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

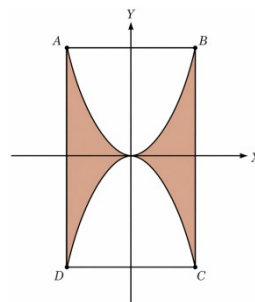
Câu 5. Mỗi ngày bác Hùng đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hùng trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)
Số ngày	2	10	6	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 0,77. B. 0,45. C. 3,14. D. 1,02.

Câu 6. Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ.



Phần tô đậm được đánh giá với giá thành $500.000d/m^2$. Phần còn lại được tô màu với giá thành $300.000d/m^2$. Cho biết $AB = 4dm$, $BC = 8dm$. Hỏi để trang trí 1000 hoa tiết như vậy cần số tiền gần nhất với số nào sau đây?

- A. 138.666.667d. B. 138.666.667d. C. 117.333.334d. D. 117.433.334d.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ và tọa độ các điểm $A(3;1;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh D là:

- A. $D(4;4;1)$. B. $D(1;1;0)$. C. $D(0;2;-1)$. D. $D(1;3;-1)$.

Câu 8. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-9}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $d = 3$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

- A. 23. B. 21. C. 20. D. 19.

Câu 10. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2 + 2t$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. 32. C. 50. D. 56.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = -2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \Delta_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{4}$$

Góc giữa 2 đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng:

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 12. Cho 2 điểm $A(1;-4;4)$, $B(3;2;6)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $x - 3y + z + 4 = 0$. B. $x - 3y - z + 4 = 0$. C. $x + 3y + z - 4 = 0$. D. $x + 3y - z - 4 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

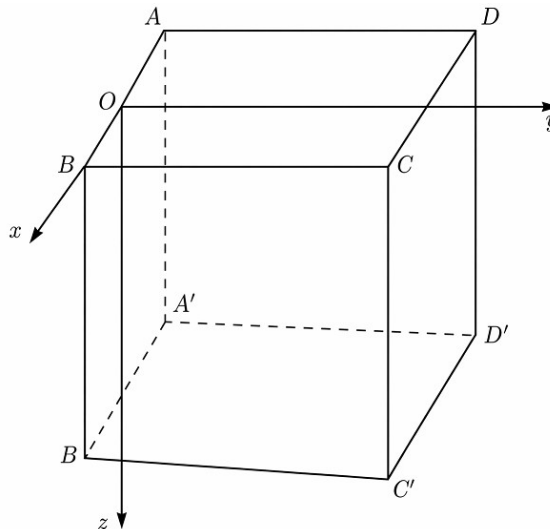
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(2;1;-1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$, $(K): x + 3y - z + 2 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng 2.
b) Mặt phẳng (α) đi qua điểm $B(0;1;2)$ và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (K) có phương trình là $5x - 4y - 7z + 18 = 0$.
c) Điểm A thuộc mặt phẳng (K) .
d) Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x - y + 2z - 1 = 0$.

Câu 2. Một đơn vị xây dựng đang lắp đặt hệ thống sàn nghiêng cho một nhà kho. Tại 4 góc A, B, C, D của hình vuông $ABCD$ trên trần nhà cạnh 4m người ta thả các dây dọi xuống chạm nền tại các điểm A', B', C', D' . Biết độ dài các đoạn dây dọi tại A, B, C lần lượt là $AA' = 5m$, $BB' = 5,5m$, $CC' = 6m$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O là trung điểm của AB , tia Ox đi qua B , tia Oy đi qua trung điểm của CD , mặt phẳng Oxy trùng với mặt trần (tham khảo hình vẽ). Các khẳng định sau đúng hay sai?



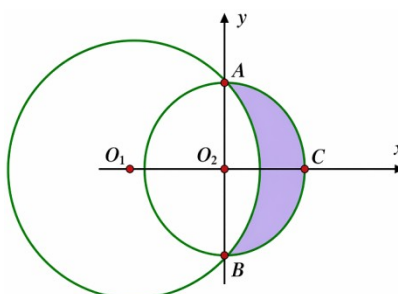
- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng nền $(A'B'C'D')$ là $\vec{n} = (1; 2; 8)$.
- b) Độ dài dây dọi tại điểm D là $5,5m$.
- c) Tọa độ điểm D là $(0; 4; 0)$.
- d) Góc nghiêng của nền nhà kho so với phương ngang xấp xỉ $15,5^\circ$.

Câu 3. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2 , a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Ta có $a = \frac{5}{3}, (m/s^2)$.
- b) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây đầu tiên là $\frac{375}{2}m$.
- c) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây đầu tiên là $\frac{395}{2}m$.
- d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B = 30, (m/s)$.

Câu 4. Cho hai đường tròn $(O_1; 10)$ và $(O_2; 8)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là phần hình phẳng được tô đậm ở hình vẽ dưới đây. Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Thể tích khối tròn xoay thu được là 384π .

b) Đường tròn (O_1) có phương trình là $x^2 + y^2 = 100$.

c) Đường tròn (O_2) có phương trình là $x^2 + y^2 = 64$.

d) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 32\pi - \int_0^4 \sqrt{100 - (x+6)^2} dx$.

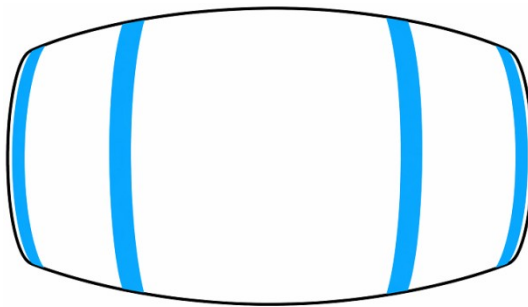
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng $(1 \leq x \leq 200, x \in \mathbb{N})$ thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p(x) = 4000 - 10x$ (nghìn đồng), trong đó chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c(x) = x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x}$ (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

Câu 2. Một siêu thị phát hành các phiếu bốc thăm có số sê-ri từ 1000 đến 9999. Một phiếu được coi là “May mắn” nếu số sê-ri chia hết cho 7 và có chữ số hàng đơn vị là 0. Một khách hàng rút ngẫu nhiên một phiếu. Gọi P là xác suất khách hàng đó trúng thưởng. Tính $100P$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

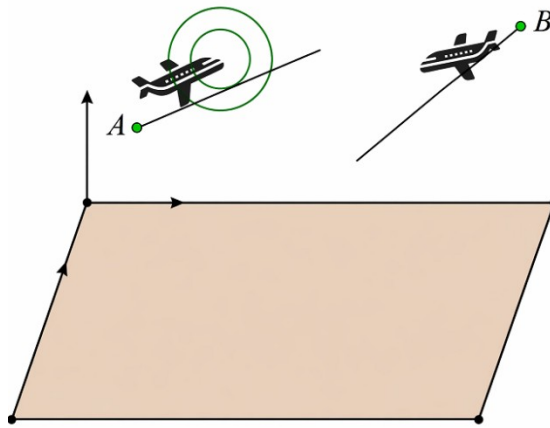
Câu 3. Một thùng đựng rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay (tham khảo hình vẽ bên). Bán kính các đáy là $40cm$, khoảng cách giữa hai đáy là $1,2m$, thiết diện qua trục vuông góc với trục và cách đều hai đáy có chu vi là $100\pi cm$. Biết rằng mặt phẳng qua trục cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol. Thùng có thể chứa được bao nhiêu lít rượu? (kết quả làm tròn đến đơn vị lít)



Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt trục Ox và song song với (P) . Biết rằng đường thẳng Δ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (a; -2; b)$, hãy tính giá trị $a + b$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 9. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A(25; -10; 1)$ và bay theo hướng vector $\vec{v}_1 = (-3; -4; 0)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở tọa độ $B(30; -25; 1)$ và bay theo hướng vector $\vec{v}_2 = (-4; 3; 0)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 55 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



----HẾT----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	D	D	A	A	C	A	A	C	D	C	C

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng/sai

Câu	a	b	c	d
1	S	Đ	S	Đ
2	S	Đ	S	S
3	Đ	Đ	S	S
4	S	S	Đ	S

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	60	1,42	824	10	6,52	5,34

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1.

A và B

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = (1 - 0,3) \cdot 0,2 = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$$

Vì A và B độc lập nên

Chọn **D**.

Câu 2.

$ABCD.A'B'C'D'$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$$

Với hình hộp

ta có

Nên mệnh đề **B** đúng.

Mệnh đề A:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$$

và

$$\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{AC'}$$

nên đúng.

Mệnh đề C:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A'} = \vec{0}$$

kiểu cộng theo quy tắc hình hộp, nên đúng.

Mệnh đề D:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$$

là vector theo hai cạnh xuất phát từ A , còn là theo hai cạnh khác. Nói chung hai vector này không bằng nhau.

Chọn D là đẳng thức sai.

Câu 3.

$$\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \int x^2 dx + 2 \int x^{-2} dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$$

Chọn D.

Câu 4.

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Chọn A.

Câu 5.

2,5; 3,5; 4,5; 5,5

Lấy các giá trị đại diện của các lớp:

Trung bình mẫu là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2,5 + 10 \cdot 3,5 + 6 \cdot 4,5 + 2 \cdot 5,5}{20} = \frac{78}{20} = 3,9$$

Phương sai ghép nhóm:

$$s^2 = \frac{1}{20} \left[2(2,5 - 3,9)^2 + 10(3,5 - 3,9)^2 + 6(4,5 - 3,9)^2 + 2(5,5 - 3,9)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{20} (3,92 + 1,6 + 2,16 + 5,12) = \frac{12,8}{20} = 0,64$$

$$s = \sqrt{0,64} = 0,8 \quad 0,77$$

Suy ra , gần nhất với .

Chọn A.

Câu 6.

$$AB = 4dm$$

2

Đặt hệ trục với tâm hình chữ nhật là gốc tọa độ. Khi đó

nên nửa chiều rộng là , còn

$$BC = 8dm$$

4

nên nửa chiều cao là .

$$(-2, 4) \quad (0, 0) \quad (2, 4) \quad (-2, -4) \quad (0, 0) \quad (2, -4)$$

Hai đường cong đi qua

,

,

và

,

,

nên có phương trình lần lượt là

$$y = x^2 \quad y = -x^2$$

và

.

$$S_{HCN} = 4 \cdot 8 = 32 \, dm^2$$

Diện tích hình chữ nhật là

.

Diện tích phần trắng ở giữa là

$$S_{tr\text{?}ng} = \int_{-2}^2 (x^2 - (-x^2)) dx = 2 \int_{-2}^2 x^2 dx = 2 \cdot \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \, dm^2$$

.

$$S_{d\text{?}m} = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3} \, dm^2$$

Diện tích phần tô đậm là

.

$$m^2 \quad \frac{64}{3} \, dm^2 = \frac{64}{300} \, m^2$$

Đổi ra :

,

$$\frac{32}{3} \, dm^2 = \frac{32}{300} \, m^2$$

.

Tiền cho 1 họa tiết là

$$T_1 = 500000 \cdot \frac{64}{300} + 300000 \cdot \frac{32}{300} = 106666,67 + 32000 = 138666,67 \, d\text{?}ng$$

.

Vậy 1000 họa tiết cần

$$T = 138666,67 \cdot 1000 \approx 138666667 \, d\text{?}ng$$

.

$$138666667$$

Kết quả là

đồng. Trong đề, giá trị này bị in trùng ở **A** và **B**.

Câu 7.

$$ABCD$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

$$D = A + C - B$$

Với hình bình hành

,

ta có

nên

.

$$D(3, 1, 2) + (2, 3, 0) - (1, 0, 1) = (4, 4, 1)$$

Suy ra

Chọn **A**.

Câu 8.

$$y = \frac{x-3}{x^2-9} = \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x+3} \quad x \neq 3$$

với $x = -3$.

Vậy đồ thị chỉ có một tiệm cận đứng là
Chọn A.

Câu 9.

$$u_1 = 2 \quad d = 3$$

Cấp số cộng có
 $u_7 = u_1 + 6d = 2 + 18 = 20$

Chọn C.

Câu 10.

$$s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2 + 2t$$

nên

$$v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t + 2$$

Đây là tam thức bậc hai quay xuống, nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$t = \frac{-18}{2 \cdot (-3/2)} = 6$$

Khi đó

$$v(6) = -\frac{3}{2} \cdot 36 + 18 \cdot 6 + 2 = -54 + 108 + 2 = 56$$

Chọn D.

Câu 11.

$$\Delta_1 \quad \vec{u}_1 = (-2, 3, 2) \quad \Delta_2 \quad \vec{u}_2 = (1, -2, 4)$$

Vector chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1$, của Δ_2 là $\vec{u}_2$.

Ta có

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 4 = -2 - 6 + 8 = 0$$

90°

Suy ra hai đường thẳng vuông góc, nên góc giữa chúng là 90° .

Chọn C.

Câu 12.

Trung điểm của $\overline{AB}$ là
 $M\left(\frac{1+3}{2}, \frac{-4+2}{2}, \frac{4+6}{2}\right) = (2, -1, 5)$

$$\overrightarrow{AB} = (2, 6, 2)$$

$$\vec{n} = (1, 3, 1)$$

Vector $\vec{n}$, lấy vector pháp tuyến của mặt phẳng trung trực là $\vec{n}$.

Phương trình mặt phẳng trung trực:

$$1(x-2) + 3(y+1) + 1(z-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3y + z - 4 = 0$$

Chọn C.

Kết quả phần I

1.D, 2.D, 3.D, 4.A, 5.A, 6.138666667 độ, 7.A, 8.A, 9.C, 10.D, 11.C, 12.C

PHẦN II. Đúng sai

$$A(2; 1; -1) \quad (P): 2x - y + 2z - 5 = 0 \quad (K): x + 3y - z + 2 = 0$$

Câu 1. Cho

a)

$$d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2(-1) - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{|4 - 1 - 2 - 5|}{3} = \frac{4}{3} \neq 2$$

Mệnh đề Sai.

b)

$$\vec{n}_P = (2, -1, 2) \quad \vec{n}_K = (1, 3, -1)$$

(\alpha)

(P)

(K)

$\vec{n}_P$

$\vec{n}_K$

Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (K) nên pháp tuyến của nó vuông góc với cả $\vec{n}_P$ và $\vec{n}_K$, tức là

$$\vec{n}_\alpha = \vec{n}_P \times \vec{n}_K = (-5, 4, 7) \quad (5, -4, -7)$$

hoặc

$$\vec{n}_\alpha = (5, -4, -7)$$

Chọn

$$B(0, 1, 2)$$

Qua $B(0, 1, 2)$, ta được

$$5(x-0) - 4(y-1) - 7(z-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x - 4y - 7z + 18 = 0$$

Đúng với đề bài.

Mệnh đề **Đúng**.

c)

$$A(2, 1, -1) \quad (K)$$

Thay vào :

$$2 + 3 \cdot 1 - (-1) + 2 = 8 \neq 0$$

$$A \notin (K)$$

Vậy

Mệnh đề **Sai**.

d)

$$A \quad (P)$$

Mặt phẳng qua A và song song với (P) có dạng

$$2x - y + 2z + d = 0$$

$$A(2, 1, -1)$$

Thay vào:

$$4 - 1 - 2 + d = 0 \Rightarrow d = -1$$

$$2x - y + 2z - 1 = 0$$

Vậy phương trình là

Mệnh đề **Đúng**.

Kết luận: a) S, b) Đ, c) S, d) Đ.

Câu 2. Chọn hệ trục như đề bài: O là trung điểm của AB , Ox đi qua B , Oy đi qua trung điểm của CD , Oxy mặt trần là mặt phẳng.

Khi đó có thể đặt

$$A(-2, 0, 0) \quad B(2, 0, 0) \quad D(-2, 4, 0) \quad C(2, 4, 0)$$

Vì các dây dọi thẳng đứng xuống nền nên

$$A'(-2, 0, -5) \quad B'(2, 0, -5) \quad C'(2, 4, -6)$$

a)

Ta có

$$\overrightarrow{A'B'} = (4, 0, -0, 5)$$

$$\overrightarrow{A'C'} = (4, 4, -1)$$

Lấy tích có hướng:

$$\overrightarrow{A'B'} \times \overrightarrow{A'C'} = (2, 2, 16) = 2(1, 1, 8)$$

Vậy một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nền là $(1, 1, 8)$, không phải $(1, 2, 8)$.
Mệnh đề **Sai**.

b)

Phương trình mặt phẳng qua A', B', C' có pháp tuyến $(1, 1, 8)$ là
 $x + y + 8z + d = 0$

$$A'(-2, 0, -5)$$

Thay vào:
 $-2 + 0 - 40 + d = 0 \Rightarrow d = 42$

Vậy mặt phẳng nền là
 $x + y + 8z + 42 = 0$

$$D'(-2, 4, -h)$$

Điểm thuộc mặt phẳng nên
 $-2 + 4 - 8h + 42 = 0 \Rightarrow 44 - 8h = 0 \Rightarrow h = 5,5$

$$D \quad 5,5m$$

Vậy dây dọi tại dài .
Mệnh đề **Đúng**.

c)

$$D = (-2, 4, 0) \quad (0, 4, 0)$$

Theo cách đặt tọa độ trên, chứ không phải .
Mệnh đề **Sai**.

d)

Oxy

Góc giữa nền và phương ngang là góc giữa hai mặt phẳng nền và .

$$Oxy \quad \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Pháp tuyến của là .

$$\vec{n} = (1, 1, 8)$$

Với , ta có

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| |\vec{k}|} = \frac{8}{\sqrt{1+1+64}} = \frac{8}{\sqrt{66}}$$

$$\theta \approx 10,02^\circ \quad 15,5^\circ$$

Suy ra , không phải .

Mệnh đề **Sai**.

Kết luận: a) S, b) Đ, c) S, d) S.

Câu 3

Chất điểm A có vận tốc

$$v_A(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$$

Suy ra quãng đường của A sau t giây là

$$s_A(t) = \int_0^t \left(\frac{1}{100}u^2 + \frac{13}{30}u \right) du = \frac{t^3}{300} + \frac{13t^2}{60}$$

Chất điểm B xuất phát muộn hơn $10s$, và sau khi B đi được $15s$ thì đuổi kịp A .
 A $25s$

Lúc đó đã đi được .

Vì B chuyển động nhanh dần đều từ nghỉ với gia tốc a , nên

$$s_B(15) = \frac{1}{2}a \cdot 15^2 = \frac{225a}{2}$$

$$s_B(15) = s_A(25)$$

Mà , nên trước hết tính

$$s_A(25) = \frac{25^3}{300} + \frac{13 \cdot 25^2}{60} = \frac{15625}{300} + \frac{8125}{60} = \frac{375}{2}$$

Vậy

$$\frac{225a}{2} = \frac{375}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

$$a = \frac{5}{3}$$

a) là **Đúng**.

b)

$$s_B(15) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot 15^2 = \frac{375}{2} m$$

Mệnh đề **Đúng**.

c)

$$s_A(25) = \frac{375}{2} m \quad \frac{395}{2} m$$

, không phải

Mệnh đề **Sai**.

d)

$$v_B(15) = a \cdot 15 = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 m/s \quad 30 m/s$$

, không phải

Mệnh đề **Sai**.

Kết luận: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **S**, d) **S**.

Câu 4

AB $(O_2; 8)$

O_2

Vì là đường kính của đường tròn và hình vẽ cho thấy trục tọa độ đi qua , nên đặt

$O_2 = (0, 0)$ (O_2)

, khi đó đường tròn có phương trình

$$x^2 + y^2 = 64$$

A, B

(O_2)

Hai điểm là giao điểm của hai đường tròn, đồng thời là hai đầu đường kính thẳng đứng của , nên

$A(0, 8)$ $B(0, -8)$

A, B

$(O_1; 10)$

O_1

O_2

Do cũng thuộc và nằm trên trục hoành bên trái , nên

$$O_1 = (-6, 0) \quad (-6)^2 + 8^2 = 10^2$$

vì

(O_1)

Vậy phương trình là

$$(x + 6)^2 + y^2 = 100$$

a) Thể tích khối tròn xoay.

Phần tô đậm là phần nằm trong (O_2) nhưng ở ngoài (O_1) phía bên phải.

Khi quay quanh trục O_1O_2 tức trục Ox :

$$0 \leq x \leq 4$$

- Với , tiết diện vành khăn có diện tích

$$\pi \left[(64 - x^2) - (100 - (x+6)^2) \right] = \pi(12x)$$

$$4 \leq x \leq 8 \quad (O_2)$$

- Với , chỉ còn phần của nên tiết diện là

$$\pi(64 - x^2)$$

Do đó

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^4 12x, dx + \pi \int_4^8 (64 - x^2), dx \\ &= \pi \cdot 96 + \pi \cdot \frac{320}{3} = \frac{608\pi}{3} \end{aligned}$$

$$384\pi$$

Không phải
 Mệnh đề **Sai**.

b)

$$(O_1) \quad x^2 + y^2 = 100 \quad (-6, 0)$$

Đường tròn không có phương trình vì tâm của nó là
 Mệnh đề **Sai**.

c)

$$(O_2) \quad x^2 + y^2 = 64$$

Đường tròn có phương trình
 Mệnh đề **Đúng**.

d)

Diện tích phần tô đậm phải là

$$S = 32\pi - 2 \int_0^4 \sqrt{100 - (x+6)^2}, dx$$

vì phải trừ đi toàn bộ chiều cao của miền chung, tức là gấp đôi tung độ phía trên.

$$2$$

Đề cho thiếu hệ số , nên sai.
 Mệnh đề **Sai**.

Kết luận: a) S, b) S, c) Đ, d) S.

PHẦN III. Trả lời ngắn**Câu 1**

$$p(x) = 4000 - 10x$$

Giá bán mỗi máy là (nghìn đồng).

$$c(x) = x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x}$$

Chi phí mỗi máy là (nghìn đồng).

Lợi nhuận khi bán máy là

$$L(x) = x[p(x) - c(x)]$$

$$= x \left[(4000 - 10x) - \left(x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x} \right) \right]$$

$$= x(3600 + 60x - x^2) - 1000$$

$$= -x^3 + 60x^2 + 3600x - 1000$$

$$L'(x) = -3x^2 + 120x + 3600 = -3(x^2 - 40x - 1200)$$

Ta có

$$L'(x) = 0$$

Giải :

$$x^2 - 40x - 1200 = 0 \Rightarrow x = \frac{40 \pm 80}{2}$$

$$x = 60 \quad x = -20$$

Suy ra hoặc (loại).
60

Vậy lợi nhuận lớn nhất khi bán máy tính bằng.

Câu 2

$$1000 \quad 9999$$

Số sê-ri từ đến có tất cả

$$9999 - 1000 + 1 = 9000$$

số.

70

Điều kiện “chia hết cho 7 và tận cùng là 0” tương đương chia hết cho .

70

Các bội của trong đoạn này là từ

$$1050 = 70 \cdot 15 \quad 9940 = 70 \cdot 142$$

đến .

$$142 - 15 + 1 = 128$$

Số lượng là

$$P = \frac{128}{9000}$$

Vậy

Suy ra

$$100P = \frac{12800}{9000} \approx 1,4222$$

1,42

Làm tròn đến hàng phần trăm:

Câu 3

Ox

Gọi trục của thùng là trục Ox , gốc tọa độ tại mặt phẳng trung trục của thùng.
 $1,2m = 120cm \quad x \in [-60, 60]$

Chiều dài thùng là , nên

$40cm$

Bán kính hai đáy là , nên

$$r(-60) = r(60) = 40$$

$100\pi cm$

Thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là đường tròn có chu vi , nên bán kính ở giữa là

$$r(0) = \frac{100\pi}{2\pi} = 50cm$$

Do thiết diện dọc qua trục là parabol, nên bán kính có dạng

$$r(x) = ax^2 + b$$

$$r(0) = 50 \quad b = 50$$

Từ suy ra

$$r(60) = 40$$

Từ suy ra

$$3600a + 50 = 40 \Rightarrow a = -\frac{1}{360}$$

Vậy

$$r(x) = 50 - \frac{x^2}{360}$$

Thể tích thùng là

$$V = \pi \int_{-60}^{60} \left(50 - \frac{x^2}{360} \right)^2 dx = 262400\pi \text{ cm}^3$$

Đổi ra lít:

$$V = 262400\pi \text{ cm}^3 \approx 824353,5 \text{ cm}^3 = 824,35 \text{ lít}$$

824

Làm tròn đến đơn vị: **lít**.

Câu 4

Δ đi qua $A(1, 2, -3)$

$\vec{u} = (a, -2, b)$

Đường thẳng Δ đi qua $A(1, 2, -3)$, có vector chỉ phương $\vec{u} = (a, -2, b)$ và song song với mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$

$\Delta \perp (P)$

Vì $\Delta \perp (P)$ nên

$$\vec{u} \cdot \vec{n}_P = 0 \quad \vec{n}_P = (1, 2, -1)$$

, với

Do đó

$$a + 2(-2) - b = 0 \Rightarrow a - b = 4$$

Δ cắt trục Ox

t

$y = 0 \quad z = 0$

Mặt khác Δ cắt trục Ox , nên tồn tại tham số t sao cho điểm trên đường thẳng có $y = 0$ và $z = 0$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 + bt \end{cases}$$

Phương trình tham số của Δ :

$$y = 0 \quad 2 - 2t = 0 \Rightarrow t = 1$$

Từ $t = 1$ suy ra

$$z = 0 \quad -3 + b = 0 \Rightarrow b = 3$$

Từ $b = 3$ suy ra

$$a - b = 4 \Rightarrow a = 7$$

Suy ra

$$a + b = 7 + 3 = 10$$

Vậy

Câu 5

$$z = 0$$

Đặt mặt phẳng đáy là . Chọn

$$A(0,0,0) \quad B(9,0,0) \quad C\left(\frac{9}{2}, \frac{9\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

, , .

$$H \in AB \quad HA = 2HB \quad AB = 9 \quad HB = 3 \quad HA = 6$$

Vì và , mà , nên .

$$H(6,0,0)$$

Suy ra .

$$S \quad H \quad S(6,0,h)$$

Hình chiếu vuông góc của lên đáy là , nên .

$$\tan 45^\circ = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH = HC$$

Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45° , nên .

$$HC = \sqrt{\left(6 - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

Tính

$$= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{243}{4}} = \sqrt{\frac{252}{4}} = 3\sqrt{7}$$

$$h = 3\sqrt{7} \quad S(6,0,3\sqrt{7})$$

Vậy , tức là .

$$SA \quad BC$$

Cần tính khoảng cách giữa hai đường thẳng và .

Lấy vector chỉ phương:

$$\vec{u} = \vec{SA} = (-6, 0, -3\sqrt{7})$$

$$\vec{v} = \vec{BC} = \left(-\frac{9}{2}, \frac{9\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

$$d = \frac{|\vec{SB} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: .

$$d = \frac{9\sqrt{210}}{20} \approx 6,52$$

Tính ra được .

6,52

Vậy khoảng cách cần tìm là .

Câu 6

10km

Mỗi đơn vị ứng với .

Máy bay 1:

$A(25, -10, 1)$ $(-3, -4, 0)$ 750 km/h

vị trí đầu , hướng , tốc độ .

$$|(-3, -4, 0)| = 5$$

Vì , nên vận tốc trong hệ tọa độ là

$$\vec{v}_1 = \frac{750}{10} \cdot \frac{(-3, -4, 0)}{5} = (-45, -60, 0)$$

đơn vị/giờ.

Máy bay 2:

$B(30, -25, 1, 1)$ $(-4, 3, 0)$ 900 km/h

vị trí đầu , hướng , tốc độ .

Do đó

$$\vec{v}_2 = \frac{900}{10} \cdot \frac{(-4, 3, 0)}{5} = (-72, 54, 0)$$

đơn vị/giờ.

Xét vector vị trí tương đối của máy bay 2 so với máy bay 1:

$$\vec{r}_0 = B - A = (5, -15, 0, 1)$$

$$\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (-27, 114, 0)$$

Vận tốc tương đối:

$$\vec{r}(t) = (5 - 27t, -15 + 114t, 0, 1)$$

Sau giờ, vector vị trí tương đối là .

$$55 \text{ km} = 5,5$$

Máy bay 2 xuất hiện trên radar khi khoảng cách giữa hai máy bay bằng bán kính radar đơn vị.

Vậy

$$(5 - 27t)^2 + (-15 + 114t)^2 + 0,1^2 = 5,5^2$$

$$t \approx 0,08905$$

Giải ra được nghiệm dương nhỏ nhất giờ.

$$0,08905 \cdot 60 \approx 5,34$$

Đổi ra phút: phút.

5,34

Vậy thời gian cần tìm là **phút.**