

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH
ĐỀ CHÍNH THỨC**
(Đề thi có 04 trang)

uigeli.xyz
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
BÀI THI MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không tính thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 0105**

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. 4. B. 12. C. 8. D. 6.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = x \cdot 3^{x-1}$ B. $y' = 3^x \cdot \ln x$ C. $y' = 3^x$ D. $y' = 3^x \cdot \ln 3$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$ B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$
C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 6. B. 18. C. 8. D. 5.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y - z + 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n} = (-1; -1; 2)$ B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n} = (3; -1; -1)$ D. $\vec{n} = (3; 1; 1)$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(3; +\infty)$ B. $(-3; +\infty)$ C. $(-1; 3)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 7. Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 12A được cho ở bảng sau:

Nhóm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu trên bằng

- A. 0,7. B. 0,15. C. 8,5. D. 6.

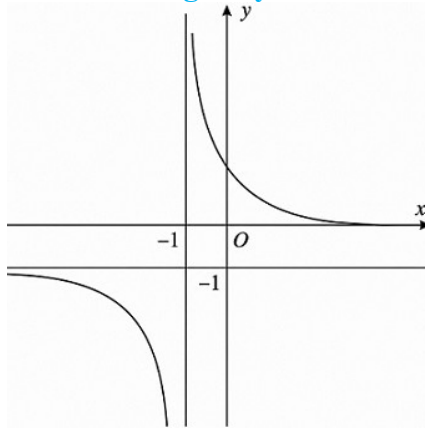
Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. 8. B. 10. C. 9. D. 7.

Câu 9. Phương trình $\tan x = -1$ có tất cả các nghiệm là

- A. $-\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ C. $-\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

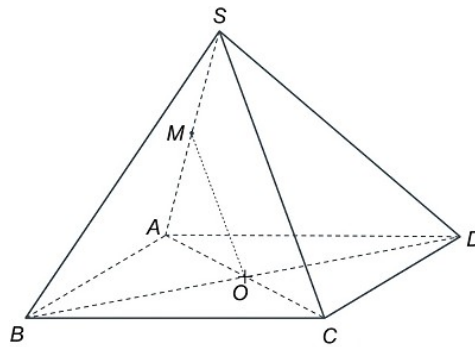
Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 1$. D. $x = 1$.

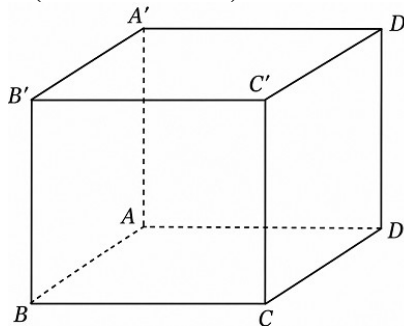
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA (xem hình dưới).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $OM \perp (SAD)$. B. $OM \perp (SBD)$. C. $OM \perp (SCD)$. D. $OM \perp (SAB)$.

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới).



Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 7}{x + 1}$.

a) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình $x = -1$.

b) $y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; -1)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng 3.

Câu 2. Để thiết kế một loại xe mới, một nhà máy đã tiến hành khảo sát hai chiếc xe A, B . Tại thời điểm t giây ($0 \leq t \leq 5$) kể từ khi bắt đầu khảo sát, mỗi xe di chuyển theo tốc độ như sau:

Xe A di chuyển với tốc độ $v_A(t) = t^2 - t + 20$ (m/s).

Xe B di chuyển với tốc độ $v_B(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 20$ (m/s).

Nhà máy tiến hành khảo sát trong khoảng thời gian 5 giây.

a) Tại thời điểm bắt đầu khảo sát, cả hai xe di chuyển với cùng tốc độ là 20 (m/s).

b) Xe B đi được quãng đường lớn hơn xe A .

c) Trong khoảng thời gian $0 < t < 5$, có hai thời điểm t mà tại đó tốc độ hai xe A, B bằng nhau.

d) Nhà máy thiết kế một chiếc xe C , với tốc độ của xe C là $v_C(t) = \{\max v_A(t); v_B(t)\}$ trong thời gian $0 \leq t \leq 5$ như lần khảo sát trên. Gọi S_A, S_B, S_C lần lượt là quãng đường (mét) mà các xe A, B, C đi được trong 5 giây đó. Đặt $\Delta S = S_C - \max\{S_A; S_B\}$, khi đó $\Delta S > 5,3$.

Câu 3. Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với 1 km. Radar có bán kính phủ sóng 250 km, tức là các mục tiêu bay cách radar không quá 250 km sẽ bị theo dõi và xuất hiện trên màn hình radar. Một máy bay không người lái (UAV) xuất phát từ vị trí điểm $A(1000; -450; 0)$, bay theo đường thẳng và đi qua vị trí điểm $B(968; -435; 1)$ với tốc độ không đổi bằng 800 km/h. UAV mang thiết bị gây nhiễu có tầm hoạt động hiệu quả 50 km, tức là nếu UAV bay cách radar không quá 50 km thì sẽ gây nhiễu được radar (không bị theo dõi bởi radar), trong trường hợp không gây nhiễu được thì UAV vẫn bị theo dõi nếu nằm trong tầm phủ sóng của radar.

$$\begin{cases} x = 1000 - 32t \\ y = -450 + 15t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

a) Phương trình đường thẳng AB là ..

b) Vị trí đầu tiên UAV bị phát hiện bởi radar là vị trí có tọa độ $(232; -90; 24)$.

c) Gọi P là vị trí đầu tiên mà UAV gây nhiễu được radar. Khi đó $AP > 1061$ (km).

d) Tổng thời gian radar theo dõi được UAV lớn hơn 32 phút.

Câu 4. Gia đình bạn An chuẩn bị đi tham quan một hòn đảo trong hai ngày thứ 7 và chủ nhật. Ở hòn đảo đó mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng xảy ra mưa ở ngày tiếp theo là 20%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 30%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào ngày thứ 7 là 0,7.

Gọi A là biến cố “Ngày thứ 7 trời nắng” và B là biến cố “Ngày chủ nhật trời mưa”.

a) $P(A) = 0,7$.

b) $P(AB) = 0,21$.

c) $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,7$.

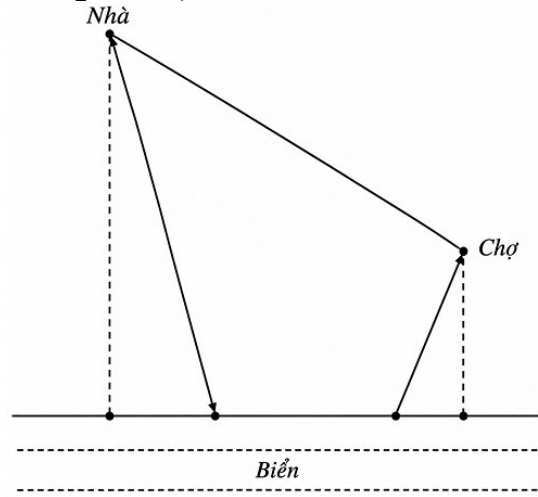
d) Xác suất để ngày chủ nhật trời nắng là 0,8.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}}{7}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 2. Một cửa hàng bánh mỗi ngày chỉ làm hai loại bánh là bánh kem và bánh bông lan. Mỗi ngày cửa hàng sử dụng nguyên liệu tối đa 9 túi bột, 210 gam đường và 24 gam hương liệu. Để làm được 1 chiếc bánh kem cần 1 túi bột, 30 gam đường và 1 gam hương liệu. Để làm 1 chiếc bánh bông lan cần 1 túi bột, 10 gam đường và 4 gam hương liệu. Mỗi chiếc bánh kem và bánh bông lan có giá bán lần lượt là 250 nghìn đồng và 200 nghìn đồng. Giả sử số bánh làm ra mỗi ngày đều bán hết, số tiền mỗi ngày cửa hàng thu được lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 3. Nhà thầy Hùng và chợ hải sản cách nhau 1 km, khoảng cách từ nhà thầy Hùng đến bờ biển bằng 1 km còn khoảng cách từ chợ hải sản đến bờ biển bằng 400 m (bờ biển xem như 1 đường thẳng). Mỗi buổi sáng thầy Hùng chạy thể dục từ nhà ra bờ biển, sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy thẳng về nhà (tham khảo hình vẽ). Tổng quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng chạy trong mỗi buổi sáng là bao nhiêu mét (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)?

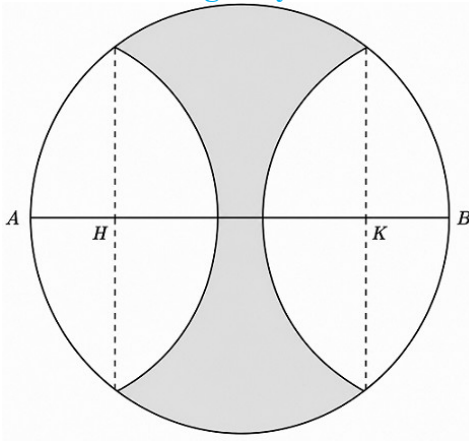


Câu 4. Cho tập $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 16; 18\}$. Gọi T là số cách xếp 9 số phân biệt được chọn từ S vào 9 ô vuông của bảng 3×3 như hình vẽ sao cho các số trên cả hai đường chéo đều theo thứ tự lập thành các cấp số nhân.

Giá trị của $\frac{T}{80}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một nhóm 10 bạn học sinh đã mua 10 vé ứng với 10 ghế liên tiếp nhau trong cùng 1 hàng để xem bộ phim “Mưa đỏ” (mỗi vé tương ứng với một ghế). Tuy nhiên, đến hôm đi xem phim thì có 3 bạn bận đột xuất nên chỉ có 7 bạn đi xem phim gồm 2 bạn lớp 12A, 2 bạn lớp 12B, 3 bạn còn lại đến từ 3 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Nhân viên rạp chiếu phim sắp xếp ngẫu nhiên cho 7 bạn ngồi vào 7 trong 10 ghế ứng với các vé đã mua. Xác suất của biến cố “Không có 2 bạn nào cùng lớp ngồi ở 2 ghế liên nhau” bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (H) (phần màu xám trong hình vẽ) quanh trục AB .



Miền (H) được giới hạn bởi đường tròn đường kính AB và các cung tròn tâm A, B có cùng bán kính. Biết $AB = 10$ cm, $AH = BK = 2$ cm. Thể tích vật trang trí đó bằng bao nhiêu cm^3 (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)?

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	D	D	B	C	A	A	C	C	A	C	D

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	S	S
Câu 2	Đ	S	S	Đ
Câu 3	Đ	Đ	S	S
Câu 4	Đ	S	Đ	S

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,5	2,1	2932	2520	0,64	275

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I.

Câu 1

$ABCD$ 2

Đáy là hình vuông cạnh nên:

$$S_{ABCD} = 2^2 = 4$$

$$SA \perp (ABCD)$$

$$h = SA = 3$$

Vì nên chiều cao của khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4$$

Thể tích khối chóp:

Chọn **A**.

Câu 2

$$y = a^x \quad y' = a^x \ln a$$

Với hàm số mũ thì:

$$y = 3^x$$

Do đó với , ta có:

$$y' = 3^x \ln 3$$

Chọn **D**.

Câu 3

$$I(a; b; c) \quad R$$

Mặt cầu tâm , bán kính có phương trình:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

$$I(0; -2; 1) \quad R = 5$$

Ở đây và , nên:

$$x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$$

Chọn **D**.

Câu 4

$$u_1 = 2, q = 3$$

Cấp số nhân có:

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

Số hạng tổng quát: .

$$u_3 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Suy ra: .

Chọn **B**.

Câu 5

$$(P): 3x - y - z + 2 = 0$$

x, y, z

Mặt phẳng có một vector pháp tuyến là vector lấy từ các hệ số của :

$$\vec{n} = (3; -1; -1)$$

Chọn **C**.

Câu 6

Từ bảng biến thiên, ta thấy:

$$f'(x) > 0 \quad (-\infty; -1) \quad (3; +\infty)$$

trên và .

$$f'(x) < 0 \quad (-1; 3)$$

trên .

$$(3; +\infty)$$

Vậy hàm số đồng biến trên .

Chọn **A**.

Câu 7

Bảng tần số ghép nhóm:

Nhóm	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5
Tần số	2	8	18	12

$$n = 2 + 8 + 18 + 12 = 40$$

Tổng số học sinh: .

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 18 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40}$$

Số trung bình:

$$= \frac{13+60+153+114}{40} = 8,5$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{2(6,5-8,5)^2 + 8(7,5-8,5)^2 + 18(8,5-8,5)^2 + 12(9,5-8,5)^2}{40}$$

$$= \frac{2 \cdot 4 + 8 \cdot 1 + 18 \cdot 0 + 12 \cdot 1}{40} = \frac{28}{40} = 0,7$$

Chọn A.

Câu 8

Ta có:

$$\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x-1 = 8 \Leftrightarrow x = 9$$

Chọn C.

Câu 9

$$\tan x = -1$$

Phương trình:

$$\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

Ta có:

$$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Chu kì của hàm số $\tan x$ là π , nên nghiệm tổng quát là:

Chọn C.

Câu 10

Quan sát đồ thị, đường tiệm cận ngang là đường thẳng nằm dưới trục hoành và có tung độ -1 .

$$y = -1$$

Vậy tiệm cận ngang là:

Chọn A.

Câu 11

$ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của đường chéo AC .

Lại có M là trung điểm của SA .

Xét tam giác SAC , M là trung điểm của SA , O là trung điểm của AC nên MO là đường trung bình của tam giác SAC .

Suy ra: $MO \parallel SC$.

Mà $SC \subset (SCD)$ nên: $OM \parallel (SCD)$.

Chọn C.

Câu 12

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$$

Đặt:

$$\overrightarrow{CC'} = \vec{c}, \overrightarrow{DD'} = \vec{c}$$

Khi đó: , nên A đúng.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \overrightarrow{AC'}$$

, nên B đúng.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$$

, nên C đúng.

Xét D:

$$\overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{c}, \overrightarrow{CB} = -\vec{b}$$

$$\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \vec{a} + \vec{c} - \vec{b}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Trong khi đó:

Hai vector này không bằng nhau.

Vậy phát biểu sai là D.

Chọn **D**.

Phần II.

Câu 1

Cho hàm số:

$$y = \frac{x^2 - x + 7}{x + 1}$$

$$x = -1$$

a) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình .

$$x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$$

Điều kiện xác định:

$$x = -1$$

Tại , tử số bằng:

$$(-1)^2 - (-1) + 7 = 9 \neq 0$$

Vì vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng:

$$x = -1$$

Mệnh đề **đúng**.

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$$

b) .

Ta có:

$$y = \frac{x^2 - x + 7}{x + 1}$$

Đạo hàm:

$$y' = \frac{(2x - 1)(x + 1) - (x^2 - x + 7)}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + x - 1 - x^2 + x - 7}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$$

Mệnh đề **đúng**.

$(-4; -1)$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng .

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2} = \frac{(x+4)(x-2)}{(x+1)^2}$$

Ta có:

$$(x+1)^2 > 0 \quad x \neq -1 \quad y' \quad (x+4)(x-2)$$

Vì với , nên dấu của phụ thuộc vào .

$(-4; -1)$

Trên khoảng :

$$x+4 > 0, x-2 < 0 \quad (x+4)(x-2) < 0$$

nên .

$$y' < 0 \quad (-4; -1)$$

Do đó: trên .

$(-4; -1)$

Vậy hàm số nghịch biến trên , không phải đồng biến.

Mệnh đề **sai**.

$(-\infty; -1)$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng bằng 3.

$(-\infty; -1)$

Trên khoảng , ta xét dấu đạo hàm:

$$y' > 0 \quad (-\infty; -4)$$

trên ,

$$y' < 0 \quad (-4; -1)$$

trên .

$$x = -4$$

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại .

$$y(-4) = \frac{(-4)^2 - (-4) + 7}{-4 + 1}$$

Tính:

$$= \frac{16 + 4 + 7}{-3} = \frac{27}{-3} = -9$$

Giá trị lớn nhất là -9 , không phải 3 .

Mệnh đề **sai**.

Câu 2

Ta có:

$$v_A(t) = t^2 - t + 20$$

,

$$v_B(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 20$$

,

$$0 \leq t \leq 5$$

với .

a) Tại thời điểm bắt đầu khảo sát, cả hai xe di chuyển với cùng tốc độ là 20 m/s.

$$t = 0$$

Tại :

$$v_A(0) = 0^2 - 0 + 20 = 20$$

.

$$v_B(0) = 0^3 - 6 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 + 20 = 20$$

.

$$20$$

Vậy hai xe cùng tốc độ m/s.

Mệnh đề **đúng**.

B

A

b) Xe đi được quãng đường lớn hơn xe .

A

Quãng đường xe đi được trong 5 giây:

$$S_A = \int_0^5 (t^2 - t + 20) dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + 20t \right) \Big|_0^5$$

$$= \frac{125}{3} - \frac{25}{2} + 100 = \frac{775}{6}$$

 B

Quãng đường xe đi được trong 5 giây:

$$S_B = \int_0^5 (t^3 - 6t^2 + 9t + 20) dt = \left(\frac{t^4}{4} - 2t^3 + \frac{9t^2}{2} + 20t \right) \Big|_0^5$$

$$= \frac{625}{4} - 250 + \frac{225}{2} + 100 = \frac{475}{4}$$

So sánh:

$$S_A = \frac{775}{6} \approx 129,17 \quad S_B = \frac{475}{4} = 118,75$$

 A B

Vậy xe đi được quãng đường lớn hơn xe .

Mệnh đề sai.

$$0 < t < 5$$

 t $A \quad B$

c) Trong khoảng thời gian , có hai thời điểm mà tại đó tốc độ hai xe , bằng nhau.

Ta giải:

$$v_A(t) = v_B(t)$$

$$\Leftrightarrow t^2 - t + 20 = t^3 - 6t^2 + 9t + 20$$

$$\Leftrightarrow t^3 - 7t^2 + 10t = 0 \Leftrightarrow t(t-2)(t-5) = 0$$

$$t = 0, t = 2, t = 5$$

Suy ra:

$$0 < t < 5 \qquad t = 2$$

Trong khoảng chỉ có một nghiệm là .

Vậy chỉ có một thời điểm hai xe có tốc độ bằng nhau.

Mệnh đề **sai**.

$$\Delta S = S_C - \{\max S_A; S_B\} \qquad \Delta S > 5,3$$

d) Đặt , **khi đó** .

$$v_B(t) - v_A(t)$$

Ta xét hiệu vận tốc:

$$= t^3 - 6t^2 + 9t + 20 - (t^2 - t + 20)$$

$$= t^3 - 7t^2 + 10t = t(t-2)(t-5)$$

$$(0; 2) \qquad v_B(t) > v_A(t)$$

Trên , ta có .

$$(2; 5) \qquad v_A(t) > v_B(t)$$

Trên , ta có .

$$S_C = \int_0^2 v_B(t) dt + \int_2^5 v_A(t) dt$$

Do đó:

$$S_A > S_B \qquad \Delta S = S_C - S_A = \int_0^2 (v_B(t) - v_A(t)) dt$$

Vì nên:

$$\Delta S = \int_0^2 (t^3 - 7t^2 + 10t) dt$$

Suy ra:

$$= \left(\frac{t^4}{4} - \frac{7t^3}{3} + 5t^2 \right) \Big|_0^2 = 4 - \frac{56}{3} + 20$$

$$= \frac{16}{3} \approx 5,33$$

$$5,33 > 5,3$$

Vì nên mệnh đề **đúng**.

Câu 3

$$A(1000; -450; 0)$$

UAV xuất phát từ: ,

$$B(968; -435; 1)$$

đi qua: .

$$\overrightarrow{AB} = (-32; 15; 1)$$

Ta có: .

Độ dài vector chỉ phương:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-32)^2 + 15^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{1250} = 25\sqrt{2}$$

km.

$$\overrightarrow{AB} \begin{cases} x = 1000 - 32t \\ y = -450 + 15t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

a) Phương trình đường thẳng $\overrightarrow{AB}$ là .

$$A(1000; -450; 0) \quad (-32; 15; 1)$$

Vì đường thẳng đi qua và có vector chỉ phương nên phương trình là:

$$\begin{cases} x = 1000 - 32t \\ y = -450 + 15t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Mệnh đề **đúng**.

$$(232; -90; 24)$$

b) Vị trí đầu tiên UAV bị phát hiện bởi radar là vị trí có tọa độ .

Khoảng cách từ UAV đến radar tại thời điểm tham số t là:

$$d^2(t) = (1000 - 32t)^2 + (-450 + 15t)^2 + t^2$$

$$d^2(t) = 1250t^2 - 77500t + 1202500$$

Rút gọn:

$$250$$

UAV bắt đầu bị radar phát hiện khi đi vào vùng phủ sóng bán kính km:

$$d(t) = 250$$

$$1250t^2 - 77500t + 1202500 = 250^2$$

Suy ra:

$$\Leftrightarrow t^2 - 62t + 912 = 0 \Leftrightarrow t = 24 \quad t = 38$$

hoặc

$$t = 24$$

Vì UAV bay từ xa tiến vào vùng phủ sóng nên vị trí đầu tiên ứng với

$$x = 1000 - 32 \cdot 24 = 232$$

Khi đó:

$$y = -450 + 15 \cdot 24 = -90 \quad z = 24$$

$$(232; -90; 24)$$

Vậy vị trí đầu tiên là

Mệnh đề **đúng**.

P

$$AP > 1061$$

c) Gọi là vị trí đầu tiên mà UAV gây nhiễu được radar. Khi đó km.

$$50$$

UAV gây nhiễu được radar khi cách radar không quá km.

$$d(t) = 50$$

Tìm vị trí đầu tiên bằng cách giải:

$$1250t^2 - 77500t + 1202500 = 50^2$$

Suy ra:

$$\Leftrightarrow t^2 - 62t + 960 = 0 \Leftrightarrow t = 30 \quad t = 32$$

hoặc

$$t = 30$$

Vị trí đầu tiên gây nhiễu ứng với .

$$AP = 30 \cdot |\overline{AB}| = 30 \cdot 25\sqrt{2}$$

Khi đó:

$$= 750\sqrt{2} \approx 1060,66$$

km.

$$1060,66 < 1061 \quad AP > 1061$$

Vì nên là sai.

Mệnh đề sai.

d) Tổng thời gian radar theo dõi được UAV lớn hơn 32 phút.

$$250$$

$$50$$

Radar theo dõi được UAV khi UAV nằm trong vùng phủ sóng km nhưng chưa vào vùng gây nhiễu km.

Từ trên ta có:

$$t = 24$$

$$t = 38$$

UAV vào vùng phủ sóng tại , ra khỏi vùng phủ sóng tại .

$$t = 30$$

$$t = 32$$

UAV vào vùng gây nhiễu tại , ra khỏi vùng gây nhiễu tại .

Vậy radar theo dõi UAV trên hai khoảng tham số:

$$24 \leq t < 30 \quad 32 < t \leq 38$$

và .

Tổng độ dài tham số:

$$(30 - 24) + (38 - 32) = 12$$

Quãng đường tương ứng:

$$12 \cdot 25\sqrt{2} = 300\sqrt{2}$$

km.

$$800$$

Vì UAV bay với tốc độ km/h nên thời gian radar theo dõi là:

$$\frac{300\sqrt{2}}{800} = \frac{3\sqrt{2}}{8} = \frac{3\sqrt{2}}{8} \cdot 60$$

giờ giờ phút

$$= 22,5\sqrt{2} \approx 31,82$$

phút.

$$31,82 < 32$$

Vì nên tổng thời gian radar theo dõi không lớn hơn 32 phút.

Mệnh đề **sai**.

Câu 4

Gọi:

A
: “Ngày thứ 7 trời nắng”,

B
: “Ngày chủ nhật trời mưa”.

Theo đề:

$$P(A) = 0,7$$

20%

Nếu thứ 7 nắng thì xác suất chủ nhật mưa là , nên:

$$P(B|A) = 0,2$$

30%

Nếu thứ 7 mưa thì xác suất chủ nhật vẫn mưa là , nên:

$$P(B|\bar{A}) = 0,3$$

$$P(A) = 0,7$$

a) .

0,7

Theo đề bài, xác suất trời nắng vào ngày thứ 7 là .

Mệnh đề **đúng**.

$$P(AB) = 0,21$$

b) .

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Ta có:

$$= 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$$

.

$$P(AB) \neq 0,21$$

Vậy .

Mệnh đề **sai**.

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,7$$

c) .

$\bar{A}$

là biến cố “thứ 7 trời mưa”.

$$0,3$$

Nếu thứ 7 mưa thì xác suất chủ nhật vẫn mưa là .

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A})$$

Do đó xác suất chủ nhật nắng là:

$$= 1 - 0,3 = 0,7$$

.

Mệnh đề **đúng**.

d) Xác suất để ngày chủ nhật trời nắng là 0,8.

Xác suất chủ nhật trời nắng là:

$$P(\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}|A) + P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})$$

.

Ta có:

$$P(\bar{B}|A) = 1 - 0,2 = 0,8$$

,

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

,

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,7$$

$$P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7$$

Suy ra:

$$= 0,56 + 0,21 = 0,77$$

0,77

0,8

Vậy xác suất để ngày chủ nhật trời nắng là , không phải .

Mệnh đề **sai**.

Phần III.

Câu 1

a

Gọi cạnh hình vuông đáy là .

$$A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), C(a;a;0)$$

Đặt hệ trục tọa độ sao cho:

SAB

Vì tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên có thể chọn:

$$S\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$$

(SCD)

S, C, D

Mặt phẳng đi qua . Tính được một vector pháp tuyến của mặt phẳng này là:

$$\vec{n} = \left(0; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; a^2\right)$$

(SCD)

Do đó phương trình mặt phẳng có dạng:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(y-a) + z = 0 \quad \sqrt{3}y + 2z - a\sqrt{3} = 0$$

hay

$$A(0; 0; 0) \quad (SCD)$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng là:

$$d(A, (SCD)) = \frac{|-a\sqrt{3}|}{\sqrt{3+4}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

Theo đề:

$$a\sqrt{3} = 3 \quad a = \sqrt{3}$$

Suy ra: , nên

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

Chiều cao khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Thể tích khối chóp:

Đáp án: 1,5.

Câu 2

x y

Gọi là số bánh kem, là số bánh bông lan làm trong một ngày.

$$\begin{cases} x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Điều kiện:

$$\begin{cases} x + y \leq 9 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Rút gọn:

Số tiền thu được là:

$$T = 250x + 200y$$

nghìn đồng.

Ta xét các đỉnh miền nghiệm:

Điểm $T = 250x + 200y$

$(0; 0) \quad 0$

$(7; 0) \quad 1750$

$(6; 3) \quad 2100$

$(4; 5) \quad 2000$

$(0; 6) \quad 1200$

$2100 \quad (x; y) = (6; 3)$

Giá trị lớn nhất là nghìn đồng tại .

Vậy số tiền lớn nhất cửa hàng thu được là:

$2100 = 2,1$
nghìn đồng triệu đồng.

Đáp án: 2,1.

Câu 3

Ox

Gọi bờ biển là trục .

$M(0; 0)$

Giả sử chân đường vuông góc từ nhà thầy Hùng xuống bờ biển là , khi đó nhà thầy Hùng có tọa độ:

$N(0; 1000)$

400

$C(x; 400)$

Chợ hải sản cách bờ biển m nên có tọa độ dạng: .

$NC = 1000 \quad x^2 + (1000 - 400)^2 = 1000^2$

Vì m nên:

$x^2 + 600^2 = 1000^2$

$x^2 = 640000$

$x = 800$

$C(800; 400)$

Vậy có thể lấy: .

Thầy Hùng chạy từ nhà đến một điểm P trên bờ biển, chạy dọc bờ biển 500 m đến điểm Q , rồi chạy đến chợ, sau đó chạy thẳng về nhà.

$$CN = 1000$$

Quãng đường m là cố định.

Để tổng quãng đường nhỏ nhất, đoạn chạy dọc bờ biển 500 m nên theo hướng về phía chợ.

Giả sử $P(p; 0)$, $Q(p + 500; 0)$, khi đó

$$QC = \sqrt{(800 - p - 500)^2 + 400^2} = \sqrt{(300 - p)^2 + 400^2}$$

Ta có:

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $NP + QC$.

Dịch điểm C sang trái 500 m được điểm: $C'(300; 400)$.

$$NP + QC = NP + PC'$$

Khi đó:

Phản xạ C' qua bờ biển được: $C''(300; -400)$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của $NP + PC'$ bằng:

$$NC'' = \sqrt{300^2 + (1000 + 400)^2} = \sqrt{300^2 + 1400^2}$$

$$= \sqrt{2050000} = 100\sqrt{205}$$

Tổng quãng đường ngắn nhất là:

$$100\sqrt{205} + 500 + 1000 = 100\sqrt{205} + 1500$$

Tính gần đúng:

$$100\sqrt{205} + 1500 \approx 2931,78$$

m.

Làm tròn đến hàng đơn vị được:

2932 m.

Đáp án: 2932.

Câu 4

Ta có:

$$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 16; 18\}$$

Một bộ ba số theo thứ tự lập thành cấp số nhân khi số giữa bình phương bằng tích hai số hai đầu.

S

Các bộ ba có thứ tự trong S lập thành cấp số nhân là:

4

Với số giữa là :

$$(1; 4; 16), (16; 4; 1), (2; 4; 8), (8; 4; 2)$$

6

Với số giữa là :

$$(2; 6; 18), (18; 6; 2), (3; 6; 12), (12; 6; 3), (4; 6; 9), (9; 6; 4)$$

12

Với số giữa là :

$$(8; 12; 18), (18; 12; 8), (9; 12; 16), (16; 12; 9)$$

2, 3, 8

Ngoài ra còn có các bộ với số giữa là , nhưng mỗi trường hợp chỉ có một cặp số hai đầu nên không thể dùng đồng thời cho hai đường chéo mà vẫn đủ 5 số phân biệt.

Ta đếm số cách chọn hai đường chéo.

4

Trường hợp số ở tâm là

$$\{1; 16\} \quad \{2; 8\}$$

Các cặp hai đầu có thể là: và .

Chọn cặp cho đường chéo thứ nhất, cặp còn lại cho đường chéo thứ hai: cách.

2

Mỗi đường chéo có cách sắp thứ tự.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Số cách: .

6

Trường hợp số ở tâm là

$$\{2;18\}, \{3;12\}, \{4;9\}$$

Các cặp hai đầu có thể là: .

2

$$3 \cdot 2 = 6$$

Chọn có thứ tự cặp cho hai đường chéo: cách.

2

Mỗi đường chéo có cách sắp thứ tự.

$$6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$$

Số cách: .

12

Trường hợp số ở tâm là

$$\{8;18\} \quad \{9;16\}$$

Các cặp hai đầu có thể là: và .

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Số cách tương tự là: .

$$8 + 24 + 8 = 40$$

Vậy số cách xếp 5 ô trên hai đường chéo là: .

$$15 - 5 = 10$$

Sau khi xếp xong 5 ô trên hai đường chéo, còn lại số. Ta chọn và xếp vào 4 ô còn lại:

$$A_{10}^4 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

cách.

$$T = 40 \cdot 5040 = 201600$$

Do đó: .

$$\frac{T}{80} = \frac{201600}{80} = 2520$$

Suy ra: .

Đáp án: 2520.

Câu 5

Có 10 ghế liên tiếp và 7 bạn học sinh được xếp ngẫu nhiên vào 7 trong 10 ghế đó.

$$A_{10}^7 = \frac{10!}{3!} = 604800$$

Tổng số cách xếp là:

$$A_1, A_2 \quad B_1, B_2$$

Gọi hai bạn lớp 12A là , hai bạn lớp 12B là .

$$A_1, A_2 \quad B_1, B_2$$

Ta cần không có ngồi cạnh nhau và không có ngồi cạnh nhau.

Gọi:

$$E_A$$

: hai bạn lớp 12A ngồi cạnh nhau.

$$E_B$$

: hai bạn lớp 12B ngồi cạnh nhau.

Số cách để hai bạn lớp 12A ngồi cạnh nhau:

$$9$$

Chọn một cặp ghế liền nhau trong 10 ghế: cách.

$$A_1, A_2 \quad 2$$

Sắp vào cặp ghế đó: cách.

$$A_8^5$$

Xếp 5 bạn còn lại vào 5 trong 8 ghế còn lại: cách.

$$n(E_A) = 9 \cdot 2 \cdot A_8^5 = 9 \cdot 2 \cdot 6720 = 120960$$

Do đó:

$$n(E_B) = 120960$$

Tương tự:

Số cách để cả hai cặp lớp 12A và 12B đều ngồi cạnh nhau:

Chọn hai cặp ghế liền nhau không giao nhau cho hai cặp bạn.

$$56$$

Số cách chọn có thứ tự hai cặp ghế liền nhau không giao nhau là .

Mỗi cặp bạn có 2 cách sắp thứ tự, nên có $2 \cdot 2 = 4$ cách.

Xếp 3 bạn còn lại vào 3 trong 6 ghế còn lại:

$$A_6^3 = 120$$

cách.

$$n(E_A \cap E_B) = 56 \cdot 4 \cdot 120 = 26880$$

Do đó:

Theo nguyên lí bù trừ, số cách thỏa mãn là:

$$604800 - 120960 - 120960 + 26880 = 389760$$

$$P = \frac{389760}{604800} = \frac{29}{45} \approx 0,6444$$

Xác suất cần tìm:

$$P \approx 0,64$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

Đáp án: 0,64.

Câu 6

Đặt hệ trục tọa độ sao cho O là trung điểm của AB , trục Ox trùng với AB .

$$A(-5; 0), B(5; 0)$$

Khi đó:

Đường tròn đường kính AB có phương trình:

$$x^2 + y^2 = 25$$

Vì $AH = 2$ nên $H(-3; 0)$.

Tại điểm có hoành độ $x = -3$ trên đường tròn lớn, ta có:

$$y^2 = 25 - (-3)^2 = 16 \quad y = 4$$

, nên .

$$A \quad r = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

Bán kính cung tròn tâm là:

A

Do đó đường tròn tâm có phương trình:

$$(x+5)^2 + y^2 = 20$$

B

Tương tự, đường tròn tâm có phương trình:

$$(x-5)^2 + y^2 = 20$$

$$\alpha = 5 - 2\sqrt{5}$$

Đặt:

AB

Khi quay quanh trục, ta tính thể tích theo phương pháp hình vành khăn.

$$x \in [-\alpha; \alpha]$$

Với phần giữa, bán kính tiết diện là:

$$R^2 = 25 - x^2$$

Với hai phần hai bên, do đối xứng, ta chỉ cần tính bên trái rồi nhân đôi.

$$x \in [-3; -\alpha]$$

Ở bên trái,

$$R^2 = 25 - x^2$$

Bán kính ngoài:

$$r^2 = 20 - (x+5)^2$$

Bán kính trong:

$$R^2 - r^2 = 25 - x^2 - [20 - (x+5)^2] = 10x + 30$$

Do đó:

$$V = 2\pi \int_{-3}^{-\alpha} (10x + 30) dx + \pi \int_{-\alpha}^{\alpha} (25 - x^2) dx$$

Thể tích khối tròn xoay là:

$$\alpha = 5 - 2\sqrt{5}$$

$$V = \frac{20\pi(31 - 8\sqrt{5})}{3}$$

Thay , tính được: .

$$V \approx 274,606 \text{ cm}^3$$

Suy ra: .

Làm tròn đến hàng đơn vị:

$$V \approx 275 \text{ cm}^3$$

Đáp án: 275.