

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT**DẠNG 1. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT****Câu 1.** Giải các phương trình sau:

a) $2^{3x-1} = \frac{1}{2^{x+1}}$

b) $2e^{2x} = 5$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $3^{x-1} = 27$;

b) $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$

c) $\sqrt{3}e^{3x} = 1$;

d) $5^x = 3^{2x-1}$.

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $4 - \log(3-x) = 3$;

b) $\log_2(x+2) + \log_2(x-1) = 1$.

Câu 4. Giải các phương trình sau:

a) $\log(x+1) = 2$;

b) $2\log_4 x + \log_2(x-3) = 2$;

c) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 4x$;

d) $\log_3(x^2 - 3x + 2) = \log_3(2x - 4)$.

Câu 5. Giải mỗi phương trình sau:

a) $(0,3)^{x-3} = 1$;

b) $9^{x-2} = 243^{x+1}$;

c) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -3$

d) $\log_5(3x-5) = \log_5(2x+1)$.

Câu 6. Giải mỗi phương trình sau:

a) $3^{x-1} = 5$;

b) $3^{x^2-4x+5} = 9$;

c) $2^{2x+3} = 8\sqrt{2}$;

d) $8^{x-2} = 4^{1-2x}$;

e) $2^{x^2-3x-2} = 0,25 \cdot 16^{x-3}$;

g) $2^{x^2-4x+4} = 3$.

Câu 7. Giải mỗi phương trình sau:

a) $\log_4(x-4) = -2$;

b) $\log_3(x^2 + 2x) = 1$;

c) $\log_{25}(x^2 - 4) = \frac{1}{2}$

d) $\log_9[(2x-1)^2] = 2$;

e) $\log(x^2 - 2x) = \log(2x - 3)$;

g) $\log_2(x) + \log_1(2x + 8) = 0$.

Câu 8. Giải các phương trình sau:

a) $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 3$;

b) $\log_5(x + 6) + \log_5(x + 2) = 1$.

Câu 9. Giải các phương trình mũ sau:

a) $4^{2x-1} = 8^{x+3}$;

b) $9^{2x} \cdot 27^{x^2} = \frac{1}{3}$;

c) $(e^4)^x \cdot e^{x^2} = e^{12}$

d) $5^{2x-1} = 20$.

Câu 10. Giải các phương trình lôgarit sau:

a) $\log_3(4x - 1) = 2$;

b) $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(3x + 3)$;

c) $\log_x 81 = 2$;

d) $\log_2 8^x = -3$.

Câu 11. Giải các phương trình sau:

a) $5^{x+2} = \sqrt[3]{25}$

b) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} = 32^{x+3}$

Câu 12. Giải các phương trình sau:

a) $\log_{16}(3x - 5) = \frac{1}{2}$

b) $\log_3 x + \log_3(x + 1) = \log_3(5x + 12)$.

Câu 13. Giải các phương trình sau:

a) $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$;

b) $5^{2x} = 10$

c) $3^x = 18$

d) $0,2^{x-1} = \frac{1}{\sqrt{125}}$;

e) $5^{3x} = 25^{x-2}$

g) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{32}\right)^{x-1}$.

Câu 14. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(2x - 1) = 3$;

b) $\log_{49} x = 0,25$;

c) $\log_2(3x + 1) = \log_2(2x - 4)$;

- d) $\log_5 (x-1) + \log_5 (x-3) = \log_5 (2x+10)$;
 e) $\log x + \log (x-3) = 1$;
 g) $\log_2 (\log_{81} x) = -2$.

Câu 15. Giải các phương trình sau:

- a) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
 b) $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 27 = 0$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = \log_2 x$. Biết rằng $f(b) - f(a) = 5 (a, b > 0)$, tìm giá trị của $\frac{b}{a}$.

Câu 17. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $125^a \cdot 25^b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3a + 2b$.

Câu 18. Tính số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{x^2-2x} = m^2 - m + 1$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$.

Câu 19. Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (m+6x) + \log_2 (3-2x-x^2) = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT

Câu 20. Giải các bất phương trình sau:

- a) $0,1^{2x-1} \leq 0,1^{2-x}$
 b) $3 \cdot 2^{x+1} \leq 1$.

Câu 21. Giải các bất phương trình sau:

- a) $0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x}$;
 b) $2 \cdot 5^{2x+1} \leq 3$;

Câu 22. Giải các bất phương trình sau:

- $\log_{\frac{1}{7}} (x+1) > \log_7 (2-x)$
 a) ;
 b) $2 \log (2x+1) > 3$.

Câu 23. Giải các bất phương trình sau:

- a) $\log_3 (x+7) \geq -1$;
 b) $\log_{0,5} (x+7) \geq \log_{0,5} (2x-1)$.

Câu 24. Giải mỗi bất phương trình sau:

- a) $3^x > \frac{1}{243}$
 b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \frac{3}{2}$
 c) $4^{x+3} \geq 32^x$
 d) $\log (x-1) < 0$;
 e) $\log_{\frac{1}{5}} (2x-1) \geq \log_{\frac{1}{5}} (x+3)$;

g) $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$.

Câu 25. Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $(0,2)^{2x+1} > 1$;

b) $27^{2x} \leq \frac{1}{9}$;

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5x+4} \geq 4$

d) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} < 125^{2x}$;

e) $(\sqrt{2}-1)^{3x-2} < (\sqrt{2}+1)^{4-x}$

g) $(0,5)^{2x^2-x} > (\sqrt{2})^{4x-12}$.

Câu 26. Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-6) < -3$;

b) $\log_3(x^2-2x+2) > 0$;

c) $\log_4(2x^2+3x) \geq \frac{1}{2}$

d) $\log_{0,5}(x-1) \geq \log_{0,5}(5-2x)$;

e) $\log(x^2+1) \leq \log(x+3)$;

g) $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-6x+8) + \log_5(x-4) > 0$.

Câu 27. Giải các bất phương trình sau:

a) $3^{x^2-x} \leq 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

b) $\log_{0,5}(x-3) + \log_{0,5}(x-2) \geq -1$.

Câu 28. Giải các bất phương trình mũ sau:

a) $2^{2x-3} > \frac{1}{4}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-6}$;

c) $25^x \leq 5^{4x-3}$;

d) $9^x - 3^x - 6 \leq 0$.

Câu 29. Giải các bất phương trình lôgarit sau:

a) $\log_3(2x+1) \geq 2$;

b) $\log_2(3x-1) < \log_2(9-2x)$;

c) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(4x-5)$;

d) $\log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2$.

Câu 30. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{3^x - 9}$;

b) $y = \ln(4 - x^2)$;

c) $y = \log \frac{1}{5 - x}$

d) $y = \frac{2}{\log_4(x - 1)}$.

Câu 31. Giải các bất phương trình sau:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \geq \frac{1}{81}$

b) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{3x} < 25^{1-x}$

Câu 32. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_{\sqrt{5}}(x^2 - 4) < 2$;

b) $\log_{0,5}(2x + 1) \geq \log_{0,5}(3x - 4)$.

a) Điều kiện: $x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -2$ hoặc $x > 2$.

Câu 33. Giải các bất phương trình sau:

a) $4^x < 2\sqrt{2}$;

b) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{9}$

c) $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x < 40$;

d) $4^{2x} < 8^{x-1}$;

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x} \leq \left(\frac{1}{25}\right)^x$

g) $0,25^{x-2} > 0,5^{x+1}$.

Câu 34. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_3(x + 4) < 2$;

b) $\log_1 x \geq 4$

c) $\log_{0,25}(x - 1) \leq -1$;

d) $\log_5(x^2 - 24x) \geq 2$;

e) $2\log_{\frac{1}{4}}(x + 1) \geq \log_{\frac{1}{4}}(3x + 7)$;

g) $2\log_3(x + 1) \leq 1 + \log_3(x + 7)$

a) $-4 < x < 5$;

Câu 35. Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $\log_3(x - 2) \cdot \log_3(x - 1) < 0$.

Câu 36. Tìm tập xác định của các hàm số

$$y = f(x) = \sqrt{4 - 2^x} + \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}$$

a)

$$y = f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)}$$

b)

$$a) (1; 2];$$

$$\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$$

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Yêu cầu bài toán

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$?

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+2} - \sqrt[3]{2})(5^x - y) < 0$?

DẠNG 3. ỨNG DỤNG

Câu 41. Áp suất khí quyển P (tính bằng kilôpascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực

$$\ln\left(\frac{P}{100}\right) = -\frac{h}{7}$$

nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau:

(Theo britannica.com)

a) Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4 km.

b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

Câu 42. Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm là: $A = 500 \cdot (1 + 0,075)^n$ (triệu đồng).

Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi). Để có được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) thì

Câu 43. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là

40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N(t)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức

sau: $N(t) = 500e^{0,4t}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con?

Số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con khi và chỉ khi

Câu 44. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}\text{C})$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức:

$T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại 30°C ?

Câu 45. Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lít) của một dung dịch có độ pH là 8.

Câu 46. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Gọi x là số năm người đó gửi tiền trong ngân hàng.

Câu 47. Độ pH của đất thích hợp cho trồng hoa hồng là từ 6,5 đến 7. Tính nồng độ của ion hydrogen $[H^+]$ của đất để thích hợp cho trồng hoa hồng.

Câu 48. Người ta nuôi cấy vi khuẩn *Bacillus subtilis* trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là $2 \cdot 10^2$. Sau 13 giờ, số tế bào / 1ml dịch nuôi là $3,33 \cdot 10^9$. Biết vi khuẩn *Bacillus subtilis* sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 49. Tốc độ của gió S (dặm/giờ) gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức: $S = 93 \log d + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy đó di chuyển được.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Tính quãng đường cơn lốc xoáy đã di chuyển được, biết tốc độ của gió ở gần tâm bằng 140 dặm/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
6,4 dặm.

Câu 50. Dân số thành phố Hà Nội năm 2022 khoảng 8,4 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Hà Nội không đổi và bằng $r = 1,04\%$. Biết rằng, sau t năm dân số Hà Nội (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là dân số năm lấy làm mốc. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số của Hà Nội vượt quá 10 triệu người?

Câu 51. Mức cường độ âm L (dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (W/m^2) là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không vượt quá 85 dB. Hỏi cường độ âm của nhà máy đó phải thỏa mãn điều kiện nào để đảm bảo sức khỏe cho công nhân?

Câu 52. Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm (theo dânso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$ có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm t .

a) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người?

b) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

Câu 53. Áp suất khí quyển P lên một vật giảm khi độ cao tăng dần. Giả sử áp suất này (tính bằng milimét thủy ngân) được biểu diễn theo độ cao h (tính bằng kilômét) so với mực nước biển bằng công thức $P(h) = 760 \cdot e^{-0,145h}$.

a) Một máy bay đang chịu áp suất khí quyển 320mmHg. Tìm độ cao của máy bay đó.

b) Một người đứng trên đỉnh của một ngọn núi và chịu áp suất khí quyển 667mmHg. Tìm chiều cao của ngọn núi này.

Câu 54. Giả sử giá trị còn lại V (triệu đồng) của một chiếc ô tô nào đó sau t năm được cho bằng công thức $V(t) = 730 \cdot (0,82)^t$.

a) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng?

b) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng?

(Kết quả của câu a và câu b được tính tròn năm).

Câu 55. Giả sử tổng chi phí hoạt động (đơn vị tỉ đồng) trong một năm của một công ty được tính bằng công thức $C(t) = 90 - 50e^{-t}$, trong đó t là thời gian tính bằng năm kể từ khi công ty được thành lập. Tính chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

Câu 56. Nhắc lại rằng độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức $pH = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng mol/lít. Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ 7,30 đến 7,45. Hỏi nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn nào?

Ta có: $7,30 \leq -\log[H^+] \leq 7,45$

Câu 57. Nhắc lại rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$.

- a) Tính cường độ âm của âm thanh tàu điện ngầm có mức cường độ âm là 100 dB.
b) Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ 70 dB đến 85 dB. Hỏi cường độ âm thay đổi trong đoạn nào?

Câu 58. Đồng vị phóng xạ Uranium-235 (thường được sử dụng trong điện hạt nhân) có chu kỳ bán rã là $T = 703800000$ năm. Theo đó, nếu ban đầu có 100 gam Uranium-235 thì sau t năm, do bị phân rã, lượng

$$M = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

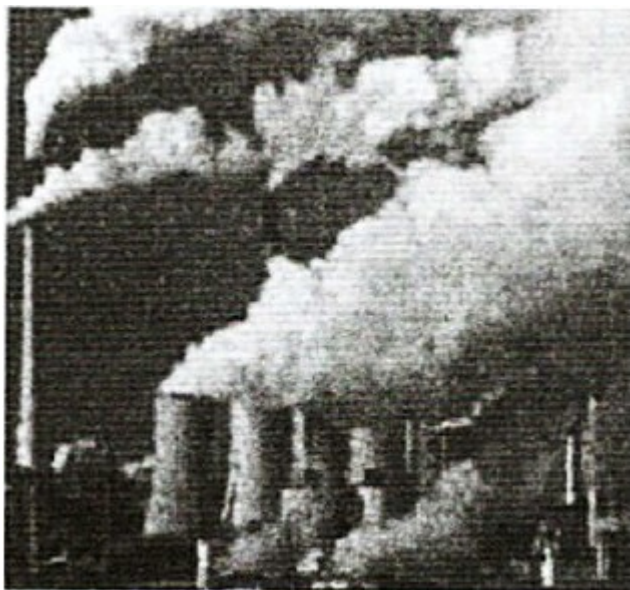
Uranium-235 còn lại được tính bởi công thức (g). Sau thời gian bao lâu thì lượng Uranium-235 còn lại bằng 90% so với ban đầu?

Khi $M = 90g$, ta có phương trình:

Câu 59. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

Câu 60. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là 0,7. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A?

Câu 61. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?



Câu 62. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

Lời giải

Số tiền ông An kiếm được trong 3 năm đầu là: $3 \cdot 12 = 36$ triệu đồng.

Số tiền ông An có được sau 18 năm đi làm là:

$$S_1 = 36 + 36 \cdot (1 + 40\%)^1 + \dots + 36 \cdot (1 + 40\%)^5 + 36 \cdot (1 + 4\%)^6$$

Số tiền ông An nhận sau 2 năm cuối (năm thứ 19 và 20) là $S_2 = 2 \cdot 12 \cdot (1 + 4\%)^6$

Do đó tổng số tiền ông An thu được là:

$$S = 36 \cdot \frac{1 - (1,4)^6}{1 - 1,4} + 24 \cdot (1,4)^6 \approx 768,37$$

(triệu đồng).