

Câu 1 (1,0 điểm).

a) Tính $A = 5 + \sqrt{9}$; $B = \sqrt{25} - \sqrt{4}$

b) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{2\sqrt{x}}{x+9}$ với $x > 0, x \neq 9$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $x - 7 = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

c) Bình và An đi xe đạp điện từ A đến B, khởi hành cùng một lúc. Biết vận tốc trung bình của An lớn hơn vận tốc trung bình của Bình là 5km/h, do đó An đến B trước Bình 6 phút. Biết quãng đường AB là 10km. Tính vận tốc của mỗi xe.

Câu 3 (1,0 điểm).

Thống kê điểm kiểm tra môn Toán cuối học kỳ II của 30 học sinh lớp 9A ở một trường THCS cho kết quả như sau:

7	8	10	3	8	6	5	5	3	8	4	5	2	9	9
5	6	7	8	6	7	9	8	9	10	8	7	7	4	3

a) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.

b) Tính xác suất của biến cố A “Học sinh đạt điểm lớn hơn 7”.

Câu 4 (1,5 điểm).

Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = ax + b$.

a) Vẽ Parabol (P): $y = x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm a, b để đường thẳng d đi qua điểm A(2; 8) và song song với đường thẳng d': $y = 3x + 2025$

c) Với a, b tìm được ở ý b) đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2$

Câu 5 (3,5 điểm).

1. Cho đường tròn (O) có bán kính bằng 3cm. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B lần lượt là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC, tiếp tuyến tại C của (O) cắt AB tại D.

a) Chứng minh tứ giác OAMB nội tiếp.

b) Tính số đo của góc OCB, biết $BC = 4\text{cm}$.

c) Gọi N là giao điểm của MC và OD. Chứng minh $\triangle MAC$ đồng dạng với $\triangle CND$.

2. Một ly nước dạng hình nón có chiều cao là 18cm, đường kính miệng ly là 6cm, lượng nước trong ly cao 12cm. Ly nước được đặt cố định trên mặt bàn bằng phẳng như hình vẽ

bên. Tính thể tích của phần nước có trong ly.



Câu 6 (1,0 điểm).

Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 30 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp án đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng cho mỗi người dự thi 6 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 30 câu hỏi, người nào có số điểm từ 27 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo?

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) $A = 5 + \sqrt{9} = 5 + 3 = 8, B = \sqrt{25} - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$

b) $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{2\sqrt{x}}{x + 9}$ với $x > 0, x \neq 9$

$$P = \left[\frac{\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} + \frac{\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \right] : \frac{2\sqrt{x}}{x + 9}$$

$$P = \frac{\sqrt{x} + 3 + \sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} : \frac{2\sqrt{x}}{x + 9}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{x + 9}{2\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{x + 9}{x - 9}$$

Vậy $P = \frac{x + 9}{x - 9}$ với $x > 0, x \neq 9$.

Câu 2.

a) $x - 7 = 0$
 $x = 7$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 7$.

b)
$$\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 4x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.

c) Gọi $x(\text{km/h})$ là vận tốc trung bình của bạn Bình ($x > 0$)

Khi đó vận tốc trung bình của An là: $x + 5(\text{km/h})$

Thời gian đi của Bình là: $\frac{10}{x}$ (h)

Thời gian đi của An là: $\frac{10}{x+5}$ (h)

Do An đến B trước Bình 6 phút $= \frac{1}{10}$ (h) nên ta có:

$$\frac{10}{x} - \frac{10}{x+5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{10(x+5)}{x(x+5)} - \frac{10x}{x(x+5)} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{50}{x(x+5)} = \frac{1}{10}$$

$$500 = x(x+5)$$

$$x^2 + 5x - 500 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 20(\text{tm})$; $x = -25(\text{ktm})$

Vậy vận tốc của Bình là 20km/h , vận tốc của An là 25km/h .

Câu 3.

a) Bảng tần số

Điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	3	2	4	3	5	6	4	2

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 30$.

Số học sinh đạt điểm lớn hơn 7 là: $6 + 4 + 2 = 12$ (học sinh)

Do đó số phần tử của tập hợp A là $n(A) = 12$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{30} = 0,4$$

Xác suất của biến cố A là:

Câu 4:

a) Ta có bảng giá trị sau:

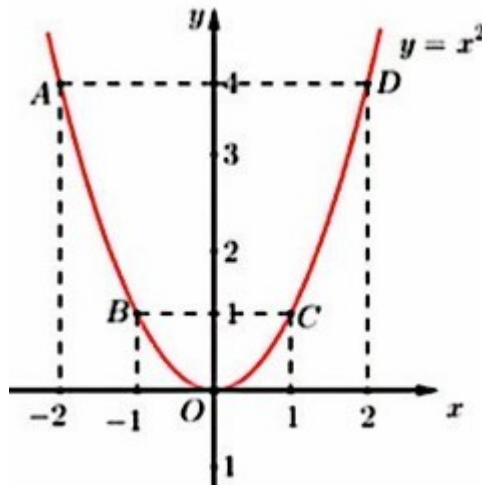
x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm

$O(0;0)$; $A(-2;4)$; $B(-1;1)$; $C(1;1)$; $D(2;4)$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = x^2$ như sau:



b) Vì đường thẳng d song song với đường thẳng d' nên $a = 3$; $b = 2025$, ta được đường thẳng d: $y = 3x + b$.

Vì đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 8)$ nên $8 = 3.2 + b$, suy ra $b = 8 - 3.2 = 2$ (tmđk).

Đường thẳng d là: $y = 3x + 2$.

Vậy $a = 3$; $b = 2$.

c) Đường thẳng d: $y = 3x + 2$ cắt Parabol (P): $y = x^2$ thì ta có phương trình:

$$x^2 = 3x + 2$$

Suy ra $x^2 - 3x - 2 = 0$

Vì $\Delta = (-3)^2 - 4.(-2) = 17 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{-3}{1} = 3 \\ x_1 x_2 = \frac{-2}{1} = -2 \end{cases}$$

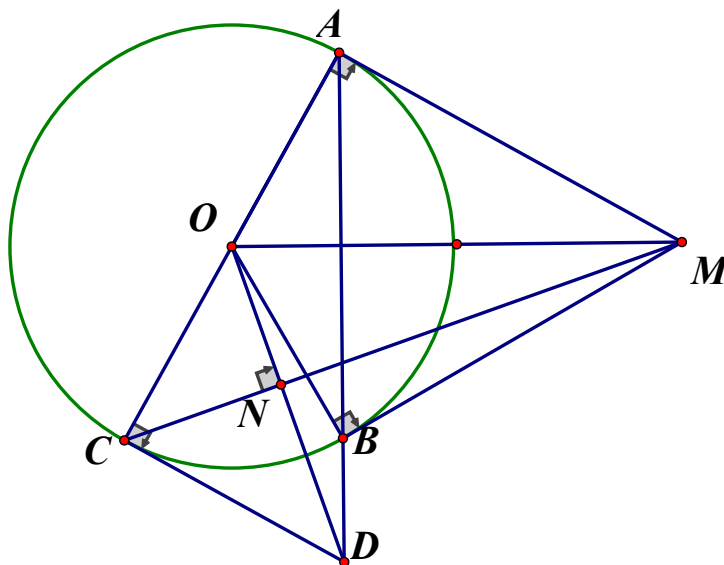
Áp dụng định lý Viète, ta có:

Ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 7x_1 x_2 = 3^2 - 7.(-2) = 23$

Vậy $A = 23$.

Câu 5.

1)



a) Do MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên $MA \perp OA$, $MB \perp OB$

Khi đó $\triangle MAO$ vuông tại A nên M, A, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM

$\triangle MBO$ vuông tại B nên M, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM

Vậy M, O, A, B cùng thuộc đường tròn đường kính OM hay tứ giác OAMB nội tiếp.

b) Ta có $\angle ABC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $\triangle ABC$ vuông tại B

Khi đó $\cos \angle OCB = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{2.3} = \frac{2}{3}$ suy ra $\angle OCB \approx 48,2^\circ$

c) Gọi H là giao điểm của OM và AB.

Ta có $MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OB$ (cùng là bán kính)

Nên OM là trung trực của AB. Khi đó $OM \perp AB$ tại trung điểm H của AB

Khi đó $\triangle OAH \sim \triangle OMA$ (g.g) suy ra $OA^2 = OH \cdot OM$

Mà $OA = OC$ nên $OC^2 = OH \cdot OM$ suy ra $\frac{OH}{OC} = \frac{OC}{OM}$

Kết hợp $\angle HOM$ chung nên $\triangle OCH \sim \triangle OMC$ (c.g.c)

Suy ra $\angle OHC = \angle OCM$

Do $\triangle OHD$ vuông tại H và $\triangle OCD$ vuông tại C nên O, H, C, D cùng thuộc đường tròn đường kính OD

Suy ra $\angle OHC = \angle ODC$. Suy ra $\angle OCM = \angle ODC$

Mà $\angle OCM + \angle MCD = 90^\circ$ nên $\angle ODC + \angle MCD = 90^\circ$ hay $\triangle CDN$ vuông tại N

Xét $\triangle CDN$ và $\triangle MCA$ có $\angle DNC = \angle MAC = 90^\circ$, $\angle ODC = \angle OCM$

Suy ra $\triangle CDN \sim \triangle MCA$ (g - g) (ĐPCM)

2) Ta có hình nón lớn là cả ly có: chiều cao $H = 18\text{cm}$ và bán kính đáy $R = 3\text{cm}$

Hình nón nhỏ bên trong là phần nước có: chiều cao $h = 12\text{cm}$ và bán kính đáy r

Vì nước chiếm phần dưới của hình nón lớn, cùng hình dạng, nên hai hình nón đồng dạng, suy ra tỷ lệ các kích thước tương ứng bằng nhau

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$r = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2\text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Thể tích hình nón là

Áp dụng tính thể tích phần nước:

$$V = \frac{1}{3} \pi 2^2 \cdot 12 = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot 12 = 16\pi (\text{cm}^3)$$

Câu 6.

Gọi x (câu) là số câu hỏi mà ứng viên phải trả lời đúng ở vòng sơ tuyển. ($0 \leq x \leq 30$)

Số câu trả lời sai: $30 - x$ (câu)

Chọn đáp án đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ 1 điểm, mỗi người dự thi sẽ được cộng 6 điểm nên số điểm của người ứng tuyển là:

$$2x - (30 - x) \cdot 1 + 6 = 2x - 30 + x + 6 = 3x - 24 \text{ (điểm)}$$

Số điểm từ 27 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo nên ta có:

$$3x - 24 \geq 27$$

$$3x \geq 51$$

$$x \geq 17$$

Vậy người ứng tuyển phải trả lời đúng ít nhất 17 câu thì mới được vào vòng tiếp theo.