

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là $0,92$ và $0,88$. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

- A. $0,0096$ B. $0,3597$ C. $0,8096$ D. $0,3649$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A. $(3; -5; -1)$ B. $(2; -3; -1)$ C. $(2; 3; -1)$ D. $(3; 5; -2)$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$ B. $(-1; 0)$ C. $(-1; 4)$ D. $(-1; +\infty)$

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$ B. $u_5 = \frac{16}{27}$ C. $u_5 = \frac{27}{16}$ D. $u_5 = -\frac{16}{27}$

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$ B. $(\beta_3): 2x - 4y - 2z + 10 = 0$
C. $(\beta_1): 3x + y + z - 3 = 0$ D. $(\beta_4): -2x + 4y - 2z - 7 = 0$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; 2; -1)$ và vector $\vec{v} = (2; -1; -2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ là

- A. $(1; 5; -3)$ B. $(1; 3; 1)$ C. $(-1; -3; -1)$ D. $(5; 1; -3)$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $\frac{3a}{2}$

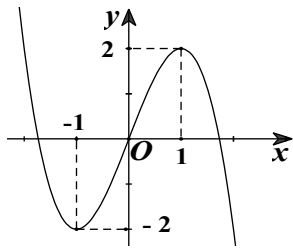
Câu 8. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$

- A. $D = \mathbb{R}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Câu 9. Tính thể tích V của khối của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = \frac{1}{3}a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. $[20; 40)$. B. $[60; 80)$. C. $[40; 60)$. D. $[80; 100)$.

Câu 12. Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x + 1 + \frac{1}{-2x+3}$. B. $y = -2x - 3 - \frac{3}{x-2}$. C. $y = \frac{1}{-2x+3}$. D. $y = \frac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Hằng ngày, mặt trời chiếu sáng, bóng của một toạ chung cư cao 40m in trên mặt đất, độ dài bóng

của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

- a) Tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.
 b) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm độ dài bóng của toà nhà là 56,86 (m).
 c) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $20\sqrt{3}$ m.
 d) Vào lúc 13h00 bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m.

Câu 14. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận khi bán x mét vải lụa.

- a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220 + x$ (nghìn đồng).
 b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).

c) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.

d) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;-1); N(-1;0;1)$.

a) Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $Q;M;N$ thẳng hàng là $Q(0;1;\frac{1}{3})$.

b) Cho $P(5;m+1;3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi $m=1$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là $(0;3;-1)$.

d) Gọi (a) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN . Khi đó (a) có phương trình: $3x+3y-2z+6=0$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x}$.

a) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $G(2)=1$ và $G(5)+G(-5)=0$. Khi đó tìm được $G(-10)=a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với $a;b;c$ là các số hữu tỷ. Khi đó $a+b+c+d=-25$.

b) $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

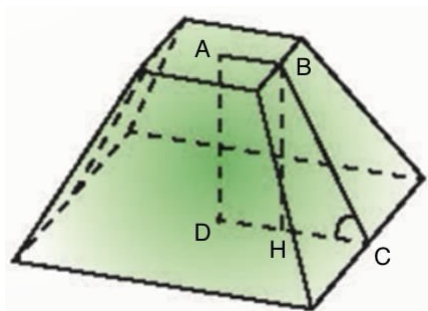
c) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $H(-1)=3$. Khi đó $H(-5)=-9-\ln 5$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(1)=1$. Khi đó với $x>0$ thì $F(x)=3x+\ln x-2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

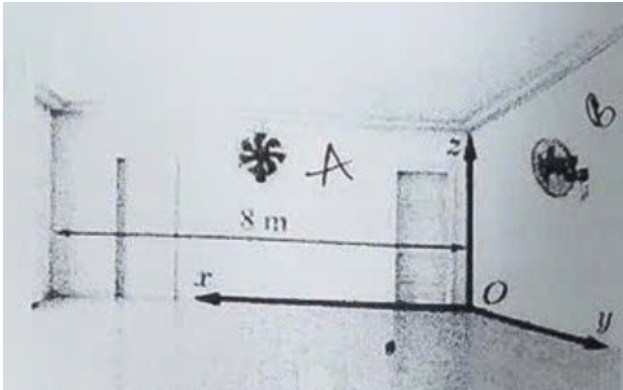
Câu 17. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em nhận quà có hai em An và Bình. Tính xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau?

Câu 17. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cắt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$ (hình bên). Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

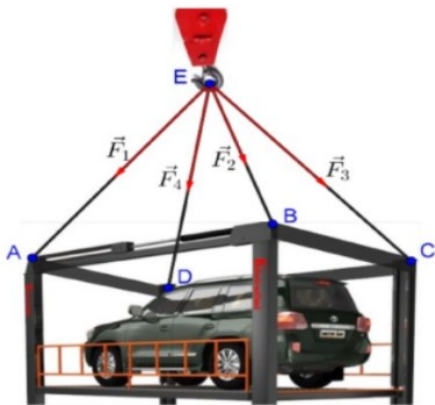


Câu 18. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Câu 19. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị: mét). Biết điểm $M(x, y, z)$ thuộc mặt phẳng chứa sàn nhà sao cho $|\vec{MA} - 2\vec{MB}|$ là nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2 + z^2$.



Câu 20. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $6000\sqrt{3}(N)$, trọng lượng của khung sắt là $2500(N)$ và gia tốc rơi tự do là $g = 9,8(m/s^2)$. Tính khối lượng của chiếc xe ô tô theo đơn vị kilogam (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 21. Cổng chính trường THPT Yên Định 2 có 2 cánh cửa kềm, sơn tĩnh điện, bằng nhau và có họa tiết giống hệt nhau. Khi khép cửa tạo ra một đường khép kín $ABCDEF$ (như hình ảnh dưới).



Biết $AF = DE = 2,7(m)$; $AB = CD = 0,5(m)$; $EF = 4(m)$; $OG = 3(m)$, điểm O là trung điểm của EF , đường cong BGC là cung tròn có bán kính bằng OG (G là trung điểm của cung BC). Do đã sử dụng lâu năm nên lớp sơn tĩnh điện đã bị xuống cấp, bong tróc. Nhà trường muốn sơn lại cửa, giá thành để sơn và làm mới lại cửa là 300 nghìn đồng trên một m^2 diện tích cửa. Hỏi nhà trường phải trả khoản tiền bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	A	B	D	A	D	D	C	A	BD
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	ĐSSS	SSĐĐ	ĐSDS	ĐSSĐ	0,4	291	8	36
21	22								
3418	3,39								

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là $0,92$ và $0,88$. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

- A. $0,0096$ B. $0,3597$ C. $0,8096$ D. $0,3649$

Lời giải

Chọn A

Xác suất của An đạt loại giỏi là $0,92$ nên xác suất để An không đạt loại giỏi là $0,08$.

Xác suất của Bình đạt loại giỏi là $0,88$ nên xác suất để Bình không đạt loại giỏi là $0,12$.

Xác suất để cả An và Bình đều không đạt loại giỏi là $0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A. $(3; -5; -1)$ B. $(2; -3; -1)$ C. $(2; 3; -1)$ D. $(3; 5; -2)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{a} \\ \vec{n} \perp \vec{b} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$$

Ta có

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$ B. $(-1;0)$ C. $(-1;4)$ D. $(-1;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$ B. $u_5 = \frac{16}{27}$ C. $u_5 = \frac{27}{16}$ D. $u_5 = -\frac{16}{27}$

Lời giải

Chọn D

$$u_5 = u_1 \cdot q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$$

Ta có

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 5 = 0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(\beta_2): 2x - 4y - 2z + 7 = 0$ B. $(\beta_3): 2x - 4y - 2z + 10 = 0$
C. $(\beta_1): 3x + y + z - 3 = 0$ D. $(\beta_4): -2x + 4y - 2z - 7 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{5}{7} \text{ nên } (\alpha) // (\beta_2)$$

Ta có

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;2;-1)$ và vector $\vec{v} = (2;-1;-2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ là

- A. $(1;5;-3)$ B. $(1;3;1)$ C. $(-1;-3;-1)$ D. $(5;1;-3)$

Lời giải

Chọn D

$$\vec{v} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow (2;-1;-2) = (x_N - 3; y_N - 2; z_N + 1) \Rightarrow \begin{cases} x_N = 5 \\ y_N = 1 \\ z_N = -3 \end{cases}$$

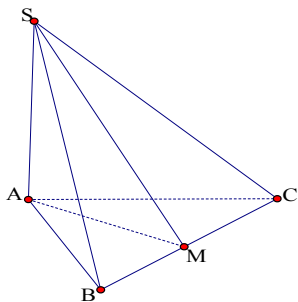
Vì

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $\frac{3a}{2}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow$ Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng SA .

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp AM$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC), BC \subset (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$

Lại có $(SBC) \cap (ABC) = BC$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng góc giữa AM và SM và bằng góc $\widehat{SMA}$.

Xét tam giác SAM vuông tại A , ta có $\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} \Rightarrow$

$$SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ S tới mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{3a}{2}$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 2}$

- A.** $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đk } x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

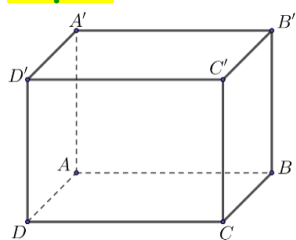
$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

Câu 9. Tính thể tích V của khối của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

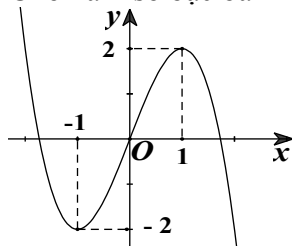


Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = a$.

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$$

Vậy thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng a^3 .

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt. Suy ra số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là bằng 3.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. $[20; 40)$. B. $[60; 80)$. C. $[40; 60)$. D. $[80; 100)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42 \Rightarrow \frac{1.42}{4} = 10,5$

+ Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{11} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[20; 40)$.

Câu 12. Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x + 1 + \frac{1}{-2x + 3}$. B. $y = -2x - 3 - \frac{3}{x - 2}$.
C. $y = \frac{1}{-2x + 3}$. D. $y = \frac{3}{2x - 1} - 2x + 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(\frac{3}{2x - 1} - 2x + 3 \right) - (-2x + 3) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{2x - 1} = 0$

và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(\frac{3}{2x - 1} - 2x + 3 \right) - (-2x + 3) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2x - 1} = 0$

Vậy đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2x - 1} - 2x + 3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Hằng ngày, mặt trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40m in trên mặt đất, độ dài bóng

của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

- a) Tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.
- b) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm độ dài bóng của toà nhà là 56,86 (m).
- c) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $20\sqrt{3} m$.
- d) Vào lúc 13h00 bóng của toà nhà có độ dài bằng 0 m.

Lời giải

(a) Đúng | (b) Sai | (c) Sai | (d) Sai

(a) Tại thời điểm 9 giờ sáng có $S(3) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} . 3 \right| = 40m$

Tại thời điểm 3 giờ chiều có $S(9) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} . 9 \right| = 40m$

Chọn ĐÚNG.

(b) Tại thời điểm 5 giờ 45 chiều tối là $S(11,75) = 40 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} . 11,75 \right) \right| = 744,3m$ (m)

Chọn SAI.

(c) Độ dài bóng của toà nhà tại thời điểm 8 giờ sáng là $S(2) = 40 \left| \cot \left(\frac{\pi}{12} . 2 \right) \right| = 40\sqrt{3} m$

Chọn SAI.

(d) $S(7) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} . 7 \right| = 10,72m$

Chọn SAI.

Câu 14. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$.

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận khi bán x mét vải lụa.

- a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220 + x$ (nghìn đồng).
- b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).
- c) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.
- d) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.

Lời giải

(a) Sai | (b) Sai | (c) Đúng | (d) Đúng

(a) $B(x) = 220x$

Chọn SAI.

(b) $L(x) = B(x) - C(x) = 220x - x^3 + 3x^2 + 20x - 500 = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$

Chọn SAI.

(c) $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240; L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 10 \end{cases}$

Vì $1 \leq x \leq 18 \Rightarrow x = 10$

Ta có $L(1) = -258; L(10) = 1200; L(18) = -1040$

Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1200 nghìn đồng.

Chọn ĐÚNG.

(d) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.

Chọn ĐÚNG.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1); N(-1; 0; 1)$.

a) Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $Q; M; N$ thẳng hàng là $Q(0; 1; \frac{1}{3})$.

b) Cho $P(5; m+1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi $m = 1$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là $(0; 3; -1)$.

d) Gọi (a) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN . Khi đó (a) có phương trình: $3x + 3y - 2z + 6 = 0$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

(a) $Q(0; y; z) \in (Oyz)$.

$\vec{MQ} = (-2; y-3; z+1); \vec{MN} = (-3; -3; 2);$

$Q; M; N$ thẳng hàng khi và chỉ khi $\vec{MQ}; \vec{MN}$ cùng phương, hay $\frac{-2}{-3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{2} \hat{=} \begin{cases} y=1 \\ z=\frac{1}{3} \end{cases}$

Vậy $Q(0; 1; \frac{1}{3})$.

(b) Ta có: $\vec{MN} = (-3; -3; 2); \vec{NP} = (6; m+1; 2)$.

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\vec{MN} \cdot \vec{NP} = 0 \hat{=} -3 \cdot 6 - 3(m+1) + 2 \cdot 2 = 0 \hat{=} m = -\frac{17}{3}$.

(c) Hình chiếu của điểm $M(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $(0; 3; -1)$.

(d) Tọa độ trung điểm đoạn MN : $I\left(\frac{2}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$.

Mặt phẳng (a) đi qua $I\left(\frac{2}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$, nhận $\vec{MN} = (-3; -3; 2)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình (a) : $-3x - \frac{1}{2}y - 3y - \frac{3}{2}z + 2z = 0 \Rightarrow -3x - 3y + 2z + 6 = 0$
 $\Rightarrow 3x + 3y - 2z - 6 = 0$

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{x}$.

a) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với $a; b; c$ là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -25$.

b) $\int f(x) dx = \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

c) Gọi $H(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $H(-1) = 3$. Khi đó $H(-5) = -9 - \ln 5$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thoả mãn $F(1) = 1$. Khi đó với $x > 0$ thì $F(x) = 3x + \ln x - 2$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

(a) $G(x) = \int \frac{3x+1}{x} dx = \int \left(3 + \frac{1}{x}\right) dx = 3x + \ln|x| + C$

Ta có: $G(x) = \begin{cases} 3x + \ln x + C_1, & x > 0 \\ 3x + \ln(-x) + C_2, & x < 0 \end{cases}$

$G(2) = 1 \Rightarrow 3 \cdot 2 + \ln 2 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -5 - \ln 2$

$G(5) + G(-5) = 0 \Rightarrow 3 \cdot 5 + \ln 5 - 5 - \ln 2 + 3 \cdot (-5) + \ln 5 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = -2 \ln 5 + \ln 2 + 5$

Suy ra: $G(x) = \begin{cases} 3x + \ln x - 5 - \ln 2, & x > 0 \\ 3x + \ln(-x) - 2 \ln 5 + \ln 2 + 5, & x < 0 \end{cases}$

Suy ra: $G(-10) = 3 \cdot (-10) + \ln 10 - 2 \ln 5 + \ln 2 + 5 = \ln 10 - 2 \ln 5 + \ln 2 - 25$

Vậy $a + b + c + d = 1 + (-2) + 1 - 25 = -25$

(b) $\int f(x) dx = 3x + \ln|x| + C$

(c) $H(x) = \int f(x) dx = 3x + \ln|x| + C$

$$H(-1) = 3 \cdot (-1) + \ln|-1| + C = 3 \Rightarrow C = 6$$

Suy ra: $H(x) = 3x + \ln|x| + 6$

Vậy: $H(-5) = 3(-5) + \ln 5 + 6 = -9 + \ln 5$

(d) Theo câu (a) $F(x) = \int f(x)dx = 3x + \ln|x| + C$

$$F(1) = 1 \Rightarrow 3 \cdot 1 + \ln 1 + C = 1 \Rightarrow C = -2$$

Với $x > 0$: $F(x) = 3x + \ln x - 2$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em nhận quà có hai em An và Bình. Tính xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau?

Lời giải

<Key=0,4>

Đáp số: 0,4.

Gọi x, y, z lần lượt là số lượng các suất quà bao gồm: áo-sữa; áo-cặp; sữa-cặp. Ta có hệ phương

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ y + z = 4 \\ z + x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

Vì các suất quà đều có giá trị tương đương nhau nên:

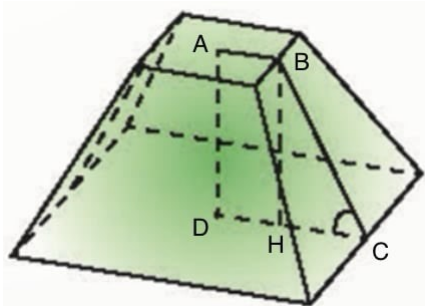
Số cách tặng 6 suất quà gồm áo-sữa; 1 suất quà gồm áo-cặp; 3 suất quà gồm sữa-cặp cho 10 em học sinh là: $C_{10}^6 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 840$ cách

Số cách tặng quà sao cho hai em An và Bình nhận được suất quà giống nhau là:

$$1 \cdot C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 + 1 \cdot C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^6 = 336 \text{ cách}$$

Vậy xác suất để hai em đó nhận được suất quà giống nhau là: $\frac{336}{840} = 0,4$

Câu 18. Người ta định đào một cái hầm có dạng hình chóp cắt tứ giác đều có hai cạnh đáy là $14m$ và $10m$ (hình bên). Mặt bên tạo với đáy nhỏ thành một góc nhị diện có số đo bằng 135° . Tính số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

<Key=291>

Đáp số: 291.

Do mặt bên tạo với đáy nhỏ thành góc nhị diện bằng 135° nên $\angle BCH = 45^\circ$

Ta có $AB = 5\text{ m}$, $DC = 7\text{ m}$ suy ra $HC = 2\text{ m}$. Nên $HC = BH = 2\text{ m}$

Vậy thể tích hình chóp cắt này chính bằng số mét khối đất cần phải di chuyển ra khỏi hầm

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(14^2 + 10^2 + \sqrt{14^2 \cdot 10^2} \right) = \frac{872}{3} \approx 291$$

Câu 19. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con?

Lời giải

<Key=8>

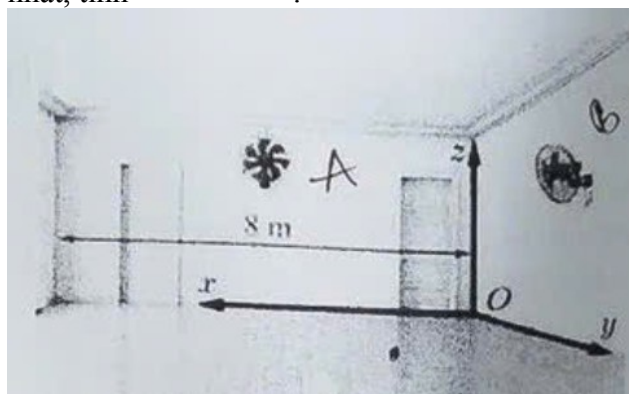
Đáp án: 8.

Vì sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con nên $s(3) = s(0) \cdot 2^3 = 625000$.

Suy ra $s(0) = 78125$ (con).

Khi $s(t) = s(0) \cdot 2^t = 20000000$ hay $78125 \cdot 2^t = 20000000$ suy ra $t = 8$ (phút).

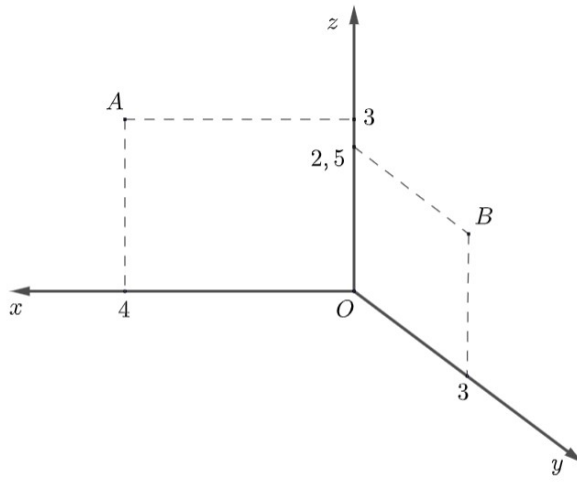
Câu 20. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m , rộng 6 m và cao 4 m có 2 cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường 8 m và cách trần 1 m , cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần $1,5\text{ m}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị: mét). Biết điểm $M(x, y, z)$ thuộc mặt phẳng chứa sàn nhà sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ là nhỏ nhất, tính $x^2 + y^2 + z^2$.



Lời giải

<Key=36>

Đáp án: 36.



Vì M thuộc mặt phẳng sàn nhà có chiều dài $8m$, rộng $6m$ nên $M(x, y, 0)$ với $0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 6$.

Cây quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, cây quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$.

Suy ra $A(4; 0; 3), B\left(0, 3, \frac{5}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (4 - x, -y, 3), \overrightarrow{MB} = \left(-x, 3 - y, \frac{5}{2}\right), |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}| = \sqrt{(x+4)^2 + (y-6)^2 + 4}$

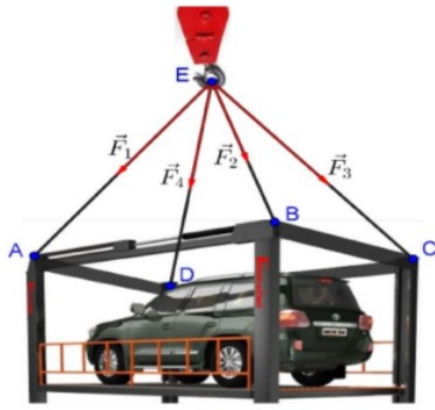
Để $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất thì $(x+4)^2 + (y-6)^2$ nhỏ nhất.

Ta có: $(x+4)^2 + (y-6)^2 \geq (0+4)^2 + 0 = 16$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0, y = 6$.

Vậy $x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 6^2 + 0^2 = 36$.

Câu 21. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $6000\sqrt{3}(N)$, trọng lượng của khung sắt là $2500(N)$ và gia tốc rơi tự do là $g = 9,8(m/s^2)$. Tính khối lượng của chiếc xe ô tô theo đơn vị kilogram (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

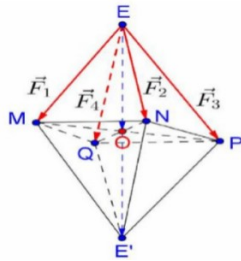


Lời giải

<Key=3418>

GVSB: Tạ Trung Kiên

Đáp số: 3418.



Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{EP} = \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{EQ} = \overrightarrow{F_4}$.

Gọi O là giao điểm của MP và NQ , E' là điểm đối xứng của E qua O .

Ta có: $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_4}| = 6000\sqrt{3} \text{ (N)}$ các mặt bên của hình chóp $EMNPQ$ là tam giác cân bằng nhau.

Vì các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° nên các tam giác $\triangle MEP, \triangle NEQ$ là tam giác đều, bằng nhau.

$$\text{Suy ra: } EO = \frac{EM\sqrt{3}}{2} = \frac{6000\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9000 \text{ (N)}$$

$$\text{Mặt khác: } \vec{P} = (\vec{F_1} + \vec{F_3}) + (\vec{F_2} + \vec{F_4}) = \overrightarrow{EE'} + \overrightarrow{EE'} = 2\overrightarrow{EE'} = 4\overrightarrow{EO}$$

$$\text{Suy ra } |\vec{P}| = 4|\overrightarrow{EO}| = 4 \cdot 9000 = 36000 \text{ (N)}$$

Vậy trọng lượng của chiếc xe là: $P_{xc} = P - P_{khung} = 36000 - 2500 = 33500 \text{ (N)}$, suy ra khối lượng

$$\text{của chiếc xe là } m_{xc} = \frac{P_{xc}}{g} \approx 3418 \text{ kg}$$

Câu 22. Cổng chính trường THPT Yên Định 2 có 2 cánh cửa kềm, sơn tĩnh điện, bằng nhau và có họa tiết giống hệt nhau. Khi khép cửa tạo ra một đường khép kín $ABCDEF$ (như hình ảnh dưới).



Biết $AF = DE = 2,7(m)$; $AB = CD = 0,5(m)$; $EF = 4(m)$; $OG = 3(m)$, điểm O là trung điểm của EF , đường cong BGC là cung tròn có bán kính bằng OG (G là trung điểm của cung BC). Do đã sử dụng lâu năm nên lớp sơn tĩnh điện đã bị xuống cấp, bong tróc. Nhà trường muốn sơn lại cửa, giá thành để sơn và làm mới lại cửa là 300 nghìn đồng trên một m^2 diện tích cửa. Hỏi nhà trường phải trả khoản tiền bằng bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

<Key=3,39>

GVSB: Tạ Trung Kiên

Đáp số: 3,39.



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho điểm O là gốc tọa độ, điểm E thuộc tia Ox , điểm G thuộc tia Oy . S_1 là diện tích hình chữ nhật $ADEF$, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung tròn BC và đường thẳng BC , S là diện tích hai cánh cửa.

Diện tích hình chữ nhật $ADEF$ là:

$$AF \cdot EF = 2,7 \cdot 4 = 10,8 (m^2)$$

Phương trình đường tròn (C) tâm O , bán kính OG là: $(C): x^2 + y^2 = 9$,

Ta có cung BC thuộc đường tròn $(C) \Rightarrow$ cung BC thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$.

Đường thẳng BC có phương trình: $y = 2,7$.

$$S_2 = \int_{-1,5}^{1,5} |\sqrt{9 - x^2} - 2,7| dx$$

Vậy

Từ đó ta có: $S = S_1 + S_2 = 10,8 + \int_{-1,5}^{1,5} \left| \sqrt{9 - x^2} - 2,7 \right| dx$.

Khi đó, số tiền cần trả là $S.0,3 \approx 3,39$ (triệu đồng).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	A	B	D	A	D	D	C	A	BD
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	ĐSSS	SSĐĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ	0,4	291	8	36
21	22								
3418	3,39								