

UBND HUYỆN ĐÔNG HƯNG ĐỀ KHẢO SÁT CHỌN NGUỒN HỌC SINH GIỎI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NĂM HỌC 2022 - 2023

Đề chính thức

MÔN: TOÁN 7

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1 (4,0 điểm).

$$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$$

a) Thực hiện phép tính sau

b) Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Tìm x, biết $3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} \cdot |2x - 1| \right) = \frac{21}{22}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = |x - 2022| + |x - 2023|$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ (a, b, c ≠ 0). Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

b) Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?

Câu 4 (6,5 điểm).

1. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA.

a) Chứng minh rằng: AC = EB và AC // BE.

b) Gọi I là một điểm trên cạnh AC; K là một điểm trên cạnh EB sao cho AI = EK. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

c) Từ B kẻ BP ⊥ AM, từ C kẻ CQ ⊥ AM (P, Q ∈ AE). Chứng minh AP + AQ = 2AM.

2. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 15^\circ$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$, trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính số đo $\widehat{ADC}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh :

Số báo danh.....

UBND HUYỆN ĐÔNG HƯNG

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ KHẢO SÁT CHỌN NGUỒN HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2022 - 2023

MÔN: TOÁN 7

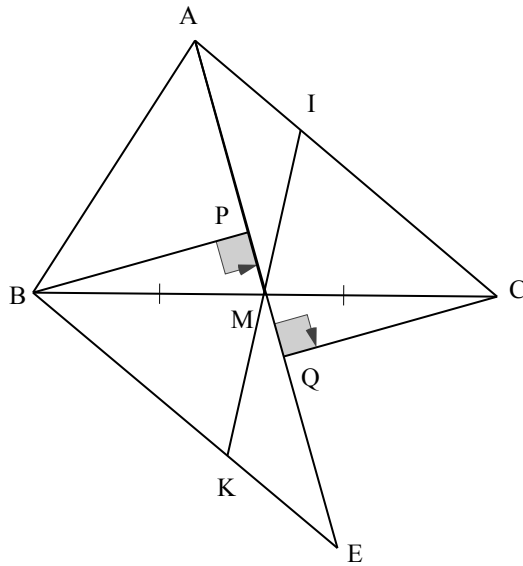
CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 (4,0 điểm)		$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$	
	a) Thực hiện phép tính sau		
	b) Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.		
	a (2,0đ)	$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$	
		$= \frac{2022}{2023} : \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}}{\frac{7}{2} - 2\frac{1}{3} + \frac{7}{4}} \right)$	0,5
		$= \frac{2022}{2023} : \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} \right]$	0,5
		$= \frac{2022}{2023} : \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{7} \right)$	0,5
		$= \frac{2022}{2023}$	0,25

		Vậy $A = \frac{2022}{2023}$	0,25
		Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C .	
		Ta có :	
	b	$B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1} \Rightarrow \frac{1}{3}B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2023} - 3} = 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3}$	0,5
	(2,0đ)	$C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1} \Rightarrow \frac{1}{3}C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2022} - 3} = 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3}$	0,5
		Vì $(3 > 1)$ nên $3^{2023} - 3 > 3^{2022} - 3 \Rightarrow \frac{1}{3^{2023} - 3} < \frac{1}{3^{2022} - 3}$	0,5
		$\Rightarrow 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3} > 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3} \Rightarrow \frac{1}{3}B > \frac{1}{3}C$	0,25
		Vậy $B > C$	0,25
Câu 2 (4,0 điểm)	a) Tìm x , biết:	$3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = \frac{21}{22}$	
	b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức	$F = x - 2022 + x - 2023 $	
		Tìm x , biết:	
		$\left(4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 \right) = 3\frac{1}{2} : \frac{21}{22}$	0,25
		$4 - \frac{1}{3} \cdot 2x - 1 = \frac{11}{3}$	0,25
		$\frac{1}{3} \cdot 2x - 1 = \frac{1}{3}$	0,25
	a	$ 2x - 1 = 1$	0,25
	(2,0đ)	$\begin{cases} 2x + 1 = 1 \\ 2x + 1 = -1 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} 2x = 0 \\ 2x = -2 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25
		Vậy $x \in \{0; -1\}$	0,25
		Lưu ý : Học sinh làm thiếu một trường hợp cho 1,25 điểm	
	b	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x - 2022 + x - 2023 $	
	(2,0đ)	Ta có :	0,5

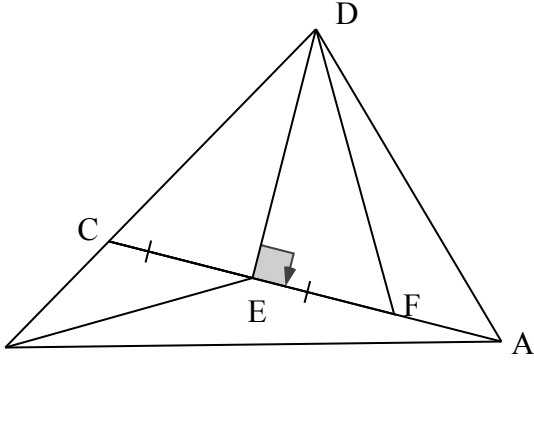
		$F = x - 2022 + x - 2023 $ $= x - 2022 + 2023 - x $	
		<p>Vì $x - 2022 \geq x - 2022$ dấu '=' xảy ra khi $x - 2022 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2022$</p>	0,5
		<p>$2023 - x \geq 2023 - x$ dấu '=' xảy ra khi $2023 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2023$</p>	0,5
		<p>$F = x - 2022 + 2023 - x \geq x - 2022 + 2023 - x \Rightarrow F \geq 1$</p> <p>Dấu '=' xảy ra khi $\begin{cases} x \geq 2022 \\ x \leq 2023 \end{cases} \Rightarrow 2022 \leq x \leq 2023$</p>	0,25
		<p>Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 1$ khi $2022 \leq x \leq 2023$</p>	0,25
Câu 3 (4,5 điểm)	<p>a) Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} \quad (a, b, c \neq 0).$</p> <p>Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$</p> <p>b) Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?</p>		
	a (2,0đ)	<p>Biết $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} \quad (a, b, c \neq 0).$</p> <p>Chứng minh rằng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$</p>	
		<p>Từ giả thiết ta có $a, b, c \neq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$</p> $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c} = \frac{a(bz - cy)}{a^2} = \frac{b(cx - az)}{b^2} = \frac{c(ay - bx)}{c^2}$	0,5
		<p>Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có</p> $\frac{a(bz - cy)}{a^2} = \frac{b(cx - az)}{b^2} = \frac{c(ay - bx)}{c^2} = \frac{0}{a^2 + b^2 + c^2} = 0$	0,5
		<p>$\Rightarrow bz - cy = 0 \Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$</p>	0,25
		<p>Tương tự ta có $\frac{z}{c} = \frac{x}{a}; \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$</p> $\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$	0,5

		Vậy $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.	0,25
		Lúc ban đầu ba kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II và $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở ba kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc?	
		Gọi số thóc lúc đầu ở kho I, II, III lần lượt là x, y, z (tấn) $\Rightarrow x + y + z = 710$	0,5
		Sau khi bán đi $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, thì số thóc ở kho I còn lại là $\frac{4}{5}x$ (tấn)	0,25
		Sau khi bán đi $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II, thì số thóc ở kho II còn lại là $\frac{5}{6}y$ (tấn)	0,25
	b	Sau khi bán đi $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III, thì số thóc ở kho III còn lại là $\frac{10}{11}z$ (tấn)	0,25
	(2,5đ)	Theo bài ra ta có :	0,25
		$\frac{4}{5}x = \frac{5}{6}y = \frac{10}{11}z \Rightarrow \frac{4}{5.20}x = \frac{5}{6.20}y = \frac{10}{11.20}z$	0,25
		$\Rightarrow \frac{x}{25} = \frac{y}{24} = \frac{z}{22} = \frac{x+y+z}{71} = \frac{710}{71} = 10$	0,25
		$\Rightarrow x = 250; y = 240; z = 220$	0,5
		Vậy số thóc ở kho I, II, III lúc đầu lần lượt là 250 tấn, 240 tấn, 220 tấn.	0,25
Câu 4 (6,5điểm)	<p>1. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:</p> <p>a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$.</p> <p>b) Gọi I là một điểm trên AC; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.</p> <p>c) Từ B kẻ $BP \perp AM$, từ C kẻ $CQ \perp AM$ ($P, Q \in AE$). Chứng minh $AP + AQ = 2AM$.</p> <p>2. Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 15^\circ, \angle ABC = 45^\circ$, trên tia đối của tia CB</p>		

lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính số đo $\angle ADC$.



1.a (2,0đ)	Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có:	0,25
	$MA = ME$ (gt)	
	$\angle AMC = \angle EMB$ (đối đỉnh)	0,25
	$MB = MC$ (gt)	0,25
	$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c)	0,25
	$\Rightarrow AC = EB$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
	Vì $\triangle AMC = \triangle EMB$ (cmt) $\Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$ vì $\angle MAC; \angle MEB$ ở vị trí so le trong nên $AC \parallel BE$.	0,5
	Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :	0,25
	$AM = EM$ (gt); $\angle MAI = \angle MEK$ ($\triangle AMC = \triangle EMB$); $AI = EK$ (gt)	
	$\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)	0,25
	$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$ (hai góc tương ứng)	0,25
	Mà $\angle AMI + \angle IME = 180^\circ$ (hai góc kề bù)	0,25
	$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ \Rightarrow \angle IMK = 180^\circ$	0,25
	Vậy ba điểm I, M, K thẳng hàng.	0,25
1.c (1,0đ)	Xét $\triangle BMP$ và $\triangle CMQ$ có	0,25
	$\angle BPM = \angle CQM = 90^\circ$; $MB = MC$ (gt); $\angle BMP = \angle CMQ$ (đối đỉnh)	
	$\Rightarrow \triangle BMP = \triangle CMQ$ (ch - gn)	0,25
	$\Rightarrow MP = MQ$	0,25
	Ta có $AP + AQ = AM - MP + AM + MQ = AM + AM = 2AM$	0,25
	Vậy $AP + AQ = 2AM$	

			
<p>2 (2,0đ)</p>		<p>Kẻ $DE \perp CA$</p>	<p>0,25</p>
		<p>Xét $\triangle ABC$, có $\angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 120^\circ$</p>	
		<p>$\Rightarrow \angle ACD = 60^\circ$ hay $\angle ECD = 60^\circ \Rightarrow \angle EDC = 30^\circ$</p>	<p>0,25</p>
		<p>Trên tia đối của tia EC lấy điểm F sao cho $EC = EF$. Ta chứng minh được $\triangle DCF$ đều</p>	<p>0,25</p>
		<p>$\Rightarrow CE = \frac{1}{2}CD \Rightarrow CE = CB$</p>	<p>0,25</p>
		<p>$\Rightarrow \angle CBE = \angle ECB = 30^\circ = \angle EDC$</p> <p>$\Rightarrow \triangle EBD$ cân tại E.</p>	<p>0,25</p>
		<p>$\angle CBE = 30^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \angle EBA = \angle CBA - \angle CBE = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ \Rightarrow \triangle BEA$ cân tại E.</p>	<p>0,25</p>
		<p>$\Rightarrow EA = EB = ED$</p> <p>$\Rightarrow \triangle AED$ vuông cân</p> <p>$\Rightarrow \angle ADE = 45^\circ$</p>	<p>0,25</p>
		<p>Vậy $\angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = 75^\circ$</p>	<p>0,25</p>
<p>Câu 5 (1,0 điểm)</p>		<p>Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.</p>	
		<p>Chứng minh rằng : $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.</p>	
		<p>Ta có $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$</p> <p>Tương tự ta có $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ac$</p>	<p>0,25</p>
		<p>$\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca)$</p> <p>$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ (1)</p>	<p>0,25</p>
		<p>Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác, ta có :</p> $\left. \begin{array}{l} a + b > c \Rightarrow ac + bc > c^2 \\ a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2 \\ b + c > a \Rightarrow ab + ac > a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca) \text{ (2)}$	<p>0,25</p>

		Từ (1) và (2) ta có $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.	0,25
--	--	--	------

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng, lập luận chặt chẽ vẫn cho điểm tối đa !

PHÒNG GD&ĐT HUYỆN VIỆT YÊN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP
HUYỆN NĂM HỌC 2022-2023

Môn: Toán – Lớp 7

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Thu gọn biểu thức sau $-12u^2(uv)^2 - (-11u^4).(2v)^2$ ta được đơn thức có phần hệ số là:

- A. -32 B. -56 C. 10 D. 32

Câu 2: Cho ΔABC có CE và BD là hai đường cao. So sánh BD + CE và AB + AC ?

- A. $BD + CE < AB + AC$ B. $BD + CE > AB + AC$
C. $BD + CE \leq AB + AC$ D. $BD + CE \geq AB + AC$

Câu 3: Cho các đa thức $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$; $B = 3x^2 + 2xy + y^2$; $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$. Tính $C - A - B$

- A. $8x^2 + 6xy + 2y^2$ B. $-8x^2 + 6xy - 2y^2$
C. $8x^2 - 6xy - 2y^2$ D. $8x^2 - 6xy + 2y^2$

Câu 4: Cho ΔABC có CE và BD là hai đường vuông góc ($E \in AB$, $D \in AC$). So sánh BD + CE và 2BC?

- A. $BD + CE > 2BC$ B. $BD + CE < 2BC$
C. $BD + CE \leq 2BC$ D. $BD + CE = 2BC$

Câu 5: Cho ΔABC có $AB + AC = 10\text{cm}$, $AC - AB = 4\text{cm}$. So sánh $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$?

- A. $\widehat{C} < \widehat{B}$ B. $\widehat{C} > \widehat{B}$ C. $\widehat{C} = \widehat{B}$ D. $\widehat{C} \geq \widehat{B}$

Câu 6: Nam mua 10 quyển vở, mỗi quyển giá x đồng và hai bút bi, mỗi chiếc giá y đồng. Biểu thức biểu thị số tiền Nam phải trả là:

- A. $2x - 10y$ (đồng) B. $10x - 2y$ (đồng)
C. $2x + 10y$ (đồng) D. $10x + 2y$ (đồng)

Câu 7: Cho góc nhọn $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Đường trung trực của OA và đường trung trực của OB cắt nhau tại I. Khi đó:

A. OI là tia phân giác của $\angle xOy$

B. OI là đường trung trực của đoạn AB

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

Câu8: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm BC. So sánh $AB + AC$ và $2AM$.

A. $AB + AC < 2AM$

B. $AB + AC > 2AM$

C. $AB + AC = 2AM$

D. $AB + AC \leq 2AM$.

Câu9: Kết quả sau khi thu gọn đơn thức $6x^2y(-112xy^2)$ là:

A. $-12x^3y^3$

B. $12x^3y^3$

C. $-12x^2y^3$

D. $-12x^2y^2$

Câu10: Biểu thức đại số biểu thị diện tích hình thang có đáy lớn là a, đáy nhỏ là b, đường cao là h như sau :

A. $(a + b)h$

B. $(a - b)h$

C. $12(a - b)h$

D. $12(a + b)h$

Câu11: Thu gọn đơn thức $A = (-13xy)(-3xy^2)(-x)$ ta được kết quả là

A. $A = -xy^3$

B. $A = -x^2y^3$

C. $A = -x^3y^2$

D. $A = x^2y^3$

Câu12: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại I. Tia AI cắt BC tại M. Khi đó $\triangle MED$ là tam giác gì?

A. Tam giác cân

B. Tam giác vuông cân

C. Tam giác vuông

D. Tam giác đều.

Câu13: Cho biểu thức đại số $A = x^2 - 3x + 8$. Giá trị của A tại $x = -2$ là:

A. 13

B. 18

C. 19

D. 9

Câu14: Tìm đa thức $f(x) = ax + b$. Biết $f(1) = 72$; $f(-1) = -52$

A. $f(x) = 3x + 12$

B. $f(x) = x + 12$

C. $f(x) = 3x + 72$

D. $f(x) = 2x + 12$

Câu15: Một bể đang chứa 480 lít nước, có một vòi chảy vào mỗi phút chảy được x lít. Cùng lúc đó một vòi khác chảy nước từ bể ra. Mỗi phút lượng nước chảy ra bằng 14 lượng nước chảy vào. Hãy biểu thị lượng nước trong bể sau khi đồng thời mở cả hai vòi trên sau a phút.

A. $480 + 34ax$ (lít)

B. $34ax$ (lít)

C. $480 - 34ax$ (lít)

D. $480 + ax$ (lít)

Câu16: Cho $\triangle ABC$ có cạnh $AB = 1\text{cm}$ và cạnh $BC = 4\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC biết độ dài cạnh AC là một số nguyên.

A. 1cm

B. 2cm

C. 3cm

D. 4cm

Câu17: Bậc của đa thức $x^3y^2 - xy^5 + 7xy - 9$ là:

A. 2

B. 3

C. 5

D. 6

Câu18: Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 2x - 18$ tại $|x| = 4$

A. $B = 54$ B. $B = 70$ C. $B = 54$ hoặc $B = 70$ D. $B = 45$ hoặc $B = 70$

Câu19: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, khi đó $GA + GB + GC$ bằng (làm tròn đến chữ số sau dấu phẩy):

A. 11,77 cm

B. 17,11 cm

C. 11,71 cm

D. 17,71 cm

Câu20: Viết đơn thức $21x^4y^5z^6$ dưới dạng tích hai đơn thức, trong đó có 1 đơn thức là $3x^2y^2z$

A. $(3x^2y^2z).(7x^2y^3z^5)$ B. $(3x^2y^2z).(7x^2y^3z^4)$ C. $((3x^2y^2z).(18x^2y^3z^5))$ D. $(3x^2y^2z).(-7x^2y^3z^5)$

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 21: (5 điểm)

- Rút gọn biểu thức $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$
- Tìm đa thức M biết: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x - 5)^{2022} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$.

Câu22: (4điểm)

- Tìm x,y,z biết: $\left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|y + \frac{2}{3}\right| + |x^2 + xz| = 0$
- Chứng minh rằng: Với mọi n nguyên dương thì $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10.

Câu 23: (4 điểm)

Cho $\widehat{xAy} = 60^\circ$ có tia phân giác Az. Từ điểm B trên Ax kẻ BH vuông góc với Ay tại H, kẻ BK vuông góc với Az và Bt song song với Ay, Btcắt Az tại C. Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M. Chứng minh:

- K là trung điểm của AC.
- $\triangle KMC$ là tam giác đều.
- Cho $BK = 2\text{cm}$. Tính các cạnh $\triangle AKM$.

Câu 24: (1 điểm) Tìm các số a,b,c nguyên dương thỏa mãn $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

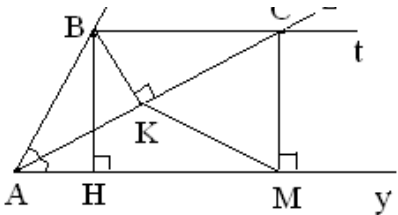
-----HẾT-----

I. TRẮC NGHIỆM *Hãy khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng:*

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	A	B	B	A	D	C	B	A	D	B	A	B	A	A	D	D	C	D	A

II. TỰ LUẬN

Câu	Phương pháp-Kết quả	Điểm
Câu 21: (5 điểm)	$1. B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2.(2^3)^4.(3^3)^2 + 2^2.2^9.3^9}{2^7.2^7.3^7 + 2^7.2^3.5.(3^2)^4} = \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5}$ $= \frac{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)}{2^{14}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2}{3}$ <p>2.</p> $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$ $\Rightarrow M = 0x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$ <p>Ta cần: $\begin{cases} (2x-5)^{2022} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2022} + (3y+4)^{2020} \geq 0$</p> <p>Mu $(2x-5)^{2022} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2022} + (3y+4)^{2020} = 0$</p> $\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2022} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$ <p>Thay vào ta được</p> $M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$	<p>1,0</p> <p>1,0</p> <p>1,0</p> <p>1,0</p> <p>1,0</p>
Câu 22: (4 điểm)	<p>1. $\left x - \frac{1}{2}\right + \left y + \frac{2}{3}\right + x^2 + xz = 0$</p> <p>Áp dụng tính chất $A \geq 0$</p> $\Rightarrow \begin{cases} \left x - \frac{1}{2}\right = 0 \\ \left y + \frac{2}{3}\right = 0 \\ x^2 + xz = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{2}{3} \\ x(x+z) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{2}{3} \\ z = -x = -\frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Vậy $x = 1/2; y = -2/3; z = -1/2$</p> <p>2. Ta có: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n)$</p>	<p>0,25</p> <p>1,5</p>

	$= 5(5^n + 1) - 2(2^n + 1)$ $= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 10 \cdot (3^n - 2^{n-1})$ <p>Vì $10 \cdot (3^n - 2^{n-1})$ chia hết cho 10 với mọi n nguyên dương</p> <p>Suy ra điều phải chứng minh.</p>	<p>0,25</p> <p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 23: (4 điểm)</p>	<p>Vẽ hình, GT_KL</p>  <p>a, $\triangle ABC$ cân tại B do $\angle CAB = \angle CBA (= \angle MAC)$ và BK là đường cao $\Rightarrow$ BK là đường trung tuyến</p> <p>$\Rightarrow$ K là trung điểm của AC</p> <p>b, $\triangle ABH = \triangle BAK$ (cạnh huyền + góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow BH = AK$ (hai cạnh t. u) mà $AK = \frac{1}{2} AC$</p> <p>$\Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC$</p> <p>Ta có : $BH = CM$ (t/c cặp đoạn chắn) mà $CK = BH = \frac{1}{2} AC \Rightarrow CM = CK$</p> <p>$\Rightarrow \triangle MKC$ là tam giác cân (1)</p> <p>Mặt khác : $\angle MCB = 90^\circ$ và $\angle ACB = 30^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \angle MCK = 60^\circ$ (2)</p>	<p>0,25</p> <p>1</p> <p>0,25</p>

	<p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta MKC$ là tam giác đều</p> <p>c) Vì ΔABK vuông tại K mà góc $KAB = 30^\circ \Rightarrow AB = 2BK = 2.2 = 4\text{cm}$</p> <p>Vì ΔABK vuông tại K nên theo Pitago ta có:</p> $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$ <p>Mà $KC = \frac{1}{2} AC \Rightarrow KC = AK = \sqrt{12}$</p> <p>$\Delta KCM$ đều $\Rightarrow KC = KM = \sqrt{12}$</p> <p>Theo phần b) $AB = BC = 4$</p> <p>$AH = BK = 2$</p> <p>$HM = BC$ (HBCM là hình chữ nhật)</p> <p>$\Rightarrow AM = AH + HM = 6$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
Câu 24: (1 điểm)	<p>Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 > a + 3 = 5^c$</p> <p>$\Rightarrow 5^b > 5^c \Rightarrow b > c$</p> <p>$\Rightarrow 5^b \vdots 5^c$</p> <p>$\Rightarrow (a^3 + 3a^2 + 5) \vdots (a + 3)$</p> <p>$\Rightarrow a^2(a + 3) + 5 \vdots a + 3$</p> <p>Mà $a^2(a + 3) \vdots a + 3$ [do $(a + 3) \vdots (a + 3)$]</p> <p>$\Rightarrow 5 \vdots a + 3$</p> <p>$\Rightarrow a + 3 \in U(5)$</p> <p>$\Rightarrow a + 3 \in \{\pm 1; \pm 5\} \quad (1)$</p> <p>Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a + 3 \geq 4 \quad (2)$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

	<p>Từ (1) và (2)</p> $\Rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 5 - 3 = 2$	0,5
--	--	-----

Ghi chú: Đáp án chỉ là sơ lược từng bước giải và cách cho điểm từng phần của mỗi

bài. Bài làm của học sinh yêu cầu phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, hình vẽ sai không chấm điểm. Nếu HS giải cách khác đúng thì chấm điểm từng phần tương ứng.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO

KỲ THI OLYMPIC ĐỢT 1 NĂM HỌC 2022 –
2023

HUYỆN ỦNG HÒA

MÔN: TOÁN – LỚP: 7

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian
làm bài)

Họ và tên học sinh:

Lớp:

Câu 1: (4,5 điểm)

$$A = \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$$

a) Tính giá trị biểu thức

$$\left(-1\frac{3}{5} + x \right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6}$$

b) Tìm x , biết:

c) Tính giá trị của biểu thức $B = 21x^2y + xy^2$ với x, y thỏa mãn điều kiện:

$$(x-2)^2 + (2y-1)^{2024} \leq 0$$

Câu 2: (5,5 điểm)

a) Tìm các số x, y, z biết $2x = 3y; 4y = 5z$ và $x + y + z = 11$.

b) Cho biểu thức $C = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2022} + 3^{2023}$.

Tìm số tự nhiên n , biết rằng: $2C + 3 = 3^n$.

c) So sánh $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$.

Câu 3: (3,0 điểm) Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tẩy từ thiện, lúc đầu số gói tẩy dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5:6:7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tẩy mà ba lớp đã mua.

Câu 4: (6,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$, vẽ đường phân giác AD . Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.

a) Chứng minh: $BD = DE$.

b) Gọi K là giao điểm của AB và ED . Chứng minh rằng: $\triangle DBK = \triangle DEC$.

c) $\triangle ABC$ cần có thêm điều kiện gì để D cách đều ba cạnh của $\triangle AKC$.

Câu 5: (1,0 điểm) Ông Nam gửi ngân hàng 100 triệu, lãi suất 8% /năm. Hỏi sau 36 tháng số tiền cả gốc và lãi thu được là bao nhiêu? (Biết nếu tiền lãi không rút ra thì tiền lãi đó sẽ nhập vào vốn để tính lãi cho các kì hạn tiếp theo).

❗ HẾT ❗

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUỲNH PHỤ KỶ KIỂM TRA CHỌN HỌC SINH GIỎI

ĐỀ CHÍNH THỨC

Năm học 2022 -2023

Môn : Toán 7

(Thời gian làm bài : 120 phút)

Bài 1. (4,0 điểm).

$$A = \frac{1 - 0,8 + \frac{8}{11} + \frac{8}{12}}{0,625 - 0,5 + \frac{5}{11} + \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

a) Tính:

b) Cho các số a, b, c, d khác 0 thỏa mãn: $a + b + c + d \neq 0$, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$

$$M = \frac{3a - 2b}{c + d} + \frac{3b - 2c}{d + a} + \frac{3c - 2d}{a + b} + \frac{3d - 2a}{b + c}$$

Tính

Bài 2. (4,0 điểm)

$$\frac{x^2 + y^2}{10} = \frac{x^2 - 2y^2}{7}$$

1) Tìm x, y biết: b) và $x^4 y^4 = 81$

2) So sánh $\sqrt{2020 \cdot 2022}$ và 2021

Bài 3. (2,0 điểm).

a) Cho các số a, b, c khác 0 thỏa mãn: $a + b + c = a^2 + b^2 + c^2 = 1$ và $x : y : z = a : b : c$

Chứng minh rằng: $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Bài 4 (3 điểm) : Cho hàm số $y = m \cdot \frac{|x|}{x} - m + 2$ với m là hằng số .

a) Tính m biết đồ thị hàm số đi qua điểm $Q(-2 ; 4)$.

b) Với m vừa tìm được, tìm trên đồ thị hàm số những điểm $M(x_0; y_0)$ thỏa mãn :

$$x_0 - y_0 = -2019$$

Bài 5. (6 điểm).

Cho tam giác ABC và M là trung điểm cạnh BC. Gọi D là điểm thuộc cạnh AB và I là trung điểm của CD. Trên tia IM lấy điểm K sao cho M là trung điểm của IK.

a) Chứng minh rằng: BK song song với DC.

b) Chứng minh rằng: $BD \parallel IM$ và $BD = 2IM$.

c) Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác góc BAC tại F và cắt các tia AB, AC lần lượt tại G và H. Qua B kẻ đường thẳng song song với đường thẳng AC và cắt GH tại E. Chứng minh tam giác BGE cân.

d) Trên cạnh AC lấy điểm J sao cho $BD = CJ$. Gọi N là trung điểm DJ. Chứng minh rằng MN vuông góc với GH.

Bài 6. (1 điểm). Tìm các số nguyên a, b thỏa mãn $a + b = -2$ và $ab - 1$ là một số chính phương.

.....Hết.....

HẾT

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI KIỂM TRA CHỌN NGUỒN HỌC SINH GIỎI

Lớp 7, cấp huyện , năm học 2019 – 2020

MÔN TOÁN 7

Câu	Nội dung	Điểm
Bài 1.		4,0 đ
a) 2,25 đ	$A = \frac{\frac{8}{5} - \frac{8}{10} + \frac{8}{11} + \frac{8}{12}}{\frac{8}{8} - \frac{8}{10} + \frac{8}{11} + \frac{8}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}}$	1,0

	$A = \frac{8}{5} + \frac{3}{5}$	1,0
	$A = \frac{11}{5}$	0,25
b) 1,75 đ	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ * Khi $a + b + c + d \neq 0$ và $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ theo tính chất DTSDN ta có: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b+c+d+a} = 1$	0,50
	$\Rightarrow a = b = c = d$	0,50
	$M = \frac{3a-2a}{2a} + \frac{3b-2b}{2b} + \frac{3c-2c}{2c} + \frac{3d-2d}{2d}$	0,50
	$M = 2$	0,25
Bài 2.		4,0 đ
1) 2,0 đ	Đặt $x^2 = a$; $y^2 = b$ với $a, b \geq 0$ nên ta có $\frac{a+b}{10} = \frac{a-2b}{7}$ và $a.b = 81$	
	$\frac{a+b}{10} = \frac{a-2b}{7} = \frac{3b}{3} = b$ * áp dụng tính chất DTSDN ta có	0,50
	$\Rightarrow a = 9b$	0,25
	* Ta có $81b^4 = 81$ hay $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$; (vì $a, b \geq 0$) $\Rightarrow a = 9$	0,50
	* $a = 9 \Rightarrow x = 3$ hoặc $x = -3$	0,50
	$b = 1 \Rightarrow y = 1$ hoặc $y = -1$ * Kết luận: $x = 3$; $x = -3$ $y = 1$; $y = -1$	0,25
2) 2,0 đ	2) So sánh $\sqrt{2020.2022}$ và 2021	
	Ta có 2020.2022	
	$= (2021-1).(2021+1)$	0,5
	$= 2021^2 - 2021 + 2021 - 1$	0,25
	$= 2021^2 - 1$	0,25
	Vì $2021^2 - 1 < 2021^2$	0,5
	$\Rightarrow \sqrt{2021^2 - 1} < \sqrt{2021^2}$	0,25
	$\Rightarrow \sqrt{2020.2022} < \sqrt{2021^2 - 1} < \sqrt{2021^2} = 2021$	0,25
Bài 3) 2,0 đ	* Do $a + b + c = 1$ và theo tính chất DTSDN $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = x+y+z$ ta được	0,50

* Nên $\frac{x^2}{a^2} = \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2} = (x+y+z)^2$	(1)	0,50
* Do $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ và theo tính chất DTSDN $\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} = \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} = x^2 + y^2 + z^2$	(2)	0,50
* Từ (1) và (2) ta được $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$		0,50

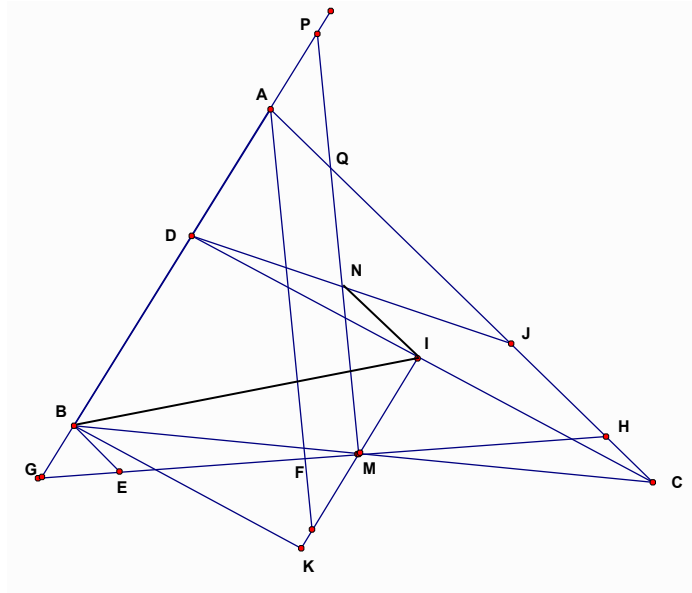
Bài 4 (3 điểm) : Cho hàm số $y = m \cdot \frac{|x|}{2} - m + 2$ với m là hằng số .

a) Tính m biết đồ thị hàm số đi qua điểm $Q(-2 ; 4)$.

b) Với m vừa tìm được, tìm trên đồ thị hàm số những điểm $M(x_0; y_0)$ thỏa mãn :

$$x_0 - y_0 = -2019$$

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
4	a) 1,5 điểm	Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $Q(-2 ; 4)$ nên :	0,5
		$4 = m \cdot \frac{ -2 }{2} - m + 2$	
		$\Rightarrow 2m - m + 2 = 4$	
		$\Rightarrow m + 2 = 4$	0,5
	b) 1,5 điểm	$\Rightarrow m = 2$	0,5
		Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm	
		Với $m = 2$ thì $y = 2 \cdot \frac{ x }{2} - 2 + 2$	0,25
		Vì điểm $M(x_0 ; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2 \cdot \frac{ x }{2} - 2 + 2$ nên:	0,25
		$y_0 = 2 \cdot \frac{ x_0 }{2} - 2 + 2$ (1)	
		Theo bài ra : $x_0 - y_0 = -2019$ (2)	
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow x_0 - 2 \cdot \frac{ x_0 }{2} = -2019$	0,25
		Tìm được $x_0 = 2019 \Rightarrow y_0 = 4038$ $x_0 = -673 \Rightarrow y_0 = 1346$	0,5
		Vậy có 2 điểm M thỏa mãn : $(2019; 4038); (-673; 1346)$.	0,25

Bài 5**6,5 đ**a/
1,25 đ*** Chứng minh: $BK \parallel AC$** +) Chứng minh được: $\triangle BKM = \triangle CIM$ (c-g-c)+) $\Rightarrow \widehat{KBM} = \widehat{ICM}$ (Hai góc tương ứng)+) $\Rightarrow BK \parallel AC$

0,75

0,25

0,25

b/
1,75 đ*** Chứng minh: $BD = 2IM$.**+) Chứng minh được: $\triangle BID = \triangle IBK$ (c-g-c)+) $\Rightarrow BD = KI$ (Hai cạnh tương ứng)+) Có $KI = 2IM \Rightarrow BD = 2IM$ +) $\Rightarrow \widehat{DBI} = \widehat{BIK}$ (Hai góc tương ứng)+) $\Rightarrow BD \parallel IM$

0,75

0,25

0,25

0,25

0,25

c/ 1,5 đ	* Chứng minh: $\triangle BGE$ cân.	
	+) Do $BE \parallel AC$ nên $\widehat{BEG} = \widehat{AHG}$ (đồng vị) (1)	0,25
	+) Chứng minh được: $\triangle AFG = \triangle AFH$ (g-c-g) +) $\Rightarrow \widehat{AGF} = \widehat{AHF}$ (Hai góc tương ứng) (2)	0,75 0,25
	+) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{BEG} = \widehat{BGE} \Rightarrow \triangle BGE$ cân tại B	0,25
d/ 2,0 đ	* Chứng minh MN vuông góc với GH.	
	+) Nhận xét được tương tự như câu b, khi I và N lần lượt là trung điểm các cạnh DC và DJ của tam giác DCJ ta có: $CJ \parallel NI$ và $CJ = 2NI$	0,25
	+) Có $BD = CJ$, $BD = 2IM$, $CJ = 2NI$ $\Rightarrow \triangle IMN$ cân tại I $\Rightarrow \widehat{IMN} = \widehat{INM}$ (3)	0,25
	Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của MN với AB và AC. Ta có:	
	+) $\widehat{IMP} = \widehat{APQ}$ (So le trong và $IM \parallel AB$) (4)	0,25
	+) $\widehat{INM} = \widehat{QNM}$ (Đồng vị do $CJ \parallel NI$) (5)	0,25
	+) Lại có $\widehat{QNM} = \widehat{AQP}$ (đối đỉnh) (6)	0,25
	+) Từ (3), (4), (5), (6) $\Rightarrow \widehat{APQ} = \widehat{AQP}$ (7)	0,25
	+) Ta có $\widehat{BAC}$ là góc ngoài tại đỉnh A của tam giác ABC và theo (7) nên: $\widehat{BAC} = \widehat{APQ} + \widehat{AQP} = 2\widehat{APQ}$ (8)	0,25
	+) Do AF là phân giác góc BAC nên $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAF}$ (9)	0,25
	+) Từ (8) và (9) $\Rightarrow \widehat{BAF} = \widehat{APQ}$	
	+) Mà $\widehat{BAF} = \widehat{APQ}$ ở vị trí đồng vị $\Rightarrow AF \parallel PM$ (Dấu hiệu nhận biết) +) Do $AF \perp GH \Rightarrow MN \perp GH$ (Quan hệ từ vuông góc đến song song)	0,25
Bài 6. 1, đ	+) Khi $ab - 1$ là một số chính phương $\Rightarrow ab - 1 = c^2$ (với $c \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow ab = c^2 + 1$	0,25
	+) Do $c^2 + 1 \geq 1$ nên $ab > 0 \Rightarrow a$ và b là các số nguyên cùng dấu	0,25
	+) Do $a + b = -2 < 0$ nên a và b đồng thời là số âm	0,25
	+) Do a, b là các số nguyên nên $a \leq -1$; $b \leq -1$	0,25
	+) Nếu $a \leq -2 \Rightarrow b \geq 0$ (vô lý) $\Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = -1$ khi đó $ab - 1 = 0$ (thỏa mãn là số chính phương)	

đề)

Câu I: (4 điểm)

$$1) \text{ Cho: } A = \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right) \dots \left(\frac{1}{2019}-1\right)\left(\frac{1}{2020}-1\right)\left(\frac{1}{2021}-1\right)$$

$$B = \left(-1\frac{1}{2}\right)\left(-1\frac{1}{3}\right)\left(-1\frac{1}{4}\right) \dots \left(-1\frac{1}{2019}\right)\left(-1\frac{1}{2020}\right)$$

Tính giá trị biểu thức $M = A.B$

$$2) \text{ Cho 2 số } x, y \text{ khác 0 thỏa mãn: } 3x - y = 3z \text{ và } 2x + y = 7z$$

$$\text{Tính giá trị biểu thức: } N = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

Câu II: (4 điểm)

1) Tìm x biết:

$$a) \left|2x + \frac{1}{2}\right| + \left|2x - \frac{1}{2}\right| = 2$$

$$b) 5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$$

$$2) \text{ Chứng tỏ rằng: } 9^{1945} - 2^{1930} \text{ chia hết cho 5}$$

Câu III: (4 điểm)

$$1) \text{ Tìm ba số } a, b, c \text{ biết rằng: } \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a+b+c}$$

$$2) \text{ Cho các số } a, b, c \text{ thỏa mãn: } \frac{a}{2021} = \frac{b}{2020} = \frac{c}{2019}. \text{ Chứng minh rằng: } 4(a-b)(b-c) = (a-c)^2.$$

$$3) \text{ Cho hàm số } f(x) \text{ xác định với mọi } x \in \mathbb{R}. \text{ Biết rằng với mọi } x \neq 0 \text{ ta đều có}$$

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2. \text{ Tính } f(2)$$

Câu IV: (6 điểm)

Cho ΔABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M; trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $BM = CN$. Kẻ MH và NK cùng vuông góc với BC ($H, K \in BC$). Gọi I là giao điểm của MN và BC.

$$a) \text{ Chứng minh } \Delta HBM = \Delta KCN \text{ và I là trung điểm của MN}$$

$$b) \text{ Đường trung trực của MN cắt tia phân giác Ax của góc BAC tại P. Chứng minh rằng:}$$

$$\angle PMB = \angle PNC$$

$$c) \text{ Chứng minh rằng: Khi M di động trên AB và N di động trên tia đối của CA đồng thời thỏa mãn } BM = CN \text{ thì P là một điểm cố định}$$

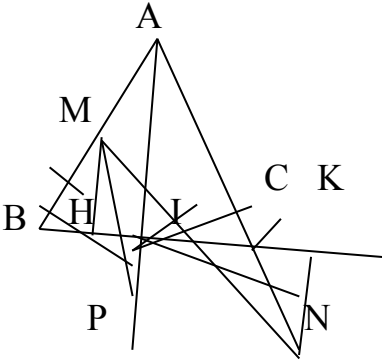
Câu V: (2 điểm)

Cho $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$. Chứng tỏ B không phải là số nguyên.

*****hết*****

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I	$1) A = \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right)\dots\dots\left(\frac{1}{2019}-1\right)\left(\frac{1}{2020}-1\right)\left(\frac{1}{2021}-1\right)$ $= \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)\dots\dots\left(-\frac{2019}{2019}\right)\left(-\frac{2019}{2020}\right)\left(-\frac{2019}{2021}\right) \quad (2020 \text{ thừa số})$ $= \frac{1}{2021}$ $B = \left(-1\frac{1}{2}\right)\left(-1\frac{1}{3}\right)\left(-1\frac{1}{4}\right)\dots\dots\left(-1\frac{1}{2019}\right)\left(-1\frac{1}{2020}\right)$ $= \left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{5}{4}\right)\dots\dots\left(-\frac{2019}{2019}\right)\left(-\frac{2020}{2020}\right) \quad (2019 \text{ thừa số})$ $= \frac{2020}{2}$ <p>Suy ra: $M = A.B = \frac{1}{2021} \cdot \frac{2020}{2} = \frac{1}{2}$</p>	0,75đ
		0,75đ
		0,25đ
		0,25đ
	<p>2) Từ: $3x - y = 3z$ và $2x + y = 7z$; suy ra: $y = 3x - 3z$ và $y = 7z - 2x$</p> <p>Suy ra: $3x - 3z = 7z - 2x$ hay $x = 2z$</p> <p>Suy ra: $y = 3.2z - 3z = 3z$</p> <p>Thay vào N ta có: $N = \frac{(2z)^2 + (3z)^2}{(2z)^2 + (3z)^2} = \frac{4z^2 + 9z^2}{13z^2} = \frac{13z^2}{13z^2} = 1$</p>	0,5đ 0,5đ 1đ
Câu II	<p>1)</p> <p>a) Tìm số thực x biết: $\left 2x + \frac{1}{2}\right + \left 2x - \frac{3}{2}\right = \left 2x + \frac{1}{2}\right + \left \frac{3}{2} - 2x\right = 2$</p> <p>Ta có: $\left 2x + \frac{1}{2}\right + \left \frac{3}{2} - 2x\right = 2$</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:</p> <p>$\left(2x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2} - 2x\right) \geq 0$. Giải ra được: $-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$</p>	0,5đ
	<p>b) $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$</p>	0,5đ

	<p>Suy ra:</p> $2(a - b) = a - c;$ $2(b - c) = a - c$ <p>Nhân vế với vế ta có: $4(a - b)(b - c) = (a - c)^2$ (đpcm)</p>	0,5
	<p>3) Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết rằng với mọi $x \neq 0$ ta đều có $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$. Tính $f(2)$</p> <p>Với $x = 2$ ta có: $f(2) + 2f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^2 = 4$ (*)</p> <p>Với $x = \frac{1}{2}$ ta có: $f\left(\frac{1}{2}\right) + 2f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 2f(2)$ (**)</p> <p>Thay (**) vào (*) Ta được: $f(2) + 2\left(\frac{1}{4} - 2f(2)\right) = 4$</p> <p>$f(2) + \frac{1}{2} - 4f(2) = 4 \Rightarrow f(2) = -\frac{7}{6}$</p>	0,5 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	<p>Hình vẽ</p> 	
	<p>1a) a) Xét 2 tam giác vuông: $\triangle HBM$ và $\triangle KCN$ có:</p> <p>$BM = CN$ (gt)</p> <p>$\angle HBM = \angle KCN$ (vì cùng bằng $\angle KCB$)</p> <p>suy ra: $\triangle HBM = \triangle KCN$ (cách huyền- góc nhọn) suy ra: $MH = NK$</p>	

	<p>Xét 2 tam giác vuông: ΔHMI và ΔKNI có:</p> <p>$MH=NK$ (Chứng minh trên)</p> <p>$\angle HIM = \angle KIN$ (đối đỉnh)</p> <p>suy ra: $\Delta HMI = \Delta KNI$ (Cạnh góc vuông- góc nhọn)</p> <p>Suy ra $MI=NI$ hay I là trung điểm của MN</p>	0,5đ
		0,5đ
		0,5đ
		0,5đ
	<p>Theo CM trên I là trung điểm của MN nên PI là trung trực của MN suy ra: $MP=NP$</p> <p>Vì ΔABC cân tại A mà Ax là phân giác nên AP là trung trực .</p> <p>Suy ra $BP=CP$. Suy ra: $\Delta BMP = \Delta CNP$ (c-c-c).</p> <p>Suy ra $\angle PMB = \angle PNC$ suy ra (đpcm)</p>	0,5đ
		0,5đ
	<p>Dễ dàng CM được $\Delta ABP = \Delta ACP$ (c-c-c)</p> <p>suy ra: $\angle ABP = \angle ACP$ hay $\angle MBP = \angle ACP$</p> <p>Lại có: $\angle MBP = \angle NCP$ nên: $\angle NCP = \angle ACP = 180^0/2 = 90^0$</p> <p>(Hai góc kề bù bằng nhau)</p> <p>vậy: $\angle MBP = 90^0$ suy ra: PB vuông góc với AB hay P luôn là điểm cố định .</p>	1 đ
		0,5đ
		0,5đ
Câu V	<p>Ta có: $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$ (Thêm bớt 49 đơn vị)</p> $B = 49 - \left(1 - \frac{3}{4} + 1 - \frac{8}{9} + 1 - \frac{15}{16} + 1 - \frac{24}{25} + \dots + 1 - \frac{2499}{2500} \right)$ $B = 49 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) = 49 - M$	0,25đ
		0,25đ

	<p>Trong đó $M = \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right)$</p> <p>Áp dụng tính chất $\frac{1}{(n+1)n} < \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1)n}$</p> <p>Ta có: $\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) < \left(\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 49} \right)$</p> <p>$M < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} = 1 - \frac{1}{50} < 1$</p> <p>Lại có: $M > \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50} - \frac{1}{51}$</p> <p>$M > \frac{1}{2} - \frac{1}{51} = \frac{49}{102} > 0$</p> <p>Từ đó suy ra $0 < M < 1$, Do đó $B = 49 - M$ không phải là một số nguyên.</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>
--	--	-------------------------------------

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với **Câu 4**, nếu học sinh không vẽ hình thì không chấm.

ĐỀ KHẢO SÁT NĂNG LỰC HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2022- 2023

ĐỀ THI THỬ

MÔN TOÁN - LỚP 7

Thời gian làm bài: 120 phút.

(Đề thi gồm có 5 câu, 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm):

1) Tìm x biết: $\frac{3}{5} - \left(\frac{47}{20} - 2x \right) \cdot \frac{2}{15} = \frac{3}{10}$

2) Cho $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2023}$. Tìm các số tự nhiên x để $2A + 1 = 81^x$

3) Tìm các số x, y biết: $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{2}$ và $x \cdot y^2 = 18$

Câu 2 (2,0 điểm): Tính giá trị của biểu thức:

$$1) A = \frac{4^{12} \cdot 9^{10} - 8^8 \cdot 27^6}{2^{24} \cdot 81^5 + 6^6 \cdot 4^9 \cdot 9^7}$$

$$2) S = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{2023.2026}$$

$$3) P = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}}{\frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}}$$

Câu 3 (2,0 điểm):

- 1) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ sao cho: $2xy = x + y$
- 2) Tìm số p nguyên tố để $p^2 + 8$ cũng là số nguyên tố
- 3) Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn: $(x - y)^2 + 2xy$ chia hết cho 4. Chứng minh rằng: x và y đều chia hết cho 2

Câu 4 (3,0 điểm): Cho tam giác ABC có $\hat{A} < 90^\circ$. Vẽ đoạn thẳng AN vuông góc với AB và AN = AB (AN và AB khác phía bờ AC); vẽ đoạn thẳng AM vuông góc với AC và AM = AC (AM và AC khác phía bờ AB). Gọi E trung điểm của BC. Trên tia đối của tia EA lấy điểm I sao cho EA = EI. MN cắt EA tại K.

- a) Chứng minh $BM = CN$ và $AN = CI$
- b) Chứng minh $\square MAN = \square ACI$
- c) Chứng minh AE vuông góc với MN

Câu 5 (1,0 điểm):

- 1) Tìm các số tự nhiên x, y biết: $7(x - 2023)^2 = 25 - (y - 1)^2$
- 2) Cho $a; b; x; y$ thỏa mãn: $(bx^2 - ay^2)^{2022} + |x^2 + y^2 - 1| = 0$ ($a \neq 0; b \neq 0; a + b \neq 0$)

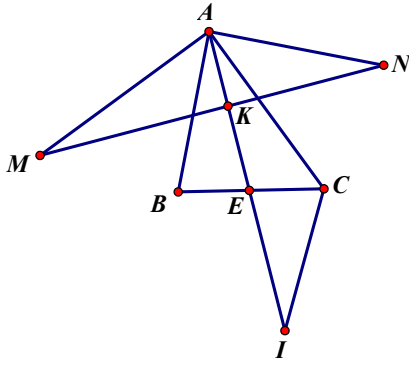
Chứng minh rằng:
$$\frac{x^{2022}}{a^{1011}} + \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{2}{(a + b)^{1011}}$$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM HSG TOÁN 7

Câu	Nội dung	Điểm
1 2đ	1) $\frac{3}{5} - \left(\frac{47}{20} - 2x\right) \cdot \frac{2}{15} = \frac{3}{10} \Rightarrow \left(\frac{47}{20} - 2x\right) \cdot \frac{2}{15} = \frac{3}{10}$ $\Rightarrow \frac{47}{20} - 2x = \frac{9}{4}$ $\Rightarrow 2x = \frac{1}{10} \Rightarrow x = \frac{1}{20}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2) Rút gọn được: $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2023} = \frac{3^{2024} - 1}{2}$ $\Rightarrow 2A = 3^{2024} - 1 \Rightarrow 2A + 1 = 3^{2024}$ $\Rightarrow 81^x = 3^{2024} \Rightarrow 3^{4x} = 3^{2024} \Rightarrow 4x = 2024 \Rightarrow x = 506$	0,5đ 0,25đ
	3) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{4} = k \quad (k \in \mathbb{R}) \Rightarrow x = 9k \text{ và } y = 4k$ Mà $x \cdot y^2 = 18 \Rightarrow 9k \cdot 16k^2 = 18$ $\Rightarrow k^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = 0.5 \Rightarrow x = 4,5 \text{ và } y = 2$	0,25đ 0,25đ
		0,25đ
2 2đ	1) $A = \frac{2^{24} \cdot 81^5 + 6^6 \cdot 4^9 \cdot 9^7}{2^{24} \cdot 3^{20} + 2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^8 \cdot 3^{14}}$ $A = \frac{2^{24} \cdot 3^{18}(3^2 - 1)}{2^{24} \cdot 3^{20}(1 + 1)}$ $A = \frac{2^{24} \cdot 3^{18}(3^2 - 1)}{2^{24} \cdot 3^{20}(1 + 1)} = \frac{8}{3^2 \cdot 2} = \frac{4}{9}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2) $S : 2.3 = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \dots + \frac{1}{2023.2026}$ $S : 2.3 = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2026}$ $S : 2.3 = 1 - \frac{1}{2026} = \frac{2025}{2026} \Rightarrow S = \frac{675}{1013}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ
	3) $A = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{1}{2021} = \left(1 + \frac{2020}{2}\right) + \left(1 + \frac{2019}{3}\right) + \left(1 + \frac{2018}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2021}\right) + 1$	

	$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}$ $2022 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} \right) \Rightarrow P = \frac{1}{2022}$	0,25đ
		0,25đ
3 2đ	<p>1) $\Leftrightarrow 2x(2y-1) - (2y-1) = 1 \Leftrightarrow (2x-1)(2y-1) = 1$</p> <p>+ Trường hợp 1: $\begin{cases} 2x-1=1 \\ 2y-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$</p> <p>+ Trường hợp 2: $\begin{cases} 2x-1=-1 \\ 2y-1=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$</p> <p>Vậy $(x;y) \in \{(0;0); (1;1)\}$</p>	0,25đ
		0,25
	2)	
	<p>+ $p = 2 \Rightarrow p^2 + 8 = 12$ là hợp số</p> <p>+ $p = 3 \Rightarrow p^2 + 8 = 17$ là nguyên tố</p> <p>+ $p > 3$ mà p nguyên tố</p> <p>$\Rightarrow p$ không chia hết cho 3 $\Rightarrow p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ (k nguyên dương)</p> <p>+ $p = 3k + 1 \Rightarrow p^2 + 8 = (3k + 1)^2 + 8 = 9k^2 + 6k + 9$ chia hết cho 3</p> <p>Mà $p^2 + 8 > 3 \Rightarrow p^2 + 8$ là hợp số</p> <p>+ $p = 3k + 2 \Rightarrow p^2 + 8 = (3k + 2)^2 + 8 = 9k^2 + 12k + 12$ chia hết cho 3</p> <p>Mà $p^2 + 8 > 3 \Rightarrow p^2 + 8$ là hợp số</p> <p>Vậy $p = 3$</p>	0,25
	<p>3) $(x - y)^2 + 2xy$ chia hết cho 4 $\Rightarrow (x - y)^2 + 2xy$ chia hết cho 2</p> <p>Mà $2xy$ chia hết cho 2 $\Rightarrow (x - y)^2$ chia hết cho 2 $\Rightarrow x - y$ chia hết cho 2</p> <p>$\Rightarrow (x - y)^2$ chia hết cho 4 mà $(x - y)^2 + 2xy$ chia hết cho 4.</p> <p>$\Rightarrow 2xy$ chia hết cho 4 $\Rightarrow xy$ chia hết cho 2</p> <p>$\Rightarrow x$ chia hết cho 2 hoặc y chia hết cho 2</p> <p>Mà $x - y$ chia hết cho 2 $\Rightarrow x$ và y đều chia hết cho 2</p>	0,25
		0,25



Vẽ hình đúng

0,25

4

3đ

a)

+ Chứng minh $\widehat{MAB} = \widehat{CAN} = 90^\circ - \widehat{BAC}$

+ Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ANC \Rightarrow BM = CN$

+ Chứng minh $\triangle ABE = \triangle ICE$

$\Rightarrow AB = CI$ mà $AN = BA \Rightarrow CI = AN$

0,25

0,25

0,25

0,25

b) $\triangle ABE = \triangle ICE \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{CIE} \Rightarrow AB \parallel CI \Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{ACI} = 180^\circ$

$\widehat{MAC} + \widehat{BAN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MAC} + \widehat{CAN} + \widehat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MAN} + \widehat{BAC} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{ACI}$

0,25

0,25

0,25

0,25

c) Chứng minh $\triangle ANM = \triangle CIA$

$\triangle ANM = \triangle CIA \Rightarrow \widehat{KAC} = \widehat{AMN}$ Mà $\widehat{KAC} + \widehat{KAM} = 90^\circ$

$\widehat{MAK} + \widehat{AMN} = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AK$

0,25

0,25

0,25

5

1đ

1) $7(x-2023)^2 \geq 0 \Rightarrow 25 - (y-1)^2 \geq 0 \Rightarrow (y-1)^2 \leq 25 \Rightarrow (y-1) \in \{0; 4; 9; 16; 25\}$

Mặt khác $25 - (y-1)^2 : 7 \Rightarrow (y-1)^2 \in \{4; 25\}$

$+(y-1)^2 = 4 \Rightarrow 7(x-2023)^2 = 21 \Rightarrow (x-2023)^2 = 3 \Rightarrow x \in \Phi$

$+(y-1)^2 = 25 \Rightarrow y = 6$ (y là số tự nhiên)

$\Rightarrow (x-2023)^2 = 0 \Rightarrow x = 2023$. Vậy $(x; y) = (2023; 6)$

2) Từ GT $\Rightarrow bx^2 = ay^2$ và $x^2 + y^2 = 1$

0,25

0,25

$bx^2 = ay^2 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x+y}{a+b} = \frac{1}{a+b} \quad (\text{vì } x^2 + y^2 = 1)$ $\Rightarrow \left(\frac{x^2}{a}\right)^{1011} = \left(\frac{y^2}{b}\right)^{1011} = \left(\frac{1}{a+b}\right)^{1011} \Rightarrow \frac{x^{2022}}{a^{1011}} = \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{1}{(a+b)^{1011}}$ $\Rightarrow \frac{x^{2022}}{a^{1011}} + \frac{y^{2022}}{b^{1011}} = \frac{2}{(a+b)^{1011}}$	0,25
	0,25

UBND HUYỆN HIỆP HÒA

ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LẦN 2

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NĂM HỌC 2022 - 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN 7

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (5,0 điểm):

1) Thực hiện phép tính: $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

2) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

3) Tìm x biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

Câu 2 (4,0 điểm):

1) Cho a, b, c là ba số khác 0 thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.

2) Cho $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$. Chứng minh rằng $A < \frac{25}{36}$.

Câu 3 (4,0 điểm):

1) Tìm số nguyên a để $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1$.

2) Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$.

Câu 4 (6,0 điểm):

1) Cho tam giác ABC có M là trung điểm của cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$.

a) Chứng minh $AC \parallel BE$.

b) Gọi I là một điểm trên đoạn thẳng AC , K là một điểm trên đoạn thẳng EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

2) Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle BAC = 20^\circ$. Vẽ tam giác đều BCD sao cho điểm D nằm trong tam giác ABC . Tia phân giác của $\angle ABD$ cắt AC tại M . Chứng minh $AM = BC$.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $xyz = 1$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$.

.....Đề gồm 01 trang.....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HDC ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI HUYỆN

NĂM HỌC: 2022-2023

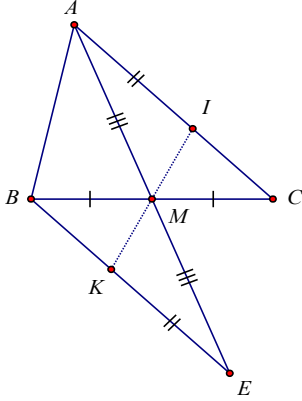
Môn thi: Toán 7

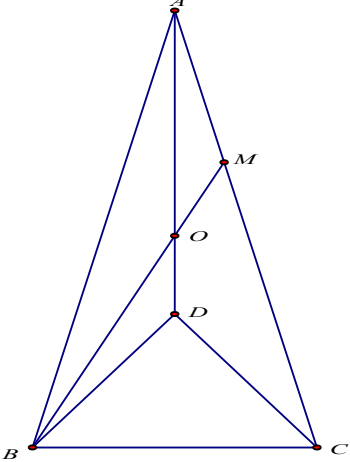
Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5,0 điểm)	<p>1) $\left[6, \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3, \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$</p> <p>$= \left[6, \frac{1}{9} + 1 + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right)$</p> <p>$= \left[\frac{2}{3} + 2 \right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$</p> <p>$= \left[\frac{2}{3} + \frac{6}{3} \right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$</p> <p>$= \frac{8}{3} : \frac{-4}{3} = -2$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

		0,5
		0,5
2)	$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$ $= \frac{2}{3^2} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{2}{9} - \frac{-30}{9} = \frac{32}{9}$	0,5
3)	$\left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{16}{5} + \frac{2}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{14}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = \frac{14}{5} - \frac{4}{5} \Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2$ $\Rightarrow x - \frac{1}{3} = 2 \quad \text{hoặc} \quad x - \frac{1}{3} = -2$ $\Rightarrow x = 2 + \frac{1}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = -2 + \frac{1}{3}$ $\Rightarrow x = \frac{7}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = -\frac{5}{3}$ <p>Vậy $x \in \left\{ \frac{7}{3}; -\frac{5}{3} \right\}$</p>	0,5
		0,5

		0,5
Câu 2 (4,0 điểm)	<p>1) Ta có $b^2 = ac \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{c} \quad (1)$</p> <p>Mặt khác, từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2}$</p> <p>Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c} \quad (\text{đpcm})$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000}$ $A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1000}$ $A < \frac{25}{36} - \frac{1}{1000} < \frac{25}{36}$ $\text{Vậy } A < \frac{25}{36}$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p>
Câu 3 (4,0 điểm)	<p>1) Ta có : $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1 \Rightarrow [a(a+1)+3] : (a+1) \quad (1)$</p> <p>Vì a là số nguyên nên $a(a+1) : (a+1) \quad (2)$</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $3 : (a+1)$ hay $a+1$ là các ước của 3</p> <p>Do đó $a+1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow a \in \{-4; -2; 0; 2\}$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

	<p>Vậy $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ là các giá trị nguyên cần tìm.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>2) Từ $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$ (1) + Nếu x chia hết cho 3 mà x là số nguyên tố nên $x = 3$ Thay $x = 3$ vào (1) ta được: $2y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = 2$ (vì y là số nguyên tố) + Nếu x không chia hết cho 3 thì x^2 chia cho 3 dư 1 nên $x^2 - 1$ chia hết cho 3. Do đó từ (1) suy ra $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2; 3) = 1$ nên $y^2 : 3 \Rightarrow y : 3 \Rightarrow y = 3$ (vì y là số nguyên tố) Thay $y = 3$ vào (1) ta được $x^2 - 1 = 18 \Rightarrow x^2 = 19 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$ (loại) Vậy có duy nhất cặp số nguyên tố (x, y) thỏa mãn đề bài là $(3; 2)$.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

<p>Câu 4 (6,0 điểm)</p>		
	<p>a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có: $MC = MB$ (gt), $\angle AMC = \angle EMB$ (hai góc đối đỉnh), $MA = ME$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle CAM = \angle BEM$ (hai góc tương ứng) Mà $\angle CAM$ và $\angle BEM$ là hai góc so le trong nên $AC \parallel BE$ (đpcm).</p>	<p>1,5</p> <p>0,5</p>
	<p>b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có: $AI = EK$ (gt), $\angle IAM = \angle KEM$ (theo ý a), $MA = ME$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)</p>	

	<p>$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$ (hai góc tương ứng) (1)</p> <p>Mà $\angle AMK + \angle EMK = 180^\circ$ (hai góc kề bù) (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\angle AMK + \angle IMA = 180^\circ \Rightarrow \angle FMK = 180^\circ$</p> <p>Hay ba điểm I, M, K thẳng hàng (đpcm).</p>	<p>1,0</p> <p>1,0</p>
		
	<p>2) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) suy ra $\angle DAB = \angle DAC$</p> <p>Do đó $\angle DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$</p> <p>+ $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle BAC = 20^\circ$ (gt) nên $\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$</p> <p>+ $\triangle BCD$ là tam giác đều nên $\angle DBC = 60^\circ$</p> <p>+ Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.</p> <p>+ Tia BM là phân giác của $\angle ABD$ nên $\angle ABM = 10^\circ$</p> <p>+ Xét tam giác ABM và BAD có:</p> <p>AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle ABD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle DAB = 10^\circ$</p> <p>Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)</p> <p>suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (tam giác ABC đều) nên $AM = BC$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2022-2023

MÔN: Toán LỚP 7

*Thời gian làm bài: 120 **phút** (không kể thời gian giao đề)*

Đề thi này gồm 01 trang

Câu 1 (4 điểm). Thực hiện phép tính, tính hợp lý nếu có

$$\text{a) } \frac{4}{5} - \frac{4}{125} = 0,16 - \frac{4}{625}$$

$$b) \quad 7 \cdot \sqrt{(-7)^2} - 0,7 \cdot 0, (3) \cdot \sqrt{3^2} + \left| -\frac{2^2}{7} \right| : \left(-1 \frac{1}{7} \right)$$

$$\frac{1}{(4.3^{14})^2}$$

d) $\left(\frac{1}{1+2}-1\right)\left(\frac{1}{1+2+3}-1\right)\dots\left(\frac{1}{1+2+3+\dots+2024}-1\right)$

Câu 2 (3 điểm). Tìm x, y, z biết:

a) $\frac{-1}{7} + \frac{6}{7} : \left(\frac{2}{3} - 2x \right) = \frac{-2}{3}$

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$

c) $xy + 2x - y = 5$ (với x, y là số nguyên)

Câu 3 (2 điểm). Cho ba số a, b, c khác nhau từng đôi một và khác 0 và

Câu 9 (2 điểm). Cho ba số a, b, c khác nhau và đôi một dương thỏa mãn điều kiện
 $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $M = \left(\frac{a}{b} + 1\right)\left(\frac{b}{c} + 1\right)\left(\frac{c}{a} + 1\right)$

Câu 4 (2 điểm). Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $(9x+11y)(11x+5y):19$.
 Chứng minh rằng $(9x+11y)(11x+5y):361$

Chứng minh rằng

Câu 5 (1 điểm). Có 3 hộp đựng các viên bi. Hộp thứ nhất chỉ đựng toàn bi màu xanh, hộp thứ hai chỉ đựng toàn bi màu đỏ, hộp thứ 3 đựng cả hai loại bi màu xanh và màu

đỏ. Các hộp đều dán nhãn nhưng đều là dán sai nhãn, không nhìn được bên trong các hộp đựng loại bi gì. Em không được nhìn vào trong hộp, em hãy chỉ ra cách xác định các hộp đựng loại bi gì với 1 lần lấy 1 viên bi duy nhất ở 1 hộp bất kì.

Câu 6 (5 điểm). Cho $\triangle ABC$ có góc A nhỏ hơn 90° . Vẽ ra ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$.

- Chứng minh rằng $\triangle AMC = \triangle ABN$
- Chứng minh $BN \perp CM$
- Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN .

Câu 7 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC có $\angle B = \angle C = 40^\circ$. Kẻ phân giác BD của góc ABC . Chứng minh $BD + AD = BC$

Câu 8 (1,5 điểm). Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 2024\}$. Chứng minh rằng trong 1519 phân tử bất kì của A luôn tồn tại ba phân tử a, b, c sao cho a là bội của b và b là bội của c .

==== HẾT =====

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh.....SBD:..... Phòng thi.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

A. Hướng dẫn chung:

- + Đề thi và hướng dẫn chấm theo thang điểm 20.
- + HDC chỉ đưa ra một cách giải, nếu thí sinh giải theo cách khác mà đúng thì GK cho điểm tối đa theo thang điểm.
- + Câu 6, câu 7 nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai hình thì GK không cho điểm câu đó.
- + Điểm bài thi là tổng điểm thành phần mà GK đã chấm, không làm tròn.

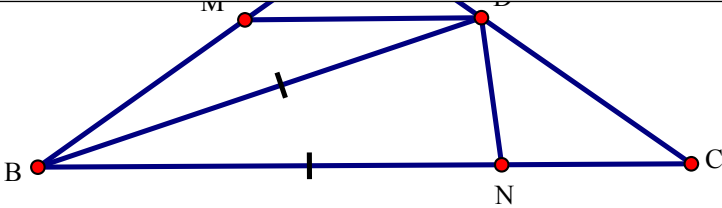
B. Đáp án và thang điểm:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	$\frac{3}{5} - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625} = \frac{3}{5} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right)$ $= \frac{3}{4} - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625} = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625} \right) = \frac{3}{4}$	1

	b	$= -\frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \dots \frac{2(1012 \cdot 2025 - 1)}{2024 \cdot 2025} = -\frac{1.4}{2.3} \cdot \frac{2.5}{3.4} \dots \frac{2023 \cdot 2026}{2024 \cdot 2025} =$ $= -\frac{(1.2 \dots 2023)(4.5 \dots 2026)}{(2.3 \dots 2024)(3.4 \dots 2025)} = -\frac{2026}{2024 \cdot 3} = -\frac{1013}{3036}$	1
	c	$\frac{4^{28} \cdot 3^{28}}{4^2 \cdot 3^{28}} = \frac{4^{28}}{16 \cdot 3^{28}} = \frac{4^{28}}{3^{28} \cdot 16} = \frac{2^4}{16} = \frac{2}{2}$	1
	d	$7\sqrt{(-7)^{-2}} - 0,7 \cdot (3)\sqrt{3^{-2}} + \left -\frac{7}{7} \right \cdot \left(-1\frac{1}{7} \right) = 49 - 0,7 + \frac{7}{7} \cdot \frac{8}{8} = 47,8$	1
	a	$\frac{2}{3} - 2x = \frac{-18}{11}$ $2x = \frac{76}{33}$ $x = \frac{38}{33}$	0,25
2			0,25
			0,25
			0,25
			0,25
	b	<p>Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta suy ra:</p> $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$ $\left \begin{array}{l} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \end{array} \right \left \begin{array}{l} z^2 = 25 \\ z^2 = 25 \end{array} \right $ <p>Suy ra: (Vì x, y, z cùng dấu)</p> <p>KL: Có hai bộ (x; y; z) thỏa mãn là : (6; 8 ;10) và (-6; -8;-10)</p>	0,25
			0,25
			0,25
			0,25

			0,25																				
	c	<p>Ta có: $xy + 2x - y = 5 \Leftrightarrow x(y+2) - (y+2) = 3$</p> <p>$\Leftrightarrow (y+2)(x-1) = 3.1 = 1.3 = (-1).(-3) = (-3).(-1)$</p> <table> <tr> <td>y + 2</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>x - 1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>-3</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>-3</td> <td>-5</td> </tr> </table>	y + 2	3	1	-1	-3	x - 1	1	3	-3	-1	x	2	4	-2	0	y	1	-1	-3	-5	0,5
y + 2	3	1	-1	-3																			
x - 1	1	3	-3	-1																			
x	2	4	-2	0																			
y	1	-1	-3	-5																			
3		<p>$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -(c + a) \\ c = -(a + b) \end{cases} \Rightarrow M = -1$</p> <p>TH1: Nếu</p> <p>TH2: Nếu</p> <p>$a + b + c \neq 0 \Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2 \Rightarrow \begin{cases} a+b=2c \\ b+c=2a \Rightarrow a=b=c \\ c+a=2b \end{cases}$</p> <p>Trái với giả thiết</p> <p>Vậy M=-1</p>	0,5																				
4		<p>$(9x+11y)(11x+5y):19 \Rightarrow \left[\begin{matrix} 9x+11y:19 \\ 11x+5y:19 \end{matrix} \right]$</p> <p>Xét: $11(9x+11y)-9(11x+5y) = 76y:19$</p> <p>+ TH1:</p> <p>$9x+11y:19 \Rightarrow 9(11x+5y):19 \Rightarrow 11x+5y:19 \Rightarrow (9x+11y)(11x+5y):361$</p> <p>+ TH2:</p> <p>$11x+5y:19 \Rightarrow 11(9x+11y):19 \Rightarrow 9x+11y:19 \Rightarrow (9x+11y)(11x+5y):361$</p>	0,5																				
5		<p>+ Chọn hộp có ghi: bi xanh và đỏ lấy 1 viên bi</p> <p>+ Nếu đó là bi xanh thì hộp này chính là chỉ đựng toàn bi xanh.</p>	0,5																				

		<p>2 hộp còn lại đổi nhãn: Xanh thành Đỏ, còn Đỏ thành Đỏ và Xanh</p> <p>+ Nếu đó là bị đỏ thì hộp này chính là hộp chứa toàn bi đỏ, 2 hộp còn lại đổi nhãn : Đỏ thành Xanh, còn Xanh thành Đỏ và Xanh</p>	0,5
			0,5
6			
	a	<p>a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ABN$, có:</p> <p>$AM = AB$ ($\triangle AMB$ vuông cân)</p> <p>$AC = AN$ ($\triangle ACN$ vuông cân)</p> <p>$\angle MAC = \angle NAC$ ($= 90^\circ + \angle BAC$)</p> <p>Suy ra $\triangle AMC = \triangle ABN$ (c - g - c)</p>	1
	b	<p>b) Gọi I là giao điểm của BN với AC, K là giao điểm của BN với MC.</p> <p>Xét $\triangle KIC$ và $\triangle AIN$, có:</p> <p>$\angle ANI = \angle KCI$ ($\triangle AMC = \triangle ABN$)</p> <p>$\angle AIN = \angle KIC$ (đối đỉnh)</p> <p>$\Rightarrow \angle IKC = \angle NAI = 90^\circ$, do đó: $MC \perp BN$</p>	0,5
	c	<p>c) Kẻ $ME \perp AH$ tại E, $NF \perp AH$ tại F. Gọi D là giao điểm của MN và AH.</p> <p>- Ta có: $\angle BAH + \angle MAE = 90^\circ$ (vì $\angle MAB = 90^\circ$)</p> <p>Lại có $\angle MAE + \angle AME = 90^\circ$, nên $\angle AME = \angle BAH$</p> <p>Xét $\triangle MAE$ và $\triangle ABH$, vuông tại E và H, có:</p> <p>$\angle AME = \angle BAH$ (chứng minh trên)</p>	0,5

		<p>$MA = AB$</p> <p>Suy ra $\triangle MAE = \triangle ABH$ (cạnh huyền-góc nhọn) $\Rightarrow ME = AH$</p> <p>- Chứng minh tương tự ta có $\triangle AFN = \triangle CHA \Rightarrow FN = AH$</p> <p>Xét $\triangle MED$ và $\triangle NFD$, vuông tại E và F, có: $ME = NF (= AH)$</p> <p>$\angle EMD = \angle FND$ (phụ với $\angle MDE$ và $\angle FDN$, mà $\angle MDE = \angle FDN$) $\Rightarrow \triangle MED = \triangle NFD \Rightarrow BD = ND$.</p> <p>Vậy AH đi qua trung điểm của MN.</p>	0,5
			0,5
7		 <p>+ Kẻ $MD \parallel BC$. Lấy $BN = BD$</p> <p>+ Tính được góc BND bằng 80°, suy ra góc NDC bằng 40°</p> <p>+ Chứng minh tam giác BMD cân tại M và $BM = DC$</p> <p>+ Chứng minh tam giác AMD bằng tam giác NDC (g.c.g)</p> <p>+ suy ra $AD = NC$ suy ra $BD + DA = BN + NC = BC$</p>	0,5
			0,5
8		<p>+ Chia các phần tử của A thành 1012 tập hợp sau:</p> $A_3 = \{5.2^0; 5.2^1; \dots; 5.2^8\}$ <p>.....</p> $A_{506} = \{1011.2^0; 1011.2^1\}$ $A_{507} = \{1013.2^0\}$ <p>.....</p> $A_{1012} = \{2023.2^0\}$	
		+ Trong 1012 tập trên thì có 506 tập chỉ chứa đúng 1 phần tử đó	

		là: $A_{507}, A_{508}, \dots, A_{1012}$, còn lại 506 tập mà mỗi tập chứa ít nhất 2 phần tử, nếu lấy 1519 phần tử từ tập A thì có ít nhất 1013 phần tử thuộc vào 506 tập hợp này.	
		+ Theo nguyên lý Dirichlet tồn tại 1 tập chứa ít nhất 3 phần tử. Giả sử 3 phần tử đó là $a > b > c$ thì a sẽ chia hết cho b, b chia hết cho c.	0,5
			0,5
			0,5

UBND HUYỆN TIỀN DU

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NĂM HỌC: 2022 - 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN 7

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 22/2/2023

I. PHẦN CHUNG**Câu 1 (4,5 điểm)** Tính giá trị các biểu thức sau:

a)
$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-3} + \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{-5} + \frac{1}{-5} \cdot \frac{1}{6}$$

$$B = 3\sqrt{(-5)^2} - 0,5.0,(3).\sqrt{9} + \left| -\frac{2^2}{3} \right| : \left(-1\frac{1}{3} \right)$$

b)

$$C = \frac{(-2)^5 \cdot 6^4 + 9^2 \cdot 8^4}{(-12)^4}$$

c)

Câu 2 (3,0 điểm) Tìm x biết:

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = -\frac{2}{3}$

b) $\frac{1-x}{-9} = \frac{-25}{1-x}$.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{uv}}{\overline{bc}} = \frac{v}{c} (c \neq 0)$.

Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.

Câu 4 (6,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

- Chứng minh rằng $BI = ID$.
- Tia DI cắt tia AB tại điểm E . Chứng minh rằng $\triangle IBE = \triangle IDC$. Từ đó suy ra $BD \parallel CE$.
- Gọi H là trung điểm của EC . Chứng minh $AH \perp BD$.
- Cho $\angle ABC = 2\angle ACB$. Chứng minh $AB + BI = AC$.

II. PHẦN RIÊNG

Thí sinh lựa chọn làm một (chỉ một) câu trong hai câu sau:

Câu 5a (4,0 điểm)

1) Cho $A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{50}$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên m và n thỏa mãn $2^m + 2021 = |n - 2020| + |n - 2022|$.

Câu 5b (4,0 điểm)

1) Cho $A = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^9} + \frac{100}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{7}{36}$.

- 2) Tìm tất cả các số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ và b (n là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

i) $b > a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1$.

ii) $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2\left(1 - \frac{1}{b}\right).$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh

UBND HUYỆN TIỀN DU

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHÒNG GD & ĐT

ĐỀ CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn: Toán - Lớp 7

Câu	Đáp án	Điểm
1.a (1,5 điểm)		
	$= -\left(\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6}\right)$ $= -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)$ $= -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$ $= -\frac{1}{3}$	0,5
		0,5
		0,5
1.b (1,5 điểm)		

	$= 3.5 - \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{-3}{4}$ $= 15 - \frac{1}{2} - 1$ $= \frac{27}{2}.$	0,75
		0,5
		0,25
1.c (1,5 điểm)		
	$= \frac{-2^5 \cdot 2^4 \cdot 3^4 + 2^{12} \cdot 3^4}{(2^2 \cdot 3)^4}$ $= \frac{-2^9 \cdot 3^4 + 2^{12} \cdot 3^4}{2^8 \cdot 3^4}$ $= \frac{2^9 \cdot 3^4 (-1 + 2^3)}{2^8 \cdot 3^4}$ $= 14.$	0,5
		0,5
		0,5
2.a (1,5 điểm)		

	$\frac{1}{3}: 2x-1 =1$ $ 2x-1 =\frac{1}{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=\frac{1}{3} \\ 2x-1=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$	0,25
		0,25
		0,25
		0,5
	$x \in \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right\}.$ <p>Vậy</p>	0,25
2.b (1,5 điểm)		
	$\Rightarrow (1-x)(1-x) = (-9) \cdot (-25)$ $\Rightarrow (1-x)^2 = 225$ $\Rightarrow \begin{cases} 1-x=15 \\ 1-x=-15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-14 \\ x=16 \end{cases}$	0,5
		0,25
	$x \in \{-14; 16\}.$ <p>Vậy</p>	0,5 0,25
3. (2,0 điểm)		
	<p>Cho các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$.</p> <p>Chứng minh rằng $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$.</p>	
	<p>+ Với các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$. Ta có:</p>	

$$\frac{a}{bc} = \frac{a}{10b+c} \Rightarrow \frac{a}{10b+c} = \frac{a}{c}.$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau được:

$$\frac{10a+b}{10b+c} = \frac{b}{c} = \frac{10a+b-b}{10b+c-c} = \frac{10a}{10b} = \frac{a}{b}.$$

Từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c}.$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau được:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a}{c} = \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$$

Vậy $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}.$

0,25

0,5

0,5

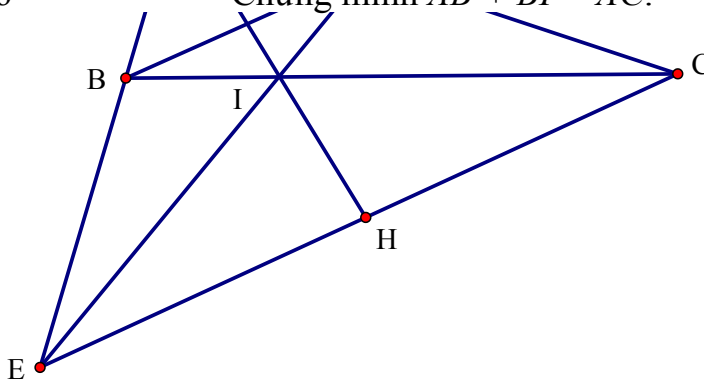
0,5

0,25

4.1 (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

- Chứng minh rằng $BI = ID$.
- Tia DI cắt tia AB tại điểm E . Chứng minh rằng $\triangle IBE = \triangle IDC$. Từ đó suy ra $BD \parallel CE$.
- Gọi H là trung điểm của EC . Chứng minh $AH \perp BD$.
- Cho $\angle ABC = 2\angle ACB$. Chứng minh $AB + BI = AC$.



Vẽ hình đúng, ghi GT- KL đủ

	+ Chứng minh $\triangle ABI = \triangle ADI$ (c.g.c)	0,5
	$\Rightarrow BI = ID$ (hai cạnh tương ứng)	1,0
		0,5
4.2 (1,5 điểm)		
	+ $\triangle ABI = \triangle ADI$ (cmt) $\Rightarrow \angle ABI = \angle ADI$	0,25
	Mà $\angle ABI + \angle IBE = 180^\circ$; $\angle ADI + \angle IDC = 180^\circ$ (kề bù)	
	$\Rightarrow \angle IBE = \angle IDC$	0,25
	Chứng minh $\triangle IBE = \triangle IDC$ (g.c.g)	0,25
	+ $IB = ID$ (cmt) $\Rightarrow \triangle IBD$ cân tại I $\Rightarrow \angle IBD = \frac{180^\circ - \angle BID}{2}$	
	$\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow IE = IC \Rightarrow \triangle ICE$ cân tại I $\Rightarrow \angle ICE = \frac{180^\circ - \angle CIE}{2}$	0,25
	Mà $\angle BID = \angle CIE$ (đối đỉnh) nên $\angle IBD = \angle ICE$ mà hai góc này so le trong nên $BD \parallel CE$.	0,25
		0,25
4.3 (1,5 điểm)		
	+ $\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow BE = DC$. Mà $AB = AD \Rightarrow AB + BE = AD + DC \Rightarrow AE = AC$.	0,25
	Chứng minh $\triangle AEH = \triangle ACH$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle AHE = \angle AHC$	0,5
	Mà $\angle AHE + \angle AHC = 180^\circ$ (kề bù)	
	$\Rightarrow \angle AHE = 90^\circ \Rightarrow AH \perp EC$	0,5
	Lại có $EC \parallel BD$ (cmt) $\Rightarrow AH \perp BD$.	0,25
4.4 (1,5 điểm)		
	+ Có $\angle ABC = 2\angle ACB$ hay $\angle ABI = 2\angle DCI$, mà $\angle ABI = \angle ADI$ (cmt) $\Rightarrow \angle ADI = 2\angle DCI$ (1)	0,5
	+ Lại có $\angle ADI$ là góc ngoài tại D của $\triangle DIC \Rightarrow \angle ADI = \angle DCI + \angle DIC$ (2)	0,5

	<p>+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow DCI = DIC \Rightarrow \triangle DIC$ cân tại D $\Rightarrow DI = DC$</p> <p>Mà $DI = BI$, $AB = AD$ nên $AB + BI = AD + DC = AC$ (đpcm)</p>	0,5
5.1 bảng A (2,0 điểm)		
	<p>a) Cho $A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{50}$.</p>	
	$A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$ <p>Ta có:</p> $49A = 1 - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^6} + \dots + \frac{1}{7^{96}} - \frac{1}{7^{98}}$ $\Rightarrow 49A + A = \left(1 - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^4} - \frac{1}{7^6} + \dots + \frac{1}{7^{96}} - \frac{1}{7^{98}}\right) + \left(\frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}\right)$ $\Rightarrow 50A = 1 - \frac{1}{7^{100}} < 1$	0,5
		0,5
		0,5
	$\Rightarrow A < \frac{1}{50}.$ <p>Suy ra đpcm.</p>	0,5
5.2 bảng A (2,0 điểm)		
	<p>Tìm tất cả các số tự nhiên m và n thỏa mãn</p> $2^m + 2021 = n - 2020 + n - 2022 .$	
	<p>Với m, n là các số tự nhiên thỏa mãn $2^m + 2021 = n - 2020 + n - 2022 .$</p> <p>Ta xét ba trường hợp sau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Trường hợp 1: $n \geq 2022$, ta có: $2^m + 2021 = 2n - 4042$ $2^m - 2n = -6063$ <p>Vế phải là số lẻ, mà $2n$ là số chẵn $\Rightarrow 2^m$ là số lẻ $\Rightarrow m = 0 \Rightarrow n = 3032$ (tm)</p> Trường hợp 2: $2020 \leq n < 2022$, ta có: $2^m + 2021 = n - 2020 + 2022 - n$ 	0,25
		0,5

	$2^m = -2019$ (vô lý) • Trường hợp 3: $n < 2020$, ta có: $2^m + 2021 = 4042 - 2n$ $2^m + 2n = 2021$ Vế phải là số lẻ, mà $2n$ là số chẵn $\Rightarrow 2^m$ là số lẻ $\Rightarrow m = 0 \Rightarrow n = 1010$ (tm)	0,5
	Vậy $m = 0, n = 3032$ hoặc $m = 0, n = 1010$ thỏa mãn bài ra.	0,5 0,25
5.1 bảng B (2,0 điểm)		
	Cho $A = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{99}} + \frac{100}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{7}{36}$.	
	$= 1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{4}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{98}} + \frac{100}{7^{99}}$ $\Rightarrow 7A - A = \left(1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{4}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{98}} + \frac{100}{7^{99}}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{99}} + \frac{100}{7^{100}}\right)$ $\Rightarrow 6A = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} + \frac{1}{7^{99}} - \frac{100}{7^{100}}$	

	$B = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} + \frac{1}{7^{99}}$ <p>Đặt</p> $= 7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}}$ $\Rightarrow 7B - B = \left(7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} \right) - \left(1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} + \frac{1}{7^{99}} \right)$ $\Rightarrow 6B = 7 - \frac{1}{7^{99}} < 7$ $\Rightarrow B < \frac{7}{6}$ <p>Lại có:</p> $6A = B - \frac{100}{7^{100}} < B \Rightarrow 6A < \frac{7}{6} \Rightarrow A < \frac{7}{36}.$	0,75
		0,75
		0,5
5.2 bảng B (2,0 điểm)		
	<p>Tìm tất cả các số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ và b (n là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:</p> <p>iii) $b > a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1$.</p> <p>iv) $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right) \left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2 \left(1 - \frac{1}{b}\right).$</p>	
	<p>Vì $a_1, a_2, \dots, a_n$ và b là các số nguyên dương (n là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn</p> $b > a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1 \Rightarrow b \geq 3 \Rightarrow \frac{1}{b} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 1 - \frac{1}{b} \geq 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2 \left(1 - \frac{1}{b}\right) \geq \frac{4}{3} (*)$	0,75

	<p>Lại có:</p> $a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1$ $\Rightarrow 0 < \frac{1}{a_1} < \frac{1}{a_2} < \dots < \frac{1}{a_n} < 1$ $\Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 - \frac{1}{a_2} < 1 \\ \dots \\ 0 < 1 - \frac{1}{a_n} < 1 \end{cases} \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{a_1}\right) \left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) < 1 (**)$ <p>Từ (*) và (**) suy ra điều mâu thuẫn với $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right) \left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2 \left(1 - \frac{1}{b}\right)$.</p> <p>Vậy ko tồn tại các số nguyên dương thỏa mãn bài ra.</p>	<p>0,25</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p>
--	---	-------------------------------------

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.
2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.
3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----Hết-----

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO DIỄN CHÂU
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021 - 2022. MÔN: TOÁN 7

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

$$C = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}}$$

a)

$$D = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{7}{7} - \frac{11}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

b)

$$2. \text{ Cho } S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \text{ và } P = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \dots + \frac{1}{2022}$$

Tính $(S - P)^{2022}$ **Câu 2.** (4,0 điểm)1. Tìm x biết: $|x+5| + |x-3| = 9$

2. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $21a - 3b + 5c = 0$. Chứng minh $f(1) \cdot f(-3) \notin 0$.

3. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $3x - y + xy - 10 = 0$.

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Tính giá trị của biểu thức

2. Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết $n+4$ và $2n$ là các số chính phương.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M . Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ E cắt AC tại N .

1) Chứng minh $\triangle MBD = \triangle NCE$.

2) Cạnh BC cắt MN tại I . Chứng minh I là trung điểm của MN .

3) Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định O khi D thay đổi trên đoạn BC .

4) Tia phân giác $\angle BAC$ cắt BC tại H . Chứng minh $\frac{1}{CO^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{AB^2}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho $S_n = \frac{1^2 - 1}{1} + \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$

Chứng minh S_n không là một số nguyên.

!HẾT!

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO DIỄN CHÂU
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021 - 2022. MÔN: TOÁN 7

Thời gian làm bài 120 phút

** HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT **

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a)
$$C = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}}$$

b)
$$D = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

2. Cho $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$ và $P = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \dots + \frac{1}{2022}$

Tính $(S - P)^{2022}$

Lời giải

1. Thực hiện phép tính:

a)
$$C = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 \cdot 5 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{(2 \cdot 3)^9 \cdot 2^{10} - (2^2 \cdot 3)^{10}} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot (2 + 1)}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} - 2^{20} \cdot 3^{10}}$$

$$= \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot (2 + 1)}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} - 2^{20} \cdot 3^{10}} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot 3}{2^{19} \cdot 3^9 \cdot (1 - 6)} = -\frac{3}{2}$$

Vậy $C = -\frac{3}{2}$.

b)
$$D = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4} + \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{4} \\
&= \frac{1}{4} + \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625}}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1
\end{aligned}$$

Vậy $D = 1$.

2. Ta có: $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2022}$$

$$= \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \dots + \frac{1}{2022}$$

Nên $S = P = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \dots + \frac{1}{2022}$

Do đó: $(S - P)^{2022} = 0^{2022} = 0$

Vậy $(S - P)^{2022} = 0$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Tìm x biết: $|x+5| + |x-3| = 9$

2. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $21a - 3b + 5c = 0$. Chứng minh $f(1) \cdot f(-3) \notin 0$.

3. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $3x - y + xy - 10 = 0$.

Lời giải

1. Tìm x biết: $|x+5| + |x-3| = 9$

Nếu $x < -5$ thì $|x+5| = -x-5$; $|x-3| = 3-x$

Nên $-x-5+3-x=9$

$-2x-2=9$

$-2x=11$

$$x = -\frac{11}{2} \text{ (thỏa mãn)}$$

Nếu $-5 \leq x < 3$ thì $|x+5| = x+5$; $|x-3| = 3-x$

Nên $x+5+3-x=9$

$$0x+8=9$$

$$0x=1$$

$$x \notin \mathbb{R}$$

Nếu $x > 3$ thì $|x+5| = x+5$; $|x-3| = x-3$

Nên $x+5+x-3=9$

$$2x+2=9$$

$$2x=7$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{11}{2}; x = \frac{7}{2}.$$

2. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $21a - 3b + 5c = 0$. Chứng minh $f(1) \cdot f(-3) \neq 0$.

Ta có:

$$f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c \quad \text{p} \quad 3f(1) = 3a + 3b + 3c$$

$$f(-3) = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c = 9a - 3b + c \quad \text{p} \quad 2f(-3) = 18a - 6b + 2c$$

Suy ra:

$$3f(1) + 2f(-3) = (3a + 3b + 3c) + (18a - 6b + 2c)$$

$$3f(1) + 2f(-3) = 21a - 3b + 5c$$

Mà $21a - 3b + 5c = 0$ nên $3f(1) + 2f(-3) = 0$ p $3f(1) = -2f(-3)$ hay $3f(1)$ và $2f(-3)$ đối nhau. Do đó: $3f(1) \cdot 2f(-3) = 3f(1) \cdot (-3f(1)) = -9f(1)^2 \neq 0$ p $f(1) \cdot f(-3) \neq 0$

3. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $3x - y + xy - 10 = 0$.

$$\cup 3x + xy - y - 3 - 7 = 0$$

$$\cup x(3+y) - (y+3) = 7$$

$$\cup (x-1)(3+y) = 7$$

Vì x, y là các số nguyên nên ta có bảng sau:

$x-1$	-7	-1	1	7
$y+3$	-1	-7	7	1

x	-6	0	2	8
y	-4	-10	4	-2

Vậy $\begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = -10 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = 8 \\ y = -2 \end{cases}$

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

2. Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết $n+4$ và $2n$ là các số chính phương.

Lời giải

1. Từ $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$ suy ra:

$$\frac{a+b+c+d+a}{a} = \frac{a+b+c+d+b}{b} = \frac{a+b+c+d+c}{c} = \frac{a+b+c+d+d}{d}$$

$$\frac{a+b+c+d}{a} + 1 = \frac{a+b+c+d}{b} + 1 = \frac{a+b+c+d}{c} + 1 = \frac{a+b+c+d}{d} + 1$$

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d}$$

Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì $a=b=c=d$ $\Rightarrow Q = 1+1+1+1 = 4$

Nếu $a+b+c+d = 0$ thì

$$a+b = -(c+d); b+c = -(d+a); c+d = -(a+b); d+a = -(b+c)$$

$$\Rightarrow Q = -1-1-1-1 = -4$$

Vậy $Q = 4$ nếu $a+b+c+d \neq 0$.

$Q = -4$ nếu $a+b+c+d = 0$.

2. Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết $n+4$ và $2n$ là các số chính phương.

Theo đề, số tự nhiên n có hai chữ số $\Rightarrow 10 \leq n \leq 99$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10 \leq 2n \leq 2 \cdot 99$$

$$\Rightarrow 20 \leq 2n \leq 198, \text{ mà } 2n \text{ là số chẵn và } 2n \text{ là số chính phương}$$

$$\Rightarrow 2n \in \{36; 64; 100; 144; 196\}$$

$$\Rightarrow n \in \{18; 32; 50; 72; 98\}$$

$$\Rightarrow n+4 \in \{22; 36; 54; 76; 102\}$$

Mà $n+4$ là số chính phương nên chọn $n+4 = 36 \Rightarrow n = 32$

Vậy $n = 32$.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M . Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ E cắt AC tại N .

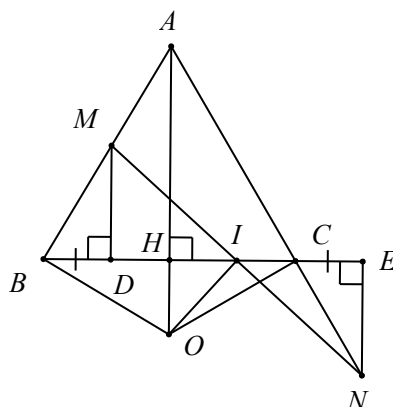
1) Chứng minh $\triangle MBD = \triangle NCE$.

2) Cạnh BC cắt MN tại I . Chứng minh I là trung điểm của MN .

3) Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định O khi D thay đổi trên đoạn BC .

4) Tia phân giác BAC cắt BC tại H . Chứng minh $\frac{1}{CO^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{AB^2}$.

Lời giải



a) Chứng minh: $\triangle MBD = \triangle NCE$.

Xét $\triangle MBD$ và $\triangle NCE$ có:

$\angle MDB = \angle NEC = 90^\circ$ (giả thiết)

$BD = CE$ (giả thiết)

$\angle MBD = \angle NCE$ (cùng bằng $\angle ACB$)

Vậy $\triangle MBD = \triangle NCE$ (c.g.c).

b) Chứng minh: I là trung điểm của MN .

Ta có: $\angle DMI = \angle ENI$

Chứng minh $\triangle MID = \triangle NIE$

Suy ra $MI = NI$ và I thuộc MN

Vậy I là trung điểm của MN .

c) Chứng minh: Đường vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .

Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC , O là giao điểm của đường thẳng AH với đường thẳng vuông góc với MN tại I .

Chứng minh $\triangle OBM = \triangle OCN$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle OBM = \angle OCN$

tại C

Chúng minh $\Delta OBA = \Delta OCA (c.c.c) \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OCA} \Rightarrow \widehat{OCA} = \widehat{OCN} = 90^\circ \Rightarrow OC \perp AC$

Mà C cố định, AH cố định $\Rightarrow O$ là điểm cố định

Vậy đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua điểm O cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .

d) Vì tam giác ABC cân tại A và tia phân giác BAC cắt BC tại H nên AH là đường cao của tam giác ABC hay $AH \perp BC$ nên điểm H ở câu c và câu d trùng nhau. Do đó

ΔACO vuông tại C . Suy ra: $S_{ACO} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CO$ và $S_{ACO} = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AO$

Nên $AC \cdot CO = CH \cdot AO$ và $AC^2 \cdot CO^2 = CH^2 \cdot AO^2$

$$\text{và } \frac{1}{CH^2} = \frac{AO^2}{AC^2 \cdot CO^2} \text{ và } \frac{1}{CH^2} = \frac{AC^2 + CO^2}{AC^2 \cdot CO^2} \text{ và } \frac{1}{CH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{CO^2}$$

$$\text{và } \frac{1}{CO^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{AC^2}$$

Mà $AB = AC$ nên $AB^2 = AC^2$

$$\text{Vậy } \frac{1}{CO^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{AB^2}.$$

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho $S_n = \frac{1^2-1}{1} + \frac{2^2-1}{2^2} + \frac{3^2-1}{3^2} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$

Chúng minh S_n không là một số nguyên.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2} = \frac{4-1}{4} + \frac{9-1}{9} + \frac{16-1}{16} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2}$$

$$= 1 - \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{9} + 1 - \frac{1}{16} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2}$$

$$= \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{n-1 \text{ số 1}} - \frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16} - \dots - \frac{1}{n^2}$$

$$= (n-1) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$$

Đặt $B = n-1$, với $n \geq 2, n \in \mathbb{N} \Rightarrow B = n-1 \geq 1$ và $B = n-1 \in \mathbb{N}$. (1)

$$\text{Đặt } A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2}, \text{ ta có } S = B - A$$

Với với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$, ta có:

$$A = \frac{1}{2.2} + \frac{1}{3.3} + \frac{1}{4.4} + \dots + \frac{1}{n.n} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{(n-1).n}$$

$$\Rightarrow A < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1 \quad (\text{với } n \in \mathbb{N} \text{ và } n > 1)$$

Mà $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2} > 0$, nên $0 < A < 1 \Rightarrow A \notin \mathbb{Z}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $B \geq 1$ và B là số nguyên, A là số thập phân dương bé hơn 1

$\Rightarrow S = B - A$ không thể là số nguyên.

Vậy với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$

thì $S_n = \frac{1^2-1}{1} + \frac{2^2-1}{4} + \frac{3^2-1}{9} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2}$ không là một số nguyên.

❗ HẾT ❗

**PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN HẬU LỘC**

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

Môn: Toán 7

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày khảo sát: 25/02/2023

(Đề gồm: 01 trang).

Bài 1: (4 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức

$$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$$

2) Tính tích $P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right)$

3) Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Bài 2: (4 điểm)

1) Tìm x, biết: $\frac{1}{5^{x-1}} + 3.5^{2-x} = \frac{16}{125}$

2) Tìm x, biết: $\left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$

3) Tìm x, y biết : $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{3x}$

Bài 3: (4 điểm)

- Số A được chia thành ba phần tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.
- Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$
- Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$.
Chứng minh rằng: $abcd + 2023$ viết được dưới dạng hiệu của hai số chính phương

Bài 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

- Chứng minh rằng: $\triangle ADC = \triangle ABE$ và $\angle DIB = 60^\circ$.
- Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh: $\triangle AMN$ đều.
- Chứng minh rằng: IA là phân giác của góc DIE.

Bài 5: (2 điểm) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng: $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1$

-----Hết-----

Họ tên học sinh:.....; Số báo danh:.....

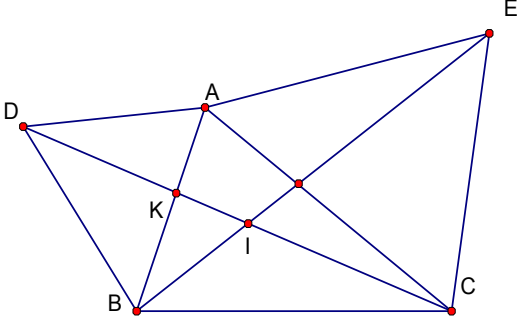
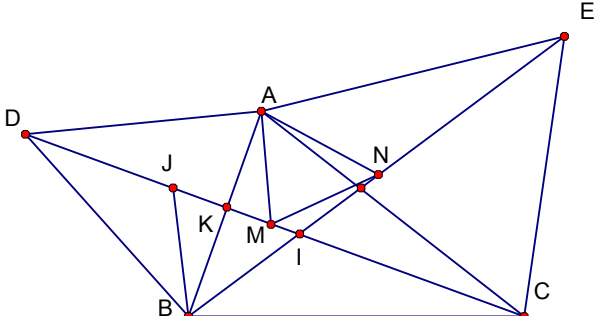
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 4 điểm	1) Tính $A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$	
	$A = 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\}$	0,5

	$= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - \left[5.2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\}$ $= 99^{99} - \left\{ 1, (3) - 5.2^3 + (-7)^2 - \frac{1}{3} + 99^{99} \right\}$	0,25
	$= 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10$ <p>Vậy A = -10</p>	0,25
	$2) P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right) = \frac{16}{9} \cdot \frac{27}{20} \cdot \frac{40}{33} \dots \frac{2907}{2900}$ $= \frac{2.8.3.9.4.10 \dots 51.57}{1.9.2.10.3.11 \dots 50.58}$ $= \frac{2.3.4 \dots 51}{1.2.3 \dots 50} \cdot \frac{8.9.10 \dots 57}{9.10.11 \dots 58}$ $= \frac{51.8}{58} = \frac{204}{29}$ <p>Vậy P = $\frac{204}{29}$</p>	0,25
	$3) \text{Tính giá trị } Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \text{ với } a, b, c \text{ thỏa mãn: } (3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$ <p>Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; 4b - 3c \geq 0$ nên để $(3a - 2b)^2 + 4b - 3c \leq 0$ thì:</p> $\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ 4b - 3c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ <p>Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$ Thay vào Q ta có:</p> $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k \cdot 3k \cdot 4k} = \frac{k^3 (2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}$	0,5
Bài 2	$1) \text{ Tìm } x, \text{ biết: } \frac{1}{5^{x-1}} + 3.5^{2-x} = \frac{16}{125}$	0,5
4 điểm	$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2} = \frac{16}{125}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \cdot 5 = \frac{16}{125}$	

		0,25
	$\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} (1+15) = \frac{16}{125}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = \frac{1}{125}$	0,5
	$x-1=3$ $x=4$ <p>Vậy $x=4$</p>	0,25
	2) Tìm x, biết: $\left(3-\left x-\frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15}-\frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$	
	$\left(3-\left x-\frac{1}{2}\right \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	0,5
	$3-\left x-\frac{1}{2}\right = 1 \Rightarrow \left x-\frac{1}{2}\right = 2$	0,5
	$1) x - \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ $2) x - \frac{1}{2} = -2 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$	
	Vậy $x \in \left\{\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right\}$	0,5
	3) Tìm x, y biết : $\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{3x}$	
	Nếu $3x+7y-5=0$ thì $\begin{cases} 3x-1=0 \\ 7y-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\frac{4}{7} \end{cases}$	0,5
	Nếu $3x+7y-5 \neq 0$ thì áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:	
	$\frac{3x-1}{4} = \frac{7y-4}{5} = \frac{3x+7y-5}{9} = \frac{3x+7y-5}{3x}$ $\Rightarrow x=3$	0,5
	$\Rightarrow \frac{3 \cdot 3 - 1}{4} = \frac{7y-4}{5} \Rightarrow y=2$	

	$(x, y) \in \left\{ \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{7} \right), (3; 2) \right\}$ Vậy	0,5
Bài 3 4 điểm	1) Số A được chia thành ba phần, tỉ lệ theo $\frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.	
	Gọi ba phần được chia lần lượt là: a, b, c	
	Theo bài ra ta có: $a:b:c = \frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{1}{6}$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 24309$	0,25
	Ta có: $a:b:c = \frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{1}{6} = 24:45:10 \Rightarrow \frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10}$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:	
	$\frac{a}{24} = \frac{b}{45} = \frac{c}{10} \Rightarrow \frac{a^2}{576} = \frac{b^2}{2025} = \frac{c^2}{100} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{576 + 2025 + 100} = \frac{24309}{2701} = 9$	0,5
	$\Rightarrow a^2 = 576 \cdot 9 = 5184 \Rightarrow a = \pm 72$ $b = \pm 135; c = \pm 30$	0,25
	Vậy $(a, b, c) \in \{(72; 135; 30), (-72; -135; -30)\}$	0,25
	2) Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$	
	Ta có: $x^2 - x(y+5) = -4y - 9$	
	$x^2 - 5x + 9 = xy - 4y$ $\Rightarrow x^2 - 5x + 9 = y(x-4)$	0,25
	$\Rightarrow x^2 - 5x + 9 : x - 4$ $\Rightarrow x(x-4) - (x-4) + 5 : x - 4 \Rightarrow 5 : x - 4$ $\Rightarrow x - 4 \in \{\pm 1; \pm 5\} \Rightarrow x \in \{-1; 3; 5; 9\}$	0,25
	Với $x = -1$ thì $y = -3$	
	Với $x = 3$ thì $y = -3$	0,25
	Với $x = 5$ thì $y = 9$	
	Với $x = 9$ thì $y = 9$	
	Vậy $(x, y) \in \{(-1; -3), (3; -3), (5; 9), (9; 9)\}$	0,25
	Học sinh có thể viết đẳng thức đã cho về dạng: $(x-4)(x-y-1) = -5$	
	Từ đó tìm ra các cặp số (x, y)	
	3) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$. Chứng minh rằng: $abcd + 2023$ viết được dưới dạng hiệu của hai số chính phương	

	Ta có: $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 4m(m+1) + 1$. Do đó ta có số chính phương lẻ chia 8 luôn dư 1	0,25
	Nếu a, b, c, d đều lẻ thì a^2, b^2, c^2, d^2 chia 8 đều dư 1 dẫn đến không xảy ra $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$ (vì vế trái chia 8 dư 1, vế phải chia 8 dư 3)	0,25
	Vậy trong các số a, b, c, d phải có ít nhất một số chẵn nên $abcd + 2023$ lẻ	0,25
	$abcd + 2023 = 2k + 1 (k \in \mathbb{Z})$ Đặt $= (k+1-k)(k+1+k) = (k+1)^2 - k^2$ (đpcm)	0,25
Bài 4 6 điểm		
	a) Ta có: $\widehat{DAC} = \widehat{BAE} = \widehat{BAC} + 60^\circ$ Từ $AD = AB$; $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$ và $AC = AE$ Suy ra $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c.g.c)	1,0
	Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ADC}$, mà $\widehat{BKI} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh). Khi đó xét $\triangle BIK$ và $\triangle DAK$ suy ra $\widehat{BIK} = \widehat{DAK} = 60^\circ$ (đpcm)	1,0
	 b) Từ $\triangle ADC = \triangle ABE$ (câu a) $\Rightarrow CM = EN$ và $\widehat{ACM} = \widehat{AEN}$ $\Rightarrow \triangle ACM = \triangle AEN$ (c.g.c) $\Rightarrow AM = AN$ và $\widehat{CAM} = \widehat{EAN}$ $\widehat{MAN} = \widehat{CAE} = 60^\circ$. Do đó $\triangle AMN$ đều.	0,5

		0,5
		1,0
	c) Trên tia ID lấy điểm J sao cho $IJ = IB \Rightarrow \triangle BIJ$ đều $\Rightarrow BJ = BI$ và $\widehat{JBI} = \widehat{DBA} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{IBA} = \widehat{JBD}$, kết hợp $BA = BD$ $\Rightarrow \triangle IBA = \triangle JBD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{JDB} = 120^\circ$ mà $\widehat{BID} = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{DIA} = 60^\circ$. Từ đó suy ra IA là phân giác của góc DIE	0,5
		0,5
		0,5
Bài 5	<p>Vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên ta có</p> $0 < \frac{a}{b+c} < 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b+c}} > \frac{a}{b+c}$ <p>Vì a là số dương nên theo tính chất của tỉ số ta được $\frac{a}{b+c} > \frac{a}{a+b+c}$</p> <p>Do đó ta có $\sqrt{\frac{a}{b+c}} > \frac{a}{a+b+c}$</p> <p>Chứng minh tương tự ta được $\sqrt{\frac{b}{c+a}} > \frac{b}{a+b+c}; \sqrt{\frac{c}{a+b}} > \frac{c}{a+b+c}$</p> <p>Cộng theo vế ba bất đẳng thức trên ta được $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1$</p> <p>Vậy bài toán được chứng</p>	1,0
		1,0

Thời gian: 120 phút.

(Không kể thời gian giao đề)

I. Phần thi trắc nghiệm chỉ điền kết quả. (Từ bài 1 đến 10, thí sinh ghi kết quả từng câu vào tờ giấy thi, không trình bày lời giải)

- Bài 1:** (1,25 điểm). Kết quả của phép tính $0,75 \cdot \frac{2}{17} - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{17} \right) + 2022 \cdot \frac{1}{4}$ bằng bao nhiêu?
- Bài 2:** (1,25 điểm). Cho biết: $(0,01)^{2x} \cdot x = (0,001)^{x+3}$. Tìm x dưới dạng lũy thừa của số hữu tỉ?
- Bài 3:** ((1,25 điểm). Tính tổng tất cả các giá trị của x thỏa mãn: $|x + 2015| = |-2023|$.
- Bài 4:** (1,25 điểm). Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích là 84 m^2 ; tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài bằng $\frac{3}{7}$. Độ dài của hàng rào bao quanh mảnh đất trên bằng bao nhiêu mét?
- Bài 5:** (1,25 điểm). Có 15 công nhân làm xong một công trình trong 20 ngày. Hỏi 12 công nhân làm xong công trình đó trong bao nhiêu ngày? (biết năng suất mỗi người như nhau).
- Bài 6:** (1,25 điểm). Để vận chuyển 18 tấn hàng đi xa 30km thì hết 2.400.000 đồng tiền cước phí. Hỏi để vận chuyển 27 tấn hàng đi xa 35km hết bao nhiêu đồng tiền cước phí? (biết số tấn hàng, số km vận chuyển và số tiền tỉ lệ thuận với nhau).
- Bài 7:** (1,25 điểm). Một lăng trụ đứng có đáy là tam giác; độ dài các cạnh của tam giác đáy là 6cm, 7cm, 9cm. Độ dài cạnh bên lăng trụ bằng 13cm. Diện tích xung quanh của lăng trụ bằng bao nhiêu cm^2 ?
- Bài 8:** (1,25 điểm). Tính số đo bằng độ của góc tạo bởi kim phút và kim giờ của một chiếc đồng hồ vào lúc đồng hồ chỉ 12 giờ 20 phút?
- Bài 9:** (1,25 điểm). Tam giác ABC có số đo góc A bằng 100° . Tia phân giác của góc ABC và tia phân giác của góc ACB cắt nhau tại O. Tính số đo độ của góc BOC?
- Bài 10:** (1,25 điểm). Tìm các số nguyên dương n mà khi thay vào $A = \frac{2n-1}{n-1}$ thì A nhận được giá trị nguyên. Tổng tất cả các giá trị nguyên dương của n vừa tìm được bằng bao nhiêu?

II. Phần thi tự luận, phải trình bày lời giải. (Thí sinh trình bày lời giải từng câu vào tờ giấy thi)**Bài 11:** (3,5 điểm)

- a) Tìm các cặp số a, b thỏa mãn: $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$ và $a \cdot b = 315$
- b) So sánh $A = \sqrt{15} + \sqrt{24} + \sqrt{35} + \sqrt{48} + \sqrt{63}$ và $B = \sqrt{1001}$

Bài 12: (4 điểm)

- Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng (B nằm giữa A và C). M và N nằm cùng phía với nhau so với đường thẳng AB sao cho MAB và NBC là các tam giác đều; AN và MC cắt nhau ở I
- a) Chứng minh rằng AM song song với BN
- b) Chứng minh rằng AN = MC
- c) Tính số đo góc AIC

•HẾT•

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. Phần thi trắc nghiệm chỉ điền kết quả. (Từ bài 1 đến 10, thí sinh ghi kết quả từng câu vào tờ giấy thi, không trình bày lời giải)

Bài 1: (1,25 điểm). Kết quả của phép tính $0,75 \cdot \frac{1}{17} - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{17} \right) + 2022 \cdot \frac{1}{4}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Kết quả: 2023
 $0,75 \cdot \frac{1}{17} - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{17} \right) + 2022 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{17} + \frac{1}{17} \right) + 2022 \cdot \frac{1}{4} = 2023$

Bài 2: (1,25 điểm). Cho biết: $(0,01)^{4x} \cdot x = (0,001)^{4x}$. Tìm x dưới dạng lũy thừa của số hữu tỉ?

Lời giải

Kết quả: $(0,1)^{4x}$
 $(0,01)^{4x} \cdot x = (0,001)^{4x} \Leftrightarrow (0,1)^{4x} \cdot x = (0,1)^{4x} \Leftrightarrow x = (0,1)^{4x}$

Bài 3: ((1,25 điểm). Tính tổng tất cả các giá trị của x thỏa mãn: $|x + 2015| = |-2023|$.

Lời giải

Kết quả: -4030
 $|x + 2015| = |-2023| \Leftrightarrow |x + 2015| = 2023; x = 0; x = -4038$

Bài 4: (1,25 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích là 84 m^2 ; tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài bằng $\frac{3}{7}$. Độ dài của hàng rào bao quanh mảnh đất trên bằng bao nhiêu mét?

Lời giải

Kết quả: 40
 Chiều rộng $3k$, chiều dài $7k \Rightarrow 21k^2 = 84$ nên $k \approx 2$; chiều rộng 6 m , chiều dài 14 m
Bài 5: (1,25 điểm). Có 15 công nhân làm xong một công trình trong 20 ngày. Hỏi 12 công nhân làm xong công trình đó trong bao nhiêu ngày? (biết năng suất mỗi người như nhau).

Lời giải

Kết quả: 25
 $15 \cdot 20 = 12 \cdot x \Rightarrow x = 25$

Bài 6: (1,25 điểm). Để vận chuyển 18 tấn hàng đi xa 30km thì hết 2 400 000 đồng tiền cước phí. Hỏi để vận chuyển 27 tấn hàng đi xa 35km hết bao nhiêu đồng tiền cước phí? (biết số tấn hàng, số km vận chuyển và số tiền tỉ lệ thuận với nhau).

Lời giải

Kết quả: 4 200 000
 18 tấn đi xa 30km thì hết 2 400 000 đồng
 27 tấn đi xa 30km thì hết 3 600 000 đồng
 27 tấn đi xa 35km thì hết 4 200 000 đồng

Bài 7: (1,25 điểm). Một lăng trụ đứng có đáy là tam giác; độ dài các cạnh của tam giác đáy là 6cm, 7cm, 9cm. Độ dài cạnh bên lăng trụ bằng 13 cm . Diện tích xung quanh của lăng trụ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Lời giải

Kết quả: 286
 $13 \cdot (6 + 7 + 9) = 286$

Bài 8: (1,25 điểm). Tính số đo bằng độ của góc tạo bởi kim phút và kim giờ của một chiếc đồng hồ vào lúc đồng hồ chỉ 12 giờ 20 phút?

Lời giải

Kết quả: 110°
 Tính từ 12 giờ đúng đến 12 giờ 20 thì kim phút quay được 120° , kim giờ quay được 10° ;
 $120^\circ - 10^\circ = 110^\circ$

Bài 9: (1,25 điểm). Tam giác ABC có số đo góc A bằng 100° . Tia phân giác của góc ABC và tia phân giác của góc ACB cắt nhau tại O. Tính số đo độ của góc BOC ?

Lời giải

Kết quả: 140°

Tổng hai góc ABC và ACB bằng 80°

$\Rightarrow$ tổng hai góc OBC và OCB bằng 40°

$\Rightarrow$ góc BOC bằng 140°

Bài 10: (1,25 điểm). Tìm các số nguyên dương n mà khi thay vào $A = \frac{n+1}{n-1}$ thì A nhận được giá trị nguyên. Tổng tất cả các giá trị nguyên dương của n vừa tìm được bằng bao nhiêu?

Lời giải

Kết quả: 8

$$A = \frac{n+1}{n-1} = 3 + \frac{2}{n-1}$$

tìm được các giá trị n là: 6; -4; 2; 0.

Mà n nguyên dương $\Rightarrow n = 6; n = 2$

II. Phần thi tự luận, phải trình bày lời giải. (Thí sinh trình bày lời giải từng câu vào tờ giấy thi)

Bài 11: (3,5 điểm)

a) Tìm các cặp số a, b thỏa mãn: $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$ và $a \cdot b = 315$

b) So sánh $A = \sqrt{15} + \sqrt{24} + \sqrt{35} + \sqrt{48} + \sqrt{63}$ và $B = \sqrt{1001}$

Lời giải

a) (2 điểm) Từ $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$ ta có $\frac{a}{3} = \frac{b}{7}$ đặt bằng k , nên $k^2 = \frac{a \cdot b}{35} = \frac{315}{35} = 9$

$$k = 3 \Rightarrow a = 9, b = 21$$

$$k = -3 \Rightarrow a = -9, b = -21$$

b) (1,5 điểm) Ta có

$$A = \sqrt{15} + \sqrt{24} + \sqrt{35} + \sqrt{48} + \sqrt{63} < A = \sqrt{16} + \sqrt{25} + \sqrt{36} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$$

$$= 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30 = \sqrt{900} < \sqrt{1001}$$

$$\Rightarrow \sqrt{15} + \sqrt{24} + \sqrt{35} + \sqrt{48} + \sqrt{63} < \sqrt{1001}.$$

$$A < B$$

Bài 12: (4 điểm)

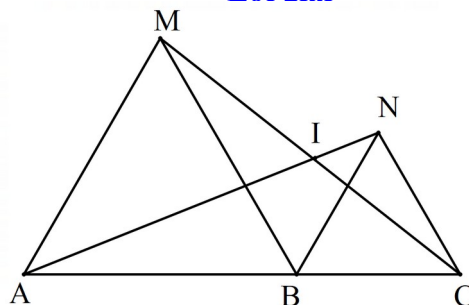
Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng (B nằm giữa A và C). M và N nằm cùng phía với nhau so với đường thẳng AB sao cho MAB và NBC là các tam giác đều; AN và MC cắt nhau ở I

a) Chứng minh rằng AM song song với BN

b) Chứng minh rằng AN = MC

c) Tính số đo góc AIC

Lời giải



a) (1,5 điểm)

Ta có: $\triangle MAB$ và $\triangle NBC$ là các tam giác đều nên $\angle MAB = \angle NBC (= 60^\circ)$

Mà hai góc trên là cặp góc đồng vị nên $AM \parallel BN$

b) (1,5 điểm)

$\triangle MAB$ và $\triangle NBC$ là các tam giác đều và A, B, C thẳng hàng nên:

$$\angle MBA = \angle NBC = \angle MBN = 60^\circ \Rightarrow \angle ABN = \angle MBC \text{ (cùng bằng } 120^\circ \text{)}$$

$\triangle ABN$ và $\triangle MBC$ có: $\angle ABN = \angle MBC$ (cmt); $AB = MB$ và $BN = BC$ ($\triangle$ đều)

$$\Rightarrow \triangle ABN = \triangle MBC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow AN = MC$$

c) (1 điểm) Từ chứng minh trên $\Rightarrow \triangle ABN = \triangle MBC$

$$\Rightarrow \angle NAB = \angle CMB \text{ mà } \angle CMB + \angle MCB = 60^\circ$$

Nên $\angle NAB + \angle MCB = 60^\circ$, kết hợp xét tổng ba góc trong $\triangle AIC$ suy ra $\angle AIC = 120^\circ$

❗ HẾT ❗

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2022- 2023

MÔN: Toán 7

Thời gian 120 phút không kể giao đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: 6 điểm

Câu 1: Giá trị của x thỏa mãn $|2x-3| = \left(\frac{1}{2}\right)^y$ và $y = \frac{\frac{11}{5} - \frac{31}{5} + \frac{4111}{5}}{\frac{11}{6} - \frac{31}{12} + \frac{4111}{20}} + \frac{\frac{3}{5} - \frac{6}{5} + \frac{10}{5}}{\frac{3}{6} - \frac{6}{12} + \frac{10}{20}}$

A. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}$.

B. $\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}$.

C. $\frac{7}{4}; \frac{5}{4}$.

D. $\frac{-7}{4}; \frac{-5}{4}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = AC = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Vẽ trung tuyến AM của tam giác. Độ dài trung tuyến AM là:

- A. 6cm B. $\sqrt{54}\text{cm}$ C. $\sqrt{44}\text{cm}$ D. 8cm

Câu 3: Cho tam giác ABC cân tại A , $\angle A = 50^\circ$. Gọi I là giao điểm các tia phân giác $\angle B$ và $\angle C$. Số đo góc $\angle BIC$ là:

- A. 115° B. 135° C. 125° D. 105°

Câu 4: Cho tam giác DEF có $\angle E = \angle F$. Tia phân giác của góc D cắt EF tại I . Ta có:

- A. $\triangle DIE = \triangle DFI$ B. $DE = DF, \angle IDE = \angle IDF$
C. $IE = IF, DI = EF$ D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 5: Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Góc ADB có số đo là:

- A. 78° B. 70° C. 75° D. 80°

Câu 6: Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $5x.f(x-2021) = (x-14).f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. Đa thức $f(x)$ có nhiều nhất 2 nghiệm. B. Đa thức $f(x)$ vô nghiệm.
C. Đa thức $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm. D. Đa thức $f(x)$ chỉ có 1 nghiệm

Câu 7: Tính giá trị biểu thức sau : $B = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{1+2+\dots+2021}\right)$

- A. $\frac{671}{2021}$ B. $\frac{2023}{6063}$ C. $\frac{2019}{6063}$ D. $\frac{2020}{6063}$

Câu 8: Một đội sản xuất gồm 12 người làm xong công việc trong 10 giờ. Biết năng suất lao động của mỗi người như nhau, nếu thêm ba người nữa thì thời gian làm xong công việc đó là:

- A. 7,5 giờ B. 7 giờ C. 8 giờ D. 8,25 giờ

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ sao cho với mọi x khác 0 ta đều có: $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) + f(1) = 6$.
Giá trị của $f(-1)$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 6

Câu 10: Giá trị của biểu thức $\left(\frac{3}{4} - 81\right)\left(\frac{3^2}{5} - 81\right)\left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \dots \left(\frac{3^{2018}}{2021} - 81\right)$ bằng :

- A. 0 B. 1 C. 2021 D. 3^{2021}

Câu 11: Giá trị của biểu thức

$$A = x^{2022} - 2022x^{2021} + 2022x^{2020} - 2022x^{2019} + \dots - 2022x^2 + 2022x - 2022 \text{ tại } x = 2021 \text{ là}$$

- A. 2021 B. -1 C. 2022 D. 1

Câu 12: Tính giá trị của đa thức $xy + x^2y^2 + x^3y^3 + \dots + x^{2021}y^{2021}$ tại $x = 1; y = -1$.

- A. 1. B. 2021 C. -1. D. 0.

Câu 13: Tổng các số x thỏa mãn $(x^2 - 1)(x^2 - 2) \dots (x^2 - 2021) = 0$ là

A. 1

B. 0

C. 2020

D. 2021

Câu 14: Một ca nô chạy xuôi một khúc sông từ A đến B hết 6 giờ và chạy ngược khúc sông đó hết 9 giờ. Hỏi một phao trôi theo dòng nước từ A đến B trong bao lâu?

A. 15 (giờ).

B. 20 (giờ).

C. 36 (giờ).

D. 32(giờ).

Câu 15: Với $-3 \leq x \leq -1$ thì $A = |x+3| + |-1-x|$ bằng:

A. $-2x - 4$

B. $2x + 4$

C. 4

D. 2

Câu 16: Cho $3(a+b) = 2(3a-b)$. Tỉ số của hai số a và b bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{5}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 17: Tìm a , biết a tỉ lệ thuận với b theo hệ số tỉ lệ 2 ; b tỉ lệ nghịch với c theo hệ số tỉ lệ 6 và $c^2 - 6c = -9$

A. $a = 2$

B. $a = 4$

C. $a = 6$

D. $a = 12$

Câu 18: Cho $a = (-2)^{2020}$; $b = -3 \cdot (-2)^{2021}$. Kết luận nào sau đây là đúng ?

A. $a > b$

B. $a < b$

C. $a < -b$

D. $-a > b$

Câu 19: Cho $\triangle ABC = \triangle MNP$, biết $AB = 3cm$, $NP = 5cm$. Chu vi tam giác ABC có thể bằng

A. 9 cm

B. 9,5 cm

C. 10 cm

D. 13 cm

Câu 20: Nếu $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ và $\frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ thì a, b, c tỉ lệ với

A. 12; 8; 15

B. 15; 12; 8

C. 8; 12; 15

D. 8; 12; 20

II. PHẦN TỰ LUẬN: 14 điểm

Câu 1. 4 điểm. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$$

Câu 2. 4 điểm

1) Tìm x biết: $|x-2| + |3-2x| = 2x+1$

2) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 3xy + 3$

Câu 3. 5 điểm

Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc với AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kỳ (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH .

a) Chứng minh $\triangle DBM = \triangle FMB$

b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng $MD + ME$ có giá trị không đổi

- c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = EH$. Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK

Câu 4. 1 điểm Cho: $|3x - 2y| + |5z - 7x| + (xy + yz + xz - 500)^{2020} = 0$

$$A = (3x - y - z)^{2021}$$

Tính giá trị của biểu thức

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI

Môn: TOÁN – LỚP 7

Phần I. TRẮC NGHIỆM (6 điểm):

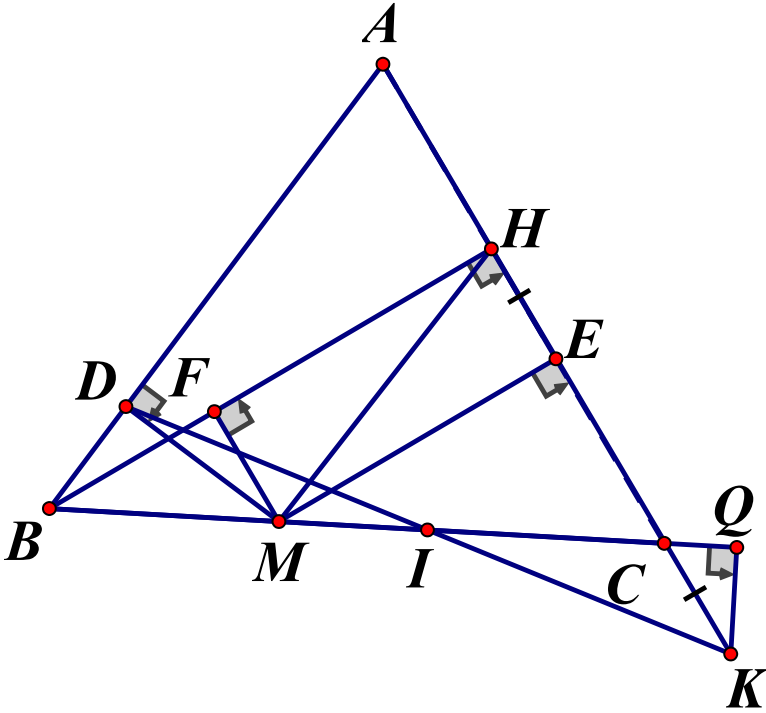
Mỗi câu trả lời đúng được 0,3 điểm

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	6	C	11	B	16	C
2	D	7	B	12	C	17	B
3	A	8	C	13	B	18	B
4	B	9	C	14	C	19	D
5	A	10	A	15	D	20	C

Phần II. TỰ LUẬN (14 điểm):

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 21		4
1.1 (2 điểm)	$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}}$	0,75
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} \cdot (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 - 1)}$	0,5
	$= \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$	0,5
	KL:	0,25

Câu	Nội dung	Điểm											
1.2 (2 điểm)	$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{10}\right)\left(1 - \frac{1}{15}\right).....\left(1 - \frac{1}{210}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15}.....$	0,5											
	$= \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{28}{30}.....\frac{418}{420}$	0,5											
	$= \frac{(1.4)(2.5).(3.6).(4.7).....(19.22)}{(2.3).(3.4)(4.5).(5.6).....(20.21)}$ $= \frac{(1.2.3.....19).(4.5.6.7.....22)}{(2.3.4.....20).(3.4.5.6.....21)} = \frac{11}{30}$	0,75											
	KL:	0,25											
Câu 22		4											
2.1 (2 điểm)	Nếu $x > 2$ ta có: $x - 2 + 2x - 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 6$	0.5											
	Nếu $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ ta có: $2 - x + 2x - 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = -2$ loại	0.5											
	Nếu $x < \frac{1}{2}$ ta có: $2 - x + 3 - 2x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$	0.5											
	$\frac{4}{5}$ Vậy: $x = 6$; $x =$	0.5											
2.2 (2 điểm)	1) $x + 2y = 3xy + 3 \Leftrightarrow 3x + 6y - 9xy - 9 = 0$ $\Leftrightarrow 3x - 9xy + 6y - 2 = 7$ $\Leftrightarrow 3x(1 - 3y) + 2(3y - 1) = 7$ $\Leftrightarrow (3y - 1)(2 - 3x) = 7$	0,75											
	Do $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3y - 1; 2 - 3x \in \mathbb{Z}$ nên ta có bảng sau	0,5											
	<table><tr><td>$3y - 1$</td><td>1</td><td>-1</td><td>7</td></tr><tr><td>$2 - 3x$</td><td>7</td><td>-7</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{8}{3}$</td></tr></table>	$3y - 1$	1	-1	7	$2 - 3x$	7	-7	1	y	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{8}{3}$
$3y - 1$	1	-1	7										
$2 - 3x$	7	-7	1										
y	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{8}{3}$										

Câu	Nội dung				Điểm
	x		3		
	Kết luận	Loại	Thỏa mãn	Loại	
	Vậy $(x, y) \in \{(3; 0); (1; -2)\}$				0,25
Câu 23					6
a (2 điểm)					
	a) Chứng minh được $\square DBM = \square FMB (= \square ACB)$ $\triangle DBM = \triangle FMB (ch - gn)$ Chứng minh được KL:				0,75 1 0,25
b (2 điểm)	Theo câu ^a ta có: $\triangle DBM = \triangle FMB (ch - gn) \Rightarrow MD = BF$ (2 cạnh tương ứng) (1)				0,5
	Chứng minh: $\triangle MFH = \triangle HEM \Rightarrow ME = FH$ (2 cạnh t. ứng) (2)				0,75
	Từ (1) và (2) suy ra $MD + ME = BF + FH = BH$ $\Rightarrow MD + ME$ không đổi (^{dpcm}) BH không đổi KL:				0,75

Câu	Nội dung	Điểm
	$A = (3x - y - z)^{2019}$ Khi đó có giá trị là: $(3 \cdot 10 - 15 - 14)^{2021} = 1^{2021} = 1$	
	TH2: $x = -10, y = -15, z = -14$ Khi đó A có giá trị là $[3 \cdot (-10) + 15 + 14]^{2021} = (-1)^{2021} = -1$ Vậy $A = 1$ nếu $x = 10, y = 15, z = 14$ $A = -1$ nếu $x = -10, y = -15, z = -14$	0,25

Lưu ý: * HS trình bày cách khác đúng thì vẫn cho điểm theo thang điểm tương ứng.

**Lời giải cần lập luận chặt chẽ, logic.*

.....HẾT.....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA CẤP
HUYỆN

HUYỆN TÂN YÊN

NĂM HỌC 2021-2022

MÔN: TOÁN LỚP 7

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 27/03/2022

Đề thi có 02 trang

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao
đề

A- TRẮC NGHIỆM (6 điểm) – Thời gian làm 40 phút.

Câu 1. Với $-3 \leq x \leq -1$ thì $A = |x+3| + |-1-x|$ bằng:

- A. $-2x - 4$ B. $2x + 4$ C. 4 D. 2

Câu 2. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn: $xy - 3x + y = 14$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

$$A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{1943}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{1943}}$$

Câu 3. Kết quả phép tính là:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 4. Tìm x biết: $\frac{x}{3} + \frac{x}{7} = -\frac{x}{7}$

A. $\frac{-100}{147}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{-8}{15}$

Câu 5. Cho dãy tỉ số bằng nhau $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$ và

biểu thức $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$. Giá trị của biểu thức M là:

A. 4

B. -4

C. 4 hoặc -4

D. 16

Câu 6. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 5$

A. (-2; 1)

B. (2; -1)

C. (-2; -1)

D. (2; -1)

Câu 7. Nếu x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ là 2, y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là -2 thì z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là:

A. 2

B. -4

C. $-\frac{1}{4}$

D. -2

Câu 8. Cho đa thức $f(x) = (2x^2 + x - 3)^{2021} \cdot (2x^2 + 3x + 4)^{2022}$. Sau khi thu gọn thì tổng các hệ số của $f(x)$ bằng:

A. -1

B. 1

C. 0

D. 9

Câu 9. Cho $a - b = 7$ và $a \neq -3,5, b \neq 3,5$. Giá trị của biểu thức $\frac{3a-b}{2a+7} + \frac{3b-a}{2b-7}$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 10. Biết (x, y) là cặp số thỏa mãn $(-2x - 5)^{2022} + |3y + 4| \leq 0$. Khi đó $2x + 3y$ bằng

A. -1

B. 1

C. 9

D. -9

Câu 11. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác, trong đó $AB = 35\text{km}$, $BC = 85\text{km}$. Hỏi cần đặt ở A máy phát sóng có bán kính là số tự nhiên tối thiểu bằng bao nhiêu thì ở C có thể nhận được tín hiệu

A. 50km

B. 51km

C. 120km

D. 119km

Câu 12. Số tự nhiên n để phân số $\frac{2n-8}{n-3}$ có giá trị nhỏ nhất là

A. $n = 1$.

B. $n = 3$.

C. $n = 2$.

D. $n = 4$.

Câu 13. Gọi x là nghiệm duy nhất của phương trình $\frac{x-2}{2020} + \frac{x-1}{2021} = \frac{x}{2022} + \frac{x+1}{2023}$. Khi đó giá trị của x bằng:

A. -2022.

B. 4.

C. 2022.

D. 0.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định với mọi $x>1$. Biết $f(n)=(n-1).f(n-1)$ và $f(1)=1$. Giá trị của $f(5)$ là:
A. 10 B. 24 C. 6 D. 16

Câu 15. Biết kết quả của phép tính $\overline{0,a(b)} + \overline{0,b(a)}$ là:

- A. 2 B. 1 C. 0,5 D. 1,5

Câu 16. Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 20^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Số đo của góc BDC là

- A. 50° B. 70° C. 30° D. 80°

Câu 17.

Cho $(a+b)^2 + 5ab = 45$. Giá trị lớn nhất của $x = ab$ là:

- A. 6 B. 9 C. 45 D. 8

Câu 18. Bậc của đa thức $A = 5x^{2022} - 2x^2y^3 + xy^2 - 5x^{2022} + x^0 - 1$ là

- A. 2022 B. 6 C. 7 D. 4

Câu 19.

Câu 8. Nếu $\sqrt{x+1} = 3$ thì x^2 bằng :

- A. 8 B. 16 C. 64 D. 2

Câu 20. Cho tam giác ABC có $\angle A = \angle B = 60^\circ$. Tính các góc của tam giác ABC

- A. $\angle A = 120^\circ, \angle B = 40^\circ, \angle C = 20^\circ$ B. $\angle A = 120^\circ, \angle B = 40^\circ, \angle C = 20^\circ$
C. $\angle A = 60^\circ, \angle B = 30^\circ, \angle C = 90^\circ$ D. $\angle A = 40^\circ, \angle B = 120^\circ, \angle C = 20^\circ$

B. TỰ LUẬN (14 điểm)- Thời gian làm 80 phút

Bài 1. (4.0 điểm)

$$A = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

1. Rút gọn:

2. Cho: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d} \right)^3 = \frac{a}{d}$.

Bài 2. (5.0 điểm)

1. Tìm GTNN của biểu thức $A = |x-2020| + |x-2021| + |x-2022|$

2. Cho biểu thức $A = \frac{n-3}{2n+1}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của của A

b. Tìm n để A nhận giá trị nguyên.

Bài 3. (4.0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ; K là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia KA lấy D , sao cho $KD = KA$.

1. Chứng minh: $CD \parallel AB$.

2. Gọi H là trung điểm của AC. Kẻ BH cắt AD tại M, DH cắt BC tại N. Chứng minh: $\triangle HMN$ cân.

Bài 4. (1.0 điểm)

Cho biết $xyz=1$. Tính giá trị $A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$

----- **Hết** -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

UBND HUYỆN TIỀN DU

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NĂM HỌC: 2022 - 2023

Môn thi: **TOÁN 7**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 22/2/2023

I. PHẦN CHUNG

Câu 1 (4,5 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

d) $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-3} + \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{-5} + \frac{1}{-5} \cdot \frac{1}{6}$

e) $B = 3\sqrt{(-5)^2} - 0,5 \cdot 0, (3) \cdot \sqrt{9} + \left| -\frac{2^2}{3} \right| : \left(-1\frac{1}{3} \right)$

f) $C = \frac{(-2)^5 \cdot 6^4 + 9^2 \cdot 8^4}{(-12)^4}$

Câu 2 (3,0 điểm) Tìm x biết:

c) $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = -\frac{2}{3}$

d) $\frac{1-x}{-9} = \frac{-25}{1-x}$

Câu 3 (2,0 điểm) Cho các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{uv}{bc} = \frac{v}{c} (c \neq 0)$.

Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.

Câu 4 (6,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

- i) Chứng minh rằng $BI = ID$.
 j) Tia DI cắt tia AB tại điểm E . Chứng minh rằng $\triangle IBE = \triangle IDC$. Từ đó suy ra $BD \parallel CE$.
 k) Gọi H là trung điểm của EC . Chứng minh $AH \perp BD$.
 l) Cho $\angle ABC = 2\angle ACB$. Chứng minh $AB + BI = AC$.

II. PHẦN RIÊNG

Thí sinh lựa chọn làm một (chỉ một) câu trong hai câu sau:

Câu 5a (4,0 điểm)

1) Cho $A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{50}$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên m và n thỏa mãn $2^m + 2021 = |n - 2020| + |n - 2022|$.

Câu 5b (4,0 điểm)

3) Cho $A = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^9} + \frac{100}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{7}{36}$.

4) Tìm tất cả các số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ và b (n là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

v) $b > a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1$.

vi) $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(1 - \frac{1}{a_2}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2\left(1 - \frac{1}{b}\right)$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh : Số báo danh

UBND HUYỆN TIỀN DU

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHÒNG GD & ĐT

ĐỀ CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2022 – 2023

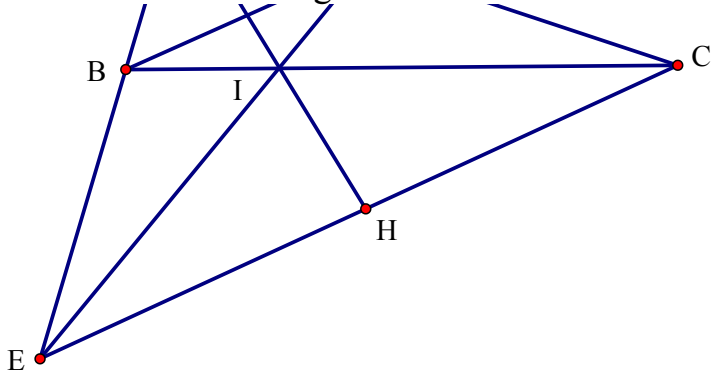
Môn: Toán - Lớp 7

Câu	Đáp án	Điểm
1.a (1,5 điểm)		

	$= -\left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6}\right)$ $= -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)$ $= -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$ $= -\frac{1}{3}$	0,5
		0,5
		0,5
1.b (1,5 điểm)		
	$= 3 \cdot 5 - \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{-3}{4}$ $= 15 - \frac{1}{2} - 1$ $= \frac{27}{2}$	0,75
		0,5
		0,25
1.c (1,5 điểm)		

	$= \frac{-2^5 \cdot 2^4 \cdot 3^4 + 2^{12} \cdot 3^4}{(2^2 \cdot 3)^4}$ $= \frac{-2^9 \cdot 3^4 + 2^{12} \cdot 3^4}{2^8 \cdot 3^4}$ $= \frac{2^9 \cdot 3^4 (-1 + 2^3)}{2^8 \cdot 3^4}$ $= 14.$	0,5
		0,5
		0,5
2.a (1,5 điểm)		
	$\frac{1}{3} : 2x - 1 = 1$ $ 2x - 1 = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = \frac{1}{3} \\ 2x - 1 = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$	0,25
		0,25
		0,25

		0,5
	$x \in \left\{ \frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right\}.$ Vậy	0,25
2.b (1,5 điểm)		
	$\Rightarrow (1-x)(1-x) = (-9) \cdot (-25)$ $\Rightarrow (1-x)^2 = 225$ $\Rightarrow \begin{cases} 1-x=15 \\ 1-x=-15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-14 \\ x=16 \end{cases}$	0,5
		0,25
	$x \in \{-14; 16\}.$ Vậy	0,5
		0,25
3. (2,0 điểm)		
	Cho các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{a}{c} (c \neq 0)$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.	
	+ Với các số có hai chữ số $\overline{ab}; \overline{bc}$ thỏa mãn $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{a}{c} (c \neq 0)$. Ta có: $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{10a+b}{10b+c} \Rightarrow \frac{10a+b}{10b+c} = \frac{b}{c}.$	
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau được: $\frac{10a+b}{10b+c} = \frac{b}{c} = \frac{10a+b-b}{10b+c-c} = \frac{10a}{10b} = \frac{a}{b}.$	0,25
	Từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c}.$	
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau được: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$	0,5
		0,5

		0,5
	Vậy $\frac{a+b}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$.	0,25
4.1 (2,0 điểm)		
	<p>Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.</p> <p>a) Chứng minh rằng $BI = ID$.</p> <p>b) Tia DI cắt tia AB tại điểm E. Chứng minh rằng $\angle IBE = \angle IDC$. Từ đó suy ra $BD \parallel CE$.</p> <p>c) Gọi H là trung điểm của EC. Chứng minh $AH \perp BD$.</p> <p>d) Cho $\angle ABC = 2\angle ACB$. Chứng minh $AB + BI = AC$.</p>  <p>Vẽ hình đúng, ghi GT- KL đủ</p>	
	+ Chứng minh $\angle ABI = \angle ADI$ (c.g.c)	0,5
	$\Rightarrow BI = ID$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
4.2 (1,5 điểm)		
	+ $\angle ABI = \angle ADI$ (cmt) $\Rightarrow \angle ABI = \angle ADI$	0,25
	<p>Mà $\angle ABI + \angle IBE = 180^\circ$; $\angle ADI + \angle IDC = 180^\circ$ (kề bù)</p> <p>$\Rightarrow \angle IBE = \angle IDC$</p>	0,25

Chứng minh $\triangle IBE = \triangle IDC$ (g.c.g)	0,25
+ $IB = ID$ (cmt) $\Rightarrow \triangle IBD$ cân tại I $\Rightarrow \angle IBD = \frac{180^\circ - \angle BID}{2}$	0,25
$\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow IE = IC \Rightarrow \triangle ICE$ cân tại I $\Rightarrow \angle ICE = \frac{180^\circ - \angle CIE}{2}$	0,25
Mà $\angle BID = \angle CIE$ (đối đỉnh) nên $\angle IBD = \angle ICE$ mà hai góc này so le trong nên $BD \parallel CE$.	0,25

4.3 (1,5 điểm)

+ $\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow BE = DC$. Mà $AB = AD \Rightarrow AB + BE = AD + DC \Rightarrow AE = AC$.	0,25
Chứng minh $\triangle AEH = \triangle ACH$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle AHE = \angle AHC$.	0,5
Mà $\angle AHE + \angle AHC = 180^\circ$ (kề bù)	0,5
$\Rightarrow \angle AHE = 90^\circ \Rightarrow AH \perp EC$	0,25
Lại có $EC \parallel BD$ (cmt) $\Rightarrow AH \perp BD$.	

4.4 (1,5 điểm)

+ Có $\angle ABC = 2\angle ACB$ hay $\angle ABI = 2\angle DCI$, mà $\angle ABI = \angle ADI$ (cmt) $\Rightarrow \angle ADI = 2\angle DCI$ (1)	0,5
+ Lại có $\angle ADI$ là góc ngoài tại D của $\triangle DIC \Rightarrow \angle ADI = \angle DCI + \angle DIC$ (2)	0,5
+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle DCI = \angle DIC \Rightarrow \triangle DIC$ cân tại D $\Rightarrow DI = DC$	0,5
Mà $DI = BI$, $AB = AD$ nên $AB + BI = AD + DC = AC$ (đpcm)	

5.1 bảng A (2,0 điểm)

a) Cho $A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{50}$.	
$A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \frac{1}{7^6} - \frac{1}{7^8} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$	
Ta có:	

5.1 bảng B (2,0 điểm)

Cho $A = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{99}} + \frac{100}{7^{100}}$. Chứng minh rằng $A < \frac{7}{36}$.

$$\begin{aligned}
 &= 1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{4}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{98}} + \frac{100}{7^{99}} \\
 \Rightarrow 7A - A &= \left(1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{4}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{98}} + \frac{100}{7^{99}} \right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{99}{7^{99}} + \frac{100}{7^{100}} \right) \\
 \Rightarrow 6A &= 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} + \frac{1}{7^{99}} - \frac{100}{7^{100}}
 \end{aligned}$$

0,75

Đặt $B = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} + \frac{1}{7^{99}}$

$$\begin{aligned}
 &= 7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} \\
 \Rightarrow 7B - B &= \left(7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} \right) - \left(1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{98}} + \frac{1}{7^{99}} \right) \\
 \Rightarrow 6B &= 7 - \frac{1}{7^{99}} < 7 \\
 \Rightarrow B &< \frac{7}{6}
 \end{aligned}$$

Lại có:

	$0A = B - \frac{1}{7^{100}} < B \Rightarrow 0A < \frac{1}{6} \Rightarrow A < \frac{1}{36}.$	0,75
		0,5
5.2 bảng B (2,0 điểm)		
	<p>Tìm tất cả các số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ và b (n là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:</p> <p>i) $b > a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1.$</p> <p>ii) $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2\left(1 - \frac{1}{b}\right).$</p>	
	<p>Vì $a_1, a_2, \dots, a_n$ và b là các số nguyên dương (n là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn</p> $b > a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1 \Rightarrow b \geq 3 \Rightarrow \frac{1}{b} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 1 - \frac{1}{b} \geq 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2\left(1 - \frac{1}{b}\right) \geq \frac{4}{3} (*)$	0,75
	<p>Lại có:</p> $a_1 > a_2 > \dots > a_n > 1$ $\Rightarrow 0 < \frac{1}{a_1} < \frac{1}{a_2} < \dots < \frac{1}{a_n} < 1$ $\Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 - \frac{1}{a_2} < 1 \\ \dots \\ 0 < 1 - \frac{1}{a_n} < 1 \end{cases} \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) < 1 (**)$	0,25
	<p>Từ (*) và (**) suy ra điều mâu thuẫn với</p> $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right)\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2\left(1 - \frac{1}{b}\right).$	

	Vậy ko tồn tại các số nguyên dương thỏa mãn bài ra.	0,75
		0,25

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.
2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.
3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----Hết-----

UBND HUYỆN HIỆP HÒA

ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LẦN 2**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****NĂM HỌC 2022 - 2023****ĐỀ CHÍNH THỨC****MÔN: TOÁN 7****Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)****Câu 1 (5,0 điểm):**

1) Thực hiện phép tính: $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

2) Rút gọn biểu thức:

3) Tìm x biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

Câu 2 (4,0 điểm):

- 1) Cho a, b, c là ba số khác 0 thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.
- 2) Cho $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$. Chứng minh rằng $A < \frac{25}{36}$.

Câu 3 (4,0 điểm):

- 1) Tìm số nguyên a để $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1$.
- 2) Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$.

Câu 4 (6,0 điểm):

- 1) Cho tam giác ABC có M là trung điểm của cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$.
- a) Chứng minh $AC \parallel BE$.
- b) Gọi I là một điểm trên đoạn thẳng AC , K là một điểm trên đoạn thẳng EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.
- 2) Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 20^\circ$. Vẽ tam giác đều BCD sao cho điểm D nằm trong tam giác ABC . Tia phân giác của $\widehat{ABD}$ cắt AC tại M . Chứng minh $AM = BC$.

Câu 5 (1,0 điểm):

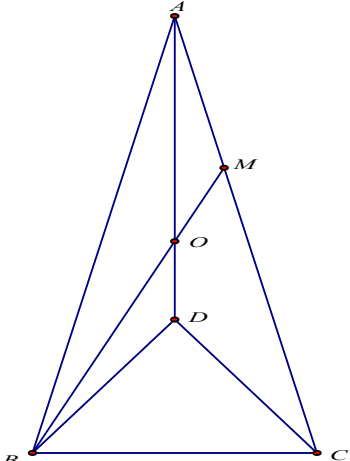
Cho $xyz = 1$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$.

.....Đề gồm 01 trang.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5,0 điểm)	<p>1) $\left[6.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3.\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$</p> $= \left[6.\frac{1}{9} + 1 + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right)$ $= \left[\frac{2}{3} + 2 \right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$ $= \left[\frac{2}{3} + \frac{6}{3} \right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$ $= \frac{8}{3} : \frac{-4}{3} = -2$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>2) $A = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$</p> $= \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.7^3.2^3}$ $= \frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^6} - \frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+2^3)}$ $= \frac{2^{12}.3^4.2}{2^{12}.3^6} - \frac{5^{10}.7^3(-6)}{5^9.7^3.9}$ $= \frac{2}{3^2} - \frac{5.(-6)}{9} = \frac{2}{9} - \frac{-30}{9} = \frac{32}{9}$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>3) $\left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right$</p> $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{16}{5} + \frac{2}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{14}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$	<p>0,5</p>

	$\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = \frac{14}{5} - \frac{4}{5} \Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2$ $\Rightarrow x - \frac{1}{3} = 2 \quad \text{hoặc} \quad x - \frac{1}{3} = -2$ $\Rightarrow x = 2 + \frac{1}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = -2 + \frac{1}{3}$ $\Rightarrow x = \frac{7}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = -\frac{5}{3}$ <p>Vậy $x \in \left\{ \frac{7}{3}; -\frac{5}{3} \right\}$</p>	0,5
		0,5
Câu 2 (4,0 điểm)	<p>1) Ta có $b^2 = ac \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{c} \quad (1)$</p> <p>Mặt khác, từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \left(\frac{b}{c} \right)^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2}$</p> <p>Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c} \quad (\text{đpcm})$</p>	0,5
		0,5
		0,5
		0,5
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{999.1000}$ $A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1000}$ $A < \frac{25}{36} - \frac{1}{1000} < \frac{25}{36}$	0,5

	Vậy $A < \frac{25}{36}$	0,75
		0,25
Câu 3 (4,0 điểm)	1) Ta có : $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1 \Rightarrow [a(a+1)+3] : (a+1)$ (1) Vì a là số nguyên nên $a(a+1) : (a+1)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $3 : (a+1)$ hay $a+1$ là các ước của 3 Do đó $a+1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ Vậy $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ là các giá trị nguyên cần tìm.	0,5 0,5 0,5 0,5
	2) Từ $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$ (1) + Nếu x chia hết cho 3 mà x là số nguyên tố nên $x = 3$ Thay $x = 3$ vào (1) ta được: $2y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = 2$ (vì y là số nguyên tố) + Nếu x không chia hết cho 3 thì x^2 chia cho 3 dư 1 nên $x^2 - 1$ chia hết cho 3. Do đó từ (1) suy ra $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2; 3) = 1$ nên $y^2 : 3 \Rightarrow y : 3 \Rightarrow y = 3$ (vì y là số nguyên tố) Thay $y = 3$ vào (1) ta được $x^2 - 1 = 18 \Rightarrow x^2 = 19 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$ (loại) Vậy có duy nhất cặp số nguyên tố (x, y) thỏa mãn đề bài là $(3; 2)$.	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4 (6,0 điểm)		

	<p>a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có:</p> <p>$MC = MB$ (gt), $\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (hai góc đối đỉnh), $MA = ME$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BEM}$ (hai góc tương ứng)</p> <p>Mà $\widehat{CAM}$ và $\widehat{BEM}$ là hai góc so le trong nên $AC \parallel BE$ (đpcm).</p>	<p>1,5</p> <p>0,5</p>
	<p>b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có:</p> <p>$AI = EK$ (gt), $\widehat{IAM} = \widehat{KEM}$ (theo ý a), $MA = ME$ (gt)</p> <p>$\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AMI} = \widehat{EMK}$ (hai góc tương ứng) (1)</p> <p>Mà $\widehat{AMK} + \widehat{EMK} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMK} + \widehat{IMA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{IMK} = 180^\circ$</p> <p>Hay ba điểm I, M, K thẳng hàng (đpcm).</p>	<p>1,0</p> <p>1,0</p>
		
	<p>2) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$</p> <p>Do đó $\widehat{DAB} = 20^\circ : 2 = 10^\circ$</p> <p>+ $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\widehat{BAC} = 20^\circ$ (gt) nên $\widehat{ABC} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$</p> <p>+ $\triangle BCD$ là tam giác đều nên $\widehat{DBC} = 60^\circ$</p> <p>+ Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\widehat{ABD} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.</p> <p>+ Tia BM là phân giác của $\widehat{ABD}$ nên $\widehat{ABM} = 10^\circ$</p> <p>+ Xét tam giác ABM và BAD có:</p> <p>AB cạnh chung ; $\widehat{BAM} = \widehat{ABD} = 20^\circ$; $\widehat{ABM} = \widehat{DAB} = 10^\circ$</p> <p>Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)</p> <p>suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (tam giác ABC đều) nên $AM = BC$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

		0,5
		0,5
Câu 5 (1,0 điểm)	$= \frac{1}{z(xy+x+1)} + \frac{1}{xz(yz+y+1)} + \frac{1}{xz+z+1}$ $= \frac{xz}{xz+z+1} + \frac{1}{xz+z+1} + \frac{z}{xz+z+1}$ $= \frac{xz+z+1}{xz+z+1} = 1$ <p>Vậy A=1</p>	0,5
		0,5

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LỤC NGẠN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2021 - 2022**

MÔN THI: TOÁN – LỚP 7 (BẢNG B)

Ngày thi: 10/3/2022

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi gồm có 1 trang)

Câu 1 (6,0 điểm).

$$A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{\frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5}}{0,8 - \frac{8}{12} + \frac{8}{5}}$$

1) Tính

2) Tìm x biết: $\left| x - \frac{2}{5} \right| = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$.

3) Tìm các số x, y, z biết rằng $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}; \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $2x - 3y + z = 6$.

Câu 2 (4,0 điểm).

1) Tính giá trị của $K = 10x - 10y + 3x^2y(x-y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023} \right)^0$, biết $x - y = 0$.

- 2) Ba lớp 7A, 7B, 7C ở trường H có tất cả 147 học sinh. Nếu đưa $\frac{1}{3}$ số học sinh của lớp 7A, $\frac{1}{4}$ số học sinh của lớp 7B và $\frac{1}{5}$ số học sinh của lớp 7C đi thi học sinh giỏi cấp huyện thì số học sinh còn lại của ba lớp bằng nhau. Tính số học sinh của mỗi lớp 7 ở trường H.

Câu 3 (3,0 điểm).

- 1) Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$, biết: $xy + 3x - 2y = 11$.
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |x - 2019| + |x - 2020| + |x - 2021|$.

Câu 4 (6,0 điểm).

- 1) Cho $\triangle ABC$ cân tại A ($\angle A > 90^\circ$), trên cạnh BC lấy hai điểm D và E sao cho $BD = DE = EC$. Kẻ $BH \perp AD$, $CK \perp AE$ ($H \in AD$, $K \in AE$), BH cắt CK tại G .
- a) Chứng minh: $\triangle ADE$ cân và $BH = CK$.
- b) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh 3 điểm A, M, G thẳng hàng.
- 2) Cho đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ hai tia Ax và By lần lượt vuông góc với AB tại A và B . Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trên tia Ax lấy điểm C và trên tia By lấy điểm D sao cho góc COD bằng 90° . Chứng minh: $AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho $C = \frac{2020}{2019^2 + 1} + \frac{2020}{2019^2 + 2} + \frac{2020}{2019^2 + 3} + \dots + \frac{2020}{2019^2 + 2019}$.
Chứng minh rằng giá trị của biểu thức C không phải là số nguyên.

-----Hết-----

PHÒNG GD&ĐT HUYỆN VIỆT YÊN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP
HUYỆN NĂM HỌC 2022-2023

Môn: Toán – Lớp 7

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Thu gọn biểu thức sau $-12u^2(uv)^2 - (-11u^4).(2v)^2$ ta được đơn thức có phần hệ số là:

- A. -32 B. -56 C. 10 D. 32

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có CE và BD là hai đường cao. So sánh $BD + CE$ và $AB + AC$?

A. $BD + CE < AB + AC$ B. $BD + CE > AB + AC$

C. $BD + CE \leq AB + AC$ D. $BD + CE \geq AB + AC$

Câu3: Cho các đa thức $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$; $B = 3x^2 + 2xy + y^2$; $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$. Tính $C - A - B$

A. $8x^2 + 6xy + 2y^2$ B. $-8x^2 + 6xy - 2y^2$

C. $8x^2 - 6xy - 2y^2$ D. $8x^2 - 6xy + 2y^2$

Câu4: Cho ΔABC có CE và BD là hai đường vuông góc ($E \in AB$, $D \in AC$). So sánh $BD + CE$ và $2BC$?

A. $BD + CE > 2BC$ B. $BD + CE < 2BC$

C. $BD + CE \leq 2BC$ D. $BD + CE = 2BC$

Câu5: Cho ΔABC có $AB + AC = 10\text{cm}$, $AC - AB = 4\text{cm}$. So sánh $\overline{B}$ và $\overline{C}$?

A. $\overline{C} < \overline{B}$ B. $\overline{C} > \overline{B}$ C. $\overline{C} = \overline{B}$ D. $\overline{C} \geq \overline{B}$

Câu6: Nam mua 10 quyển vở, mỗi quyển giá x đồng và hai bút bi, mỗi chiếc giá y đồng. Biểu thức biểu thị số tiền Nam phải trả là:

A. $2x - 10y$ (đồng) B. $10x - 2y$ (đồng)

C. $2x + 10y$ (đồng) D. $10x + 2y$ (đồng)

Câu7: Cho góc nhọn $\angle xOy$, trên tia Ox lấy điểm A , trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Đường trung trực của OA và đường trung trực của OB cắt nhau tại I . Khi đó:

A. OI là tia phân giác của $\angle xOy$

B. OI là đường trung trực của đoạn AB

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

Câu8: Cho ΔABC có M là trung điểm BC . So sánh $AB + AC$ và $2AM$.

A. $AB + AC < 2AM$ B. $AB + AC > 2AM$

C. $AB + AC = 2AM$ D. $AB + AC \leq 2AM$.

Câu9: Kết quả sau khi thu gọn đơn thức $6x^2y(-12xy^2)$ là:

A. $-12x^3y^3$ B. $12x^3y^3$ C. $-12x^2y^3$ D. $-12x^2y^2$

Câu10: Biểu thức đại số biểu thị diện tích hình thang có đáy lớn là a , đáy nhỏ là b , đường cao là h như sau :

A. $(a + b)h$ B. $(a - b)h$ C. $12(a - b)h$ D. $12(a + b)h$

Câu11: Thu gọn đơn thức $A = (-13xy)(-3xy^2)(-x)$ ta được kết quả là

A. $A = -xy^3$ B. $A = -x^2y^3$ C. $A = -x^3y^2$ D. $A = x^2y^3$

Câu12: Cho ΔABC cân tại A, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại I. Tia AI cắt BC tại M. Khi đó ΔMED là tam giác gì?

- A. Tam giác cân B. Tam giác vuông cân
C. Tam giác vuông D. Tam giác đều.

Câu13: Cho biểu thức đại số $A = x^2 - 3x + 8$. Giá trị của A tại $x = -2$ là:

- A. 13 B. 18 C. 19 D. 9

Câu14: Tìm đa thức $f(x) = ax + b$. Biết $f(1) = 72$; $f(-1) = -52$

- A. $f(x) = 3x + 12$ B. $f(x) = x + 12$
C. $f(x) = 3x + 72$ D. $f(x) = 2x + 12$

Câu15: Một bể đang chứa 480 lít nước, có một vòi chảy vào mỗi phút chảy được x lít. Cùng lúc đó một vòi khác chảy nước từ bể ra. Mỗi phút lượng nước chảy ra bằng 14 lượng nước chảy vào. Hãy biểu thị lượng nước trong bể sau khi đồng thời mở cả hai vòi trên sau a phút.

- A. $480 + 34ax$ (lít) B. $34ax$ (lít)
C. $480 - 34ax$ (lít) D. $480 + ax$ (lít)

Câu16: Cho ΔABC có cạnh $AB = 1\text{cm}$ và cạnh $BC = 4\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC biết độ dài cạnh AC là một số nguyên.

- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

Câu17: Bậc của đa thức $x^3y^2 - xy^5 + 7xy - 9$ là:

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

Câu18: Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 2x - 18$ tại $|x| = 4$

- A. $B = 54$ B. $B = 70$
C. $B = 54$ hoặc $B = 70$ D. $B = 45$ hoặc $B = 70$

Câu19: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, khi đó $GA + GB + GC$ bằng (làm tròn đến chữ số sau dấu phẩy):

- A. 11,77 cm B. 17,11 cm C. 11,71 cm D. 17,71 cm

Câu20: Viết đơn thức $21x^4y^5z^6$ dưới dạng tích hai đơn thức, trong đó có 1 đơn thức là $3x^2y^2z$

- A. $(3x^2y^2z).(7x^2y^3z^5)$ B. $(3x^2y^2z).(7x^2y^3z^4)$
C. $((3x^2y^2z).(18x^2y^3z^5)$ D. $(3x^2y^2z).(-7x^2y^3z^5)$

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 21: (5 điểm)

3. Rút gọn biểu thức $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$
4. Tìm đa thức M biết: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x-5)^{2022} + (3y+4)^{2020} \leq 0$.

Câu 22: (4 điểm)

3. Tìm x, y, z biết: $\left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|y + \frac{2}{3}\right| + |x^2 + xz| = 0$
4. Chứng minh rằng: Với mọi n nguyên dương thì $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10.

Câu 23: (4 điểm)

Cho $\angle xAy = 60^\circ$ có tia phân giác Az. Từ điểm B trên Ax kẻ BH vuông góc với Ay tại H, kẻ BK vuông góc với Az và Bt song song với Ay, Bt cắt Az tại C. Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M. Chứng minh:

4. K là trung điểm của AC.
5. $\triangle KMC$ là tam giác đều.
6. Cho $BK = 2\text{cm}$. Tính các cạnh $\triangle AKM$.

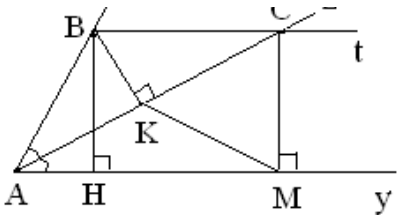
Câu 24: (1 điểm) Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

-----HẾT-----

I. TRẮC NGHIỆM *Hãy khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng:*

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	A	B	B	A	D	C	B	A	D	B	A	B	A	A	D	D	C	D	A

II. TỰ LUẬN

	$= 5(5^n + 1) - 2(2^n + 1)$ $= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 10 \cdot (3^n - 2^{n-1})$ <p>Vì $10 \cdot (3^n - 2^{n-1})$ chia hết cho 10 với mọi n nguyên dương</p> <p>Suy ra điều phải chứng minh.</p>	<p>0,25</p> <p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 23: (4 điểm)</p>	<p>Vẽ hình, GT_KL</p>  <p>a, $\triangle ABC$ cân tại B do $\angle CAB = \angle CBA (= \angle MAC)$ và BK là đường cao $\Rightarrow$ BK là đường trung tuyến</p> <p>$\Rightarrow$ K là trung điểm của AC</p> <p>b, $\triangle ABH = \triangle BAK$ (cạnh huyền + góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow BH = AK$ (hai cạnh t. u) mà $AK = \frac{1}{2} AC$</p> <p>$\Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC$</p> <p>Ta có : $BH = CM$ (t/c cặp đoạn chắn) mà $CK = BH = \frac{1}{2} AC \Rightarrow CM = CK$</p> <p>$\Rightarrow \triangle MKC$ là tam giác cân (1)</p> <p>Mặt khác : $\angle MCB = 90^\circ$ và $\angle ACB = 30^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \angle MCK = 60^\circ$ (2)</p>	<p>0,25</p> <p>1</p> <p>0,25</p>

	<p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta MKC$ là tam giác đều</p> <p>c) Vì ΔABK vuông tại K mà góc $KAB = 30^\circ \Rightarrow AB = 2BK = 2.2 = 4\text{cm}$</p> <p>Vì ΔABK vuông tại K nên theo Pitago ta có:</p> $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$ <p>Mà $KC = \frac{1}{2} AC \Rightarrow KC = AK = \sqrt{12}$</p> <p>$\Delta KCM$ đều $\Rightarrow KC = KM = \sqrt{12}$</p> <p>Theo phần b) $AB = BC = 4$</p> <p>$AH = BK = 2$</p> <p>$HM = BC$ (HBCM là hình chữ nhật)</p> <p>$\Rightarrow AM = AH + HM = 6$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
Câu 24: (1 điểm)	<p>Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 > a + 3 = 5^c$</p> <p>$\Rightarrow 5^b > 5^c \Rightarrow b > c$</p> <p>$\Rightarrow 5^b \vdots 5^c$</p> <p>$\Rightarrow (a^3 + 3a^2 + 5) \vdots (a + 3)$</p> <p>$\Rightarrow a^2(a + 3) + 5 \vdots a + 3$</p> <p>Mà $a^2(a + 3) \vdots a + 3$ [do $(a + 3) \vdots (a + 3)$]</p> <p>$\Rightarrow 5 \vdots a + 3$</p> <p>$\Rightarrow a + 3 \in U(5)$</p> <p>$\Rightarrow a + 3 \in \{\pm 1; \pm 5\} \quad (1)$</p> <p>Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a + 3 \geq 4 \quad (2)$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

	<p>Từ (1) và (2)</p> $\Rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 5 - 3 = 2$	0,5
--	--	-----

Ghi chú: Đáp án chỉ là sơ lược từng bước giải và cách cho điểm từng phần của mỗi

bài. Bài làm của học sinh yêu cầu phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, hình vẽ sai không chấm điểm. Nếu HS giải cách khác đúng thì chấm điểm từng phần tương ứng.

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức:
$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$$

2) Thực hiện phép tính:
$$B = \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{5}{9 \cdot 14} + \frac{5}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{5}{44 \cdot 49}$$

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HUYỆN THANH HÓA

Đề chính thức

ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: Toán 7

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Cho các số $a, b, c, d \neq 0$ thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng tỏ rằng: $\frac{ac}{bd} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$

2) Tìm x biết: $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Câu 3: (2 điểm)

1) Tìm các số x, y nguyên thỏa mãn: $xy - 3x + 2y = 11$.

2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng: $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.

Câu 4: (2 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, $AB = AC$. Gọi M là trung điểm của BC. Qua A vẽ đường thẳng xy song song với BC.

1) Chứng minh: $AM \perp xy$

2) So sánh các cạnh của $\triangle AMB$

3) Gọi O là điểm nằm trong tam giác $\triangle AMC$. Chứng minh $OA + OC < MA + MC$

Câu 5: (1 điểm)

Cho x, y, z không âm thỏa mãn $x + 3z = 2022$ và $x + 2y = 2023$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + z$

Hết

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO

KỲ THI OLYMPIC ĐỢT 1 NĂM HỌC 2022 –
2023

HUYỆN ỨNG HÒA

MÔN: TOÁN – LỚP: 7

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian
làm bài)

Họ và tên học sinh:

Lớp:

Câu 6: (4,5 điểm)

$$A = \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$$

a) Tính giá trị biểu thức

b) Tìm x , biết: $\left(-1\frac{3}{5} + x\right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6}$.

c) Tính giá trị của biểu thức $B = 21x^2y + xy^2$ với x, y thỏa mãn điều kiện:
 $(x-2)^2 + (2y-1)^{2024} \leq 0$.

Câu 7: (5,5 điểm)

a) Tìm các số x, y, z biết $2x = 3y; 4y = 5z$ và $x + y + z = 11$.

b) Cho biểu thức $C = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2022} + 3^{2023}$.

Tìm số tự nhiên n , biết rằng: $2C + 3 = 3^n$.

c) So sánh $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$.

Câu 8: (3,0 điểm) Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tẩy từ thiện, lúc đầu số gói tẩy dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5:6:7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tẩy mà ba lớp đã mua.

Câu 9: (6,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$, vẽ đường phân giác AD . Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.

a) Chứng minh: $BD = DE$.

b) Gọi K là giao điểm của AB và ED . Chứng minh rằng: $\triangle DBK = \triangle DEC$.

c) $\triangle ABC$ cần có thêm điều kiện gì để D cách đều ba cạnh của $\triangle AKC$.

Câu 10: (1,0 điểm) Ông Nam gửi ngân hàng 100 triệu, lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 36 tháng số tiền cả gốc và lãi thu được là bao nhiêu? (Biết nếu tiền lãi không rút ra thì tiền lãi đó sẽ nhập vào vốn để tính lãi cho các kì hạn tiếp theo).

❗ HẾT ❗