

PHÒNG VĂN HÓA XÃ QUẢNG NINH
Trường THCS Quảng Hải

ĐỀ KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI CẤP
XÃ

NĂM HỌC: 2025-2026

MÔN THI: TOÁN – LỚP 8

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi có 9 câu, gồm 01 trang)

Đề thi thử lần 1
Ngày thi 15/1/26

Câu 1 (2, 0 điểm). Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \quad (\text{với } x \neq 0, x \neq 1, x \neq -1)$$

Câu 2 (2.0 điểm). Cho $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tính giá trị của biểu thức

$$B = a^4 + b^4 + c^4$$

Câu 3 (2.0 điểm). Tìm x biết: $(x^2 - 6x + 9)^2 - 15(x^2 - 6x + 10) = 1$

Câu 4 (2.0 điểm). Một hộp có 25 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5, ..., 25; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”.
- “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số và tổng các chữ số bằng 5”.

Câu 5 (2.0 điểm). Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $2x^2 + 2x - 2xy - y - 3 = 0$.

Câu 6 (2.0 điểm). Cho ba số tự nhiên x, y, z . Biết $x + y + z \vdots 30$, chứng tỏ rằng $x^5 + y^5 + z^5 \vdots 30$.

Câu 7 (4,0 điểm) Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$; $AB > CD$). Từ D kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại M và K . Từ C kẻ đường thẳng song song với AD cắt BD, BA lần lượt tại I và F

- Chứng minh: $AK = BF$
- Qua F kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại P . Chứng minh ba điểm M, I, P thẳng hàng.

Câu 8 (2,0 điểm) Cho tứ giác $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Cho diện tích tam giác AOB bằng 4cm^2 , diện tích tam giác COD bằng 9cm^2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác $ABCD$.

Câu 9 (2,0 điểm) Cho một lưới ô vuông có kích thước 5×5 ô. Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số $-1; 0; 1$. Xét tổng các số theo từng cột, theo từng hàng và theo từng hàng chéo. Chứng minh rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

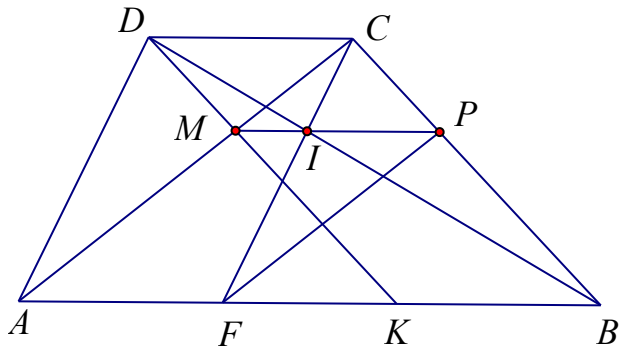
.....HẾT.....

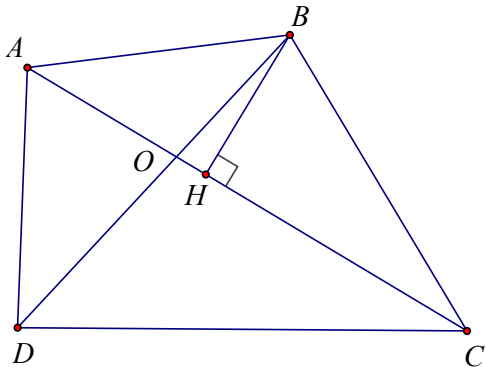
PHÒNG VĂN HÓA XÃ QUẢNG NINH
Trường THCS Quảng Hải

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2025 – 2026
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2.0 đ)	Rút gọn biểu thức: $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \quad (\text{với } x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1)$	
	$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{(x+1)(x-1) + x + 2 - x^2}{x(x-1)}$	0,5đ
	$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x^2 - 1 + x + 2 - x^2}{x(x-1)}$	0,25đ
	$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)}$	0,25đ
	$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$	0,25đ
	$P = \frac{x^2}{x-1}$	0,5đ
	Vậy: $P = \frac{x^2}{x-1} \quad (\text{với } x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1)$	0,25đ
Câu 2 (2.0 đ)	Cho $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tính giá trị của biểu thức $B = a^4 + b^4 + c^4$	
	Ta có: $14^2 = (a^2 + b^2 + c^2)^2$	
	$\Leftrightarrow 196 = a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2$	0,75đ
	$\Leftrightarrow a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$	
	$\Rightarrow$ Ta lại có: $a + b + c = 0 \Rightarrow (a + b + c)^2 = 0$	
	$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 0$	0,5đ
	$\Rightarrow ab + bc + ca = -7$	0,5đ
	$\Rightarrow (ab + bc + ca)^2 = 49$	

	$\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2ab^2c + 2bc^2a + 2ca^2b = 49$ $\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(b + c + a) = 49$ $\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = 49$ $\Rightarrow B = a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2.49 = 98$	0,25đ
Câu 3 (2.0 đ)	Tìm x biết: $(x^2 - 6x + 9)^2 - 15(x^2 - 6x + 10) = 1$	
	- Đặt: $t = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ (Điều kiện: $t \geq 0$)	0,5đ
	- Ta có phương trình ẩn t là: $t^2 - 15(t + 1) = 1$	0,5đ
	- Tìm được: $t = -1$ (loại) và $t = 16$	0,5đ
	- Với $t = 16$, suy ra: $x^2 - 6x + 9 = 16 \Rightarrow x = -1; x = 7$	0,5đ
Câu 4 (2.0 đ)	Một hộp có 25 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5, ..., 25; hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:	
	1. “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”.	
	2. “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số và tổng các chữ số bằng 5”	
	1. Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5” là 5; 10; 15; 20; 25. Xác suất của biến cố đó là $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.	0,5đ 0,5đ
Câu 5 (2.0 đ)	2. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số và tổng các chữ số bằng 5” là 14; 23. Xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{25}$.	0,5đ 0,5đ
	Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2x^2 + 2x - 2xy - y - 3 = 0$.	
	Ta có $2x^2 + 2x - 2xy - y - 3 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 4xy - 2y = 6$	0,25đ

	$\Leftrightarrow (2x+1)^2 - 2y(2x+1) = 7 \Leftrightarrow (2x+1)(2x-2y+1) = 7$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x-2y+1=1 \\ 2x+1=7 \end{cases} \vee \begin{cases} 2x-2y+1=7 \\ 2x+1=1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{Z}).$ $\begin{cases} 2x-2y+1=1 \\ 2x+1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-2y+1=7 \\ 2x+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3. \end{cases}$ <p>Vậy có hai cặp số $(x; y)$ thoả mãn: $(3; 3)$ và $(0; -3)$.</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>
Câu 6 (2.0 đ)	<p>* Xét</p> $x^5 - x = x(x-1)(x+1)(x^2+1)$ $= x(x-1)(x+1)(x^2-4+5)$ $= x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) + x(x-1)(x+1).5$ <p>Ta có: $x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$ chia hết cho 30 (Tích của 5 số tự nhiên liên tiếp)</p> <p>+ $x(x-1)(x+1)$ chia hết cho 6 (Tích của 3 số tự nhiên liên tiếp. Mà 5 và 6 nguyên tố cùng nhau nên $x(x-1)(x+1).5$ chia hết cho 30.</p> <p>Chứng minh tương tự ta có: $y^5 - y$ và $z^5 - z$ chia hết cho 30.</p> <p>Xét</p> $(x^5 + y^5 + z^5) - (x + y + z) = (x^5 - x) + (y^5 - y) + (z^5 - z) \text{ chia hết cho } 30.$ <p>Mà $x + y + z$ chia hết cho 30, nên $x^5 + y^5 + z^5$ chia hết cho 30.</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p>
Câu 7 (4.0 đ)		
	<p>a)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tứ giác $AFCD$ là hình bình hành, suy ra: $AF = CD$ (1) - Tứ giác $BKDC$ là hình bình hành, suy ra: $BK = CD$ (2) - Từ (1) và (2) suy ra: $AF = BK$ - Suy ra: $AF + FK = BK + FK \Rightarrow AK = BF$ (đpcm) 	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>
	<p>b)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Vì $FP \parallel AC$ nên: $\frac{CP}{PB} = \frac{AF}{FB}$ (3) - Vì $AK \parallel DC$ nên: $\frac{CM}{MA} = \frac{DC}{AK}$ (4) - Mà: $AF = CD$; $FB = AK$ (5) 	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

	<p>- Từ (3), (4), (5) suy ra: $\frac{CP}{PB} = \frac{CM}{MA} \Rightarrow MP \parallel AB$ (a)</p> <p>- Ta có: $\frac{CP}{PB} = \frac{CM}{MA} = \frac{DC}{AK} = \frac{DC}{FB}$ (6)</p> <p>- Vì $FB \parallel DC$ nên: $\frac{DC}{FB} = \frac{DI}{IB}$ (7)</p> <p>- Từ (6) và (7) suy ra: $\frac{CP}{PB} = \frac{DI}{IB} \Rightarrow IP \parallel CD \Rightarrow IP \parallel AB$ (b)</p> <p>- Từ (a) và (b) suy ra ba điểm M, I, P thẳng hàng.</p>	0,25đ
		0,25đ
		0,25đ
		0,5đ
Câu 8 (2,0 đ)	 <p>- Vẽ $BH \perp AC$</p> <p>- Ta có: $\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BH \cdot OA}{\frac{1}{2} \cdot BH \cdot OC} = \frac{OA}{OC}$</p> <p>- Tương tự: $\frac{S_{AOD}}{S_{COD}} = \frac{OA}{OC}$</p> <p>- Suy ra: $\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}} \Rightarrow S_{BOC} \cdot S_{AOD} = 4 \cdot 9 = 36$</p> <p>- Áp dụng BĐT Cauchy ta có: $S_{BOC} + S_{AOD} \geq 2\sqrt{S_{BOC} \cdot S_{AOD}} = 2\sqrt{36} = 12$</p> <p>- Ta có: $S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{COD} + S_{BOC} + S_{AOD} \geq 4 + 9 + 12 = 25 (cm^2)$</p> <p>Dấu "=" xảy ra khi: $S_{BOC} = S_{AOD}$</p> <p>Vậy GTNN của diện tích tứ giác ABCD là $25cm^2$</p>	0,5đ
		0,25đ
		0,25đ
		0,25đ
		0,5đ
		0,25đ
Câu 9 (2,0 đ)	<p>Lưới ô vuông kích thức 5×5 ô có 5 hàng ngang, 5 cột dọc và hai đường chéo (theo các ô), nên có 12 tổng.</p> <p>Do các số được điền vào ô là một trong các số -1; 0; 1 nên giá trị mỗi tổng thuộc tập hợp $\{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.</p> <p>Như vậy, có 12 tổng là các số nguyên, nhưng nhận nhiều nhất 11 giá trị khác nhau, nên có ít nhất hai tổng nhận cùng một giá trị (đpcm)</p>	0,5đ
		0,5đ
		1đ

Chú ý:

- 1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.
- 3) Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.
- 4) Bài hình học sinh không vẽ hình thì không chấm điểm.