

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TRUNG TRỰC**
(Đề thi có 05 trang)

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2026
BÀI THI: TOÁN**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 0013**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. B. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$. C. $u_n = n + \frac{1}{3}$. D. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$.

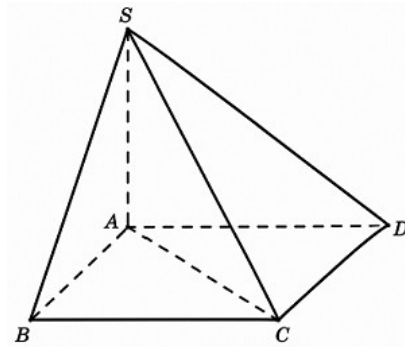
Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. $\frac{7}{3} - \ln 2$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ có tâm đối xứng là điểm nào dưới đây?

- A. $Q\left(1; -\frac{3}{2}\right)$. B. $M(2; -1)$. C. $P(1; 2)$. D. $N(3; -1)$.

Câu 4. Cho hình lập phương chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = a\sqrt{6}$; SA vuông góc với đáy, $SA = a$.



Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 150° . D. 120° .

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Độ dài của vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 6. $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$ bằng

- A. $84^x + C$. B. $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$. C. $84^x \ln 84 + C$. D. $\frac{84^x}{\ln 84} + C$.

Câu 7. Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

Giá trị	[135;140)	[140;145)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)
Tần số	6	10	12	20	8	14

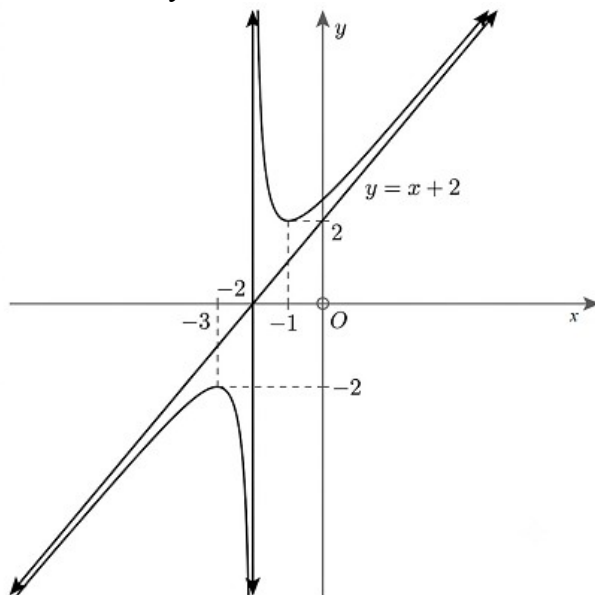
Mốt của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 151.75. B. 20. C. 152. D. 151.5.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$ là

- A. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ C. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
- D. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 9. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$ B. $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$ C. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$ D. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{-x - 2}$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và song song với

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-4}$ B. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-4}$ D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$

Câu 11. Bán kính của mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$, tiếp xúc với trục tung bằng

- A. 10. B. 14. C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{10}$

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A. $\mathbb{R}$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(0; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (4,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một lon sữa cho trẻ em được lấy ra khỏi tủ lạnh và đặt trên bàn để rã đông. Nhiệt độ của lon sữa tại thời điểm lấy ra khỏi tủ lạnh là -4°C , và sau t giờ, tốc độ tăng nhiệt độ của lon sữa được cho bởi công thức $T'(t) = 7e^{-0,35t}$ ($^\circ\text{C}/\text{giờ}$) cho đến khi lon sữa đạt nhiệt độ môi trường là 10°C .

- a) Sau 2 giờ, tốc độ thay đổi nhiệt độ của lon sữa bằng $3,48^\circ\text{C}/\text{giờ}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
b) Nhiệt độ của lon sữa tính từ thời điểm lấy ra khỏi tủ lạnh cho đến khi lon sữa đạt nhiệt độ môi trường được tính bởi công thức $T(t) = -20e^{-0,35t}$.
c) Thời gian để lon sữa đạt nhiệt độ môi trường là 3,44 giờ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Ngay sau khi đạt nhiệt độ môi trường, lon sữa được đưa vào máy hâm sữa. Tốc độ tăng nhiệt độ của lon sữa trong máy sau t giờ được xác định bởi: $L'(t) = ke^{-0,22t}$ (k là hằng số). Lon sữa được coi là đạt yêu cầu khi nhiệt độ lon sữa bằng $70^\circ C$. Biết rằng thời gian cần thiết để hâm nóng lon sữa là 5 phút, khi đó hằng số $k \in (720; 730)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đơn vị mỗi trục là 1 mét, một tàu ngầm đang di chuyển dưới biển sâu theo phương đường thẳng $\Delta: \frac{x-50}{3} = \frac{y+20}{-4} = \frac{z-10}{1}$. Hải quân trên tàu phát hiện một khu vực nguy hiểm được rải mìn, khu vực này có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80$ (đơn vị đo là mét). Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau:

- Vector chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với $\overrightarrow{OC}$.
- Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.
- Tàu ngầm sẽ đi vào khu vực nguy hiểm (S) .
- Gọi M là điểm gần khu vực mìn nhất trên đường đi của tàu ngầm. Biết rằng tốc độ tàu ngầm không đổi là $5(m/s)$. Thời gian để tàu ngầm di chuyển từ vị trí hiện tại $A(50; -20; 10)$ đến điểm M là 63,5 giây (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$.

- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Gọi A, B là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số. Diện tích của tam giác OAB bằng 8 (đơn vị diện tích), trong đó O là gốc tọa độ.
- Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x + 2$.
- Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng $-3, 2$.

Câu 4. Một lớp 12 có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ I môn Toán của lớp này được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Tần số	2	3	8	15	12

- Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để cô Hiệu trưởng trao quà. Xác suất không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.
- Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.
- Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.
- Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (3,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2006x - x^2$ (đơn vị: nghìn đồng) và tổng chi

phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Câu 2. Vào tháng 7, ở địa phương của anh An, trời mưa một phần ba số ngày. Nếu trời mưa, sẽ có khả năng xảy ra ùn tắc giao thông với xác suất $\frac{1}{2}$, nếu trời không mưa, sẽ có khả năng xảy ra ùn tắc giao thông là $\frac{1}{4}$.

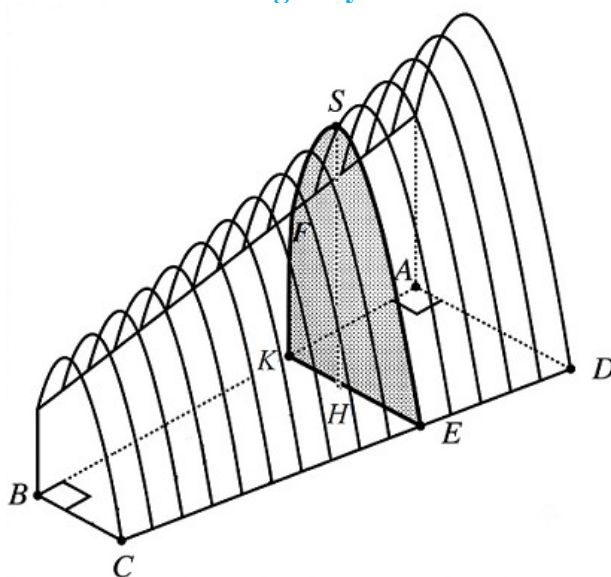
Nếu trời mưa và có ùn tắc giao thông, anh An sẽ đến nơi làm việc trễ giờ với xác suất $\frac{1}{2}$. Nếu trời không mưa và không có ùn tắc giao thông thì xác suất anh An đến nơi làm việc trễ giờ là $\frac{1}{8}$. Trong các tình huống khác (mưa và không có ùn tắc giao thông, không mưa và có ùn tắc giao thông), xác suất đến muộn của anh An đều là 0,25. Chọn ngẫu nhiên một ngày mà anh An đi làm trễ, xác suất trời mưa vào ngày hôm đó là bao nhiêu %? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 3. Một trạm kiểm soát không lưu đặt tại một sân bay được xây dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của các chuyến bay. Gốc tọa độ O đặt tại trạm kiểm soát không lưu. Lúc 8h, máy bay thứ nhất xuất phát từ sân bay, bay theo tia OA lần lượt hợp với ba tia Ox, Oy, Oz các góc bằng nhau với tốc độ không đổi là 760 km/h. Sau đó 2 tiếng, máy bay thứ hai cũng xuất phát từ sân bay, bay theo tia OB lần lượt hợp với ba tia Ox, Oy', Oz các góc bằng nhau với tốc độ không đổi là 880 km/h. Hỏi khoảng cách giữa hai máy bay lúc 10h30 phút cùng ngày bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 2, góc $ABC = 60^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD . Biết số đo góc nhị diện $[M, AC, N]$ bằng 120° . Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).

Câu 5. Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Bạn Châu gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15%/tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Châu tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9%/tháng, bạn Châu tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa, khi rút tiền bạn Châu được cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Châu đã gửi tiền tiết kiệm trong bao nhiêu tháng?

Câu 6. Một kho chứa hàng có mặt đáy là một hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AD \perp BC$. Xét một thiết diện bất kì của kho hàng vuông góc với trục AB tại điểm K . Thiết diện thu được là một hình phẳng giới hạn bởi vòm cong (P) , đoạn thẳng mặt nền KE và đoạn tường thẳng đứng KF . Giả sử (P) là một nhánh của parabol có đỉnh S , H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt nền, E là chân của vòm parabol (E thuộc (P) và mặt đáy), $SH = 3EH$. Biết rằng một mặt bên của nhà kho là một bức tường phẳng vuông góc với đáy và tại mọi vị trí mặt cắt thì chiều cao của tường luôn bằng với bề rộng của nền nhà kho tại vị trí đó, nghĩa là $KF = KE$ và $F \in (P)$.



Cho chiều dài trực $AB = 30(\text{m})$, bề rộng hai đầu hồi lần lượt là $AD = 12(\text{m})$ và $BC = 6(\text{m})$. Hãy tính thể tích không gian bên trong khu nhà kho này theo đơn vị mét khối?

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	C	C	C	D	C	B	C	D	D	B

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
2	Sai	Đúng	Đúng	Sai
3	Đúng	Sai	Đúng	Sai
4	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	284	54,5	1802	0,7	$\frac{1}{5}$	3360

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án

Câu 1

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}$$

Dãy số là cấp số nhân khi tỉ số không đổi.

$$u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = 3^{2-n}$$

Xét đáp án D:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{2-(n+1)}}{3^{2-n}} = \frac{3^{1-n}}{3^{2-n}} = \frac{1}{3}$$

Khi đó:

Tỉ số không đổi nên đây là cấp số nhân.

Chọn D.

Câu 2

$$f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$$

Ta có:

$$\int_1^2 f'(x) dx = f(2) - f(1)$$

Theo định lí Newton - Leibniz:

$$f(2) = 2^2 - \frac{4}{2} = 4 - 2 = 2$$

Tính:

$$f(1) = 1^2 - \frac{4}{1} = 1 - 4 = -3$$

Vậy:

$$\int_1^2 f'(x) dx = 2 - (-3) = 5$$

Chọn A.

Câu 3

$$y = \frac{2x+3}{x-1} = 2 + \frac{5}{x-1}$$

Ta có:

$$x = 1 \quad y = 2$$

Đồ thị có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang .

$$P(1;2)$$

Tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận: .

Chọn C.

Câu 4

$$SA \perp (ABCD) \quad A(0;0;0), B(a\sqrt{6};0;0), D(0;a\sqrt{6};0), C(a\sqrt{6};a\sqrt{6};0), S(0;0;a)$$

Vì , ta chọn hệ trục tọa độ: .

$$(SBD) \quad (CBD) \quad BD$$

Mặt phẳng và mặt phẳng cùng có giao tuyến .

$$[S, BD, C] \quad (SBD) \quad (CBD)$$

Góc nhị diện là góc giữa hai mặt phẳng và .

$$150^\circ$$

Kết quả tính góc giữa hai mặt phẳng cho góc tù bằng: .

Chọn C.

Câu 5

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$$

Trong hình lập phương cạnh 1, ba vector đôi một vuông góc và đều có độ dài 1.

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

Do đó: .

Chọn C.

Câu 6

$$2^{2^x} \cdot 3^x \cdot 7^x = 4^x \cdot 3^x \cdot 7^x = 84^x$$

Ta có:

$$\int 2^{2^x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx = \int 84^x dx = \frac{84^x}{\ln 84} + C$$

Do đó:

Chọn D.

Câu 7

Bảng số liệu:

Giá trị	[135;140)	[140;145)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)
Tần số	6	10	12	20	8	14

[150;155)

Lớp có tần số lớn nhất là , nên đây là lớp chứa mốt.

$$L = 150, h = 5, f_m = 20, f_{m-1} = 12, f_{m+1} = 8$$

Ta có:

$$M_o = L + \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})} \cdot h$$

Công thức mốt của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$M_o = 150 + \frac{20 - 12}{(20 - 12) + (20 - 8)} \cdot 5$$

Thay số:

$$M_o = 150 + \frac{8}{20} \cdot 5 = 150 + 2 = 152$$

Chọn C.

Câu 8

$$\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$$

Ta có:

$$\cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3} \quad 3x - 1 = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vì nên:

$$3x = 1 + \frac{5\pi}{6} + k\pi$$

Suy ra:

$$x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}$$

Trong các đáp án, dạng tương ứng với đề là đáp án B.

Chọn B.

Câu 9

$$x = -2$$

Quan sát đồ thị: Đường tiệm cận đứng là

$$y = x + 2$$

Đường tiệm cận xiên là

$$y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$$

Xét đáp án C:

$$\frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$$

Chia đa thức:

$$x = -2 \quad y = x + 2$$

Vậy tiệm cận đứng là , tiệm cận xiên là

Phù hợp với đồ thị.

Chọn C.

Câu 10

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$$

Đường thẳng có phương trình:

$$d \quad \vec{u} = (-1; 1; -4)$$

Vector chỉ phương của là:

$$A(1; -2; 3)$$

d

$$(-1; 1; -4)$$

Đường thẳng cần tìm đi qua và song song với , nên có vector chỉ phương .

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$$

Phương trình chính tắc là: .

Chọn D.

Câu 11

$$I(1; -2; 3)$$

Oy

Mặt cầu tâm tiếp xúc với trục tung .

I

Oy

Bán kính mặt cầu bằng khoảng cách từ đến trục .

Oy

$$M(0; t; 0)$$

Một điểm trên trục có dạng .

$$I(1; -2; 3)$$

Oy

$$R = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

Khoảng cách từ đến trục là: .

Chọn D.

Câu 12

$$\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$$

Ta có: .

$$e < \pi \quad 0 < \frac{e}{\pi} < 1$$

Vì nên .

$(0; 1)$

$$\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1 \Leftrightarrow x < 0$$

Với cơ số nằm trong khoảng , ta có: .

$$(-\infty; 0)$$

Vậy tập nghiệm là: .

Chọn B.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai**Câu 1**

$$T'(t) = 7e^{-0,35t}$$

Ta có tốc độ tăng nhiệt độ:

a)

$$T'(2) = 7e^{-0,7}$$

Sau 2 giờ:

$$T'(2) \approx 7 \cdot 0,4966 = 3,48$$

Tính gần đúng:

Vậy mệnh đề a) **đúng**.

b)

$$T(t) = -20e^{-0,35t} \quad T'(t) = 7e^{-0,35t}$$

Nếu thì:

$$T(0) = -20 \quad -4^\circ C$$

Tuy nhiên: , không đúng với nhiệt độ ban đầu là .

$$T(t) = -20e^{-0,35t} + 16$$

Công thức đúng phải có thêm hằng số:

Vậy mệnh đề b) **sai**.

c)

$$10^\circ C \quad -20e^{-0,35t} + 16 = 10$$

Lon sữa đạt nhiệt độ môi trường khi:

$$-20e^{-0,35t} = -6$$

Suy ra:

$$e^{-0,35t} = 0,3$$

$$-0,35t = \ln 0,3$$

Lấy logarit:

$$t = \frac{-\ln 0,3}{0,35} \approx 3,44$$

giờ.

Vậy mệnh đề c) **đúng**.

d)

Sau khi đạt $10^{\circ}C$, lon sữa được hâm đến $70^{\circ}C$, nên cần tăng: $70 - 10 = 60^{\circ}C$.

$$5 \text{ phút} = \frac{1}{12} \text{ gi?}$$

Thời gian hâm là 5 phút: .

$$\int_0^{\frac{1}{12}} k e^{-0,22t} dt = 60$$

Ta có: .

$$\frac{k}{0,22} \left(1 - e^{-\frac{0,22}{12}} \right) = 60$$

Tính: .

$$k \approx 726,62$$

Suy ra: .

$$k \in (720; 730)$$

Do đó: .

Vậy mệnh đề d) **đúng**.

Kết luận Câu 1: a Đúng, b Sai, c Đúng, d Đúng.

Câu 2

$$\Delta: \frac{x-50}{3} = \frac{y+20}{-4} = \frac{z-10}{1}$$

Đường thẳng: .

$$\Delta \quad A(50; -20; 10) \quad \vec{u} = (3; -4; 1)$$

Suy ra đi qua và có vector chỉ phương: .

$$C(200; -300; 60)$$

Tâm mặt cầu: .

a)

$$\overrightarrow{OC} = (200; -300; 60)$$

$$\vec{u} \cdot \overrightarrow{OC} = 3 \cdot 200 + (-4)(-300) + 1 \cdot 60 = 600 + 1200 + 60 = 1860 \neq 0$$

Tích tích vô hướng:

Vậy $\vec{u}$ không vuông góc với $\overrightarrow{OC}$.

Mệnh đề a) **sai**.

b)

$$A(50; -20; 10) \quad 4x + 3y = 4 \cdot 50 + 3 \cdot (-20) = 200 - 60 = 140$$

Xét điểm :

$$\vec{u} = (3; -4; 1) \quad 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-4) = 12 - 12 = 0$$

Với vector chỉ phương :

$$\Delta \quad (P) : 4x + 3y = 140$$

Vậy đường thẳng nằm trong mặt phẳng:

Mệnh đề b) **đúng**.

c)

$$d(C, \Delta) = \sqrt{AC^2 - \frac{(\overrightarrow{AC} \cdot \vec{u})^2}{|\vec{u}|^2}}$$

Khoảng cách từ tâm C đến đường thẳng Δ là:

$$\overrightarrow{AC} = (150; -280; 50)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \vec{u} = 150 \cdot 3 + (-280)(-4) + 50 \cdot 1 = 1620$$

$$|\vec{u}|^2 = 3^2 + (-4)^2 + 1^2 = 26$$

$$d(C, \Delta) \approx 49,61$$

Tính được: m.

$$49,61 < 80$$

Vì , nên đường thẳng đi qua vùng hình cầu nguy hiểm.

Mệnh đề c) **đúng**.

d)

Gọi M là hình chiếu của C lên đường thẳng Δ .

$$t = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|^2} = \frac{1620}{26} = \frac{810}{13}$$

Tham số ứng với M là: .

$$AM = t|\vec{u}| = \frac{810}{13}\sqrt{26} \approx 317,71 \text{ m}$$

Khi đó: .

$$\frac{317,71}{5} \approx 63,54 \text{ s}$$

Tốc độ tàu ngầm là 5 m/s , nên thời gian là: .

$$63,5$$

Không phải giây nếu làm tròn đến hàng phần trăm.

Mệnh đề d) **sai**.

Kết luận Câu 2: a Sai, b Đúng, c Đúng, d Sai.

Câu 3

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$$

Cho hàm số: .

$$f(x) = x + \frac{4}{x + 2}$$

Ta biến đổi: .

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Tập xác định: .

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x + 2)^2}$$

Đạo hàm: .

a)

Trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $x + 2 > 2$ nên: $(x + 2)^2 > 4$.

$$\frac{4}{(x + 2)^2} < 1$$

Suy ra: $f'(x) > 0$.

Vậy: $f'(x) > 0$.

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Mệnh đề a) **đúng**.

b)

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x + 2)^2} = 0$$

Tìm cực trị: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x + 2)^2} = 0$.

$$(x + 2)^2 = 4$$

$$x + 2 = \pm 2$$

Suy ra: $x = 0$ hoặc $x = -4$.

$$f(0) = \frac{4}{2} = 2 \quad A(0; 2)$$

Tính tọa độ hai điểm cực trị: $f(0) = 2$, nên $A(0; 2)$.

$$f(-4) = \frac{16 - 8 + 4}{-2} = -6 \quad B(-4; -6)$$

, nên $B(-4; -6)$.

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |0 \cdot (-6) - 2 \cdot (-4)| = 4$$

Diện tích tam giác OAB là: $S_{OAB} = 4$.

Không bằng 8.

Mệnh đề b) **sai**.

c)

$$A(0; 2) \quad B(-4; -6) \quad k = \frac{2 - (-6)}{0 - (-4)} = \frac{8}{4} = 2$$

Đường thẳng qua $A(0; 2)$ và $B(-4; -6)$ có hệ số góc: $k = 2$.

$$y = 2x + 2$$

Phương trình đường thẳng: $y = 2x + 2$.

Mệnh đề c) **đúng**.

d)

$$x = -2 \quad -2 \in [-3; 3]$$

Hàm số không xác định tại $x = -2$, mà $-2 \in [-3; 3]$.

$$[-3; 3]$$

Do đó không thể nói hàm số có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên cả đoạn $[-3; 3]$ theo nghĩa thông thường.

Mệnh đề d) **sai**.

Kết luận Câu 3: a Đúng, b Sai, c Đúng, d Sai.

Câu 4

Bảng điểm:

Nhóm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Tần số	2	3	8	15	12

a)

Có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ.

Xếp 5 học sinh nam trước, tạo ra 6 vị trí trống để xếp 3 học sinh nữ sao cho không có hai nữ đứng cạnh nhau.

$$C_6^3$$

Số cách chọn vị trí cho 3 nữ là: C_6^3 .

$$C_8^3$$

Tổng số cách chọn vị trí cho 3 nữ trong 8 vị trí là: C_8^3 .

$$P = \frac{C_6^3}{C_8^3} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$$

Xác suất cần tìm: $\frac{5}{14}$.

$$\frac{5}{14} > \frac{1}{3}$$

Ta có: .

Mệnh đề a) **đúng**.

b)

$$\bar{x} = \frac{5,5 \cdot 2 + 6,5 \cdot 3 + 7,5 \cdot 8 + 8,5 \cdot 15 + 9,5 \cdot 12}{40}$$

Điểm trung bình mẫu ghép nhóm xấp xỉ:

$$\bar{x} = \frac{11 + 19,5 + 60 + 127,5 + 114}{40} = \frac{332}{40} = 8,3$$

$$2 + 3 + 8 = 13$$

Số học sinh chắc chắn có điểm dưới 8 là:

$$8 < 8,3$$

Vì , nên ít nhất 13 học sinh có điểm thấp hơn điểm trung bình.

Mệnh đề b) **đúng**.

c)

$$10 - 5 = 5$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Mệnh đề c) **đúng**.

d)

$$15 + 12 = 27$$

Số học sinh có điểm lớn hơn hoặc bằng 8 là:

Trong đó có 8 học sinh thuộc Câu lạc bộ Toán học.

Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong 27 học sinh đó. Xác suất chọn đúng 2 học sinh thuộc Câu lạc bộ Toán học

$$P = \frac{C_8^2 \cdot C_{19}^4}{C_{27}^6}$$

là:

$$P \approx 0,3666 > \frac{1}{3}$$

Tính gần đúng:

$$\frac{1}{3}$$

Vậy mệnh đề “nhỏ hơn ” là sai.

Mệnh đề d) **sai**.

Kết luận Câu 4: a Đúng, b Đúng, c Đúng, d Sai.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1

$$f(x) = 2006x - x^2$$

Doanh thu:

$$g(x) = x^2 + 1438x - 1209$$

Chi phí:

t

$$T = tx$$

Mức thuế phụ thu trên một sản phẩm là , nên tổng tiền thuế nhà nước nhận được là:

$$P(x) = f(x) - g(x) - tx$$

Lợi nhuận của doanh nghiệp sau khi chịu thuế là:

$$P(x) = 2006x - x^2 - (x^2 + 1438x - 1209) - tx$$

Suy ra:

$$P(x) = -2x^2 + (568 - t)x + 1209$$

t

$$x = \frac{568 - t}{4}$$

Với cố định, lợi nhuận lớn nhất khi:

$$T(t) = t \cdot \frac{568 - t}{4}$$

Khi đó tiền thuế nhà nước nhận được là:

$$T(t) = \frac{-t^2 + 568t}{4}$$

$$a < 0$$

$$t = \frac{568}{2} = 284$$

Đây là tam thức bậc hai có hệ số , đạt giá trị lớn nhất tại:

Vậy giá trị cần tìm là: **284**.

Câu 2 M

Gọi: : trời mưa.

 U

: có ùn tắc giao thông.

 L

: anh An đi làm trễ.

$$P(M) = \frac{1}{3} \quad P(\bar{M}) = \frac{2}{3}$$

Ta có: , .

$$P(U | M) = \frac{1}{2} \quad P(\bar{U} | M) = \frac{1}{2}$$

Nếu trời mưa: , .

$$P(U | \bar{M}) = \frac{1}{4} \quad P(\bar{U} | \bar{M}) = \frac{3}{4}$$

Nếu trời không mưa: , .

$$P(L | M) = P(U | M)P(L | MU) + P(\bar{U} | M)P(L | M\bar{U})$$

Tính xác suất đi trễ khi trời mưa: .

$$P(L | M) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0,25$$

$$P(L | M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(L | \bar{M}) = P(U | \bar{M})P(L | \bar{M}U) + P(\bar{U} | \bar{M})P(L | \bar{M}\bar{U})$$

Tính xác suất đi trễ khi trời không mưa: .

$$P(L | \bar{M}) = \frac{1}{4} \cdot 0,25 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8}$$

$$P(L | \bar{M}) = \frac{1}{16} + \frac{3}{32} = \frac{5}{32}$$

$$P(L) = P(M)P(L|M) + P(\bar{M})P(L|\bar{M})$$

Xác suất đi trễ:

$$P(L) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{32}$$

$$P(L) = \frac{1}{8} + \frac{5}{48} = \frac{11}{48}$$

$$P(M|L) = \frac{P(M)P(L|M)}{P(L)}$$

Theo công thức Bayes:

$$P(M|L) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{11}{48}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{11}{48}} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{6}{11} \cdot 100\% \approx 54,5\%$$

Đổi ra phần trăm:

Vậy đáp án là: **54,5**.

Câu 3

Ox, Oy, Oz

Máy bay thứ nhất bay theo tia hợp với ba tia Ox, Oy, Oz các góc bằng nhau.

$$\vec{u}_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

Do đó vector đơn vị chỉ phương là:

Từ 8h đến 10h30 là 2,5 giờ.

$$s_1 = 760 \cdot 2,5 = 1900 \text{ km}$$

Quãng đường máy bay thứ nhất đi được là:

Máy bay thứ hai xuất phát lúc 10h, đến 10h30 bay được 0,5 giờ.

$$s_2 = 880 \cdot 0,5 = 440 \text{ km}$$

Quãng đường máy bay thứ hai đi được là:

Ox, Oy', Oz

Máy bay thứ hai bay theo tia hợp với các góc bằng nhau, nên vector đơn vị chỉ phương là:

$$\vec{u}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\cos \alpha = \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2$$

Góc giữa hai hướng bay thỏa mãn:

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$d^2 = s_1^2 + s_2^2 - 2s_1s_2 \cos \alpha$$

Khoảng cách giữa hai máy bay:

$$d^2 = 1900^2 + 440^2 - 2 \cdot 1900 \cdot 440 \cdot \frac{1}{3}$$

$$d \approx 1801,74$$

km.

Làm tròn đến hàng đơn vị: **1802**.

Câu 4

Ta đặt hệ tọa độ để giải.

$$A(0; 0; 0), B(2; 0; 0)$$

Chọn:

$$\angle ABC = 60^\circ$$

$$C(1; \sqrt{3}; 0), D(-1; \sqrt{3}; 0)$$

Vì đáy là hình thoi cạnh 2 và , có thể chọn:

$$SA = h \quad S(0; 0; h)$$

Gọi: nên

M, N

SB, SD

$$M \left(1; 0; \frac{h}{2} \right)$$

Vì lần lượt là trung điểm của nên:

$$N\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{h}{2}\right)$$

$$[M, AC, N] \quad (MAC) \quad (NAC)$$

Góc nhị diện là góc giữa hai mặt phẳng và .

$$\cos((MAC), (NAC)) = \frac{h^2 - 3}{h^2 + 3}$$

Tính theo vector pháp tuyến của hai mặt phẳng, ta được:

$$120^\circ \quad \frac{h^2 - 3}{h^2 + 3} = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

Theo giả thiết góc nhị diện bằng , nên:

$$2(h^2 - 3) = -(h^2 + 3)$$

Giải:

$$2h^2 - 6 = -h^2 - 3$$

$$3h^2 = 3$$

$$h^2 = 1$$

$$h > 0 \quad h = 1$$

Vì nên:

$$C \quad (SBD)$$

Khi đó cần tính khoảng cách từ đến mặt phẳng .

$$S(0; 0; 1) \quad B(2; 0; 0) \quad D(-1; \sqrt{3}; 0) \quad d(C, (SBD)) = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$$

Với , , tính được:

Làm tròn đến hàng phần chục: **0,7**.

Câu 5

$$0,7\% \quad m$$

Gọi số tháng gửi ở giai đoạn lãi suất /tháng là tháng.

1,15%

Giai đoạn lãi suất /tháng kéo dài nửa năm, tức là 6 tháng.

0,9% n

Gọi số tháng gửi thêm ở giai đoạn lãi suất /tháng là tháng.

Số tiền ban đầu là 5 000 000 đồng.

$$5000000 \cdot (1 + 0,007)^m \cdot (1 + 0,0115)^6 \cdot (1 + 0,009)^n = 5747478,359$$

Số tiền nhận được là:

$$5000000 \cdot 1,007^m \cdot 1,0115^6 \cdot 1,009^n = 5747478,359$$

Tức là:

$$m = 5, n = 4$$

Thử các giá trị nguyên dương phù hợp với điều kiện “chưa đầy một năm”, ta được:

$$m + 6 + n = 5 + 6 + 4 = 15$$

Vậy tổng số tháng gửi là:

Đáp án là: **15**.

Câu 6

x A AB $0 \leq x \leq 30$

Gọi là khoảng cách từ đầu dọc theo trục , với .

$AD = 12$ $BC = 6$

Bề rộng của nền nhà kho thay đổi tuyến tính từ m đến m.

$$x \quad w(x) = 12 - \frac{x}{5}$$

Do đó bề rộng tại vị trí là:

AB

Xét thiết diện vuông góc với tại vị trí đó.

$$w = KE$$

Gọi là bề rộng nền trong thiết diện.

$$KF = KE = w$$

Theo giả thiết,

S H S $SH = 3EH$

Parabol có đỉnh , là hình chiếu của xuống nền,

$$S(w) = \frac{4}{3}w^2$$

w

Sau khi lập phương trình parabol theo w , diện tích thiết diện thu được là:

$$V = \int_0^{30} \frac{4}{3} \left(12 - \frac{x}{5} \right)^2 dx$$

Vậy thể tích kho là:

$$V = \frac{4}{3} \int_0^{30} \left(12 - \frac{x}{5} \right)^2 dx$$

Tính tích phân:

$$u = 12 - \frac{x}{5} \quad x = 0 \quad u = 12 \quad x = 30 \quad u = 6$$

Đặt $u = 12 - \frac{x}{5}$, khi $x = 0$ thì $u = 12$, khi $x = 30$ thì $u = 6$.

$$dx = -5du$$

Ta có

$$V = \frac{4}{3} \cdot 5 \int_6^{12} u^2 du$$

Suy ra:

$$V = \frac{20}{3} \cdot \frac{u^3}{3} \Big|_6^{12}$$

$$V = \frac{20}{9} (12^3 - 6^3)$$

$$V = \frac{20}{9} (1728 - 216)$$

$$V = \frac{20}{9} \cdot 1512 = 3360$$

Vậy thể tích không gian bên trong nhà kho là: **3360 m³**.