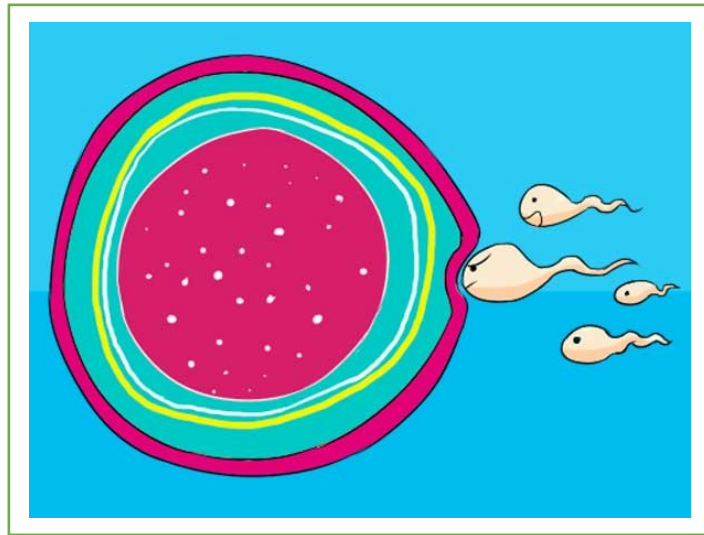


TOÁN SINH HỌC VÀ GIẢI PHÁP



Phân tử
Nguyên phân
Giảm phân
Lai
Phả hệ
Quần thể
Hệ sinh thái

Lời giới thiệu

Bạn đọc thân mến!

Trong toán sinh học có rất nhiều công thức và phương pháp giải. Việc ghi nhớ máy móc và không hiểu cơ sở của chúng dẫn đến dễ áp dụng sai. Ví dụ như công thức $A-bb = 0,25 - aabb$, chúng ta có thể dễ dàng áp dụng cho bài toán $AaBb \times AaBb$ hoặc $\frac{AB}{ab} \times \frac{Ab}{aB}$ nhưng không thể áp dụng cho $\frac{AB}{ab} \times \frac{AB}{aB}$. Câu hỏi đặt ra là tại sao lại như thế, liệu có công thức tổng quát nào cho dạng toán này không? Xuất phát từ những câu hỏi ấy, suốt những năm mình còn là học sinh phổ thông, mình đã xây dựng nên tài liệu này.

Trong tài liệu này, mình đã hệ thống lại các công thức sinh học thường dùng, chứng minh những công thức ấy theo cách của riêng mình, tìm công thức tổng quát cho mọi trường hợp và đề xuất thêm công thức mới. Mình không phải là dân chuyên toán nên việc dùng từ ngữ đúng chuyên ngành toán còn hơi lập cập. Mong nhận được sự góp ý của các bạn.

Tài liệu gồm có các phần: Toán phân tử, nguyên phân – giảm phân, lai, phả hệ, quần thể, hệ sinh thái, vi sinh-tim mạch và một số bài tập tham khảo. Phần bài tập tham khảo mình viết cách đây khá lâu và chưa cập nhật thêm theo đúng lý thuyết mình đã viết, hầu hết những cách giải trong phần bài tập mình còn dùng theo phương pháp cũ. Phần bài tập phần lớn do mình tự nghĩ ra và chứng minh cho vui, hầu như nó không giúp ích nhiều trong việc học môn sinh học phổ thông, nhưng có thể giúp ích các bạn trong các cuộc thi, hoặc những bạn muốn tìm hiểu thêm toán sinh học. Các bạn tham khảo qua nhé!

Ngót nghét gần đây năm kể từ khi tài liệu này ra đời, hiện tại mình không theo ngành sinh học nữa. Việc học hiện tại của mình khá bận rộn nên không có nhiều thời gian để trau chuốt. Mình đã chỉnh sửa lại khá nhiều nhưng cũng không thể tránh khỏi những sai sót, mong nhận được sự góp ý của quý độc giả.

Thân gửi tài liệu này đến quý thầy cô tổ sinh trường THPT Lương Văn Chánh Phú Yên, các em học sinh cùng quý độc giả. Hi vọng quý thầy cô cùng các bạn sẽ tìm được niềm vui khi tham khảo tài liệu này. Mình chân thành cảm ơn!

Cốc Vũ

Cựu học sinh Trường THPT Lương Văn Chánh Phú Yên Bio khóa 2011-2014

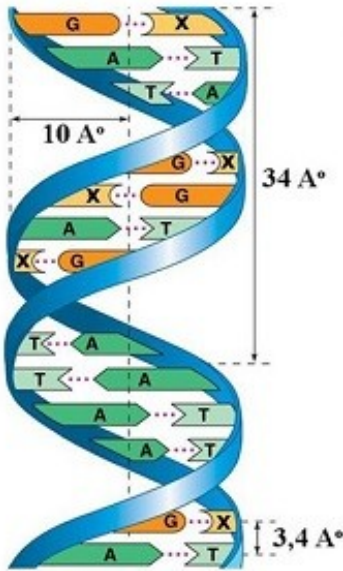
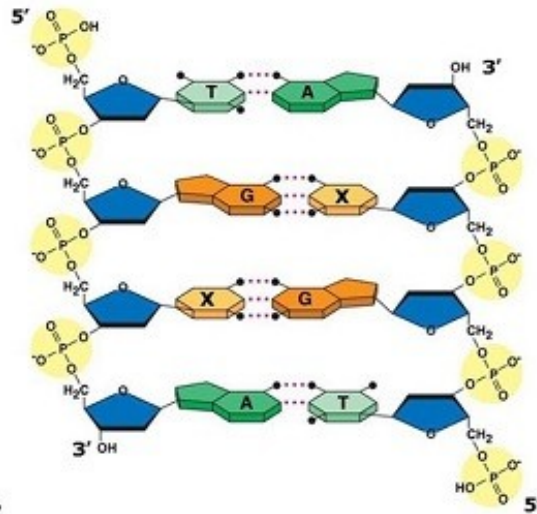
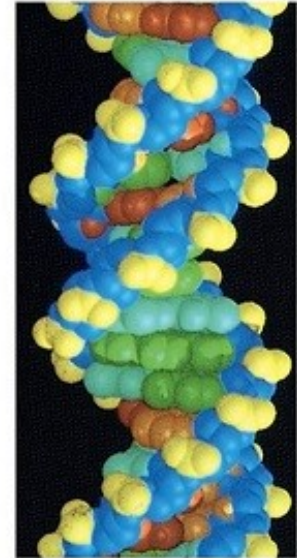
MỤC LỤC

Phân tử	
Nguyên phân - giảm phân	
Lai	
Phả hệ	
Quần thể	
Hệ sinh thái	
Tim mạch – vi sinh	

PHÂN TỬ

ADN

CẤU TẠO ADN

Công thức số lượng Acid Nucleic

ADN cấu tạo gồm 4 loại đơn phân A, T, G, X. Trong đó, A chỉ liên kết với T, G chỉ liên kết với X nên ta có.

$$A = T \quad G = X$$

Tổng số lượng Acid Nucleic của phân tử AND là:

$$N = A + T + G + X = 2A + 2G$$

Căn cứ vào công thức $N = 2A + 2G$ ta có:

$$N = 2(A + G) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A + G}{N} \Leftrightarrow \%A + \%G = 50\%$$

ADN có 2 mạch đơn. A, T, G, X trên mạch 1 sẽ liên kết tương ứng với T, A, X, G trên mạch 2 nên ta có.

$$A_1 = T_2; A_2 = T_1; G, T, X \text{ tương tự}$$

$$A = A_1 + A_2 \Leftrightarrow A = A_1 + T_1 = T_2 + T_1; G, T, X \text{ tương tự}$$

$$N_1 = A_1 + T_1 + G_1 + X_1 = \frac{N}{2}$$

$$N_2 = A_2 + T_2 + G_2 + X_2 = \frac{N}{2}$$

$$N = N_1 + N_2$$

Căn cứ vào công thức $A = A_1 + A_2$ ta có

$$\frac{A_1}{N_1} + \frac{A_2}{N_2} = \frac{A}{N}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{A_1}{N_1} + \frac{A_2}{N_2} \right)}{2} = \frac{A}{N}$$

$$\Rightarrow \%A = \frac{\%A_1 + \%A_2}{2}$$

G, T, X tương tự

Mối liên hệ giữa số lượng N với M, L, C

Đường kính ADN bằng 20Å (angstrom), mỗi chu kì xoắn có 10 cặp Nu, mỗi Nu dài 3,4Å, khối lượng 1 Nu khoảng 300dvC. Vậy

$$(1 \text{ Å} = 10^{-4} \text{ micromet} = 10^{-7} \text{ mm})$$

$$\text{khối lượng gen: } M = N \cdot 300$$

$$\text{chiều dài gen: } L = \frac{3,4 N}{2}$$

$$\text{số lượng chu kì xoắn: } C = \frac{N}{20}$$

Công thức tính tổng số liên kết Hirdo (H), liên kết hóa trị, liên kết hóa trị đường phốt phát

Trong phân tử ADN, A chỉ liên kết với T bằng 2 liên kết hidro, G chỉ liên kết với X bằng 3 liên kết hidro. Nên

$$H = 2A + 3G = N + G$$

Xét theo điểm “nóng chảy”, gen bền hơn khi có số liên kết Hidro lớn hơn. Khi 2 gen bằng nhau ta dễ dàng chứng minh được gen nào có tỉ lệ G lớn hơn thì gen đó bền hơn. Thật vậy.

$$\text{ta có } \frac{H}{N} = \frac{2A + 3G}{2A + 2G} = 1 + \frac{G}{N} = 1 + \%G$$

$$\text{Nếu } L_1 = L_2 \text{ thì } N_1 = N_2 \text{ và giả sử rằng } \frac{H_1}{N_1} > \frac{H_2}{N_2} \text{ thì } \%G_1 > \%G_2 (\text{đpcm})$$

Trong mỗi mạch đơn của gen, 2 Nu nối với nhau bằng 1 liên kết hoá trị, 3 Nu nối nhau bằng 2 liên kết hoá trị nên số liên kết hóa trị nối giữa các Nu trên 1 mạch gen là:

$$Q = \frac{N}{2} - 1$$

Trên 2 mạch gen sẽ là:

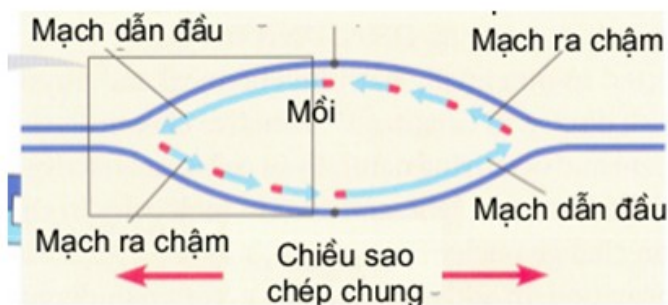
$$Q = 2 \left(\frac{N}{2} - 1 \right) = N - 2$$

c) Số liên kết hoá trị đường – photphat trong gen

Ngoài các liên kết hoá trị nối giữa các Nu trong gen thì trong mỗi Nu có 1 liên kết hoá trị gắn thành phần của Acid photphoric vào thành phần đường. Do đó số liên kết hoá trị Đ – P trong cả ADN là :

$$Q = N - 2 + N = 2N - 2$$

TÁI BẢN



1 đơn vị tái bản

Quá trình sao chép

Helicase tháo xoắn tại vị trí chạc sao chép.

Protein bám sợi đơn (SSB) bám vào các sợi đơn ADN vừa giải phóng để ngăn chúng kết hợp lại.

Topoisomerase (enzim girase) giảm lực căng do quá trình tháo xoắn bằng cách cắt tạm thời 2 mạch ADN cho quay rồi nối lại.

Primase tổng hợp đoạn mồi tại đầu 5' của mạch liên tục và mạch ra chậm (okazaki).

ADN pol III kéo dài mạch mới bằng cách bổ sung thêm các Nucleotic vào đầu 3'OH của mạch ADN đang tổng hợp hoặc của ARN mồi.

ADN pol I loại đoạn mồi từ đầu 5' đồng thời tổng hợp đoạn ADN thay thế nó.

ADN ligase nối đầu 3'OH của đoạn ADN mới tổng hợp thay thế đoạn mồi và đoạn ADN mới tổng hợp liền kề với nó.

Xét 1 phân tử ADN điển hình (mạch kép) qua n lần nhân đôi.

tổng phân tử ADN con tạo ra là 2^n

tổng số phân tử ADN mới hoàn toàn là $2^n - 2$

tổng số Nu trong các ADN con là $N \cdot 2^n$

tổng số A môi trường cung cấp là $A(2^n - 1)$, (tương tự đối với G, T, X)

tổng số A môi trường cung cấp cho việc tạo ADN hoàn toàn mới là $A(2^n - 2)$
(G, T, X tương tự)

Tổng số liên kết hydro (H) hình thành là $2H(2^k - 1)$

Khi AND nhân đôi lần thứ nhất ta có số H hình thành là $H \cdot 2^1$

Khi AND nhân đôi lần thứ 2 ta có số H hình thành là $H \cdot 2^2$

Vậy ta tổng quát được công thức:

tổng số H hình thành qua k lần nhân đôi $= H(2^1 + 2^2 + \dots + 2^k)$

$$H \cdot \frac{2(2^k - 1)}{2 - 1} = 2H(2^k - 1)$$

Tổng số liên kết hydro (H) bị phá hủy là $H \cdot (2^k - 1)$

Tổng số H bị phá hủy = tổng số H mới hình thành + số H mạch gốc - số H hình thành ở lần nhân đôi cuối

$$\Leftrightarrow \text{Tổng H bị phá hủy} = 2H(2^k - 1) + H - H \cdot 2^k = H(2^k - 1)$$

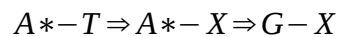
Tổng số liên kết hóa trị hình thành là: $Q(2^k - 1)$

tổng số đoạn mồi cung cấp k qua n lần nhân đôi là: $k = \text{số đoạn mồi} \times (2^n - 1)$

tổng số đoạn mồi trên 1 bóng sao chép = số đoạn okazaki + 2

Đột biến

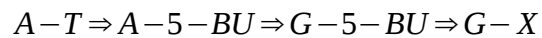
Đột biến dạng Nu hiếm (A^* , T^* , G^* , X^*)



Từ sơ đồ trên ta nhận thấy rằng, từ 1 gen bị đột biến sau 2 lần nhân đôi sẽ cho 1 gen bị đột biến thay thế. Nếu quá trình này lặp lại liên tiếp thì số gen đột biến (k) là:

$$k = 2^{n-1} - 1 \quad (n \text{ là số lần nhân đôi của gen gốc})$$

Đột biến do 5-BU (5 – brom uraxin)



$$k = 2^{n-2} - 1 \quad (n \text{ là số lần nhân đôi của gen gốc})$$

Đột biến do acridin

Nếu acridin chèn vào mạch gốc thì qua nhân đôi các gen con sẽ bị đột biến thêm 1 cặp Nu. Nếu acridin chèn vào mạch mới đang tổng hợp thì các gen con bị đột biến mất 1 cặp Nu. Nếu ở lần nguyên phân thứ a của 1 gen nào đó bị đột biến bởi acridin trong n lần nguyên phân thì số gen đột biến (k) là.

$$k = 2^{n-a}$$

ARN

Cấu trúc

ARN là một poliribonucleotic mạch đơn gồm có 4 đơn phân A, U, G, X. Tùy và số lượng và trật tự sắp xếp các đơn phân mà có thể cho ra vô số phân tử ARN khác nhau. Căn cứ vào sự khác biệt về cấu trúc và chức năng giữa chúng người ta chia ra làm 3 nhóm chính đó là: mARN, tARN, rARN. Ngoài ra còn một dạng ARN khác làm chức năng xúc tác phản ứng theo kiểu enzyme, người ta gọi nó là ribozyme.

mARN (ARN thông tin). Cấu tạo mạch thẳng, không đóng xoắn, (khoảng vài trăm Nu), đôi khi người ta còn thấy có sự bắt cặp bổ sung trên 1 mạch giữa các bazơ nitơ. Cấu trúc của nó gồm 3 thành phần chính là: bộ 3 khởi đầu (AUG), bộ 3 mã hoá (60 bộ 3), bộ 3 kết thúc (UAA, UAG, UGA). Khối lượng thì bé nhưng rất đa dạng, thời gian tồn tại tương đối ngắn. Nhiệm vụ chủ yếu của nó được dùng trực tiếp để dịch mã, truyền thông tin di truyền từ ADN sang protein.

tARN (ARN vận chuyển). Cấu tạo dạng mạch đơn, xoắn, có cấu trúc không gian hình chữ L (khoảng 80 Nu). Cấu trúc gồm 3 thùy, mỗi thùy thực hiện 1 chức năng như mang bộ ba đối mã, mang acid amin.... Vị trí gắn amino acid là ở đầu 3'AXX5'. Chỉ có 45 loại tARN. Nhiệm vụ chủ yếu của nó là đọc và dịch mã.

rARN (ARN ribosome). Cấu tạo gồm mạch đơn ARN liên kết với protein. Gồm có 2 tiểu phần bé và lớn. Có 3 vùng là A, P, E. Vùng E giải thoát tARN, vùng P kết nối tARN và mARN lại với nhau (giữ vững), vùng A cố định tARN khi đang lắp ráp amino acid. Số lượng của chúng rất nhiều trong tế bào, đặc biệt là tế bào tổng hợp nhiều protein. Nhiệm vụ của chúng là tổng hợp protein.

Phiên mã

Quá trình phiên mã

Khởi đầu phiên mã: ARN polymerase nhận biết và gắn vào vùng promotor, enzyme này đồng thời dẫn xoắn 2 mạch ADN.

Kéo dài mạch ARN: ARN polymerase dịch chuyển theo chiều $3' \Rightarrow 5'$ của mạch ADN gốc và tổng hợp mạch ARN mới theo chiều $5' \Rightarrow 3'$, ngay sau đó các mạch ADN kết hợp lại với nhau và xoắn lại như lúc ban đầu.

Kết thúc phiên mã: phân tử ARN sơ khai, ARN polymerase giải phóng khỏi phức hệ phiên mã.

Biến đổi sau phiên mã: phân tử ARN sơ khai ở sinh vật nhân sơ mới tạo ra sẽ được dịch mã ngay lập tức. Ở sinh vật nhân thực, phân tử ARN sơ khai này sẽ được gia công thêm để hoàn chỉnh như: cắt các đoạn không mã hoá, nối các đoạn mã hoá, bổ sung mũ guanin ở đầu 5' và gắn thêm chuỗi poliA ở đầu 3'. Mục đích cắt nối chủ yếu là làm cho mARN đa dạng, không phiên mã nhiều, tạo ra một tập hợp họ ARN tham gia vào một chuỗi phản ứng nhất định. Mục đích gắn chóp và thêm đuôi để bảo vệ mARN khỏi bị phân giải, là dấu địa chỉ đi đến đúng vị trí và dịch mã đúng lúc, đầu 5' giúp ribosome nhận biết và gắn vào, cung cấp năng lượng....

Các đại lượng liên quan

Quá trình phiên mã xảy ra theo nguyên tắc bổ sung A trên một mạch gốc ADN sẽ liên kết với U của ARN (rU), cứ thế G sẽ liên kết với X, T liên kết với A. Bởi vậy ta có hệ quả:

$$A_1 = rU, T_1 = rA, G_1 = rX, X_1 = rG$$

$$\frac{N}{2}(\text{gen}) = N(\text{ARN}), \frac{M}{2}(\text{gen}) = M(\text{ARN}), L(\text{gen}) = L(\text{ARN})$$

Số lần ARN pol trượt qua mạch gốc ADN tương ứng với số phân tử ARN sơ khai được tạo ra và cũng bằng với số lần phiên mã (k), số Nu từng loại cung cấp cho quá trình này tương ứng bằng tổng số nu từng loại có trên các phân tử ARN sơ khai tạo ra hay bằng k lần vật liệu gốc. Ta có thể suy tổng số Nu từng loại cung cấp theo mạch ADN gốc hoặc mạch ADN bổ sung.

Lưu ý: ADN của nhân sơ là gen không phân mảnh nên không có quá trình cắt nối mARN sơ khai, còn nhân thực thì ngược lại, ở đây ta chỉ xét trong mARN sơ khai.

Quá trình cắt nối mARN ở sinh vật nhân thực

Ở sinh vật nhân thực, gen phân mảnh, các đoạn intron và exon xen kẽ nhau, exon ở hai đầu mạch sẽ không thay đổi vị trí, các exon ở giữa thay đổi vị trí. Do đó, nếu phân tử AND được sao mã có k exon thì số loại mARN tối đa tạo ra là $(k-2)!$

DỊCH MÃ

Khái niệm

Dịch mã là quá trình chuyển đổi thông tin từ mARN sang thông tin của chuỗi polipeptide hay chuyển đổi trình tự bộ ba trên mARN sang trình tự acid amin trên chuỗi polipeptide.

Quá trình dịch mã

Hình thành phức hệ, khởi đầu dịch mã. mARN được dịch mã sẽ liên kết với tiểu phần bé của ribosome, sau đó tARN mang metionin vào và khớp với bộ ba mã sao (AUG) trên mARN. Sau đó tiểu phần lớn ráp với tiểu phần bé (quá trình này được cung cấp năng lượng bởi GTP).

Kéo dài mạch polipeptide: phức hệ ribosome trượt tới, đọc bộ ba mã sao và thu hút tARN có bộ ba mã sao tương ứng khớp vào, một phân tử GTP được dùng và liên kết peptide hình thành giữa 2 amino acid. Sau đó tiếp tục 1 phân tử GTP được dùng và tARN ở vị trí P bị đẩy ra khỏi phức hệ. Quá trình này cứ thế lặp lại đến khi gặp tín hiệu kết thúc phiên mã.

Kết thúc dịch mã: vị trí A của ribosome gặp bộ ba kết thúc, một protein gọi là yếu tố giải phóng sẽ liên kết với bộ ba kết thúc và bổ sung một phân tử nước vào chuỗi đang kéo dài. Phản ứng này làm đứt liên kết giữa amino acid và tARN của tARN ở vị trí P vì vậy nên chuỗi polipeptide được giải phóng qua kênh thoát của tiểu phần lớn. Sau đó phức hệ dịch mã tan rã. Sự tan rã có sự giúp đỡ của nhiều phân tử protein tan rã, mỗi công đoạn tan rã sẽ tiêu tốn 2 phân tử GTP.

Đại lượng liên quan.

Cứ 3 Nu kế tiếp sẽ lập được 1 bộ ba. Cứ 2 acid amin tác dụng với nhau sẽ loại đi một phân tử nước (phản ứng trùng ngưng). Vậy khi có k acid amin trên chuỗi polipeptide thì loại đi k - 1

phân tử nước (nước được giải phóng khi acid amin liên kết với tARN nên số phân nước được giải phóng = số acid amin). Thường thì khối lượng acid amin đề cho sẵn (thông thường là 122đvC).

Khi mARN trưởng thành có k bộ ba tiến hành dịch mã, thì sẽ có 1 bộ ba mang mã kết thúc, nên số acid amin trên chuỗi polipeptide sơ khai là $k - 1$. Nếu chuỗi polipeptit này đi vào biệt hoá thành protein thì acid amin đầu chuỗi sẽ bị cắt bỏ. Vậy số acid amin trên chuỗi polipeptide trưởng thành là $k - 2$.

Tổng thời gian dịch mã của ribosome (bạn đọc tự chứng minh)

$$T = t + \Delta t(k - 1)$$

Trong đó T là tổng thời gian ribosome thứ k dịch mã, Δt là khoảng thời gian 2 ribosome trượt kế tiếp, t là thời gian để 1 ribosome hoàn tất quá trình dịch mã.

PROTEIN

Cấu trúc

Protein là polimer vào cỡ lớn, các đơn phân của nó gồm có 20 loại amino acid. Số lượng và trật tự sắp xếp của các amino acid tạo ra vô số các protein khác nhau. Mỗi một loại protein trong cơ thể thực hiện 1 chức năng xác định. Căn cứ vào cấu trúc không gian và thành phần cấu tạo người ta chia protein ra làm 4 loại đó là 4 bậc cấu trúc.

Cấu trúc bậc 1: cấu trúc này chỉ là sự sắp xếp các amino acid theo dạng chuỗi hạt tạo nên 1 chuỗi polipeptide.

Cấu trúc bậc 2: cấu trúc này gồm 1 chuỗi polipeptide xoắn ở dạng α hoặc gấp ở dạng β .

Cấu trúc bậc 3: cấu trúc này gồm 1 chuỗi polipeptide xoắn ở dạng α đồng thời với gấp ở dạng β tạo ra không gian 3 chiều.

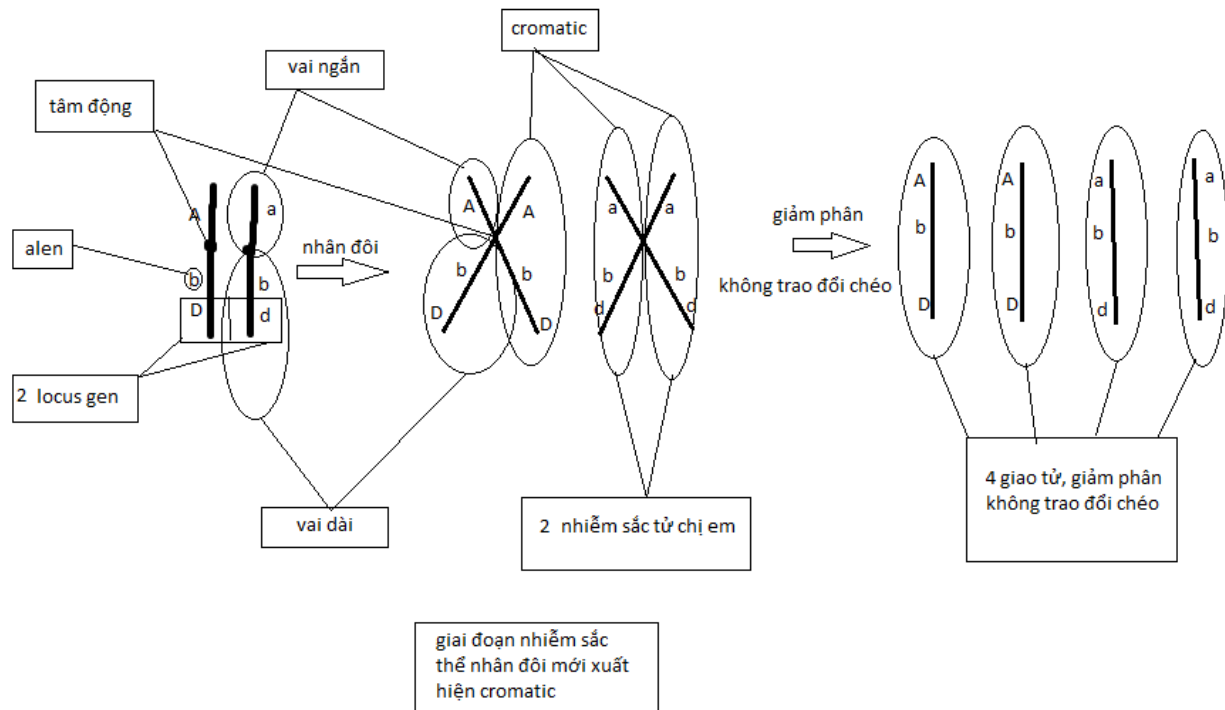
Cấu trúc bậc 4: cấu trúc này gồm 2 chuỗi polipeptide trở lên, cuộn gấp vào nhau hình thành nên không gian 3 chiều.

NHIỄM SẮC THỂ

Mở đầu

Nhiễm sắc thể là thể bắt màu trong nhân, trên nhiễm sắc thể có chứa gen. Trong tế bào nhiễm sắc thể tồn tại thành từng cặp. Người ta chia ra 2 loại nhiễm sắc thể đó là thường và giới tính. Nhiễm sắc thể thường mang các gen quy định tính trạng thường, gồm có 2 chiếc giống nhau về hình dạng, kích thước và trình tự phân bố các gen. Nhiễm sắc thể giới tính mang gen quy định giới tính, ngoài ra nó cũng quy định tính trạng thường. ở đây ta chỉ xét đến nhiễm sắc thể giới tính điển hình là đồng giao (XX), dị giao (XY). Cặp Nhiễm sắc thể đồng giao gồm có 2 chiếc giống nhau giống với nhiễm sắc thể thường. Cặp dị giao gồm có 2 chiếc không hoàn toàn giống nhau. Để dễ hình dung cấu trúc của NST ta có mô hình sau.

Xét $2n = 2$



NGUYÊN PHÂN

Nguyên phân là quá trình nhân đôi tế bào, từ 1 tế bào mẹ cho ra 2 tế bào con giống nhau và có bộ NST giống mẹ hoàn toàn.

Quá trình

Kì trung gian: gồm 3 pha, đó là: pha G1, pha S, pha G2. Ở pha G1 tế bào chủ yếu phiên mã và dịch mã. Pha G0 là một dạng đặc biệt của pha G1 để phân biệt tế bào đi vào biệt hoá (ví dụ: tế bào thần kinh). Pha S là pha nhân đôi NST. Pha G2 chủ yếu tổng hợp nên các ARN, protein, vi ống cần thiết cho phân bào.

Kì đầu: NST kép co ngắn, màng nhân phân rã đứt thành nhiều mảnh, nhân con tiêu giảm và biến mất, hình thành bộ máy phân bào.

Kì giữa: màng nhân phân tán thành các bóng nhỏ, NST kép co ngắn cực đại (cromatic), xếp thành 1 hàng trên mặt phẳng xích đạo.

Kì sau: phân li NST

Kì cuối: màng nhân xuất hiện, hình thành 2 tế bào con

Đại lượng liên quan

Động thái liên quan đến NST

Kì	Số NST	Số cromatic	Số tâm động
Trung gian	2n (kép)	4n	2n
Trước	2n (kép)	4n	2n
Giữa	2n (kép)	4n	2n
Sau	4n (đơn)	0	4n
Cuối	2n (đơn)	0	2n

Xét 1 tế bào bình thường, mang bộ NST $2n = 8$, qua k lần nguyên phân

Số tế bào con sinh ra là 2^k

Số NST cung cấp là $2n(2^k - 1)$

Số thoi vô sắc xuất hiện và phá huỷ là $2^k - 1$

Do trên NST mang gen (ADN), trước khi nguyên nhân các NST sẽ nhân đôi trong pha S, điều này đồng nghĩa với ADN cũng được tái bản, do đó khi xét gen cặp gen Aa nhân đôi, các đại lượng A, T, G, X vv chúng ta sẽ tính toán như phân tái bản ADN ví dụ. Tổng số A môi trường cung cấp là $A(2^k - 1)$. Tổng số A môi trường cung cấp cho tạo nguyên liệu hoàn toàn mới là $A(2^k - 2)$. Trong kì trung gian, tế bào sẽ tiến hành phiên mã và dịch mã. Ở những loài sinh vật nhân sơ, quá trình tái bản, phiên mã, dịch mã diễn ra đồng thời.

Đột biến nguyên phân

Nguyên phân không phân li trong kì đầu ví dụ.

$$Aa \Rightarrow AAaa \text{ (không phân li)} \Rightarrow AAaa \text{ (1 tế bào)}$$

GIẢM PHÂN

Giảm phân là quá trình hình thành giao tử của tế bào sinh dục, từ 1 tế bào mẹ cho ra 4 giao tử giống nhau và có bộ NST bằng 1 nửa tế bào mẹ. Nếu tế bào mẹ thuộc tính đực thì các giao tử gọi là tinh trùng. Nếu tế bào mẹ thuộc tính cái thì 1 trong 4 giao tử phát triển lớn tạo nên trứng, 3 giao tử còn lại là 3 thể cực, kích thước thể cực nhỏ hơn trứng, các thể cực này sẽ bị tiêu biến.

Diễn biến

Kì đầu 1: rất phức tạp, kéo dài có thể 1 ngày hoặc 1 năm, NST bắt chéo.

Kì giữa 1: NST xếp thành 2 hàng trên mặt phẳng xích đạo.

Kì sau 1: phân li NST

Kì cuối 1: hình thành 2 giao tử mang bộ NST kép

Gảm phân 2 tương tự như nguyên phân

Đại lượng liên quan

Động thái liên quan đến NST

Kì	Số NST	Số cromatic	Số tâm động
Trung gian	2n kép	4n	2n
Trước 1	2n kép	4n	2n
Giữa 1	2n kép	4n	2n
Sau 1	2n kép	4n	2n
Cuối 1	1n kép	2n	1n
Trước 2	1n kép	2n	1n
Giữa 2	1n kép	2n	1n
Sau 2	2n đơn	0	2n
Cuối 2	N đơn	0	1n

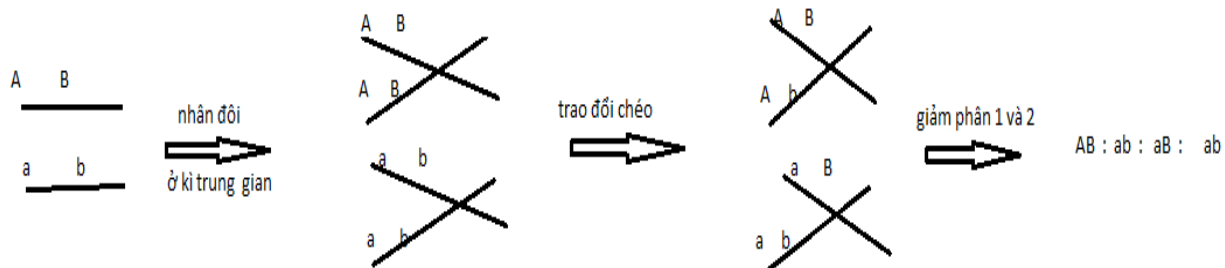
Xét a cá thể có a tế bào giảm phân

Số tinh trùng tạo ra là 4a (đực). Số trứng tạo ra là a và 3a thể cực (cái)

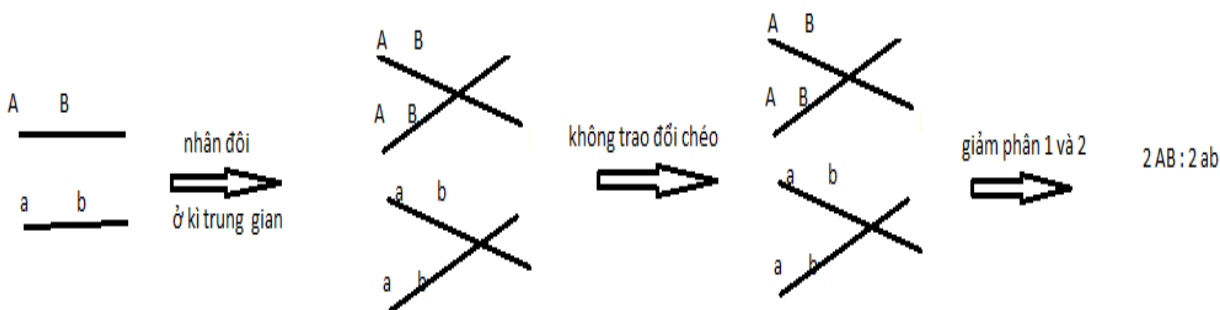
1 tế bào sinh tinh giảm phân cho 4 giao tử với tỉ lệ ngang nhau. Nếu không có hoán vị gen nó sẽ cho tối đa 2 loại giao tử, nếu xảy ra hoán vị thì sẽ có tối đa 4 loại giao tử. 1 tế bào sinh trứng qua giảm phân tạo duy nhất 1 trứng.

Để dễ hình dung ta có mô hình sau:

Giảm phân có xảy ra trao đổi chéo:



Giảm phân không xảy ra trao đổi chéo



Sau kì đầu, các NST đã được nhân đôi và ở trong trạng thái kép, vào kì giữa các NST kép này xếp thành 2 hàng tương ứng với nhau. Để dễ hiểu hơn ta xét ví dụ sau:

$$AaBb \Rightarrow AAaaBBbb \Rightarrow \begin{pmatrix} AA & aa \\ BB & bb \end{pmatrix} \text{ hoặc } \begin{pmatrix} AA & aa \\ bb & BB \end{pmatrix}$$

Nếu như xét trong 1 kiểu gen có n cặp dị hợp, vậy ta sẽ có n vị trí sắp xếp, vì vị trí số 1 nếu ta đảo lại thì vẫn như nhau nên coi nó giữ nguyên, vị trí số 2 có 2 cách chọn, vị trí số 3 có 2 cách chọn...vị trí thứ n cũng có 2 cách chọn, tổng quát ta có số cách sắp xếp (k) được tính bằng công thức:

$$k = 2^{n-1}$$

Tổng số giao tử tạo ra khi cơ thể mang bộ NST $2n$ giảm phân là

2^n trong đó n là tất cả cặp dị hợp, giảm phân không trao đổi chéo

2^{n-k} trong đó có n cặp NST, k cặp đồng hợp

2^{n+k} trong đó n cặp dị hợp, k cặp trao đổi chéo tại 1 điểm

$2^n \cdot 3^k$ trong đó n là số cặp dị hợp, k cặp xảy ra trao đổi chéo tại 2 điểm không cùng lúc

$2^n \cdot 4^k$ trong đó n là số cặp dị hợp, k cặp trao đổi chéo tại 2 điểm cùng lúc

Xét bộ NST của loài là $2n$, trong đó 1 nửa là nguồn gốc từ mẹ, một nửa có nguồn gốc từ bố. Vậy số giao tử sinh ra chứa a NST có nguồn gốc bên ngoài là C_n^a , chứa b NST có nguồn gốc từ bên nội là C_n^b

(bạn đọc tự tham khảo cách chứng minh, cái này ở trên mạng có)

Đột biến giảm phân

Quá trình giảm phân có thể xảy ra sai sót trong giảm phân 1 hoặc giảm phân 2. Nếu giảm phân 1 có 1 cặp nhiễm sắc thể nào đó không phân li sẽ tạo ra giao tử mang $n + 1$ và $n - 1$ NST. Ví dụ kiểu gen Aa giảm phân không phân li trong kì đầu sẽ tạo ra $2Aa : 2O$ tức $1(n+1) : 1(n-1)$. Nếu giảm phân 1 diễn ra bình thường, giảm phân 2 bất thường sẽ tạo ra giao tử mang $n + 1$ và $n - 1$ NST. Ví dụ Aa giảm phân 1 bình thường, giảm phân 2 không phân li sẽ cho ra $AA : O : a : a$ hoặc $A : A : aa : O$ hoặc $AA : O : aa : O$..v v

Giảm phân ở cơ thể đột biến

Cơ thể mang ba nhiễm kép ($2n + 1+1$) hoặc 4 nhiễm ($2n + 2$) khi giảm phân cho tỉ lệ giao tử là: $1n : 2(n + 1) : 1(n + 2)$ (vì n có thể đi riêng, có thể đi với NST thứ nhất hoặc 2, hoặc đi chung cả 2 NST). Tương tự như vậy cơ thể 3 nhiễm ($2n + 1$) giảm phân cho tỉ lệ: $1n : 1(n+1)$

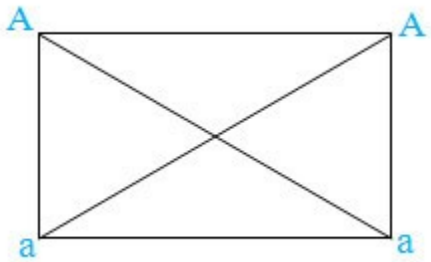
$$\text{Cơ thể } Aaa \text{ giảm phân cho ra: } \frac{2}{6} Aa + \frac{1}{6} A + \frac{1}{6} aa + \frac{2}{6} a = 1$$

$$\text{Cơ thể } Aaaa \text{ giảm phân cho ra: } \frac{3}{6} Aa + \frac{3}{6} aa = 1$$

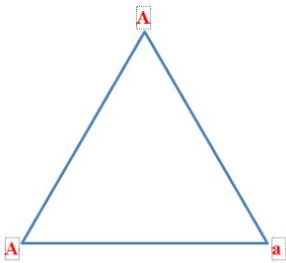
Để tìm tỉ lệ giao tử ta có thể vẽ hình vuông, tam giác hoặc nhân trực tiếp.

Cách vẽ hình

$AAaa$ (tỉ lệ giao tử = sự kết hợp giao tử 6 đường thẳng)

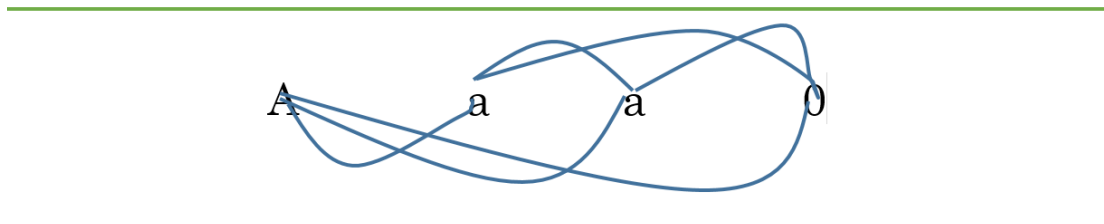


AAa (tỉ lệ giao tử = sự kết hợp của 3 đường thẳng với 3 giao tử ở 3 góc)

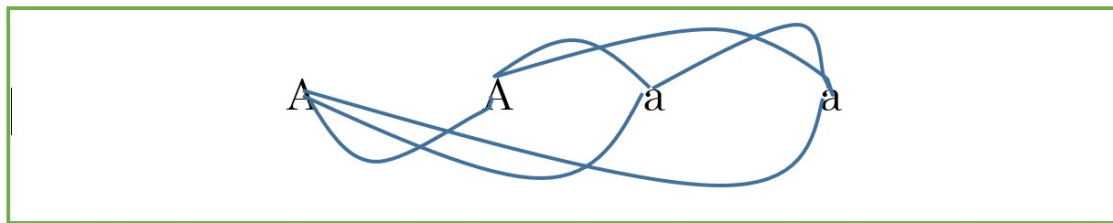


Cách nhân trực tiếp

Aaa : thêm alen ảo O phía sau, tổ hợp 2 chập 4 ta được: $\frac{2}{6}Aa + \frac{1}{6}A + \frac{1}{6}aa + \frac{2}{6}a$



AAaa



Nếu là cơ thể tam nhiễm hoặc 3 nhiễm ví dụ (Aaa) có thể thêm 1 alen ảo phía sau kí hiệu đó là O hay AaaO, đánh số vị trí A tương ứng là 1, a – 2, a – 3, O – 4. Kết hợp lần lượt theo thứ tự 1 – 2, 1 – 3, 1 – 4, 2 – 3, 2 – 4, 3 – 4 (tổ hợp 2 chập 4) sau đó chia tỉ lệ. Nếu cơ thể tứ bội hoặc 4 nhiễm thì không cần thêm alen ảo phía sau, đánh số và làm tương tự.

Ví dụ ta có: AAAaaa (6n) giảm phân, giao tử chứa 3NST trong 6NST, vậy tỉ lệ giao tử là 1AAA: 9Aaa: 9Aaaa: 1aaa

Thực tế tinh trùng mang bộ NST $n + 1$ không có khả năng sống, cơ thể $2n + 1$ hoặc $3n$ ít có khả năng sinh sản hữu tính. Vì vậy việc tính toán ở đây chỉ dựa trên lí thuyết.

Về nguyên phân giảm phân ta có một bài tập nhỏ như sau:

Ví dụ

một nhóm tế bào sinh tinh mang kiểu gen $AaBb \frac{DE}{de} \frac{Mn}{mN}$ tiến hành giảm phân.

Tìm số tế bào ít nhất để sau giảm phân có thể có đầy đủ các loại giao tử.

Hướng dẫn

Ta có số loại giao tử có thể có là $2.2.4.4 = 64$. Gọi số thể bào sinh tinh tham gia giảm phân là a ta có $4a \geq 64 \Leftrightarrow a \geq 16$, dấu '=' xảy ra khi $a = 16$. Vậy số tế bào cần thiết là 16.

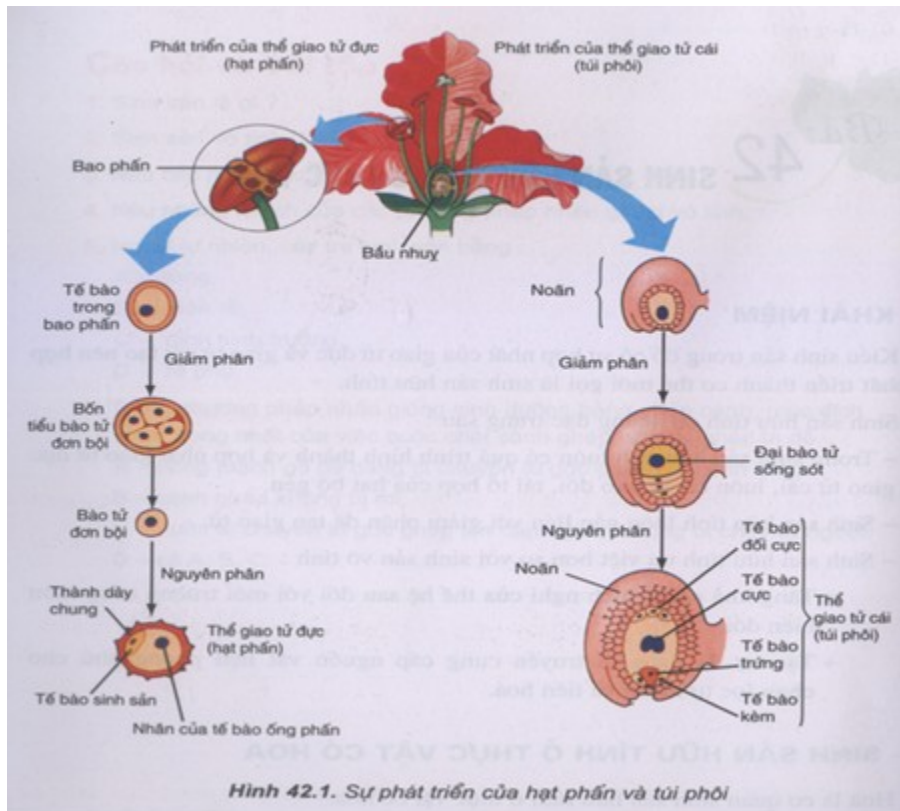
Giảm phân ở thực vật

Hình thành hạt phấn

Tế bào trong bao phấn $2n$ giảm phân tạo ra 4 bào tử đực đơn bội n , mỗi tế bào n lại nguyên phân tạo 1 hạt phấn n .

Hình thành túi phôi

Tế bào noãn ($2n$) giảm phân tạo 4 tế bào (n), 3 tế bào tiêu biến và 1 tế bào nguyên phân tạo túi phôi chứa 8 nhân (thể giao tử cái)



Hình 42.1. Sự phát triển của hạt phấn và túi phôi

Quá trình thụ phấn và thụ tinh

Thụ phấn

Thụ phấn là là quá trình vận chuyển hạt phấn từ nhị đến núm nhụy. Có 2 hình thức thụ phấn: Tự thụ phấn (hạt phấn của hoa cây nào thụ phấn cho hoa cây đó) và thụ phấn chéo (hạt phấn của cây này thụ phấn cho hoa của cây khác cùng loài). Thực vật hạt kín thụ phấn nhờ côn trùng, nước, gió, chim hoặc người.

Thụ tinh

Thụ tinh là sự hợp nhất của nhân giao tử đực với nhân của tế bào trứng trong túi phôi để hình thành nên hợp tử ($2n$), khởi đầu của cá thể mới. Quá trình thụ tinh kép: Tế bào ống phấn trong hạt phấn nảy mầm tạo ra ống phấn. Ống phấn sinh trưởng xuyên qua vòi nhụy, qua lỗ túi phôi vào túi phôi → giải phóng 2 giao tử, một giao tử (n) hợp nhất với tế bào trứng tạo thành hợp tử ($2n$), một nhân còn lại (n) hợp nhất với nhân cực ($2n$) ở trung tâm túi phôi tạo thành nhân tam bội ($3n$), phát triển thành nội nhũ cung cấp dinh dưỡng cho phôi.

+ Giao tử đực 1 (n) + trứng (noãn cầu) (n) → hợp tử ($2n$)

+ Giao tử đực 2 (n) + nhân cực ($2n$) → nhân nội nhũ ($3n$)

LAI

SƠ LƯỢC VỀ CÁC KHÁI NIỆM

Gen

Gen là một đoạn ADN mang thông tin mã hoá cho sản phẩm nhất định, sản phẩm đó có thể là protein hoặc ARN. Gen đột biến là gen bị biến đổi từ gen gốc.

Tính trạng

Tính trạng là một đặc điểm về hình thái, cấu tạo, sinh lí... của cơ thể. Ví dụ: màu hoa ở hoa Hà Lan, hình dạng quả ở bí ngô.

Kiểu hình

Kiểu hình là một tính trạng nào đó của cơ thể biểu hiện ở các dạng đặc tính khác nhau. Ví dụ màu hoa ở đậu Hà Lan có các màu sắc như trắng, đỏ, hồng. Hình dạng quả bí ngô như tròn, dẹt, dài.

Thể đột biến là các cá thể mang gen đột biến biểu hiện ra kiểu hình.

Kí hiệu kiểu hình ví dụ:

$A-B$ hoặc $A_{-}B_{-}$: kiểu hình phụ thuộc vào alen trội A và B

$A-bb$ hoặc $A_{-}bb$: kiểu hình phụ thuộc vào alen trội A và alen lặn b

Alen

Alen là các bản sao của cùng 1 gen, các bản sao này giống nhau về kích thước, khác nhau ở một hoặc một số cặp Nucleotic. Các alen khác nhau của cùng 1 gen quy định tính trạng giống nhau nhưng kiểu hình có thể khác nhau phụ thuộc vào tổ hợp giữa chúng, hoặc tổ hợp với các alen thuộc gen khác, ví dụ gen X có 2 alen là A và a. Gen Y gồm 2 alen là B và b. Tổ hợp Aa cho kiểu hình hoa đỏ hoặc AaBb cũng cho kiểu hình hoa đỏ.

Alen trội hiểu đơn giản là Alen quyết định biểu hiện nên kiểu hình, kí hiệu thường gặp của alen trội là chữ in hoa. Alen lặn hiểu đơn giản là alen không biểu hiện được kiểu hình khi ở trong tổ hợp với alen khác trong cùng 1 gen. Kí hiệu thường gặp của alen lặn là chữ thường. Ngoài ra còn có gen đa alen. Ví dụ gen X gồm có 3 alen là a_1, a_2, a_3 . Nếu alen a_1 trội hơn a_2 , a_2 trội hơn a_3 thì ta thường dùng kí hiệu lạm dụng toán học một chút đó là $a_1 > a_2 > a_3$. Thực ra định nghĩa trội lặn phức tạp. Ví dụ, kiểu gen Bb, Alen B cũng tạo ra sản phẩm, alen b cũng tạo ra sản phẩm, nhưng sản phẩm của gen b không đủ để có thể biểu hiện ra kiểu hình.

Kiểu gen

Kiểu gen là tổ hợp gen quy định nên kiểu hình. Ví dụ kiểu gen AaBb quy định quả bí tròn

Kiểu gen đồng hợp là ví dụ: AABBccdd

Kiểu gen dị hợp ví dụ: AaBBDDee

Lai

Lai là sự gặp gỡ và kết hợp giữa giao tử đực và giao tử cái.

Lai phân tích là cho cá thể chưa biết kiểu gen lai với cá thể mang kiểu gen đồng hợp lặn. Ý nghĩa của lai phân tích thường là dùng để xác định kiểu gen của cá thể đem lai.

Lai thuận nghịch là hoán đổi tính trạng đem lai của bố mẹ cho nhau. Ví dụ bố xanh lai với mẹ đỏ là lai thuận, lai nghịch là bố đỏ x mẹ xanh. Ý nghĩa của phép lai thuận nghịch thường dùng để xác định vị trí gen thuộc NST trong tế bào hay gen ở trong ti thể, lập thể thuộc tế bào chất.

Lai trở lại là cho con lai lai ngược lại với bố hoặc mẹ qua 1 hoặc nhiều thế hệ. Ý nghĩa của phương pháp lai trở lại này là tạo nên dòng thuần chủng. Dòng thuần chủng là những cá thể mang kiểu gen đồng hợp. Ở đây, miễn sao những kiểu gen chúng ta quan tâm đồng hợp thì đó là thuần chủng.

PHÉP LAI

TỔNG QUÁT

Toán lai thực chất là sự gặp gỡ của giao tử đực và giao tử cái, chúng kết hợp với nhau tạo thành hợp tử. Vì vậy, lai sẽ là kết quả của quá trình tổ hợp các gen tạo nên giao tử, sau đó các giao tử kết hợp với nhau nên thành hợp tử, mỗi hợp tử là một kiểu gen, mỗi kiểu gen biểu hiện thành kiểu hình tương ứng. Vậy tóm lại, một quá trình của lai bao gồm 4 bước chính:

1. Tạo giao tử
2. Tổ hợp giao tử
3. Hình thành nên kiểu gen
4. Biểu hiện kiểu hình

Trong phép lai, để kí hiệu 2 cá thể nào đấy lai với nhau người ta kí hiệu là dấu “x”. Ví dụ $Aa \times Aa$, *bố tóc xoăn x mẹ tóc thẳng...* v.v. Dấu “x” ở đây có bản chất tương tự như dấu “nhân” trong toán học nhưng nó linh động hơn. Ví dụ $Aa \times Aa \neq Aa.Aa = A^2a^2$. Đúng sẽ là $Aa \times Aa = (A+a)(A+a) = AA + 2Aa + aa = A^2 + 2Aa + a^2$. Việc hiểu và áp dụng “nhân” hoặc “lai” cần phải linh hoạt và hợp lí.

Toán lai có 2 bài toán lớn là: bài toán thuận và bài toán nghịch. Bài toán thuận đi “xuôi dòng” theo thứ tự các bước $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ như ở trên. Bài toán nghịch đi theo chiều ngược lại là $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Xét về mức độ khó, bài toán thuận thường dễ xử lí hơn so với bài toán nghịch, nhưng trong nhiều trường hợp, bài toán thuận khá rối rắm.

Trình tự giải bài toán thuận theo cổ điển theo các bước (sơ đồ lai).

1. Gọi tên giao tử. Ví dụ: A: hoa đỏ; a: hoa trắng
2. Viết phép lai của P (parent): P là thế hệ bố mẹ ví dụ: P: $Aa \times Aa$.
3. Viết giao tử G: ví dụ G (A, a) (A, a)
4. Lập bảng chéo
5. Từ bản chéo tóm lược kiểu gen và kiểu hình

Trình tự giải bài toán nghịch theo cách mình thường thấy gồm có 2 bước lớn:

1. Biện luận kiểu gen đem lai (biện luận trội lặn, quy luật, vị trí gen, sự liên kết v.v)
2. Viết sơ đồ lai kiểm chứng giả thuyết (giống bài toán thuận)

Các cách giải trên khá dài và khá rối nếu gặp những bài khó. Việc giải theo cách trên mang tính chất lịch sử. Có lẽ vì ghi nhớ công ơn của Mendel đã tìm ra quy luật của toán lai, ông cũng là

người dùng sơ đồ lai theo cách trên để kiểm chứng suy luận của mình, trên cơ sở giả thuyết ông đưa ra dựa trên xác suất thống kê trước đó.

Để dễ dàng theo dõi những phần bên dưới, chúng ta có tóm tắt bài toán thuận theo quá trình 4 bước như sau:

1. Tạo giao tử
2. Tổ hợp giao tử
3. Hình thành nên kiểu gen
4. Biểu hiện kiểu hình

Chúng ta chia các nghịch ra làm cách dạng nhỏ như sau:

1. Từ kiểu hình đời con suy ngược kiểu gen đời con
2. Từ kiểu hình đời con suy ngược kiểu gen đem lai của bố mẹ

Chúng ta còn có thể xem bài toán thuận như là khai triển đa thức, bài toán nghịch như phân tích đa thức thành nhân tử.

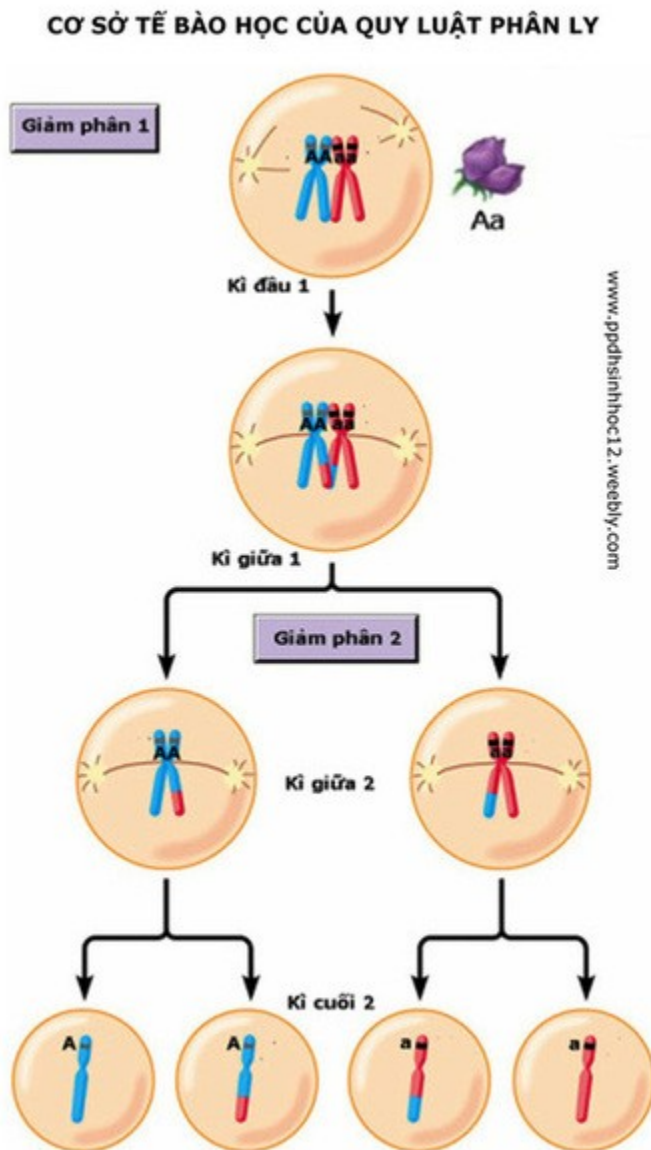
BÀI TOÁN THUẬN

BƯỚC 1: QUÁ TRÌNH TẠO GIAO TỬ

Mở đầu

Giảm phân ở cơ thể có kiểu gen phân li độc lập

Ta có sơ đồ đơn giản kiểu gen Aa giảm phân như sau:



Chú thích: kì đầu 1 tế bào Aa nhân đôi nên ta sẽ có tế bào mang $2n$ kép ($Aaaa$). Đến kì giữa tế bào xếp thành 2 hàng ($AA --- aa$). Lưu ý tế bào sẽ không xếp theo ($Aa ---- Aa$) do alen A nhân đôi thành AA , 2 alen này dính với nhau ở tâm động nên sẽ đứng cùng nhau. Alen a cũng tương tự như thế nên sẽ không có trường hợp ($Aa-----Aa$). Đến kì sau chúng ta sẽ có 2 tế bào con mang n kép là AA và aa . Đến kì phân bào thứ 2, kì này thực chất là nguyên phân, AA nguyên phân cho ra 2 tế bào con là A, A . aa cho ra 2 tế bào là a, a . tỉ lệ giữa A và A là $2:2 = 1:1$ Để cho gọn chúng ta coi Aa giảm phân cho ra $A, a = (A + a)$. Nếu lấy xác suất chúng ta có $Aa \rightarrow A, a = \left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}a\right)$

Nếu cơ thể có bộ NST $AaBb$ giảm phân thì sau kì đầu, các NST đã được nhân đôi và ở trong trạng thái kép, vào kì giữa các NST kép này xếp thành 2 hàng tương ứng với nhau. Để dễ hiểu hơn ta có sơ đồ:

$$AaBb \Rightarrow AAaaBBbb \Rightarrow \begin{pmatrix} AA & aa \\ BB & bb \end{pmatrix} \text{ hoặc } \begin{pmatrix} AA & aa \\ bb & BB \end{pmatrix}$$

Lúc này ta thấy vị trí đứng của Alen sự là sự tổ hợp của (AA, aa) với (BB, bb) nên ta có biểu thức $(AA+aa)(BB+bb)$. Khi bước vào giảm phân 2, bộ NST sẽ giảm đi một nửa từ n kép chuyển thành n đơn nên ta có biểu thức $(A+a)(B+b)=AB+Ab+aB+ab$. Vậy chúng ta có thể biểu diễn quá trình giảm phân của AaBb về dạng biểu thức là $(A+a)(B+b)$, mà $(A+a)$ là kết quả của giảm phân của Aa, $(B+b)$ là kết quả giảm phân của Bb, do đó $(A+a)(B+b)=Aa.Bb=Aa \times Bb$. Vậy ta có thể viết tóm tắt quá trình giảm phân của cơ thể AaBb là:

$$AaBb = Aa \times Bb = (A+a)(B+b) = AB + Ab + aB + ab$$

Để đơn giản hơn chúng ta có cách hiểu như sau: Ta biết rằng các NST luôn đứng với nhau từng cặp, khi giảm phân, bộ nhiễm sắc thể giảm còn một nửa, tức là mỗi vị trí chọn 1 và chỉ 1 trong 2 hoặc nhiều nhiễm sắc thể. Ví dụ AaBbDd khi giảm phân, bộ nhiễm sắc thể giảm đi một nửa, do đó chúng ta sẽ có 3 vị trí đứng của alen. Mà mỗi vị trí chúng ta có 2 cách chọn nên chúng ta có $2.2.2 = 8$ loại giao tử. Chúng ta còn có thể viết lại như sau $AaBbDd \rightarrow (A+a)(B+b)(D+d) =$ số loại giao tử.

Quá trình tạo giao tử có kiểu gen phân li độc lập cần nhớ

Ta có 4AaBb giảm phân cho ra 1AB + 1Ab + 1aB + 1ab. Tương tự 2AaBB cho ra 1AB + 1aB, vv nên ta có các kết quả như sau:

$$9A-B- \rightarrow 4AaBb + 2AaBB + 2AABb + 1AABB \Rightarrow 4AB + 2Ab + 2aB + 1ab$$

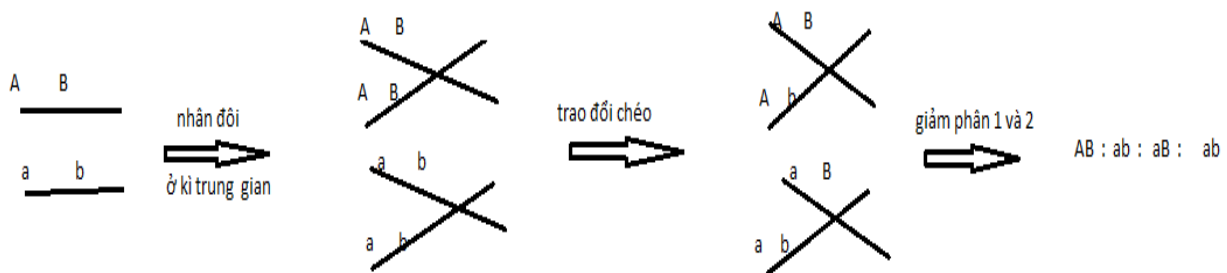
$$3A-bb \rightarrow 2Aabb + 1AAbb \Rightarrow 2Ab + 1ab$$

$$3aaB- \rightarrow 2aaBb + 1aaBB \Rightarrow 2aB + 1ab$$

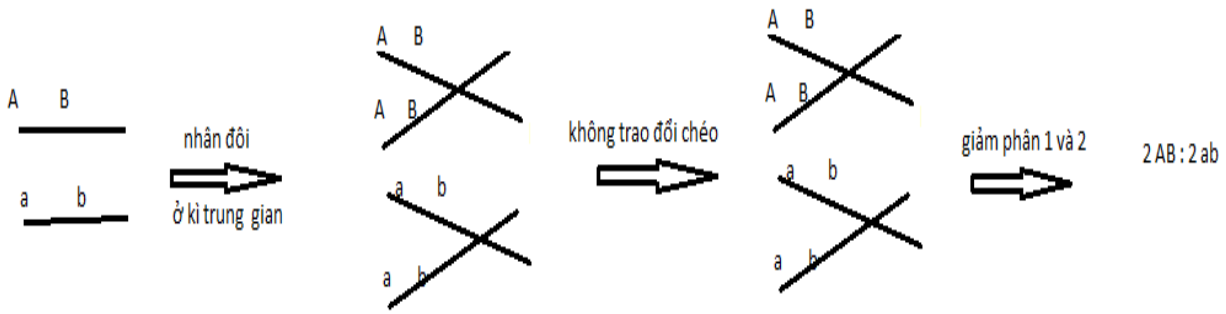
$$1aabb \Rightarrow 1ab$$

Quá trình tạo giao tử có kiểu gen hoán vị

Giảm phân ở cơ thể mang $\frac{AB}{ab}$ có xảy ra trao đổi chéo:



Giảm phân ở cơ thể mang $\frac{AB}{ab}$ không xảy ra trao đổi chéo



Chúng ta nhận thấy rằng cơ thể $\frac{AB}{ab}$, quá trình giảm phân xảy ra trao đổi chéo cho ra 4 tế bào với tỉ lệ $1 AB : 1 Ab : 1 aB : 1 ab$. Giảm phân không xảy ra trao đổi chéo chúng ta thu được 4 loại tế bào với tỉ lệ $2 AB : 2 AB$. Do số tế bào có xảy ra trao đổi chéo trong cơ thể có thể bằng hoặc không bằng số tế bào không xảy ra trao đổi chéo. Gọi số tế bào xảy ra trao đổi chéo là x ; số tế bào không xảy ra trao đổi chéo là y ta có tỉ lệ giao tử như sau:

xảy ra trao đổi chéo: $xAB : xAb : xaB : xab$

không xảy ra trao đổi chéo: $2 yAB : 2 yab$

tỉ lệ giao tử trao đổi chéo là $(Ab + aB) = \frac{2x}{4x + 4y}$

tỉ lệ giao tử không xảy ra trao đổi chéo là: $(AB + ab) = \frac{2x + 4y}{4x + 4y}$

nếu đặt $f = \frac{2x}{4(x+y)}$ ta có $Ab = aB = \frac{f}{2} = \frac{x}{4(x+y)}$,

$AB = ab = \frac{1-f}{2}$

từ đây ta có $f = \frac{\text{tổng số giao tử hoán vị}}{\text{tổng số giao tử được tạo ra}}$

vậy có thể gọi f là tỉ lệ hoán vị hoặc tần số hoán vị đều được. Nhưng xét về thuật ngữ tần số thấy không đúng lắm, vì tần số hay liên tưởng đến số lần của một hiện tượng nào đó lặp lại trên một đơn vị thời gian.

Hoán vị 2 gen thuộc 1 NST tổng quát

Hoán vị gen là hiện tượng gen liên kết không hoàn toàn, vì vậy các alen cùng locus có thể thay đổi vị trí cho nhau. Tần số hoán vị $f \leq 0,5$.

$f = \frac{\text{tổng số giao tử có hoán vị}}{\text{tổng số giao tử tạo ra}}$

giao tử liên kết + giao tử hoán vị = 1

Các NST phân li cùng lúc tạo nên các giao tử có tỉ lệ tương ứng bằng nhau.

ví dụ cơ thể $\frac{AB}{ab}$ giảm phân có $f=0,3$ thì các loại giao tử tạo ra với tỉ lệ

$$\text{giao tử liên kết} : AB=ab=\frac{1-f}{2}=0,35:$$

$$\text{giao tử hoán vị} : Ab=aB=\frac{f}{2}=0,15$$

Hoán vị gen có 3 gen thuộc 1 NST

Xem thêm, không được tùy ý áp dụng, vì hiện nay tồn tại 2 trường phái với 2 công thức khác nhau ở chỗ, công thức phía dưới có nhân thêm lượng $\frac{1}{2}$ ở f (kép thực tế) hay không. Mỗi trường phái có cách chứng minh các nhau, công thức phía dưới được nhiều người theo hơn cả.

Giả sử trật tự của chúng là ABD

$$d(A \Rightarrow B) = f(A, B) + f(\text{kép thực tế})$$

$$d(B \Rightarrow D) = f(B, D) + f(\text{kép thực tế})$$

$$d(A \Rightarrow D) = d(A \Rightarrow B) + d(B \Rightarrow D)$$

$$\text{hệ số trùng lặp}(C) = \frac{f(\text{kép thực tế})}{f(\text{kép lý thuyết})}$$

Quá trình tạo giao tử có kiểu gen đột biến

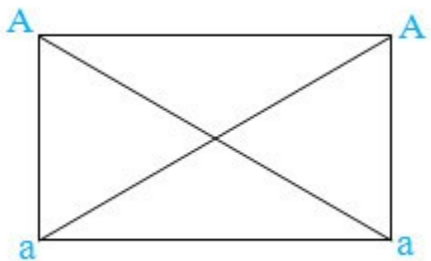
$$\text{Cơ thể } Aaa \text{ giảm phân cho ra: } \frac{2}{6} Aa + \frac{1}{6} A + \frac{1}{6} aa + \frac{2}{6} a = 1$$

$$\text{Cơ thể } Aaaa \text{ giảm phân cho ra: } \frac{3}{6} Aa + \frac{3}{6} aa = 1$$

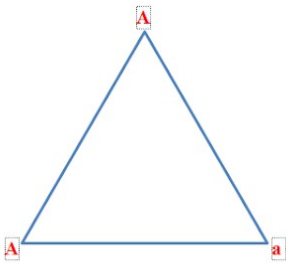
Tìm tỉ lệ giao tử ta dùng dùng quy tắc tổ hợp để tìm tỉ lệ giao tử. Chúng ta có thể vẽ hình vuông, tam giác hoặc nhân trực tiếp.

Cách vẽ hình

AAaa (tỉ lệ giao tử = sự kết hợp giao tử 6 đường thẳng)

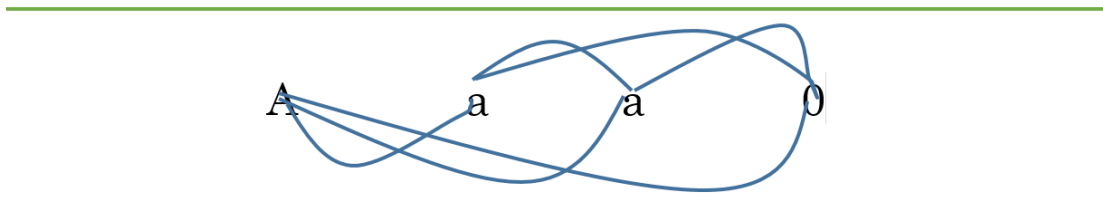


AAa (tỉ lệ giao tử = sự kết hợp của 3 đường thẳng với 3 giao tử ở 3 góc)

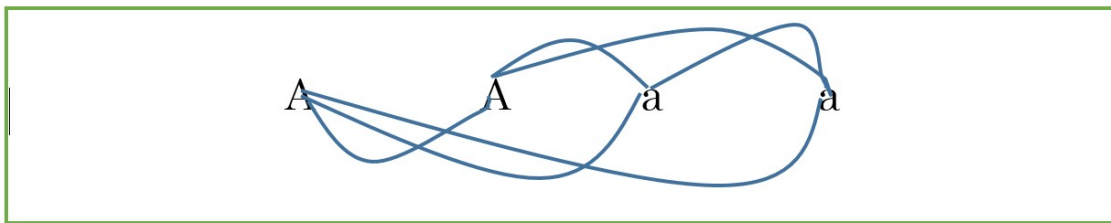


Cách nhân trực tiếp

Aaa : thêm alen ảo O phía sau, tổ hợp 2 cặp 4 ta được: $\frac{2}{6} Aa + \frac{1}{6} A + \frac{1}{6} aa + \frac{2}{6} a$



AAaa



Nếu là cơ thể tam nhiễm hoặc 3 nhiễm ví dụ (Aaa) có thể thêm 1 alen ảo phía sau kí hiệu đó là O hay AaaO, đánh số vị trí A tương ứng là 1, a – 2, a – 3, O – 4. Kết hợp lần lượt theo thứ tự 1 – 2, 1 - 3, 1 - 4, 2 - 3, 2 - 4, 3 – 4 (tổ hợp 2 cặp 4) sau đó chia tỉ lệ. Nếu cơ thể tứ bội hoặc 4 nhiễm thì không cần thêm alen ảo phía sau, đánh số và làm tương tự.

Ví dụ ta có: AAAaaa (6n) giảm phân, giao tử chứa 3NST trong 6NST, vậy tỉ lệ giao tử là 1AAA: 9Aaa: 9Aaaa: 1aaa

Thực tế tình trạng mang bộ NST $n + 1$ không có khả năng sống, cơ thể $2n + 1$ hoặc $3n$ ít có khả năng sinh sản hữu tính. Vì vậy việc tính toán ở đây chỉ dựa trên lí thuyết.

BƯỚC 2: QUÁ TRÌNH TỔ HỢP GIAO TỬ

Tổ hợp giao tử là sự kết hợp ngẫu nhiên, do đó chúng ta có công thức tổng quát như sau:

Tổ hợp giao tử = giao tử bên bố x giao tử bên mẹ, khi bố là AaBbDd, mẹ là AaBbDD ta có thể viết quá trình tổ hợp lại như sau:

$$(A+a)(B+b)(D+d) \times (A+a)(B+b)(D+D)$$

$$\downarrow (A+a)(A+a)(B+b)(B+b)(D+d)(D+D)$$

$$\downarrow (A+a)^2(B+b)^2(D+d)(D+D)$$

$$\downarrow (Aa \times Aa)(Bb \times Bb)(Dd \times DD)$$

Từ đây ta có thể nhận xét rằng, phép có kiểu gen gồm nhiều locus gen thực chất là tổ hợp của nhiều phép lai nhỏ. Mỗi phép lai nhỏ tương ứng với phép lai của 1 locus gen.

Ví dụ 1: cho phép lai AaBbDD x AaBbDd

Tìm tỉ lệ kiểu gen mang 3 alen trội?

$$\text{ta có: } AaBbDD \times AaBbDd \Rightarrow (Aa \times Aa)(Bb \times Bb)(DD \times Dd)$$

$$\downarrow \left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}a\right)\left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}a\right)\left(\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}b\right)(D)\left(\frac{1}{2}D + \frac{1}{2}d\right)(1)$$

Do vai trò của các alen là như nhau nên ta có thể quy tất cả alen trội về x và alen lặn về y, khi đó:

$$(1) = \frac{1}{32}(x+y)^5 \cdot x = \frac{1}{32} \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{k+1} \cdot y^{5-k} (k \in N, k \leq 5)$$

theo đề bài số số alen trội là 3 nghĩa là bậc của x bằng 3, suy ra $k=2$

$$\text{thay vào ta có: } \frac{C_5^2}{32} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

đối với phép lai có nhiều kiểu gen hơn thực hiện tương tự

đặc biệt khi cho cá thể dị hợp hoàn toàn tự thụ, tỉ lệ đời con mang k alen trội là $\frac{C_n^k}{2^n}$

Ví dụ 2 Cho phép lai AaBbDD x aaBbDd

Tìm tỉ lệ kiểu gen đời con mang 1 cặp gen dị hợp

$$\text{ta có: } AaBbDD \times aaBbDd \Rightarrow \left(\frac{1}{2}Aa + \frac{1}{2}aa\right)\left(\frac{1}{4}BB + \frac{1}{2}Bb + \frac{1}{4}bb\right)\left(\frac{1}{2}DD + \frac{1}{2}Dd\right)(1)$$

Do vai trò của kiểu gen đồng hợp và dị hợp là như nhau nên ta có thể quy tất cả các kiểu gen trên về x, y. Trong đó x là kiểu gen dị hợp, y là kiểu gen đồng hợp, vậy:

$$(1) = \frac{1}{8}(x+y)^3 = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^3 C_3^k x^k y^{3-k} (k \in N, k \leq 3)$$

vì có 1 cặp gen dị hợp nên bậc của x bằng 1 hay $k=1$, vậy giá trị cần tìm là $\frac{3}{8}$

BƯỚC 3. QUÁ TRÌNH HÌNH THÀNH NỀN KIỂU GEN

Do lai là sự tổ hợp của nhiều phép lai nhỏ, nên số kiểu gen đời con sẽ là sự tổ hợp của kiểu gen trong các phép lai nhỏ này. Ví dụ. $AaBbDd \times AaBbDD$, phép lai trong trường hợp này được biểu diễn thành $(Aa \times Aa)(Bb \times Bb)(Dd \times DD)$. Ta có $Aa \times Aa = (A+a)(A+a) = AA + 2Aa + aa$ nên đời con cho ra 3 kiểu, tương tự $Bb \times Bb$ cho ra 3 kiểu, $Dd \times DD$ cho ra 2 kiểu. Vậy số kiểu gen đời con sẽ là $3.3.2 = 18$ kiểu.

Nhưng không phải trường hợp nào người ta cũng cho số cặp gen, hoặc trường hợp gen liên kết, có hiện tượng hoán vị chẳng hạn thì kiểu gen tạo ra sẽ lớn hơn nhiều. Ví dụ phép lai $\frac{AB}{ab} \times \frac{AB}{ab}$ có hoán vị 2 bên cho ra 10 loại kiểu gen chứ không phải 9 loại như phép lai $AaBb \times AaBb$. Vậy nên ta sẽ đi tìm công thức tổng quát.

Số kiểu gen tối đa chỉ xét trên 1 cặp NST thường.

Lai thực chất là xác suất gặp gỡ của các giao tử nên toán lai cơ bản cũng giống như toán tổ hợp và xác suất. Vì vậy khi cho 2 cá thể cùng loài lai với nhau ta có các kiểu gen có thể có của thế hệ con sẽ bằng tổng kiểu tổ hợp trừ đi tổ hợp giống nhau hay:

$$N = xy - C_n^2 = xy - \frac{n^2 - n}{2}$$

Ta có cách chứng minh khác dễ hiểu hơn như sau:

Trong quá trình giảm phân của bố và mẹ, các giao tử được có thể giống hoặc khác giao tử cái về thành phần alen, gọi số giao tử giống nhau giữa cá thể đực và cái là n , ta có: mẹ sẽ cho ra $a + n$ giao tử khác nhau, bố sẽ cho ra $b + n$ giao tử khác nhau.

cho bố mẹ lai với nhau ta có: $(a+n)(b+n) = ab + an + bn + n^2$

do $a \neq b \neq n$ nên các kiểu gen tạo ra từ tổ hợp a với b , b với n , a với n bằng ab , bn , an

Tổ hợp n với n vì có các giao tử giống nhau hoàn toàn nên sẽ có n kiểu gen đồng hợp và C_n^2 kiểu gen dị hợp. Vậy số kiểu gen tạo ra từ n^2 sẽ là $n + C_n^2$, ta lại có $n + C_n^2 = n^2 - C_n^2$ nên

$$(a+n)(b+n) = ab + an + bn + n^2 \rightarrow ab + an + bn + n + C_n^2$$

$$\rightarrow ab + an + bn + n^2 - C_n^2$$

$$\rightarrow (a+n)(b+n) - C_n^2$$

$$\text{nếu đặt } a+n = x, b+n = y \text{ ta được: } xy - C_n^2 = xy - \frac{n^2 - n}{2}$$

Với N là số kiểu gen có thể có, x là giao tử khác nhau bên bố, y là số giao tử khác nhau bên mẹ, n là số giao tử giống nhau giữa bố và mẹ.

Ví dụ 1

xét phép lai $\frac{AB}{ab} \times \frac{AB}{ab}$ có hoán vị 2 bên:

ta có $x=4, y=4, n=4$

$$\rightarrow \text{vậy tổng số kiểu gen sẽ là } N = 4.4 - \frac{4^2 - 4}{2} = 5 + 2 + 2 + 1 = 10$$

Kiểm chứng:

$A-B-$: có 5 kiểu gen là $\frac{AB}{AB}, \frac{AB}{aB}, \frac{AB}{Ab}, \frac{AB}{ab}, \frac{Ab}{aB}$

$A-bb$: có 2 kiểu gen là $\frac{Ab}{Ab}, \frac{Ab}{ab}$

$aaB-$: có 2 kiểu gen là $\frac{aB}{aB}, \frac{aB}{ab}$

$aabb$: có 1 kiểu gen là $\frac{ab}{ab}$

Ví dụ 2.

cho $Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd}$, đời F 1 có tối đa bao nhiêu kiểu gen ?

hướng dẫn

$$\text{ta có } Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd} = (Aa \times Aa) \left(\frac{BD}{bd} \times \frac{BD}{bd} \right)$$

$$Aa \times Aa: x=2, y=2, n=2 \rightarrow 2.2 - \frac{2^2 - 2}{2} = 3$$

$$\frac{BD}{bd} \times \frac{BD}{bd}: x=4, y=4, n=4 \rightarrow 4.4 - \frac{4^2 - 4}{2} = 10$$

vậy số kiểu gen F 1 max là: $3.10 = 30$ kiểu

Số kiểu gen tối đa trong quần thể

Có n alen của một gen nằm trên cùng 1 NST thường

$$N = \frac{n(n+1)}{2}$$

Chứng minh công thức này. Đơn giản ta có nếu có n alen khác nhau thì sẽ có n kiểu gen đồng hợp và sẽ có C_n^2 kiểu gen dị hợp nên tổng số kiểu gen sẽ là $n + C_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$

Ví dụ gen K có 2 alen là A, a nên ta có $N = \frac{2(2+1)}{2} = 3$ kiểu là AA, Aa, aa

Có a_1 alen của gen thứ nhất, a_2 của gen thứ 2.....có a_n gen của gen thứ n liên kết trên cùng NST thường

$$N = \frac{a_1 a_2 \dots a_n (a_1 a_2 \dots a_n + 1)}{2}$$

Chứng minh công thức này đơn giản ta có NST có 2 chiếc, chiếc thứ nhất có $a_1 a_2 \dots a_n$ loại, chiếc thứ 2 cũng có $a_1 a_2 \dots a_n$ loại. Kết hợp 2 chiếc thứ nhất và thứ 2 giống như công thức $N = \frac{n(n+1)}{2}$ nên ta có công thức tổng quát ở trên.

Gen liên kết với NST X, có hoặc không có alen trên Y

XX có 2 chiếc giống nhau hoàn toàn, ta có thể xem nó như NST thường vì vậy tính số kiểu gen như NST thường.

$$N_{XY} = (\text{giao tử khác nhau bên X}) \times (\text{giao tử khác nhau bên Y})$$

Kiểu lai

$$Q = \frac{N(N+1)}{2} \text{ điều kiện: gen thuộc NST thường}$$

$$Q = N_{\text{cái}} \cdot N_{\text{đực}} \text{ điều kiện: có ít nhất 1 gen thuộc NST giới tính}$$

BUỚC 4. QUÁ TRÌNH BIỂU HIỆN THÀNH TÍNH TRẠNG

Thông thường, do gen có tính trội lặn nên 1 hoặc nhiều kiểu gen sẽ biểu hiện 1 tính trạng. Ví dụ A: hoa đỏ, a: hoa trắng thì kiểu gen AA, Aa sẽ biểu hiện hoa đỏ, aa sẽ biểu hiện hoa trắng. Trong trường hợp 1 phân tử protein là sự kết hợp của nhiều gen khác nhau, hoặc 1 kiểu hình là kết quả tương tác của nhiều phân tử protein nên chúng ta có nhiều gen sẽ biểu hiện 1 tính trạng, tiêu biểu trường hợp này là tương tác.

Ví dụ: A-B-: hoa đỏ; A-bb: hoa trắng; aaB-: hoa trắng; aabb: hoa trắng.

TỈ LỆ KIỂU HÌNH

CÔNG THỨC TỔNG QUÁT CỦA PHÉP LAI TRÊN 1 CẶP NST

Xét ví dụ sau:

$$(AB+Ab+aB+ab)^2 = A-B- + A-bb + aaB- + aabb$$

Nếu đặt

$$C_{AB} = (AB+Ab+aB+ab)^2 = C_2$$

$$T_0 = aabb$$

$$T_1 = A-bb+aaB- - T_A + T_B$$

$$T_2 = A-B- - T_{AB}$$

Ta có

$$C_{AB} = T_0 + T_A + T_B + T_{AB} = T_0 + T_1 + T_2 = C_2$$

Tổng quát ta có

$$C_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_n$$

Nhận xét: Tổng số kiểu tổ hợp giao tử bằng tổng số kiểu hình trội giảm dần về 0.

(đáng lẽ ra là phải chỉnh hợp, nhưng do tổ hợp mọi người dùng nhiều nên dùng tử tổ hợp).

Với $n = 0$ ta có

$$C_0 = T_0 = (0+a)^2 = aa \text{ hoặc } aabb \text{ hoặc } aabbdd \text{ vv}$$

với $n=1$ ta có

$$C_1 = T_0 + T_1 \iff (A+a)^2 = aa + A- -$$

Với $n = 2$ ta có

$$C_2 = T_0 + T_1 + T_2 = (AB+Ab+aB+ab)^2 = aabb + A-bb + aaB- + A-B- -$$

TỈ LỆ KIỂU HÌNH KHI XÉT 2 GEN LIÊN KẾT TRÊN 1 NST

Khi cho cá thể có cặp gen liên kết trên NST lai với nhau ta có công thức:

$$C_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_n$$

ta có

$$T_A = C_A - T_0 \iff A-bb = (Ab+ab)(Ab+ab) - aabb$$

$$T_B = C_B - T_0 \iff aaB- - (aB+ab)(aB+ab) - aabb$$

Trong giảm phân với tần số f bất kì ở kiểu gen $\frac{AB}{ab}$ hoặc $\frac{Ab}{aB}$ ta luôn có $Ab+ab=0.5$. Hoặc trong trường hợp phân li độc lập ta cũng có $Ab+ab=0,5$. Do đó công thức trên được thu gọn lại thành:

$$A-bb=0.25-aabb$$

$$aaB-0.25-aabb$$

$$C_2=T_0+T_1+T_2 \iff C_{AB}=T_0+T_A+T_B+T_{AB}$$

$$\iff T_{AB}=A-B-1-(A-bb+aaB-aabb)=0.5+aabb$$

Ta có cách chứng minh khác

Xét gen 2 alen liên kết trên cùng 1 NST. Cá thể thứ nhất cho tỉ lệ giao tử lần lượt là: $AB=ab=x$, $Ab=aB=y$. Cá thể thứ hai cho tỉ lệ giao tử lần lượt là: $AB=ab=m$, $Ab=aB=n$. Khi đó ta có $x+y=m+n=0,5$.

Khi cho cái thể nhất lai với cá thể thứ hai.

$$(AB+ab+Ab+aB)(AB+ab+Ab+aB)=(2x+2y)(2m+2n)=1$$

$$A-B-x+xm+ym+yn+ym+yn=0,5+xm=0,5+aabb$$

Chứng minh tương tự ta tổng quát được công thức:

$$A-bb=aaB-0,25-am=0.25-aabb$$

$$A-B-0,5+aabb$$

$$aabb=xm$$

Tương tự như trên ta tìm được

$$\text{Đồng hợp} = 2[aabb + Aabb]$$

$$\text{dị hợp} = 1 - \text{đồng hợp}$$

$$\text{dị hợp 2 cặp} = \text{đồng hợp}$$

$$\text{dị hợp 1 cặp} = 1 - 4(\text{đồng hợp})$$

ví dụ.

$$\text{tính tỉ lệ } A-bb, aaB-, A-B- \text{ của phép lai } \frac{AB}{ab} \times \frac{AB}{Ab} \text{ với } f=0.3$$

Hướng dẫn

$$\text{ta có } C_A=T_A+T_0 \iff (Ab+ab)(Ab+ab)=A-bb+aabb$$

$$\frac{AB}{ab} \text{ với } f=0.3 \implies (Ab+ab)=0.5; ab=0.45$$

$$\frac{AB}{Ab} \text{ với } f=0.3 \Rightarrow (Ab+ab)=0.5; ab=0$$

$$\Rightarrow A-bb=0.5 \times 0.5 - 0 = 0.25$$

tương tự

$$aaB - (aB+ab)(aB+ab) - aabb$$

$$\Leftrightarrow aaB - 0.5(0+0) - 0 = 0$$

$$A-B-1-0.25-0-0=0.75$$

XÉT 3 GEN LIÊN KẾT TRÊN 1 NST

Ta có

$$C_{ABD} = T_{ABD} + T_{AB} + T_{AD} + T_{BD} + T_A + T_B + T_D + T_0$$

$$T_0 = aabbdd$$

$$T_A = (Abd+abd)(Abd+abd) - aabbdd = C_A - T_0$$

T_B, T_D tương tự

$$C_{AB} = T_{AB} + T_A + T_B + T_0 \Leftrightarrow T_{AB} = C_{AB} - T_A - T_B - T_0$$

$$\Leftrightarrow T_{AB} = C_{AB} - (C_A - T_0) - (C_B - T_0) - T_0 = C_{AB} - C_A - C_B + T_0$$

ví dụ: tính $A-B-dd$ của phép lai

$$\frac{ABD}{abd} (d_{AB}=20 \text{ cmg}; d_{BD}=40 \text{ cmg}) \times \frac{AbD}{aBd} (d_{AB}=10 \text{ cmg}, d_{BD}=20 \text{ cmg})$$

cmg: centimoocgan

Hướng dẫn

$$\text{ta có } Abd + Abd + aBd + abd = \text{const} = 0.5 \Rightarrow C_{AB} = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$$

$$C_A = (Abd+abd)(Abd+abd) = (0.1+0.16)(0.1+0.01) = 0.0286$$

$$C_B = (aBd+abd)(aBd+abd) = (0.04+0.16)(0.34+0.01) = 0.07$$

$$T_0 = 0.16 \times 0.01 = 0.0016$$

$$T_{AB} = A-B-dd = 0.25 - 0.0286 - 0.07 + 0.0016 = 0.153$$

- Thông thường tần số hoán vị của 2 cá thể đem lai bằng nhau. Ví dụ này chỉ mang ý nghĩa lí thuyết toán.

Ta có công thức tổng quát chứng minh khác theo dạng đại số (xem thêm)

Xét 2 cá thể mang 3 gen, mỗi gen có 3 alen, trong giảm phân cá thể thứ nhất và cá thể thứ 2 cho:

$$ABD = abd = a$$

$$Abd = aBD = b = 0,5fA$$

$$Abd = abD = c = 0,5fD$$

$$AbD = aBd = d = 0,5fB$$

$$\text{Ta có } a + b + c + d = 0,5$$

Cho các giao tử trên tổ hợp với nhau tức lấy tích xác suất gặp gỡ giữa chúng nên ta có đẳng thức sau:

$$(2a + 2b + 2c + 2d)^2 = 1$$

khai triển và thu gọn ta có (ghi $A_B_$ cho dễ phân biệt với $A-B$, để không nhầm lẫn với $A - B$)

$$A_{\dot{c}}1 - A_{\dot{c}} - A_{\dot{c}} - A_{bbdd} - aabbdd$$

$$A_{\dot{c}} = [aabbdd + 0,5fD]^2 - aabbdd + \frac{fAfB + fAfD + fBfD}{2}$$

$$A_{\dot{c}}[aabbdd + 0,5fB]^2 - aabbdd + \frac{fAfB + fAfD + fBfD}{2}$$

$$aaB_{\dot{c}}[aabbdd + 0,5fA]^2 - aabbdd + \frac{fAfB + fAfD + fBfD}{2}$$

$$aabbD_{\dot{c}}[aabbdd + 0,5fD]^2 - aabbdd$$

$$aaB_{dd} = [aabbdd + 0,5fB]^2 - aabbdd$$

$$A_{bbdd} = [aabbdd + 0,5fA]^2 - aabbdd$$

$$aabbdd = a^2$$

QUẦN THỂ HÓA PHÉP LAI

Cơ sở của phương pháp này dựa vào tổ hợp các alen, kết hợp với phân tích thành nhân tử các phép lai nhỏ. Ví dụ:

Cho quần thể có cấu trúc $0.2 AABb + 0.2 AaBb + 0.6 aaBB = 1$ giao phối ngẫu nhiên, tính tỉ lệ $A-B-$.

Chúng ta nhận thấy rằng $BB \times Bb$ cho ra $100\%B-$, vậy nên quần thể trên sẽ tương đương với

$$B-(0.2 AA + 0.2 Aa + 0.5 aa)^2 = 1$$

$$p = 0.3; q = 0.7; A-\text{ } 1 - 0.49 = 0.51$$

$$\text{vậy } A-B- \text{ } 51\%$$

Ví dụ 2: cho quần thể có cấu trúc $0.2 AABb + 0.2 AaBb + 0.6 aaBb = 1$, tìm tỉ lệ kiểu hình $A-bb$

$$\text{quần thể trên tương đương với } Bb^2(0.2 AA + 0.2 Aa + 0.6 aa)^2 = 1$$

$$bb = 0.25; A-\text{ } 0.51, A-bb = 12.75\%$$

Ví dụ 3

Cho quần thể có cấu trúc $9A-B- + 3A-bb + 3aaB- + 1aabb = 16$. Lấy toàn bộ $A-B-$ trong quần thể trên đem ngẫu phối với nhau, tính tỉ lệ $A-B-$ ở đời con.

$$\text{Ta có } 9A-B- = 4AB + 2Ab + 2aB + 1ab$$

$$C_{AB} = T_{AB} + T_A + T_B + T$$

$$81 = T_{AB} + 2T_A + T_0 = T_{AB} + 2(3^2 - 1) + 1 \iff T_{AB} = 64$$

$$\implies A-B- \text{ } \frac{64}{81}$$

BÀI TOÁN NGƯỢC**TỪ KIỂU HÌNH ĐỜI CON SUY NGƯỢC KIỂU GEN ĐỜI CON**

Việc tính toán đi từ giao tử, đến kiểu gen, từ kiểu gen đến tính trạng là bài toán thuận, dạng này đơn giản. Nhưng hầu hết các bài toán lai đều là bài toán ngược. Ví dụ từ kiểu hình suy ra kiểu gen, từ kiểu gen đời con suy ra kiểu gen bố mẹ. Chúng ta sẽ đi giải quyết từng trường hợp.

Ta đi tìm công thức tổng quát. Thông thường chúng ta xét mỗi gen có 2 alen. Những công thức phía dưới chỉ áp dụng cho trường hợp gen có 2 alen. Đây là điều kiện thường gặp nhất.

TỪ KIỂU HÌNH ĐỜI CON, SUY NGƯỢC SỐ KIỂU GEN TỐI ĐA CÓ THỂ CÓ CỦA ĐỜI CON

xét kiểu hình $A-B-$. (A, B thuộc NST thường)

Nếu A độc lập với B ta có số kiểu gen sẽ là: $(A-).(B-) = 3.3 = 9$

Nếu A liên kết với B thì:

$\frac{AB}{AB}$: hoán đổi vị trí giữa A, B vẫn như nhau số kiểu gen sẽ là 1

$\frac{AB}{Ab}$ tương tự số kiểu gen trong trường hợp này sẽ là 1

$\frac{AB}{aB} = 1$

$\frac{AB}{ab}$ kiểu gen này khi hoán đổi vị trí giữa A, a; giữa B, b ta có thêm 1 kiểu nữa là $\frac{Ab}{aB}$

Nên nếu A liên kết với B thì kiểu hình $A-B-$ có số kiểu gen tối đa là 5 kiểu.

Ta thử xét thêm kiểu hình $A-B-D-$ (A, B, D thuộc NST thường)

Nếu A độc lập với B, B độc lập với D thì ta có số kiểu gen sẽ là $(A-).(B-).(D-) = 2.2.2 = 8$

Nếu A liên kết với B, B độc lập với D thì ta có số kiểu gen sẽ là $(A-B-).(D-) = 5.3 = 15$. Ta có thể xét thêm trường hợp A liên kết với D và độc lập với B. Tương tự ta có 15 kiểu nữa.

Nếu A liên kết với B, liên kết với D thì ta có:

0 cặp gen dị hợp $\frac{ABD}{ABD}$ cho ra 1 kiểu gen khi hoán đổi vị trí alen

có 1 cặp gen dị hợp: $\frac{ABD}{aBD} = 1$, vai trò a, b, d như nhau nên ta có 3 kiểu: $C_3^1 \cdot 2^0$

có 2 cặp gen dị hợp $\frac{ABD}{abD}$ ta có thêm 6 kiểu: $C_3^2 \cdot 2^1$

3 cặp gen dị : $\frac{ABD}{abd}$ ta có thêm 4 kiểu : $C_3^3 \cdot 2^2$

cộng hết lại $1+3+6+4=14$ kiểu

từ dẫn chứng trên ta thấy kiểu gen tuân theo quy luật $C_n^k \cdot 2^{k-1}$ với :

n : số kiểu hình trội

k : số cặp dị hợp trong kiểu gen cụ thể nào đó

tổng số alen tạo ra tối đa sẽ là $S_n = 1 + C_n^1 \cdot 2^0 + C_n^2 \cdot 2^1 + C_n^3 \cdot 2^2 + \dots + C_n^k \cdot 2^{k-1}$

cho n chạy vài giá trị ta thu được :

$$n=1: S=2$$

$$n=2: S=5=2+3^1$$

$$n=3: S=14=2+3^1+3^2$$

$$n=4: S=41=2+3^2+3^3$$

$$n=5: S=122=2+3^1+3^2+3^3+3^4$$

từ công thức trên nhận thấy đây là cấp số nhân với công bội $q=3$

$$S_{\max} = 2 + \frac{1(3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{3^n + 1}{2}$$

n : số kiểu hình trội

Vậy ta tổng quát được công thức

$$KG_{\max} = \frac{3^n + 1}{2}$$

với n là số kiểu hình trội, công thức này chỉ áp dụng cho nhiều gen 2 alen thuộc 1 cặp NST thường

ví dụ 1

tìm kiểu gen tối đa của kiểu hình $A-B-$, $aaB-$, $A-bb$, $aabb$ biết A liên kết với B trên 1 NST thường

hướng dẫn

$$A-B- : n=2; S = \frac{3^2 + 1}{2} = 5$$

$$aaB- \text{ và } A-bb : n=1; S = \frac{3^1 + 1}{2} = 2$$

$$aabb : n=0; S = \frac{3^0 + 1}{2} = 1$$

Ví dụ 2

tìm kiểu gen tối đa của kiểu hình $A-B-D-$, $aaB-D-$.

khi lai $Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd}$ có hoán vị 2 bên

$A-$ có 2 kiểu là AA, Aa ; $B-D-$ có 5 kiểu gen nên $A-B-D-$ có 10 kiểu gen

$aaB-D-$ 1 x 5 nên có 5 kiểu

TỪ KIỂU HÌNH ĐỜI CON SUY NGƯỢC KIỂU GEN BỐ MẸ

PHƯƠNG PHÁP ĐA THỨC

xét phép lai $Aa \times Aa$ có:

$$Aa \times Aa \rightarrow (A+a) \cdot (A+a) = (A+a)^2 = A^2 + 2Aa + a^2 = AA + 2Aa + aa$$

Ta nhận thấy rằng việc tìm kiểu gen kiểu hình đời con từ kiểu gen kiểu hình của bố mẹ giống như khai triển đa thức $Q = Aa \times Aa$. Việc tìm kiểu gen kiểu hình của bố mẹ cũng giống phân tích đa thức thành nhân tử $AA + 2Aa + aa = (A+a)(A+a) = Aa \times Aa$. Nên đây có lẽ là được xem phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử để tìm kiểu gen bố mẹ. Phương pháp này chỉ thuận lợi khi các gen không tương tác trên 1 cặp NST. Tức tính trạng “độc lập” với nhau. Ví dụ:

Bài tập 1

Cho cây đỗ trơn tự thụ đời con thu được 6 đỗ trơn : 3 vàng trơn : 3 hồng trơn : 2 đỗ nhăn : 1 vàng nhăn : 1 hồng nhăn. Tìm kiểu gen đơn giản nhất của P.

Hướng dẫn

Ta có

6 đỗ trơn + 3 vàng trơn + 3 hồng trơn + 2 đỗ nhăn + 1 vàng nhăn + 1 hồng nhăn

= 3 trơn (2 đỗ + 1 vàng + 1 hồng) + 1 nhăn (2 đỗ + 1 vàng + 1 hồng)

= (3 trơn + 1 nhăn)(2 đỗ + 1 vàng + 1 hồng)

$$\therefore (Aa \times Aa) \left(\frac{Bd}{bD} \times \frac{Bd}{bD} \right)$$

$$\therefore Aa \frac{Bd}{bD} \times Aa \frac{Bd}{bD}$$

Vậy kiểu gen P là $Aa \frac{Bd}{bD}$

Chúng ta nhận thấy rằng, việc phân tích kiểu hình thành nhân tử chúng ta chỉ biết được tỉ lệ kiểu hình khi phân tích các phép lai lớn thành các phép lai nhỏ. Cũng từ đây ta nhận thấy rằng, mỗi phép lai nhỏ sẽ là phép lai đơn giản nhất, chúng sẽ cho ra 1 tỉ lệ nhất định, tổ hợp của nhiều tỉ lệ của phép lai nhỏ sẽ tạo ra tỉ lệ của phép lai lớn. Do đó, việc nhớ tỉ lệ các phép lai nhỏ điển hình là điều cần thiết. Ta có các tỉ lệ gốc:

Tỉ lệ gốc

Chúng ta thừa nhận rằng tỉ lệ 3:1 có được từ phép lai đơn giản nhất là $Aa \times Aa$ hoặc $\frac{AB}{ab} \times \frac{AB}{ab}$ mà không có hoán vị. Tỉ lệ 1:2:1 từ phép lai $Aa \times Aa$ với các kiểu gen trội không hoàn toàn hoặc gen liên kết lai với nhau. Phép lai cho tỉ lệ 1: 2: 1 nên nhớ

$$\frac{Ab}{aB} \times \frac{Ab}{aB}; \frac{Ab}{aB} \times \frac{AB}{ab}; \frac{Ab}{aB} \times \frac{Ab}{ab}; \frac{Ab}{aB} \times \frac{aB}{ab}; \frac{AB}{ab} \times \frac{Ab}{ab}; \frac{AB}{ab} \times \frac{aB}{ab}$$

Phép lai cho tỉ lệ 1: 1: 1: 1

$$\frac{Ab}{ab} \times \frac{aB}{ab}$$

Tổ hợp nhiều tỉ lệ gốc sẽ cho ra nhiều tỉ lệ mới hơn. Ví dụ. tổ hợp của tỉ lệ (3:1) và (3:1) = (3+1)² cho ra tỉ lệ 9 + 3 + 3 + 1. Đại diện của tỉ lệ này là phép lai độc lập 2 tính trạng

$$\begin{aligned} AaBb \times AaBb &\rightarrow (Aa \times Aa).(Bb \times Bb) = (A+a)^2(B+b)^2 \\ &= (3A- + 1aa)(3B- + 1bb) \\ &= 9 + 3 + 3 + 1. \end{aligned}$$

Ta có các tỉ lệ từ tổ hợp 3 tỉ lệ trên:

$$(3:1) \text{ với } (3:1) = 9:3:3:1$$

$$(3:1) \text{ với } (1:2:1) = 6:3:3:2:1:1$$

$$(3:1) \text{ với } (1:1) = 3:3:1:1$$

$$(1:2:1) \text{ với } (1:2:1) = 4:4:2:2:2:1:1$$

$$(1:2:1) \text{ với } (1:1) = 2:2:1:1:1:1$$

$$(1:1) \text{ với } (1:1) = 1:1:1:1$$

Thông thường, trong giải toán ta chỉ chú tâm đến 2 tổ hợp đầu tiên.

Tỉ lệ gốc biến đổi

Do trong nhiều trường hợp, nhiều kiểu gen sẽ quyết định 1 kiểu hình nên tỉ lệ gốc sẽ bị biến đổi. Điển hình như trong tương tác gen, nếu các gen độc lập mà không liên kết với nhau chúng ta sẽ có tỉ lệ biến đổi 9: 3+3: 1 = 9:6:1, 9+3:3:1 = 12:3:1 vv hoặc trường hợp tương tác gen ở nhóm gen độc lập và liên kết chúng ta có tỉ lệ biến đổi 6:3+3:2:1:1 = 6:6:2:1:1 vv . Đối với tỉ lệ biến đổi như thế này, việc phân tích đa thức thành nhân tử là bất khả thi, khi đó ta sẽ dùng các phương pháp khác để giải quyết.

PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH TỪNG TÍNH TRẠNG

Việc phân tích đa thức thành nhân tử để suy ra kiểu gen của bố mẹ không phải khi nào cũng thành công, ví dụ trong trường hợp có tương tác gen, các tỉ lệ gốc bị biến đổi nên khó có thể áp

dụng. Nhưng dù cho tỉ lệ gốc có biến đổi như thế nào, việc xét riêng các tính trạng cũng không làm biến đổi vai trò thực sự của nó trong thành phần đa thức.

Cụ thể hơn, xét 1 tính trạng bất kì tức là ta đã loại bỏ các tính trạng khác ra khỏi phép lai, từ đó bài toán chỉ đơn thuần là phép lai 1 tính trạng. Ví dụ:

$AaBb \times AaBb = 9A-B-; 3A-bb; 3aaB-; 1aabb = 9 \text{ đỏ trơn}; 3 \text{ đỏ nhẵn}; 3 \text{ vàng trơn}; 1 \text{ vàng nhẵn}$. Nếu chúng ta xét riêng tính trạng màu hoa thì chúng ta đã loại bỏ tính trạng hình dạng quả. Lúc đó ta có 9 đỏ: 3 đỏ: 3 vàng: 1 vàng = 12 đỏ: 4 vàng = 4(3 đỏ + 1 vàng). Nếu chúng ta loại bỏ tính trạng màu hoa để xét riêng tính trạng hình dạng quả cũng ra kết quả tương tự là 4(3 trơn + 1 nhẵn). Câu hỏi đặt ra số 4 ở trước mỗi biểu thức ở đâu mà có? 4 ở đây là số tổ hợp của phép lai mà chúng ta vừa loại khỏi kiểu hình ra khỏi phép lai, chúng ta chỉ đơn thuần loại khỏi phép lai kiểu hình chứ không loại hệ số của nó. Tức là $9A-B-; 3A-bb; 3aaB-; 1aabb$ nếu bỏ B và b đi thì trở thành $9A-; 3A-; 3aa; 1aa = 12A- + 4aa = 4(3A-; 1aa)$.

Trong phép lai không có tương tác từ 2 cặp NST trở lên, phương pháp trên có vẻ thừa, nhưng nó tỏ ra rất hiệu quả trong phép lai có tương tác. Điền hình như $Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd}$, A tương tác với B cho ra kiểu hình 6:3:5:1:1 chẳng hạn thì chúng ta không phân tích ra thành nhân tử được. Phân tích từng tính trạng tức là chúng ta loại bỏ các tính trạng bất kì chỉ giữ lại duy nhất 1 tính trạng mong muốn, ví dụ loại bỏ kiểu hình chứa D, d Phép lai khi đó được viết lại thành $Aa \frac{B}{b} \times Aa \frac{B}{b}$, mỗi nhiễm sắc thể mang 1 alen nên đây chẳng khác gì phép lai $AaBb \times AaBb$ do đó chúng ta sẽ được tỉ lệ biến đổi từ tỉ lệ gốc tổ hợp do A tương tác với B. Ví dụ trong trường hợp này là 9:6:1 hoặc 9:7.

Ví dụ

Cho cây P dị hợp 3 cặp gen tự thụ được đời con F có tỉ lệ kiểu hình như sau:

$$6 \text{ đỏ trơn} + 6 \text{ trắng trơn} + 3 \text{ đỏ nhẵn} + 1 \text{ trắng nhẵn} = 16$$

Biện luận kiểu gen của cây P.

Hướng dẫn

Rõ ràng 6 đỏ trơn + 6 trắng trơn + 3 đỏ nhẵn + 1 trắng nhẵn không thể phân tích thành nhân tử, chúng ta nghi ngờ có sự tương tác giữa các gen kèm liên kết. Chúng ta nhận xét thấy $16 = 2^k$ nên khả năng cao sẽ không có hoán vị. Do tổ hợp NST luôn là 2 chiếc, nên trong mọi trường hợp, nếu không có hoán vị thì số tổ hợp luôn biểu diễn được về dạng 2^k .

Cụ thể chúng ta sẽ làm như sau:

Ta có:

$$\frac{\text{đỏ}}{\text{trắng}} = \frac{9}{7} = 9A-B- - \frac{\cancel{3A-bb} + \cancel{3aaB-} + \cancel{1aabb}}{\cancel{3A-bb} + \cancel{3aaB-} + \cancel{1aabb}} = (A, a, B, b) \times (A, a, B, b) \cancel{}$$

Suy ra A độc lập với B. A, B tương tác nên vai trò của A, B như nhau. (1)

$$\frac{\text{trơn}}{\text{nhẵn}} = \frac{3}{1} = 3D- - \frac{\cancel{1dd}}{\cancel{1dd}} = (D, d) \times (D, d) \cancel{}$$

Suy ra D độc lập với d

Tỉ lệ phân tính chung:

$(9+7)(3+1) \neq 6 + 6 + 3 + 1 \Rightarrow A, B, D$ không độc lập với nhau.

$$\frac{(9+7)(3+1)}{6+6+3+1} = 4 = \text{A hoặc B liên kết hoàn toàn với D (do lượng giảm} = 2^k)$$

Chúng ta có 3 cặp gen, vậy chúng sẽ nằm tối đa trên 3 cặp NST, theo tỉ lệ trên chúng ta đã mất 4 kiểu tổ hợp tức 3 cặp gen này chỉ thuộc trên 2 cặp NST. 3 cặp gen thuộc 2 NST thì đây có hiện tượng liên kết gen.

Xác định vị trí của Alen:

A độc lập với B. A hoặc B liên kết hoàn toàn với D nên dễ dàng ta có Bb x Bb nếu A liên kết với D. Aa x Aa nếu B liên kết với D. giả sử A liên kết với D khi đó phép lai giữa Bb với Bb là $(3B + 1bb) = 4$ kiểu tổ hợp. Vậy tổ hợp khi lai $(A,a,D,d) \times (A,a,D,d)$ sẽ là:

$$\frac{6+6+3+1}{4} = 4 = (3+1) \text{ hoặc } (1+2+1)$$

$$\text{ta có } (Bb \times Bb) (A, a, D, d) \times (A, a, D, d) = (3+1) (1+2+1) \quad 6+6+3+1$$

$\Rightarrow$ A hoặc B liên kết đối với D

vậy kiểu gen P là $Aa \frac{Bd}{bD}$ hoặc $Bb \frac{Ad}{aD}$

Ví dụ

Một loài thực vật, tính trạng màu hoa do 2 cặp gen (A, a và B, b) phân li độc lập cùng quy định; tính trạng cấu trúc cánh hoa do 1 cặp gen (D, d) quy định. Cho hai cây (P) thuần chủng giao phấn với nhau, thu được F1. Cho F1 tự thụ phấn, thu được F2 có kiểu hình phân li theo tỉ lệ 49,5% cây hoa đỏ, cánh kép; 6,75% cây hoa đỏ, cánh đơn; 25,5% cây hoa trắng, cánh kép; 18,25% cây hoa trắng, cánh đơn. Biết rằng không xảy ra đột biến nhưng xảy ra hoán vị gen trong cả quá trình phát sinh giao tử đực và giao tử cái với tần số bằng nhau. Hỏi:

a. Tìm kiểu gen của cây P

b. Tìm tỉ lệ % cây hoa đỏ, cánh kép dị hợp tử về 1 trong 3 cặp gen ở F2

c. Tính số loại kiểu gen tối đa quy định kiểu hình hoa trắng, cánh kép ở F2

d. tính tỉ lệ % cây hoa trắng, cánh đơn thuần chủng ở F2

Hướng dẫn

$$\frac{\text{Đỏ}}{\text{trắng}} = \frac{9}{7} = A - B - \frac{\text{đ}}{(A - bb + B - aa + aabb)}; \frac{\text{kép}}{\text{đơn}} = \frac{3}{1} = 3D - \frac{\text{đ}}{1dd} \quad \text{đđ}$$

Tỉ lệ phân tính riêng $(9:7)(3:1)$ khác tỉ lệ phân tính chung nên có hiện tượng liên kết gen. Do vai trò của A, B là như nhau nên A liên kết với D hoặc B liên kết với D đều thỏa mãn.

Xét cây hoa đỏ cánh kép có $A-B-D- = 0.75(0.5 + bbdd) = 0.495 \Rightarrow bbdd = 0.16 \Leftrightarrow bd = 0.4 \Rightarrow$

$f = 20\% \Rightarrow$ bd không phải là giao tử hoán vị.

Câu a.

vậy kiểu gen F 1 là $Aa \frac{BD}{bd}$ = kiểu gen bố mẹ là $AA \frac{BD}{BD} \times aa \frac{bd}{bd}$ hoặc $aa \frac{BD}{BD} \times AA \frac{bd}{bd}$

Câu b.

ta có số cây đỏ, cánh kép, dị hợp tử 1 trong 3 cặp gen gồm $Aa \frac{BD}{BD}$; $AA \frac{BD}{bD}$; $AA \frac{BD}{Bd}$

từ đó tính được tỉ lệ là: $0.5 \times 0.16 + 0.25 \times 2 \times 0.4 \times 0.1 + 0.25 \times 2 \times 0.4 \times 0.1 = 12\%$

Câu c.

kiểu gen quy định hoa trắng cách kép là $A - bbD -$; $aaB - D -$; $aabbD -$ 2.2+1.5+1.2=11

Câu d.

cây hoa trắng cánh đơn thuần chủng là $AAbbdd$; $aaBBdd$; $aabbdd = 0.25 \times 0.4 \times 0.4 \times 2 + \frac{1}{4} \times 0.4 \times 0.4 = 8,25\%$

Tương tác gen

Tương tác là sự ảnh hưởng qua lại giữa các alen không cùng locus. Hệ quả của quá trình này là một tính trạng nào đó do 2 hay nhiều alen không cùng locus quy định. Ví dụ tỉ lệ kiểu hình màu hoa của đời con khi cho các cây hoa đỏ tự thụ là 9 đỏ: 3 vàng: 3 hồng: 1 trắng. Số kiểu tổ hợp là $16 = 4.4$. Ta có thể viết lại $9AB: 3Ab: 3aB: 1ab$. Các tương tác khác chỉ là biến thể của phân li độc lập, nhưng tổng kiểu tổ hợp là một hằng số.

Bổ trợ tức là 2 hoặc nhiều alen không cùng locus cùng bổ sung cho nhau quy định nên một tính trạng. Ví dụ có A, B cho hoa đỏ: thiếu 1 trong 2 cho vàng hoặc thiếu cả 2 cho trắng. Át chế là alen này ức chế hoạt động của alen không cùng locus với nó. Cộng gộp gần giống như bổ trợ nhưng tính trạng phân tách rõ ràng hơn như tỉ lệ 15đỏ: 1 trắng nhưng trong các cây đỏ có màu biến thiên liên tục vì có kiểu gen khác nhau.

Tỉ lệ tương tác

xét phép lai $Aa \frac{Bd}{bD} \times Aa \frac{Bd}{bD}$

$Bd \frac{Ad}{aD} \times Bd \frac{Ad}{aD} = (3B - + 1bb)$

6 $A - B - D -$ + 3 $A - B - dd$ + 3 $aaB - D -$ + 2 $A - bbD -$ + 1 $A - bbdd$ + 1 $aabbD -$

Do vai hoán đổi vai trò của A và B sẽ không như nhau, ví dụ: đổi A thành B, B thành A trong kiểu $3aaB - D -$ + 2 $A - bbD -$ sẽ thành $3bbA - D -$ + $2B - aaD -$ = $3A - bbD -$ + $2aaB - D -$ rõ ràng chúng không giống nhau, nên tỉ lệ kiểu hình quy định bởi kiểu gen $A - bb$ và $aaB -$ sẽ khác nhau.

Khi A tương tác với B ta có tất cả các trường hợp sau:

(9:3:3:1)

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	6: 3: 3: 2: 1: 1	A-B- : đỏ	6 đỏ tron	6:3:3:2:1:1
A-bb : hồng	3 đỏ nhãn		A-bb : vàng	3 đỏ nhãn	

aaB- : vàng	3 vàng tron	aaB- : hồng	3 hồng tron
aabb : trắng	2 hồng tron	aabb : trắng	2 vàng tron
D- : tron	1 hồng nhãn	D- : tron	1 vàng nhãn
dd : nhãn	1 trắng tron	dd : nhãn	1 trắng tron

9:3:4

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	6: 4:3:2:1	A-B- : đỏ	6 đỏ tron	6:3:3:3:1
A-bb : vàng	3 đỏ nhãn		A-bb : trắng	3 đỏ nhãn	
aaB- : trắng	3 trắng tron		aaB- : vàng	3 vàng tron	
aabb : trắng	2 vàng tron		aabb : trắng	2 trắng tron	
D- : tron	1 vàng nhãn		D- : tron	1 trắng nhãn	
dd : nhãn	1 trắng tron		dd : nhãn	1 trắng tron	

9:6:1

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	6:3:5:1:1
A-bb : vàng	3 đỏ nhãn	
aaB- : vàng	3 vàng tron	
aabb : trắng	2 vàng tron	
D- : tron	1 vàng nhãn	
dd : nhãn	1 trắng tron	

9:7

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	6:3:5:1:1
A-bb : trắng	3 đỏ nhãn	
aaB- : trắng	3 trắng tron	
aabb : trắng	2 trắng tron	
D- : tron	1 trắng nhãn	
dd : nhãn	1 trắng tron	

12:3:1

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	8:4:3:1	A-B- : đỏ	6 đỏ tron	9:3:2:1:1
A-bb : đỏ	3 đỏ nhãn		A-bb : vàng	3 đỏ nhãn	
aaB- : vàng	3 vàng tron		aaB- : đỏ	3 đỏ tron	
aabb : trắng	2 đỏ tron		aabb : trắng	2 vàng tron	
D- : tron	1 đỏ nhãn		D- : tron	1 vàng nhãn	
dd : nhãn	1 trắng tron		dd : nhãn	1 trắng tron	

13:3

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	10:3:2:1	A-B- : đỏ	6 đỏ tron	9:4:3
-----------	-----------	----------	-----------	-----------	-------

A-bb : trắng	3 đỏ nhãn	A-bb : đỏ	3 đỏ nhãn
aaB- : đỏ	3 đỏ tron	aaB- : trắng	3 trắng tron
aabb : đỏ	2 trắng tron	aabb : đỏ	2 đỏ tron
D- : tron	1 trắng nhãn	D- : tron	1 đỏ nhãn
dd : nhãn	1 đỏ tron	dd : nhãn	1 đỏ tron

15:1

A-B- : đỏ	6 đỏ tron	11:4:1
A-bb : đỏ	3 đỏ nhãn	
aaB- : đỏ	3 đỏ tron	
aabb : trắng	2 đỏ tron	
D- : tron	1 đỏ nhãn	
dd : nhãn	1 trắng tron	

Nhận xét: tất cả tỉ lệ trên đều là biến thể của tỉ lệ gốc 6:3:3:2:1:1, ví dụ tỉ lệ 11:4:1 hình thành từ biến thể (6+3+2):(3+1):1. Từ kiểu hình trên ta nhận thấy rằng biến từ tỉ lệ gốc 6:3:3:2:1:1 số rất “xấu” trừ tỉ lệ tương tác 13:3 cho ra tỉ lệ 9:3:4. Thực tế liên kết đồng vẫn cho ra tỉ lệ này nhưng theo tương tác 9:7

xét phép lai $Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd}$

$$Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd} = (3A- + aa)(3B-D- + bbdd)$$

$$9A-B-D- + 3A-bbdd + 3aaB-D- + aabdd$$

Phép lai này cho tỉ lệ gốc là 9:3:3:1, nếu A tương tác với B thì ta có kiểu hình sẽ là những biến thể của tỉ lệ này: ví dụ tỉ lệ 13:3 là từ biến thể (9+3+1):3

Từ đây ta có 2 tỉ lệ gốc

6:3:3:2:1:1 và 9:3:3:1, chúng có các biến thể tương ứng. Các biến thể của 9:3:3:1 cho tỉ lệ “đẹp hơn”, “quen thuộc” hơn do các biến thể giống với tỉ lệ tương tác gen. các biến thể của 6:3:3:2:1:1 khác với tỉ lệ tương tác gen thường thấy trừ biến thể 9:3:4 khi tương tác gen 13:3 và cũng chỉ duy nhất trường hợp này có tỉ lệ như vậy.

Nếu A và B liên kết với nhau, dễ dàng ta phân tích kiểu hình ra thành nhân tử được do

(3A-B- + 1aabb)(3D- + dd) kiểu hình rải đều trên D, d và không có sự trùng lặp

(2A-B- + 1A-bb + 1aaB-)(3D- + dd) kiểu hình cũng rải đều trên D- và không có sự trùng lặp

Ví dụ: cho P dị hợp về 3 cặp gen tự thụ thu được đời con có

9 đỏ tron

3 đỏ nhãn

3 trắng tron

1 trắng nhãn

Tìm kiểu gen đơn giản nhất của P.

Ta có

9 đỏ trơn + 3 đỏ nhãn + 3 trắng trơn + 1 trắng nhãn = 3 đỏ (3 trơn + 1 nhãn) + 1 trắng (3 Trơn + 1 nhãn)

= (3 đỏ + 1 trắng).(3 trơn + 1 nhãn)

= (3A-B- + 1aabb).(3D- + dd) hoặc (2A-B- + 1A-bb + 1aaB-)(3D- + dd) và đảo vị trí gen quy định kiểu hình

Xem thêm bảng dưới đây

Nội dung	$\frac{AB}{ab} Dd \times \frac{AB}{ab} Dd$	$\frac{Ab}{aB} Dd \times \frac{Ab}{aB} Dd$	$\frac{AD}{ad} Bb \times \frac{AD}{ad} Bb$
9đỏ: 3vàng: 3hồng: 1trắng	9 đỏ trơn 3 đỏ nhãn 3 trắng trơn 1 trắng nhãn	6 đỏ trơn 3 vàng trơn 3 hồng trơn 2 đỏ nhãn 1 vàng nhãn 1 hồng nhãn	9 đỏ trơn 3 vàng trơn 3 hồng nhãn 1 trắng nhãn
9đỏ: 3 vàng: 4 trắng	9 đỏ trơn 3 đỏ nhãn 3 trắng trơn 1 trắng nhãn	6 đỏ trơn 3 vàng trơn 3 trắng trơn 2 đỏ nhãn 1 vàng nhãn 1 trắng nhãn	9đỏ trơn 3 vàng trơn 4 trắng nhãn
9đỏ: 6 vàng : 1 trắng	9 đỏ trơn 3đỏ nhãn 3 trắng trơn 1 trắng nhãn	3 đỏ trơn 3 vàng trơn 1 đỏ nhãn 1 vàng nhãn	9 đỏ trơn 3 vàng trơn 3 vàng nhãn 1 trắng nhãn
9 đỏ: 7 trắng	9 đỏ trơn 3 đỏ nhãn 3 trắng trơn 1 trắng nhãn	3 đỏ trơn 3 trắng trơn 1 đỏ nhãn 1 trắng nhãn	9 đỏ trơn 3 trắng trơn 4 trắng nhãn
12đỏ: 3 vàng: 1 trắng	9 đỏ trơn 3 đỏ nhãn 3 trắng trơn 1 trắng nhãn	9 đỏ trơn 3 đỏ nhãn 3 vàng trơn 1 vàng nhãn	12 đỏ trơn 3 vàng nhãn 1 trắng nhãn

13 đỏ : 3 trắng	3đỏ trơn 1đỏ nhẵn	9 đỏ trơn 3 đỏ nhẵn 3 trắng trơn 1 trắng nhẵn	12 đỏ trơn 3 trắng trơn 1 đỏ nhẵn
15 đỏ: 1 trắng	9 đỏ trơn 3đỏ nhẵn 3 trắng trơn 1 trắng nhẵn	3 đỏ trơn 1 đỏ nhẵn	12 đỏ trơn 3 đỏ nhẵn 1 trắng nhẵn

Lưu ý: xét tỉ lệ phép lai này

$$\frac{aD}{ad} Bb \times \frac{Ad}{ad} Bb = (1aD + 1Ad + 1ad + 1AD)(3B + 1b)$$

$$\downarrow 3ABD + 3aBD + 1AbD + 1abD + 3ABd + 3aBd + 1Abd + 1abd$$

$$\downarrow D(3AB + 3aB + 1Ab + 1ab) + d(3AB + 3aB + 1Ab + 1ab)$$

$$\downarrow (D + d)(3AB + 3ab + 1Ab + 1ab)$$

Từ đây ta nhận thấy, tỉ lệ tính trạng đời con sẽ rải đều trên D và d (bất kì tỉ lệ tương tác nào cũng đều như vậy).

PHƯƠNG PHÁP TƯƠNG ĐƯƠNG

Trong phép lai có tương tác khi gen liên kết nhiễm sắc thể giới tính X không có alen trên Y chẳng hạn, có sự khác biệt kiểu hình ở giới đực và giới cái. Cơ sở của trường hợp này là do tính trạng ở giới cái bị chi phối bởi Alen nằm trên cả 2 chiếc nhiễm sắc thể X, còn giới đực chỉ có 1 nhiễm sắc thể X nên mọi Alen trên đó đều biểu hiện ra kiểu hình mà không phụ thuộc vào nhiễm sắc thể Y, do tính chất như vậy nên có thể coi Y là mang alen đồng hợp lặn trong mọi trường hợp mặc dù thực thể không như vậy.

Ví dụ như $AaX_D^B X_d^b \times Aa X_D^B Y = (3A- + 1aa)(X_D^B X_D^B + X_D^B X_d^b) + (3A- + 1aa)(X_D^B Y + X_d^b Y)$. Nếu xem Y là NST X mang gen lặn thì ta có $AaX_D^B X_d^b \times Aa X_D^B X_d^b$ phép lai này tương đương với phép lai $Aa \frac{BD}{bd} \times Aa \frac{BD}{bd}$ do B liên kết với D trên NST X.

Nếu alen thuộc X có alen trên Y thì việc kiểu hình cũng giống như NST thường, bởi bản chất của sự liên kết này chỉ là alen liên kết với NST, nhưng khi phân tích tỉ lệ từng loại kiểu hình ở giới đực và giới cái sẽ có sự khác biệt. Ví dụ:

Câu 3 (1.0 điểm) (Nam định, Thi HSG 12 năm học 2013 – 2014)

Ở một loài động vật, giới tính được xác định bởi cặp nhiễm sắc thể XX (con cái) và XY (con đực). Khi cho con đực lông xám thuần chủng giao phối với con cái lông trắng thuần chủng thu được F1 toàn lông xám. Cho F1 giao phối tự do với nhau, F2 thu được 998 con lông xám và 333

con lông trắng. Biết tất cả con lông trắng ở F2 đều là cái, tính trạng màu sắc lông do một cặp gen quy định. Hãy giải thích kết quả phép lai trên và viết sơ đồ lai.

Hướng dẫn

Do kiểu hình phân bố không đều trên ở giới đực và cái với đặc điểm lông trắng F2 đều là cái nên Alen quy định màu lông nằm trên NST giới tính. Trong trường hợp có gen thuộc X có alen trên Y thì chúng phân li bình thường và biểu hiện kiểu hình như NST thường. Trường hợp gen thuộc X không có alen trên Y thì việc biểu hiện kiểu hình hoàn toàn phụ thuộc vào Alen trên X nên có thể xem NST mang alen lặn ảo. Do đó chúng ta có thể quy NST giới tính về NST thường và xét tỉ lệ tính trạng. Ta có

$$\frac{\text{lông xám}}{\text{lông trắng}} = \frac{998}{333} \approx \frac{3}{1} = A - \frac{i}{aa} \rightarrow Aa \times Aa i$$

F2 có con cái lông trắng nên có kiểu gen là $X^a X^a$. Do con cái mang 1 NST từ bố, 1 NST từ mẹ nên kiểu gen của mẹ phải có X^a , kiểu gen bố phải có X^a . Lại có F1 toàn lông xám nên F1 phải mang Alen A. Do đó kiểu gen của F1 phải là $X^A X^a$; $X^a Y^A$.

Sơ đồ lai: (học sinh tự viết).

Nhận xét: đề thi đã cho thừa dữ kiện. Giả như dùng cho kiểu hình của F1 thì đề sẽ hay hơn.

Câu 10 (1 điểm) (Vĩnh Phúc, Thi HSG 12 2014-2015)

Ở một loài côn trùng, khi khảo sát sự di truyền 2 cặp tính trạng màu mắt và độ dày mỏng của cánh, người ta đem lai giữa bố mẹ đều thuần chủng, thu được F1 100% mắt đỏ, cánh dày. Đem lai phân tích con đực F1 thu được đời con Fb phân li theo số liệu:

25% con cái mắt đỏ, cánh dày;

25% con cái mắt vàng mờ, cánh dày;

50% con đực mắt vàng mờ, cánh mỏng;

Biết độ dày, mỏng của cánh do một gen quy định. Biện luận tìm quy luật di truyền chi phối phép lai và lập sơ đồ lai.

Hướng dẫn

Do kiểu hình phân bố không đều trên ở giới đực và cái với đặc điểm cánh dày đều là cái nên Alen quy định độ dài cánh có khả năng nằm trên NST giới tính. Trong trường hợp có gen thuộc X có alen trên Y thì chúng phân li bình thường và biểu hiện kiểu hình như NST thường. Trường hợp gen thuộc X không có alen trên Y thì việc biểu hiện kiểu hình hoàn toàn phụ thuộc vào Alen trên X nên có thể xem NST mang alen lặn ảo. Do đó chúng ta có thể quy NST giới tính về NST thường và xét tỉ lệ tính trạng.

Ta có

Số tổ hợp chung: $0.25: 0.25: 0.5 \Rightarrow \text{min} = 1:1:2 \Rightarrow 4$ tổ hợp biểu diễn được về dạng 2^k , nên không có hiện tượng hóa vị gen xảy ra. Vậy các NST phân li theo kiểu định luật phân li độc lập của Mendel.

$$\frac{\text{cánh dày}}{\text{cánh mỏng}} = \frac{25\% + 25\%}{50\%} = \frac{1}{1} \rightarrow \text{số kiểu tổ hợp tối thiểu là } 1 + 1 = 2$$

Do P thuần chủng, F1 toàn cánh dày nên cánh dày có khả năng là tính trạng trội so với cánh mỏng. Trong khi đó, cá thể cái trong phân tích ở trường hợp trên chỉ cho 1 loại giao tử mang hoàn toàn alen lặn. Trong khi đó, cá thể đực mang kiểu gen X,Y sẽ cho tối thiểu 2 loại giao tử là X và Y. Vậy số tổ hợp tối thiểu sẽ là 2. Theo như tỉ lệ trên, ta nhận thấy 2 thỏa mãn cho trường hợp này. Vậy ta sẽ có phép lai đơn giản nhất sẽ là Dd x dd, kết hợp với lí luận đầu bài ta có được phép lai nhỏ là: $X^D Y \times X^d X^d$

$$\frac{\text{mắt đỏ}}{\text{mắt vàng mờ}} = \frac{25\%}{75\%} = \frac{1}{3} \rightarrow \text{số kiểu tổ hợp tối thiểu là } 1+3=4$$

Do cái chỉ mang 1 loại giao tử nên đực trong phép lai nhỏ này sẽ cho ra 4 loại giao tử. Do không có trao đổi chéo, kiểu gen XY chỉ cho tối đa 2 loại giao tử, mà số tổ hợp tạo ra là 4 nên các alen phải nằm trên 1 cặp NST nữa. Gen thuộc 2 cặp NST cùng quy định 1 loại kiểu hình suy ra chúng có hiện tượng tương tác gen. Một gen sẽ nằm trên NST X, 1 gen sẽ nằm trên NST thường. Vậy ta có kiểu gen đơn giản nhất trong trường hợp này là (A, a, B, b) x (aabb).

Do tương tác nên vai trò của A, B như nhau. Giả sử A thuộc NST thường, B thuộc NST giới tính thì ta có kiểu gen đơn giản nhất là. $Aa X^B Y \times aa X^b X^b$.

Kết hợp 2 điều trên ta xác định được kiểu gen của bố mẹ của đời con Fb sẽ là: $Aa X_D^B Y \times aa X_d^b X_d^b$ hoặc $Bb X_D^A Y \times bb X_d^a X_d^a$

Sơ đồ lai (học sinh tự viết).

Nhận xét: đề thi cho thừa dữ kiện, giả như đề thi không cho độ dày mỏng cánh do 1 gen quy định thì sẽ hay hơn

CÁC QUY LUẬT DI TRUYỀN KHÁC

Di truyền theo dòng mẹ

Tế bào chất của tinh tử rất ít, hầu như không có. Đối với tinh tử ở động vật chỉ có vài ti thể ở cổ, khi thụ tinh các ti thể này bị tiêu hủy hoặc bị đẩy ra ngoài, chỉ có nhân chui vào trong trứng. Tinh tử thực vật tương tự. Mặc khác tế bào chất của trứng rất nhiều và có cả ti thể (động vật) ti thể và lục lạp (thực vật), các ti thể và lục lạp này sẽ truyền cho thế hệ con cháu. Ta lại có trong ti thể và lục lạp có mang gen (gen đơn bội) chúng có thể biểu hiện tính trạng độc lập với gen trong nhân. Vì vậy, thế hệ con cái sẽ đồng loạt biểu hiện theo tính trạng của mẹ.

Ví dụ: bố (đại mạch) xanh lục x mẹ lục nhạt $\Rightarrow$ 100% lục nhạt

Bố (đại mạch) lục nhạt x mẹ xanh lục $\Rightarrow$ 100% xanh lục

Ảnh hưởng giới tính

Do đặc điểm sinh hóa trong cơ thể chịu sự chi phối của cặp NST giới tính cụ thể như hoocmon, ... làm cho các gen biểu hiện khác nhau, mặc dù gen đó thuộc NST thường

Ví dụ ở người nam mang kiểu gen AA thì bị hói đầu, trong khi đó nữ lại không bị hói

Tiền định tế bào chất

Sản phẩm của gen trong nhân có thể tồn tại trong tế bào chất của trứng con cái trước khi được thụ tinh, sản phẩm này có tác động đến đời sau. Vì vậy ở thế hệ khởi đầu và thế hệ thứ 2, tính trạng của con cái giống mẹ hoàn toàn. Sang thế hệ F3 mới tuân theo định luật của Mendel là 3 trội, 1 lặn. Cụ thể ở ốc sên.

Ta có D – xoắn phải, d – xoắn trái

P: DD (mẹ) x dd (bố) $\Rightarrow$ 100% xoắn phải (Dd)

dd (mẹ) x DD (bố) $\Rightarrow$ 100% xoắn trái (Dd)

F2: 100% xoắn phải (1/4 DD: 1/2 Dd : 1/4 dd)

F3 (lai đơn) $\Rightarrow$ (3/4 xoắn phải, 1/4 xoắn trái)

Nhận xét: sự phân li tính trạng phân chiều xoắn chậm mất 1 thế hệ

Ảnh hưởng môi trường

Sản phẩm của gen hoặc sự đóng mở của gen phụ thuộc chặt chẽ vào môi trường. Cụ thể: nhiệt độ làm cho enzym biến tính hoặc tăng cường hoạt động. Ánh sáng (tia UV) có tác động đến sự chuyển hóa các tiền chất ... vậy ta có thể biểu diễn mối liên hệ giữa tính trạng với môi trường bằng đẳng thức là.

tính trạng = kiểu gen + môi trường

Ví dụ: ở thỏ nếu cạo hết lông trắng, đắp nước đá vào chỗ đó. Sau một thời gian, vị trí đắp nước đá sẽ mọc toàn lông đen. Hiện tượng này được giải thích như sau: vì nhiệt độ cao, enzym chuyển hóa tiền chất thành sắc tố melanin bị biến tính nên không thể chuyển hóa tiền chất này dẫn đến lông thiếu sắc tố melanin nên có màu trắng.

Nếu một gen nào đó nhạy cảm thì trước những môi trường khác nhau chúng sẽ biểu hiện tính trạng khác nhau, sự nhạy cảm đó còn gọi là thường biến (hay độ mềm dẻo kiểu hình). Tập hợp

các kiểu hình khác nhau của gen đó gọi là mức phản ứng. Vì mức phản ứng do gen quy định nên di truyền được.

CHỌN GIỐNG

Lai khác dòng đơn

Dòng 1 x dòng 2 → dòng 3

Khai khác dòng kép

Dòng 1 x dòng 2 → dòng 3, Dòng 4 x dòng 5 → dòng 6

Dòng 6 x dòng 3 → con lai khác dòng kép

Lai thuận nghịch

Bố (AA) x mẹ (aa) (lai thuận), Bố (aa) x mẹ (AA) (lai nghịch), (Hoặc ngược lại)

Lai trở lại

Dòng 1 x dòng 2 → dòng 3, Dòng 3 x dòng 2 → dòng 4, Dòng 4 x dòng 2 → dòng 5.....

Từ đây ta có thể hệ thứ nhất, mức độ giống ‘huyết thống’ dòng 2 là $1/2$

Thế hệ thứ 2 mức độ giống ‘huyết thống’ dòng 2 là $3/4 = 1 - 1/(2.2)$

Thế hệ thứ 3 mức độ giống ‘huyết thống’ dòng 2 là $7/8 = 1 - 1/(2.2.2)$

Tổng quát thế hệ con lai thứ n giống ‘huyết thống’ dòng lai trở lại là

$$k = 1 - \frac{1}{2^n}$$

Ưu thế lai

Chuẩn so sánh ưu thế lai bằng tính trạng trung gian của bố và mẹ. Giá trị của con lai có thể nhỏ hơn, lớn hơn hoặc bằng với giá trị chuẩn. Tùy vào mục đích tạo ưu thế lai mà nó có được xem là ưu thế lai hay không.

ĐỌC THÊM**KIỂM ĐỊNH SỰ PHÙ HỢP GIỮA PHÂN PHỐI LÝ THUYẾT VÀ PHÂN BỐI THỰC NGHIỆM (KIỂM ĐỊNH KHI BÌNH PHƯƠNG)**

$$Q = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

O : giá trị quan sát được

E : giá trị kì vọng theo lí thuyết

Đặt giả thiết H_0 có sự phù hợp giữa phân phối thực tế với phân phối lí thuyết. Ta luôn luôn đặt giả thiết H_0 là không có sự khác biệt giữa lí thuyết và thực tiễn. Tức là giá trị thực tế khác so với lí thuyết có thể do sự ngẫu nhiên, may rủi làm cho sai biệt, nếu thực hiện ở điều kiện lí tưởng thì chúng ta hoàn toàn có thể thu được số liệu phân phối giống như lí thuyết.

đặt $C = \chi^2_{\alpha}(n-1)$

C tra bảng phía dưới

n là bậc tự do tra trực tung

α là mức ý nghĩa tra trực hoành

Nếu $Q < C$ chấp nhận giả thuyết H_0 . $Q > C$ bác bỏ giả thuyết H_0

Theo quy tắc chung, mức ý nghĩa (hay alpha) thường được chọn ở mức 0,05 - nghĩa là khả năng kết quả quan sát sự khác biệt được nhìn thấy trên số liệu là ngẫu nhiên chỉ là 5%

Ví dụ:

Thực hiện phép lai thu được kết quả 19 đỏ: 11 trắng. Chúng ta nghi ngờ phép lai này tuân theo tỉ lệ 3:1 tức theo lí thuyết trong 30 cá thể con thu được phải có 23 đỏ: 7 trắng.

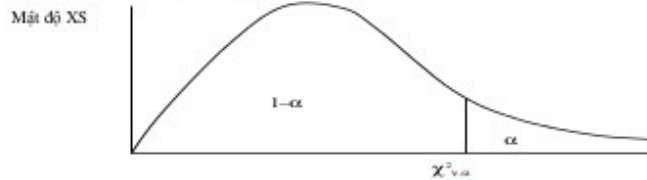
Đặt giả thuyết H_0 : tỉ lệ thu được không có sự khác biệt với tỉ lệ thuyết

$$Q = \frac{(19-23)^2}{23} + \frac{(11-7)^2}{7} = 2.3$$

Với $n = 2, \alpha = 0.05 \Rightarrow \chi^2_{0.05}(2-1) = 3.84$

Do $2.3 < 3.84$ do đó chấp giả thuyết H_0 .

Nếu giả sử giá trị thu được là 8.09 chẳng hạn, vì $8.09 > 3.84$ nên bác bỏ giả thuyết H_0 . Lúc này ta kết luận: tỉ lệ kiểu hình thu được tuân thủ theo một phân phối khác với phân phối 3:1. Tức là có sự khác biệt giữa lí thuyết chúng ta đặt ra và thực tiễn chúng ta hiện có. Lúc này ta sẽ nghĩ đến phân phối 9:7 chẳng hạn. tương tự như vậy ta tiếp tục kiểm chứng giả thuyết phân phối theo 9:7

BẢNG TRA PHẦN PHỐI CHI-SQUARE(Cho $\alpha=0.1$, bậc tự do =6, giá trị Chi-square α phải sẽ là 10.64.Ý nghĩa: $P(\text{Chi-square} > \text{Chi-square}_{\alpha(\text{phải})}) = \alpha$ 

Bậc tự do v	Chi-Square Alpha									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	3.93E-05	1.57E-04	9.82E-04	3.93E-03	0.01579	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80

PHẢ HỆ

Trong các dạng toán phả hệ thường gặp 2 trường hợp đó là gen liên kết NST giới tính và gen liên kết NST thường. Trước khi khẳng định gen liên kết NST thường chúng ta phải loại trừ gen liên kết NST giới tính.

Đối với gen liên kết trên NST Y không alen tương ứng trên X có hiện tượng di truyền thẳng. Tức bố bị bệnh thì 100% con trai bệnh, 100% con gái không bệnh.

Đối với gen liên kết trên NST X không alen tương ứng trên Y thì có hiện tượng di truyền chéo. Do con gái nhận 1 NST từ bố, 1 NST từ mẹ nên khi con gái bị bệnh thì bố chắc chắn sẽ bị bệnh.

Đối với gen liên kết trên NST thường thì xác định nhờ vào việc loại trừ 2 trường hợp trên.

Về việc xác định tính trội – lặn nhờ vào biện luận lai 1 cặp tính trạng theo Menden, chúng ta có thể quan sát thấy người bệnh nhiều hơn hoặc có số lượng tương đương với người lành nhưng không phải trường hợp nào cũng đúng. Để chắc chắn, chúng ta nên giả sử trường hợp để xác định.

Về gen đột biến. Thường thì tỉ lệ đột biến ít xuất hiện trong phả hệ nếu chỉ có 1, 2 thế hệ. Đặc điểm nhận dạng dạng này là khá nhiều thế hệ mới xuất hiện 1 trường hợp bị bệnh.

Việc tính toán thông thường như lai 1 tính trạng của Menden

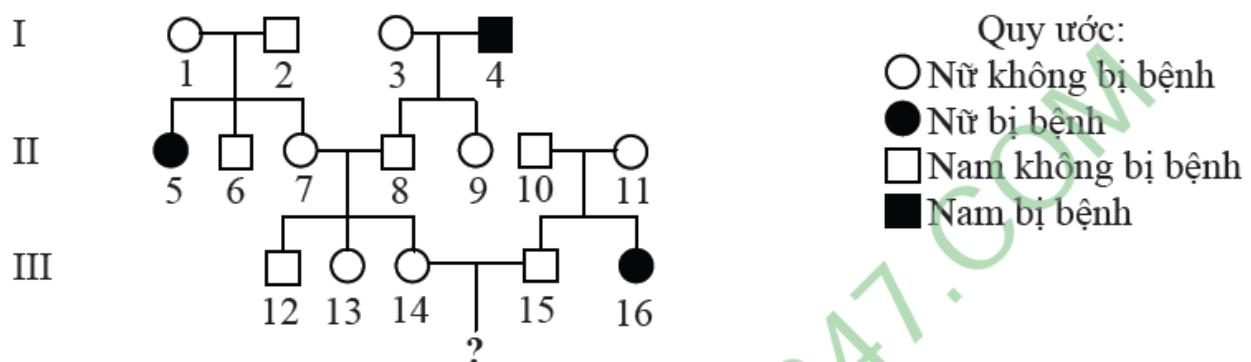
Việc tính toán chúng ta chỉ dựa trên cơ sở lí thuyết là chủ yếu. Thực tế cho thấy những kiểu gen bệnh đồng hợp trội thường bị sảy thai hoặc tử vong rất sớm, hiếm có khả năng sinh trưởng và lập gia đình. Những kiểu gen bệnh dị hợp trội thường sống đến tuổi trưởng thành. Do đó, khả năng người mang gen bệnh thể trội thường là dị hợp.

Phương pháp phả hệ bằng toán quần thể

Các bài toán phả hệ có nhiều phương pháp giải, sau đây là một phương pháp gọi là quần thể hoá phả hệ. Cơ sở bài toán này ở chỗ khả năng 1 người nào đó mang kiểu gen gì. Do đó ta sẽ có “cấu trúc kiểu gen” của người ấy, và ta hoàn toàn có thể vận dụng toán quần thể cho trường hợp này.

Ví dụ:

Một bệnh di truyền cho được quy định bởi 1 gen có 2 alen. Xét theo phả hệ dưới đây, tìm xác suất con của cặp vợ chồng 14 và 15 sinh ra không mang alen gây bệnh (đại học B – 2014)



Hướng dẫn

Nếu gen bệnh thuộc X không alen trên Y thì 2 phải bệnh nên gen phải thuộc NST thường. Người số 7 có thể mang AA hoặc Aa. Bởi vì “hoặc” nên chúng ta có “cấu trúc kiểu gen” người số 7 sẽ là $xAA + yAa = 1$. Do 5 mang kiểu gen đồng hợp lặn nên 1, 2 mang kiểu gen Aa. Suy ra cấu trúc kiểu gen của AA và Aa sẽ là:

$$\frac{1}{4} AA + \frac{1}{2} Aa. \text{ Quy về tỉ lệ chuẩn ta có } \frac{2}{3} AA + \frac{1}{3} Aa = 1.$$

Tương tự người số 8 mang Aa với tỉ lệ 100%

Người số 7 kết hôn với người số 8 ta có biểu thức:

$$\left(\frac{2}{3} AA + \frac{1}{3} Aa \right) \times Aa = 1$$

từ đây ta nhận thấy giống kiểu cấu trúc quần thể khi cho được x cái nên ta có quyền

quy về tần số tương đối Alen. Cụ thể:

$$7 \text{ mang } \frac{2}{3} Aa + \frac{1}{3} aa \Rightarrow \frac{2}{3} A + \frac{1}{3} a = 1$$

$$8 \text{ mang } Aa = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} A + \frac{1}{2} a = 1$$

Tương tự như vậy ta tính:

$$7 \times 8 = \left(\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}a \right) \left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}a \right) = 1 \Rightarrow 14 \text{ mang } \frac{1}{3}AA + \frac{1}{2}Aa$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}AA + \frac{3}{5}Aa \Rightarrow \frac{7}{10}A + \frac{3}{10}a = 1$$

$$15 \text{ tương tự } = \left(\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}a \right) = 1$$

$$14 \times 15 = \left(\frac{7}{10}A + \frac{3}{10}a \right) \left(\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}a \right) = 1$$

$$AA = \frac{7}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

QUẦN THỂ

MỞ ĐẦU

Toán quần thể được xem như sự phát triển có tính kế thừa của toán lai. Nếu khởi đầu của bài toán lai chỉ là một phép lai thì khởi đầu của bài toán quần thể gồm một hoặc nhiều phép lai. Nhiệm vụ của chúng ta là xác định tập hợp của bố mẹ, của con cháu và các vấn đề phát sinh liên quan. Những tập hợp đó được hiểu nôm na là cấu trúc của quần thể.

CẤU TRÚC QUẦN THỂ

Ta bắt đầu bằng bài toán quen thuộc như sau:

Xét gồm 1000 cây đậu Hà Lan trong vườn, 1000 cây đó có thể xem chúng là quần thể vì chúng cùng loài, cùng sống ở một nơi và có thể giao phấn với nhau cho ra thế hệ con cái hữu thụ. Quần thể này có 3 loại hoa: đỏ, hồng và trắng. Trong 1000 cây đó đếm được 200 hoa đỏ, 500 cây hoa hồng và 300 cây hoa trắng. Vấn đề đặt ra là trong 1000 cây ở thế hệ tiếp theo có bao nhiêu cây hoa đỏ, bao nhiêu hồng và bao nhiêu trắng.

Giả sử ta biết rằng hoa đỏ do AA quy định, hồng Aa và trắng là aa. Trong 1000 cây đó đếm được có 200 hoa đỏ, 500 cây hoa hồng và 300 hoa trắng. Ta có thể chia tỉ lệ phần trăm tương đối để biểu diễn tính trạng theo từng kiểu gen: $0,2AA + 0,5Aa + 0,3aa = 1$. Những hệ số này có thể khác nhau ở những quần thể khác nhau, tổng quát ta có thể viết đẳng thức trên về dạng đại số.

$$xAA + yAa + zaa = 1; (x + y + z = 1)$$

Đẳng thức trên có thể xem là cấu trúc di truyền của quần thể khi xét 1 gen 2 alen là A, a

Tần số alen

Tần số alen là phần trăm cá thể mang alen đó trong quần thể. Tần số alen còn được định nghĩa là phần trăm số giao tử mang alen đó trong quần thể. AA mang 2 alen A, Aa mang 1 alen A và 1 alen a, aa mang 2 alen a nên ta có

$$P_A = 2x + y; Q_a = 2z + y$$

$$P_A + Q_a = 2(z + y + z) \iff \frac{P_A + Q_a}{2} = 1; (x + y + z = 1)$$

$$\text{đặt } p = \frac{P_A}{2} = x + \frac{y}{2};$$

$$q = \frac{Q_a}{2} = z + \frac{y}{2}$$

$$\text{ta được } p + q = 1$$

Chứng minh cấu trúc quần thể ở những thế hệ tiếp theo

Cũng xét quần thể đậu Hà Lan trên, cho chúng giao phấn ngẫu nhiên với nhau chúng ta sẽ thu được thế hệ con cháu. Để xác định thành phần thế hệ con cháu, chúng ta phải biết tất cả các phép lai có thể có của bố mẹ. Cụ thể ta sẽ có 3 nhóm phép lai là đỏ x đỏ, đỏ x hồng, đỏ x trắng, hồng x hồng, hồng x trắng, trắng x trắng. Do số lượng các cá thể đồng, mỗi loại lại không đồng đều

nhau nên khi cho ra thể hệ con sẽ có sự khác biệt nhau về số lượng cá thể của mỗi loại. Ví dụ số lượng cá thể con của phép lai đỏ x đỏ sẽ khác so với đỏ x trắng.

Chúng ta biết rằng sự ngẫu phối không phải lúc nào cũng hoàn hảo là 1 cá thể được giao phần với tất cả các cá thể cái, nếu 1 cá thể được giao phần với tất cả các cá thể cái thì quá tốt, nhưng điều chúng ta quan tâm là tỉ lệ của chúng trong quần thể mà không quan tâm đến số lượng, nên tỉ lệ kết hợp giữa chúng sẽ bằng xác suất gặp gỡ giữa chúng.

Gọi cấu trúc của phía đực là $xAA + yAa + zaa = 1$, của phía cái là $mAA + nAa + oaa = 1$. Do lai là sự kết hợp giữa giao tử đực và giao tử cái nên ta có công thức lai tổng quát:

$$(xAA + yAa + zaa) \cdot (mAA + nAa + oaa) = 1$$

Nhận thấy rằng cấu trúc quần thể giới đực lai với giới cái là sự tổ hợp của alen A, a của giới đực với A, a của giới cái. Nên ta có biểu thức

$$(xAA + yAa + zaa) \cdot (mAA + nAa + oaa) \iff (p_{\text{đực}} + q_{\text{đực}})(p_{\text{cái}} + q_{\text{cái}}) = 1$$

$$\iff p_{\text{đực}} p_{\text{cái}} AA + (p_{\text{đực}} q_{\text{cái}} + p_{\text{cái}} q_{\text{đực}}) Aa + q_{\text{đực}} q_{\text{cái}} aa = 1$$

Nếu $p_{\text{đực}} = p_{\text{cái}}$ thì $q_{\text{đực}} = q_{\text{cái}}$ thì biểu thức trên được viết lại thành:

$$p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$$

Nếu cho quần thể có cấu trúc $p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$ đem ngẫu phối như quy trình phía trên chúng ta vẫn thu được quần thể con có cấu trúc $p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$, khi đó ta nói quần thể cân bằng di truyền.

Nếu $p_{\text{đực}} \neq p_{\text{cái}}$ thì $q_{\text{đực}} \neq q_{\text{cái}}$ khi cho quần thể có cấu trúc

$$p_{\text{đực}} p_{\text{cái}} AA + (p_{\text{đực}} q_{\text{cái}} + p_{\text{cái}} q_{\text{đực}}) Aa + q_{\text{đực}} q_{\text{cái}} aa = 1 \text{ ngẫu phối ta có.}$$

$$[p_{\text{đực}} p_{\text{cái}} AA + (p_{\text{đực}} q_{\text{cái}} + p_{\text{cái}} q_{\text{đực}}) Aa + q_{\text{đực}} q_{\text{cái}} aa]^2 = 1$$

$$\iff (xAA + yAa + zaa)^2 = 1 \text{ với}$$

$$x = p_{\text{đực}} p_{\text{cái}}, y = (p_{\text{đực}} q_{\text{cái}} + p_{\text{cái}} q_{\text{đực}}), z = q_{\text{đực}} q_{\text{cái}}, \text{ sau ngẫu phối ta được quần thể có cấu trúc}$$

$$p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$$

Chứng minh khác

Gọi cấu trúc của giới đực là $xAA + yAa + zaa = 1$, của giới cái là $mAA + nAa + oaa = 1$. Do lai là sự kết hợp giữa giao tử đực và giao tử cái nên ta có công thức lai tổng quát:

$$(xAA + yAa + zaa) \cdot (mAA + nAa + oaa) = 1$$

Khai triển phép lai và nhóm tỉ lệ kiểu gen ta được:

$$AA: \left(x + \frac{y}{2}\right) \left(m + \frac{n}{2}\right) = p_{\text{đực}} p_{\text{cái}}$$

$$Aa: \left(x + \frac{y}{2}\right) \left(o + \frac{n}{2}\right) + \left(z + \frac{y}{2}\right) \left(m + \frac{n}{2}\right) = p_{\text{đực}} q_{\text{cái}} + p_{\text{cái}} q_{\text{đực}}$$

$$aa : \left(z + \frac{y}{2} \right) \left(o + \frac{n}{2} \right) = q_{đực} q_{cái}$$

Khi $p_{đực} = p_{cái} \Leftrightarrow q_{đực} = q_{cái}$ ta có $AA = p^2, Aa = 2pq, aa = q^2$, quần thể thu được có cấu trúc $p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$.

Quần thể cân bằng

Quần thể cân bằng khi ngẫu phối mà cấu trúc quần thể không thay đổi.

Nếu như cho quần thể có cấu trúc mới $p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$ ngẫu phối thì ta có

$$x = m = p^2, y = n = 2pq, z = o = q^2$$

$$AA = \left(x + \frac{y}{2} \right) \left(m + \frac{n}{2} \right) = \left(p^2 + \frac{2pq}{2} \right)^2 = p^2$$

$$Aa = \left(x + \frac{y}{2} \right) \left(o + \frac{n}{2} \right) + \left(z + \frac{y}{2} \right) \left(m + \frac{n}{2} \right) = 2 \cdot \left(p^2 + \frac{2pq}{2} \right) \left(q^2 + \frac{2pq}{2} \right) = 2pq$$

$$aa = \left(z + \frac{y}{2} \right) \left(o + \frac{n}{2} \right) = \left(q^2 + \frac{2pq}{2} \right)^2 = q^2$$

cấu trúc sau khi ngẫu phối là $p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$ nhận thấy, cấu trúc trước và sau khi ngẫu phối không thay đổi nên quần thể cân bằng. Vậy một quần thể được coi là cân bằng khi biểu diễn được về dạng $p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$

$$\text{khi đó } x = m = p^2, y = n = 2pq, z = o = q^2, \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$$

khi $x \neq p^2, z \neq q^2$ thì $\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq 1$ nên quần thể sẽ không cân bằng di truyền.

Nếu một quần thể nào đó không cân bằng di truyền, chỉ cần một thế hệ ngẫu phối cũng khiến cho quần thể cân bằng di truyền với điều kiện cấu trúc giới đực bằng cấu trúc giới cái.

TÓM TẮT

Cấu trúc quần thể

Khi xét quần thể có 2 alen A và a chúng ta có phân phối tỉ lệ của chúng như sau:

$$xAA + yAa + zaa = 1$$

$$\text{tần số alen A: } p = x + \frac{y}{2}; \text{ tần số alen a: } q = z + \frac{y}{2}; p + q = 1$$

Khi quần thể trên giao phối ngẫu nhiên ta có đẳng thức:

$$(xAA + yAa + zaa)^2 = 1^2$$

$$\Leftrightarrow (p_A + q_a)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow p^2 AA + 2pq Aa + q^2 aa = 1$$

Quần thể được coi là cân bằng khi biểu diễn được về dạng $p^2 AA + 2pqAa + q^2 aa = 1$, khi ấy ta có $x = p^2$; $z = q^2$, $\sqrt{x} + \sqrt{z} = 1$. Do đó, để kiểm tra quần thể bất kì nào đó có cân bằng hay không ta có thể kiểm tra đẳng thức $\sqrt{x} + \sqrt{z}$. Chúng ta có thể kiểm tra quần thể cân bằng hay không dựa vào đẳng thức $p^2 q^2 = \left(\frac{2pq}{2}\right)^2 \iff xz = \left(\frac{y}{2}\right)^2$.

CÁC KHÁI NIỆM

Quần thể ngẫu phối

Quần thể ngẫu phối là quần thể mà trong đó các cá thể giao phối tự do và ngẫu nhiên. Vì các cá thể giao phối tự do và ngẫu nhiên nên các giao tử sẽ tổ hợp tự do. Nếu xét một quần thể có 10 con bò đực và 20 con bò cái, quần thể ngẫu phối ở đây không phải là 10 x 20. Nếu lấy 10.20 tức là cho 1 con bò đực giao phối lần lượt với 20 con bò cái, đều như vậy là bất khả thi và không xảy ra trong thực tế. Ngẫu phối ở đây là phép lai nào đó chiếm tỉ lệ nhất định. Ví dụ khi thực hiện giao phối ngẫu nhiên giữa 10 con bò đực và 20 con bò cái, có tất cả là 100 phép lai, trong một 100 phép lai ấy AA x AA chiếm 1% chẳng hạn.

Khi xét quần thể về 1 gen có n alen ngẫu phối thì cấu trúc của quần thể sẽ là

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) = (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^2$$

Khi xét quần thể về n gen ngẫu phối thì cấu trúc của quần thể sẽ là

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_n = Q$$

Quần thể tự phối là giao phối cận huyết hoàn toàn, tức cá thể mang kiểu gen nào thì lai với cá thể mang kiểu gen đó.

Quần thể nội phối hiện tại chưa tìm được định nghĩa chính xác, xem thêm tài liệu chuyên sinh học di truyền của tác giả Vũ Đức Lưu

Ví dụ một số cấu trúc quần thể đặc biệt

Xét gen quy định nhóm máu trong quần thể người có 3 alen là A, B, O

Cấu trúc về nhóm máu của quần thể người sẽ là

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1$$

$$(a + b + c + x + y + z = 1)$$

Xét 2 gen, mỗi gen có 2 alen lần lượt là A, a và B, b

$$\text{Cấu trúc quần thể ứng với gen 1 là: } xAA + yAa + zaa = 1$$

$$\text{Cấu trúc quần thể ứng với gen 2 là: } mBB + nBb + obb = 1$$

$$\text{Cấu trúc quần thể khi xét cả 2 gen là: } (xAA + yAa + zaa)(nBB + pBb + qbb) = 1$$

Khai triển ta có cấu trúc quần thể cụ thể, khi quần thể này cân bằng ta có thể biểu diễn kiểu gen theo tần số alen tương ứng.

Quần thể cân bằng

Một quần thể được coi là cân bằng nếu không có nội phân hoá trong quần thể, tức cấu trúc di truyền của nó ngay tại thời điểm đang xét khi đem cho ngẫu phối thì thu được quần thể con có cấu trúc hoàn toàn giống quần thể ban đầu.

Quần thể kiên định

Một quần thể được coi là kiên định khi cấu trúc của quần thể không đổi qua các thế hệ.

Quần thể bị chọn lọc

Quần thể bị chọn lọc là quần thể có sự đào thải kiểu gen hoặc đào thải giao tử, hệ số chọn lọc được kí hiệu là S. Phần còn lại của chọn lọc là phần thích nghi tương đối, giá trị thích nghi thường kí hiệu là W.

BIẾN ĐỘNG SỐ LƯỢNG QUẦN THỂ KHÔNG ĐỔI KHÔNG THEO TỈ LỆ

Xét (1) quần thể có cấu trúc

$$(1): xAA + yAa + zaa = 1 \text{ với } p = x + \frac{y}{2}; q = z + \frac{y}{2}$$

Khi quần thể (1) bị biến động về số lượng khối đổi không theo tỉ lệ thì ta có cấu trúc (2) như sau:

$$(2): (x+d)AA + (y+e)Aa + (z+f)aa = 1+T$$

Từ đây ta nhận xét thấy rằng quần thể (1) bị tách nhỏ bởi nhóm quần thể T có cấu trúc:

$$(3): dAA + eAa + faa = d+e+f = T \text{ với } p_T = d + \frac{e}{2}; q = f + \frac{e}{2}$$

Phân tích cấu trúc quần thể thứ (2)

$$(2) \Leftrightarrow \frac{x+d}{1+T} AA + \frac{y+e}{1+T} Aa + \frac{z+f}{1+T} aa = 1$$

$$p_1 = \frac{x+d}{1+T} + \frac{1}{2} \frac{(y+e)}{1+T} = \frac{p+p_T}{1+T}$$

$$p_2 = \frac{p_1^2 + d}{1+T} + \frac{2p_1q_1 + e}{1+T} = \frac{p_1 + p_T}{1+T} = \frac{\frac{p+p_T}{1+T} + p_T}{1+T} = \frac{p+p_T}{(1+T)^2} + \frac{p_T}{1+T}$$

$$p_3 = \frac{p+p_T}{(1+T)^3} + \frac{p_T}{(1+T)^2} + \frac{p_T}{1+T}$$

$$p_n = \frac{p}{(1+T)^n} + \frac{p_T}{(1+T)^1} + \frac{p_T}{(1+T)^2} + \dots + \frac{p_T}{(1+T)^n}$$

$$\dot{=} \frac{p}{(1+T)^n} + \frac{p_T \left(\frac{1}{1+T} \left(\frac{1}{(1+T)^n} - 1 \right) \right)}{\frac{1}{1+T} - 1}, \text{ tổng của cấp số nhân với } U_1 = \frac{1}{1+T}, q = \frac{1}{1+T}$$

$$\dot{=} \frac{p}{(1+T)^n} + \frac{p_T}{T} \left(1 - \frac{1}{(1+T)^n} \right)$$

Từ đây ta có nhận xét rằng, khi quần thể T không đổi qua n thế hệ thì tần số alen của quần thể (1) sẽ tuân thủ theo công thức

$$p_n = \frac{p}{(1+T)^n} + \frac{p_T}{T} \left(1 - \frac{1}{(1+T)^n} \right)$$

$$q_n = 1 - p_n$$

Thêm vào d,e,f sẽ mang dấu (+), xuất cư giá trị d, e, f sẽ mang dấu (-)

TÓM TẮT: BIẾN ĐỘNG SỐ LƯỢNG QUẦN THỂ DỄ HIỂU HƠN

Xét quần thể

$$xAA + yAa + zaa = 1$$

AA, Aa, aa có thể giảm xuống hoặc tăng lên ví dụ như nhập cư, xuất cư, chết, không có khả năng sinh sản. v.v. Khi ấy, chúng ta phải xác định tỉ lệ AA, Aa, aa sau biến động. Chết hoặc xuất cư hoặc không có khả năng sinh sản chúng ta sẽ trừ đi, nhập cư chúng ta sẽ cộng thêm.

Quần thể sau khi biến động chúng ta có cấu trúc quần thể trước ngẫu phối là:

$$x' AA + y' Aa + z' aa = 1$$

Khi quần thể $x' AA + y' Aa + z' aa = 1$ ngẫu phối chúng ta sẽ có quần thể

$$p^2 AA + 2pqAa + q^2 aa = 1, \text{ với } p = x' + \frac{y'}{2}; q = z' + \frac{y'}{2}$$

Biến động số lượng quần thể với cấu trúc biến động không đổi qua n thế hệ

Gọi quần thể gốc bị biến động là G: $xAA + yAa + zaa = 1$; quần thể biến động là B: $kAA + mAa + naa = B$. Sau khi biến động thì tỉ lệ p_G, q_G thay đổi dẫn đến tỉ lệ p, q của quần thể kết quả ở thế hệ thứ nhất biến động. Cụ thể ta có:

$$p_1 = \frac{p_G + p_B}{p_G + p_B + q_G + q_B} = \frac{p_G + p_B}{1 + B} = \frac{p_G}{1 + B} + \frac{p_B}{1 + B}$$

$$p_2 = \frac{p_1 + p_B}{1 + B} = \frac{p_G}{(1 + B)^2} + \frac{p_B}{(1 + B)^2} + \frac{p_B}{(1 + B)^1}$$

đặt $U = \frac{1}{1+B}$, $S_{U_n} = \frac{U(U^n-1)}{U-1}$ ta tổng quát được

$$p_n = p_G U^n + p_B S_{U_n}$$

$$q_n = 1 - p_n$$

Với biến động số lượng có cấu trúc biến động không đổi qua n thế hệ chúng ta có 2 trường hợp tiêu biểu đó là xuất cư và nhập cư.

NHẬP CƯ VỚI SỐ LƯỢNG KHÔNG ĐỔI QUA n THẾ HỆ

Với nhập cư đơn thuần ta có

$$M: p_m + q_m = 1 \iff B p_m + B q_m = B$$

vậy quần thể kết quả nhập cư ở thế hệ thứ n sẽ có cấu trúc

$$p_n = p_G U^n + B p_m S_{U_n}$$

$$q_n = 1 - p_n$$

nếu khai triển công thức trên ta được công thức quen thuộc

$$p_n = p_m + (p_0 - p_m)(1 - m)^n \text{ với } m = \frac{B}{B+1}$$

Xuất cư sẽ trái ngược với nhập cư nên cấu trúc quần thể B sẽ mang dấu (-).

CHỨNG MINH KHÁC

Ta có công thức biến động số lượng

$$p_n = \frac{p}{(1+T)^n} + \frac{p_T}{T} \left(1 - \frac{1}{(1+T)^n} \right)$$

$$q_n = 1 - p_n$$

Quần thể nhập cư có cấu trúc

$$p_m + q_m = 1$$

Do quần thể nhập cư có độ lớn là T nên ta có

$$T p_m + T q_m = T$$

$$\text{đặt } p_T = T p_m, m = \frac{T}{T+1} \iff 1 - m = \frac{1}{T+1}$$

thay vào công thức biến động số lượng ta được

$$p_n = p \cdot (1-m)^n + p_m (1 - (1-m)^n) = p_m + (p - p_m)(1-m)^n$$

Ta có cách chứng minh khác nữa xem thêm ở bên dưới.

Giao tử nhập cư (xét nhập cư ở mức độ giao tử)

Giả sử xét 2 quần thể Đ (ra đi) và N (nhập cư) có 2 locus gen A, a. Tần số tương đối của A, a theo thứ tự: Đ: $p_D + q_D = 1$, N: $p_N + q_N = 1$. Trong điều kiện bất lợi nào đó như thiếu thức ăn chẳng hạn a cá thể của quần thể Đ ra đi và nhập toàn bộ vào b cá thể N, khi đó quần thể mới (quần thể bị di nhập) có

$$p = \frac{ap_D + bp_D}{a+b} = \frac{ap_D + ap_N - ap_N + bp_N}{a+b} = p_N + \frac{a}{a+b}(p_D - p_N)$$

$$\hookrightarrow p_N - \frac{a}{a+b}(p_N - p_D)$$

$$\text{đặt: } m = \frac{a}{a+b}, p_0 = p_N, p_m = p_D$$

tần số alen trội của quần thể bị di nhập (H) là

$$p_1 = p_0 - m(p_0 - p_m) = p_m + (p_0 - p_m)(1-m)^1$$

$$p_2 = p_1 - m(p_1 - p_m) = p_0 + (p_0 - p_m) \hookrightarrow \hookrightarrow = p_m + (p_0 - p_m)(1-m)^2$$

$$p_3 = p_0 + (p_0 - p_m) \hookrightarrow \hookrightarrow \hookrightarrow = p_m + (p_0 - p_m)(1-m)^3$$

$$p_n = p_0 + (p_0 - p_m)[(1-m)^n - 1]$$

$$\hookrightarrow p_m + (p_0 - p_m)(1-m)^n$$

$$q_n = 1 - p_n$$

Tương tự như vậy đối với q (tức đổi biến p thành q) khi xét q nhập cư

Lưu ý, alen nào nhập cư thì tính theo alen đó

XUẤT CƯ VỚI SỐ LƯỢNG KHÔNG ĐỔI QUA n THẾ HỆ

Ta có công thức tổng quát biến động số lượng quần thể

$$p_n = \frac{p}{(1+T)^n} + \frac{p_T}{T} \left(1 - \frac{1}{(1+T)^n} \right)$$

$$q_n = 1 - p_n$$

Khi p xuất cư ta có quần thể xuất cư có cấu trúc $-p_T = -T$, (do xuất cư nên T mang dấu âm)

thay vào công thức tổng quát ta được

$$p_n = \frac{p}{(1-T)^n} - \left(1 - \frac{1}{(1-T)^n}\right) = \frac{p+1}{(1-T)^n} - 1$$

NHẬP CƯ, XUẤT CƯ VỚI TỈ LỆ KHÔNG ĐỔI QUA n THỂ HỆ

Nhập cư qua n thể hệ với tỉ lệ không đổi thì tỉ lệ nhập cư sẽ mang dấu dương, tỉ lệ xuất cư sẽ mang dấu âm.

Xét quần thể 1: $x_{AA} + y_{Aa} + z_{aa} = 1$

Trong điều kiện khắc nghiệt nào đó, chẳng hạn thiếu thức ăn có kq bị biến động, khi đó quần thể có

$$p(\text{mới}) = \frac{p}{p+mq}, \text{ đặt } k=1-m \rightarrow m=1-k \text{ ta có}$$

$$p_1 = \frac{p}{p+mq} = \frac{p}{m+(1-m)p}$$

$$p_2 = \frac{p_1}{m+(1-m)p_1} = \frac{p}{m^2+m(1-m)p+(1-m)p}$$

$$p_3 = \frac{p_2}{m+p_2(1-m)} = \frac{p}{m^3+m^2(1-m)p+m(1-m)p+(1-m)p}$$

$$p_n = \frac{p}{m^n + \frac{p(1-m)(1-m^n)}{1-m}} = \frac{p}{m^n q + p}$$

Vậy

$$p_n = \frac{p}{(1-k)^n q + p} \text{ với } n \text{ là số thế hệ, } q \text{ biến động}$$

$$q_n = \frac{q}{(1-k)^n p + q}, p \text{ biến động}$$

ĐỘT BIẾN

Xét quần thể về 1 gen có 2 alen là A, a. Tần số alen tương đối của chúng lần lượt là p_0, q_0 . Trong điều kiện nào đó như bức xạ, tia UV.... Làm cho A bị đột biến thuận thành a và a lại đột biến nghịch thành A. Khi đó tần số alen (p, q) sẽ thay đổi tùy thuộc vào loại đột biến, cường độ tác nhân gây đột biến.... nếu gọi tốc độ đột biến trung bình của A là u, của a là v, giả sử rằng u, v không đổi qua n thế hệ thì ta có các hệ quả sau. Ta sẽ xét cụ thể trường hợp bên dưới.

do quần thể đột biến có cấu trúc $p_T + q_T = T \Leftrightarrow -up + up = T = 0$ (do p đột biến thành q) với tỉ lệ đột biến u, trong khi đó điều kiện công thức tính biến động số lượng là $T \neq 0$. Vậy nên chúng ta

không thể áp dụng công thức biến động số lượng trong trường hợp này. Ta có cách tìm công thức tổng quát như sau.

Đột biến đơn lẻ

$$p_1 = p_0 - u \quad p_0 = p_0(1-u)^1$$

$$p_2 = p_1(1-u)^1 = p_0(1-u)^2$$

$$\implies p_n = p_0(1-u)^n$$

(p_n là tần số alen p thế hệ thứ n)

Chứng minh tương tự đối với q , ta tổng quát được công thức sau:

$$p_n = p_0(1-u)^n; \text{đột biến thuận với } n \text{ là thế hệ thứ } n$$

$$q_n = q_0(1-v)^n; \text{đột biến nghịch với } n \text{ là thế hệ thứ } n$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{p_n}{p_0}\right)}{\ln(1-u)}, \text{ đối với } q \text{ thì cũng tương tự}$$

Đột biến kép

Xét quần thể (K) như trên, nếu xảy ra đồng thời đột biến thuận và nghịch (đột biến kép) khi đó

$$p_1 = p_0 - u \quad p_0 + v \quad p_0 = p_0[1-(u+v)]^1 + v$$

$$p_2 = p_1[1-(u+v)]^1 + v = p_0 \text{ (đồng nhất)}$$

$$p_3 = [1-(u+v)]^3 + v[1-(u+v)]^2 + v[1-(u+v)]^1 + v$$

Nhận thấy ở vế phía sau là tổng của một cấp số nhân với số hạng thứ nhất U_1 bằng 1 và công bội (q) = $[1-(u+v)]$

Áp dụng công thức

$$S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Ta được

$$p_n = p_0[1-(u+v)]^n + v \frac{1 - [1-(u+v)]^n}{(u+v)} \text{ (đồng nhất)}$$

Nếu đặt $f = u + v$ ta thu được

$$p_n = p_0[1-f]^n + v \frac{1 - [1-f]^n}{f}$$

$$q_n = 1 - p_n$$

Biến động số lượng quần thể với tỉ lệ không đổi qua n thế hệ

Cấu trúc quần thể biến động thay đổi qua n thế hệ thường gặp là chọn lọc, khả năng sống, khả năng thích nghi, khả năng sinh sản vv, ở dạng toán này hiện tại chưa tổng hợp được công thức tổng quát, ta có thể tìm được một vài dạng đặc biệt.

Xét quần thể gốc có cấu trúc $G: p^2 AA + 2pqAa + q^2 aa = 1$. Khi quần thể này bị chọn lọc với áp lực tương ứng là S_1, S_2, S_3 khi đó cấu trúc của quần thể sẽ là:

$$p^2(1-S_1)AA + 2pq(1-S_2)Aa + q^2(1-S_3)aa = 1 - (S_1 + S_2 + S_3)$$

Khi AA không có khả năng sinh sản ta có $S_1=1, S_2=S_3=0$ ta có

$$p_1 = \frac{pq}{q^2 + 2pq} = \frac{p}{1+p}$$

$$p_2 = \frac{p}{1+2p}$$

$$p_n = \frac{p}{1+np}$$

Tương tự khi aa không có khả năng sinh sản $S_3=1, S_2=S_1=0$ ta có

$$q_n = \frac{q}{1+nq}$$

Khi Aa không có khả năng sinh sản ta có $S_2=1, S_3=S_1=0$

$$p_1 = \frac{p^2}{p^2 + q^2}$$

$$p_2 = \frac{(p_1)^2}{(p_1)^2 + (q_1)^2} = \frac{p^4}{p^4 + q^4}$$

.....

$$p_n = \frac{p^{2^n}}{p^{2^n} + q^{2^n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = 0 \text{ khi } p < q$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = 1 \text{ khi } p > q$$

CÂN BẰNG KHI BỊ CHỌN LỌC KIỂU GEN

Quần thể bị biến động di truyền bởi các nhân tố như chọn lọc tự nhiên, đột biến, nội phối vv làm cho tần số alen hoặc tần số kiểu gen thay đổi, quần thể đạt trạng thái cân bằng khi và chỉ khi cấu trúc quần thể mẹ giống với cấu trúc quần thể con và cả hai quần thể này đều ở trạng thái cân bằng.

Giả sử quần thể P: $xAA + yAa + zaa = 1$, quần thể này bị chọn lọc sau đó ngẫu phối nên ta có quần thể F1: $p^2(AA) + 2pq(Aa) + q^2(aa) = 1$. Quần thể F1 trước khi ngẫu phối sẽ bị chọn lọc, cấu trúc quần thể khi bị chọn lọc như sau:

$$p^2(1-S'_1)(AA)+2pq(1-S'_2)(Aa)+q^2(1-S'_3)(aa)$$

$$= p^2(1-S'_1)+2pq(1-S'_2)+q^2(1-S'_3)$$

thu gọn ta có:

$$p^2W_1(AA)+2pqW_2+q^2W_3aa=p^2W_1+2pqW_2+q^2W_3$$

hay

$$F'_1: \frac{p^2W_1(AA)}{p^2W_1+2pqW_2+q^2W_3} + \frac{2pqW_2(Aa)}{p^2W_1+2pqW_2+q^2W_3} + \frac{q^2W_3(aa)}{p^2W_1+2pqW_2+q^2W_3} = 1$$

Quần thể F'_1 tiếp tục ngẫu phối sinh ra thế hệ F_2 , quá trình này cứ thế tiếp tục diễn ra đến thế hệ $F_3, F_4, \dots, F_n$. Quần thể đạt cân bằng khi qua ngẫu phối cấu trúc quần thể F_n giống như quần thể F_1 , khi đó tần số alen của F_1 không thay đổi, suy ra ta có đẳng thức:

$$p = \frac{p^2W_1 + pqW_2}{p^2W_1 + 2pqW_2 + q^2W_3} \quad p \in (0:1) \quad (1)$$

$$\text{đặt } A = \frac{W_1}{W_2}, B = \frac{W_3}{W_2} \Leftrightarrow S_1 = 1 - A, S_2 = 1 - B$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{p^2A + pq}{p^2A + 2pq + q^2B} = p$$

$$\Rightarrow pA + q = p^2A + 2pq + q^2B$$

$$\Leftrightarrow p^2(A+B-2) + p(3-2B-A) + B - 1 = 0$$

$$\Delta = (3-2B-A)^2 - 4(A+B)(B-1) = (A-1)^2 > 0 \Rightarrow \text{phương trình luôn có nghiệm}$$

$$p = \frac{-3+2B+A+A-1}{2(A+B-2)} = 1 \text{ (loại) hoặc } p = \frac{B-1}{A+B-2} = \frac{1-B}{1-A+1-B} = \frac{S_2}{S_1+S_2}$$

$$\left(\text{điều kiện } 0 < \frac{S_2}{S_1+S_2} < 1 \right)$$

Ta có

$$0 < \frac{S_2}{S_1+S_2} < 1 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1+S_2} > 0 \text{ và } \frac{S_1}{S_1+S_2} > 0 \Rightarrow S_1, S_2 < 0 \text{ hoặc } S_1, S_2 > 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{S_2}{S_1+S_2} (S_1, S_2 < 0 \text{ hoặc } S_1, S_2 > 0)$$

Khi $S_1, S_2 < 0$ ta có $A, B > 1$ điều này đồng nghĩa với $W_1, W_3 > W_2$ vậy chọn lọc xảy ra theo hướng phân hoá, và khi đó quần thể có khả năng đạt trạng thái cân bằng.

Khi $S_1, S_2 > 0$ ta có $A, B < 1$ điều này đồng nghĩa với $W_1, W_3 < W_2$ vậy chọn lọc xảy ra theo hướng kiên định, và khi đó quần thể có khả năng đạt trạng thái cân bằng.

Khi S_1 hoặc $S_2 = 0$ thì quần thể cũng không đạt trạng thái cân bằng.

Tóm lại: chọn lọc kiên định và phân hoá có khả năng làm cho quần thể đạt trạng thái cân bằng, khi đó ta có thể xác định được tần số alen tương đối trong quần thể, còn chọn lọc vận động không làm cho quần thể đạt trạng thái cân bằng.

Tóm tắt quần thể cân bằng khi bị chọn lọc

Nếu quần thể $xAA + yAa + zaa = 1$ có hệ số chọn lọc là $S_{AA}AA : 1Aa : S_{aa}aa$, khi quần thể cân bằng thì

$$p = \frac{S_{aa}}{S_{AA} + S_{aa}}, q = 1 - p$$

CÂN BẰNG CHỌN LỌC GIAO TỬ

Alen trội tăng lên với áp lực đột biến nghịch v , bị giảm đi với đột biến thuận u và bị chọn lọc với tần số S . Quần thể cân bằng khi p, q không thay đổi tức: tần số alen trội tạo ra bằng tần số alen trội bị đào thải hay:

$$vq = pS + up \Leftrightarrow p = \frac{v}{u + v + S}$$

$$q = 1 - p$$

THỜI GIAN CÂN BẰNG KHI BỊ CHỌN LỌC Ở QUẦN THỂ KIÊN ĐỊNH

Xét quần thể có cấu trúc di truyền như sau

$$xAA + yAa + zaa = 1 \text{ (kiên định theo áp lực chọn lọc)}$$

Quần thể này bị chọn lọc có giá trị lần lượt S_1, S_2, S_3 tương ứng với AA, Aa, aa . Giả sử quần thể ban đầu không thay đổi, quần thể sau khi bị chọn lọc không thay đổi theo S , quần thể đạt trạng thái cân bằng ở thế hệ thứ n khi và chỉ khi

$$x(1-S_1)^n z(1-S_3)^n = \frac{y^2(1-S_2)^{2n}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{4xz}{y^2} = \left[\frac{(1-S_2)^2}{(1-S_1)(1-S_3)} \right]^n$$

$$\text{đặt } K = \left[\frac{(1-S_2)^2}{(1-S_1)(1-S_3)} \right] = \left[\frac{(W_2)^2}{W_1 W_3} \right] = \frac{1}{AB} \text{ với } A = \frac{W_1}{W_2} \text{ và } B = \frac{W_3}{W_2}$$

$$\text{ta có } \frac{4xz}{y^2} = K^n \Rightarrow n = \frac{\ln \frac{4xz}{y^2}}{\ln K}$$

Điều kiện

$4xz, y^2 > 0$ và $K > 0$ thì quần thể đạt trạng thái cân bằng khi bị chọn lọc

GIAO PHỐI KHÔNG NGẪU NHIÊN

Tự phối

xét quần thể có cấu trúc di truyền $xAA + yAa + zaa = 1$ xảy ra tự phối, khi đó quần thể có cấu trúc mới như sau:

$$\left[x + \frac{y - \frac{y}{2^n}}{2} \right] (AA) + \frac{y}{2^n} (Aa) + \left[z + \frac{y - \frac{y}{2^n}}{2} \right] (aa) = 1$$

Chú ý $p = \text{const}$, $q = \text{const}$ sau n thế hệ tự phối

(BẠN ĐỌC TỰ CHỨNG MINH)

PHÂN THAM KHẢO THÊM (CÓ THỂ KHÔNG CHÍNH XÁC)

Xét quần thể có cấu trúc

$$xAA + yAa + zaa = 1$$

xảy ra tự phối với tỉ lệ lần lượt là f_1, f_2, f_3 khi đó quần thể gốc sẽ tạm thời chia ra làm 2 nhóm nhỏ đó là nhóm tự phối và nhóm giao phối ngẫu nhiên.

nhóm giao phối ngẫu nhiên: $x(1-f_1)AA + y(1-f_2)Aa + z(1-f_3)aa$ (1). Nhóm này sẽ đạt trạng thái cân bằng di truyền nên có cấu trúc là:

$$p^2(AA) + 2pq(Aa) + q^2(aa) = 1$$

nhóm tự phối: $x f_1 AA + y f_2 Aa + z f_3 aa$ (2). Cấu trúc nhóm này qua 1 thế hệ sẽ là

$$kAA + mAa + naa = 1$$

cấu trúc chung của quần thể là hợp 2 nhóm quần thể lại hay lấy nhóm quần thể 2 nhập cư toàn bộ vào nhóm quần thể 1

Nếu $f_1 = f_3 = 1$ ta có 2 nhóm nhỏ như sau

$y(1-f_2)Aa$ (1) ngẫu phối, do ở đây chỉ có 1 kiểu gen duy nhất ta có thể xem như chúng tự phối)

$xAA + y f_2 Aa + zaa$ (2) tự phối

gộp 2 nhóm nhỏ này lại ta thấy chúng tự phối, tương tự như trên qua n thế hệ ta có cấu trúc quần thể thế hệ thứ n như sau.

$$\left\{ x + \frac{y[1-(1-f)^n]}{2} \right\} (AA) + y(1-f)^n (Aa) + \left\{ z + \frac{y[1-(1-f)^n]}{2} \right\} (aa) = 1$$

NỘI PHỐI

Tham khảo thêm phần phụ lục (tham khảo thêm trong sách di truyền dành cho học sinh chuyên của tác giả Vũ Đức Lưu)

CẤU TRÚC GEN LIÊN KẾT GIỚI TÍNH

Cấu trúc di truyền giới dị giao (XY)

Nếu 1 gen có n alen liên kết trên NST X không alen tương ứng trên Y thì ta có cấu trúc di truyền sau:

$$X^{a_1}Y + X^{a_2}Y + \dots + X^{a_n}Y = 1$$

Nếu 1 gen có n alen liên kết trên NST X có alen tương ứng trên Y thì ta có cấu trúc di truyền sau:

$$X^{a_1}Y^{a_1} + X^{a_2}Y^{a_2} + \dots + X^{a_n}Y^{a_n} = 1$$

Nếu có nhiều gen liên kết với nhiễm sắc thể X không hoặc có alen tương ứng trên Y thì cấu trúc chung của quần thể bằng xác suất chung giữa chúng, tức

$$(A)(B)\dots(N)=1$$

Cấu trúc di truyền giới đồng giao (XX)

Ta có thể xem NST là NST thường vì chúng có cấu tạo gồm 2 chiếc giống nhau, mọi quá trình đều giống như NST thường nhưng chỉ khác nhau ở chức năng giữa chúng. Cũng chính vì vậy cấu trúc di truyền của quần thể khi các gen liên kết chúng giống như các gen đó liên kết với NST thường.

Cấu trúc di truyền của quần thể khi gen liên kết với giới tính

Xét 1 gen có 2 alen A, a nằm trên NST giới tính X không có alen tương ứng trên Y có tần số alen tương ứng là p, q. Gọi p_c, p_d lần lượt là tần số alen tương ứng của alen trội của giới cái XX và đực XY; q_c, q_d lần lượt là tần số alen lặn ở giới cái và đực, giả sử quần thể này đang cân bằng khi đó ta có cấu trúc quần thể cái, đực như sau:

$$XX : p_c^2 X^A X^A + 2 p_c q_c X^A X^a + q_c^2 X^a X^a = 1 ; XY : p_d X^A Y + q_d X^a Y = 1$$

cho quần thể trên ngẫu phối

$$(p_c X^A + q_c X^a) \left(\frac{p_d}{2} X^A + \frac{q_d}{2} X^a + \frac{p_d + q_d}{2} Y \right) = 1$$

$$XX : \frac{p_c p_d}{2} X^A X^A + \frac{p_c q_d + p_d q_c}{2} X^A X^a + \frac{q_c q_d}{2} X^a X^a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow p_{c1} = p_c p_d + \frac{p_c q_d + p_d q_c}{2} = \frac{p_c + p_d}{2}$$

$$XY : p_c Y + q_c X^a Y = 1$$

$$\Rightarrow p_{d1} = p_c$$

tương tự như vậy ta tổng quát được

$$p_{cn} = \frac{p_{c(n-1)} + p_{d(n-1)}}{2}$$

$$p_{dn} = p_{c(n-1)}$$

cho nhận 1 vài giá trị đầu ta có:

$$p_{c1} = \frac{1}{2} p_c + \frac{1}{2} p_d$$

$$p_{c2} = \frac{p_{c1} + p_{d1}}{2} = \frac{\frac{p_c + p_d}{2} + p_c}{2} = \frac{3}{4} p_c + \frac{1}{4} p_d$$

$$p_{c3} = \frac{5}{8} p_c + \frac{3}{8} p_d$$

$$p_{c4} = \frac{11}{16} p_c + \frac{5}{16} p_d$$

$$p_{c5} = \frac{21}{32} p_c + \frac{11}{32} p_d$$

$$p_{c6} = \frac{43}{64} p_c + \frac{21}{64} p_d$$

nhận thấy mẫu số ở phần cái tuân theo 2^n với n là số thứ tự của thế hệ

nhận xét dãy số phân tử của hạng tử chứa p_c :

$$n=1: 1=1$$

$$n=2: 3=2^1+1$$

$$n=3: 5=2^2+1$$

$$n=4: 11=2^1+2^3+1$$

$$n=5: 21=2^2+2^4+1$$

$$n=6: 42=2^1+2^3+2^5+1$$

nhận thấy dãy số có công bội $q=2^2$ khi n chẵn ta có các dãy số

$$n=2: 3=2^1+1$$

$$n=4: 11=2^1+2^3+1$$

$$n=6: 43=2^1+2^3+2^5+1$$

$$\text{ta có } 2^1+2^3+2^5+\dots+2^{2k+1} = \frac{2(2^{2p}-1)}{2^2-1} = \frac{2(2^{2p}-1)}{3} (k, p \in \mathbb{N}, p \neq 0)$$

$$\Rightarrow S_{n\text{chẵn}} = \frac{2(2^n-1)}{3} = \frac{2^{n+1}-2}{3}$$

khi n lẻ ta có

$$n=1: 1=1$$

$$n=3:5=2^2+1$$

$$n=5:21=2^2+2^4+1$$

$$\text{ta có } 2^2+2^4+2^6+2^8+\dots+2^{2k}=\frac{2^2(2^{2p}-1)}{2^2-1}=\frac{2^2(2^{2p}-1)}{3}$$

$$\Rightarrow S_{nl\acute{e}}=\frac{2^2(2^{n-1}-1)}{3}+1=\frac{2^{n+1}-1}{3}$$

từ đó

$$p_{nch\grave{a}n}=\frac{2^{n+1}+1}{3.2^n}p_c+\frac{2^n-\frac{2^{n+1}+1}{3}}{2^n}p_d=\frac{2^{n+1}+1}{3.2^n}p_c+\frac{2^n-1}{3.2^n}p_d$$

$$\frac{2}{3}p_c+\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^np_c+\frac{1}{3}p_d-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^np_d=\frac{2}{3}p_c+\frac{1}{3}p_d+\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^n(p_c-p_d)$$

$$\left(\text{do } n \text{ chẵn nên } \left(\frac{1}{2}\right)^n=\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)$$

$$p_{nl\acute{e}}=\frac{2^{n+1}-1}{3.2^n}p_c+\frac{2^n-\frac{2^{n+1}-1}{3}}{3.2^n}p_d=\frac{2^{n+1}-1}{3.2^n}p_c+\frac{2^n+1}{3.2^n}p_d$$

$$\frac{2}{3}p_c+\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^np_d+\frac{1}{3}p_d+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^np_d=\frac{2}{3}p_c+\frac{1}{3}p_d+\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^n(p_c-p_d)$$

$$\left(\text{do } n \text{ lẻ nên } \left(\frac{-1}{2}\right)^n=-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

nhận thấy kết quả $p_{nch\grave{a}n}$ tương tự như $p_{nl\acute{e}}$ vậy ta có công thức tổng quát

$$p_{cn}=\frac{2}{3}p_c+\frac{1}{3}p_d+\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^n(p_c-p_d)$$

$$p_{dn}=p_{c(n-1)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_{cn}=\frac{2}{3}p_c+\frac{1}{3}p_d$$

Trường hợp gen có 2 alen thuộc NST X có alen tương ứng trên Y

Cấu trúc quần thể ở giới cái tương tự như trên, ở giới đực ta có:

$$mX^AY^A+nX^AY^a+kX^aY^A+tX^aY^a=1$$

tần số alen A thuộc X là: $\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{2}\right)$, của a thuộc X là $\frac{k+t}{2}$

nếu ta lấy tổng của chúng ta có $\frac{m+n+k+t}{2} = 0,5$ nhận thấy tổng là 1 hằng số

chuẩn hoá tần số alen của A và a sao cho tổng của chúng bằng 0,5, khi đó

gọi a là tần số alen A thuộc X, b là tần số alen a thuộc Y ta có ngay $a+b=0,5$

tương tự như vậy gọi c là tần số alen A thuộc Y, d là tần số alen a thuộc Y ta cũng có $c+d=0,5$

cho 2 quần thể trên ngẫu phối ta có đẳng thức sau

$$(p+q)(a+b+c+d)=1$$

sau khi tính toán và rút gọn như trên ta có

$$p_{c1} = \frac{p_c}{2} + \frac{1}{2}(2p_d X)$$

$$p_{d1} X = \frac{p_c}{2}, p_1 Y = c$$

từ đây dễ dàng ta có

$$p_{cn} = \frac{2}{3} p_c + \frac{1}{3} p_d + \frac{1}{3} \left(\frac{-1}{2}\right)^n (p_c - 2p_d X)$$

$$p_{dn} X = \frac{p_{c(n-1)}}{2}, p_{dn} Y = c$$

TÓM TẮT

Xét 1 gen 2 alen A, a thuộc NST X không alen trên y có tần số p, q. Khi quần thể cân bằng khi truyền ta có:

$$p_{cn} = \frac{2}{3} p_c + \frac{1}{3} p_d + \frac{1}{3} \left(\frac{-1}{2}\right)^n (p_c - p_d)$$

$$p_{dn} = p_{c(n-1)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_{cn} = \frac{2}{3} p_c + \frac{1}{3} p_d$$

Xét 1 gen 2 alen A, a thuộc NST X có alen trên Y với tần số p, q. Khi quần thể cân bằng khi truyền ta có:

$$p_{cn} = \frac{2}{3} p_c + \frac{1}{3} p_d + \frac{1}{3} \left(\frac{-1}{2}\right)^n (p_c - 2p_d X)$$

$$p_{dn} X = \frac{p_{c(n-1)}}{2}, p_{dn} Y = c$$

CẤU TRÚC GEN LIÊN KẾT NST THƯỜNG

khi gen liên kết NST thường có phân biệt đực cái thì ta có

phần đực là $pđ + qđ = 1$; phần cái là $pc + qc = 1$

khi đó cấu trúc chung của quần thể là

$$(pđ + qđ)(pc + qc) = pđpc(AA) + (pđqc + pcqđ)(Aa) + qđqcaa = 1$$

Khi thể hệ ngẫu phối giữa đực và cái lớn thì ta có

$$p = \frac{pđ + pc}{2}$$

Chu kì bán rã

$$Mn = \frac{M_0}{2^n}, Mn \text{ lượng chất còn lại ở chu kì thứ } n, M_0 \text{ lượng chất ban đầu, } n \text{ là chu kì}$$

KIỂU GEN VÀ KIỂU LAI

Số kiểu gen

Có n alen của một gen nằm trên cùng 1 NST thường

$$N = \frac{n(n+1)}{2}$$

Chứng minh công thức này. Đơn giản ta có nếu có n alen khác nhau thì sẽ có n kiểu gen đồng hợp và sẽ có C_n^2 kiểu gen dị hợp nên tổng số kiểu gen sẽ là $n + C_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$

Có a_1 alen của gen thứ nhất, a_2 của gen thứ 2.....có a_n gen của gen thứ n liên kết trên cùng 1 NST thường

$$N = \frac{a_1 a_2 \dots a_n (a_1 a_2 \dots a_n + 1)}{2}$$

Chứng minh công thức này đơn giản ta có NST có 2 chiếc, chiếc thứ nhất có $a_1 a_2 \dots a_n$ loại, chiếc thứ 2 cũng có $a_1 a_2 \dots a_n$ loại. Kết hợp 2 chiếc thứ nhất và thứ 2 giống như công thức $N = \frac{n(n+1)}{2}$ nên ta có công thức tổng quát ở trên.

Gen liên kết với NST X, có hoặc không có alen trên Y

XX có 2 chiếc giống nhau hoàn toàn, ta có thể xem nó như NST thường vì vậy tính số kiểu gen như NST thường.

$$N_{XY} = (\text{giao tử khác nhau bên X}) \times (\text{giao tử khác nhau bên Y})$$

Kiểu lai

$$Q = \frac{N(N+1)}{2} \text{ điều kiện: gen thuộc NST thường}$$

$$Q = N_{\text{cái}} \cdot N_{\text{đực}} \text{ điều kiện: có ít nhất 1 gen thuộc NST giới tính}$$

BIẾN ĐỘNG SỐ LƯỢNG QUẦN THỂ

Kích thước tối thiểu để quần thể tồn tại

$$K = \frac{4ab}{a+b}$$

a số cá thể cái, b số cá thể đực

chứng minh

Gọi a, b lần lượt là số lượng cá thể cái và cá thể đực, vì a, b > 0 nên ta có:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \quad (AM - GM) \Leftrightarrow (a^2 + 2ab + b^2) \geq 4ab \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab$$

chia cả hai vế cho a+b ta có

$$a+b \geq \frac{4ab}{a+b}$$

Lại có K = a + b (K là kích thước của quần thể)

$$\Leftrightarrow K \geq \frac{4ab}{a+b}$$

$$\text{dấu} = \text{xảy ra khi } a = b, \text{ suy ra } \min K = \frac{4ab}{a+b}$$

Đánh bắt thả lại

Xét 1 quần thể di chuyển K nào đó, gọi a là số cá thể bắt lần 1, đánh dấu hết và thả lại, b là số cá thể bắt lần 2, c là số cá thể có đánh dấu trong lần 1 xuất hiện trong b cá thể (c ≤ b và c ≤ a), N là số cá thể. Ta có đẳng thức sau:

$$\frac{N}{a} = \frac{b}{c}$$

Điều kiện nghiệm đúng tương đối: số N tương đối lớn, môi trường không bị giới hạn, các cá thể di chuyển tự do, phân bố cá thể ngẫu nhiên hoặc đồng đều, trong thời gian khảo sát số cá thể được sinh ra phải hạn chế hay không xuất hiện thêm cá thể, các cá thể bị đánh dấu không ảnh hưởng đến khả năng sống. Nói tóm lại là N không bị biến động.

Chu kì biến động của quần thể (tham khảo)

Kích thước quần thể (số lượng cá thể) = số cá thể sinh ra + số cá thể nhập cư – số cá thể chết đi – số cá thể xuất cư

Lưu ý: kích thước quần thể được thiết lập trong 1 thời điểm xác định

Tốc độ tăng trưởng (r) = tỉ lệ sinh b (born) – tỉ lệ tử d (die)

r có thể lớn hơn, nhỏ hơn hoặc bằng 0

nếu $r > 0 \Rightarrow$ quần thể đang tăng trưởng (gia tăng kích thước)

nếu $r < 0 \Rightarrow$ quần thể đang suy giảm (giảm kích thước)

nếu $r = 0 \Rightarrow$ quần thể ổn định

khi đó kích thước tức thời của quần thể được biểu diễn theo công thức

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

(t là thời gian, n là kích thước của quần thể tại thời điểm t)

Công thức trên biểu diễn kích thước của quần thể tăng theo tiềm năng sinh học, nhưng trong thực tế rất hiếm gặp dạng này mà phổ biến là tăng trưởng cân bằng với sức chứa của môi trường, nếu gọi K là sức chứa tối đa của môi trường (tức $K = N_{\max}$)

Khi đó kích thước của quần thể được biểu diễn theo công thức

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(\frac{K - N}{K} \right)$$

(tăng trưởng theo kiểu này còn gọi là tăng trưởng lôgictic)

Tốc độ tăng trưởng điều hoà

Nếu gọi r là tốc độ tăng trưởng của quần thể trong môi trường bị giới hạn. Giả sử đồ thị tăng trưởng của quần thể đang dao động điều hoà, suy ra tập hợp các giá trị r là 1 đường cong hình sin có dạng

$$y = a + b \cdot \cos x$$

Với a hệ số tăng trưởng tự do, b là hệ số tăng trưởng, x là đơn vị thời gian biểu diễn theo chu kì.

HỆ SINH THÁI

Tổng nhiệt hữu hiệu

$$T = n(x - k)$$

T: tổng nhiệt hữu hiệu (độ.ngày)

N: số ngày hoàn tất một giai đoạn phát triển

K: nhiệt độ môi trường

Lưu ý: công thức này chỉ áp dụng duy nhất cho sinh vật biến nhiệt và T là hằng số không đổi trong một giai đoạn phát triển của một sinh vật biến nhiệt cụ thể nào đó. Ví dụ: sâu bọ

Hiệu suất sinh thái

Hiệu suất sinh thái giữa hai bậc sinh dưỡng X và Y là (X đứng sau Y)

$$H = \frac{C_X}{C_Y}$$

Hiệu suất sinh thái của bậc dinh dưỡng thứ n với bậc dinh dưỡng thứ a ($n > a$) là

$$H_{n \rightarrow a} = H_{a+1 \rightarrow a} H_{a+2 \rightarrow a+1} \dots H_{n-1 \rightarrow n}$$

Chứng minh

Giả sử cho chuỗi chức ăn có dạng

A A + 1 An

Hiệu suất sinh thái giữa 2 bậc bất kì là

$$\frac{H_n}{H_a} = \frac{H_{a+1}}{H_a} \times \frac{H_{a+2}}{H_{a+1}} \times \dots \times \frac{H_n}{H_{n-1}}$$

Độ đa dạng Shannon

$$H = -(a \ln a + b \ln b + c \ln c + \dots + n \ln n)$$

Trong đó a, b, c, ..., n là độ đa dạng của một nhóm loài nào đó.

$$\text{Độ đa dạng} = \frac{\text{tổng số cá thể của loài có trong hệ sinh thái}}{\text{tổng số cá thể có trong hệ sinh thái}}$$

Ở đây chỉ xét trong một giới hạn loài nhất định.

TUẦN HOÀN

Cung lượng tim (CO: cardiac output) là lượng máu do tim tổng vào động mạch ở mỗi thất.

Bình thường, thể tích thất trái = thể tích thất phải = 130ml.

Thể tích máu mỗi mỗi lần bóp của thất trái = thất phải = 70ml

CO = tần số tim (lần/phút) x thể tích tổng máu tâm thu của 1 thất (ml/ 1 nhát bóp)

Đo CO theo phương pháp FICK

Công thức này dựa trên nguyên tắc lượng O_2 mà cơ thể tiêu thụ qua mỗi phút bằng với lượng O_2 máu lấy được khi qua phổi mỗi phút.

$$V_{O_2 \text{ tiêu thụ}} = \text{Cung lượng tim} (V_{O_2 \text{ tĩnh mạch phổi}} - V_{O_2 \text{ trong động mạch phổi}})$$

$$\Leftrightarrow \text{Cung lượng tim} = \frac{V_{O_2 \text{ tiêu thụ}}}{V_{O_2 \text{ tĩnh mạch phổi}} - V_{O_2 \text{ trong động mạch phổi}}}$$

Huyết áp trung bình = huyết áp tâm trương + 1/3 (huyết áp tâm thu – huyết áp tâm trương)

VI SINH

Về cơ bản, việc sinh sản của vi sinh vật giống như nguyên phân. Vì vậy, các công thức tính số lượng sinh vật cũng giống như tế bào nguyên phân.

Tốc độ phân chia (S) là số thế hệ sinh ra trong một đơn vị thời gian.

Thời gian thế hệ (G) là thời gian để hoàn tất 1 lần nguyên phân.

BÀI TẬP THAM KHẢO VÀ TỰ LUYỆN

PHÂN TỬ

Bài 1

Cho ARN cấu tạo bởi 4 ribonucleotit là A, U, G, X

- Tìm số bộ ba mã hóa axit amin chứa ít nhất 1 A
- Tìm số bộ ba chứa 1 A và 1 G

Hướng dẫn

- Ta có 1 bộ 3 có 3 vị trí $\Rightarrow$ tổng số loại bộ ba lập từ 4 loại ribonucleotit là $4.4.4 = 64$

Vì không chứa A nên 3 ribonucleotit còn lại sẽ lập được $3.3.3 = 27$ bộ ba

$\Rightarrow$ Bộ ba chứa ít nhất 1 A là $64 - 27 = 37$

Vì có 3 bộ ba kết thúc chứa A là ATT, ATX, AXT

- Số bộ ba mã hóa axit amin là 34
- Vì A, G có 3 vị trí đứng, cụ thể A_G, AG_, GA_, vì vị trí _ có 2 cách chọn là U, X
 $\Rightarrow$ Số bộ ba chứa 1A, 1G là $3.2 = 6$

Bài 2

Cho ARN cấu tạo từ U, X trong đó $X = \frac{1}{3}U$. Tìm tỉ lệ bộ ba chứa nhiều nhất 2 U

Hướng dẫn

tỉ lệ $X:U$ là $\frac{1}{4}:\frac{3}{4}$

tỉ lệ bộ 3 chứa 3 U là $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

tỉ lệ bộ ba chứa ít nhất 1 U là $1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

tỉ lệ bộ ba chứa nhiều nhất 2 U là $\frac{63}{64} - \frac{27}{64} = \frac{9}{16}$

Bài 3

Cho $U:X:G = 0,25:0,5:0,25$ cấu tạo nên ARN

Tìm tỉ lệ bộ ba chứa 2 U và 1 X

Hướng dẫn

Với 2U và 1 X ta có 3 cách sắp xếp ($3!/(2!.1!)$) cụ thể UUX, UXU, XU

$$\text{Vậy tỉ lệ bộ ba chứa } 2U, 1X \text{ là } 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{32}$$

NGUYỄN PHÂN, GIÁM PHÂN

Bài 1.

Giả sử cá thể mang bộ NST $2n = 8$ giảm phân bình thường. Trong đó 1 chiếc trong cặp NST số 1 bị mất đoạn, NST số 2 bị đảo đoạn, NST số 3 bị lặp đoạn. Tìm tỉ lệ giao tử mang ít nhất 1 NST bị đột biến.

Hướng dẫn

Ta có: Trong giảm phân bình thường, các NST phân li đồng đều về 2 cực. Nếu cặp NST có 1 chiếc bị đột biến thì sẽ có $\frac{1}{2}$ giao tử bình thường và $\frac{1}{2}$ giao tử đột biến.

$$\text{Vì vậy giao tử bình tỉ lệ giao tử bình thường là } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \text{Tỉ lệ giao tử mang ít nhất 1 đột biến là } 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Bài 2.

Ở cà độc dược người ta tìm thấy thể lệch bội khá phổ biến. Cho biết bộ NST của cà độc dược $2n = 24$

tìm số loại thể 3 kép tối đa có thể có của quần thể cà độc dược

hướng dẫn

ta có thể 3 kép có dạng $2n + 1 + 1$ (tức có 2 cặp NST, mỗi cặp có 3 chiếc)

vậy số loại thể 3 kép có thể có là $C_{12}^2 = 66$

Bài 3.

Xét 1000 tế bào của cá thể mang kiểu gen là $Aa \frac{BD}{bd} \frac{EF}{ef}$

Tế bào này giảm phân bình thường, trong đó 30% tế bào hoán vị tại B,D. 20% tế bào hoán vị tại E,F. biết hoán vị xảy ra không đồng thời. tìm tỉ lệ giao tử $a\overline{BD}.\overline{EF}$

hướng dẫn

vì hoán vị không đồng thời nên hoán vị tại B, D thì tạo ra 16 loại giao tử với tỉ lệ ngang nhau, vậy tỉ lệ $a\overline{BD}.\overline{EF}$ là $0.3/16 = 0,01875$

$$\text{hoán vị tại } E, F \text{ tương tự. Tỉ lệ } a\overline{BD}.\overline{EF} \text{ là } \frac{0,2}{16} = 0,0125$$

vì có $0,2 + 0,3 = 0,5$ tế bào hoán vị nên có $1 - 0,5 = 0,5$ số tế bào giảm phân bình thường tạo 8 loại giao tử với tỉ lệ ngang nhau, vậy tỉ lệ $a\overline{BD}.\overline{EF}$ là $0,5/8 = 0,0625$

vậy tỉ lệ $a\overline{BD}.\overline{EF}$ là $0,01875 + 0,0125 + 0,0625 = 0,094$

Bài 4.

giả sử theo dõi 3 tế bào sinh dưỡng cùng loài nguyên phân một số đợt không bằng nhau. Biết rằng tổng số NST trong các tế bào con là 3888. Bộ NST có giá trị trong khoảng $[8 ; 16]$, số lần nguyên phân của tế bào thứ nhất là 2, số lần nguyên phân của tế bào thứ 2 nhỏ hơn tế bào thứ ba và lớn hơn tế bào thứ nhất.

Tìm bộ NST của loài và số lần nguyên phân của các tế bào còn lại.

Hướng dẫn

Vì bộ NST của loài luôn là số chẵn nên các giá trị có thể có là 8, 10, 12, 14, 16

Mà tổng số tế bào tạo ra cũng là số chẵn nên bộ NST của loài có 2 giá trị là 12 hoặc 8.

Giả sử bộ NST là 12 thì tổng số tế bào tạo ra là $3888/12 = 324$

Lại có tế bào thứ nhất nguyên phân 2 lần nên tổng số tế bào con còn lại là 320

Ta có $2^y + 2^z = 320$ (với $2 < y < z$ y, z lần lượt là số lần nguyên phân của tế bào thứ 2 và thứ 3)

Cho y nhận các giá trị 3, 4, 5 ... đối chiếu giả thiết chỉ có cặp nghiệm $(y; z) = (6; 8)$ là phù hợp

Giả sử bộ NST của loài là 8 thì tổng số tế bào con tạo ra là 486.

Chứng minh tương tự ta có phương trình vô nghiệm.

Vậy bộ NST $2n = 12$, tế bào thứ 2 nguyên phân 6 lần, tế bào thứ ba nguyên phân 8 lần.

LAI**Bài 1.**

Lai các cá thể mang kiểu gen $AaBb \frac{DE}{de}$

Tìm tỉ lệ kiểu hình có ít nhất 1 tính trạng trội, biết $f = 0,2$. Giảm phân bình thường, hoán vị một bên.

Hướng dẫn

Tỉ lệ phân tính riêng

$$Aa \times Aa \Rightarrow aa = 1/4$$

$$Bb \times Bb \Rightarrow 1/4$$

$$\frac{DE}{de} \times \frac{DE}{de} = (0,4 DE + 0,4 de + 0,1 De + 0,1 dE) (0,5 DE + 0,5 de) \Rightarrow \frac{de}{de} = 0,2$$

$$\Rightarrow aabb \frac{de}{de} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 0,2 = 0,0125$$

vậy tỉ lệ có ít nhất 1 tính trạng trội là $1 - 0,0125 = 0,9875$

Bài 2.

Giả sử chiều cao cây có 7 nấc do các gen có 2 alen cộng gộp. Cây đồng hợp trội cao nhất (300cm). Lai cây cao nhất với cây thấp nhất. Tỉ lệ cây cao 200cm ở F₂ là 3/32. Tìm chiều cao cây F₁.

Hướng dẫn

Giả thiết cho các gen có 2 alen cộng gộp, kèm theo đó chiều cao có 7 nấc. Ta có: số lượng các alen trội trong tổ hợp gen quyết định đến chiều cao cây, các alen trội có vai trò như nhau. Gọi x là số gen, vì mỗi gen tối đa 2 alen trội và có 1 tổ hợp đồng hợp lặn nên ta có phương trình biểu diễn theo kiểu hình.

$$2x + 1 = 7 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy tổ hợp có 3 gen. Gọi tổ hợp gen cao nhất là AABBDD (300 cm), Thấp nhất là aabbdd

$$\Rightarrow F_1 AaBbDd$$

$$\Rightarrow F_2 = F_1 \times F_1 = (AaBbDd)^2$$

$$\text{Giả thiết cây } F_2 \text{ cao } 200 \text{ cm là } \frac{3}{32} = \frac{1}{2^6} \times C_6^1 \text{ hoặc } \frac{1}{2^6} \times C_6^5$$

Vậy cây cao 200 cm có 1 alen trội hoặc 5 alen trội. Gọi a là chiều cao thấp nhất, b là chiều cao một alen trội, (a, b > 0) ta có hệ phương trình

$$a + 6b = 300 \text{ và } a + b = 200 \Leftrightarrow b = 20 \text{ (cm), } a = 180 \text{ (cm)} \quad (\text{nhận})$$

$$a + 6b = 300 \text{ và } a + 5b = 200 \Leftrightarrow b = 100 \text{ (cm), } a = -300 \text{ (cm)} \quad (\text{loại})$$

vì F₁ có 3 alen trội nên chiều cao của F₁ là $a + 3b = 240 \text{ (cm)}$

vậy cây F₁ cao 240 (cm)

Bài 3.

Giả sử, tính trạng màu hoa do 2 gen không alen quy định. Mỗi gen mang 2 alen. Hai gen này phân li độc lập và bổ trợ nhau theo tỉ lệ 9: 6: 1 . Lai bố mẹ thuần chủng tương phản với nhau thu được F₁, cho F₁ tạp giao được F₂, cho các cây con mang tỉ lệ tính trạng cao nhất ở F₂ tạp giao, tìm tỉ lệ tính trạng thấp nhất ở F₃.

Hướng dẫn

Gọi 2 gen đó mang các alen lần lượt là A,a và B,b. Hai gen này phân li độc lập và bổ trợ nhau theo tỉ lệ 9:6:1 nên có 1 trường hợp duy nhất là: 9A₋B₋ : 3 A₋bb + 3 aaB₋ : 1 aabb

Sơ đồ lai

P_{t/c tp}: AABB x aabb

F₁: AaBb

F₂: 9A₋B₋ + 3 A₋bb + 3 aaB₋ + 1 aabb

Cho cây F2 mang tỉ lệ tính trạng cao nhất đem tạp giao, tức cho 9/16A_B_ tạp giao. Tỉ lệ các loại giao tử trong A_B_ là: 4/9 AB: 2/9 Ab: 2/9 aB: 1/9ab

Tạp giao các cây này tức là cho tổ hợp tự do các giao tử hay

$(4/9 AB: 2/9 Ab: 2/9 aB: 1/9ab)^2$, suy ra cây có tính trạng chiếm tỉ lệ thấp nhất là aabb = 1/81

Bài 4.

Xét 1 gen có 2 alen quy định bệnh hói đầu trong quần thể người. Kết quả khảo sát như sau.

Tần số alen hói và không hói lần lượt là $p_1 = p_2 = 0,5$. Quần thể này đang cân bằng di truyền. ở nam có 3 loại kiểu gen. Trong tất cả nam có 0,75 bị hói, 0,25 không bị hói (*). Trong tất cả nữ có 0,25 bị hói và 0,75 không bị hói. Xác suất của một cặp vợ chồng bị hói sinh con không bị hói trong quần thể này là bao nhiêu?

hướng dẫn

vì $p_1 = p_2 = 0,5$ nên có thể xem chúng nghiệm đúng quy luật phân li của menden. Gọi hai alen đó lần lượt là A và B. Nếu gen này thuộc NST X không alen trên Y thì có chắc chắn tỉ lệ bị hói và không hói là 1:1 (trái giả thiết). Nếu gen này thuộc NST Y không alen trên X thì tỉ lệ nữ sẽ không có tính trạng này (trái giả thiết). Nếu gen này thuộc NST X có alen trên Y thì có tối đa 4 loại kiểu gen ở nam (trái giả thiết). Vậy gen phải thuộc NST thường (1). Do đó ta cũng có cấu trúc chung của quần thể là $1/4AA + 1/2AB + 1/4BB = 1$ (2). Hiển nhiên cấu trúc này ở nam và nữ như nhau (1)

từ (*),(1),(2),(3) $\Rightarrow$ tính trạng bị chi phối bởi giới tính

đặt

A là alen trội, B là alen lặn. A quy định hói ở nam không hói ở nữ. B quy định hói ở nữ không hói ở nam

vợ chồng bị hói suy ra chồng mang kiểu gen $1/3AA + 2/3AB = 1$ vợ mang kiểu gen BB

căn cứ là vào lập luận trên và giả thiết ta có sơ đồ lai

P1: $1/3 AA \times BB$

F1 : $1/3AB$ (0,5 hói: 0,5 không hói)

P2: $2/3 AB \times BB$

F1: $1/3 AB: 1/3BB$ (0,5 hói, 0,5 không hói)

Vậy xác suất con không bị hói là 50%

Bài 5.

Giả sử khảo sát tính trạng màu hoa trong quần thể. Cho cây hoa trắng lai với cây hoa đỏ được F1: 100% đỏ. Cho cây hoa đỏ F1 lai với cây hoa vàng thu được F2: 2 đỏ: 1 trắng: 1 vàng. Biết rằng không có đột biến và ảnh hưởng giới tính. Tìm tỉ lệ kiểu hình khi cho các cây F1 giao phấn ngẫu nhiên.

Hướng dẫn

giả sử tính trạng này do 1 gen có 2 alen quy định. Quần thể có 3 loại tính trạng $\Rightarrow$ có hiện tượng trội không hoàn toàn. Lại có F1 x hoa trắng thu được 4 kiểu tổ hợp, thu được 3 tính trạng mà tổ hợp của 2 kiểu gen trong trường hợp này tạo tối đa 2 loại tính trạng.

$\Rightarrow$ giả thiết này không phù hợp

giả sử tính trạng do 2 gen, mỗi gen mang 2 alen quy định

giả thiết cho F2 ta có 2 đỏ: 1 trắng: 1 vàng $\Rightarrow$ có 4 = 1.4 kiểu tổ hợp

lại có hoa trắng x hoa đỏ $\Rightarrow$ đỏ vậy cây hoa đỏ cho 4 loại giao tử hay kiểu gen của nó là AaBb

vậy cây hoa trắng là aabb

$\Rightarrow F2 = AaBb \times aabb = 2(1AaBb + 1 Aabb) : 1 aaBb: 1aabb$

$\Rightarrow$ Tương tác 12:3:1 (phù hợp với đề)

Vậy khi cho F1 (AaBb) giao phấn ngẫu nhiên thì tỉ lệ kiểu hình ở thế hệ cần tìm là

12đỏ: 3 trắng: 1 vàng

Bài 6.

Giả sử. Khảo sát tính trạng màu hoa của một quần thể thực vật thu được kết quả sau:

P: Đỏ tự thụ: $\Rightarrow$ 1đỏ: 1 vàng (F1) (1)

Cho vàng F1 tạp giao: $\Rightarrow$ 1đỏ : 1 vàng (2)

Cho đỏ (F1) lai phân tích với cây trắng: $\Rightarrow$ vàng (3)

Tìm kiểu gen của P , biết rằng các cá thể đem lai giảm phân bình thường, kiểu gen của tất cả các cá thể không thường biến, không đột biến và không bị giới tính chi phối.

Hướng dẫn

Từ (3), nếu tính trạng do 1 alen quy định $\Rightarrow$ đời con phải có cây hoa đỏ (trái giả thiết)

$\Rightarrow$ tính trạng phải do nhiều alen không cùng locus (vị trí) quy định.

Giả sử tính trạng do 2 gen tương tác

Từ (1) ta có số kiểu tổ hợp là x^2 (do P tự thụ) (điều kiện $x = 1$ hoặc x chia hết cho 2)

Giả sử $x = 4 \Rightarrow$ đời con phải có cây hoa trắng (trái giả thiết)

$\Rightarrow$ đây không phải là phân li độc lập.

Vậy $x = 2$

$\Rightarrow$ Cây hoa đỏ P cho 2 loại giao tử, vậy ta có thể viết

P: đỏ x đỏ $= (a + b)^2 = (1aa + 2ab + 1bb) = 2(aa + bb): 2ab = 1(aa + bb) : 1 ab = 1 \text{vàng} : 1 \text{đỏ}$

Khi cho cây hoa vàng tạp giao

$$(a + b)^2 = (aa + 2ab + bb) = 1 \text{ vàng: } 1 \text{ đỏ (lặp lại P)}$$

⇒ Giả thiết phù hợp

Nhận xét: nếu có a, b thì cho đỏ, thiếu 1 trong 2 thì cho vàng, thiếu cả hai thì cho trắng. Vậy đây giống như kiểu tương tác 9:6:1. Ta lại có gen không phân li độc lập, kết hợp với giả thiết ⇒ tính trạng do 2 gen liên kết quy định

vì tỉ lệ thế hệ F là 1:2:1 và P tự thụ ⇒ kiểu gen P là $\frac{Ab}{aB}$

Bài 7.

Chứng minh rằng khi cho con lai giao phối trở lại với bố hoặc mẹ liên tục qua nhiều thế hệ thì mức độ cận huyết (tiếng địa phương là ‘lại giống’) ngày càng cao.

Hướng dẫn

Ta có mức độ cận huyết của con lai được biểu diễn theo công thức

$$1 - 1/(2^n) = y$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} y = 1 \text{ (tiến tới } 100\%)$$

Vậy khi lai trở lại thì con lai có mức độ cận huyết càng cao.

Bài 8.

Giả sử khảo sát tính trạng màu mắt ở ruồi giấm thu được kết quả: mắt đỏ là tính trạng trội, gen quy định màu mắt được quy định bởi 1 gen có 2 alen trội lặn hoàn toàn. Gen này thuộc NST giới tính X không alen tương ứng trên Y.

Cho ruồi cái mắt đỏ lai với ruồi đực mắt trắng được F1, cho F1 tạp giao thu được F2, cho F2 tạp giao được F3. Trong số ruồi cái ở F3, tỉ lệ ruồi mắt trắng chiếm tỉ lệ bao nhiêu, biết rằng P thuần chủng.

Hướng dẫn

Gọi A: mắt đỏ a: mắt trắng

Theo giả thiết ta có sơ đồ lai

$$P: X^A X^A \times X^a Y$$

$$F1: X^A X^a : X^A Y$$

$$F2: X^A X^A : X^A X^a : X^A Y : X^a Y$$

$$\text{Tỉ lệ giao tử bên cái (XX): } 3/4 X^A + 1/4 X^a$$

$$\text{Tỉ lệ giao tử bên đực (XY): } 1/4 X^A + 1/4 X^a + 1/2 Y$$

$$\text{Cho tạp giao tức là cho (XX) } \times \text{ (XY) } = (3/4 X^A + 1/4 X^a) \cdot (1/4 X^A + 1/4 X^a + 1/2 Y)$$

Tỉ lệ con cái mắt trắng $= 1/4 \cdot 1/4 = 1/16$

Con cái chiếm tỉ lệ là $1/2$

Tỉ lệ con cái mắt trắng trong tổng số con cái là $(1/16)/(1/2) = 1/8 = 12,5\%$

Bài 9.

Cho $AaBb \times AABb$. Tìm số kiểu gen tối đa ở đời con.

Hướng dẫn

Áp dụng công thức trên ta có

a. đối với gen 1: $Aa \times AA$ số kiểu gen tối đa ở đời con là $2 \times 1 + (1 - 1^2)/2 = 2$

b. đối với gen 2: $Bb \times Bb$ số kiểu gen tối đa ở đời con là $2 \times 2 + (2 - 2^2)/2 = 3$

$\Rightarrow$ kiểu gen tối đa ở đời con là $2 \cdot 3 = 6$

Cho $\frac{AB}{ab} \times \frac{AB}{ab}$, tìm số kiểu gen tối đa đời con khi xảy ra hoán vị hai bên

Áp dụng công thức ta có số kiểu gen tối đa ở đời con là $4 \cdot 4 + (4 - 4 \cdot 4)/2 = 10$

cho $\frac{ABD}{abd} \times \frac{ABD}{abD}$, tìm kiểu gen tối đa ở đời con khi xảy ra hoán vị hai bên

Áp dụng công thức ta có số kiểu gen tối đa ở đời con là $8 \cdot 4 + (4 - 4 \cdot 4)/2 = 26$

Bài 10.

Cho phép lai: đỏ (tự thụ) $\Rightarrow 4\%$ trắng. Trắng(F1) tự thụ $\Rightarrow 100\%$ trắng. Xác định kiểu gen bố mẹ biết thế hệ con có tối đa 10 kiểu gen, quá trình giảm phân của bố mẹ bình thường và như nhau.

Hướng dẫn

Theo giả thiết:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{đỏ tự thụ} \Rightarrow \text{trắng} \\ \text{trắng F1 tự thụ} \Rightarrow \text{trắng} \end{array} \right\} \Rightarrow KG \text{ trắng là đồng hợp lặn}$

ta có $N(\text{kiểu gen})_{xy} + \frac{n-n^2}{2} = 10$. vì tự thụ nên $x^2 + \frac{n-n^2}{2} = 10$ ($\exists k: n \leq x; n, x \in N$)

$\Rightarrow (x; n) = (4; 4); [(x; n) = (3; 2)]$ không thoả vì x là số chẵn

$x = 4 \Rightarrow$ bố mẹ cho mỗi bên 4 loại giao tử khác nhau $\Rightarrow$ kiểu gen bố mẹ gồm có 2 gen, mỗi gen có 2 alen liên kết trên 1 NST.

$\Rightarrow KG(Aa, Bb) \Rightarrow ab = 0,2 \Rightarrow KG \text{ bố mẹ là } \frac{Ab}{aB}, f = 40\%$

CHỌN GIỐNG

Bài 1.

Lai cây cao 500 cm với cây cao 300 cm được cây cao 450 cm. Tìm giá trị ưu thế lai.

Hướng dẫn

Chênh lệch giá trị của cây con $= 450 - 0,5 (500 + 300) = 50$

Nếu mục đích tạo ưu thế lai của cây con là tìm cây thấp hơn thì đây không phải là ưu thế lai. Nếu mục đích tạo cây con cao hơn thì đây chính là ưu thế lai.

QUẦN THỂ

Bài 1.

Cho quần thể có cấu trúc: $0,3AA + 0,2Aa + 0,5aa = 1$

Tính p, q và tìm cấu trúc cân bằng của quần thể.

Hướng dẫn

$$p = 0,3 + \frac{0,2}{2} = 0,4, q = 1 - p = 0,6$$

Cấu trúc quần thể khi quần thể cân bằng

$$(p+q)^2 = 0,16AA + 0,48Aa + 0,36aa = 1$$

Bài 2.

Cho quần thể có cấu trúc: $0,2AA + 0,2Aa + 0,6aa = 1$

Quần thể này có cân bằng không? Nếu chưa cân bằng, xác định cấu trúc quần thể lúc cân bằng.

Hướng dẫn

ta có $\sqrt{0,2} + \sqrt{0,6} \neq 1$ nên quần thể không cân bằng di truyền

$$p = 0,3, q = 0,7, \text{ cấu trúc cân bằng là: } 0,09AA + 0,42Aa + 0,49aa = 1$$

Bài 3.

Quần thể có cấu trúc: $p^2AA + 2pqAa + q^2aa = 1$

Chứng minh rằng $S = (p - q)^3 + 2q(p - q)^2 + 4pq = \text{const}$

Hướng dẫn

$$S = (p - q)^3 + 2q(p - q)^2 + 4pq$$

$$\Leftrightarrow S = (p - q)^3 + (1 - p + q)(p - q)^2 + 4pq$$

$$\Leftrightarrow S = (p - q)^3 + (p - q)^2 - (p - q)^3 + 4pq$$

$$\Leftrightarrow S = (p + q)^2 = 1 \text{ (đpcm)}$$

Bài 4.

Cho cấu trúc của quần thể như sau: $p^2AA + 2pqAa + q^2aa = 1$ [$p \in (0;1)$]

chứng minh rằng: $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \geq 4\sqrt{pq}$

Hướng dẫn

Do p, q là hai số dương, áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho p, q ta có

$$p^2 + q^2 \geq 2pq, p + q \geq 2\sqrt{pq}$$

ta lại có $p + q = 1$

$$\Rightarrow (p^2 + q^2)(p + q) \geq 2pq(p + q)$$

$$\Rightarrow (p^2 + q^2)(p + q) \geq 4pq\sqrt{pq}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} + \frac{q}{p} \geq 4\sqrt{pq}$$

Dấu '=' xảy ra khi $p = q = 0,5$

Bài 5

Cho quần thể có q $\in [0,2 ; 0,8]$

tìm giá trị của p, q để $\max S = \frac{2pq}{p^2 + 2pq}$

Hướng dẫn

theo giả thiết ta có $q \geq 0,2 \Rightarrow q \geq 0,2(p + q) \Rightarrow \frac{q}{p} \geq 0,25$. tương tự ta có $\frac{q}{p} \leq 4$

đặt $t = \frac{q}{p}$ ta được $S = f(t) = \frac{2t}{1+2t}, t \in [0,25 ; 4]$

$$f'(t) = \frac{2}{(1+2t)^2} > 0 \text{ với mọi } t, \text{ suy ra hàm số } f(t) \text{ luôn đồng biến trên } R$$

vậy $\max f(4) = \frac{8}{9}$ đạt được tại $\frac{q}{p} = 4 \Leftrightarrow p = 0,2 ; q = 0,8$

vậy với $p = 0,2 ; q = 0,8$ thì $S = \max$

Bài 6

Cho quần thể có 6 gen

Gen 1 có 3 alen, gen 2 có 5 alen, gen 3 có 3 alen, gen 4 có 3 alen, gen 5 có 2 alen, gen 6 có 3 alen. Gen 1 thuộc cặp NST thường số 1, gen 2 và 3 thuộc cặp NST thường số 2, gen 4 thuộc NST X không alen trên Y, gen 5 thuộc NST Y không alen trên X, gen 6 thuộc NST X có len tương ứng trên Y. Có bao nhiêu phép lai trong quần thể này?

Hướng dẫn

$$\text{NST 1: kiểu gen (KG)} = 3.(3+1)/2 = 6$$

$$\text{NST 2: KG} = 5.3(5.3 + 1)/2 = 120$$

$$\text{NST XX: KG} = 3.3(3.3 + 1)/2 = 45$$

$$\text{NST XY: KG} = (X).(Y) = (3.3).(2.3) = 54$$

$$\text{Kiểu gen giới đực(KGD)} = \text{NST1. NST2. NSTXY} = 38880$$

$$\text{Kiểu gen giới cái(KGC)} = \text{NST1. NST2. NST XX} = 32400$$

$$\text{Số phép lai} = (\text{KGD}).(\text{KGC}) = 38880 \times 32400$$

Bài 7.

Giả sử quần thể 1 có cấu trúc: $0,2AA + 0,4Aa + 0,4aa = 1$

Quần thể 2 có cấu trúc: $0,6 AA + 0,2Aa + 0,2 aa = 1$

Kích thước quần thể 1 chỉ bằng 0,2 quần thể 2

Trong điều kiện thiếu thức ăn, 0,3 cá thể ở quần thể 1 di cư và nhập toàn bộ vào quần thể 2

Tìm cấu trúc cân bằng của quần thể bị nhập cư sau 5 thế hệ, biết rằng tần suất nhập cư, và tỉ đối kích thước không đổi.

Hướng dẫn

Theo giả thiết ta có

$$p_m = 0,5, \quad p_0 = 0,7$$

$$m = 0,3.0,2 / (1 + 0,3.0,2) = 0,057$$

Áp dụng công thức

$$p_n = p_0 + (p_0 - p_m) [(1 - m)^n - 1] \quad (1)$$

Thay $p_0 = 0,7$, $p_m = 0,5$, $m = 0,057$, $n = 5$ vào (1) ta có

$$p_5 = 0,7 + (0,7 - 0,5) [(1 - 0,057)^5 - 1] = 0,65$$

$$q_5 = 0,35$$

Cấu trúc quần thể bị nhập cư cân bằng là

$$0,423AA + 0,455Aa + 0,122aa = 1$$

Bài 8.

Trong một quần thể người, khảo sát tính trạng mù màu ở 1000 nam và 3000 nữ. Thu được kết quả: Ở nam có 2 kiểu gen về gen này. Có 100 nam bị mù màu. Quần thể này đang cân bằng di truyền. Tỉ lệ nam mắc bệnh nhiều hơn nữ. Không có đột biến và ảnh hưởng giới tính.

Tìm số người mang alen quy định bệnh mù màu trong 500 người bình thường.

Hướng dẫn

Giả sử bệnh mù màu do 1 gen có 2 alen quy định, theo giả thiết nam có 2 kiểu gen về gen này $\Rightarrow$ gen liên kết với NST X không có alen trên Y.

Gọi 2 alen đó lần lượt là A, a ứng với tần số p, q

Cấu trúc di truyền của nam giới là $pX^AY + qX^aY = 1$

Theo giả thiết nam bệnh là 100 người trong 1000 người $\Rightarrow q = 0,1$

Vì quần thể cân bằng nên q ở nam bằng q ở nữ. Vậy tỉ lệ nữ không bệnh là $1 - (0,1)^2 = 0,99$

Số nữ không bệnh trong 3000 nữ là 2970

Số nữ mang kiểu gen dị hợp là $2pq \cdot 3000 = 540$

Số nam bình thường là $1000 - 100 = 900$

Vậy tỉ lệ người mang gen bệnh trong tổng số người không bệnh là $540 / (2970 + 900) = 0,14$

Vậy tỉ lệ người mang gen bệnh trong 500 người là $0,14 \cdot 500 = 70$

Bài 9.

Chứng minh rằng nhập cư không đổi qua n thế hệ thì tần số alen của $p_n = p_m$

Hướng dẫn

Ta có

$$0 < (1-m) < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (1-m)^n = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$$

Bài 10.

Xét 1 gen có 2 alen trong quần thể có tần số tương đối lần lượt là p, q. Do tác động của tia UV làm cho các alen này bị đột biến thuận và cả đột biến nghịch.

Tính p, q ở thế hệ thứ 20 (đột biến đơn lẻ).

Qua bao nhiêu thế hệ thì $p_n = 0,2985$

Tìm $p_{60} = ?$ (đột biến kép)

Tìm cấu trúc quần thể cân bằng (đột biến kép).

Cho $p_0 = 0,3$, $u = 10^{-4}$, $v = 3 \cdot 10^{-4}$

Hướng dẫn

Đột biến thuận

$$p_{20} = p_0(1-u)^{20} = 0,3(1-10^{-4})^{20} = 0,2994; q_{20} = 1 - p_{20} = 0,7006$$

đột biến nghịch

$$q_{20} = 0,7(1 - 3 \cdot 10^{-4})^{20} = 0,696; p_{20} = 0,304$$

thế hệ thứ $p_n = 0,2985$

$$p_n = p_0(1-u)^n \Rightarrow n = \frac{\ln \frac{p_n}{p_0}}{\ln(1-u)} = 50$$

$$p(\text{cân bằng}) = \frac{v}{v+u} = \frac{3}{4} : q = \frac{1}{4}$$

$$(p+q)^2 = \frac{9}{16}(AA) + \frac{6}{16}(Aa) + \frac{1}{16}(aa) = 1$$

p_{60} (đột biến kép)

$$p_{60} = p_0[1 - (u+v)]^{60} + v \frac{1 - [1 - (u+v)]^{60}}{(u+v)} = 0,3107$$

Bài 11.

Cho quần thể có $p(A) = 0,3$; $q(a) = 0,7$. Trong điều kiện thời tiết khắc nghiệt, giao tử mang alen A tỏ ra có ưu thế hơn so với alen a. Cũng chính vì thế mỗi thế hệ sức sống của alen a chỉ bằng 0,7 alen A. Tìm $q_{10} = ?$

Hướng dẫn

Vì sức sống alen a bằng 0,7 alen A $\Rightarrow W_a = 0,7$. Từ đây ta cũng có 0,3a bị chết đi hay xuất cư ra khỏi quần thể, vì vậy $m = W_a = 0,7$

$$\Rightarrow p_7 = \frac{p_0}{p_0 + m^7 q_0} = 0,84 \Rightarrow q_7 = 0,16$$

Bài 12

Cho chu kì biến động của quần thể là 50 năm, tốc độ tăng trưởng điều hoà $r \in [0,02 ; 0,07]$. Tại năm 2000 tốc độ tăng trưởng là 0,035. Tìm tốc độ tăng trưởng của quần thể trong năm 2020.

Hướng dẫn

Vì $\min \cos x = -1$, $\max \cos x = 1$, lại có $y = a + b \cos x$ là hàm liên tục nên ta có hệ phương trình

$$a + b = 0,07 \text{ và } a - b = 0,02 \Rightarrow a = 0,045 \text{ và } b = 0,025$$

Thay a, b vào công thức trên ta có $y = 0,045 + 0,025 \cos x$ (liên tục trên $[0,02; 0,07]$)

Với $r = 0,035 \Rightarrow x = 113^\circ \Rightarrow$ số năm tương ứng với r trong chu kì là $113 \times 50 / 360 = 15,7$ (năm). Số năm tương ứng trong chu kì vào năm 2020 là $15,7 + 20 = 35,7$ (năm)

$$\Rightarrow x = 35,7 \times 360 / 50 = 257^\circ$$

Thay x vào công thức ta được $y = r = 0,039$

Vậy tốc độ tăng trưởng của quần thể trong năm 2020 là 0,039 (tức 3,9%)

TOÁN HỖN HỢP

Bài 1.

Xét quần thể đậu Hà Lan cân bằng di truyền có $A_B = 18,36\%$, $aabb = 31,36\%$

Tìm tỉ lệ $AAB_$, biết $f(a) \in (0; 0,75)$

Hướng dẫn

Gọi x là tần số của alen a ($x > 0$), y là tần số của alen b

Theo đề bài ta có

$$aabb = x^2y^2 = 0,3136 \Rightarrow y^2 = 0,3136/x^2$$

$$\text{lại có } A_B = (A_)(B_) = [(1-x)^2 + 2x(1-x)][(1-y)^2 + 2y(1-y)] = 0,1836$$

$$\Leftrightarrow (1-x^2)(1-y^2) = 0,1836$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 1,13x + 0,3136 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 0,49 \text{ hoặc } x^2 = 0,64. \text{ đối chiếu với điều kiện } \Rightarrow x = 0,7 \Rightarrow y = 0,8$$

$$\text{Ta có } AAB_ = (1-x)^2(1-y^2) = 0,0324 \text{ hay } 3,24\%$$

Vậy tỉ lệ $AAB_$ là 3,24%

Bài 2.

Giả sử, quần thể động vật có 7 kiểu gen khác nhau về 1 gen có 2 alen. Lai bố đồng hợp lặn với mẹ đồng hợp trội được F1, cho F1 tạp giao được F2, cho F2 tạp giao được F3. Tỉ lệ trội thuần chủng trong kiểu hình trội ở F3 là bao nhiêu? (biết rằng gen trội là trội hoàn toàn)

Hướng dẫn

Giả thiết cho gen có 2 alen, gọi hai alen đó là A, a.

Giả sử gen thuộc NST thường chúng ta có tối đa 3 kiểu gen (không thỏa yêu cầu đề bài)

Giả sử gen thuộc NST X không alen trên Y chúng ta có tối đa 5 kiểu gen (không thỏa)

Giả sử gen thuộc NST X có alen trên Y chúng ta có tối đa 7 kiểu gen (thỏa)

Sơ đồ lai

$$P: X^AX^A \times X^aY^a$$

$$F1: X^AX^a : X^AY^a$$

$$F2: X^AX^A: X^AX^a: X^AY^a: X^aY^a$$

$$G: XX: 0,75 X^A: 0,25 X^a$$

$$XY: 0,25 X^A: 0,25 X^a: 0,5 Y^a$$

$$F3 \times F3 = XX \times XY = (0,75 X^A + 0,25 X^a) (0,25 X^A + 0,25 X^a + 0,5 Y^a)$$

$$\text{Tỉ lệ đồng hợp trội là: } 0,75 \times 0,25 = 3/16$$

$$\text{Tỉ lệ kiểu hình trội là: } 0,75 \cdot 0,25 + 0,75 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 0,25 + 0,75 \cdot 0,5 = 13/16$$

$$\text{Tỉ lệ đồng hợp trội/ tỉ lệ kiểu hình trội là } 3/13$$

Bài 3

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$\frac{pq}{p^2 + 2pq} + \frac{pr}{r^2 + 2pr} + \frac{qr}{q^2 + 2qr} \leq p + q + r$$

(p, q, r là tần số tương đối của các alen)

Hướng dẫn

Đặt

$$P = \frac{pq}{p^2 + 2pq} + \frac{pr}{r^2 + 2pr} + \frac{qr}{q^2 + 2qr} \leq p + q + r$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\frac{p}{q} + 2} + \frac{1}{\frac{r}{p} + 2} + \frac{1}{\frac{q}{r} + 2} \leq 1$$

Đặt

$$\frac{p}{q} = a, \frac{r}{p} = b, \frac{q}{r} = c \text{ ta có}$$

$$P \Leftrightarrow \frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b} + \frac{1}{2+c} \leq 1, abc = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{2+a-a}{2+a} + \frac{2+b-b}{2+b} + \frac{2+c-c}{2+c} \right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a+2} + \frac{b}{b+2} + \frac{c}{c+2} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow a(a+2)(b+2) + b(a+2)(c+2) + c(a+2)(b+2) \geq (a+2)(b+2)(c+2)$$

$$\Leftrightarrow abc + ab + bc + ca \geq 4$$

$$\Leftrightarrow ab + bc + ca \geq 3 \text{ (do } abc = 1)$$

$$\text{ta có } ab + bc + ca \geq 3 \sqrt[3]{a^2 b^2 c^2} = 3 \text{ (dpcm)}$$

$$\text{vậy } \frac{a}{a+2} + \frac{b}{b+2} + \frac{c}{c+2} \geq 1 \text{ (dpcm)}$$

$$\text{đấu} = \text{xảy ra khi } a = b = c = 1 \text{ hay } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 5

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \text{ (} a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương)}$$

khi quần thể cân bằng, tìm giá trị nhỏ nhất của

$$S = \frac{2pq}{9q^2+1} + \frac{2qr}{9r^2+1} + \frac{2rp}{9p^2+1}$$

(p, q, r là tần số alen tương đối của các alen)

$$\text{ta có } 9q^2+1 \geq 6q, 9r^2+1 \geq 6r, 9p^2+1 \geq 6p$$

$$\Rightarrow S \leq \frac{pq}{3q} + \frac{qr}{3r} + \frac{rp}{3p} = \frac{1}{3}$$

$$\text{vậy min } S = \frac{1}{3} \text{ đạt được khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 6

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \text{ (} a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương)}$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng tỉ lệ kiểu gen dị hợp luôn không vượt quá 66,667%

hướng dẫn

gọi p, q, r là tần số alen của các gen trong quần thể,

không mất tính tổng quát, đặt tỉ lệ kiểu gen dị hợp là S khi đó

$$S = 2pq + 2pr + 2qr = 2(pq + pr + qr)$$

$$\text{ta có } p^2 + q^2 + r^2 \geq pq + pr + qr$$

$$\Leftrightarrow (p+q+r)^2 \geq 3(pq + pr + qr)$$

$$\Rightarrow 2(pq + pr + qr) \leq \frac{2}{3} \text{ (do } p+q+r=1)$$

$$\text{vậy max } S = \frac{2}{3} (\approx 66,667 \%) \text{ đạt được khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 7

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng tỉ lệ kiểu gen đồng hợp luôn không nhỏ hơn 33,33%

hướng dẫn

gọi p, q, r là tần số tương đối của các alen trong quần thể ta có $p + q + r = 1$,

không mất tính tổng quát đặt tổng tỉ lệ kiểu gen đồng hợp là $S = p^2 + q^2 + r^2$

$$\text{ta có } p^2 + q^2 + r^2 \geq \frac{(p+q+r)^2}{3} = \frac{1}{3} (\approx 33,33\%)$$

$$\text{vậy } \min S = \frac{1}{3} \text{ đạt được khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 8

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{p^2 + q^2}{3(q^2 + 2 + 2qr + r^2) + \frac{q^2 + r^2}{3(r^2 + 2 + 2rp + p^2) + \frac{r^2 + p^2}{3(p^2 + 2 + 2pq + q^2)}}$$

(p, q, r là tần số tương đối của các alen)

hướng dẫn

$$\text{ta có } p^2 + q^2 \geq \frac{(p+q)^2}{2}, q^2 + r^2 \geq \frac{(q+r)^2}{2}, r^2 + p^2 \geq \frac{(r+p)^2}{2}$$

$$P \geq \frac{(p+q)^2}{6(q+r)^2} + \frac{(q+r)^2}{6(r+p)^2} + \frac{(r+p)^2}{6(p+q)^2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{vậy } \min P = \frac{1}{2} \text{ đạt được khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 9

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = p^2 + q^2 + r^2 + pq + pr + qr$$

p, q, r là tần số alen tương đối của các alen

hướng dẫn

$$\text{ta có } P = p^2 + q^2 + r^2 + pq + pr + qr = (p+q+r)^2 - (pq+qr+pr) = 1 - (pq+pr+qr) \geq 1 - \frac{(p+q+r)^2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{vậy } \min P = \frac{2}{3} \text{ đạt được khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 10

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$\frac{1}{1+p^2} + \frac{1}{1+q^2} \leq \frac{2}{1+r^2}$$

biết rằng $r^2 = pq$; p, q, r là tần số alen tương đối của các alen

hướng dẫn

ta có

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab} \quad (\text{với mọi } ab \leq 1)$$

thật vậy, biến đổi tương đương ta được $(a-b)^2(ab-1) \leq 0$ (luôn đúng)

do $0 < p, q, r < 1$ nên tích của 2 số hoặc 3 số bất kì luôn nhỏ hơn 1, áp dụng ta có

$$P \leq \frac{2}{1+pq} = \frac{2}{1+r^2} \quad (\text{dpcm})$$

Bài 11

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng, chứng minh rằng tỉ lệ giữa cá thể mang kiểu gen đồng hợp với các thể mang kiểu gen dị hợp luôn không nhỏ hơn 50%.

Hướng dẫn

gọi p, q, r là tần số tương đối của các alen, không mất tính tổng quát,

$$\text{ta có: } S = \frac{p^2 + q^2 + r^2}{2(pq + pr + qr)} \geq \frac{1}{2}$$

thật vậy, theo bất đẳng thức cauchy thì: $p^2 + q^2 + r^2 \geq pq + pr + qr$ (dpcm)

$$\text{dấu} = \text{xảy ra khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 12

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{p^2}{q^2 + 3r^2} + \frac{q^2}{r^2 + 3p^2} + \frac{r^2}{p^2 + 3q^2}$$

(p, q, r là tần số tương đối của các alen)

Hướng dẫn

$$\text{đặt } M = \frac{q^2}{q^2 + 3r^2} + \frac{r^2}{r^2 + 3p^2} + \frac{p^2}{p^2 + 3q^2}$$

$$N = \frac{3r^2}{q^2 + 3r^2} + \frac{3p^2}{r^2 + 3p^2} + \frac{3q^2}{p^2 + 3q^2}$$

$$\text{ta có } M + N = 3$$

$$P + 3M \geq 3 \quad (1)$$

$$3P + \frac{N}{3} \geq 3 \quad (2)$$

$$\text{cộng } (1), (2) \text{ ta được } 10P + 3M + N \geq 12 \Leftrightarrow 10P + 3(M + N) - 2N \geq 12$$

$$\Leftrightarrow 10P - 2N \geq 3 \quad (3)$$

$$\text{lấy } (2) \text{ nhân với 6 cộng với } (3) \text{ ta được } 28P \geq 21 \Leftrightarrow P \geq \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$$

$$\text{vậy } \min P = \frac{3}{4}, \text{ dấu } = \text{ xảy ra khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 13

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng tìm giá trị nhỏ nhất của:

hướng dẫn

$$P = \frac{p^2}{qr} + \frac{q^2}{pr} + \frac{r^2}{pq}$$

$$\text{ta có: } P = \frac{1}{pqr} (p^3 + q^3 + r^3) \geq \frac{3pqr}{pqr} = 3$$

$$\text{vậy } \min P = 3 \text{ đạt được khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 14

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của người mang nhóm máu A và AB biết rằng tần số alen A trong đoạn $[0,2;0,6]$.

Hướng dẫn

Gọi p, q, r là tần số lần lượt của các len A, B, O. Tỉ lệ nhóm máu A và AB là:

$$S = p^2 + 2pq + 2pr = p^2 + 2pq + 2p(1-p-q) = 2p - p^2$$

$$\text{đặt } f(p) = 2p - p^2, f(p) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; 2)$$

$$\text{suy ra } \min S = f(0,2) = 0,36, \max S = f(0,6) = 0,84$$

$$\text{vậy tỉ lệ nhóm máu A và AB nhỏ nhất là } 0,36 \text{ đạt tại } p = 0,2,$$

$$\text{tỉ lệ lớn nhất là } 0,84 \text{ đạt tại } p = 0,6$$

Bài 15

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$\frac{p^2}{q+1} + \frac{q^2}{r+1} + \frac{r^2}{p+1} \geq \frac{1}{4}$$

với p, q, r là tần số tương đối của các alen

hướng dẫn

$$\text{ta có: } \frac{p^2}{q+1} + \frac{q+1}{16} \geq \frac{p}{2}, \frac{q^2}{r+1} + \frac{r+1}{16} \geq \frac{q}{2}, \frac{r^2}{p+1} + \frac{p+1}{16} \geq \frac{r}{2}$$

$$\text{cộng vế theo vế ta được: } \frac{p^2}{q+1} + \frac{q^2}{r+1} + \frac{r^2}{p+1} + \frac{1}{16}(p+q+r) + \frac{3}{16} \geq \frac{p+q+r}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p^2}{q+1} + \frac{q^2}{r+1} + \frac{r^2}{p+1} \geq \frac{1}{4} \quad (\text{dpcm})$$

$$\text{đấu} = \text{xảy ra khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 16

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$\frac{p^3}{(q+1)(r+2)} + \frac{q^3}{(r+1)(p+2)} + \frac{r^3}{(p+1)(q+2)} \geq \frac{1}{28}$$

với p, q, r là tần số tương đối của các alen

hướng dẫn

$$\text{ta có: } \frac{p^3}{(q+1)(r+2)} + \frac{q+1}{112} + \frac{r+2}{196} \geq \frac{3p}{28}$$

$$\frac{q^3}{(r+1)(p+2)} + \frac{r+1}{112} + \frac{p+2}{196} \geq \frac{3q}{28}$$

$$\frac{r^3}{(p+1)(q+2)} + \frac{p+1}{112} + \frac{q+2}{196} \geq \frac{3r}{28}$$

cộng vế theo vế ta có:

$$\frac{p^3}{(q+1)(r+2)} + \frac{q^3}{(r+1)(p+2)} + \frac{r^3}{(p+1)(q+2)} + \frac{1}{112}(p+q+r+3) + \frac{1}{196}(p+q+r+6) \geq \frac{3}{28}(p+q+r)$$

$$\Leftrightarrow \frac{p^3}{(q+1)(r+2)} + \frac{q^3}{(r+1)(p+2)} + \frac{r^3}{(p+1)(q+2)} \geq \frac{1}{28} \text{ (dpcm)}$$

$$\text{đấu} = \text{xảy ra khi } p = q = r = \frac{1}{3}$$

Bài 17

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \quad (a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương})$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$\frac{p^2}{p^2+2pq} + \frac{q^2}{q^2+2qr} + \frac{r^2}{r^2+2rp} \geq 1$$

với p, q, r là tần số tương đối của các alen

hướng dẫn

$$\text{ta có: } \frac{p^2}{p^2+2pq} + p^2+2pq \geq 2p, \frac{q^2}{q^2+2qr} + q^2+2qr \geq 2q, \frac{r^2}{r^2+2rp} + r^2+2rp \geq 2r$$

$$\text{cộng vế theo vế ta có: } \frac{p^2}{p^2+2pq} + \frac{q^2}{q^2+2qr} + \frac{r^2}{r^2+2rp} + (p+q+r)^2 \geq 2(p+q+r)$$

$$\Leftrightarrow \frac{p^2}{p^2+2pq} + \frac{q^2}{q^2+2qr} + \frac{r^2}{r^2+2rp} \geq 1 \text{ (dpcm)}$$

$$\text{đấu} = \text{xảy ra khi } p=q=r=\frac{1}{3}$$

Bài 18

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \text{ (} a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương)}$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$4(p^2 + q^2 + r^2) \geq (p+q)^2 + (q+r)^2 + (r+p)^2 \geq \frac{4}{3}$$

Hướng dẫn

với p, q, r là tần số tương đối của các alen

$$\text{ta có: } 4(p^2 + q^2 + r^2) \geq (p+q)^2 + (q+r)^2 + (r+p)^2$$

$$\Leftrightarrow p^2 + q^2 + r^2 \geq pq + pr + qr \text{ (luôn đúng)}$$

$$\text{ta lại có: } (p+q)^2 + (q+r)^2 + (r+p)^2 \geq \frac{(p+q+q+r+r+p)^2}{3} = \frac{4}{3} \text{ (dpcm)}$$

$$\text{đấu} = \text{xảy ra khi } p=q=r=\frac{1}{3}$$

Bài 19

Cho cấu trúc quần thể nhóm máu của người như sau:

$$aAA + bAB + cAO + xBB + yBO + zOO = 1 \text{ (} a, b, c, x, y, z \text{ là các số thực dương)}$$

khi quần thể cân bằng chứng minh rằng

$$P = \frac{p}{p+q} + \frac{q}{q+r} + \frac{r}{r+p} > 1$$

$$(p, q, r \text{ là tần số alen tương đối})$$

Hướng dẫn

$$\text{ta có } \frac{p}{p+q} > \frac{p}{p+q+r} = p$$

$$\text{tương tự ta có: } \frac{q}{q+r} > q; \frac{r}{r+p} > r$$

$$\text{cộng vế theo vế ta được } \frac{p}{p+q} + \frac{q}{q+r} + \frac{r}{r+p} > p+q+r = 1 \text{ (dpcm)}$$

