

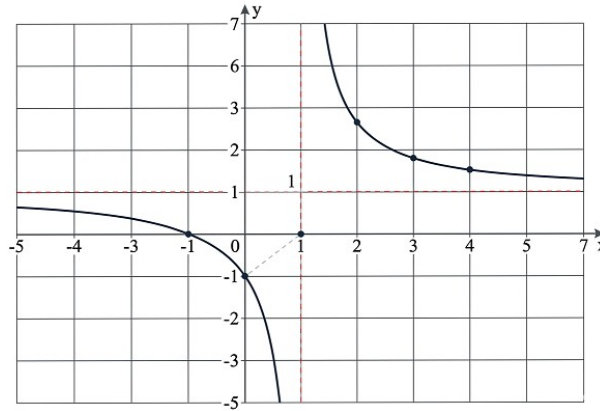
Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã Đề 0109

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Khi đó $M - m$ bằng

- A. 20. B. 4. C. 2. D. 16.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $y = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = 1$.

Câu 3. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A cho trong bảng sau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Cân nặng	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Số học sinh	9	7	10	4	2	3

- A. 51,26. B. 51,46. C. 51,36. D. 51.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1; 2; 0)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(1; 2; -3)$. D. $(-1; -2; 3)$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $S = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6. Cho phương trình $\log_2(x^2 + x + 1) = 3$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1 x_2$ bằng

- A. -7. B. 1. C. 7. D. -1.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị u_5 là

- A. -32. B. -16. C. -6. D. 32.

Câu 8. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

- A. 10. B. 8. C. 12. D. 6.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

A. $(3; 4; -3)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(-1; 2; -1)$.

D. $(1; -2; 1)$.

Câu 10. Xét một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 3$. Biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) ta được một mặt cắt là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $\sqrt{9 - x^2}$. Thể tích của vật thể đó bằng

A. 36 .

B. 18π .

C. 36π .

D. 18 .

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ có bán kính R bằng

A. $R = \sqrt{11}$.

B. $R = 3$.

C. $R = 9$.

D. $R = \sqrt{10}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-\infty; 0)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 20 học sinh nữ. Biết tỉ lệ học sinh biết đánh cầu lông trong số học sinh nữ là 50% và tỉ lệ học sinh biết đánh cầu lông trong số học sinh nam là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Khi đó:

a) Xác suất học sinh được chọn là nữ bằng $\frac{2}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết đánh cầu lông, biết học sinh này là nam bằng $\frac{3}{5}$.

c) Biết học sinh được chọn là học sinh biết đánh cầu lông thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng $\frac{1}{4}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết đánh cầu lông là $\frac{6}{11}$.

Câu 2. Vệ tinh hoạt động dựa trên nguyên lý của vật lý Newton. Một vật thể bị kéo bởi một lực hấp dẫn từ một vật thể khác sẽ chuyển động theo một quỹ đạo elip xung quanh vật thể đó. Để đưa vệ tinh lên quỹ đạo, người ta sử dụng các loại tên lửa đẩy khác nhau để cung cấp cho vệ tinh động lượng cần thiết để thoát khỏi trọng lực của Trái Đất và duy trì quỹ đạo ổn định. Để thuận tiện ta quy ước một quỹ đạo gần tròn thành một đường tròn. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, gốc tọa độ là tâm Trái Đất, một vệ tinh nhân tạo có quỹ đạo được coi như một đường tròn có bán kính $13440, km$ có điểm xuất phát là điểm $B(4032; 0; -5376)$ và đây cũng là điểm gần Trái Đất nhất của vệ tinh. Quỹ đạo của vệ tinh này nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục tung và có tâm nằm trên đường thẳng OB . Coi Trái Đất là hình cầu hoàn hảo có bán kính bằng $6400, km$.



a) Mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 1; 0)$.

b) Mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh có phương trình là: $x + y = 0$.

c) Đường thẳng đi qua tâm quỹ đạo và điểm $A(-4033; 1; 5378)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = -4032 - t \\ y = t \\ z = 5376 + 2t \end{cases}$$

d) Khi Trái Đất quay, điểm cực Nam và cực Bắc của Trái Đất không thay đổi vị trí. Biết rằng điểm cực Nam của Trái Đất là $K(0; 3840; 5120)$. Khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và điểm cực Nam bằng $10112, km$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $15(m/s)$. Đi được 10 giây người lái xe gặp chướng ngại vật nên phải phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a(t) = -2t - 2 (m/s^2)$, (trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh).

a) Quãng đường ô tô đi được trong 10 giây đầu là $140(m)$.

b) Thời gian từ lúc phanh đến khi ô tô dừng hẳn là $t = 3(s)$.

c) Quãng đường ô tô đi được từ lúc phanh đến khi dừng hẳn là $25(m)$.

d) Quãng đường ô tô đi được trong 10 giây cuối là $132(m)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ có đồ thị (C) .

a) Đạo hàm của hàm số là $y' = -3x^2 + 3$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Đồ thị (C) của hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung Oy .

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một trường THPT X có 12 học sinh đạt giải học sinh giỏi cấp tỉnh năm 2026. Trong đó học sinh giỏi môn Toán có 3 nữ và 5 nam, học sinh giỏi môn Vật lý thì có 4 nam. Lãnh đạo trường chọn ngẫu nhiên ra 3 học sinh để dự lễ tuyên dương. Tính xác suất để chọn ra được 3 học sinh có đủ hai môn Toán và Vật lý đồng thời phải có học sinh nam và học sinh nữ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh loại xe X với chi phí mua vào một chiếc là 28 triệu đồng và bán ra với giá 32 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán

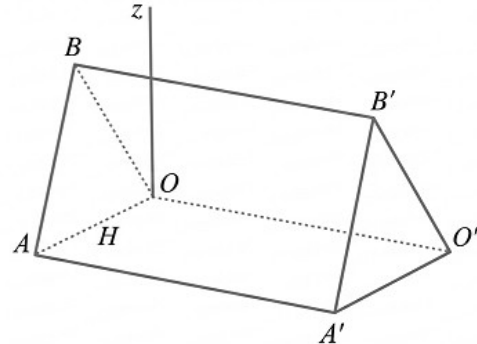
và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải bán mỗi xe với giá mới bao nhiêu triệu đồng để lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , biết $AB = 2$, $AD = CD = 1$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn thẳng AD sao cho $AH = 2HD$, biết $SH = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Mỗi căn nhà trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$, với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), có $A'(240; 450; 0)$ và $B'(120; 450; 300)$. Biết chi phí lát gạch nền nhà là $200.000 \text{ đồng}/m^2$, chi phí làm hai mái nhà là $700.000 \text{ đồng}/m^2$, chi phí làm mặt trước và mặt sau nhà là $6.000.000 \text{ đồng}/m^2$. Tổng chi phí làm mỗi căn nhà là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 1



Hình 2

Câu 5. Một công ty hóa chất có một bồn chứa dạng hình nón cụt làm bằng thép, bồn có chiều cao là 4 mét, bán kính đáy dưới là 3 mét và bán kính đáy trên là 1 mét. Giả sử bồn đang trống, người ta bắt đầu bơm một loại dung dịch vào bồn với tốc độ không đổi là $0,5 m^3 / \text{phút}$. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ khi bắt đầu bơm, mức dung dịch trong bồn đạt độ cao 2 mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 6. Bác An có một mảnh đất vườn diện tích 6 hecta. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác An cần 10 ngày để trồng một hecta. Nếu trồng cà chua thì bác An cần 20 ngày để trồng một hecta. Biết rằng mỗi hecta bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi hecta cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác An chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Hỏi số tiền (triệu đồng) lớn nhất mà bác An có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu?

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	5	C	9	C
2	B	6	A	10	D
3	C	7	D	11	B
4	C	8	A	12	B

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
2	Đúng	Sai	Đúng	Sai

3	Sai	Đúng	Sai	Đúng
4	Đúng	Sai	Đúng	Sai

Phần III

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	0,41	3	0,95	5	79,6
2	31,5	4	65,7	6	260

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

$$y = x^3 - 3x^2 + 2 \quad [-2; 2]$$

Cho trên đoạn .

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

Ta có .

$$x = -2, 0, 2$$

Các điểm cần xét trên đoạn là .

Tính giá trị hàm số:

$$y(-2) = -8 - 12 + 2 = -18$$

• ,

$$y(0) = 2$$

• ,

$$y(2) = 8 - 12 + 2 = -2$$

• .

$$M = 2, m = -18 \quad M - m = 2 - (-18) = 20$$

Suy ra nên .

Đáp án: A.

Câu 2

$$x \rightarrow 1^- \quad x \rightarrow 1^+ \quad x = 1$$

Quan sát đồ thị, khi hoặc thì đồ thị tiến ra vô cực, nên tiệm cận đứng là .

Đáp án: B.

Câu 3

Cân nặng trung bình của bảng phân lớp được tính bằng trung điểm mỗi lớp nhân tần số rồi chia tổng số học sinh.

Các trung điểm là:

$$42,5 \quad 47,5 \quad 52,5 \quad 57,5 \quad 62,5 \quad 67,5$$

$$\bullet \quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \quad .$$

$$9 + 7 + 10 + 4 + 2 + 3 = 35$$

Tổng số học sinh là .

Tổng có trọng số:

$$42,5 \cdot 9 = 382,5$$

$$\bullet \quad ,$$

$$47,5 \cdot 7 = 332,5$$

$$\bullet \quad ,$$

$$52,5 \cdot 10 = 525$$

$$\bullet \quad ,$$

$$57,5 \cdot 4 = 230$$

$$\bullet \quad ,$$

$$62,5 \cdot 2 = 125$$

$$\bullet \quad ,$$

$$67,5 \cdot 3 = 202,5$$

$$\bullet \quad .$$

$$1797,5$$

Cộng lại được .

$$\bar{x} = \frac{1797,5}{35} \approx 51,3571$$

Vậy .

$$51,36$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: .

Đáp án: C.

Câu 4

Đối xứng qua mặt phẳng (Oxy) thì giữ nguyên x, y và đổi dấu z .

$$A(1; 2; 3)$$

$$(1; 2; -3)$$

Từ suy ra điểm đối xứng là .

Đáp án: C.

Câu 5

$$\sin x = -1 \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

khi và chỉ khi .

Đáp án: C.

Câu 6

$$\log_2(x^2 + x + 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 2^3 = 8$$

$$x^2 + x - 7 = 0$$

Suy ra .

$$x_1, x_2$$

Gọi hai nghiệm là , theo Viète:

$$x_1 x_2 = \frac{-7}{1} = -7$$

Đáp án: A.

Câu 7

$$u_1 = 2, q = -2$$

Cấp số nhân có .

$$u_5 = u_1 q^4 = 2 \cdot (-2)^4 = 2 \cdot 16 = 32$$

Ta có .

Đáp án: D.

Câu 8

$$S = \int_0^2 (3x^2 + 1) dx$$

Diện tích cần tìm là vì đồ thị luôn nằm phía trên trục hoành.

Tính được:

$$S = \left[x^3 + x \right]_0^2 = 8 + 2 = 10$$

Đáp án: A.

Câu 9

$$\vec{u} - \vec{v} = (1; 3; -2) - (2; 1; -1) = (-1; 2; -1)$$

Đáp án: C.

Câu 10

Mặt cắt vuông góc với Ox là hình vuông cạnh $\sqrt{9-x^2}$ nên diện tích mặt cắt là

$$A(x) = \left(\sqrt{9-x^2} \right)^2 = 9-x^2$$

Thể tích vật thể:

$$V = \int_0^3 (9-x^2), dx = \left[9x - \frac{x^3}{3} \right]_0^3 = 27 - 9 = 18$$

Đáp án: D.

Câu 11

Phương trình đường tròn:

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

Hoàn thành bình phương:

$$(x-1)^2 - 1 + (y+3)^2 - 9 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 9$$

$$R = 3$$

Vậy bán kính

Đáp án: B.

Câu 12

Từ bảng dấu:

$$f'(x) > 0 \quad (-\infty; -1)$$

- trên ,

$$f'(x) < 0 \quad (-1; 0)$$

- trên ,

$$f'(x) < 0 \quad (0; 2)$$

- trên ,

$$f'(x) > 0 \quad (2; +\infty)$$

- trên .

$$(-\infty; -1) \quad (2; +\infty)$$

Hàm số đồng biến trên và .

$$(2; +\infty)$$

Trong các phương án chỉ có phù hợp.

Đáp án: B.

PHẦN II

Câu 1

 50 20 30
Lớp có học sinh, gồm nữ và nam.

$$20 \cdot 50\% = 10$$

- Số nữ biết đánh cầu lông là .

$$30 \cdot 60\% = 18$$

- Số nam biết đánh cầu lông là .

Vậy:

$$10 + 18 = 28$$

- biết đánh cầu lông: ,

$$50 - 28 = 22$$

- không biết đánh cầu lông: ,

$$30 - 18 = 12$$

- nam không biết đánh cầu lông: .

a)

$$P(n?) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

Mệnh đề **đúng**.

b)

“Biết học sinh này là nam” nghĩa là xác suất có điều kiện:

$$P(\text{biết c?u lông} | \text{nam}) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

Mệnh đề **đúng**.

c)

$$P(\text{nam} | \text{biết c?u lông}) = \frac{18}{28} = \frac{9}{14} \neq \frac{1}{4}$$

Mệnh đề **sai**.

d)

$$P(\text{nam} | \text{không biết c?u lông}) = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$$

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 2

(P)

Gọi mặt phẳng chứa quỹ đạo là .

(P)

(P) $\vec{n} = (0; 1; 0)$

Vì vuông góc với trục tung nên một vector pháp tuyến của là .

a)

Mệnh đề này **đúng**.

b)

$$y = c$$

Mặt phẳng vuông góc với trục tung có dạng .

$$B(4032; 0; -5376)$$

$$B \in (P)$$

$$c = 0$$

Vì điểm nằm trên quỹ đạo nên , do đó .

$$(P) : y = 0$$

Suy ra .

$$x + y = 0$$

Vậy phương trình là sai.

Mệnh đề **sai**.

c)

Theo cách hiểu tự nhiên của bài toán quỹ đạo tròn quanh Trái Đất, tâm quỹ đạo nằm trên đường thẳng IOB và thuộc mặt phẳng $y = 0$. Ta có

$$OB = \sqrt{4032^2 + 5376^2} = 6720$$

$$13440 = 2 \cdot 6720$$

Vì bán kính quỹ đạo là , nên tâm quỹ đạo là $I(-4032; 0; 5376)$

$$I \quad A(-4033; 1; 5378)$$

Khi đó vector chỉ phương của đường thẳng đi qua và là $\vec{IA} = (-1; 1; 2)$

Phương trình tham số của đường thẳng đó là:
 $x = -4032 - t, y = t, z = 5376 + 2t$

Mệnh đề **đúng**.

d)

$$K(0; 3840; 5120)$$

Điểm cực Nam là .

$$K \quad y = 0 \quad K'(0; 0; 5120)$$

Chiều xuống mặt phẳng được .

Ta có

$$IK' = \sqrt{(4032)^2 + (5120 - 5376)^2} = \sqrt{4032^2 + 256^2} \approx 4040,12$$

K'

Khoảng cách ngắn nhất trong mặt phẳng từ K' đến đường tròn quỹ đạo là $13440 - 4040,12 \approx 9399,88$

$$KK' = 3840$$

 K

Vì $KK' < R$, nên khoảng cách ngắn nhất từ K' đến quỹ đạo là

$$d = \sqrt{3840^2 + 9399,88^2} \approx 10154$$

km.

$$10112$$

Không phải km.

Mệnh đề **sai**.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

Câu 3

$$15, m/s$$

$$10$$

Ô tô chuyển động đều với vận tốc $15, m/s$ trong 10 giây đầu.

a)

$$10$$

Quãng đường đi trong 10 giây đầu:

$$s = vt = 15 \cdot 10 = 150, m$$

$$140, m$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

b)

$$a(t) = -2t - 2$$

Kể từ lúc phanh, gia tốc là $a(t) = -2t - 2$.

$$a(t) = v'(t)$$

Vì nên

$$v(t) = \int (-2t - 2) dt = -t^2 - 2t + C$$

$$v(0) = 15 \quad C = 15$$

Tại thời điểm bắt đầu phanh, $v(0) = 15$, nên $C = 15$.

$$v(t) = 15 - t^2 - 2t$$

Vậy

$$v(t) = 0$$

Ô tô dừng khi :

$$15 - t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t + 5)(t - 3) = 0$$

$$t = 3$$

Lấy nghiệm dương giây.

Mệnh đề **đúng**.

c)

Quãng đường từ lúc phanh đến khi dừng:

$$s = \int_0^3 (15 - t^2 - 2t) dt$$

$$= \left[15t - \frac{t^3}{3} - t^2 \right]_0^3 = 45 - 9 - 9 = 27, m$$

$$25, m$$

Không phải

Mệnh đề **sai**.

d)

$$10 + 3 = 13$$

Tổng thời gian chuyển động là giây.

10

3

13

Vậy giây cuối là từ giây thứ đến giây thứ

3

10

Trong khoảng từ giây thứ đến giây thứ , xe còn chuyển động đều nên đi được

$$15 \cdot 7 = 105, m$$

3

27, m

Trong giây cuối cùng, xe đang phanh, đi được

Tổng quãng đường trong giây cuối là
 $105 + 27 = 132, m$

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận: a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 4

$$y = -x^3 + 3x - 1$$

Cho

a)

Đạo hàm:

$$y' = -3x^2 + 3$$

Mệnh đề **đúng**.

b)

Xét dấu đạo hàm:

$$y' = -3x^2 + 3 = 3(1 - x^2)$$

Trên khoảng $(-1; 1)$ thì $1 - x^2 > 0$, $y' > 0$, nên

$(-1; 1)$

Do đó hàm số **đồng biến** trên $(-1; 1)$, không phải nghịch biến.

Mệnh đề **sai**.

c)

$$y' = 0$$

Giải :

$$-3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Hai điểm cực trị có hoành độ -1 và 1 , nằm ở hai phía của trục tung Oy .

Mệnh đề **đúng**.

d)

$$[0; 2] \quad x = 0, 1, 2$$

Xét trên đoạn , ta kiểm tra tại các điểm .

$$y(0) = -1$$

• ,

$$y(1) = 1$$

• ,

$$y(2) = -8 + 6 - 1 = -3$$

• .

$$-3 \quad 3$$

Giá trị nhỏ nhất là , không phải .

Mệnh đề **sai**.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

PHẦN III

Câu 1

12

Trường có học sinh đạt giải, trong đó:

3 5 8

• môn Toán: nữ và nam, tổng em;

4

• môn Vật lí: nam.

12

Vì tổng là nên hiểu rằng hai nhóm Toán và Vật lí là tách nhau.

3

Cần chọn học sinh sao cho:

- có đủ cả hai môn Toán và Vật lí,
- có cả nam và nữ.

1

Do nhóm Vật lí toàn nam, nên để có nữ thì bắt buộc phải chọn ít nhất nữ Toán.

1

Để có đủ hai môn thì bắt buộc phải chọn ít nhất học sinh Vật lí.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là số cách chọn em có:

• ít nhất 1 nữ Toán trong 3 em,

• ít nhất 1 nam Vật lí trong 4 em.

Tổng số cách chọn em từ 3 em là 12
 $C_{12}^3 = 220$

Dùng nguyên lý bù:

• không có nữ Toán: chọn cả 3 từ 9 nam, có $C_9^3 = 84$ cách;

• không có Vật lí: chọn cả 3 từ 8 em Toán, có $C_8^3 = 56$ cách;

• vừa không có nữ Toán vừa không có Vật lí: chỉ còn 5 nam Toán, có $C_5^3 = 10$ cách.

Số cách thuận lợi là
 $220 - 84 - 56 + 10 = 90$

Xác suất:

$$P = \frac{90}{220} = \frac{9}{22} \approx 0,4091$$

$$P \approx 0,41$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

$$40,91\%$$

Nếu đổi sang phần trăm thì là khoảng .

Câu 2

x

Gọi là số triệu đồng giảm trên mỗi xe.

Khi đó:

$$32 - x$$

- giá bán mới là triệu đồng,

$$600 + 200x$$

- số xe bán được là chiếc,

$$(32 - x) - 28 = 4 - x$$

- lãi trên mỗi xe là triệu đồng.

Tổng lợi nhuận là

$$L(x) = (4 - x)(600 + 200x)$$

Khai triển:

$$L(x) = 2400 + 800x - 600x - 200x^2 = -200x^2 + 200x + 2400$$

$$a = -200 < 0$$

Đây là tam thức bậc hai có hệ số , nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-200}{2 \cdot (-200)} = 0,5$$

Vậy giá bán tối ưu là

$$32 - 0,5 = 31,5$$

triệu đồng.

$$31,5$$

Đáp số: triệu đồng.

Câu 3

Ta đặt hệ trục tọa độ trong mặt phẳng đáy như sau:

$$A(0; 0; 0)$$

- ,

$$B(2; 0; 0) \quad AB = 2$$

- vì ,

$$D(0; 1; 0) \quad AD = 1$$

- vì ,

$$AB \perp CD \quad CD = 1 \quad C(1; 1; 0)$$

- do và nên .

Điểm H thuộc AD và $AH = 2HD$. Vì $AD = 1$ nên đặt $HD = \frac{1}{3}$, $AH = \frac{2}{3}$, suy ra

$$H(0; \frac{2}{3}; 0)$$

Vậy

$$SH = 2 \quad SH \perp (ABCD)$$

Do và nên

$$S(0; \frac{2}{3}; 2)$$

Ta cần tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

Chọn:

$$\vec{u} = \overrightarrow{SB} = (2; -\frac{2}{3}; -2)$$

• vectơ chỉ phương của SB là ,

$$\vec{v} = \overrightarrow{CD} = (1; 0; 0)$$

• vectơ chỉ phương của CD là .

$$\overrightarrow{SC} = (1; \frac{1}{3}; -2)$$

Lấy

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

$$d = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

Ta có

$$\vec{u} \times \vec{v} = (0; -2; \frac{2}{3})$$

Suy ra

$$\overrightarrow{SC} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 1 \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot (-2) + (-2) \cdot \frac{2}{3} = -2$$

Và

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{4}{9}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

Do đó

$$d = \frac{2}{2\sqrt{10}/3} = \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 0,9487$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

$$d \approx 0,95$$

$$0,95$$

Đáp số:

Câu 4

$$OAB.O'A'B'$$

Mô hình là lăng trụ đứng tam giác

Từ hình vẽ và dữ kiện:

$$A'(240; 450; 0)$$

• ,

$$B'(120; 450; 300)$$

•

Vì là lăng trụ đứng nên các cạnh bên song song nhau và vuông góc với đáy, suy ra:

$$O(0; 0; 0)$$

• ,

$$A(240; 0; 0)$$

• ,

$$B(120; 0; 300)$$

• ,

$$O'(0; 450; 0)$$

•

1) Diện tích nền nhà

$$OAA'O'$$

Nền nhà là hình chữ nhật .

$$OA = 240 \quad OO' = 450$$

Ta có cm, cm.

Diện tích nền:

$$S_{\text{nền}} = 240 \cdot 450 = 108000 \text{ cm}^2 = 10,8 \text{ m}^2$$

Chi phí lát nền:

$$10,8 \cdot 200000 = 2160000 = 2,16 \text{ triệu đồng.}$$

2) Diện tích hai mái nhà

$$ABB'A' \quad OBB'O'$$

Hai mái là hai hình chữ nhật và .

Ta tính:

$$AB = \sqrt{(240 - 120)^2 + (0 - 300)^2} = \sqrt{120^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \text{ cm.}$$

Tương tự,

$$OB = \sqrt{120^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \text{ cm.}$$

Mỗi mái có diện tích:

$$S_1 = 450 \cdot 60\sqrt{29} = 27000\sqrt{29} \text{ cm}^2$$

Hai mái:

$$S_{\text{mái}} = 54000\sqrt{29} \text{ cm}^2 \approx 290864 \text{ cm}^2 \approx 29,0864 \text{ m}^2$$

Chi phí làm mái:

$$29,0864 \cdot 700000 \approx 20360480 \approx 20,36 \text{ triệu đồng.}$$

3) Diện tích mặt trước và mặt sau

$$OAB \quad O'A'B'$$

Mặt trước và mặt sau là hai tam giác và .

OAB

Diện tích tam giác :

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot \text{chiều cao từ } B = \frac{1}{2} \cdot 240 \cdot 300 = 36000 \text{ cm}^2 = 3,6 \text{ m}^2$$

Hai mặt:

$$S_{\text{trước+sau}} = 7,2 \text{ m}^2$$

Chi phí:

$$7,2 \cdot 6000000 = 43200000 = 43,2$$

đồng triệu đồng.

4) Tổng chi phí

Tổng chi phí:

$$2,16 + 20,36 + 43,2 = 65,72$$

triệu đồng.

Làm tròn đến hàng phần mười:

$$65,7$$

triệu đồng.

$$65,7$$

Đáp số: triệu đồng.**Câu 5**

4

3

1

Bồn là hình nón cụt cao m, bán kính đáy dưới m, bán kính đáy trên m.

 h

Gọi là chiều cao mực chất lỏng tính từ đáy dưới lên.

 h

Bán kính mặt thoáng biến thiên tuyến tính theo :

$$r(h) = 3 - \frac{h}{2}$$

$$h = 2$$

Khi m thì

$$r = 3 - \frac{2}{2} = 2$$

m.

Phần chất lỏng lúc đó là một hình nón cụt có:

$$h = 2$$

- chiều cao ,

$$R = 3$$

- bán kính đáy dưới ,

$$r = 2$$

- bán kính đáy trên .

Thể tích:

$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$

Thay số:

$$V = \frac{\pi \cdot 2}{3} (3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2) = \frac{2\pi}{3} (9 + 6 + 4) = \frac{38\pi}{3} \text{ m}^3$$

$$0,5 \text{ m}^3 / \text{phút}$$

Tốc độ bơm là nên thời gian cần là

$$t = \frac{V}{0,5} = \frac{38\pi / 3}{0,5} = \frac{76\pi}{3} \approx 79,6$$

phút.

$$79,6$$

Đáp số: phút.

Câu 6

Gọi:

$$x$$

- là diện tích trồng bắp (ha),

$$y$$

- là diện tích trồng cà chua (ha).

Điều kiện:

$$x \geq 0, y \geq 0$$

- ,

$$x + y \leq 6$$

- vì tổng diện tích là ha,

$$10x + 20y \leq 100$$

- vì tổng thời gian không quá ngày.

Rút gọn điều kiện thời gian:

$$x + 2y \leq 10$$

Cần tối đa hóa số tiền thu được:

$$P = 30x + 50y$$

(triệu đồng).

Xét các đỉnh miền nghiệm:

$$(0; 0)$$

• ,

$$(6; 0)$$

• ,

$$x + y = 6 \quad x + 2y = 10$$

• giao của và ,

$$(0; 5)$$

• .

Tìm giao điểm:

$$x + y = 6 \quad x = 6 - y$$

từ suy ra .

$$x + 2y = 10$$

Thế vào :

$$6 - y + 2y = 10 \Rightarrow y = 4 \quad x = 2$$

, nên .

$$(0; 0), (6; 0), (2; 4), (0; 5)$$

Vậy các đỉnh là .

$$P$$

Tính :

$$(0; 0) \quad P = 0$$

• tại : ,

$$(6; 0) \quad P = 180$$

• tại : ,

$$(2; 4) \quad P = 30 \cdot 2 + 50 \cdot 4 = 60 + 200 = 260$$

• tại : ,

$$(0; 5) \quad P = 250$$

• tại : .

$$260$$

Giá trị lớn nhất là .

$$260$$

Đáp số: triệu đồng.