

ÔN TẬP CHƯƠNG VII – QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN****Câu 1.** [NB] Góc giữa hai mặt phẳng được xác định bằng góc giữa

- A. hai đường thẳng bất kì lần lượt nằm trong hai mặt phẳng.
- B. hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng.
- C. hai giao tuyến bất kì của hai mặt phẳng với mặt phẳng thứ ba.
- D. hai đường thẳng song song với giao tuyến của hai mặt phẳng.

Câu 2. [NB] Một đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nếu d vuông góc với

- A. một đường thẳng nằm trong (P) .
- B. hai đường thẳng cắt nhau cùng nằm trong (P) .
- C. hai đường thẳng song song cùng nằm trong (P) .
- D. một đường thẳng vuông góc với (P) .

Câu 3. [TH] Cho $(P) \perp (Q)$, $a = (P) \cap (Q)$. Đường thẳng $c \subset (P)$ và $c \perp (Q)$. Khi đó

- A. $c \sqsubset a$.
- B. $c \perp a$.
- C. $c \subset (Q)$.
- D. c chéo a .

Câu 4. [TH] Điểm A nằm ngoài mặt phẳng (P) , H là hình chiếu vuông góc của A lên (P) . Hình chiếu vuông góc của đoạn AB với $B \in (P)$ lên (P) là

- A. AH .
- B. HB .
- C. AB .
- D. điểm H .

Câu 5. [TH] Cho $AH \perp (P)$, $H, B \in (P)$, $AH = 3$, $HB = 4$. Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) gần nhất với

- A. 30° .
- B. 37° .
- C. 45° .
- D. 53° .

Câu 6. [NB] Số đo của một góc nhị diện luôn thuộc khoảng

- A. $[0^\circ, 90^\circ]$.
- B. $[0^\circ, 180^\circ]$.
- C. $[90^\circ, 180^\circ]$.
- D. $[0^\circ, 360^\circ]$.

Câu 7. [TH] Một lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành. Mặt bên của lăng trụ là

- A. hình bình hành bất kì.
- B. hình thoi.
- C. hình chữ nhật.
- D. hình vuông.

Câu 8. [TH] Một hình lập phương có đường chéo dài $6\sqrt{3}$. Cạnh của hình lập phương bằng

- A. 3.
- B. 6.
- C. 9.
- D. 18.

Câu 9. [VD] Cho tứ diện $OABC$ có $OA \perp OB$, $OB \perp OC$, $OC \perp OA$, $OA = 2$, $OB = 3$, $OC = 6$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{3\sqrt{14}}{7}$.
- B. $\frac{6}{5}$.
- C. $\frac{12}{7}$.
- D. $\frac{3}{2}$.

Câu 10. [TH] Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6$, $AC = 8$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng BC bằng

- A. $\frac{12}{5}$.
- B. $\frac{24}{5}$.
- C. 5.
- D. 4.

Câu 11. [TH] Đường thẳng $a \sqsubset (P)$. Điểm $M \in a$ có hình chiếu H trên (P) và $MH = 6$. Khi đó $d(a, (P))$ bằng

- A. 3.
- B. 6.
- C. 12.
- D. phụ thuộc vào vị trí của M .

Câu 12. [TH] Hai đường thẳng song song a, b có một đoạn vuông góc chung dài 7. Khoảng cách giữa a và b bằng

- A. 3.5. B. 7.
C. 14. D. không xác định được.

Câu 13. [VD] Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 3$, $AA' = 4$. Hai đường thẳng AB và $C'D'$ song song. Khoảng cách giữa chúng bằng

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 7.

Câu 14. [TH] Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và đoạn MN có $M \in a$, $N \in b$, $MN \perp a$, $MN \perp b$. Khi đó MN được gọi là

- A. đường trung bình của a, b .
B. đoạn vuông góc chung của a, b .
C. hình chiếu của a trên b .
D. giao tuyến của hai mặt phẳng chứa a, b .

Câu 15. [TH] Hai khối chóp có cùng chiều cao. Diện tích đáy của khối thứ hai gấp đôi diện tích đáy của khối thứ nhất. Tỉ số thể tích khối thứ hai và khối thứ nhất bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 16. [TH] Lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành với hai cạnh 5 và 8, góc xen giữa 30° , chiều cao lăng trụ 7. Thể tích bằng

- A. 70. B. 120. C. 140. D. 280.

Câu 17. [VD] Một khối chóp cụt có diện tích hai đáy 25 và 9, thể tích 98. Chiều cao của khối chóp cụt bằng

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 18. [VD] Một bồn chứa dạng lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông với hai cạnh góc vuông 3m và 4m, chiều dài bồn 5m. Thể tích bồn bằng

- A. 30 m³. B. 40 m³. C. 60 m³. D. 120 m³.

Câu 19. [TH] Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, số đo góc nhị diện $[A, BB', C]$ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Câu 20. [VD] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và chiều cao $a\sqrt{2}$. Góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 21. [VD] Một khối chóp tam giác đều có cạnh đáy 4 và thể tích $4\sqrt{3}$. Chiều cao của khối chóp bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 22. [VD] Khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy 4 và cạnh bên $2\sqrt{6}$. Thể tích bằng

- A. 16. B. $\frac{64}{3}$. C. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$. D. 32.

Câu 23. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 6$. Điểm M là trung điểm của SC . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 24. [TH] Trong lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa $A'B'$ và (ABC) bằng

- A. AA' . B. AB . C. $A'B$. D. $B'C$.

Câu 25. [VD] Hình hộp chữ nhật có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 12$. Góc giữa đường chéo AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ có tang bằng

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 26. [VD] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = 5$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) có tang bằng

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{25}{12}$. D. $\frac{5}{4}$.

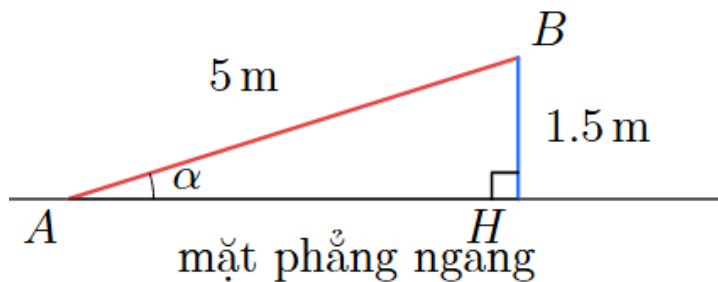
Câu 27. [VD] Một mặt phẳng song song với đáy cắt khối chóp tại độ cao bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao tính từ đỉnh. Tỷ số thể tích khối chóp nhỏ phía trên và khối chóp ban đầu bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 28. [VD] Một khối chóp được cắt bởi mặt phẳng song song với đáy sao cho tỷ số đồng dạng giữa đáy nhỏ và đáy lớn là $\frac{2}{3}$. Tỷ số thể tích phần chóp cắt và khối chóp ban đầu bằng

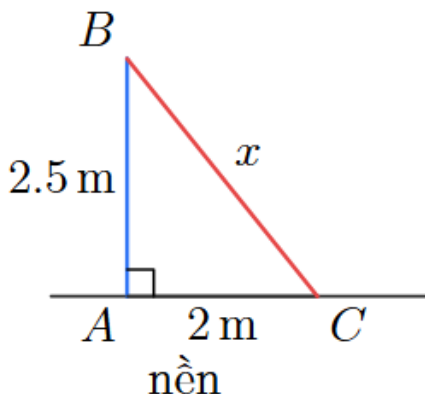
- A. $\frac{8}{27}$. B. $\frac{19}{27}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 29. [VD] Một đường dốc dài $5m$ nối hai nền có chênh cao $1.5m$. Góc giữa đường dốc và mặt phẳng ngang gần nhất với



- A. 15° . B. 17° . C. 20° . D. 30° .

Câu 30. [VD] Một mái che là mặt phẳng nghiêng. Một thanh chống dài $2.5m$ vuông góc với nền, đầu trên chạm mái; hình chiếu ngang từ chân thanh đến mép mái là $2m$. Độ dài đoạn mái từ mép mái đến đầu thanh là



- A. $1.5m$. B. $2m$. C. $2.5m$. D. $3.2m$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. [NB] Xét các phát biểu cơ bản về quan hệ vuông góc trong không gian.

- a) Nếu $d \perp (P)$ thì d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .
 b) Nếu d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong (P) thì $d \perp (P)$.
 c) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 d) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.

Câu 2. [TH] Cho $(P) \perp (Q)$, giao tuyến a ; $b \subset (P)$, $b \perp a$.

- a) $b \perp (Q)$.
 b) Nếu $c \subset (Q)$, $c \perp a$ thì $b \parallel c$.
 c) Mọi đường thẳng thuộc (P) đều vuông góc với (Q) .
 d) Góc giữa (P) và (Q) bằng 90° .

Câu 3. [TH] Cho $a \perp (P)$. Lấy hai điểm $M, N \in a$ và gọi M', N' là hình chiếu của chúng trên (P) .

Cần hình: Vẽ đường a song song (P) , hai điểm M, N trên a và các đường chiếu vuông góc xuống M', N' .

- a) $MM' \parallel NN'$. b) $MM' = NN'$. c) $M'N' \parallel MN$. d) $MM' = d(a, (P))$.

Câu 4. [TH] Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b . Đường vuông góc chung cắt a, b lần lượt tại M, N .

- a) $MN \perp a$.
 b) $MN \perp b$.
 c) $MN = d(a, b)$.
 d) Mọi đoạn nối một điểm trên a với một điểm trên b đều ngắn hơn MN .

Câu 5. [VD] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy 6 và chiều cao 4; O là tâm đáy.

- a) $SO \perp (ABCD)$.
 b) $OA = 3\sqrt{2}$.
 c) $SA = \sqrt{34}$.
 d) Thể tích khối chóp bằng 48.

Câu 6. [VD] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = 6$.

- a) $BC = 5$.
 b) Diện tích đáy bằng 6.
 c) Thể tích lăng trụ bằng 36.
 d) $A'C = \sqrt{61}$.

Câu 7. [VD] Một khối chóp có diện tích đáy 24 và chiều cao 9. Một mặt phẳng song song đáy cắt khối chóp tại độ cao 3 tính từ đỉnh.

- a) Tỷ số đồng dạng của chóp nhỏ và chóp lớn là $\frac{1}{3}$.
 b) Thể tích khối chóp ban đầu bằng 72.
 c) Thể tích chóp nhỏ bằng $\frac{8}{3}$.
 d) Thể tích phần chóp cắt bằng $\frac{208}{3}$.

Câu 8. [TH] Cho một đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) , hình chiếu của a trên (P) là a' .

- a) Góc giữa a và (P) bằng góc giữa a và a' .

b) Nếu $a \perp a'$ thì $a \perp (P)$.

c) Góc giữa a và (P) không vượt quá 90° .

d) Nếu $a \perp (P)$ thì góc giữa a và (P) bằng 90° .

Câu 9. [VD] Một khối chóp cắt có diện tích hai đáy lần lượt $S_1 = 49$ và $S_2 = 16$, chiều cao $h = 3$.

a) Căn bậc hai của tích hai diện tích đáy bằng 28.

b) Tổng ba đại lượng $S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}$ bằng 93.

c) Thể tích khối chóp cắt bằng 93.

d) Nếu chiều cao giảm còn $\frac{1}{3}$ thì thể tích giảm còn $\frac{1}{27}$.

Câu 10. [VD] Cho hai mặt phẳng $(P) \perp (Q)$, giao tuyến a . Trong (P) lấy $b \perp a$; trong (Q) lấy $c \perp a$.

a) $b \perp (Q)$.

b) $c \perp (P)$.

c) Góc giữa b và c bằng 90° .

d) Nếu $M \in a$ thì mặt phẳng qua M chứa b, c vuông góc với a .

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [TH] Một góc phẳng của góc nhị diện có số đo 125° . Tính góc giữa hai mặt phẳng chứa hai mặt của góc nhị diện đó, theo độ.

Câu 2. [VD] Một đoạn thẳng dài 10 có hình chiếu vuông góc trên một mặt phẳng dài 6. Tính góc giữa đoạn thẳng và mặt phẳng, làm tròn đến độ.

Câu 3. [VD] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $OA = 3$, $OB = 4$, $OC = 12$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) , làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Câu 4. [VD] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy 6 và chiều cao 4. Tính khoảng cách từ S đến cạnh AB .

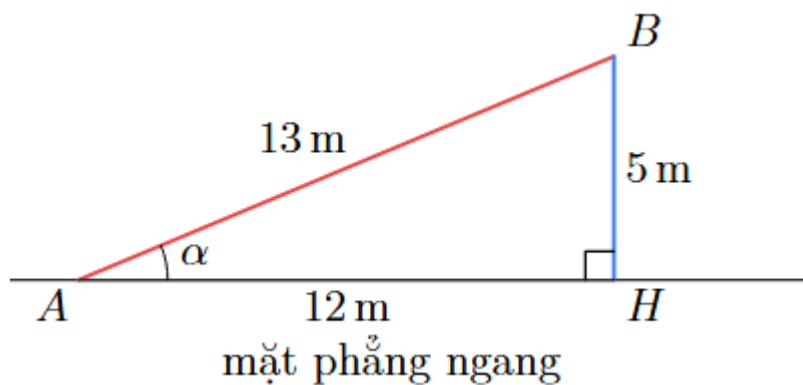
Câu 5. [VD] Trong hình lập phương cạnh 2, tính khoảng cách từ một đỉnh đến mặt phẳng chứa ba đỉnh kề với đỉnh đối diện. Làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Câu 6. [VD] Một lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh 4 và chiều cao 3. Tính thể tích; viết đáp án dưới dạng $k\sqrt{3}$. Tìm k .

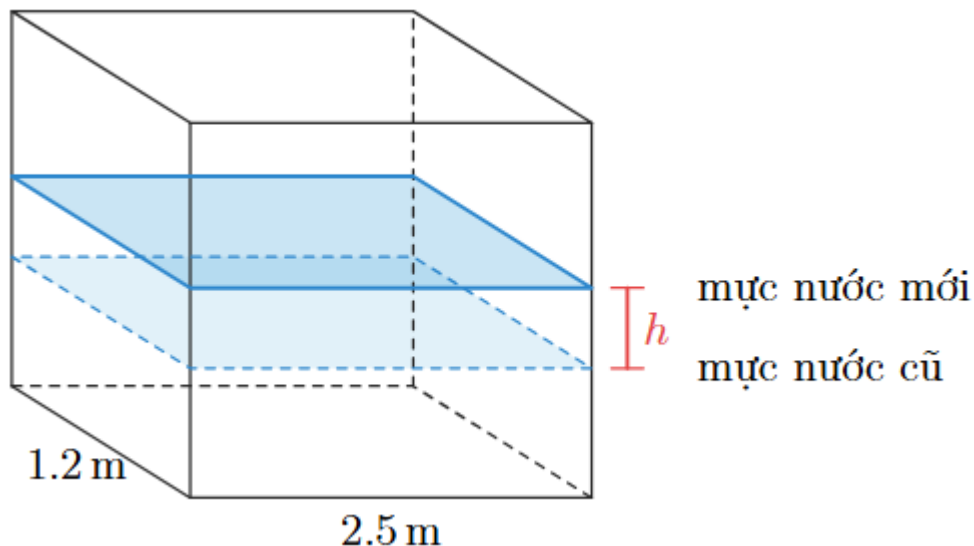
Câu 7. [VD] Một lăng trụ đứng có đáy là hình thoi với hai đường chéo 6 và 8, thể tích 120. Tính chiều cao lăng trụ.

Câu 8. [VD] Một khối chóp có thể tích 81 . Mặt phẳng song song với đáy cắt khối chóp tạo chóp nhỏ có chiều cao bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao ban đầu. Tính thể tích phần chóp cắt.

Câu 9. [VD] Một đường dốc dài $13m$ có độ chênh cao $5m$. Tính góc giữa đường dốc và mặt phẳng ngang, làm tròn đến một chữ số thập phân.



Câu 10. [VD] Một bể hình hộp chữ nhật có đáy $2.5m \times 1.2m$. Đổ thêm $1800L$ nước. Mực nước tăng thêm bao nhiêu mét?



----- HẾT -----
BẢNG ĐÁP ÁN

Phần I. Trắc nghiệm 4 lựa chọn

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	16	C
2	B	17	D
3	B	18	A
4	B	19	C
5	B	20	B
6	B	21	B
7	C	22	B
8	B	23	B
9	A	24	A
10	B	25	B
11	B	26	C
12	B	27	C
13	C	28	B
14	B	29	B
15	C	30	D

Phần II. Đúng – Sai

Câu	a	b	c	d
31	Đ	Đ	Đ	S
32	Đ	S	S	Đ

33	Đ	Đ	Đ	Đ
34	Đ	Đ	Đ	S
35	Đ	Đ	Đ	Đ
36	Đ	Đ	Đ	S
37	Đ	Đ	Đ	Đ
38	Đ	S	Đ	S
39	Đ	Đ	Đ	Đ
40	Đ	Đ	Đ	Đ

Phần III. Trả lời ngắn

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
41	55	46	12
42	53	47	5
43	2.35	48	78
44	5	49	22.6
45	1.15	50	0.6

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN****Câu 1. [NB]**

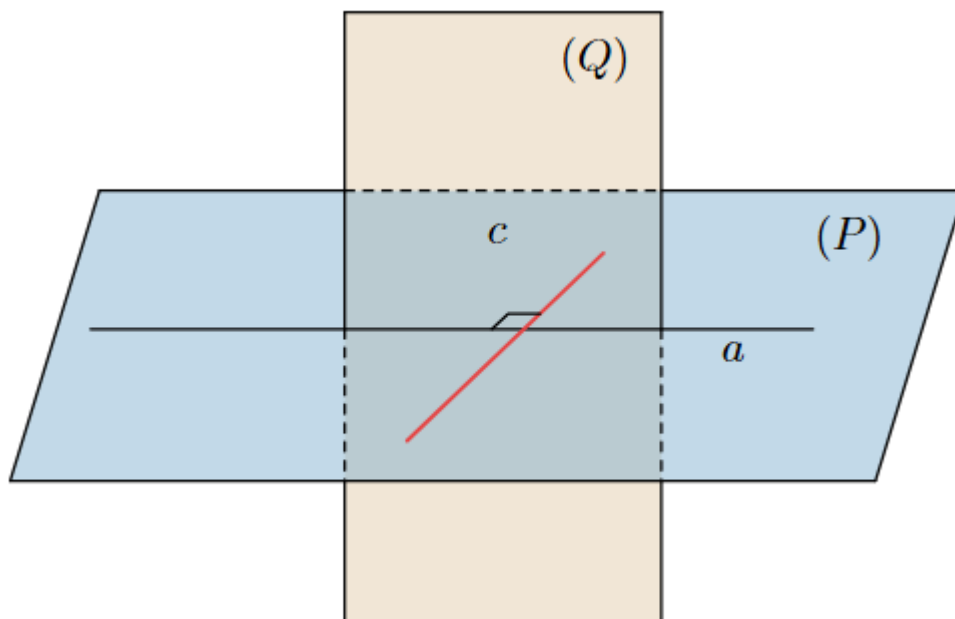
Theo định nghĩa, góc giữa hai mặt phẳng được xác định bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

Đáp án: B.

Câu 2. [NB]

Muốn kết luận một đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) , chỉ cần chứng minh d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng nằm trong (P) .

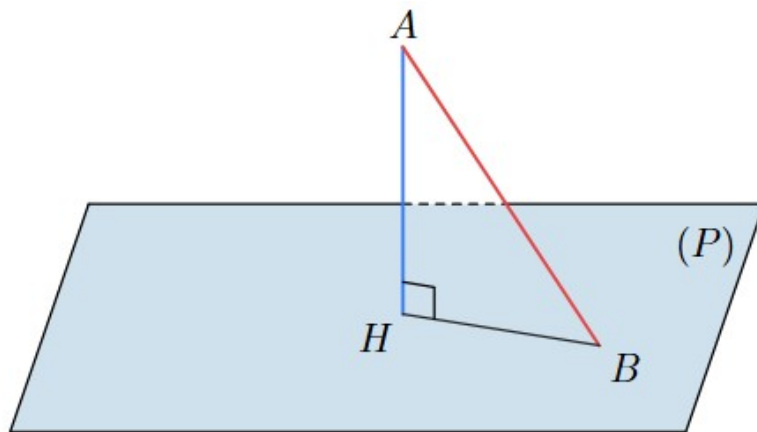
Đáp án: B.

Câu 3. [TH]

Ta có $c \subset (P)$ và $c \perp (Q)$. Vì $a = (P) \cap (Q)$ nên $a \subset (Q)$. Do đó đường thẳng c vuông góc với đường thẳng a .

Suy ra $c \perp a$.

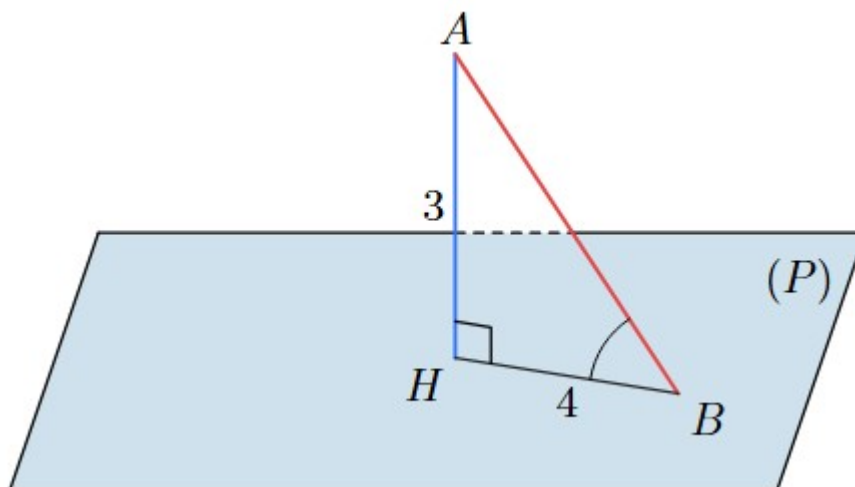
Đáp án: B.

Câu 4. [TH]

Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) và $B \in (P)$ nên hình chiếu của A là H , còn hình chiếu của B vẫn là B .

Vì thế hình chiếu vuông góc của đoạn AB trên (P) là đoạn HB .

Đáp án: B.

Câu 5. [TH]

Hình chiếu của AB lên (P) là HB , nên góc giữa AB và (P) là góc ABH .

Trong tam giác vuông AHB tại H : $\tan \angle ABH = \frac{AH}{HB} = \frac{3}{4}$.

Suy ra $\angle ABH \approx 36.87^\circ$.

Giá trị gần nhất là 37° .

Đáp án: B.

Câu 6. [NB]

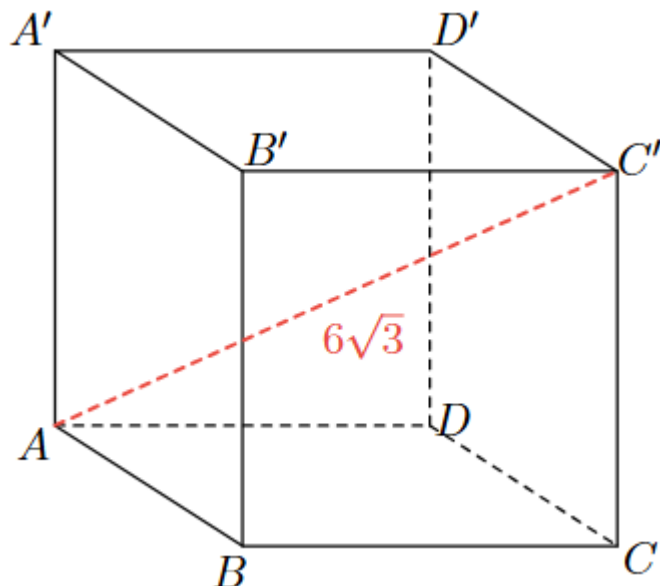
Theo định nghĩa, số đo của một góc nhị diện nhận giá trị từ 0° đến 180° .

Đáp án: B.

Câu 7. [TH]

Lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với mặt đáy. Vì vậy mỗi mặt bên có một cặp cạnh đối song song và một cạnh bên vuông góc với cạnh đáy tương ứng, nên là hình chữ nhật.

Đáp án: C.

Câu 8. [TH]

Gọi cạnh hình lập phương là a . Đường chéo có độ dài $a\sqrt{3}$.

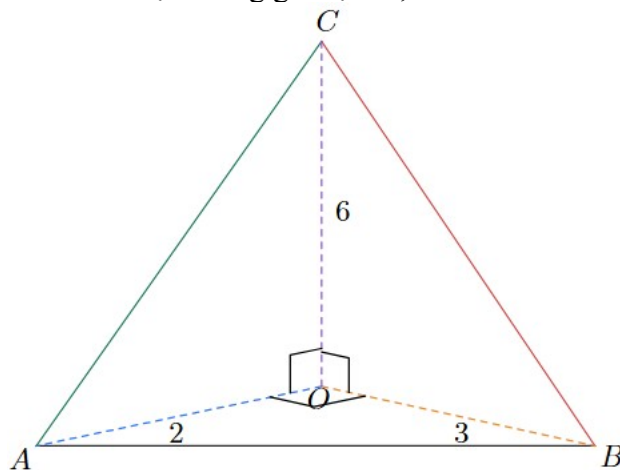
Theo giả thiết: $a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

Suy ra $a = 6$.

Đáp án: B.

Câu 9. [VD]

Với tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O , ta có



$$V_{O,ABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 6.$$

Diện tích tam giác ABC được tính bởi

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{(OA \cdot OB)^2 + (OB \cdot OC)^2 + (OC \cdot OA)^2}.$$

Do đó
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + 18^2 + 12^2} = \frac{1}{2} \sqrt{504} = 3\sqrt{14}.$$

Gọi $h = d(O, (ABC))$. Khi đó $V_{O,ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} h$.

$$h = \frac{3V_{O,ABC}}{S_{ABC}} = \frac{18}{3\sqrt{14}} = \frac{6}{\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{14}}{7}.$$

Suy ra

Đáp án: A.

Câu 10. [TH]

Tam giác ABC vuông tại A nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

Gọi H là chân đường vuông góc từ A xuống BC . Từ công thức diện tích:

$$\frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot AH.$$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = \frac{24}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(A, BC) = \frac{24}{5}.$$

Đáp án: B.

Câu 11. [TH]

Vì $a \perp (P)$ nên khoảng cách từ mọi điểm của a đến (P) đều bằng nhau.

Do $M \in a$ và $MH \perp (P)$ nên $d(a, (P)) = MH = 6$.

Đáp án: B.

Câu 12. [TH]

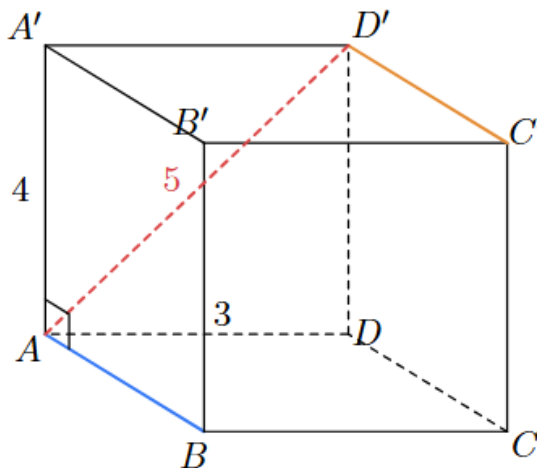
Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song bằng độ dài đoạn vuông góc chung của chúng.

Đoạn vuông góc chung dài 7, do đó $d(a, b) = 7$.

Đáp án: B.

Câu 13. [VD]

Hai đường thẳng AB và $C'D'$ song song. Xét đoạn nối từ A đến D' ; thành phần vuông góc với phương AB gồm hai cạnh vuông góc nhau là $AD = 3$ và $AA' = 4$.



Do đó khoảng cách giữa AB và $C'D'$ là $\sqrt{AD^2 + AA'^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Đáp án: C.

Câu 14. [TH]

Theo định nghĩa, nếu $M \in a$, $N \in b$ và $MN \perp a, MN \perp b$,

thì MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b .

Đáp án: B.

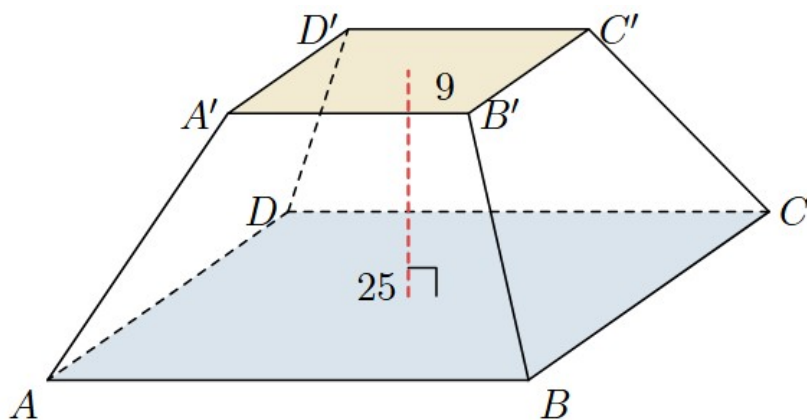
Câu 15. [TH]

$$V = \frac{1}{3} Sh.$$

Thể tích khối chóp được tính bởi

Hai khối chóp có cùng chiều cao nên tỉ số thể tích bằng tỉ số diện tích đáy. Vì diện tích đáy khối thứ hai gấp

$$\text{đôi khối thứ nhất nên } \frac{V_2}{V_1} = 2.$$

Đáp án: C.**Câu 16. [TH]**Diện tích đáy là $S = 5 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ = 20$.Thể tích lăng trụ: $V = Sh = 20 \cdot 7 = 140$.**Đáp án: C.****Câu 17. [VD]**

$$V = \frac{1}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) h.$$

Công thức thể tích chóp cụt:

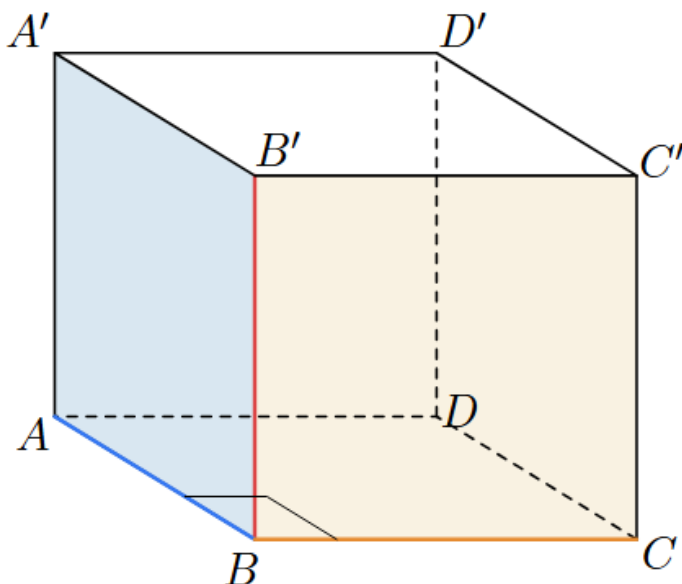
Với $S_1 = 25$, $S_2 = 9$:

$$98 = \frac{1}{3} (25 + 9 + 15) h = \frac{49}{3} h.$$

Suy ra $h = 6$.**Đáp án: D.****Câu 18. [VD]**

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6.$$

Diện tích đáy tam giác vuông:

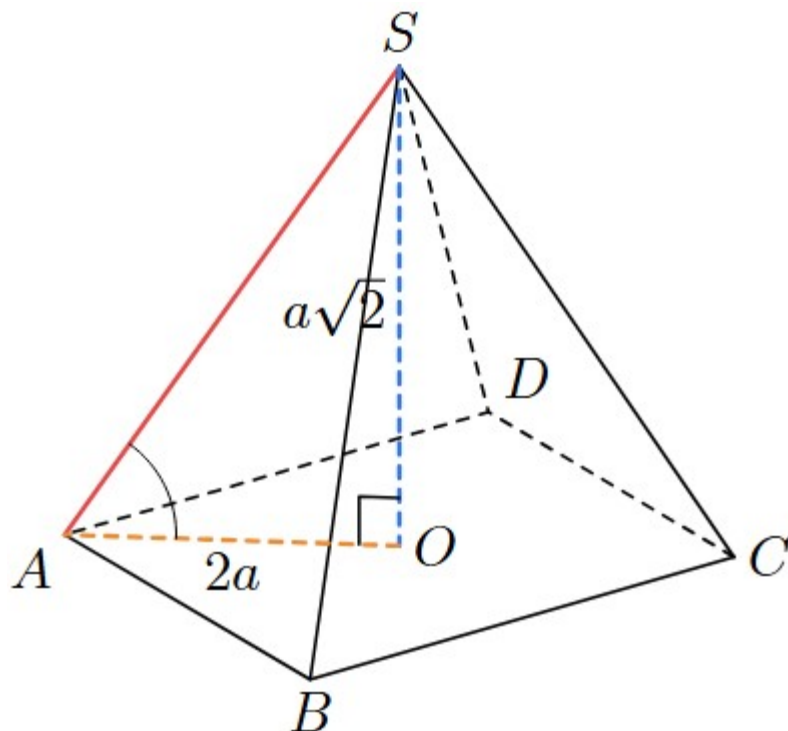
Chiều dài lăng trụ là 5, nên $V = Sh = 6 \cdot 5 = 30$.Vậy thể tích bồn là 30 m^3 .**Đáp án: A.****Câu 19. [TH]**

Hai mặt của góc nhị diện $[A, BB', C]$ là hai mặt kề nhau của hình lập phương. Hai mặt kề của hình lập phương vuông góc với nhau.

Do đó số đo góc nhị diện bằng 90° .

Đáp án: C.

Câu 20. [VD]



Gọi O là tâm đáy. Vì $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

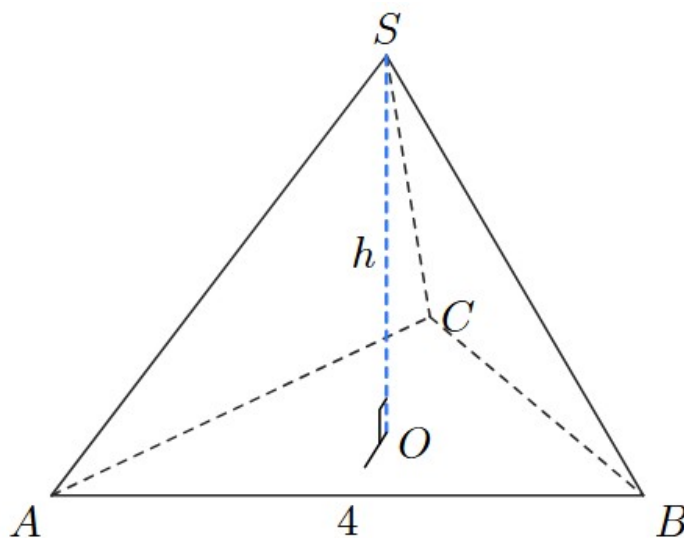
Đáy là hình vuông cạnh $2a$, do đó $OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Góc giữa SA và đáy là $\angle SAO$. Trong tam giác vuông SOA : $\tan \angle SAO = \frac{SO}{OA} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1$.

Suy ra $\angle SAO = 45^\circ$.

Đáp án: B.

Câu 21. [VD]



Đáy là tam giác đều cạnh 4 , nên $S_0 = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Gọi chiều cao khối chóp là h . Từ $V = \frac{1}{3}S_0h$, suy ra $4\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot h$.

Do đó $h = 3$.

Đáp án: B.

Câu 22. [VD]

Gọi O là tâm đáy. Đáy là hình vuông cạnh 4 nên $OA = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

Vì chóp đều nên tam giác SOA vuông tại O . Với $SA = 2\sqrt{6}$; $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{24 - 8} = 4$.

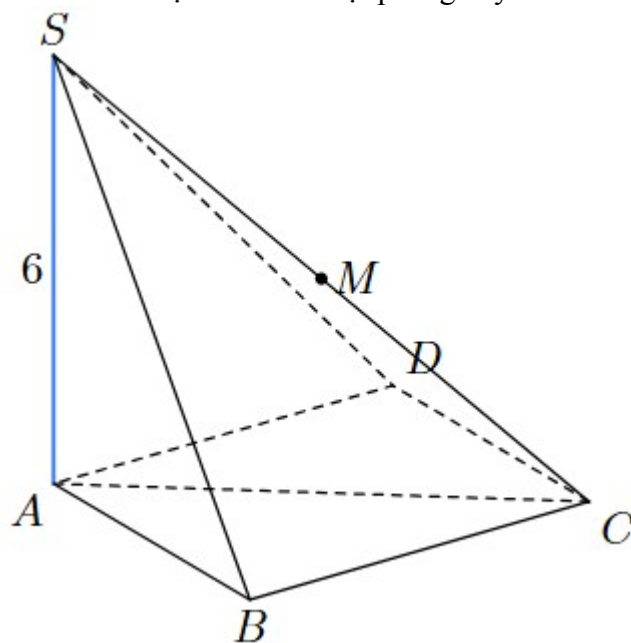
Diện tích đáy là $S_{ABCD} = 4^2 = 16$.

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 4 = \frac{64}{3}$.

Đáp án: B.

Câu 23. [VD]

Khoảng cách có hướng từ các điểm trên đoạn SC đến mặt phẳng đáy biến thiên tuyến tính.



$$SM \text{ cắt } (ABCD) \text{ tại } C \text{ nên } \frac{d(M, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{CM}{CS} = \frac{1}{2}$$

Do

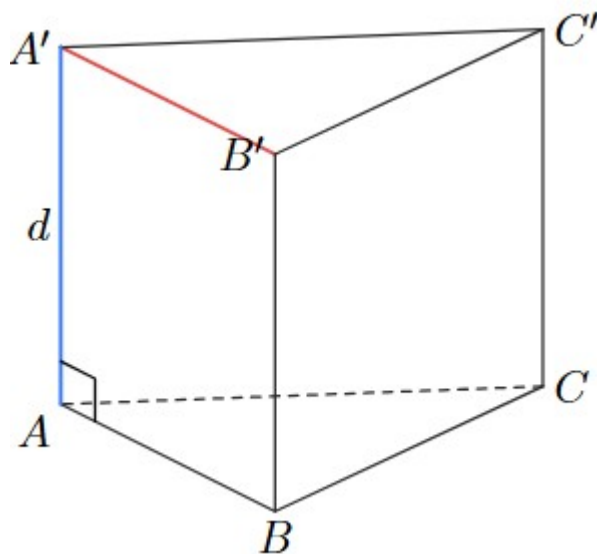
$$\Rightarrow d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2} d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2} SA = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

Đáp án: B.

Câu 24. [TH]

$$AA' \perp (ABC).$$

Trong lăng trụ đứng,



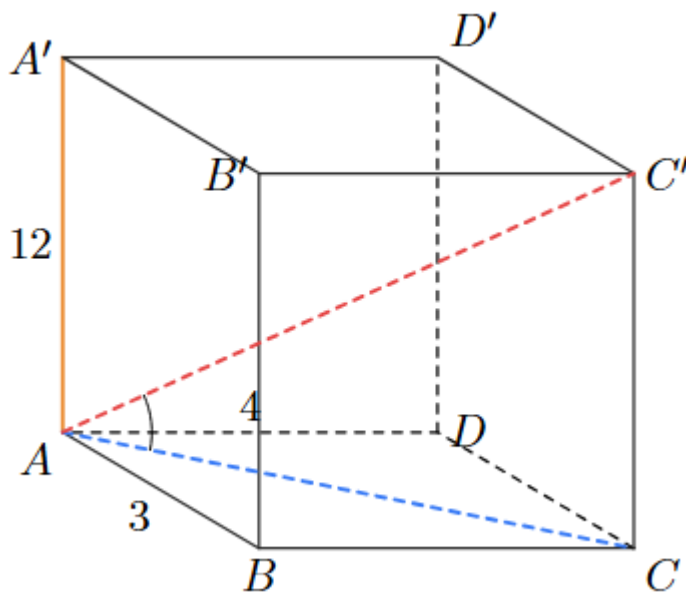
Mặt khác $A'B'$ thuộc mặt phẳng đáy trên và song song với (ABC) .

Do đó khoảng cách từ $A'B'$ đến (ABC) chính bằng chiều cao lăng trụ: $d(A'B', (ABC)) = AA'$.

Đáp án: A.

Câu 25. [VD]

Hình chiếu của AC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC .



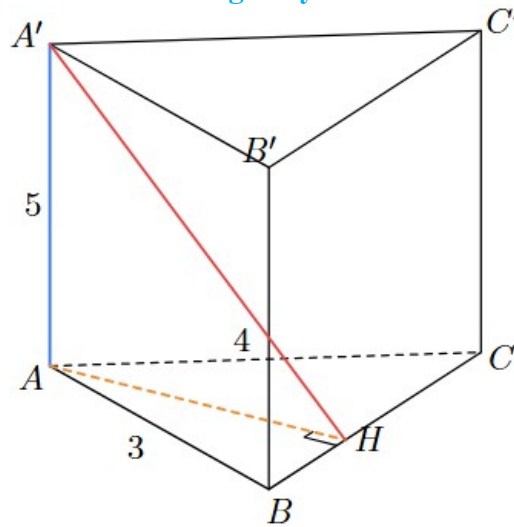
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Gọi α là góc giữa AC' và $(ABCD)$. Khi đó $\tan \alpha = \frac{CC'}{AC} = \frac{12}{5}$.

Đáp án: B.

Câu 26. [VD]

Hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) cắt nhau theo BC .



Gọi H là chân đường cao từ A xuống BC . Vì $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp BC$.

Lại có $AH \perp BC$, do đó $A'H \perp BC$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng là góc $A'HA$.

Trong tam giác vuông ABC : $BC = 5$, nên đường cao đến cạnh huyền là $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}$.

Do đó $\tan \angle A'HA = \frac{AA'}{AH} = \frac{5}{12/5} = \frac{25}{12}$.

Đáp án: C.

Câu 27. [VD]

Mặt phẳng cắt song song với đáy và cách đỉnh bằng một nửa chiều cao, nên chóp nhỏ đồng dạng với chóp ban đầu theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

$$\frac{V_1}{V_2} = k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}.$$

Tỉ số thể tích bằng lập phương tỉ số đồng dạng:

Đáp án: C.

Câu 28. [VD]

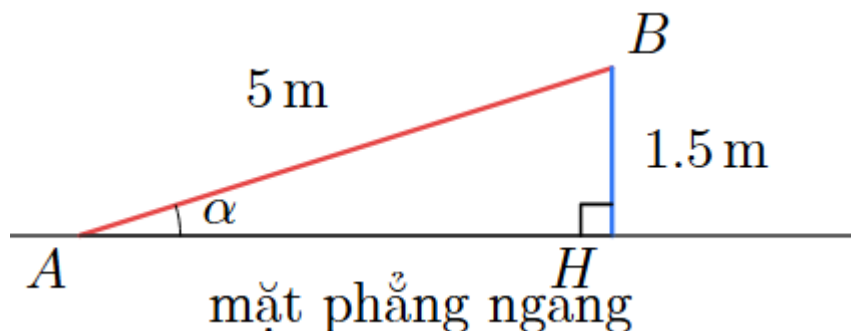
Tỉ số đồng dạng của chóp nhỏ và chóp ban đầu là $k = \frac{2}{3}$.

Do đó $\frac{V_1}{V} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

Phần chóp cắt có tỉ số thể tích $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$.

Đáp án: B.

Câu 29. [VD]



Gọi α là góc giữa đường dốc và mặt phẳng ngang.

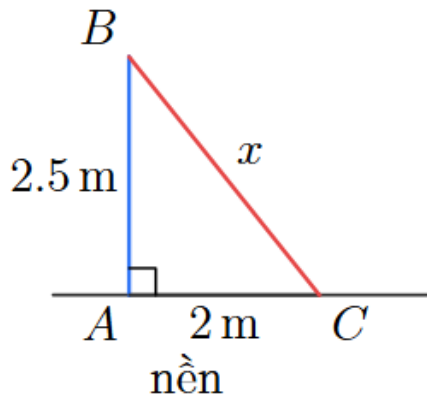
Đường dốc dài 5, độ chênh cao là 1.5, nên $\sin \alpha = \frac{1.5}{5} = 0.3$.

Suy ra $\alpha \approx 17.46^\circ$.

Giá trị gần nhất là 17° .

Đáp án: B.

Câu 30. [VD]



Đoạn mái, cạnh đứng và hình chiếu ngang tạo thành tam giác vuông có hai cạnh góc vuông 2.5 và 2.

Độ dài đoạn mái là $\sqrt{2.5^2 + 2^2} = \sqrt{10.25} \approx 3.20$.

Vậy độ dài gần đúng là 3.2 m.

Đáp án: D.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 31. [NB]

a) Đúng. Nếu $d \perp (P)$ thì d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

b) Đúng. Đây là điều kiện nhận biết đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng.

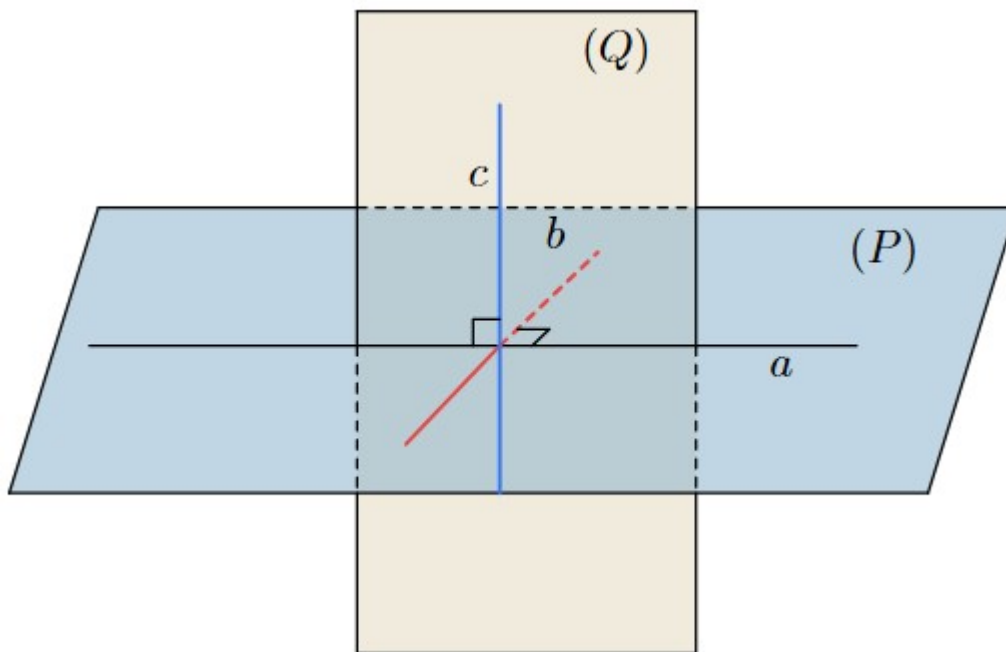
c) Đúng. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

d) Sai. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau, không nhất thiết cắt nhau.

Kết luận: Đ – Đ – Đ – S.

Câu 32. [TH]

Ta có $(P) \perp (Q)$, giao tuyến a , và $b \subset (P)$, $b \perp a$.



a) Đúng. Theo tính chất hai mặt phẳng vuông góc, một đường thẳng nằm trong (P) và vuông góc với giao tuyến a thì vuông góc với (Q) .

b) Sai. Nếu $c \subset (Q)$ và $c \perp a$ thì tương tự $c \perp (P)$. Vì $b \perp (Q)$ và $c \subset (Q)$ nên $b \perp c$, không phải $b \parallel c$.

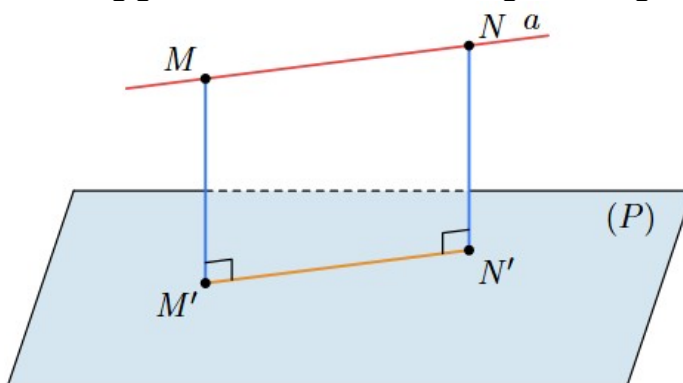
c) Sai. Chỉ những đường thẳng trong (P) vuông góc với giao tuyến a mới vuông góc với (Q) .

d) Đúng. Hai mặt phẳng vuông góc có góc giữa chúng bằng 90° .

Kết luận: Đ – S – S – Đ.

Câu 33. [TH]

Vì $a \perp (P)$ nên các đoạn chiếu vuông góc từ các điểm trên a xuống (P) song song và bằng nhau.



a) Đúng. Cả MM' và NN' đều vuông góc với (P) nên song song với nhau.

b) Đúng. Khoảng cách từ mọi điểm của a đến (P) là không đổi, do đó $MM' = NN'$.

c) Đúng. Tứ giác $MM'N'N$ là hình chữ nhật, nên $M'N' \parallel MN$.

d) Đúng. Theo định nghĩa khoảng cách giữa đường thẳng song song với mặt phẳng,
 $MM' = d(a, (P))$.

Kết luận: Đ – Đ – Đ – Đ.

Câu 34. [TH]

MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b .

a) Đúng. Theo giả thiết, $MN \perp a$.

b) Đúng. Theo giả thiết, $MN \perp b$.

c) Đúng. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng độ dài đoạn vuông góc chung:

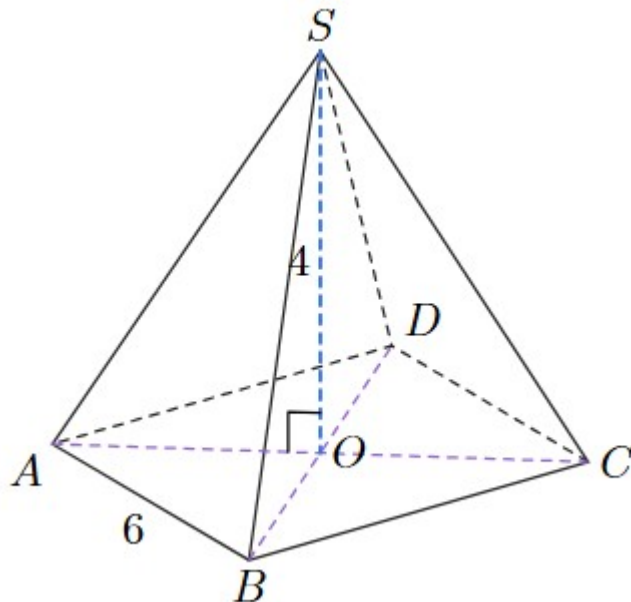
$$d(a, b) = MN.$$

d) Sai. MN là đoạn ngắn nhất nối một điểm trên a với một điểm trên b . Vì vậy mọi đoạn nối khác có độ dài lớn hơn hoặc bằng MN .

Kết luận: Đ – Đ – Đ – S.

Câu 35. [VD]

Đáy là hình vuông cạnh 6, O là tâm đáy, chiều cao $SO = 4$.



a) Đúng. Với hình chóp tứ giác đều, đường nối đỉnh với tâm đáy vuông góc với đáy:

$$SO \perp (ABCD).$$

b) Đúng. Đường chéo hình vuông là $6\sqrt{2}$ nên $OA = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$.

c) Đúng. Tam giác SOA vuông tại O :

$$SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{4^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{34}.$$

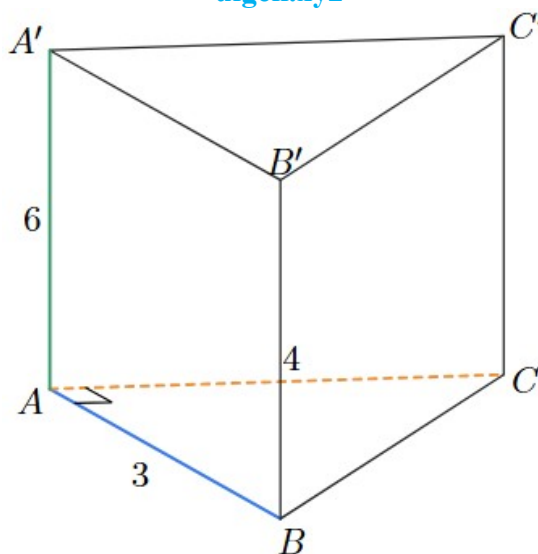
$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48.$$

d) Đúng. Thể tích:

Kết luận: Đ – Đ – Đ – Đ.

Câu 36. [VD]

Đáy ABC vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, chiều cao lăng trụ $AA' = 6$.



a) **Đúng.** Theo định lí Pythagore:

$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

b) **Đúng.** Diện tích đáy:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6.$$

c) **Đúng.** Thể tích lăng trụ:

$$V = 6 \cdot 6 = 36.$$

d) **Sai.** Tam giác $A'AC$ vuông tại A nên

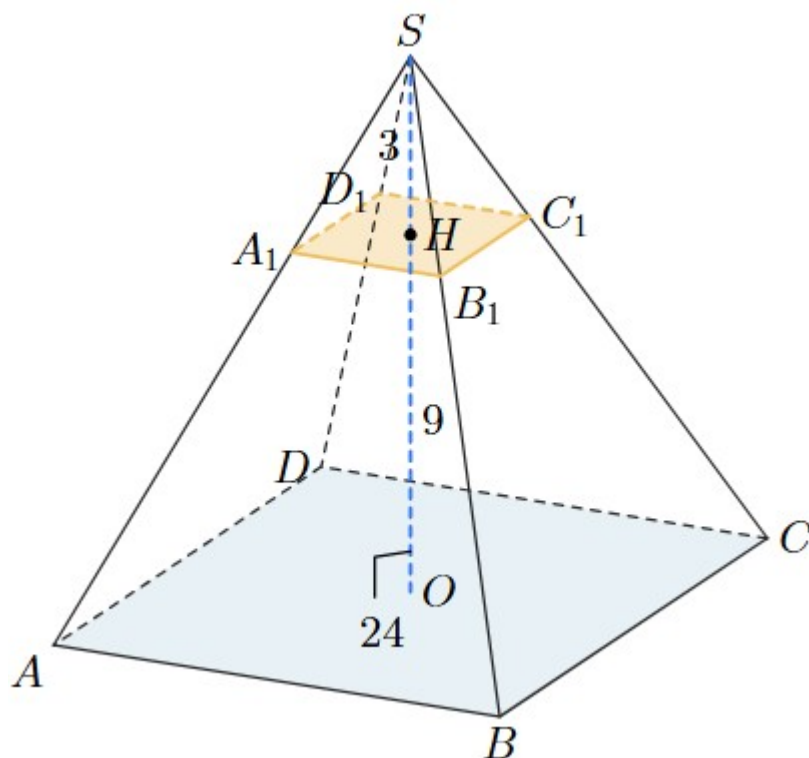
$$A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}.$$

Vì vậy $A'C \neq \sqrt{61}$.

Kết luận: Đ – Đ – Đ – S.

Câu 37. [VD]

Khối chóp ban đầu có diện tích đáy 24, chiều cao 9.



a) **Đúng.** Mặt cắt cách đỉnh 3 nên tỉ số chiều cao là

$$k = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 9 = 72.$$

b) Đúng. Thể tích khối chóp ban đầu:

$$V_1 = V \cdot k^3 = 72 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{3}.$$

c) Đúng. Thể tích chóp nhỏ bằng

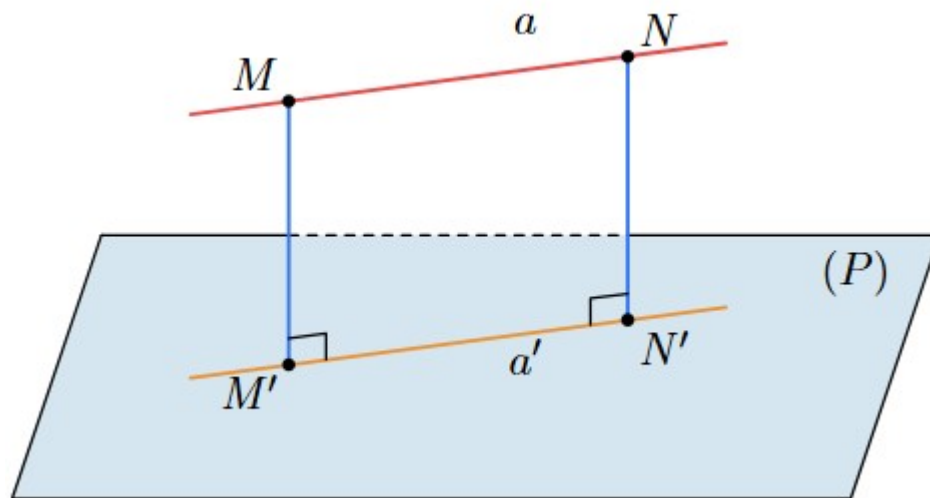
$$V_2 = 72 - \frac{8}{3} = \frac{208}{3}.$$

d) Đúng. Thể tích phần chóp cắt:

Kết luận: Đ – Đ – Đ – Đ.

Câu 38. [TH]

a không vuông góc với (P) và a' là hình chiếu của a trên (P) .



a) Đúng. Theo định nghĩa, góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên (P) .

b) Sai. Trong giả thiết, a không vuông góc với (P) nên hình chiếu a' là một đường thẳng và góc giữa a với a' nhỏ hơn 90° . Vì vậy không thể có $a \perp a'$ trong cấu hình đã cho.

c) Đúng. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng luôn thuộc đoạn từ 0° đến 90° .

d) Sai. Nếu $a \perp (P)$ thì góc giữa a và (P) bằng 0° , không phải 90° .

Kết luận: Đ – S – Đ – S.

Câu 39. [VD]

Cho $S_1 = 49$, $S_2 = 16$, $h = 3$.

a) Đúng. Ta có $\sqrt{S_1 S_2} = \sqrt{49 \cdot 16} = 28$.

b) Đúng. Tổng cần xét là $S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2} = 49 + 16 + 28 = 93$.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 93 = 93.$$

c) Đúng. Thể tích chóp cắt:

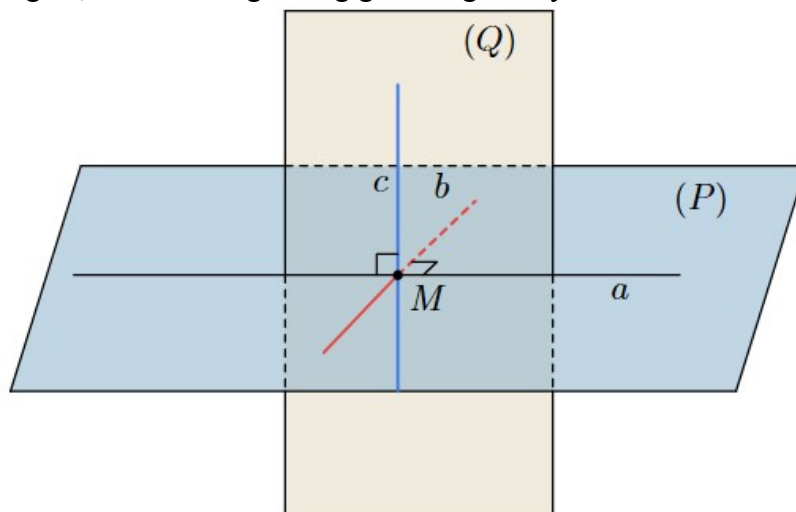
d) Đúng. Khi giữ nguyên hai đáy, thể tích tỉ lệ thuận với chiều cao. Nếu chiều cao từ 3 giảm còn 1 thì thể

tích còn $\frac{1}{3}$ thể tích ban đầu.

Kết luận: Đ – Đ – Đ – Đ.

Câu 40. [VD]

Theo cấu hình mô tả trong đề, b và c cùng vuông góc với giao tuyến a tại điểm M .



a) Đúng. Vì $(P) \perp (Q)$ và $b \subset (P)$, $b \perp a$ nên $b \perp (Q)$.

b) Đúng. Tương tự, $c \perp (P)$.

c) Đúng. Vì $b \perp (Q)$ và $c \subset (Q)$ nên $b \perp c$.

Do đó góc giữa b và c bằng 90° .

d) Đúng. Mặt phẳng qua M chứa hai đường thẳng cắt nhau b, c , trong đó $a \perp b$ và $a \perp c$. Vì vậy $a \perp (b, c)$.

Kết luận: Đ – Đ – Đ – Đ.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN**Câu 41. [TH]**

Một góc phẳng của góc nhị diện có số đo 125° . Góc giữa hai mặt phẳng là góc không vượt quá 90° , nên lấy góc bù với 125° :

$$180^\circ - 125^\circ = 55^\circ.$$

Đáp án: 55.

Câu 42. [VD]

Gọi α là góc giữa đoạn thẳng và mặt phẳng. Độ dài hình chiếu bằng độ dài đoạn thẳng nhân với $\cos \alpha$, nên

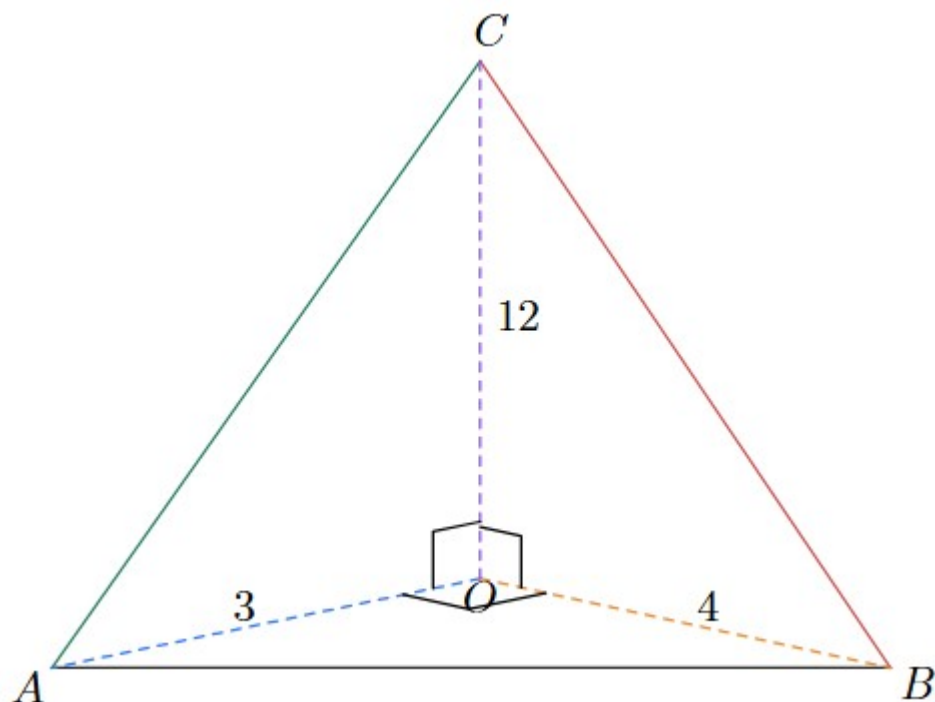
$$\cos \alpha = \frac{6}{10} = 0.6.$$

Suy ra $\alpha \approx 53.13^\circ$.

Làm tròn đến độ: **Đáp án: 53.**

Câu 43. [VD]

Tứ diện $OABC$ vuông tại O với $OA = 3, OB = 4, OC = 12$.



Thể tích tứ diện: $V = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12 = 24.$

Diện tích mặt ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{(OA \cdot OB)^2 + (OB \cdot OC)^2 + (OC \cdot OA)^2}.$

Do đó $S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{12^2 + 48^2 + 36^2} = \frac{1}{2} \sqrt{3744} = 6\sqrt{26}.$

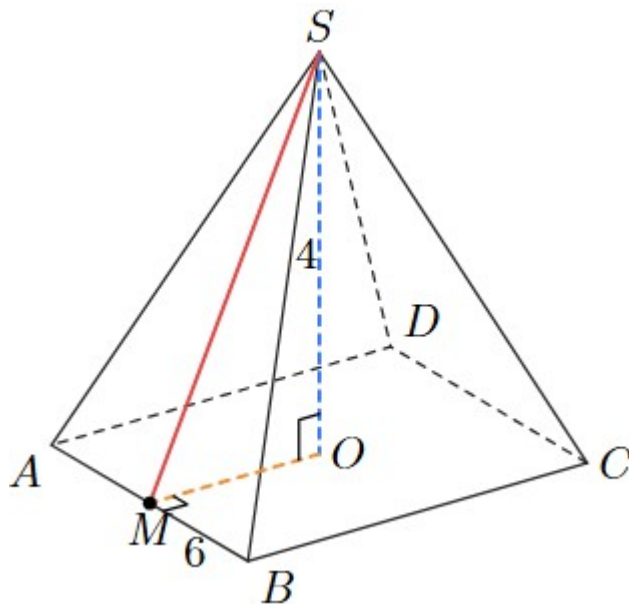
Gọi $h = d(O, (ABC))$. Ta có $24 = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{26} \cdot h.$

Suy ra $h = \frac{12}{\sqrt{26}} \approx 2.35.$

Đáp án: 2.35.

Câu 44. [VD]

Gọi O là tâm đáy và M là trung điểm của cạnh AB . Với hình vuông cạnh 6: $OM = 3.$



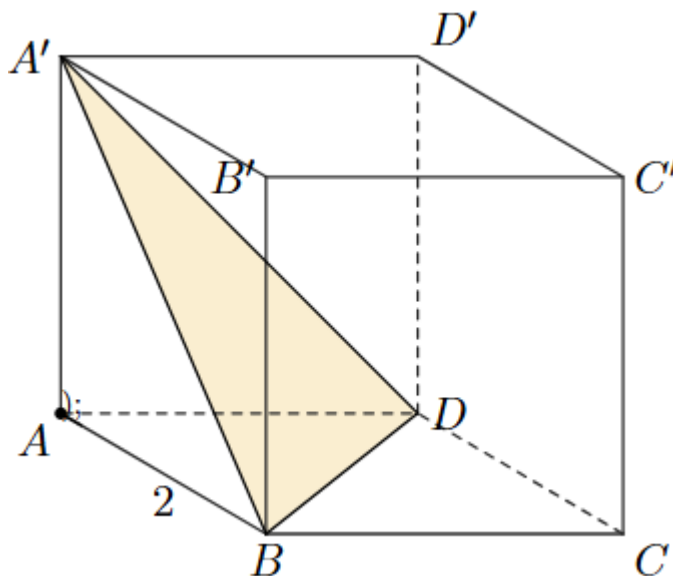
Vì $SO \perp (ABCD)$ nên $SO \perp AB$. Mặt khác $OM \perp AB$.

Do đó $SM \perp AB$, nên $d(S, AB) = SM$.

Trong tam giác vuông SOM : $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Đáp án: 5.

Câu 45. [VD]



Gọi cạnh hình lập phương là 2. Tại đỉnh A , ba cạnh AB, AD, AA' đôi một vuông góc và đều bằng 2. Mặt phẳng qua ba đỉnh B, D, A' là mặt đối diện với A trong tứ diện vuông $ABDA'$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BDA') là $h = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.1547$.
Làm tròn đến hai chữ số thập phân:

Đáp án: 1.15.

Câu 46. [VD]

Đây là tam giác đều cạnh 4 nên $S_0 = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Chiều cao lăng trụ bằng 3. Do đó $V = 4\sqrt{3} \cdot 3 = 12\sqrt{3}$.

Vì $V = k\sqrt{3}$ nên $k = 12$.

Đáp án: 12.

Câu 47. [VD]

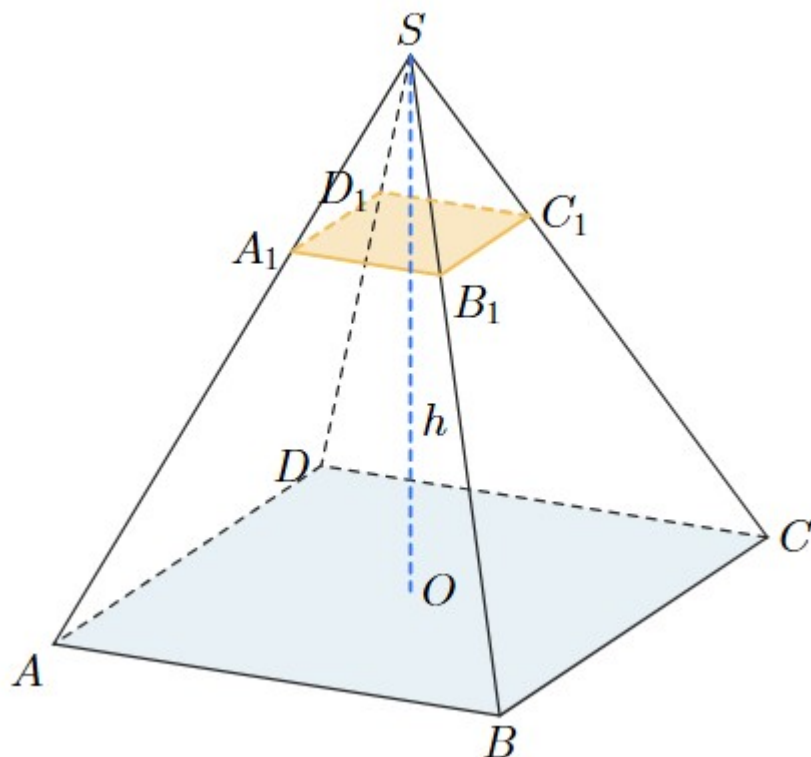
Diện tích hình thoi có hai đường chéo 6 và 8 là $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$.

Gọi chiều cao lăng trụ là h . Vì $V = Sh$, nên $120 = 24h$.

Suy ra $h = 5$.

Đáp án: 5.

Câu 48. [VD]



Chóp nhỏ có chiều cao bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao chóp ban đầu, nên tỉ số đồng dạng là $k = \frac{1}{3}$.

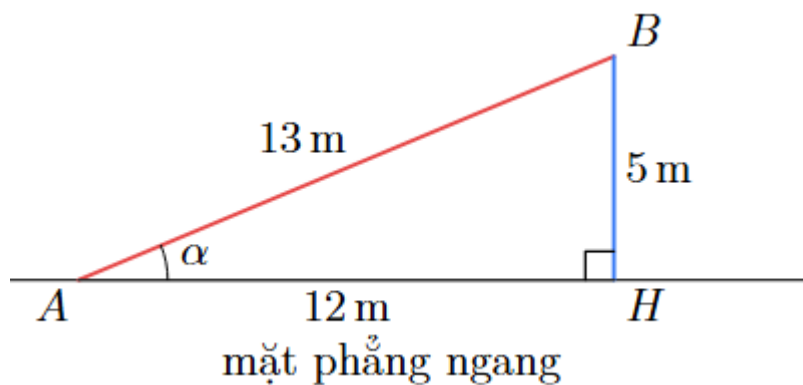
Tỉ số thể tích: $\frac{V_1}{V} = k^3 = \frac{1}{27}$.

Do đó $V_1 = 81 \cdot \frac{1}{27} = 3$.

Thể tích phần chóp cắt: $81 - 3 = 78$.

Đáp án: 78.

Câu 49. [VD]

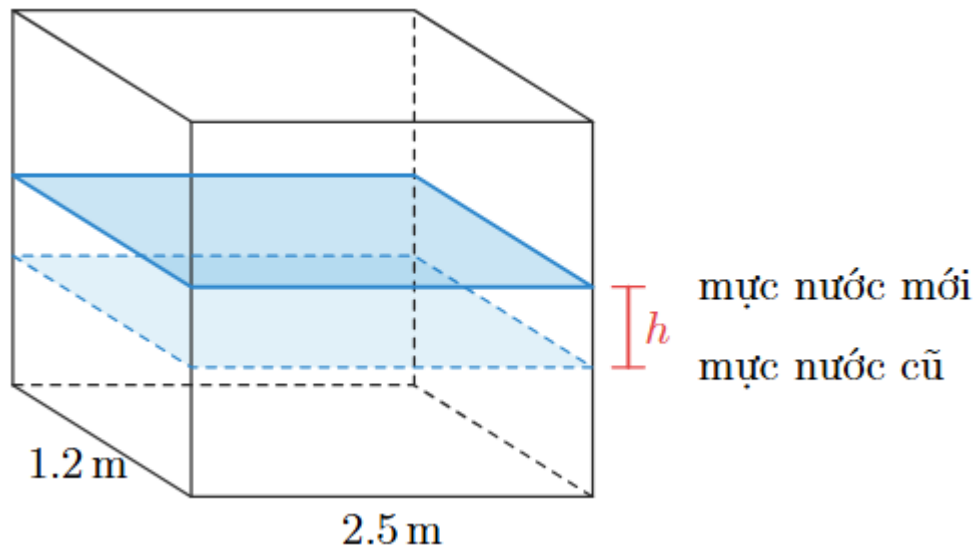


Gọi α là góc giữa đường dốc và mặt phẳng ngang. Ta có $\sin \alpha = \frac{5}{13}$.

Suy ra $\alpha \approx 22.62^\circ$.

Làm tròn đến một chữ số thập phân:

Đáp án: 22.6.

Câu 50. [VD]

Diện tích đáy bể: $S = 2.5 \cdot 1.2 = 3$.

Thể tích nước thêm vào là 1800 L, tức 1.8 m^3 .

Gọi mức nước tăng thêm là h . Khi đó $3h = 1.8$.

Suy ra $h = 0.6$.

Vậy mức nước tăng thêm 0.6 m.

Đáp án: 0.6.