

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1 [TD]. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$

B. $F(x) = 2 \ln|2x+1| + C$

C. $F(x) = \ln|2x+1| + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$

Câu 2 [TD]. Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$

C. $\int f(x) dx = 3 \sin 3x + C$

D. $\int f(x) dx = -3 \sin 3x + C$

Câu 3 [TD]. Tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$ bằng

A. $I = 5$

B. $I = 6$

C. $I = 2$

D. $I = 4$

Câu 4 [MH]. Một ô tô đang chạy với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.



A. 20 m

B. 30 m

C. 70 m

D. $69,75 \text{ m}$

Câu 5 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Một vector chỉ phương của d là

A. $\vec{u} = (1; -2; 0)$

B. $\vec{u} = (3; 1; 2)$

C. $\vec{u} = (1; -2; 2)$

D. $\vec{u} = (-1; 2; 2)$

Câu 6 [TD]. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

- A. $\vec{n}_4 = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (-1; 2; 2)$. D. $\vec{n}_3 = (1; 2; -2)$.

Câu 7[TD]. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 5; -7)$ là

- A. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t \end{cases}$.

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

- A. $x^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 9 [TD]. Trong không gian Oxyz. Tính $\cos \alpha$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10 [TD]. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$ B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$
C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$ D. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$

Câu 11[TD]. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

- A. 0,18 . B. 0,42 . C. 0,24 . D. 0,02 .

Câu 12[TD]. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

- A. 0,5. B. 0,6. C. 0,8. D. 0,2.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$; $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$.

a) [TD] Khi $m = 0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

b) [TD] $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$.

c) [GQVĐ] Đường thẳng Δ đi qua gốc toạ độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc α có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

d) [GQVĐ] Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 2. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) [TD] Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) [TD] Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

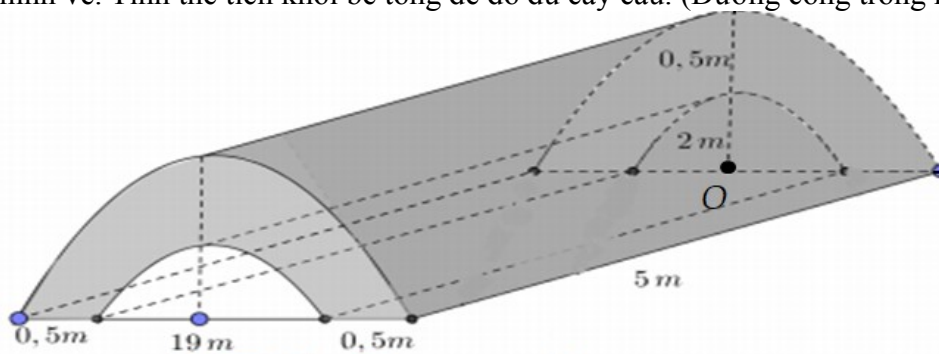
c) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

d) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số là $\frac{7}{16}$.

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1[GQVĐ]: Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác suất người đó trên 50 tuổi.

Câu 2[MH]: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol)



Câu 3[GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

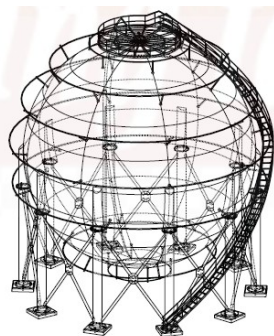
Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian với hệ tọa độ O_{xyz} , cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

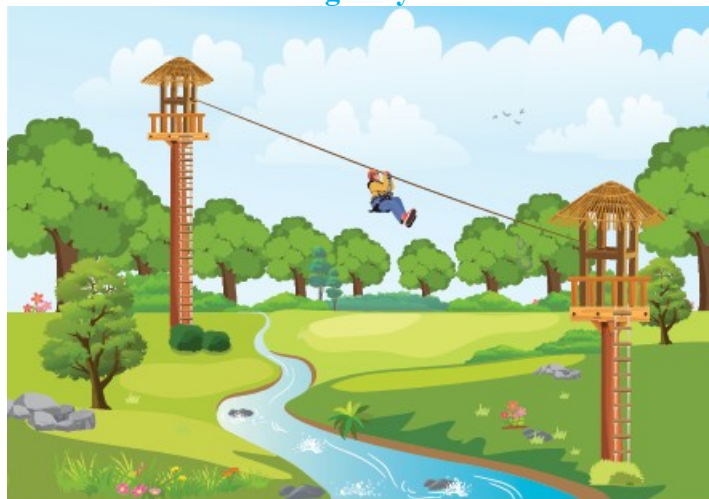
Câu 1[GQVĐ]. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00.

Câu 2 [MH]. Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hoá lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S): (x-12)^2 + (y-12)^2 + (z-12)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng chứa nắp là $(P): z = 16$.



Tính bán kính của nắp (Xem nắp bồn chứa như là hình tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)).

Câu 3 [MH]. Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ O_{xyz} cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3; 2,5; 15)$ và $(21; 27,5; 10)$ (hình vẽ).



Xác định toạ độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

-----Hết-----

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 2

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2
NĂM HỌC 2024 – 2025
MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1 [TD]. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$

B. $F(x) = 2 \ln|2x+1| + C$

C. $F(x) = \ln|2x+1| + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$

Câu 2 [TD]. Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$

C. $\int f(x) dx = 3 \sin 3x + C$

D. $\int f(x) dx = -3 \sin 3x + C$

Câu 3 [TD]. Tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$ bằng

A. $I = 5$. **B.** $I = 6$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^2 (2x+1) dx = \left(2 \cdot \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$$

Ta có:

Câu 4 [MH]. Một ô tô đang chạy với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.



- A. 20 m . B. 30 m . C. 70 m . **D. 69,75 m .**

Lời giải

$$a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C \quad (C \in \mathbb{R})$$

$$\text{Mà } v(0) = C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15$$

$$\text{Vậy } S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75 \text{ (m)}$$

Câu 5 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Một vector chỉ phương của d là

- A.** $\vec{u} = (1; -2; 0)$. **B.** $\vec{u} = (3; 1; 2)$. **C.** $\vec{u} = (1; -2; 2)$. **D.** $\vec{u} = (-1; 2; 2)$.

Câu 6 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3), B(4; 0; 1), C(-10; 5; 3)$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

- A.** $\vec{n}_4 = (1; 2; 2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (1; -2; 2)$. **C.** $\vec{n}_1 = (-1; 2; 2)$. **D.** $\vec{n}_3 = (1; 2; -2)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 2)$

Câu 7 [TD]. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (4; 5; -7)$ là

A. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t \end{cases}$

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$

Câu 9 [TD]. Trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos \alpha$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

A. $-\frac{1}{2}$

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$

Câu 10 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$

B. $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$

D. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$

Câu 11[TD]. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

A. 0,18

B. 0,42

C. 0,24

D. 0,02

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính xác suất có điều kiện ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18$$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có:

$$P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B) \Rightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,6 - 0,18 = 0,42$$

Câu 12[TD]. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

A. 0,5.

B. 0,6.

C. 0,8.

D. 0,2.

Lời giải

Chọn C

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,3} = 0,8.$$

Theo công thức Bayes, ta có

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$; $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$.

a) [TD] Khi $m = 0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

b) [TD] $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$.

c) [GQVĐ] Đường thẳng Δ đi qua gốc toạ độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc α có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

d) [GQVĐ] Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$.

Lời giải

$d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; -2; 2)$

a) Khi $m = 0$, đường thẳng d_2 có vector chỉ phương là $\vec{v} = (1; 1; 0)$

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45° .

Chọn SAI.

b) Trục Ox có vector chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$

$$\cos(d_1, Ox) = |\cos(\vec{u}, \vec{i})| = \frac{1}{3}$$

Chọn SAI.

c) Mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$

Đường thẳng Δ đi qua gốc toạ độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có vector chỉ phương là $\vec{n} = (2; -2; 1)$

$$\cos(d_1, \Delta) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{4}{9}$$

Chọn ĐÚNG.

d) Số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° khi hai đường thẳng vuông góc

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -3 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-3}{2}$$

Khi đó

$$\text{Suy ra } a = -3; b = 2$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = 13$$

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh

50%

số và số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) [TD] Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) [TD] Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

$$\frac{3}{5}$$

c) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là .

d) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh

$$\frac{7}{16}$$

số .

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$60\% \cdot 50 = 30$$

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là

$$50\% \cdot 30 = 15$$

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là

A

c) Gọi là biến cố "viên bi được lấy ra có đánh số"

B

$\bar{B}$

Gọi là biến cố "viên bi được lấy ra có màu đỏ", suy ra là biến cố "viên bi được lấy ra có màu vàng",

$$P(A)$$

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

Lúc này ta đi tính theo công thức:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}; P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}; P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}; P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

Ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

Vậy

A

$\bar{A}$

d) là biến cố "viên bi được lấy ra có đánh số" suy ra là biến cố "viên bi được lấy ra không có

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

đánh số". Ta có:

PHẦN III. Trả lời ngắn

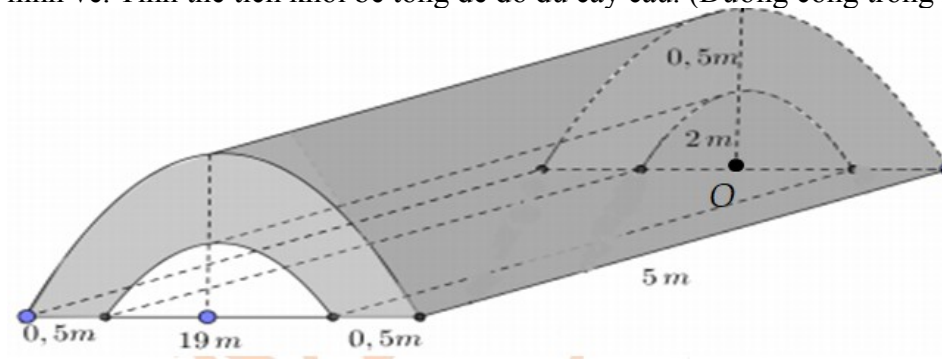
Câu 1[GQVĐ]: Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác suất người đó trên 50 tuổi.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ", B là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô trên 45 tuổi". Ta cần tính $P(B|A)$. Do có 48% người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ nên $P(A) = 0,48$. Do có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 45 tuổi nên $P(AB) = 0,36$. Vậy

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,36}{0,48} = 0,75$$

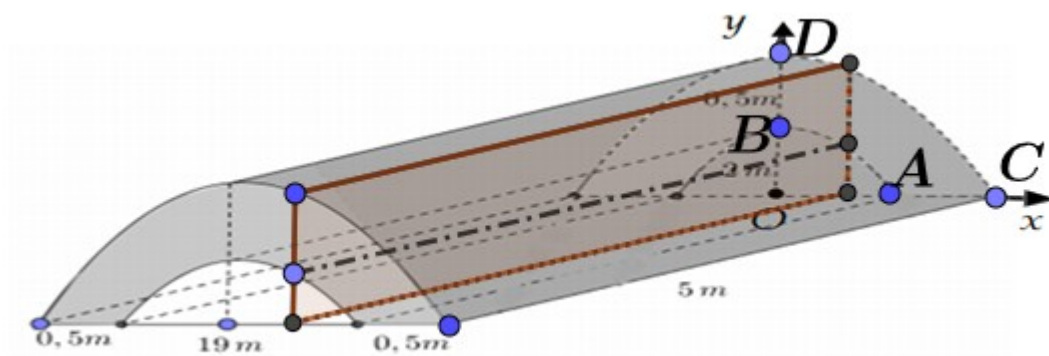
Câu 2[MH]: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol)



Lời giải

Trả lời: 40

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}$$

Gọi mặt phẳng (P) vuông góc với trục Ox , thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) với khối bê tông là hình chữ nhật có chiều dài bằng 5, chiều rộng bằng

$$h(x) = \begin{cases} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) - \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) = \frac{-41}{14440}x^2 + \frac{1}{2} & , \quad -9,5 \leq x \leq 9,5 \\ -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} & , \quad x \in [-10; -9,5] \cup [9,5; 10] \end{cases}$$

Suy ra diện tích thiết diện là

$$S(x) = \begin{cases} 5 \left(\frac{-41}{14440} x^2 + \frac{1}{2} \right) & , \quad -9,5 \leq x \leq 9,5 \\ 5 \left(-\frac{1}{40} x^2 + \frac{5}{2} \right) & , \quad x \in [-10; -9,5] \cup [9,5; 10] \end{cases}$$

$$V = \int_{-10}^{10} S(x) dx$$

Do đó

$$V = \int_{-10}^{-9,5} 5 \cdot \left(-\frac{1}{40} x^2 + \frac{5}{2} \right) dx + \int_{-9,5}^{9,5} 5 \cdot \left(\frac{-41}{14440} x^2 + \frac{1}{2} \right) dx + \int_{9,5}^{10} 5 \cdot \left(-\frac{1}{40} x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = 40$$

Vậy

Câu 3[GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: -12 .

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$, $\vec{n}_{(Q)} = (3; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 27 \\ -3a + 5b + 2c = 27 \\ 3a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 27 \\ c = -45 \end{cases} \text{ . Vậy } S = a + b + c = -12 \text{ .}$$

Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $\vec{n}(1; b; c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

Lời giải

Đáp án: -4

Đường thẳng d_1 và d_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; b; c)$.

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} \vec{u}_1 \perp \vec{n} \\ \left| \frac{\vec{u}_2 \cdot \vec{n}}{|\vec{u}_2| \cdot |\vec{n}|} \right| = \sin 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0 \\ \left| \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot b + (-1) \cdot c}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + b^2 + c^2}} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-2b-c=0 \\ |1-c|=\sqrt{1+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+c=2 \\ (1-c)^2=1+b^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+c=2 \\ b^2+2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-2 \end{cases}$$

Vậy $b.c = -4$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1[GQVĐ]. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6 ; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7 . Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00.

Lời giải

Trả lời: $\frac{24}{31}$

Gọi A là biến cố: "Học sinh đó chọn tổ hợp A00 "; B là biến cố: "Học sinh đó đỗ đại học".

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

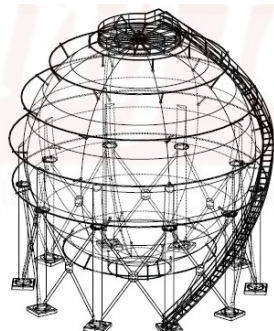
$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6$$

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp

$$A00 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,8 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,7} = \frac{24}{31}$$

Câu 2 [MH]. Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hoá lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S): (x-12)^2 + (y-12)^2 + (z-12)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng chứa nắp là $(P): z = 16$.



Tính bán kính của nắp (Xem nắp bồn chứa như là hình tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)).

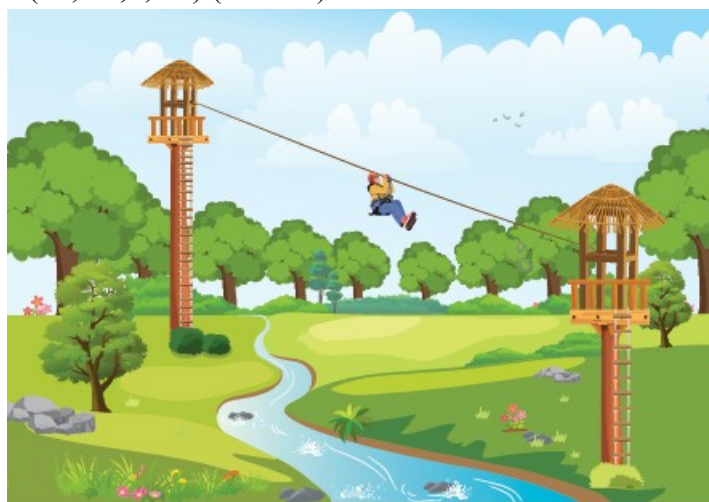
Mặt cầu (S) có tâm $I(12;12;12)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi r là bán kính của nắp.

Khoảng cách từ tâm I của bồn chứa đến mặt phẳng (P) là $d = d(I; (P)) = 4$.

Ta có: $R^2 = r^2 + d^2 \Leftrightarrow r^2 = 25 - 16 = 9 \Leftrightarrow r = 3$.

Câu 3 [MH]. Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ Oxyz cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3; 2,5; 15)$ và $(21; 27,5; 10)$ (hình vẽ).



Xác định tọa độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

Giải:

Ta có: Phương trình đường thẳng d chứa đường trượt zipline đi qua điểm $A(3; 2,5; 15)$ và có

$$d: \begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 25t, t \in \mathbb{R} \\ z = 15 - 5t \end{cases}$$

VTCP là $\overrightarrow{AB} = (18; 25; -5)$. Suy ra

Khi du khách ở độ cao 12 mét, suy ra $z = 12 \Leftrightarrow 15 - 5t = 12 \Leftrightarrow t = 0,6$

Tọa độ du khách là $M(13,8; 17,5; 12)$

-----Hết-----

ĐỀ 2

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = x^5$

- A. $y = x^6$ B. $y = 5x^4$ C. $y = \frac{x^6}{6}$ D. $y = 6x^5$

Câu 2. Cho số thực $\alpha \neq -1$. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = x^\alpha$

- A. $y = x^{\alpha+1}$ B. $y = (\alpha+1)x^{\alpha+1}$ C. $y = \frac{x^\alpha}{\alpha+1}$ D. $y = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int_3^5 f(x)dx = 2$. Biểu thức $\int_5^3 f(x)dx$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. -2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 4. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15(m/s)$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t(m/s^2)$. Quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc là

- A. 67,25m. B. 68,25m. C. 69,75m. D. 70,25m.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$. D. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(3; -2; -1)$ có phương trình là

- A. $3x - 2y - z - 4 = 0$. B. $3x - 2y - z = 0$.
C. $3x - 2y - z + 4 = 0$. D. $x + 2y + 3z + 4 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; -2; 1)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 8.. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; -3)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-3}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

Câu 9 . Trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos in$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt

là $d_1 : \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10 . Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(5; -6; 7)$ bán kính 4 là

- A. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z+7)^2 = 16$. B. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z+7)^2 = 4$.
C. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z-7)^2 = 4$. D. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z-7)^2 = 16$.

Câu 11 . Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,8$ và $P(AB) = 0,4$. Xác suất của B với điều kiện A là

- A. 0,5. B. 0,8. C. $\frac{5}{8}$. D. 1.

Câu 12. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,3$; $P(\bar{A}B) = 0,2$. Xác suất của A với điều kiện $\bar{B}$ là

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$, $(Q): 4x - 2y + 2z + 3 = 0$.

a). $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

b). $(P) \parallel (Q)$.

c). Điểm $I\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$ không thuộc (Q) .

d). Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Câu 2 . Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-2}{2} = \frac{y+8}{3} = \frac{z-7}{6}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 2025 = 0$.

a). $\vec{u} = (2; 6; 3)$ là một vector chỉ phương của Δ .

b). $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

c). $\vec{u} \cdot \vec{n} = 20$ với $\vec{u} = (2; 6; 3)$ là một vector chỉ phương của Δ .

d). Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 72° .

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Bạn Cường lấy ra đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để tích hai số ghi trên hai thẻ chia hết cho 6 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Bạn Thủy lần lượt bỏ một cách ngẫu nhiên 8 viên bi cùng loại vào 3 chiếc hộp màu xanh, đỏ, vàng. Mỗi hộp có thể chứa từ 0 đến 8 viên bi. Tính xác suất của biến cố có một hộp chứa 4 viên bi, hai hộp còn lại, mỗi hộp chứa 2 viên bi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

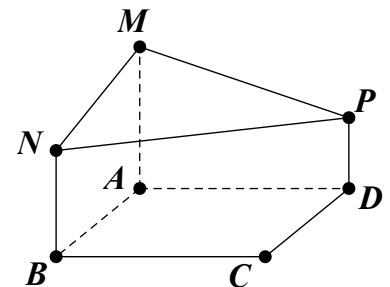
Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, góc giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$ là n° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P_1): x+y-z=0$, $(P_2): x+2y-2z-3=0$ là n° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1. Bạn Duy xếp 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ vào 3 chiếc hộp một cách ngẫu nhiên sao cho mỗi hộp có đúng 3 viên bi. Tính xác suất để hộp nào cũng có bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $6m$; AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM = 4m$, $BN = 3m$, $CP = 2m$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là n° với n là số nguyên dương. Giá trị của n là bao nhiêu?



Câu 3. BLOK là một phần mềm phát hiện và chặn các trang web có chứa mã độc. Nếu một trang web có mã độc, BLOK sẽ bật cảnh báo với xác suất 0,99. Ngược lại, nếu một trang web không có mã độc, BLOK có thể bật cảnh báo với xác suất 0,001. Thống kê trong các trang web bị cảnh báo, có 66% thực

sự chứa mã độc. Xác suất một trang web có chứa mã độc là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương, $b < 650$. Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

-----Hết-----

LỜI GIẢI ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 2 – TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = x^5$

- A. $y = x^6$ B. $y = 5x^4$ C. $y = \frac{x^6}{6}$ D. $y = 6x^5$

Câu 2. Cho số thực $\alpha \neq -1$. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = x^\alpha$

- A. $y = x^{\alpha+1}$ B. $y = (\alpha+1)x^{\alpha+1}$ C. $y = \frac{x^\alpha}{\alpha+1}$ D. $y = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int_3^5 f(x) dx = 2$. Biểu thức $\int_5^3 f(x) dx$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. -2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 4. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15(m/s)$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t(m/s^2)$. Quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc là

- A. 67,25m. B. 68,25m. C. 69,75m. D. 70,25m.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$ B. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$ C. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$ D. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(3; -2; -1)$ có phương trình là

- A. $3x - 2y - z - 4 = 0$. B. $3x - 2y - z = 0$.
C. $3x - 2y - z + 4 = 0$. D. $x + 2y + 3z + 4 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; -2; 1)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 8.. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z - 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; -3)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-3}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos \alpha$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt

là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}, d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}.$

- A. $-\frac{1}{2}.$ B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}.$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(5; -6; 7)$ bán kính 4 là

- A. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z+7)^2 = 16$ B. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z+7)^2 = 4$
C. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z-7)^2 = 4$ D. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z-7)^2 = 16$

Câu 11. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,5; P(B) = 0,8$ và $P(AB) = 0,4$. Xác suất của B với điều kiện A là

- A. 0,5. B. 0,8. C. $\frac{5}{8}.$ D. 1.

Câu 12. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,3; P(\bar{A}B) = 0,2$. Xác suất của A với điều kiện $\bar{B}$ là

- A. $\frac{2}{7}.$ B. $\frac{2}{3}.$ C. $\frac{5}{7}.$ D. $\frac{4}{7}.$

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$, $(Q): 4x - 2y + 2z + 3 = 0$.

a). $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

b). $(P) \parallel (Q)$.

c). Điểm $I\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$ không thuộc (Q) .

d). Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+8}{3} = \frac{z-7}{6}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 2025 = 0$.

a). $\vec{u} = (2; 6; 3)$ là một vector chỉ phương của Δ .

b). $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

c). $\vec{u} \cdot \vec{n} = 20$ với $\vec{u} = (2; 6; 3)$ là một vector chỉ phương của Δ .

d). Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 72° .

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Bạn Cường lấy ra đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để tích hai số ghi trên hai thẻ chia hết cho 6 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

0,38

Đáp số:

Lời giải: Gọi A là biến cố tích hai số ghi trên hai thẻ chia hết cho 2 và B là biến cố tích hai số ghi trên hai thẻ chia hết cho 3.

Ta có $P(\bar{A}) = \frac{2}{9}$; $P(\bar{B}) = \frac{7}{15}$ và $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{15}$. Do đó xác suất để tích hai số ghi trên hai thẻ chia hết cho 6 là

$$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(\bar{A}) - P(\bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

$$= 1 - \frac{2}{9} - \frac{7}{15} + \frac{1}{15} = \frac{17}{45} \approx 0,38$$

Câu 2. Bạn Thủy lần lượt bỏ một cách ngẫu nhiên 8 viên bi cùng loại vào 3 chiếc hộp màu xanh, đỏ, vàng. Mỗi hộp có thể chứa từ 0 đến 8 viên bi. Tính xác suất của biến cố có một hộp chứa 4 viên bi, hai hộp còn lại, mỗi hộp chứa 2 viên bi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp số: 0,20

Lời giải:

Số cách xếp 8 viên bi vào 3 chiếc hộp là 3^8 .

Số cách xếp bi vào hộp sao cho có một hộp chứa 4 viên bi, hai hộp còn lại, mỗi hộp chứa 2 viên bi là $3C_8^4C_4^2$.

Xác suất phải tìm là $\frac{3C_8^4C_4^2}{3^8} = \frac{140}{729} \approx 0,20$.

Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ O_{xyz} , góc giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$ là n° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

Đáp số: 79.

Lời giải:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-2)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \Rightarrow ((P_1), (P_2)) \approx 79^\circ.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ O_{xyz} , góc giữa hai mặt phẳng $(P_1): x+y-z=0$, $(P_2): x+2y-2z-3=0$ là n° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?

Đáp số: 10.

Lời giải:

$$\sin((\Delta), (P)) = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{6}.$$

Suy ra $((\Delta), (P)) = 10^\circ$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1. Bạn Duy xếp 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ vào 3 chiếc hộp một cách ngẫu nhiên sao cho mỗi hộp có đúng 3 viên bi. Tính xác suất để hộp nào cũng có bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

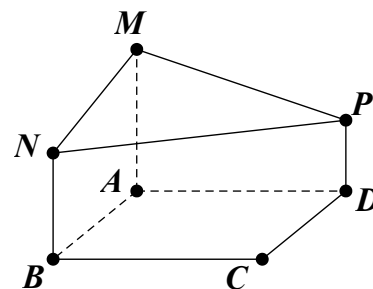
Lời giải:

Số cách xếp 9 viên bi vào 3 hộp sao cho hộp nào cũng có đúng 3 viên bi là $C_9^3 C_6^3$.

Để hộp nào cũng có bi xanh thì sẽ có 1 hộp chứa 2 viên bi xanh và 2 hộp còn lại mỗi hộp có đúng 1 viên bi xanh. Số cách xếp như vậy là $3C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2$.

Xác suất phải tìm là $\frac{3C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2}{C_9^3 C_6^3} = \frac{9}{14} \approx 0,64$.

Câu 2. Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $6m$; AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM = 4m$, $BN = 3m$, $CP = 2m$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là n° với n là số nguyên dương. Giá trị của n là bao nhiêu?



Lời giải:

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ với đơn vị của mỗi trục là mét,
 $A(0; 0; 0), B(6; 0; 0),$

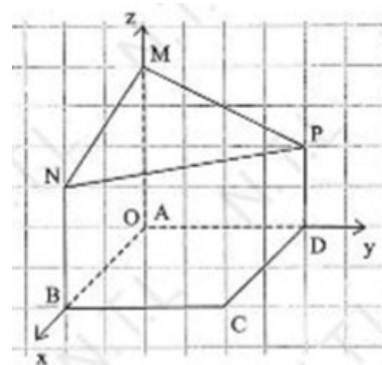
$D(0; 6; 0), M(0; 0; 4), N(6; 0; 3), P(0; 6; 2)$. Phương trình mặt

phẳng (MNP) là $x + 2y + 6z - 24 = 0$, vector pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n} = (1; 2; 6)$.

$(ABCD)$ có vector pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

$$\cos n^\circ = \cos((ABCD), (MNP)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 6 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 6^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{6\sqrt{41}}{41}.$$

Suy ra $n = 20$.



Câu 3. BLOK là một phần mềm phát hiện và chặn các trang web có chứa mã độc. Nếu một trang web có mã độc, BLOK sẽ bật cảnh báo với xác suất 0,99. Ngược lại, nếu một trang web không có mã độc, BLOK có thể bật cảnh báo với xác suất 0,001. Thống kê trong các trang web bị cảnh báo, có 66% thực

sự chứa mã độc. Xác suất một trang web có chứa mã độc là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương, $b < 650$. Giá trị của $a + b$ là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi CB là biến cố trang web bị cảnh báo; M là biến cố trang web chứa mã độc.

Ta có:

$$P(CB | M) = 0,99; P(CB | \bar{M}) = 0,001; P(M | CB) = 0,66$$

$$P(M) =$$

Đặt p . Ta có:

$$P(M | CB) = \frac{P(CB | M) \cdot P(M)}{P(CB | M) \cdot P(M) + P(CB | \bar{M}) \cdot P(\bar{M})}$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,99 \cdot p}{0,99 \cdot p + 0,001(1 - p)} = 0,66.$$

$$3p = 2(0,899p + 0,001)$$

$$p = \frac{1}{601}.$$

-----Hết-----

ĐỀ 3

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1 [TD]. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $x^4 + x^2 + C$

C. $x^5 + x^3 + C$

D. $4x^3 + 2x + C$

Câu 2 [TD]. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Câu 3 [TD]. Tích phân $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$ có giá trị bằng:

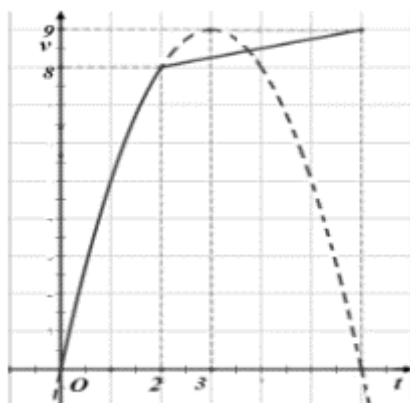
A. $2 + \sqrt{2}$.

B. $2 - \sqrt{2}$.

C. $\frac{-\sqrt{2} + 8}{20}$.

D. $\frac{-\sqrt{2} - 8}{20}$.

Câu 4 [MH]. Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



A. $\frac{134}{3}(km)$.

B. $9(km)$.

C. $40(km)$.

D. $\frac{130}{3}(km)$.

Câu 5 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -3x + 2y + 4z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (-3; -2; 4)$.

B. $\vec{n}_4 = (-3; 2; -4)$.

C. $\vec{n}_4 = (3; -2; -4)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; -2; 4)$.

Câu 6 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $-x + y - 2z - 1 = 0$.

C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$.

D. $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 7 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -3; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1; 3)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 9 [TD]. Trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos \alpha$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -1; 2), R = 8$. B. $I(-3; 1; -2), R = 16$.
C. $I(-3; 1; -2), R = 4$. D. $I(3; -1; 2), R = 4$.

Câu 11 [TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 12 [TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. B. 0,65. C. $\frac{56}{65}$. D. 0,5.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

- a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0; 1; 3)$.
b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.
c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.
d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .
b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.
c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .

d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1[GQVĐ]: Một nhóm các nhà khoa học gồm 4 nhà toán học nam; 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý học nam. Lấy ngẫu nhiên ba người. Xác suất trong ba người có cả nam và nữ, cả toán và lý bằng?

Câu 2[GQVĐ]: Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

Câu 3[GQVĐ]: Cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(a): 2x - 2y + z - 7 = 0$, Khoảng cách từ M đến

mặt phẳng (a) có dạng $\frac{a}{b}$ tối giản; $a; b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = 2a - b$?

$$d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}, d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 1-t \end{cases}$$

Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng

J là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 . Giá trị $\cos J$ có dạng $\frac{a\sqrt{c}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P = b - 3a + c$?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1[GQVĐ]. Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Câu 2 [MH]. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trục (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Câu 3 [GQVĐ]. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

LỜI GIẢI ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 2 – TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

1A	2A	3B	4D	5C	6A
7D	8A	9B	10C	11A	12C

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1	S	Đ	S	Đ
Câu 2	S	Đ	Đ	S

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1: Một nhóm các nhà khoa học gồm 4 nhà toán học nam; 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lí học nam. Lấy ngẫu nhiên ba người. Xác suất trong ba người có cả nam và nữ, cả toán và lí bằng?

Lời giải

Không gian mẫu $n(W) = C_{11}^3$.

Gọi biến cố A : “ba người có cả nam và nữ, cả toán và lí”.

Ta có các trường hợp sau cho biến cố A

Trường hợp 1: 1 nữ toán học; 1 nam toán học và 1 nam vật lí $\Rightarrow C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 48$

Trường hợp 2: 1 nữ toán học; 0 nam toán học và 2 nam vật lí $\Rightarrow C_3^1 \cdot C_4^0 \cdot C_4^2 = 18$

Trường hợp 3: 2 nữ toán học; 0 nam toán học và 1 nam vật lí $\Rightarrow C_3^2 \cdot C_4^0 \cdot C_4^1 = 12$

Theo qui tắc cộng thì $n(A) = 48 + 18 + 12 = 78$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A bằng
$$p(A) = \frac{n(A)}{n(W)} = \frac{78}{165}$$

Câu 2: Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

Lời giải

Gọi A : “Người được chọn là nam”.

và B : “Người được chọn là người phải trực”.

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = 30 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(W)} = \frac{3}{10}$$

Ta có: $\bar{A}$: “Người được chọn là nữ”

$$\Rightarrow n(B\bar{A}) = 20 \Rightarrow P(B\bar{A}) = \frac{n(B\bar{A})}{n(W)} = \frac{2}{10}$$

$B\bar{A}$: “Người được chọn là nữ gần cơ quan”

Xác suất người được chọn là nữ và là người trực cơ quan là:

$$P\left(\frac{B}{\bar{A}}\right) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

Câu 3: Cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(a): 2x - 2y + z - 7 = 0$, Khoảng cách từ M đến mặt

phẳng (a) có dạng $\frac{a}{b}$ tối giản; $a; b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = 2a - b$?

Lời giải

Trả lời: 13Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (a) :

$$d(M; (a)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + (-1) - 7|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{8}{3} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $T = 2a - b = 13$.

$$d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}, d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 1-t \end{cases}$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng d_1, d_2 . Gọi J là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 . Giá trị $\cos J$ có dạng $\frac{a\sqrt{c}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P = b - 3a + c$?

Lời giải**Trả lời: 8**Ta có $u_{d_1} = (-1; 2; 2), u_{d_2} = (2; 0; -1)$

$$\cos J = \frac{|u_{d_1} \cdot u_{d_2}|}{|u_{d_1}| |u_{d_2}|} = \frac{|-1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{15}$$

Khi đó

Vậy $a = 4, b = 15, c = 5 \Rightarrow b - 3a + c = 15 - 3 \cdot 4 + 5 = 8$ **PHẦN IV. Câu hỏi tự luận**

Câu 1: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải**Trả lời: 10**Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$ Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; \quad P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2-n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 2: Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Lời giải

Trả lời: 512

Để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$ thì

$$IA \leq 600 \Leftrightarrow (m-100)^2 + (m-80)^2 + (-60)^2 \leq 600^2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 360m - 340000 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{180 - \sqrt{712400}}{2} \leq m \leq \frac{180 + \sqrt{712400}}{2}$$

$$\frac{180 + \sqrt{712400}}{2} \approx 512$$

Vậy giá trị lớn nhất của m là

Câu 3: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Lời giải

Trả lời: 0,41

Gọi A: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,
và B: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ và $\vec{n}'$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Chọn công thức đúng.

A. $\sin \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$. B. $\sin \varphi = \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}'}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}'}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$. D. $\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$.

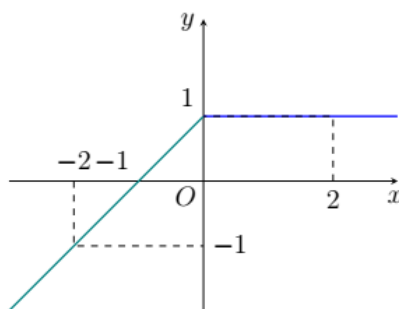
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng AB với $A(1;1;2)$ và $B(-4;3;-2)$ là

A. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$. B. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

Câu 3.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng



A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(a;b;c)$ và bán kính R . Phương trình của (S) là

A. $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R$. B. $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

C. $(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = R$. D. $(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = R^2$.

Câu 5. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0$, $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{P(B)}{P(A) \cdot P(B|A)}$. B. $\frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.

C. $\frac{P(A)}{P(B) \cdot P(B|A)}$. D. $\frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(A)}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$

$$d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(P): 3x - 2y + z - 6 = 0$. Giá trị của $\sin(d, (P))$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{42}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{4\sqrt{6}}{7}$

D. $\frac{4\sqrt{6}}{21}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P) ?

A. $x + 2y + 2z - 5 = 0$

B. $x + 3y - z + 1 = 0$

C. $x + y + z - 6 = 0$

D. $2x + y - 2z + 5 = 0$

Câu 9. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25 thì có độ lệch chuẩn bằng

A. 256

B. 50

C. 4

D. 5

Câu 10. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int F'(x)dx = F(x) + C$

B. $\int F(x)dx = F'(x) + C$

C. $\int F'(x)dx = F'(x) + C$

D. $\int F(x)dx = F(x) + C$

Câu 11.

Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 12x^5$?

A. $y = 60x^4$

B. $y = 12x^6 + 5$

C. $y = 12x^4$

D. $y = 2x^6 + 3$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

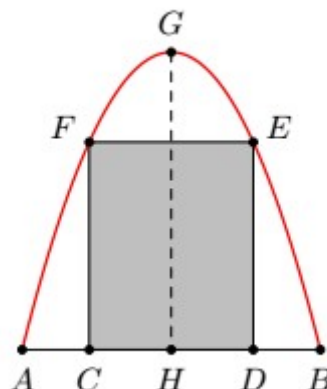
C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

II. Phần trắc nghiệm Đúng-Sai. Hãy xác định tính Đúng-Sai của các khẳng định.

Câu 1.

Một cái cổng hình parabol như hình bên. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Người ta làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm với giá 1200000 đồng/m², phần còn lại làm khung hoa sắt với giá 900000 đồng/m².



- a) Chi phí để làm cả hai phần gần bằng 11 445 000 đồng.
 b) Diện tích hình chữ nhật $CDEF$ là 6 m^2 .
 c) Chi phí để làm phần khung hoa sắt là 3 triệu 600 nghìn đồng.
 d) Diện tích phần khung hoa sắt là 4 m^2 .

Câu 2. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh;

B : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán.

- a) $P(B|A) = 0,48$
 b) $P(A|B) = 0,75$
 c) $P(A) = 0,4$
 d) $P(B) = 0,625$

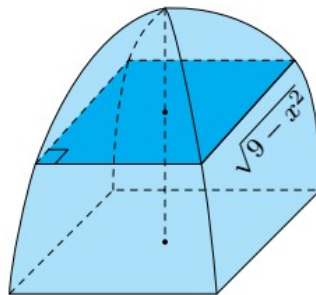
III. Phần trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

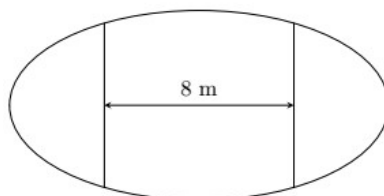
Câu 2. Hai bạn An, Bình cùng ném bóng rổ. Mỗi lần chỉ có một người ném với quy tắc như sau: Nếu ném trúng thì người đó sẽ ném tiếp, nếu ném trượt thì đến lượt người kia ném. Ở mọi lần ném bóng, xác suất An ném trúng đều là $0,4$ và xác suất Bình ném trúng đều là $0,6$. Hai bạn rút thăm để quyết định người ném bóng đầu tiên. Xác suất người được ném đầu tiên là An và xác suất người được ném đầu tiên là Bình cùng bằng $0,5$. Tìm xác suất để người ném bóng lần thứ 2 là Bình.

Câu 3.

Cho vật thể có hình dạng như hình bên dưới. Nếu cắt vật thể bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt một khoảng x (m) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình vuông có cạnh $\sqrt{9-x^2}$ (m). Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu theo đơn vị m^3 ?



Câu 4. Ông Toàn có một mảnh đất phẳng hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục nhỏ là 10 m. Ông để một dải đất rộng 8 m làm sân, lối đi và dải đất này nhận trục bé của elip làm trục đối xứng đồng thời ông muốn trồng hoa hai bên mảnh đất còn lại. Biết kinh phí để trồng hoa là 100000 đồng/ m^2 . Hỏi ông Toàn cần bao nhiêu triệu đồng trồng hoa trên phần đất đó (kết quả được làm tròn đến hàng trăm)?



VI. Tự luận.

Câu 1. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 5z + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{6}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) . Xác định phương trình giao tuyến d' của (Q) và (P) .

Câu 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,2024$. Tính $P(A|B)$.

===== **Hết** =====
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ và $\vec{n}'$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Chọn công thức đúng.

A. $\sin \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$.

B. $\sin \varphi = \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}'}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}'}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$.

D. $\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$.

Lời giải

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| |\vec{n}'|}$$

Công thức đúng là

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng AB với $A(1;1;2)$ và $B(-4;3;-2)$ là

A. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

B. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

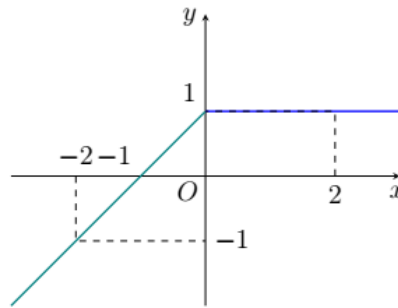
Lời giải

Đường thẳng AB đi qua điểm $B(-4;3;-2)$, nhận $\overrightarrow{AB} = (-5;2;-4)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình chính tắc là $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

Câu 3.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng



- A. 4.
B. 3.
C. 1.
D. 2.

Lời giải

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x < 0 \\ 1 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$$

Từ hình vẽ ta có

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 (x + 1) dx + \int_0^2 1 dx = 2$$

Nên

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Phương trình của (S) là

- A. $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R$
B. $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$
C. $(x + a)^2 + (y + b)^2 + (z + c)^2 = R$
D. $(x + a)^2 + (y + b)^2 + (z + c)^2 = R^2$

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có phương trình là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Câu 5. Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0$, $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $\frac{P(B)}{P(A) \cdot P(B|A)}$
B. $\frac{P(B)}{P(A)}$
C. $\frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(B) \cdot P(B|A)}$
D. $\frac{P(A)}{P(A)}$

Lời giải

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Theo công thức xác suất có điều kiện,

Theo công thức nhân, $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

Do đó

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.
B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.
 D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 6 = 0$. Giá trị của $\sin(d, (P))$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{42}$.
 B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
 C. $\frac{4\sqrt{6}}{7}$.
D. $\frac{4\sqrt{6}}{21}$.

Lời giải

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; 4)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; 1)$.

$$\sin(d, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) + 4 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 4^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4\sqrt{6}}{21}$$

Suy ra

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P) ?

- A.** $x + 2y + 2z - 5 = 0$.
 B. $x + 3y - z + 1 = 0$.
 C. $x + y + z - 6 = 0$.
 D. $2x + y - 2z + 5 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 4 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$.

Mặt phẳng $2x + y - 2z + 5 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1; -2)$.

Ta có $\vec{n}_1 = \vec{n}$ nên hai mặt phẳng không vuông góc.

Mặt phẳng $x + 2y + 2z - 5 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 2; 2)$.

Ta có $\vec{n}_2 \cdot \vec{n} = 0$ nên hai mặt phẳng vuông góc.

Mặt phẳng $x + 3y - z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_3 = (1; 3; -1)$.

Ta có $\vec{n}_3 \cdot \vec{n} = 7 \neq 0$ nên hai mặt phẳng không vuông góc.

Mặt phẳng $x + y + z - 6 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_4 = (1; 1; 1)$.

Ta có $\vec{n}_4 \cdot \vec{n} = 1 \neq 0$ nên hai mặt phẳng không vuông góc.

Câu 9. Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25 thì có độ lệch chuẩn bằng

- A. 256.
 B. 50.
 C. 4.
D. 5.

Lời giải

Ta có độ lệch chuẩn bằng căn bậc hai số học của phương sai nên độ lệch chuẩn là $s = 5$.

Câu 10. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int F'(x)dx = F(x) + C$
 B. $\int F(x)dx = F'(x) + C$
 C. $\int F'(x)dx = F'(x) + C$
 D. $\int F(x)dx = F(x) + C$

Lời giải

Phát biểu đúng là $\int F'(x)dx = F(x) + C$.

Câu 11.

Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 12x^5$?

- A. $y = 60x^4$
 B. $y = 12x^6 + 5$
 C. $y = 12x^4$
D. $y = 2x^6 + 3$

Lời giải

Ta có $\int 12x^5 dx = 12 \cdot \frac{x^6}{6} + C = 2x^6 + C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0; -1)$, nhận $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 1)$ làm vector chỉ phương, có phương trình

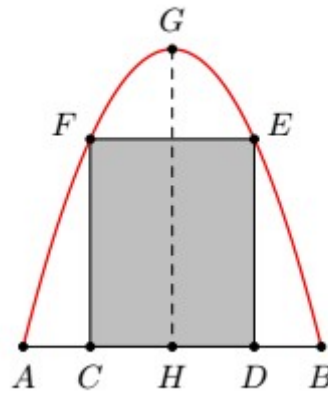
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

tham số là

II. Phần trắc nghiệm Đúng-Sai. Hãy xác định tính Đúng-Sai của các khẳng định.

Câu 1.

Một cái cổng hình parabol như hình bên. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Người ta làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm với giá 1200000 đồng/m², phần còn lại làm khung hoa sắt với giá 900000 đồng/m².



- a) Chi phí để làm cả hai phần gần bằng 11 445 000 đồng.
 b) Diện tích hình chữ nhật $CDEF$ là 6 m^2 .
 c) Chi phí để làm phần khung hoa sắt là 3 triệu 600 nghìn đồng.
 d) Diện tích phần khung hoa sắt là 4 m^2 .

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy với gốc tọa độ H là trung điểm của AB .

Khi đó $A(-2;0)$, $B(2;0)$ và $G(0;4)$.

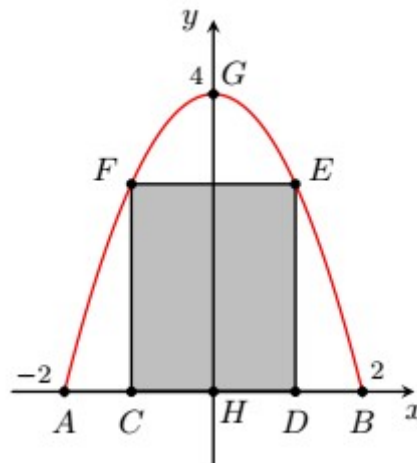
Gọi phương trình parabol có dạng $(P): y = ax^2 + c$.

Do (P) đi qua A và G nên ta có hệ
$$\begin{cases} 4a + c = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 4. \end{cases}$$

Suy ra parabol $(P): y = -x^2 + 4$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và trục hoành là

$$S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3}.$$



Ta có $AB = 4$, $AC = BD = 0,9 \Rightarrow CH = AH - AC = 2 - 0,9 = 1,1$.

Suy ra $C(-1,1;0)$, $D(1,1;0)$.

$E(1,1; y_E) \in (P) \Leftrightarrow y_E = -(1,1)^2 + 4 = 2,79$.

Suy ra $ED = 2,79$.

Diện tích hình chữ nhật $CDEF$ là $S_1 = CD \cdot ED = 2,2 \cdot 2,79 = 6,138$.

Diện tích khung hoa sắt là $S_2 = S - S_1 \approx 4,53$.

Chi phí để làm hai phần nói trên là $S_1 \cdot 1200000 + S_2 \cdot 900000 \approx 11441400$ đồng.

Vậy chi phí để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền 11445000 đồng.

Câu 2. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh;

B : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán.

a) $P(B|A) = 0,48$

b) $P(A|B) = 0,75$

c) $P(A) = 0,4$

d) $P(B) = 0,625$

Lời giải

a) **Đúng.** Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học

sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên $P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48$

b) **Đúng.** Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học

sinh tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$

c) **Sai.** Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$

d) **Sai.** Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$

III. Phần trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Đáp số: 6

Lời giải

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3^2$

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức là 6 km.

Câu 2. Hai bạn An, Bình cùng ném bóng rổ. Mỗi lần chỉ có một người ném với quy tắc như sau: Nếu ném trúng thì người đó sẽ ném tiếp, nếu ném trượt thì đến lượt người kia ném. Ở mọi lần ném bóng, xác suất An ném trúng đều là $0,4$ và xác suất Bình ném trúng đều là $0,6$. Hai bạn rút thăm để quyết định người ném bóng đầu tiên. Xác suất người được ném đầu tiên là An và xác suất người được ném đầu tiên là Bình cùng bằng $0,5$. Tìm xác suất để người ném bóng lần thứ 2 là Bình.

Đáp số: 0,6

Lời giải

Gọi A_i là biến cố: “Lần thứ i người ném bóng là An”.

Gọi B_i là biến cố: “Lần thứ i người ném bóng là Bình”.

Để lần thứ 2 người ném bóng là Bình thì có các khả năng sau

Trường hợp 1: An là người ném bóng lần thứ 1 và ném trượt.

Khi đó $P(A_1 B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2 | A_1) = 0,5 \cdot (1 - 0,4) = 0,3$

Trường hợp 2: Bình là người ném bóng lần thứ 1 và ném trúng.

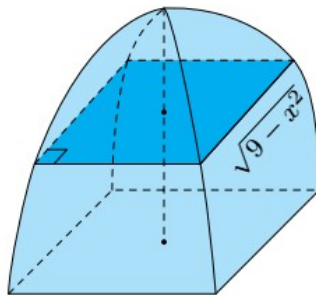
Khi đó $P(B_1 B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 | B_1) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3$

Vậy xác suất để lần thứ 2 người ném là bình Bình bằng

$P(B_2) = P(A_1 B_2) + P(B_1 B_2) = 0,3 + 0,3 = 0,6$.

Câu 3.

Cho vật thể có hình dạng như hình bên dưới. Nếu cắt vật thể bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt một khoảng x (m) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình vuông có cạnh $\sqrt{9-x^2}$ (m). Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu theo đơn vị m^3 ?

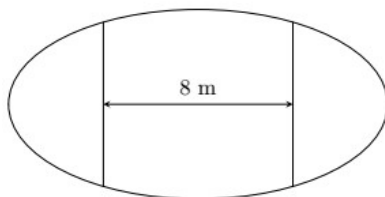


Đáp số: 18

Lời giải

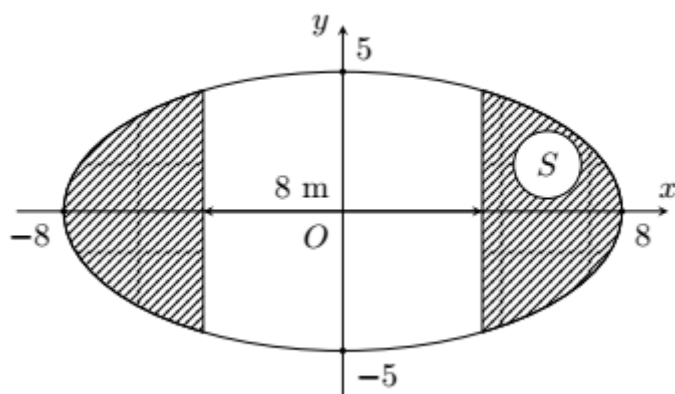
Thể tích của lều là $V = \int_0^3 S(x)dx = \int_0^3 (\sqrt{9-x^2})^2 dx = 18 m^3$.

Câu 4. Ông Toàn có một mảnh đất phẳng hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục nhỏ là 10 m. Ông để một dải đất rộng 8 m làm sân, lối đi và dải đất này nhận trục bé của elip làm trục đối xứng đồng thời ông muốn trồng hoa hai bên mảnh đất còn lại. Biết kinh phí để trồng hoa là 100000 đồng/m². Hỏi ông Toàn cần bao nhiêu triệu đồng trồng hoa trên phần đất đó (kết quả được làm tròn đến hàng trăm)?



Đáp số: 4,91

Lời giải



Chọn hệ trục như hình vẽ với $2a = 16$, $2b = 10$. Suy ra $a = 8$, $b = 5$.

Khi đó, phương trình elip là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Xét đường cong nằm phía trên trục Ox , phương trình đường cong là $y = 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}}$.

Khi đó $S = 5 \int_0^8 \sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx$.

$$S_{\text{hoa}} = 4S = 20 \int_4^8 \sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx$$

Khi đó, diện tích trồng hoa là

$\sqrt{3}$.

$$T = S_{\text{hoa}} \times 100000 = 2000000 \int_4^8 \sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx \approx 491$$

Vậy số tiền ông Toàn cần để trồng hoa là

triệu đồng.

VI. Tự luận.

Câu 1. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$(x-2)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ x-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \notin [1; 2] \\ x=1 \in [1; 2] \end{cases}$$

Ta có

$$S = \int_1^2 \left| (x-2)^2 - 1 \right| dx = \int_1^2 \left[(x-2)^2 - 1 \right] dx = \frac{2}{3}.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 5z + 4 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{6}.$$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) . Xác định phương trình giao tuyến d' của (Q) và (P) .

Câu 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,2024$. Tính $P(A|B)$.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập nên ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,2.$$

ĐỀ 5

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $x^2 + 1 + C$. B. $x^2 + x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x + C$.

Câu 2: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int f(x) dx = F(x) + C$. B. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x) + C$. D. $\left(\int f(x) dx \right)' = F'(x)$.

Câu 3: Cho $\int_2^3 f(x) dx = 1$ và $\int_2^3 g(x) dx = 4$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. -3. D. 4.

Câu 4: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$ B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$
 C. $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$ D. $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$ B. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$ C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$ D. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = t \end{cases}$ và điểm $A(2; 3; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $2x + 3y + z + 6 = 0$ B. $x - 3y + z + 6 = 0$
 C. $x - 3y + z - 6 = 0$ D. $-x + 3y - z + 5 = 0$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 0)$ B. $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$ C. $\vec{u}_3 = (1; 2; 1)$ D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 3x - 4y + 5 = 0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính giá trị $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ C. $\cos \alpha = -\frac{11}{15}$ D. $\cos \alpha = \frac{11}{15}$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình

$$(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 9$$

- A. $I(1;4;-2), R=3$ B. $I(-1;-4;2), R=3$ C. $I(1;4;-2), R=9$ D. $I(-1;-4;2), R=9$

Câu 11: Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,1997, P(B) = 0,1994$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,1963. B. 0,1972. C. 0,1994. D. 0,1997.

Câu 12: Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

Thị lực \ Giới tính	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức

$$P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$$
 bằng

- A. 0,5 B. 0,4 C. 0,3 D. 0,24

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(4;0;0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 4.

$$M(4;2;2)$$

- a) Điểm thuộc vùng phủ sóng.
- b) Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ trình.
- c) Một tấm sắt (sóng không đi qua được tấm sắt này) được đặt gần đó và nằm trên mặt phẳng có $(P): x + y - z = 6$ phương trình sẽ chắn được sóng của thiết bị.

$$(P)$$

4

- d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng là hình tròn có bán kính bằng .

Câu 2: Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

$$P(A) = 0,4.$$

a)

$$P(B) = 0,625.$$

b)

$$P(A|B) = 0,75.$$

c)

$$P(B|A) = 0,48.$$

d)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

$$d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2s \\ y = -1 + 2s \\ z = 1 + s. \end{cases} \quad (\text{đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục}).$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm $A(-1;1;2)$, $B(2;1;3)$. Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ so với mặt phẳng nằm ngang? (đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

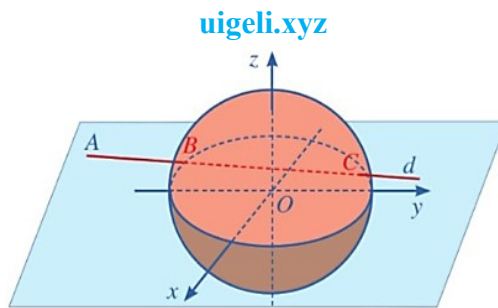
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt ở điểm $M(1;2;-2)$ và vật quan sát đặt ở điểm $N(-2;0;2)$. Một tấm bia chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0;0;0)$, bán kính bằng 4 và đặt trong mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a;b;c)$. Tính $a.b+c$.

Câu 4: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi (làm tròn đến hàng phần trăm)?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận, thí sinh trình bày vào giấy từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1: Cho $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{2}{3}$; $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(A|B)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình 44).



Hình 44

Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu.

Câu 3: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 4 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 2 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng.

-----Hết-----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A.** $x^2 + 1 + C$. **B.** $x^2 + x + C$. **C.** $x^2 + C$. **D.** $2x + C$.

Lời giải

Câu 2: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $\int f(x) dx = F(x) + C$. **B.** $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x) + C$. **D.** $\left(\int f(x) dx \right)' = F'(x)$.

Lời giải

Câu 3: Cho $\int_2^3 f(x) dx = 1$ và $\int_2^3 g(x) dx = 4$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A.** 5 . **B.** 3 . **C.** -3 . **D.** 4 .

Lời giải

Ta có: $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^3 f(x) dx + \int_2^3 g(x) dx = 1 + 4 = 5$

Câu 4: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$

B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$

C. $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$

D. $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx$

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi

công thức
$$S = \int_0^1 |x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$

B. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$

C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$

D. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$

Lời giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ là $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = t \end{cases}$ và điểm $A(2; 3; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x + 3y + z + 6 = 0$

B. $x - 3y + z + 6 = 0$

C. $x - 3y + z - 6 = 0$

D. $-x + 3y - z + 5 = 0$

Lời giải

$+d$ có VTCP $\vec{u} = (1; -3; 1)$.

$+ \forall i \ d \perp (P)$ suy ra (P) nhận $\vec{u} = (1; -3; 1)$ làm VTPT

$$\Rightarrow (P): 1(x - 2) - 3(y - 3) + 1(z - 1) = 0 \quad \Leftrightarrow x - 3y + z + 6 = 0$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Lời giải

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 0)$ B. $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$ C. $\vec{u}_3 = (1; 2; 1)$ D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$

Lời giải

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{là } \vec{u}_4 = (-1; 2; 1).$$

Một vector chỉ phương của đường thẳng

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 3x - 4y + 5 = 0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính giá trị $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ C. $\cos \alpha = -\frac{11}{15}$ D. $\cos \alpha = \frac{11}{15}$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 2)$.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (3; -4; 0)$.

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|-5|}{3 \cdot 5} = \frac{1}{3}$$

Ta có

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình

$$(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 9$$

- A. $I(1; 4; -2), R = 3$ B. $I(-1; -4; 2), R = 3$ C. $I(1; 4; -2), R = 9$ D. $I(-1; -4; 2), R = 9$

Lời giải

Câu 11: Cho hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,1997, P(B) = 0,1994$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,1963. B. 0,1972. C. 0,1994. D. 0,1997.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập $\Rightarrow P(A|B) = P(A) = 0,1997$.

Câu 12: Khảo sát thị lực của 100 học sinh ta thu được bảng số liệu sau

Thị lực \ Giới tính	Nam	Nữ
Có tật khúc xạ	18	12
Không có tật khúc xạ	32	38

Chọn ngẫu nhiên một bạn trong số 100 bạn học sinh nói trên. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn có tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nữ”. Giá trị biểu thức $P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$ bằng

- A. 0,5 B. 0,4 C. 0,3 D. 0,24

Lời giải

Ta có
$$P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = P(A) = \frac{12+18}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(4;0;0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 4.

$$M(4;2;2)$$

- a) Điểm $M(4;2;2)$ thuộc vùng phủ sóng.
- b) Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ trình
- c) Một tấm sắt (sóng không đi qua được tấm sắt này) được đặt gần đó và nằm trên mặt phẳng có phương trình $(P): x + y - z = 6$ sẽ chắn được sóng của thiết bị.

$$(P) \quad 4$$

- d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng (P) là hình tròn có bán kính bằng 4.

Lời giải

a) Đúng

$$AM = \sqrt{(4-4)^2 + (2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} < 4. \text{ Do đó, vị trí điểm } M \text{ thuộc vùng phủ sóng.}$$

b) Sai

Phương trình mặt cầu tâm $A(4;0;0)$ bán kính $R = 4$: $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 16$

c) Đúng

$$d(A, (P)) = \frac{|4+0-0-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} < 4$$

d) Sai

Gọi H là hình chiếu A lên mặt phẳng, B là điểm vừa thuộc mặt cầu vừa thuộc mặt phẳng

Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác ABH vuông tại H

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{33}}{3}$$

Câu 2: Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

$$P(A) = 0,4.$$

a)

$$P(B) = 0,625.$$

b)

$$P(A|B) = 0,75.$$

c)

d) Xác suất học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng, biết rằng học sinh đó đã tham gia câu lạc bộ cầu lông là 0,48.

Lời giải

$$P(A) = \frac{25}{40} = 0,625.$$

a) Xác suất của biến cố A là:

Câu a) sai.

$$P(B) = \frac{16}{40} = 0,4.$$

b) Xác suất của biến cố B là:

Câu b) sai.

c) Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh

$$P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75.$$

tham gia câu lạc bộ đá bóng là 16 nên

Câu c) đúng.

d) Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh

$$P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48.$$

tham gia câu lạc bộ cầu lông là 25 nên

Câu d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2s \\ y = -1 + 2s \\ z = 1 + s. \end{cases} \quad (\text{đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục}).$$

Lời giải**Đáp án:** 19,5

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; 0)$.

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 2; 1)$.

Khi đó
$$\cos(d; \Delta) = \left| \cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) \right| = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy $(d, \Delta) \approx 19,5^\circ$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm $A(-1; 1; 2), B(2; 1; 3)$. Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ so với mặt phẳng nằm ngang? (đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải**Đáp án:** 72

Phương trình mặt phẳng nằm ngang là $(Oyz): x = 0$, có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; 0)$.

$$\vec{AB} = (3; 0; 1)$$

Gọi α là góc giữa đường ống nước so với mặt phẳng nằm ngang.

Ta có:
$$\sin \alpha = \left| \cos(\vec{AB}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{n}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \alpha \approx 72^\circ.$$

Vậy: đường ống nước nói trên nghiêng 72° so với mặt phẳng nằm ngang.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt ở điểm $M(1; 2; -2)$ và vật quan sát đặt ở điểm $N(-2; 0; 2)$. Một tấm bia chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính bằng 4 và đặt trong mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a; b; c)$. Tính $a.b + c$.

Đáp án: -0,5

Ta thấy M, N khác phía so với mặt phẳng (Oxy) nên $D = MN \cap (Oxy)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 4) \Rightarrow MN = \sqrt{29}$.

Phương trình đường thẳng MN đi qua điểm $N(-2; 0; 2)$ và có VTCP là $\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 4)$ là:

$$\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$

Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a; b; 0) \Rightarrow 2 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow D\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$$

Vậy $a.b + c = -0,5$.

Câu 4: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,29

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người đó mắc bệnh phổi”.

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Ta có

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B|A) = 0,72$$

$$P(\bar{A}) = 0,75$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,14$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,72 + 0,75.0,14 = 0,285$$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là 0,285.

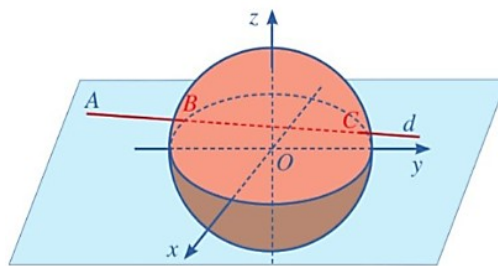
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1: Cho $P(A) = \frac{2}{5}; P(B) = \frac{2}{3}; P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(A|B)$.

Lời giải

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	<p>Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{17}{30}$.</p>	0.5
	<p>Suy ra $P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{17}{20}$.</p>	0.5

Câu 2: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có toạ độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình 44).



Hình 44

Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu.

Lời giải

Câu	Đáp án	Điểm
	<p>Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$</p>	0.25
	<p>Gọi H là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng OH là ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu, điều này xảy ra khi và chỉ khi $OH \perp d$.</p> <p>Vì $H \in d$ nên $H(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$.</p> <p>Ta có $\overrightarrow{OH} = (-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$.</p>	0.25
	$OH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-688 + 91t) \cdot 91 + (-185 + 75t) \cdot 75 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$	0.25

Suy ra	$H\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$	
Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu là:	$OH = \sqrt{\left(-\frac{375}{2}\right)^2 + \left(\frac{455}{2}\right)^2 + 8^2} \approx 295 \text{ km}$	0.25

Câu 3: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 4 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 2 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng.

Lời giải

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 3	Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$) B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra. Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$). Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.	0.25
	Từ đó, ta có $P(A_1) = \frac{6}{10}$; $P(A_2) = \frac{3}{10}$; $P(A_3) = \frac{1}{10}$	0.25
	Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là: $P(B) = P(A_1) \cdot P(B A_1) + P(A_2) \cdot P(B A_2) + P(A_3) \cdot P(B A_3)$ $= \frac{6}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_2^2 C_{22}^8}{C_{24}^{10}} = \frac{645}{2024}$	0.5

ĐỀ 6

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương

Câu 1 [TD]. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

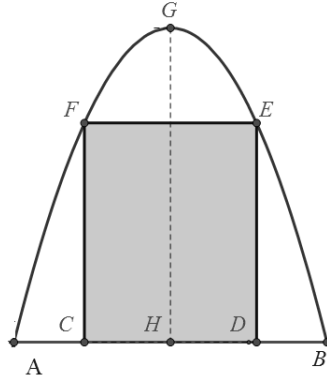
Câu 2 [TD]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

- A. $\frac{x^{2023}}{2023} + 1$. B. $\frac{x^{2023}}{2023}$. C. $y = 2022x^{2021}$. D. $\frac{x^{2023}}{2023} - 1$.

Câu 3 [TD]. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 4 [MH]. Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng. B. 4077000 đồng. C. 7368000 đồng. D. 11370000 đồng.

Câu 5 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$. D. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$.

Câu 6 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $-x + y - 2z - 1 = 0$.
C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$. D. $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 7 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 1 = 0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 9 [TD]. Trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos in$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần

lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}, d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}.$

- A. $-\frac{1}{2}.$ B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}.$

Câu 10 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -1; 2), R = 2.$ B. $I(-3; 1; -2), R = 2.$
C. $I(-3; 1; -2), R = 4.$ D. $I(3; -1; 2), R = 4.$

Câu 11[TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{3}{7}.$ B. $\frac{1}{2}.$ C. $\frac{6}{7}.$ D. $\frac{1}{7}.$

Câu 12[TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. B. 0,65. C. $\frac{56}{65}.$ D. 0,5.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

- a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0; 1; 3)$.
b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.
c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.
d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .
b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.
c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .
d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1[GQVĐ]: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2 [GQVĐ]: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 3[GQVĐ]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (d) Đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) . Đường thẳng d đi qua điểm $B(a; -2; -2021)$. Giá trị của a bằng bao nhiêu

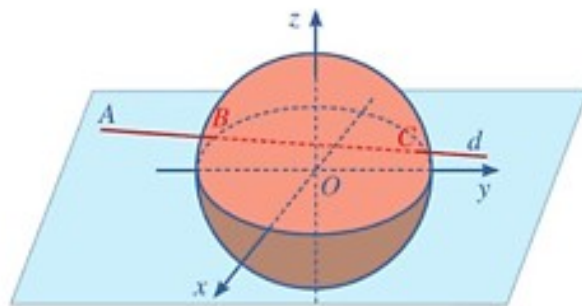
Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $\vec{n}(1; b; c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1[GQVĐ]. Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Câu 2 [MH]. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với $1km$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát $417km$ sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$, chuyển động theo theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Hãy xác định tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.



Hình 44

Câu 3 [GQVĐ]. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2

LỜI GIẢI ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ – TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1 [TD]. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\int (2x + 6) dx = x^2 + 6x + C$$

Câu 2 [TD]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

- A. $\frac{x^{2023}}{2023} + 1$. B. $\frac{x^{2023}}{2023}$. C. $y = 2022x^{2021}$. D. $\frac{x^{2023}}{2023} - 1$.

Lời giải:

Ta có: $\int x^{2022} dx = \frac{x^{2023}}{2023} + C$, C là hằng số.

Nên các phương án **A, B, D** đều là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$.

Câu 3 [TD]. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

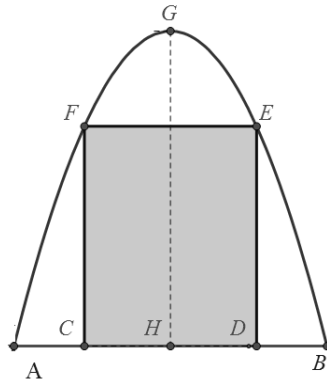
- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Chọn D.

Có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ suy ra $F(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 4 [MH]. Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

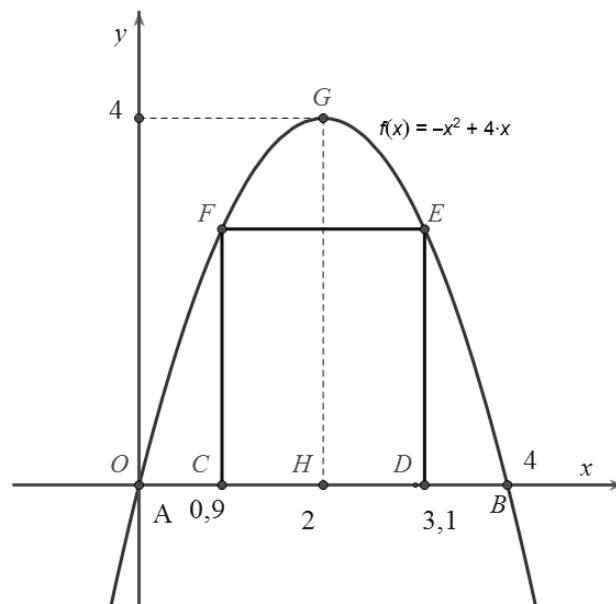


- A.** 11445000 đồng. **B.** 4077000 đồng. **C.** 7368000 đồng. **D.** 11370000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2; 4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol có đỉnh là $G(2;4)$ và đi qua điểm $O(0;0)$ nên ta có
$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

Diện tích của cả công là
$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

Mặt khác chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79(\text{m})$; $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}$.

Diện tích hai cánh công là $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích phần xiên hoa là
$$S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy tổng số tiền để làm công là
$$6,138 \cdot 1200000 + \frac{6793}{1500} \cdot 900000 = 11441400 \text{ đồng.}$$

Câu 5 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$

B. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$

C. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$

D. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$

Lời giải

Chọn A

Vecto pháp tuyến của $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$ là $\vec{n}_P = (-2; 5; 1)$

Câu 6 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$

B. $-x + y - 2z - 1 = 0$

C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$

D. $-x + y - 2z + 1 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ nên có phương trình $(x+1) - 2(y-1) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 7 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Vì đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ nên phương trình

của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 1 = 0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n} = (6; 8; 10)$. Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (3; 4; 5)$.

Ta có $\vec{n} = 2\vec{u} \Rightarrow d \perp (P)$ nên góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là 90° .

Câu 9 [TD]. Trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos \alpha$ của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần

lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

d_1 có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. d_2 có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (3; 3; 9)$.

$$\cos(\alpha) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2 + 9^2}} = 0$$

Ta có

Câu 10 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(3; -1; 2), R = 2$.

B. $I(-3; 1; -2), R = 2$.

C. $I(-3; 1; -2), R = 4$.

D. $I(3; -1; 2), R = 4$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -1; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 11[TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

Ta có:

Câu 12[TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\bar{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. $0,25$.

B. $0,65$.

C. $\frac{56}{65}$.

D. $0,5$.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức Bayes

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,65} = \frac{56}{65}$$

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;3)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$.

a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0;1;3)$.

b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.

c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=2$.

d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

a) Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0;1;3)$.

b) Ta có $\overline{AB} = (2; -2; 0) \Rightarrow |\overline{AB}| = 2\sqrt{2}$. Suy ra bán kính mặt cầu đường kính AB bằng $\frac{1}{2}AB = \sqrt{2}$.

c) Phương trình mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;1;3)$, bán kính $R = \sqrt{2}$ là $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=2$.

d) Ta có $d(I, (P)) = \frac{|1+3+1|}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \neq R$. Suy ra mặt phẳng (P) không tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .
 b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.
 c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .
 d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng.

Ta có: VTCP của d_1 là $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$ nên a) đúng
 $\vec{u}_2 = (2; -1; 0)$; VTCP của d_2 là $\vec{u}_2 = (2; -1; 0)$.

b) Ta có $\begin{cases} 0 = 2t \\ 3 = -3 - t \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -6 \\ 0 = 0 \end{cases}$ vô nghiệm nên d_2 không đi qua điểm $A(0; 3; 0)$, suy ra b) sai

c) Ta có: $\vec{u}_1 \neq k\vec{u}_2$ nên d_1 không song song với d_2 suy ra c) sai

d) $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Rightarrow d_1 \perp d_2$ (1). Vậy mệnh đề d) đúng.

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1[GQVĐ]: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,41

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên

bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{29}$$

Vậy xác suất cần tìm là

Câu 2[GQVĐ]: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,03

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh X";

B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$;

$P(B|A) = 1$; $P(B|\bar{A}) = 0,06$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,002 \cdot 1}{0,002 \cdot 1 + 0,998 \cdot 0,06} \approx 0,03$$

Câu 3[GQVĐ]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (d) Đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q) . Đường thẳng d đi qua điểm $B(a; -2; -2021)$. Giá trị của a bằng bao nhiêu

Lời giải

Đáp án: 2025

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 1) \end{cases}$ và $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; 0; -2) = 2(1; 0; -1)$

d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1; 0; -1)$ làm véc tơ chỉ phương nên

Vì đường thẳng

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$$

có phương trình

d đi qua điểm $B(a; -2; -2021)$ nên ta có $3 - t = -2021 \Rightarrow t = 2024 \Rightarrow a = 2024 + 1 = 2025$

Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $\vec{n}(1; b; c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

Lời giải

Đáp án: -4

Đường thẳng d_1 và d_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; b; c)$.

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} \vec{u}_1 \perp \vec{n} \\ \left| \frac{\vec{u}_2 \cdot \vec{n}}{|\vec{u}_2| \cdot |\vec{n}|} \right| = \sin 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0 \\ \left| \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot b + (-1) \cdot c}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + b^2 + c^2}} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2b - c = 0 \\ |1 - c| = \sqrt{1 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c = 2 \\ (1 - c)^2 = 1 + b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c = 2 \\ b^2 + 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $bc = -4$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

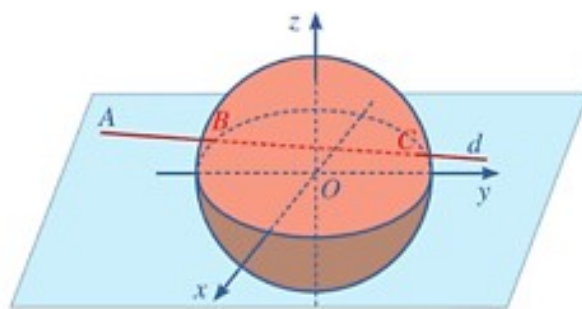
Câu 1[GQVĐ]. Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất” Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai” Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$	0.25
	Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$) $P(A) = \frac{6}{n}; P(B A) = \frac{5}{n-1}$	0.25

	<p>Theo công thức nhân xác suất, ta có:</p> $P(AB) = P(A) \cdot P(B A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3}$	0.25
	$\Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$ <p>Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận). Vậy, ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.</p>	0.25

Câu 2 [MH]. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với $1km$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát $417km$ sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Hãy xác định tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.



Hình 44

Lời giải

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 2	<p>Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(-688;-185;8)$ và nhận $\vec{u} = (91;75;0)$ làm vectơ chỉ phương là</p> $\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$	0.25
	<p>Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.</p> $B \in d \Rightarrow B(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ <p>Vì B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa nên</p> $OB = 417 \Leftrightarrow \sqrt{(-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2} = 417$ $\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 8 \end{cases}$	0.5

	$t = 3 \Rightarrow B(-415; 40; 8) \Rightarrow AB \approx 353,77 \text{ km}$ Với $t = 8 \Rightarrow B(-88; 415; 8) \Rightarrow AB \approx 848,53 \text{ km}$ Với	
	Do $353,77 < 848,53$ vị trí máy bay xuất hiện sớm nhất là $B(-415; 40; 8)$.	0.25

Câu 3 [GQ]. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2

Lời giải

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 3	Xét A : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”. Và B : “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”. Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B A) + P(\bar{A}) \cdot P(B \bar{A})$.	0.25
	Tính $P(A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I. Có $n(\Omega) = C_{10}^1$, $n(A) = C_3^1$ Vậy $P(A) = \frac{3}{10}$. Tính $P(\bar{A})$: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}$.	0.25
	Tính $P(B A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, Tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có $P(B A) = \frac{11}{16}$.	0.25
	Tính $P(B \bar{A})$: Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I. Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có $P(B \bar{A}) = \frac{10}{16}$. Vậy	0.25

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64375$$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là $0,64$.

ĐỀ 7**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025****MÔN THI: TOÁN – LỚP 12**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. $\int x^3 dx$ bằng

- A. $4x^4 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + C$. C. $12x^2 + C$. D. $x^4 + C$.

Câu 2. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$. C. $f(x) = e^{2x}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

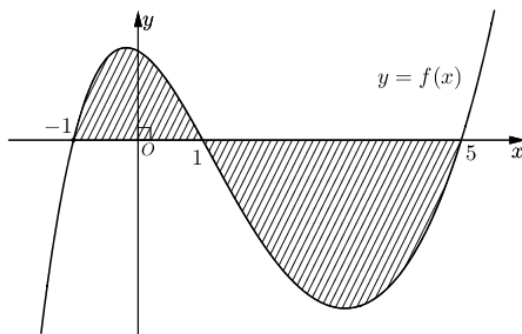
Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 4f(x) dx$ bằng

- A. 5 . B. 9 . C. 12 . D. $\frac{3}{2}$.

Câu 4. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

- A. 20 . B. 22 . C. 26 . D. 28 .

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 4y + z + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B, C có phương trình là:

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(1; 1; -1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$ là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 9. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; -3)$, bán kính $R = 4$ là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 10. Khoảng cách từ $A(0; 2; 1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ bằng:

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$. B. 6 . C. 4 . D. $\frac{4}{\sqrt{14}}$.

Câu 11. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 12. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng:

A. 0,5 . B. 0,6 . C. 0,8 . D. 0,2 .

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$ và $B(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

- a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.
- b) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .
- c) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 30° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).
- d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 2. Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

- a) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là 0,7.
- b) Xác suất của biến cố B là 0,49.
- c) A và B là hai biến cố độc lập.
- d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{5}{7}$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ có họ nguyên hàm $F(x) = ae^x + b\cos x + C$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = a^2b$ là bao nhiêu?

Câu 2. Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t (giây) được tính theo công thức $v(t) = 20 - 5t$ ($0 \leq t \leq 4$). Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

Câu 3. Trong không gian tọa độ ($Oxyz$), cho điểm $A(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng bằng 1. Khi đó mặt phẳng (β) dạng $x - by + cz + d = 0$, trong đó b, c, d là các số thực dương. Giá trị của biểu thức $S = 3b - c + d$ là bao nhiêu?

Câu 4. Trong không gian tọa độ ($Oxyz$), cho điểm $M(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) có

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

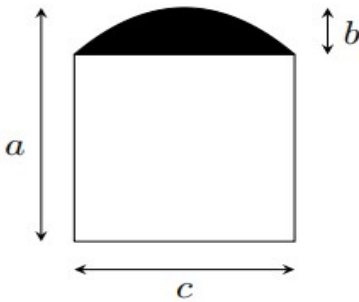
phương trình tham số: . Khi đó giá trị của biểu thức: $P = b^2 + c^2$ là bao nhiêu?

Phần IV. Tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $Z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu có $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?



Câu 2. Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Câu 3. Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95% , nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. $\int x^3 dx$ bằng

- A.** $4x^4 + C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4 + C$. **C.** $12x^2 + C$. **D.** $x^4 + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A.** $f(x) = 2xe^{x^2}$. **B.** $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$. **C.** $f(x) = e^{2x}$. **D.** $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 4f(x) dx$ bằng

- A.** 5 . **B.** 9 . **C.** 12 . **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 4f(x) dx = 4 \int_1^3 f(x) dx = 4.3 = 12$.

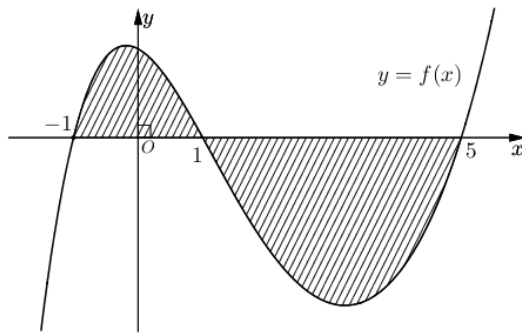
Câu 4. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

- A.** 20. **B.** 22. **C.** 26. **D.** 28.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = [x + F(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$ B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$
- C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$ D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

Lời giải

Ta có:
$$S = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ D. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 4y + z + 3 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -4; 1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B, C có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$

Lời giải

Vì $A \in Ox$; $B \in Oy$; $C \in Oz$ nên mp (α) đi qua A, B, C có phương trình là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(1; 1; -1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$
- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $P(1;1;-1)$, vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;3)$ là
 $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 9. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-3)$, bán kính $R = 4$ là

- A.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. **D.** $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10. Khoảng cách từ $A(0;2;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ bằng:

- A.** $\frac{6}{\sqrt{14}}$. **B.** 6 . **C.** 4 . **D.** $\frac{4}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 + 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{14}} = \frac{6}{\sqrt{14}}$.

Câu 11. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

- A.** $\frac{3}{25}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{4}{5}$

Lời giải

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

Câu 12. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng:

- A.** 0,5 **B.** 0,6 **C.** 0,8 **D.** 0,2

Lời giải

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,3} = 0,8$$

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-1)$ và $B(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

- a)** Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.
- b)** Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .
- c)** Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 14° .
- d)** Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

(a) Đúng.

Ta có $\vec{AB} = (3; 0; -3)$ nên đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.

(b) Đúng.

Ta có $A \notin (P), B \in (P)$ nên đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .

(c) Đúng.

Ta có $\sin(AB; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Do đó $(AB; (P)) \approx 14^\circ$.

(d) Đúng.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (2; 2; 1)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 2. Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

a) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là 0,7.

b) Xác suất của biến cố B là 0,49.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{35}{49}$.

Lời giải

(a) Sai.

Vì $P(A) = 0,7$ nên $P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$.

(b) Sai.

$$\text{Vì } P(AB) = 0,35; P(\overline{AB}) = 0,6 \Rightarrow P(B) = P(AB) + P(\overline{AB}) = 0,95$$

(c) Sai.

$$\text{Vì } P(AB) = 0,35 \neq 0,7.0,95 = P(A).P(B) \text{ nên } A \text{ và } B \text{ không phải là hai biến cố độc lập.}$$

(d) Sai.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,95} = \frac{7}{19}$$

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ có họ nguyên hàm $F(x) = ae^x + b\cos x + C$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = a^2b$ là bao nhiêu?

Lời giải**Trả lời:** $P = -1$

$$\text{Ta có } F(x) = \int (e^x + \sin x) dx = \int e^x dx + \int \sin x dx = e^x - \cos x + C$$

$$\text{Suy ra: } a = 1, b = -1 \Rightarrow P = a^2b = -1$$

Câu 2. Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t (giây) được tính theo công thức $v(t) = 20 - 5t$ ($0 \leq t \leq 4$). Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

Lời giải**Trả lời:** 40 (m)

$$\text{Xe dừng khi } v(t) = 20 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 4 \left(v(t) \geq 0, \forall t \in [0; 4] \right)$$

Quãng đường xe di chuyển từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (20 - 5t) dt = \left(20t - \frac{5}{2}t^2 \right) \Big|_0^4 = 40(m)$$

Câu 3. Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm $A(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$.

Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng bằng 1. Khi đó mặt phẳng (β) dạng $x - by + cz + d = 0$, trong đó b, c, d là các số thực dương. Giá trị của biểu thức $S = 3b - c + d$ là bao nhiêu?

Lời giải**Trả lời:** 8

$$\text{Vì } (\alpha) \parallel (\beta) \text{ nên } (\beta): x - 2y + 2z + d = 0$$

$$d[A, (\beta)] = 1 \Leftrightarrow \frac{|1 - 2.2 + 2.1 + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ d = 4 \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Do } b, c, d \text{ là số thực dương nên } b = 2, c = 2, d = 4 \Rightarrow S = 8$$

Câu 4. Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm $M(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) có

phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
 . Khi đó giá trị của biểu thức: $P = b^2 + c^2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 40

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P = (2; 1; -3)$

Do đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{u} = \vec{n}_P = (2; 1; -3)$ (1) là một vector chỉ phương của đường thẳng

Theo đề bài phương trình tham số của đường thẳng
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
 nên vector chỉ phương có dạng $\vec{u}' = (-4; b; c)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $b = -2, c = 6 \Rightarrow P = 40$

Phần IV: Tự luận

Câu 1. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $Z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu có $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?



Lời giải

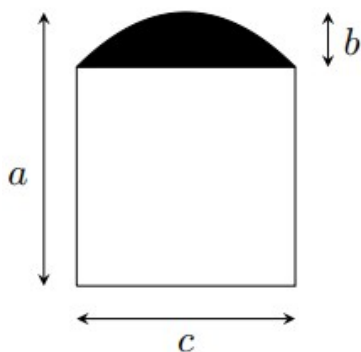
Trả lời: $3(m)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(32; 50; 10)$ và bán kính $R = \sqrt{109}$

Trong không gian Oxyz, mặt sân có phương trình $Z = 0$ trùng với mặt phẳng (Oxy), suy ra hình chiếu vuông góc của I xuống mặt sân có tọa độ $J(32; 50; 0)$

Trong tam giác vuông IJM, ta có $IJ = 10, IM = R$, suy ra $JM = \sqrt{IM^2 - IJ^2} = 3$

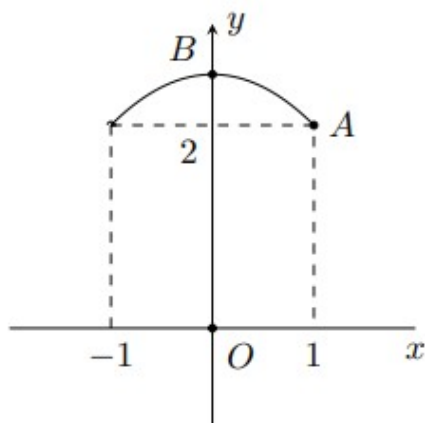
Câu 2. Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Lời giải

Trả lời: 4.7 triệu đồng

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là Parabol đi qua $A(1; 2)$ và có đỉnh là $B(0; 2.5)$



$$\begin{cases} a+b+c=2 \\ -\frac{b}{2a}=0 \\ c=2.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0.5 \\ b=0 \\ c=2.5 \end{cases}$$

Khi đó ta có:

$$\Rightarrow (P): y = -0.5x^2 + 2.5$$

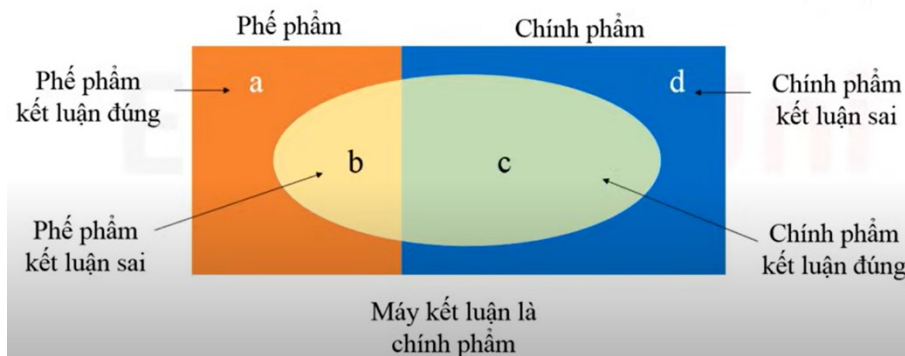
$$S = \int_{-1}^1 (-0.5x^2 + 2.5) dx = \frac{14}{3} m^2$$

Diện tích cái cửa:

Do đó số tiền để làm cửa là $\frac{14}{3} \approx 4.7$ triệu đồng

Câu 3. Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95% , nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

Lời giải



Gọi a là phế phẩm kết luận đúng

b là phế phẩm kết luận sai

c là chính phẩm kết luận đúng

d là chính phẩm kết luận sai

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ \frac{a}{a+b} = 0,9 \\ \frac{c}{c+d} = 0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ 0,1a - 0,9b = 0 \\ 0,05c - 0,95d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,09 \\ b = 0,01 \\ c = 0,855 \\ d = 0,045 \end{cases}$$

$$P_b = \frac{b}{b+c} = \frac{0,01}{0,01+0,855} = 0,012$$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là

ĐỀ 8	ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025 MÔN THI: TOÁN – LỚP 12 <i>Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)</i>
-------------	---

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 13. $\int 4x^3 dx$ bằng

- A. $4x^4 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + C$. C. $12x^2 + C$. D. $x^4 + C$.

Câu 14. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. C. $f(x) = e^{2x}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

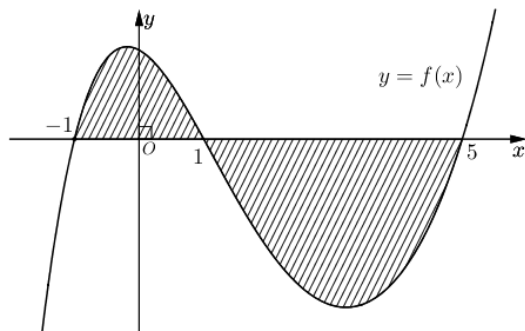
Câu 15. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5 . B. 9 . C. 6 . D. $\frac{3}{2}$.

Câu 16. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 5$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$ B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$ D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ D. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B, C có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(1; 1; -1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$

Câu 21. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = 4$ là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 22. Khoảng cách từ $A(0;2;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ bằng:

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$.

B. 6.

C. 4.

D. $\frac{4}{\sqrt{14}}$.

Câu 23. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

A. $\frac{3}{25}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 24. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng:

A. 0,5

B. 0,6

C. 0,8

D. 0,2

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-1)$ và $B(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1;0;-1)$.

b) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .

c) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 30° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 4. Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

a) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là 0,7.

b) Xác suất của biến cố B là 0,49.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{5}{7}$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 5. Giả sử hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ có họ nguyên hàm $F(x) = ae^x + b\cos x + C$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = a^2b$ là bao nhiêu?

Câu 6. Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t (giây) được tính theo công thức $v(t) = 20 - 5t$ ($0 \leq t \leq 4$). Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

Câu 7. Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm $A(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng bằng 1. Khi đó mặt phẳng (β) dạng $x - by + cz + d = 0$, trong đó b, c, d là các số thực dương. Giá trị của biểu thức $S = 3b - c + d$ là bao nhiêu?

Câu 8. Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm $M(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) có

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

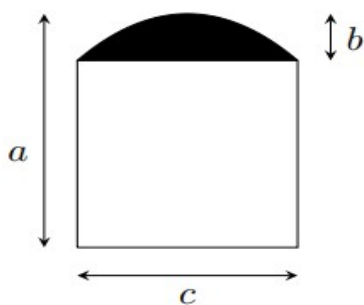
phương trình tham số: . Khi đó giá trị của biểu thức: $P = b^2 + c^2$ là bao nhiêu?

Phần IV. Tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

Câu 4. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu có $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?



Câu 5. Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Câu 6. Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95% , nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 13. $\int 4x^3 dx$ bằng

- A. $4x^4 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + C$. C. $12x^2 + C$. D. $x^4 + C$.

Lời giải

Ta có $\int 4x^3 dx = x^4 + C$.

Câu 14. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. C. $f(x) = e^{2x}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

Câu 15. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2 \cdot 3 = 6$.

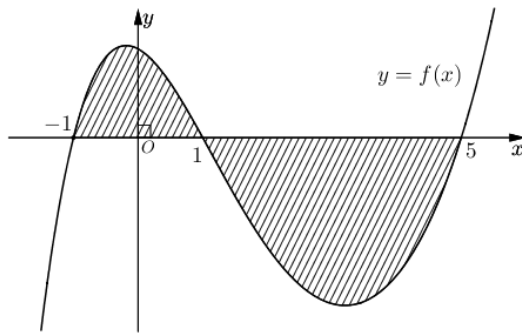
Câu 16. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = [x + F(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 5$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$ **B.** $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$
- C.** $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$ **D.** $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$

Lời giải

Ta có:
$$S = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α) ?

- A.** $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$ **B.** $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$ **C.** $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$ **D.** $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B, C có phương trình là:

- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ **C.** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$

Lời giải

Vì $A \in Ox; B \in Oy; C \in Oz$ nên mp (α) đi qua A, B, C có phương trình là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(1; 1; -1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 3)$ là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $P(1;1;-1)$, vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;3)$ là
 $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$

Câu 21. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=4$ là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=4$ có phương trình là:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$$

Câu 22. Khoảng cách từ $A(0;2;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ bằng:

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$ **B.** 6

C. 4

D. $\frac{4}{\sqrt{14}}$

Lời giải

Ta có $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 + 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{14}} = \frac{6}{\sqrt{14}}$

Câu 23. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

A. $\frac{3}{25}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{4}{5}$

Lời giải

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

Câu 24. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng:

A. 0,5

B. 0,6

C. 0,8

D. 0,2

Lời giải

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,4}{0,3} = 0,8$$

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$ và $B(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

- a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.
- b) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .
- c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 14° .
- d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

(a) Đúng.

Ta có $\vec{AB} = (3; 0; -3)$ nên đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.

(b) Đúng.

Ta có $A \notin (P)$, $B \in (P)$ nên đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .

(c) Đúng.

Ta có $\sin(AB; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Do đó $(AB; (P)) \approx 14^\circ$.

(d) Đúng.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (2; 2; 1)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 4. Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

- a) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là 0,7.
- b) Xác suất của biến cố B là 0,49.
- c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{35}{49}$.

Lời giải

(a) Sai.

Vì $P(A) = 0,7$ nên $P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$.

(b) Sai.

Vì $P(AB) = 0,35; P(\bar{A}B) = 0,6 \Rightarrow P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,95$.

(c) Sai.

Vì $P(AB) = 0,35 \neq 0,7 \cdot 0,95 = P(A) \cdot P(B)$ nên A và B không phải là hai biến cố độc lập.

(d) Sai.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,95} = \frac{7}{19}$$

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 5. Giả sử hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ có họ nguyên hàm $F(x) = ae^x + b\cos x + C$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $P = a^2b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $P = -1$

Ta có $F(x) = \int (e^x + \sin x) dx = \int e^x dx + \int \sin x dx = e^x - \cos x + C$

Suy ra: $a = 1, b = -1 \Rightarrow P = a^2b = -1$

Câu 6. Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t (giây) được tính theo công thức $v(t) = 20 - 5t$ ($0 \leq t \leq 4$). Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 40 (m)

Xe dừng khi $v(t) = 20 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 4$ ($v(t) \geq 0, \forall t \in [0; 4]$)

Quãng đường xe di chuyển từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (20 - 5t) dt = \left(20t - \frac{5}{2}t^2 \right) \Big|_0^4 = 40(m)$$

Câu 7. Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm $A(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$.

Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng bằng 1. Khi đó mặt phẳng (β) dạng $x - by + cz + d = 0$, trong đó b, c, d là các số thực dương. Giá trị của biểu thức $S = 3b - c + d$ là bao nhiêu?

Trả lời: 8

Vì $(\alpha) \perp (\beta)$ nên $(\beta): x - 2y + 2z + d = 0$

$$d[A, (\beta)] = 1 \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ d = 4 \end{cases}$$

Ta có:

Do b, c, d là số thực dương nên $b = 2, c = 2, d = 4 \Rightarrow S = 8$

Câu 8. Trong không gian tọa độ (Oxyz), cho điểm $M(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) có

phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

. Khi đó giá trị của biểu thức: $P = b^2 + c^2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 40

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n_p} = (2; 1; -3)$

Do đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{u} = \vec{n_p} = (2; 1; -3)$ (1) là một vector chỉ phương của đường thẳng

Theo đề bài phương trình tham số của đường thẳng
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + bt \\ z = -2 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
 nên vector chỉ phương có dạng $\vec{u'} = (-4; b; c)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $b = -2, c = 6 \Rightarrow P = 40$

Phần IV: Tự luận

Câu 4. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$,

đồng thời thuộc mặt cầu có $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?



Lời giải

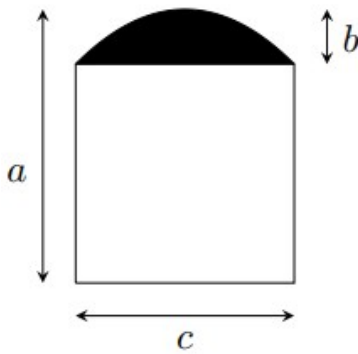
Trả lời: $3(m)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(32; 50; 10)$ và bán kính $R = \sqrt{109}$

Trong không gian Oxyz, mặt sân có phương trình $Z=0$ trùng với mặt phẳng (Oxy), suy ra hình chiếu vuông góc của I xuống mặt sân có tọa độ $J(32;50;0)$

Trong tam giác vuông IJM, ta có $IJ=10, IM=R$, suy ra $JM=\sqrt{IM^2-IJ^2}=3$

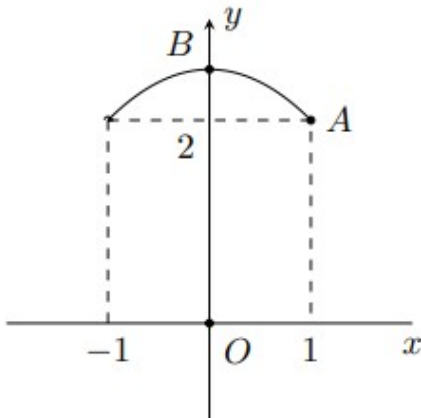
Câu 5. Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a=2.5m, b=0.5m, c=2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Lời giải

Trả lời: 4.7 triệu đồng

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là Parabol đi qua $A(1;2)$ và có đỉnh là $B(0;2.5)$



$$\begin{cases} a+b+c=2 \\ -\frac{b}{2a}=0 \\ c=2.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0.5 \\ b=0 \\ c=2.5 \end{cases}$$

Khi đó ta có:

$$\Rightarrow (P): y = -0.5x^2 + 2.5$$

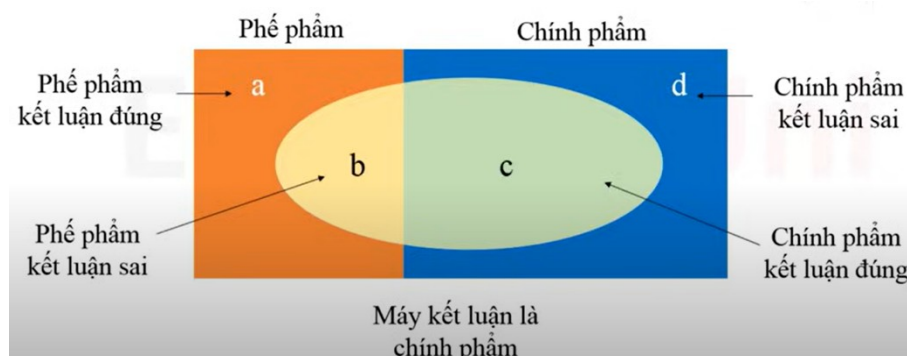
$$S = \int_{-1}^1 (-0.5x^2 + 2.5) dx = \frac{14}{3} m^2$$

Diện tích cái cửa:

Do đó số tiền để làm cửa là $\frac{14}{3} \approx 4.7$ triệu đồng

Câu 6. Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95% , nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

Lời giải



Gọi a là phế phẩm kết luận đúng

b là phế phẩm kết luận sai

c là chính phẩm kết luận đúng

d là chính phẩm kết luận sai

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ \frac{a}{a+b} = 0,9 \\ \frac{c}{c+d} = 0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ 0,1a - 0,9b = 0 \\ 0,05c - 0,95d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,09 \\ b = 0,01 \\ c = 0,855 \\ d = 0,045 \end{cases}$$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là $P_b = \frac{b}{b+c} = \frac{0,01}{0,01+0,855} = 0,012$.

ĐỀ 9

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1(NB). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int 5f(x)dx = 5 \int f(x)dx.$

B. $\int 5f(x)dx = 5 + \int f(x)dx.$

C. $\int 5f(x)dx = \int f(x)dx.$

D. $\int 5f(x)dx = \frac{1}{5} \int f(x)dx.$

Câu 2(NB). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \cos x dx = -\cos x + C.$

D. $\int \cos x dx = \frac{1}{2} \cos^2 x + C.$

Câu 3(NB). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a).$

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(b) - F(a).$

Câu 4(NB). Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_a^b f(x)dx.$

B. $S = -\int_a^b f(x)dx.$

C. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $S = \pi \int_a^b f(x)dx.$

Câu 5(NB). Cho phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 16$, bán kính R của mặt cầu là

A. $R = 4.$

B. $R = 16.$

C. $R = 0.$

D. $R = 2.$

Câu 6(NB). Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 5z + 1 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; -5).$

B. $\vec{n}_2 = (2; 1; -5).$

C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 5).$

D. $\vec{n}_4 = (2; -1; 5).$

Câu 7(NB). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$?

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}.$

Câu 8(NB). Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$?

A. $M_1(3; 1; -1).$

B. $M_2(2; -3; 1).$

C. $M_3(1; 3; -1).$

D. $M_4(-3; -1; 1).$

Câu 9(NB). Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 10(NB). Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 11(NB). Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,26$, $P(B|A) = 0,7$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 12(NB). Cho 2 biến cố A và B . Tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$; $P(B) = 0,4$

- A. $0,1$. B. $0,5$. C. $0,04$. D. $0,55$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 13, câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Biết mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có diện tích là 25π . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **(NB)** Bán kính đường tròn (C) là $r = 5$.
 b) **(NB)** Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là 3 .
 c) **(TH)** Tâm đường tròn (C) có tọa độ là $H(1;3;1)$.
 d) **(TH)** Phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Câu 14. Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **(NB)** $P(A) = \frac{5}{10}$.
 b) **(NB)** $P(B) = \frac{7}{20}$.
 c) **(TH)** $P(A|B) = 0,75$.
 d) **(TH)** $P(B|A) = 0,48$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

$$A = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$$

Câu 15. (TH) Tính tích phân

Câu 16. (VD) Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm và đạt điểm giỏi là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

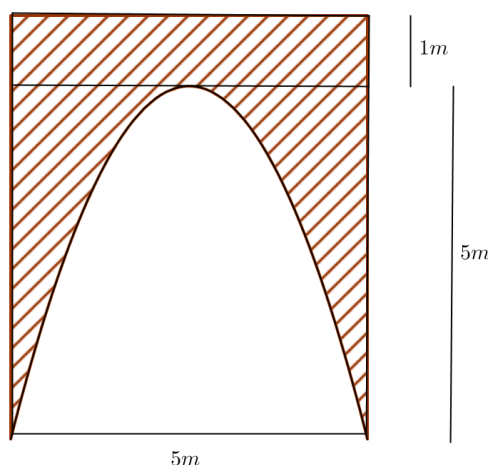
Câu 17. (VD) Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; 3)$ là trực tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có dạng $mx + ny + pz - 14 = 0$, ($m, n, p \in \mathbb{Q}$). Khi đó $m + n + p$ bằng bao nhiêu?

Câu 18. (TH) Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1°C . Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 5$) được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ ($^\circ\text{C}/\text{phút}$). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$. Tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

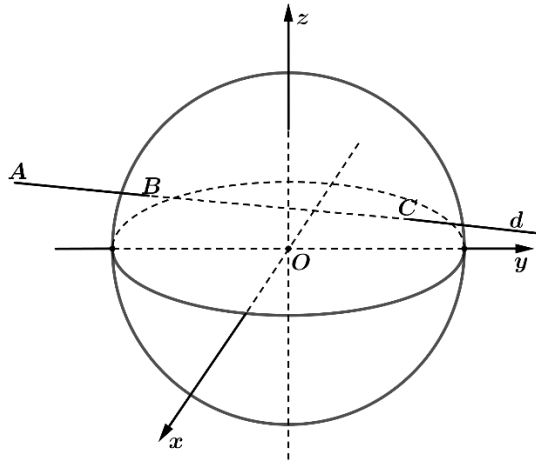
Câu 19. (TH) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 1)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 20. (VD- MHH) Nhà ông Hải có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông Hải cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi ông Hải cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng / 1 m^2 ?



Câu 21. (VD- MHH) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát

⁴¹⁷ km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$, chuyển động theo đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Hãy xác định tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1(NB). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int 5f(x)dx = 5\int f(x)dx.$

B. $\int 5f(x)dx = 5 + \int f(x)dx.$

C. $\int 5f(x)dx = \int f(x)dx.$

D. $\int 5f(x)dx = \frac{1}{5} \int f(x)dx.$

Câu 2(NB). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \cos x dx = -\cos x + C.$

D. $\int \cos x dx = \frac{1}{2} \cos^2 x + C.$

Câu 3(NB). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a).$

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(b) - F(a).$

Câu 4(NB). Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = -\int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

Câu 5(NB). Cho phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 16$, bán kính R của mặt cầu là

A. $R = 4.$

B. $R = 16.$

C. $R = 0.$

D. $R = 2.$

Câu 6(NB). Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 5z + 1 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; -5).$

B. $\vec{n}_2 = (2; 1; -5).$

C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 5).$

D. $\vec{n}_4 = (2; -1; 5).$

Câu 7(NB). Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$?

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 8(NB). Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$?

A. $M_1(3; 1; -1).$

B. $M_2(2; -3; 1).$

C. $M_3(1; 3; -1).$

D. $M_4(-3; -1; 1).$

Câu 9(NB). Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{2}{3}.$

D. $\frac{1}{6}.$

Câu 10(NB). Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{2}{3}.$

D. $\frac{1}{6}.$

Câu 11(NB). Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,26$, $P(B|A) = 0,7$. Tính $P(A|B)$

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{9}{13}$.

Câu 12(NB). Cho 2 biến cố A và B . Tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$; $P(B) = 0,4$

A. $0,1$.

B. $0,5$.

C. $0,04$.

D. $0,55$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 13, câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Biết mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có diện tích là 25π . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (NB) Bán kính đường tròn (C) là $r = 5$.

b) (NB) Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là 3 .

c) (TH) Tâm đường tròn (C) có tọa độ là $H(1; 3; 1)$.

d) (TH) Phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Lời giải

Gọi M là điểm nằm trên đường tròn giao tuyến của (S) và (P) . Ta có $IM = R$. Áp dụng công thức tính bán kính mặt cầu trong trường hợp mặt cầu (S) giao với mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r là

a) Đúng: Ta có đường tròn (C) có diện tích là 25π . Suy ra $r = 5 = MH$.

$$d(I; (P)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 2|}{\sqrt{1 + (-2)^2 + 2^2}} = 3 = IH$$

b) Đúng: Ta có

$$IH: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

c) Sai: Phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 2t \\ x - 2y + 2z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow H(0; 0; 1).$$

Vậy tọa độ là H là nghiệm của hệ

d) Sai: Suy ra $R^2 = MI^2 = IH^2 + MH^2 = 3^2 + 5^2 = 34$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Câu 14. Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (NB) $P(A) = \frac{5}{10}$.

b) (NB) $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) (TH) $P(A|B) = 0,75$.

d) (TH) $P(B|A) = 0,48$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

b) Sai: Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{45} = 0,3(5)$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là 12, số học

sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy là 16 nên $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{12}{16} = 0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{12}{25} = 0,48$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

$$A = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$$

Câu 15. (TH) Tính tích phân

Trả lời: 4

Lời giải

$$A = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$$

Xét $f(x) = x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 1 \in [-2; 2] \end{cases}$$

Cho

Bảng xét dấu:

x	-2	-1	1	2
$x^2 - 1$	+	0	0	+

Do đó: $A = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx = \int_{-2}^{-1} (x^2 - 1) dx + \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-2}^{-1} + \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_1^2 = \left[\frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3} \right) \right] + \left[\frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3} \right) \right] + \left[\frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3} \right) \right] = 4.$$

Câu 16. (VD) Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm và đạt điểm giỏi là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời: 6,67

Lời giải

Gọi A là biến cố “ Học sinh đạt điểm giỏi ”.

B : “Học sinh thức dậy sớm để học bài”.

AB : “Học sinh thức dậy sớm và đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 20\% = 0,2$; $P(B) = 30\% = 0,3$; $P(A) = 10\% = 0,1$.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là

$$\frac{\frac{2}{3}}{0,1} = \frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ lần.}$$

Câu 17. (VD) Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$ là trực tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có dạng $mx + ny + pz - 14 = 0$, ($m, n, p \in \mathbb{Q}$). Khi đó $m + n + p$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: 6

Lời giải

Giả sử: $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$

$$\Rightarrow \overline{AH}(1-a; 2; 3); \overline{BH}(1; 2-b; 3); \overline{BC}(0; -b; c); \overline{AC}(-a; 0; c)$$

$$\begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + 3c = 0 \\ -a + 3c = 0 \end{cases}$$

Do H là trực tâm tam giác ABC nên ta có:

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad \text{và do } H \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

$$\begin{cases} -2b + 3c = 0 \\ -a + 3c = 0 \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{2b}{3} \\ \frac{1}{2b} + \frac{2}{b} + \frac{9}{2b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 7 \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}$$

Do đó ta có hệ phương trình:

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Vậy $m + n + p = 6$.

Câu 18. (TH) Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1°C . Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 5$) được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ ($^\circ\text{C}/\text{phút}$). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$. Tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

Trả lời: 28

Lời giải

$$F(t) = \int f(t) dt = \int 3t^2 dt = t^3 + C$$

Ta có nhiệt độ của bình là

$$1^\circ\text{C}$$

Vì người ta bắt đầu truyền nhiệt cho bình nuôi cấy từ nên ta có:

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(t) = t^3 + 1 (^\circ\text{C})$$

$$F(3) = 3^3 + 1 = 28 (^\circ\text{C})$$

Vậy nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt là

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. (TH) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 1)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 2; 1)$, đồng thời

vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Δ_1 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$

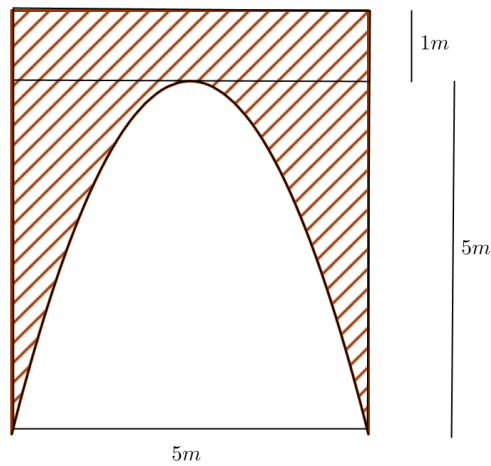
Δ_2 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$

Ta có $\begin{cases} d \perp \Delta_1 \\ d \perp \Delta_2 \end{cases} \Rightarrow d$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$

Tính được $\vec{u} = (-1; 2; 3)$

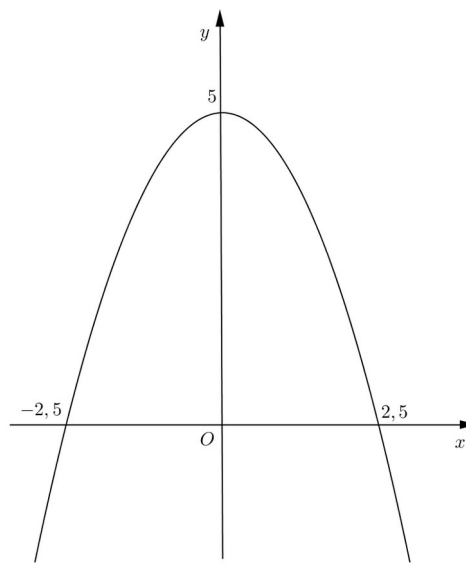
Vậy d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 20. (VD- MHH) Nhà ông Hải có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông Hải cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Hỏi ông Hải cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng / 1 m^2 ?



Lời giải

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Khi đó parabol có phương trình $y = -\frac{4}{5}x^2 + 5$

Diện tích phần lối đường đi vào cổng là:

$$S_1 = 2 \int_0^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{4}{5}x^2 + 5\right) dx = \frac{50}{3} m^2$$

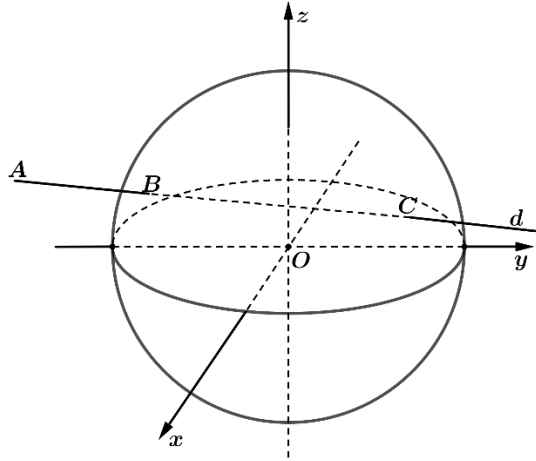
Diện tích phần trang trí là

$$S_2 = S_{hcn} - S_1 = 30 - \frac{50}{3} = \frac{40}{3} m^2$$

Số tiền cần để trang trí là $\frac{40}{3} \times 1.200.000 = 16.000.000đ$

Câu 21. (VD- MHH) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động

theo theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Hãy xác định tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar.



Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(-688; -185; 8)$ và nhận $\vec{u} = (91; 75; 0)$ làm vectơ

$$\text{chỉ phương là } \begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}.$$

Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar.

$$\text{Vì } B \in d \Rightarrow B(-688 + 91t; -185 + 75t; 8).$$

Vì B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar nên

$$OB = 417 \Leftrightarrow \sqrt{(-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2} = 417$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 8 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow B(-415; 40; 8) \Rightarrow AB \approx 353,77 \text{ km}$$

$$\text{Với } t = 8 \Rightarrow B(-88; 415; 8) \Rightarrow AB \approx 848,53 \text{ km}$$

Do $353,77 < 848,53$ vị trí máy bay xuất hiện sớm nhất là $B(-415; 40; 8)$.

ĐỀ 10

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\int f(x)dx = f'(x) + C.$

B. $\int f'(x)dx = f(x) + C.$

C. $\int f(x)dx = f'(x).$

D. $\int f'(x)dx = f(x).$

Câu 2. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa

mãn $F(2) = 6$ và $F(4) = 3$. Tính $\int_2^4 f(x)dx$.

A. -3 .

B. 3 .

C. 9 .

D. 2 .

$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$

Câu 3. Tính tích phân

A. $I = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos(0)$

B. $I = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin(0)$

C.

C. $I = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(0)$

D. $I = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin(0)$

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$, trục hoành, $x = 0$; $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

B. $V = \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx.$

C. $V = \pi^2 \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx.$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$

B. $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$

C. $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$

D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng

A. $2x + y^2 + z + 1 = 0$

B. $x^2 + y + z + 2 = 0$

C. $2x + y + z + 3 = 0$

D. $2x + y + z^2 + 4 = 0$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng

$\Delta: \frac{x-5}{8} = \frac{y-9}{6} = \frac{z-12}{3}$

A. $\vec{u}_1 = (8; 6; 3)$

B. $\vec{u}_2 = (8; 6; -3)$

C. $\vec{u}_3 = (-8; 6; -3)$

D. $\vec{u}_4 = (5; 9; 12)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính

R của mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(1; 0; 3), R = 4$

B. $I(1; 0; 3), R = 2$

C. $I(-1; 0; 3), R = 2$

D. $I(-1; 0; 3), R = 4$

Câu 9. Cho A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B) > 0$. Khi đó:

A. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

B. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

C. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$

D. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

Câu 10. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. $\frac{56}{65}$

B. 0,25.

C. 0,65.

D. 0,5.

Câu 11. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A\bar{B}) = 0,55$. Tính $P(\bar{A}B)$.

A. 0,3.

B. 0,4.

C. 0,35.

D. 0,25.

Câu 12. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$ và $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4}$. Tính $P(B\bar{A})$.

A. $\frac{3}{20}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{4}{19}$

D. $\frac{4}{21}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int x(x-1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1 + C$. Đ

b) $\int \frac{x^2+1}{x}dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$. S

c) $\int (x+1)^2 dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$. Đ

d) $\int (e^x + 1)dx = e^x + C$. S

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 2. Cho đường thẳng

a) Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 0)$. Đ

b) Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(-4; -6; -4)$. Đ

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. S

d) Đường thẳng d và d' $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ chéo nhau. Đ

Câu 3. Cho mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$

a) (S) có tâm $I(3, 1, -2)$. Đ

b) (S) có bán kính $R = 9$. S

c) Điểm $M(3,1,-1)$ nằm trong mặt cầu (S). **Đ**

d) (S) cắt mặt phẳng $(\alpha): -x + y - z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn. **Đ**

Câu 4. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ, còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền là $\frac{1}{10}$. **Đ**

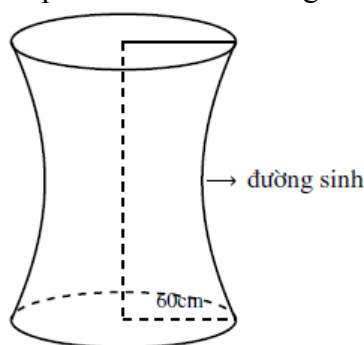
b) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$. **S**

c) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$. **Đ**

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$. **S**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Thể tích V của chiếc trống là $x(dm^3)$. Tìm x (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Trả lời: 345

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$, $y = x^4 + x - 1$, $x = -1$, $x = 1$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Trả lời: 0.27

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+24}{3} = \frac{y-25}{4} = \frac{z}{-5}$ và $\Delta_2: \frac{x-26}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng α độ. Khi đó, giá trị của α bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

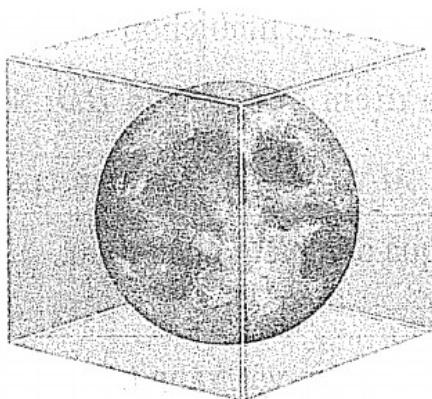
Trả lời: 82

Câu 4. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(3; -2; 3)$ đến vị trí $B(8; 8; 0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng α độ. Khi đó, giá trị của α bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời: 15

Câu 5. Trong khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 8 cm có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ một khoảng 1 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A

trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oy , đỉnh A' thuộc tia Oz . Khi đó, phương trình của mặt cầu bên trong khối lập phương là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Tìm giá trị của $a + b + c + d$.



Trả lời: 51

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

Trả lời: 6

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

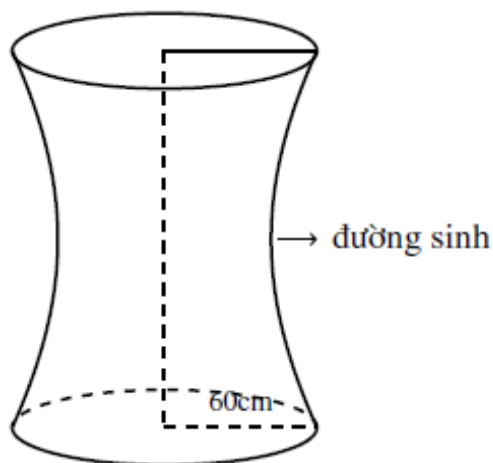
CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ.A	B	A	B	D	B	C	A	C	B	A	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

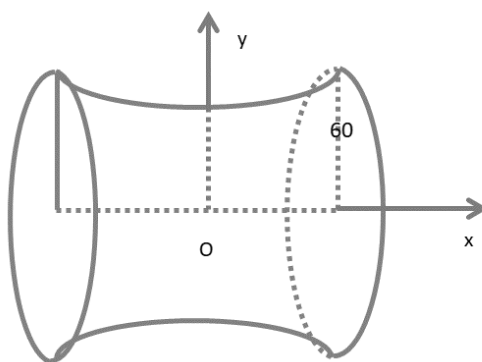
CÂU	a)	b)	c)	d)
1	Đ	S	Đ	S
2	Đ	Đ	S	Đ
3	Đ	S	Đ	Đ
4	Đ	S	Đ	S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Thể tích V của chiếc trống là $x(dm^3)$. Tìm x (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải****Trả lời: 345**

Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (trục hoành là trục của chiếc trống, gốc tọa độ là trung điểm của đường cao chiếc trống, đơn vị: dm).



Gọi (E) là elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ thì ảnh của (E) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}(0;6)$ là

elip (E') có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{(y-6)^2}{9} = 1$.

Suy ra, phương trình của đường sinh là: $y = 6 - \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

Do đó, thể tích của chiếc trống là: $V = \pi \int_{-4}^4 \left(6 - \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}\right)^2 dx \approx 345 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$, $y = x^4 + x - 1$, $x = -1$, $x = 1$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Lời giải**Trả lời: 0,27**

$$S = \int_{-1}^1 |x^2 - x^4| dx$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$= \left| \int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - x^4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \approx 0.27$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+24}{3} = \frac{y-25}{4} = \frac{z}{-5}$ và $\Delta_2: \frac{x-26}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng α độ. Khi đó, giá trị của α bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải**Trả lời: 82**

Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; 4; -5)$ và $\vec{u}_2 = (5; 3; 4)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + (-5) \cdot 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2}} = \frac{7}{50}$$

Ta có:

Suy ra $\alpha \approx 82$.

Câu 4. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(3; -2; 3)$ đến vị trí $B(8; 8; 0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng α độ. Khi đó, giá trị của α bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

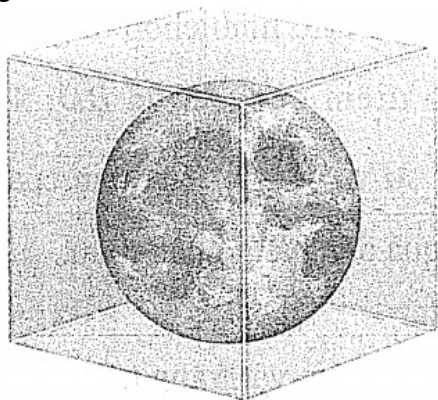
Lời giải**Trả lời: 15**

Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\vec{u} = (5; 10; -3)$, mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Từ đó, góc α giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) có $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{134}}$.

Suy ra $\alpha \approx 15$.

Câu 5. Trong khối pha lê hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 8 cm có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ một khoảng 1 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oy , đỉnh A' thuộc tia Oz . Khi đó, phương trình của mặt cầu bên trong khối pha lê hình lập phương là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Tìm giá trị của $a + b + c + d$.

**Lời giải****Trả lời: 51**

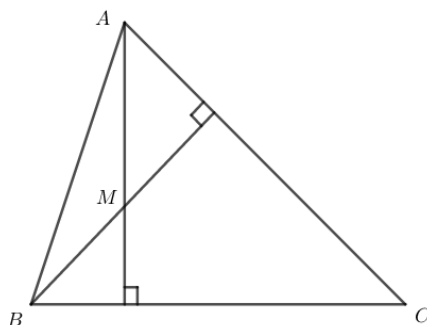
Mặt cầu có tâm $I(4; 4; 4)$, $R = 3$, nên có phương trình là $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 9$ hay $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 8y - 8z + 39 = 0$

Suy ra $a + b + c + d = 51$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 6



Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$, $m, n, p \neq 0$.

Ta có phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

$$M \in (\alpha) \Leftrightarrow \frac{1}{m} + \frac{2}{n} + \frac{3}{p} = 1 \quad (1)$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1-m;2;3)$, $\overrightarrow{BM} = (1;2-n;3)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-n;p)$, $\overrightarrow{AC} = (-m;0;p)$.

$$M \text{ là trực tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3p - 2n = 0 \\ 3p - m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $m = 14$; $n = 7$; $p = \frac{14}{3}$.

Suy ra (α) có phương trình $\frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Vậy $T = a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$.

ĐỀ 11

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ nếu

- A.** $F'(x) = -f(x), \forall x \in (a;b)$. **B.** $f'(x) = F(x), \forall x \in (a;b)$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in (a;b)$. **D.** $f'(x) = -F(x), \forall x \in (a;b)$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là

- A. $x^3 + C$ B. $6x^3 + C$ C. $\frac{1}{3}x^3 + C$ D. $6x + C$

Câu 3: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_1^3 3f(x) dx$ bằng

- A. 12 B. 4 C. 7 D. $\frac{4}{3}$

Câu 4: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 3x^2 dx$ B. $S = \int_0^1 x^2 dx$ C. $S = \pi \int_0^1 (3x^2)^2 dx$ D. $S = 3 \int_0^1 x^2 dx$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 12 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; -3; 0)$ B. $\vec{n}_2 = (0; 1; -3)$ C. $\vec{n}_1 = (1; -3; 12)$ D. $\vec{n}_4 = (1; 0; -3)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $z = 0$ B. $x + y + z = 0$ C. $x = 0$ D. $y = 0$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$.

Phương trình của đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - z + 5 = 0$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

Góc giữa đường thẳng Δ với mặt phẳng (α) bằng

- A. 90° B. 45° C. 30° D. 60°

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

- A. $\frac{11}{3}$ B. 3 C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(2; -3; 1)$ B. $(2; -3; -1)$ C. $(-2; 3; -1)$ D. $(2; 3; 1)$

Câu 11: Cho hai biến cố A, B có xác suất $P(A) = 0,4; P(B) = 0,6; P(AB) = 0,2$. Tính xác suất $P(A|B)$.

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 12: Xét một phép thử có biến cố A và B thỏa mãn $P(A), P(B) > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$. **B.** $P(A) = P(\bar{B})P(A|B) + P(B)P(A|\bar{B})$.
C. $P(A) = P(B)P(\bar{A}|B) + P(\bar{B})P(\bar{A}|\bar{B})$. **D.** $P(A) = P(\bar{B})P(\bar{A}|B) + P(B)P(\bar{A}|\bar{B})$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 2)$. M, N, K tương ứng là hình chiếu của A lên Ox, Oy, Oz

- a).** Phương trình đường thẳng $(OA): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$
b). Vectơ $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(MNK): 2x - y + z - 2 = 0$
c). Khoảng cách điểm O đến mặt phẳng (MNK) bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$
d). Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm A sao cho $d(O, (P))$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng 9

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với tọa độ các điểm $A(1; 2; -4)$, $B(3; -2; 0)$ và mặt cầu $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.

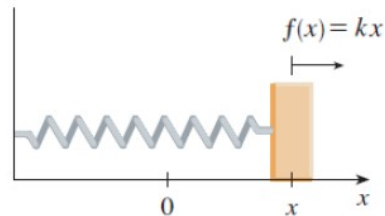
- a).** Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 0; -2)$.
b). Phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.
c). Điểm $M(0; 1; -5)$ nằm trong mặt cầu (S) .
d). Mặt cầu (S') có cùng bán kính với mặt cầu (S) .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trình bày lời giải từ câu 19 đến câu 21.

Câu 15: Chuồng I có 5 con gà mái, 2 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái, 5 con gà trống. Bác Mai bắt một con gà trong số đó theo cách sau: “Bác tung một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Nếu số chấm chia hết cho 3 thì bác chọn chuồng I. Nếu số chấm không chia hết cho 3 thì bác chọn chuồng II. Sau đó, từ chuồng đã chọn bác bắt ngẫu nhiên một con gà”. Tính xác suất để bác Mai bắt được con gà mái (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 16: Một loại vaccine được tiêm ở địa phương X. Người có bệnh nền thì với xác suất 0,35 có phản ứng phụ sau tiêm, người không có bệnh nền thì chỉ có phản ứng phụ sau tiêm với xác suất 0,16. Chọn ngẫu nhiên một người được tiêm vaccine và người này có phản ứng phụ. Tính xác suất để người này có bệnh nền, biết rằng tỉ lệ người có bệnh nền ở địa phương X là 18%. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17: Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để kéo giãn lò xo thêm x mét từ độ dài tự nhiên là $f(x) = k \cdot x$ (N) với k (N/m) là độ cứng của lò xo. Một lực $50N$ được dùng để kéo giãn lò xo từ $10cm$ đến độ dài $15cm$. Hỏi cần thực hiện một công là bao nhiêu để kéo giãn lò xo từ $15cm$ đến $20cm$?



Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = a$. Gọi O là trung điểm AC và I là trung điểm BC . Tính khoảng cách giữa các cặp đường thẳng OI và SC khi $a = 5$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận. Thí sinh trình bày lời giải từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,21$; $P(B) = 0,52$; $P(B|A) = 0,6$. Tính $P(A|B)$

Câu 20: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150m$ về phía nam và $200m$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50m$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180m$ về phía bắc và $240m$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60m$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 21: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 16. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.A	4.D	5.A	6.A	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A								

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Đ – Đ – Đ – S

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 2)$. M, N, K tương ứng là hình chiếu của A lên Ox, Oy, Oz

- a). Phương trình đường thẳng $(OA): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$
- b). Vectơ $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNK)
- c). Khoảng cách điểm O đến mặt phẳng (MNK) bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- d). Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm A sao cho $d(O, (P))$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng 9

Lời giải

- a). Vectơ chỉ phương $\vec{OA} = (1; -2; 2) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng cần lập là $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$
- b). Ta có $M(1; 0; 0), N(0; -2; 0), K(0; 0; 2) \Rightarrow \vec{n} = [\vec{MN}, \vec{MK}] = (-4; 2; -2) \Rightarrow$ Mệnh đề đúng
- c). Pt mặt phẳng $(MNK): 2x - y + z - 2 = 0 \Rightarrow d(O, (MNK)) = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
- d). Mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm A sao cho $d(O, (P))$ lớn nhất. Khi đó vectơ $\vec{OA} = (1; -2; 2)$ là vectơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0 \Rightarrow a + b + c = 1$

Câu 14: Đ – S – S – Đ

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với tọa độ các điểm $A(1; 2; -4)$, $B(3; -2; 0)$ và mặt cầu $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.

- a). Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 0; -2)$.
- b). Phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.
- c). Điểm $M(0; 1; -5)$ nằm trong mặt cầu (S) .
- d). Mặt cầu (S') có cùng bán kính với mặt cầu (S) .

Lời giải

a) Đúng.

Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính AB , suy ra I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Vậy $I(2; 0; -2)$.

b) Sai.

Ta có bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{(1-2)^2 + (2-0)^2 + (-4+2)^2} = 3$.

Suy ra phương trình mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

c) Sai.

Ta có $(0-2)^2 + (1-0)^2 + (-5+2)^2 = 14 > 3^2$.

Vậy điểm $M(0;1;-5)$ nằm ngoài mặt cầu (S) .

d) Đúng.

Phương trình mặt cầu (S') tương ứng với $a=1, b=-2, c=3, d=5$, do đó (S') là phương trình của mặt cầu có tâm $I'(1;-2;3)$ và bán kính $R' = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - 5} = 3$.

Vậy mặt cầu (S') có cùng bán kính với mặt cầu (S) .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15: Chuồng I có 5 con gà mái, 2 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái, 5 con gà trống. Bác Mai bắt một con gà trong số đó theo cách sau: “Bác tung một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Nếu số chấm chia hết cho 3 thì bác chọn chuồng I. Nếu số chấm không chia hết cho 3 thì bác chọn chuồng II. Sau đó, từ chuồng đã chọn bác bắt ngẫu nhiên một con gà”. Tính xác suất để bác Mai bắt được con gà mái (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

Lời giải

$$\frac{41}{84} \approx 0,49$$

Đáp án: .

Gọi A là biến cố: “Bắt được con gà mái”, B là biến cố: “Gà được bắt ở chuồng I”,

$\overline{B}$ là biến cố “Gà được bắt ở chuồng II”. Khi đó, $P(B) = \frac{1}{3}, P(\overline{B}) = \frac{2}{3}$.

$$P(A|B) = \frac{5}{7}.$$

Xác suất bắt được con gà mái nếu con gà đó ở chuồng I là:

$$P(A|\overline{B}) = \frac{3}{8}.$$

Xác suất bắt được con gà mái nếu con gà đó ở chuồng II là:

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{41}{84}.$$

$$\frac{41}{84}$$

Vậy xác suất để bác Mai bắt được con gà mái là $\frac{41}{84}$.

Câu 16: Một loại vaccine được tiêm ở địa phương X. Người có bệnh nền thì với xác suất 0,35 có phản ứng phụ sau tiêm, người không có bệnh nền thì chỉ có phản ứng phụ sau tiêm với xác suất 0,16. Chọn ngẫu nhiên một người được tiêm vaccine và người này có phản ứng phụ. Tính xác suất để người này có bệnh nền, biết rằng tỉ lệ người có bệnh nền ở địa phương X là 18%. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

$$\frac{315}{971} \approx 0,32$$

Đáp án: $\frac{315}{971}$.

Gọi A là biến cố: “Người bị bệnh nền”, B là biến cố: “Người có phản ứng phụ sau tiêm”

$$P(A) = 0,18; P(\bar{A}) = 0,82; P(B|A) = 0,35; P(B|\bar{A}) = 0,16.$$

Khi đó,

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,18.0,35}{0,18.0,35 + 0,82.0,16} = \frac{315}{971}.$$

Vậy xác suất để người này có bệnh nền nếu chọn ngẫu nhiên một người được tiêm vaccine biết người

này có phản ứng phụ là $\frac{315}{971}$.

Câu 17: Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để kéo giãn lò xo thêm x mét từ độ dài tự nhiên là $f(x) = k \cdot x$ (N) với k (N/m) là độ cứng của lò xo. Một lực $50N$ được dùng để kéo giãn lò xo từ $10cm$ đến độ dài $15cm$. Hỏi cần thực hiện một công là bao nhiêu để kéo giãn lò xo từ $15cm$ đến $20cm$?

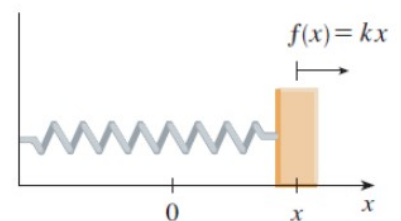
Đáp án:

Lời giải

Khi lò xo được kéo giãn từ độ dài từ $10cm$ đến $15cm$, thì lượng kéo giãn là $x = 15 - 10 = 5cm \Rightarrow x = 0,05m$. Điều này có nghĩa là

$$f(0,05) = 50 \Rightarrow 0,05k = 50 \Rightarrow k = 50 : 0,05 = 1000(N/m).$$

Do đó, ta có:



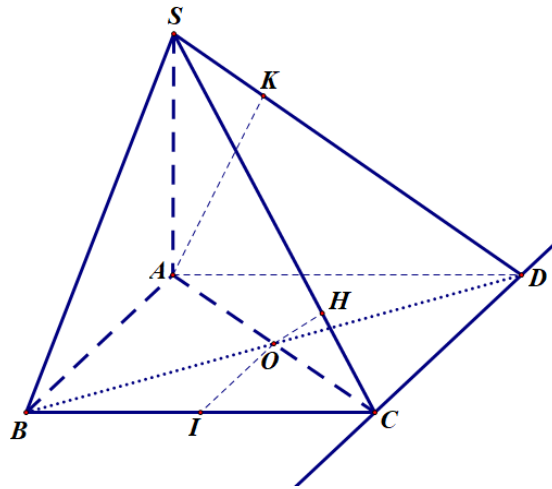
$f(x) = 1000 \cdot x(N)$ và công cần thực hiện để kéo giãn lò xo từ $15cm$ đến $20cm$ là

$$A = \int_{0,15}^{0,2} 1000 \cdot x dx = 1000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{0,15}^{0,2} = 1000 \cdot \left(\frac{0,2^2}{2} - \frac{0,15^2}{2} \right) = 8,75(J)$$

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = a$. Gọi O là trung điểm AC và I là trung điểm BC . Tính khoảng cách giữa các cặp đường thẳng OI và SC khi $a = 5$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 2,23



Tính $d(OI, SC)$

Qua C kẻ đường thẳng d song song với OI , ta cũng có $d \parallel AB$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa SC và d , khi đó $OI \parallel (P)$ nên ta có $d(OI, SC) = d(OI, (P)) = d(O, (P))$.

Ta lại có $OC = \frac{1}{2} AC$ nên $d(O, (P)) = \frac{1}{2} d(A, (P))$.

Kẻ $AD \perp d$ và $AK \perp SD$ ta được $AK \perp (P)$, vậy $d(A, (P)) = AK$.

Trong tam giác vuông SAD có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{AD^2}$.

Dễ thấy $AB \parallel d$ nên $AD = BC = a$.

Từ đó ta được $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2\sqrt{5}}{5}a \Rightarrow d(AB, SC) = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Vậy $d(OI, SC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}a = \frac{\sqrt{5}}{5}a \approx 2,23$.

PHẦN IV. Tự luận. Thí sinh trình bày lời giải từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,21$; $P(B) = 0,52$; $P(B|A) = 0,6$. Tính $P(A|B)$

Lời giải**Đáp án: 323**

Ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,21 \cdot 0,6 = 0,126$

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,126}{0,52} = \frac{63}{260}$$

Suy ra: $a = 63$ và $b = 260$.

Vậy $D = a + b = 63 + 260 = 323$.

Câu 20: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m . Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m .

Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải**ĐÁP SỐ: 550m**

Ta có: Vị trí A, B có tọa độ lần lượt là: $(150; 200; 50)$, $(-180; -240; 60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$$AB = \sqrt{(-180 - 150)^2 + (-240 - 200)^2 + (60 - 50)^2} \approx 550(\text{m})$$

Câu 21: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”; B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A_{00}

$$\Rightarrow P(B|A) = 0,6$$

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A_{00}

$$\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$$

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,8 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,7} \approx 0,7742$$

ĐỀ 12**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025****MÔN THI: TOÁN – LỚP 12***Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1 [TD]. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 3x + 2$ là

- A. $F(x) = x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$ B. $F(x) = x^4 + \frac{3}{2}x + 2x$
 C. $F(x) = 12x^2 - 3x + C$ D. $F(x) = 12x^4 + 3x^2 + x + C$

Câu 2 [TD]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

- A. $\frac{x^{2023}}{2023} + 2024$ B. $\frac{x^{2023}}{2023}$ C. $y = \frac{x^{2021}}{2022}$ D. $\frac{x^{2023}}{2023} - 2025$

Câu 3 [TD]. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$ được kết quả là

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 4 [MH]. Một ô tô đang chạy với tốc độ $25(m/s)$ thì gặp chướng ngại vật, người lái đạp phanh,

từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 25(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?



- A. $63 m$ B. $62 m$ C. $6,25 m$ D. $62,5 m$

Câu 5 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

B. $\vec{n}_1 = (1; 2; 1)$.

C. $\vec{n}_4 = (2; 2; 1)$.

D. $\vec{n}_3 = (1; -2; 4)$.

Câu 6 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $-x + y - 2z - 1 = 0$.

C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$.

D. $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 7 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -4; -5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 1 = 0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$. Cosin của góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 0,5.

Câu 9 [TD]. Trong không gian $Oxyz$. Tính sin của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt

là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-2; 1; -3), R = 5$.

B. $I(2; 1; 3), R = 5$.

C. $I(-2; 1; -3), R = 25$.

D. $I(2; 1; 3), R = 25$.

Câu 11 [TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A|B) = \frac{3}{7}$. Tính $P(A \cap B)$

A. 0,3.

B. 0,2.

C. 0,35.

D. 0,25.

Câu 12 [TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. 0,25

B. 0,65

C. $\frac{56}{65}$

D. 0,5

PHẦN II. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$, $B(4; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$.

a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm $I(3; 0; 2)$.

b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB là $R = \sqrt{3}$.

c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 0$.

d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .

b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.

c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .

d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2 .

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1[GQVĐ]: Một thư viện có hai phòng riêng biệt, phòng A và phòng B. Xác suất chọn được một quyển sách về chủ đề Khoa học tự nhiên thuộc phòng A và thuộc phòng B lần lượt là 0,25 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách của thư viện; tính xác suất để chọn được 1 cuốn sách phòng A và thuộc chủ đề Khoa học tự nhiên là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 2[GQVĐ]: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỉ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 3[GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Gọi $A'(a; b; c)$ là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2; 1; 5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.



PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1 [GQVĐ]. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$. Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là bao nhiêu?

Câu 2 [MH]. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam và 3 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3$ km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét?

Câu 3 [GQVĐ]. Trường THPT X, có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó thì có 75% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất để chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

LỜI GIẢI ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 2 – TOÁN 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1 [TD]. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 3x + 2$ là

A. $F(x) = x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

B. $F(x) = x^4 + \frac{3}{2}x + 2x$

C. $F(x) = 12x^2 - 3x + C$

D. $F(x) = 12x^4 + 3x^2 + x + C$

Lời Giải: Chọn **A**

Câu 2 [TD]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

A. $\frac{x^{2023}}{2023} + 2024$

B. $\frac{x^{2023}}{2023}$

C. $y = \frac{x^{2021}}{2022}$

D. $\frac{x^{2023}}{2023} - 2025$

Lời Giải: Chọn **C**

Câu 3 [TD]. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$ được kết quả là

- A. -1 . B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Lời giải:

Ta có
$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2}$$

Câu 4 [MH]. Một ô tô đang chạy với tốc độ $25(m/s)$ thì gặp chướng ngại vật, người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?

D. $62,5 m$.

Lời giải Chọn D

Khi ô tô dừng hẳn thì: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 25 = 0 \Leftrightarrow t = 5(s)$.

$$s = \int_0^5 (-5t + 25) dt = 62,5(m)$$

Vậy từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được:

Câu 5 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

B. $\vec{n}_1 = (1; 2; 1)$.

C. $\vec{n}_4 = (2; 2; 1)$.

D. $\vec{n}_3 = (1; -2; 4)$.

Lời giải Chọn A

Câu 6 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $-x + y - 2z - 1 = 0$.

C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$.

D. $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải Chọn A

Câu 7 [TD]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -4; -5)$. Phương trình của d là

A.
$$\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

Lời giải Chọn D

Câu 8 [TD]. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 1 = 0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$. Cosin của góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 0.**B. 1.****C. -1.****D. 0,5 .****Lời giải Chọn D vì góc = 90 độ****Câu 9 [TD].** Trong không gian $Oxyz$. Tính sin của góc giữa hai đường thẳng có phương trình lần lượt

$$\text{là } d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}, d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}.$$

A. $-\frac{1}{2}$.**B. 0.****C. 1.****D. $\frac{1}{2}$.****Lời giải Chọn C, vì 2 đường vuông góc với nhau****Câu 10 [TD].** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$. Xác định toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .**A. $I(-2; 1; -3), R = 5$.****B. $I(2; 1; 3), R = 5$.****C. $I(-2; 1; -3), R = 25$.****D. $I(2; 1; 3), R = 25$.****Lời giải Chọn A****Câu 11[TD].** Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A|B) = \frac{3}{7}$. Tính $P(A \cap B)$.**Lời giải****Chọn A**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,3$$

Ta có:

Câu 12[TD]. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.**A. 0,25 .****B. 0,65 .****C. $\frac{56}{65}$.****D. 0,5 .****Lời giải****Chọn C.**

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,65} = \frac{56}{65}$$

Áp dụng công thức Bayes

PHẦN II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.**a) [TD]** Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có toạ độ là $I(0; 1; 3)$.

b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.

c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

a) Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0;1;3)$.

b) Ta có $\overline{AB} = (2; -2; 0) \Rightarrow |\overline{AB}| = 2\sqrt{2}$. Suy ra bán kính mặt cầu đường kính AB bằng $\frac{1}{2}AB = \sqrt{2}$.

c) Phương trình mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;1;3)$, bán kính $R = \sqrt{2}$ là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

d) Ta có $d(I, (P)) = \frac{|1+3+1|}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \neq R$. Suy ra mặt phẳng (P) không tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .

b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.

c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .

d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2 .

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng.

Ta có: VTCP của d_1 là $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$ nên a) đúng

$\vec{u}_2 = (2; -1; 0)$; VTCP của d_2 là $\vec{u}_2 = (2; -1; 0)$.

b) Ta có $\begin{cases} 0 = 2t \\ 3 = -3 - t \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -6 \\ 0 = 0 \end{cases}$ vô nghiệm nên d_2 không đi qua điểm $A(0; 3; 0)$, suy ra b) sai

c) Ta có: $\vec{u}_1 \neq k\vec{u}_2$ nên d_1 không song song với d_2 suy ra c) sai

d) $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Rightarrow d_1 \perp d_2$ (1). Vậy mệnh đề d) đúng.

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1[GQVĐ]: Xét các biến cố:

M : "Quyển sách được chọn ở phòng A";

N : "Quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên";

Vậy xác suất quyền sách được chọn ở phòng A, biết rằng quyền sách đó về chủ đề Khoa học tự nhiên

$$P(M \setminus N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)} = \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3} \approx 0,3$$

là

Câu 2[GQVĐ]: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỉ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính(bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố “ người đó bị bệnh”

B là biến cố “ kết quả kiểm tra người đó là dương tính”

Ta cần tính $P(A \setminus B)$.

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là: $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất có kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B \setminus A) = 99\% = 0,99$

$$P(A \setminus B) = \frac{P(B \setminus A).P(A)}{P(B \setminus A).P(A) + P(B \setminus \bar{A}).P(\bar{A})} = \frac{0,99.0,01}{0,99.0,01 + 0,01.0,99} = 0,5$$

Vậy xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5.

Câu 3[GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Gọi $A'(a; b; c)$ là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 5)$ lên Oy . Suy ra $H(0; -3; 0)$

Vì A' đối xứng với A qua trục Oy nên H là trung điểm đoạn AA' .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2; -3; -5) \Rightarrow a + b + c = -10.$$

Câu 4 [GQVĐ]: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm

$A(-2; 1; 5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.



Lời giải:

$$d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

Phương trình tham số của đường cáp là :

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM = 4t$ (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM = 4 \cdot 5 = 20$ (m).

Vì $M \in d \Rightarrow M(-2; 1 - 2k; 5 + 6k)$

Do 2 vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{u}$ cùng hướng $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

Vì $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$.

Vậy tọa độ $M(-2; 1 - 2\sqrt{10}; 5 + 6\sqrt{10})$. Khi đó $a + 3b + c = -2 + 3(1 - 2\sqrt{10}) + 5 + 6\sqrt{10} = 6$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1[GQVĐ]. Một công ty đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$. Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là bao nhiêu ?

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

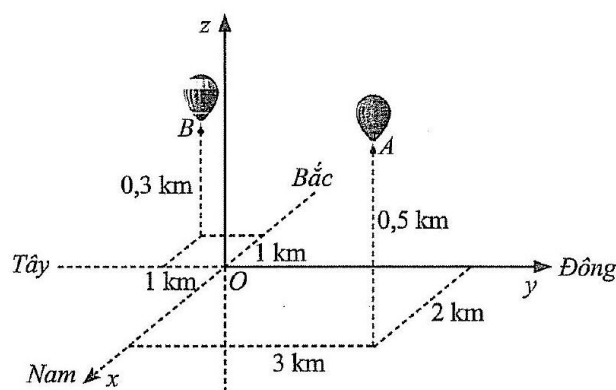
Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Gọi E là biến cố: “Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1” $\Rightarrow E = B | \bar{A}$

$$P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$$

Khi đó:

Câu 2 [MH]. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam và 3 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3$ km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét?



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét).

Khi đó $O(0;0;0)$, $A(2;3;0,5)$, $B(-1;-1;0,3)$ lần lượt là vị trí xuất phát và vị trí của hai khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn tại thời điểm được quan sát.

Gọi $M(x_M; y_M; 0)$ là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi $B'(-1;-1;-0,3)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $MA + MB = MA + MB'$.

Suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi $MA + MB'$ nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi A, B', M thẳng hàng.

Gọi $M(x_M; y_M; 0)$, suy ra $\overrightarrow{MA} = (2 - x_M; 3 - y_M; 0,5)$, $\overrightarrow{MB'} = (-1 - x_M; -1 - y_M; -0,3)$.

A, B', M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB'}$ cùng phương

$$\Rightarrow \frac{-1 - x_M}{2 - x_M} = \frac{-1 - y_M}{3 - y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

Khi đó $\min(MA + MB) = \min(MA + MB') = AB' = \sqrt{9 + 16 + 0,8^2} = \sqrt{25,64}$.

Câu 3 [GQ]. Trường THPT X, có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó thì có 75% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất để chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu ?

Giải:

Xét các biến cố:

A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B : "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,75$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,75 + 0,8.0,1 = 0,23$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,75}{0,23}.$$

ĐỀ 13**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025****MÔN THI: TOÁN – LỚP 12***Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)***PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Câu 2. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

A. 20.

B. 18.

C. 12.

D. 10.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là

A. $(4; -4; 2)$.

B. $(-2; 2; -3)$.

C. $(-4; 4; 2)$.

D. $(0; 0; -3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}.$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc tạo bởi hai vector $\vec{a} = (-4; 2; 4)$ và $\vec{b} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$ là:

A. 30°

B. 90°

C. 135°

D. 45°

Câu 6. Trên một phần mềm đã thiết kế sân khấu 3D trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos in$ giữa hai tiasáng có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}, d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}.$

A. $-\frac{1}{2}.$

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1; -2; -3)$.

B. $(1; 2; 3)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(1; -2; 3)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$ và $B(0; 3; -1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 10. Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(A)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Câu 11. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$; $P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. $0,1875$. B. $0,48$. C. $0,333$. D. $0,95$.

Câu 12. Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của $BIDV$ và 4 thẻ ATM của $Vietcombank$. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của $Vietcombank$ nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của $BIDV$.

A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7)$, $B(-3; 8; -1)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+5}{4}$

- a) Đường thẳng AB và đường thẳng (Δ) vuông góc với nhau;
b) Đường thẳng AB và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ tạo với nhau góc 75° (làm tròn đến độ);
c) Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1; -3; -3)$, bán kính $R = 3\sqrt{5}$
d) Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Câu 2: Một kho hàng chứa 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II , trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I ”;

B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”;

a) $P(A) = 0,85$ b) $P(B|A) = 0,99$ c) $P(B) = 0,9855$ d) $P(A|B) = 0,95$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$ và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$$

. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A , nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng $\frac{a}{b}$. Tính giá trị $a + b$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng bao nhiêu? (Lấy giá trị gần đúng làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 3: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (Làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Câu 4: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam

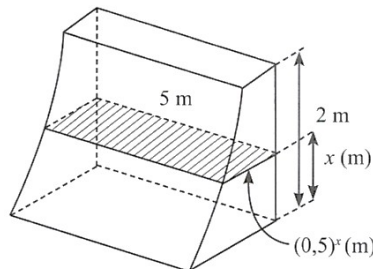
là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3

Câu 1. Một khối bê tông cao $2m$ được đặt trên mặt đất phẳng. Nếu cắt khối bê tông này bằng mặt phẳng nằm

ngang, cách mặt đất $x(m)$ ($0 \leq x \leq 2$) thì được mặt cắt là hình chữ nhật có chiều dài $5x(m)$, chiều rộng $(0,5)^x(m)$

(Hình).



Tính thể tích của khối bê tông (đơn vị: mét khối, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

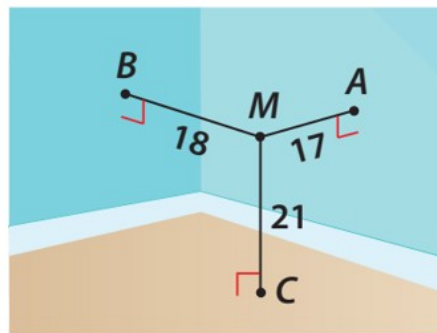
Câu 2. Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp

xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến

hai bức tường và nền nhà là $17cm, 18cm, 21cm$ (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng

bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ $23cm$ đến $24,5cm$? Kết quả là

một chữ số thập phân.



Câu 3. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất $0,55$. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: *Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.*

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là $0,8$ và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

ĐÁP ÁN CHI TIẾT – THANG ĐIỂM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 2. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

A. 20.

B. 18.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (9 - 1) = 10.$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là

A. $(4; -4; 2).$

B. $(-2; 2; -3).$

C. $(-4; 4; 2).$

D. $(0; 0; -3).$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào mặt phẳng (P) , ta được vector pháp tuyến là $(-2; 2; -1)$. Chọn đáp án A vì nó cùng phương với $(-2; 2; -1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -2)$ hoặc $\vec{u}(1; 1; -1)$ là véc tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án **A**, **B** và **C**.

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc tạo bởi hai vector $\vec{a} = (-4; 2; 4)$ và $\vec{b} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$ là:

- A. 30° B. 90° C. 135° D. 45°

Lời giải

Chọn C

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-8\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{\sqrt{(-4)^2 + 2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (-2\sqrt{2})^2 + 0^2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$$

Câu 6. Trên một phần mềm đã thiết kế sân khấu 3D trong không gian $Oxyz$. Tính $\cos$ giữa hai tia sáng có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

d_1 có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$.

d_2 có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (3; 3; 9)$.

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 9|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2 + 9^2}} = 0$$

Ta có

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; -3)$ B. $(1; 2; 3)$ C. $(-1; 2; -3)$ D. $(1; -2; 3)$

Lời giải

Chọn D

Từ phương trình đã cho, ta thấy tọa độ tâm là $I(1; -2; 3)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$ và $B(0; 3; -1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

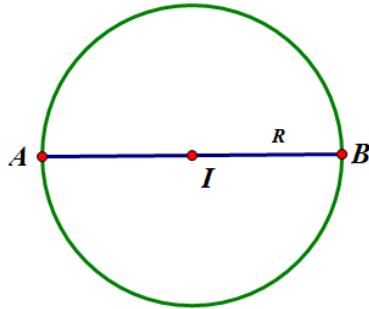
- A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) đường kính AB nhận $I(1;2;0)$ trung điểm AB làm tâm, có bán kính là $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ nên có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$



Câu 9. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

Ta có:

Câu 10. Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.

C. $P(A|B) = \frac{P(B) \cdot P(B|A)}{P(A)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Lời giải

Chọn B

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

Theo công thức Bayes, ta có

Câu 11. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$; $P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. $0,1875$. B. $0,48$. C. $0,333$. D. $0,95$.

Lời giải

Chọn A

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,25}{0,4} = 0,1875$$

Theo công thức Bayes, ta có:

Câu 12. Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của $BIDV$ và 4 thẻ ATM của $Vietcombank$. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của $Vietcombank$ nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của $BIDV$.

A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố “lần thứ hai lấy được thẻ ATM Vietcombank”,

B là biến cố “lần thứ nhất lấy được thẻ ATM của BIDV”.

Ta cần tìm $P(A|B)$

Sau khi lấy lần thứ nhất (biến cố B đã xảy ra) trong hộp còn lại 9 thẻ (trong đó 4 thẻ Vietcombank)

$$P(A|B) = \frac{4}{9}$$

nên

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$ và đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+5}{4}$$

a)[NB] Đường thẳng AB và đường thẳng (Δ) vuông góc với nhau;

b)[TH] Đường thẳng AB và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ tạo với nhau góc 75° (làm tròn đến độ);

c) [NB] Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1; -3; -3)$, bán kính $R = 3\sqrt{5}$

d)[NB] Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

a) Đường thẳng AB có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-4; 10; -8)$, đường thẳng (Δ) có vector chỉ phương $\vec{u}' = (2; -3; 4)$.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{u}' = -70 \neq 0$ nên đường thẳng AB và đường thẳng (Δ) không vuông góc với nhau. Do đó, **a) sai**;

b) Đường thẳng AB có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-4; 10; -8)$, mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ nên

$$\sin(AB, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|(-4) \cdot 1 + 10 \cdot (-2) + (-8) \cdot 3|}{\sqrt{(-4)^2 + 10^2 + (-8)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{4\sqrt{70}}{35}$$

, suy ra đường thẳng AB và mặt phẳng (P) tạo với nhau góc 73° (làm tròn đến độ). Do đó, **b) sai**;

c) Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(-1; 3; 3)$ là trung điểm của AB và đi qua điểm $A(1; -2; 7)$,

khi đó bán kính của mặt cầu (S) là: $R = IA = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-3)^2 + (7-3)^2} = 3\sqrt{5}$. Do đó, **c) sai**;

d) Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(-1; 3; 3)$ là trung điểm của AB và đi qua điểm $A(1; -2; 7)$,

khi đó bán kính của mặt cầu (S) là: $R = IA = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-3)^2 + (7-3)^2} = 3\sqrt{5}$ nên (S) AB có phương trình là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$. Do đó, **d) đúng**.

Câu 2: Một kho hàng chứa 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B: “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”;

a) $P(A) = 0,85$

b) $P(B|A) = 0,99$

c) $P(B) = 0,9855$

d)

$P(A|B) = 0,95$

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Ta có $P(A) = 0,85$ và $P(\bar{A}) = 0,15$. Do đó, a) đúng ;

b) Vì có 1% sản phẩm loại I bị hỏng nên $P(\bar{B}|A) = 0,01$, suy ra
 $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$. Do đó, b) đúng ;

c) Vì có 4% sản phẩm loại II bị hỏng nên $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,04$, suy ra
 $P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$. Do đó, c) đúng ;

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854$$

d) Theo công thức Bayes ta có . Do đó, d) sai ;

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

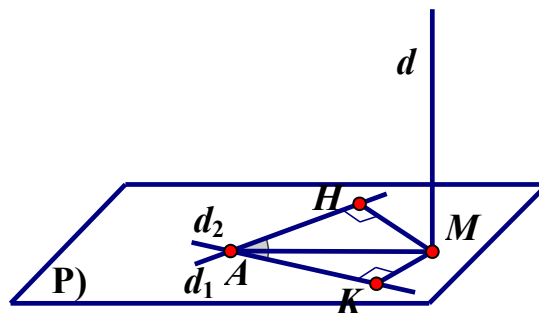
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$ và đường thẳng

$(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A , nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến

đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Cosin của góc giữa d_1 và d_2 bằng $\frac{a}{b}$. Tính giá trị $a+b$

Lời giải

Đáp án: $a+b=4$



* Ta có: $\vec{n}_P = (1;0;-1)$, $\vec{u}_d = (-1;0;1) \Rightarrow d \perp (P)$ và $d \cap (P) = M(0;2;-1)$
 $\Rightarrow \vec{MA} = (2;-1;2) \Rightarrow MA = 3$

* Gọi $H; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên d_1 và d_2 , ta có
 $d(d_1; d) = d(M; d_1) = MH$, $d(d_2; d) = d(M; d_2) = MK \Rightarrow MH = MK = \sqrt{6}$

$$\Rightarrow \sin \angle MAK = \sin \angle MAH = \frac{HM}{AM} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos(d_1; d_2) = \left| \cos(2\angle MAH) \right| = \left| 1 - 2\sin^2 \angle MAH \right| = \left| 1 - \frac{4}{3} \right| = \frac{1}{3}. \text{ Vậy, } a=1, b=3 \text{ nên } a+b=4$$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x+y+z$ bằng bao nhiêu? (Lấy giá trị gần đúng làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp số: 5,25**Lời giải**

Xét điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$. Khi đó $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= (\overline{MI} + \overline{IA})^2 + (\overline{MI} + \overline{IB})^2 + (\overline{MI} + \overline{IC})^2 + (\overline{MI} + \overline{ID})^2 \\ &= 4MI^2 + 2\overline{MI}(\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \geq IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \quad (\text{vì } MI^2 \geq 0 \text{ với mọi điểm } M) \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv I$ tức là $M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow x + y + z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = 5,25$

Câu 3: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (Làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Đáp số: 0,41**Lời giải**

Gọi A là biến cố: "Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất".

Gọi B là biến cố: "Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai".

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$.

Theo công thức nhân xác suất: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$.

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$.

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên

bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$.

Câu 4: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$.

Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Đáp số: 10**Lời giải**

Gọi A là biến cố "Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất"

Gọi B là biến cố "Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai"

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

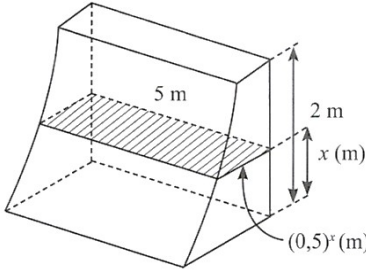
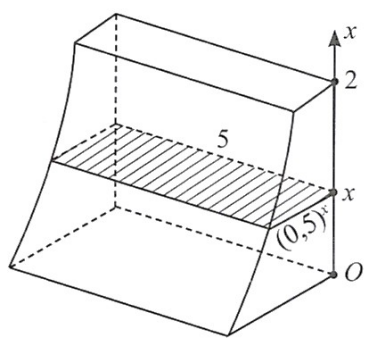
Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi $(n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1)$ $P(A) = \frac{6}{n}$; $P(B|A) = \frac{5}{n-1}$

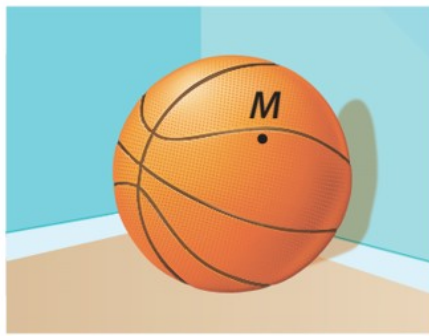
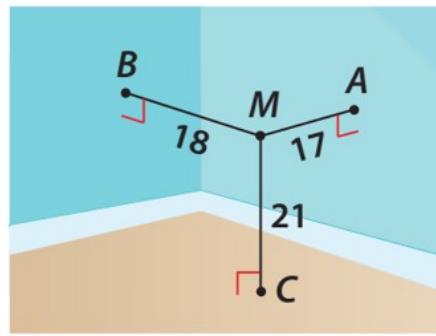
Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

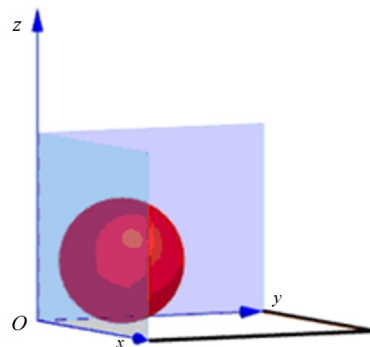
Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3 (Mỗi câu 1 điểm).

Câu	NỘI DUNG	Điểm
1 [TH]	<p>Một khối bê tông cao $2m$ được đặt trên mặt đất phẳng. Nếu cắt khối bê tông này bằng mặt phẳng nằm ngang, cách mặt đất $x(m)$ ($0 \leq x \leq 2$) thì được mặt cắt là hình chữ nhật có chiều dài $5x(m)$, chiều rộng $(0,5)^x(m)$ (Hình).</p>  <p>Tính thể tích của khối bê tông (đơn vị: mét khối, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)</p>	
	<p>Chọn trục Ox thẳng đứng, gốc O nằm trên mặt đáy của khối bê tông, chiều dương hướng lên trên (Hình).</p> 	0,25
	Khi đó, khối bê tông nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng vuông góc với Ox lần lượt tại các điểm $x = 0$ và $x = 2$.	0,25
	Mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) cắt khối bê tông theo mặt cắt có diện tích là $S(x) = 5 \cdot (0,5)^x (m^2)$.	0,25
	<p>$S(x) = 5 \cdot (0,5)^x (m^2)$. Do đó, thể tích của khối bê tông là</p> $V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{5}{\ln \frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \Big _0^2 = -\frac{5}{\ln 2} \left(\frac{1}{4} - 1\right) = \frac{15}{4 \ln 2} \approx 5,41 (m^3).$	0,25
2 [VD]	<p>Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là $17cm, 18cm, 21cm$ (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ $23cm$ đến $24,5cm$? Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.</p>	



Ta đặt hệ trục vào căn phòng sao cho có hai bức tường là mặt (Oxz) , (Oyz) , và nền là (Oxy) .



0,25

Vậy bài toán dẫn đến việc tìm đường kính của mặt cầu tiếp xúc với 3 mặt phẳng toạ độ và chứa điểm $M(17;18;21)$.

0,25

Ta có thể gọi phương trình mặt cầu là $(S): (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2$, với $a > 0$ (do mặt cầu tiếp xúc với các mặt phẳng toạ độ nên $a = b = c = R$).

0,25

Do $M(17;18;21) \in (S)$ nên $(17-a)^2 + (18-a)^2 + (21-a)^2 = a^2$

$$\Rightarrow 2a^2 - 112a + 1054 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 28 - \sqrt{257} \\ a = 28 + \sqrt{257} \end{cases}$$

Vì quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm nên $a = 28 - \sqrt{257}$ thỏa mãn.

0,25

Vậy đường kính quả bóng bằng $2a = 56 - 2\sqrt{257} \approx 23,9 \text{ (cm)}$.

3
[VD]

Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

Xét biến cố A : “Máy bay xuất hiện ở vị trí X ”, điều đó có nghĩa là biến cố $\bar{A}$: “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y ”. Xét biến cố B : “Máy bay bị bắn hạ”.

0,25

Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Tính $P(A), P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$	
Tính $P(B A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X . Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là $0,8$, vậy: $P(B A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96$	0,25
Tính $P(B \bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y . Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là $0,8$, vậy: $P(B \bar{A}) = 0,8$	0,25
Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B A) + P(\bar{A}) \cdot P(B \bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888$. Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là $0,888$.	0,25

ĐỀ14	ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025 MÔN THI: TOÁN – LỚP 12 <i>Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)</i>
-------------	---

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng H quay quanh trục Ox là:

- A. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x} dx$ B. $V = \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ C. $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$ D. $V = \pi^2 \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$ B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$
C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$ D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Câu 3: Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 4: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $\int f(x) dx = F(x) + C$ B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$

C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x)$ D. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q) .

A. $m = n = -4$ B. $m = 4; n = -4$ C. $m = -4; n = 4$ D. $m = n = 4$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{-4}$. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{2}$ B. $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$

C. $d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ D. $d_4: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

Câu 7: Khảo sát 1000 học sinh trong trường THPT X thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Xác suất chọn được học sinh biết chơi bóng đá bằng

A. 0,8 B. 0,17 C. 0,68 D. 0,25

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2024^x$, $y = 0$ và các đường $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2024^x dx$ B. $S = \int_0^2 2024^{2x} dx$ C. $S = p \int_0^2 2024^x dx$ D. $S = p \int_0^2 2024^{2x} dx$

Câu 9: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là

A. $\vec{n}_{(Q)} = (1;0;1)$ B. $\vec{n}_{(Q)} = (1;1;0)$ C. $\vec{n}_{(Q)} = (0;1;1)$ D. $\vec{n}_{(Q)} = (0;0;1)$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên K ; a, b là hai phân tử bất kì thuộc K , $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\int_a^b f(x) dx = F'(x) \Big|_a^b$ B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

$$\text{C. } \int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a) \quad \text{D. } \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b$$

Câu 11: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$ và

$$\Delta_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{Khi đó}$$

$$\text{A. } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{14}}.$$

$$\text{B. } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{-\sqrt{5}}{14}.$$

$$\text{C. } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}.$$

$$\text{D. } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{5}}{14}.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 3 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases} \quad \text{Số đo của góc giữa } (P) \text{ và } \Delta \text{ bằng}$$

$$\text{A. } 45^\circ.$$

$$\text{B. } 30^\circ.$$

$$\text{C. } 55^\circ.$$

$$\text{D. } 60^\circ.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hai xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc xắc trong hai xúc xắc đó.

Xét các biến cố:

A: “Tổng số chấm trên hai xúc xắc bằng 5”;

B: “Xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm”.

a) Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc xắc bằng 5, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm, là xác suất có điều kiện $P(A|B)$.

$$\text{b) } P(A \cap B) = \frac{1}{6}.$$

$$\text{c) } P(B) = \frac{1}{6}.$$

d) Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc xắc bằng 5, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 2 chấm, là $\frac{1}{6}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\square$.

$$\text{a) Nếu } \int_1^2 f(x) dx = 5 \quad \text{và} \quad \int_1^2 g(x) dx = -\frac{1}{2} \quad \text{thì} \quad \int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = \frac{11}{2}.$$

$$\text{b) Nếu } \int_1^3 [g(x) + 2x + 3] dx = 10 \quad \text{thì} \quad \int_1^3 g(x) dx = 3.$$

c) Nếu $f(x) = e^{3x}$, $F(0) = \frac{1}{3}$ thì $F\left(\frac{1}{3}\right) = e$.

d) Nếu $f(x) = 2x + 1$; $g(x) = x - 2$ thì $\int_3^5 \frac{f(x)}{g(x)} dx = a + b \ln c$. Khi đó $a + b + c = 11$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(1; -1; 4)$

a) Hình chiếu của I lên trục Oy là $N(1; 0; 4)$

b) Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 8z + 18 = 0$$

c) Phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$ có bán kính là $R = \sqrt{20}$

d) Gọi $M(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu đi qua điểm I và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ. Khi đó $a + 2b - c = 9$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+2}{1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) Một vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; -4; 1)$.

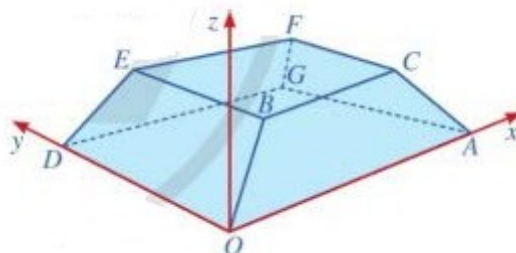
b) Điểm $M(-1; 1; -1)$ nằm trên đường thẳng d .

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

d) Đường thẳng Δ_1 song song với d và cắt cả hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ có phương trình là $\frac{x+4}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{1}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 120m$, chiều rộng $OD = 70m$ và tọa độ điểm $B(12; 11; 8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$.



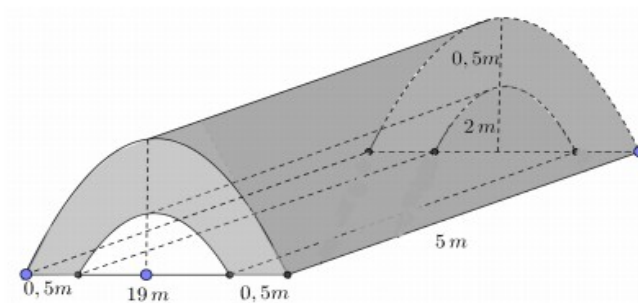
Câu 2:

Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị không âm và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$

thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)[f(x)]^2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -1$. Tính giá trị của tích phân $\int_0^1 (x^3 - 1)f(x)dx$.

Câu 3:

Một xã có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu (đơn vị đo bằng mét khối). (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



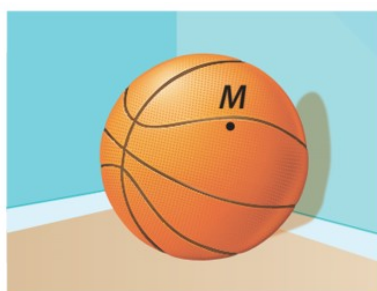
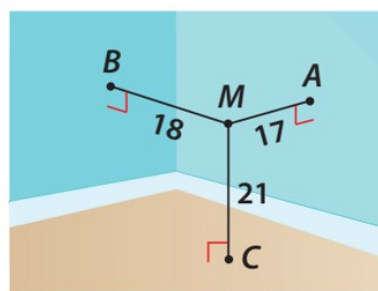
Câu 4:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và

$d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_2 và (P) song song với đường thẳng d_1 là $x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c - d$.

Câu 5:

Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.



Câu 6:

Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp

A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 60%; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 70%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00 (Làm tròn đến hàng phần trăm).

----- Hết -----

ĐỀ 15**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025****MÔN THI: TOÁN – LỚP 12***Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)***HK2-TOÁN 12-ĐỀ THAM KHẢO-ĐỀ SỐ 1**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ là

A. $\int_1^3 (x^2 - x) dx$

B. $\int_1^3 (x - x^2) dx$

C. $\int_1^3 x dx - \int_1^3 x^2 dx$

D. $\int_1^3 x dx + \int_1^3 x^2 dx$

Câu 2: Mặt phẳng (P) có cặp vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; -2; 1)$ và $\vec{a} = (5; -1; 2)$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (3; 1; 7)$

B. $\vec{n} = (7; -1; 3)$

C. $\vec{n} = (-3; -1; 7)$

D. $\vec{n} = (3; -1; -7)$

Câu 3: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Giả sử $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$. Ta có

A. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$

B. $\int_a^b f(x) dx = G(b) + G(a)$

C. $\int_a^b f(x) dx = G(a) - G(b)$

D. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng D_1 và D_2 có vector chỉ phương lần lượt là $u_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $u_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó ta có

A. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

B. $\sin(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

C. $\sin(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

D. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

Câu 5: Cho mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; 4)$ và đường thẳng D có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; -1; 5)$. Sin của góc giữa đường thẳng D và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{23}{\sqrt{2025}}$ B. $\frac{23}{\sqrt{1015}}$ C. $\frac{29}{\sqrt{1015}}$ D. $\frac{23}{\sqrt{986}}$

Câu 6: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ quay quanh trục Ox được khối tròn xoay có thể tích tính theo công thức là

A. $\pi \int_0^1 x^4 dx$ B. $\int_0^1 x^4 dx$

C. $\int_0^1 x^2 dx$ D. $\pi \int_0^1 x^2 dx$

Câu 7: Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

A. $(2x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5^2$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5^2$
C. $(x-1)^2 + (3y-2)^2 + (z-3)^2 = 5^2$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (5z-3)^2 = 5^2$

cầu.

Câu 8: Cho hai biến cố A, B có $P(B) = 0,6$, $P(A \cap B) = 0,3$. Khi đó xác suất của A với điều kiện B là

A. $P(A | B) = 0,4$ B. $P(A | B) = 0,5$ C. $P(A | B) = 0,8$ D. $P(A | B) = 0,3$

Câu 9: Hàm số $F(x) = x^2 + 3x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau trên $\mathbb{R}$

A. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + x$ B. $f(x) = 2x^2 + 3$

C. $f(x) = 2x + 1$ D. $f(x) = 2x + 3$

Câu 10: Cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z - 1 = 0$. Trong các mặt phẳng sau, mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (P)

A. $(P_1): -3x - 2y + z + 1 = 0$ B. $(P_2): 6x + 4y - 2z - 2 = 0$

C. $(P_3): 3x - 2y + z + 4 = 0$ D. $(P_4): 6x + 4y - 2z + 1 = 0$

$$D_2 : \begin{cases} x = 11 - 3t \\ y = -5 + 4t \\ z = \frac{3}{2}t \end{cases}$$

Câu 11: Cho hai đường thẳng $D_1 : \frac{x+4}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$ và D_2 (t là tham số).

Khi đó vị trí tương đối của D_1 và D_2 là

A. D_1 song song với D_2 .

B. $D_1 \wedge D_2$ và D_1, D_2 chéo nhau.

C. D_1 cắt D_2 .

D. $D_1 \wedge D_2$ và D_1, D_2 cắt nhau.

Câu 12: Một công ty thời trang có hai chi nhánh cùng sản xuất một loại áo thời trang, trong đó có 60% áo thời trang ở chi nhánh I và 40% áo thời trang ở chi nhánh II. Tại chi nhánh I có 70% áo chất lượng cao và tại chi nhánh II có 65% áo chất lượng cao (kích thước và hình dạng bề ngoài của các áo là như nhau). Chọn ngẫu nhiên một áo thời trang. Xác suất chọn được áo chất lượng cao là

A. 0,65.

B. 0,68.

C. 0,66.

D. 0,72.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

$$d_1 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases} \text{ và } d_2 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + u \\ z = 3 - u \end{cases}$$

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng sai của các mệnh đề sau

Xét tính đúng

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\vec{u}(2; -1; 1)$.

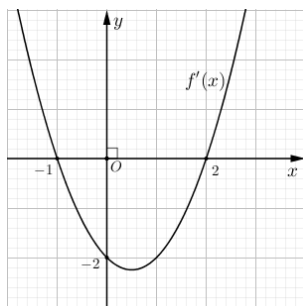
b) Phương trình mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với d_2 là $2x + y - 4 = 0$.

c) Phương trình đường thẳng qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với cả d_1 và d_2 là

$$\frac{x}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{-2}$$

d) Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là $x - 2y - 2z - 2 = 0$

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) và $A(0; 1) \in (C)$; biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại A; các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành là $\int_{-1}^2 f'(x) dx$.
- b) $f'(x) = x^2 + x - 2$.
- c) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d là $\frac{9}{64}$.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$.

Gọi A là biến cố: “Thắng thầu dự án 1”

Gọi B là biến cố: “Thắng thầu dự án 2”.

Khi đó:

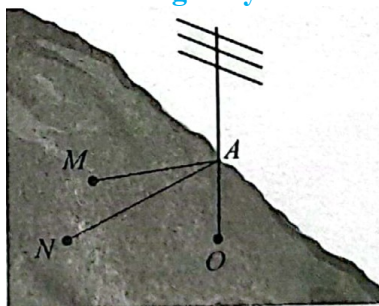
- a) A và B là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng $0,7$.
- c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là $0,75$.
- d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là $0,25$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Mặt cầu có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 1$.
- b) Điểm $A(1;2;-1)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
- c) Cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Khoảng cách từ tâm $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ là 2.
- d) Bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) là $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Người ta muốn dựng một cột ăng-ten trên một sườn đồi. Ăng-ten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăng-ten; M và N là hai điểm neo dây cáp xuống sườn đồi (hình vẽ). Biết tọa độ các điểm là $O(0;0;0)$, $A(0;0;6)$, $M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (OMN) (đơn vị m và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

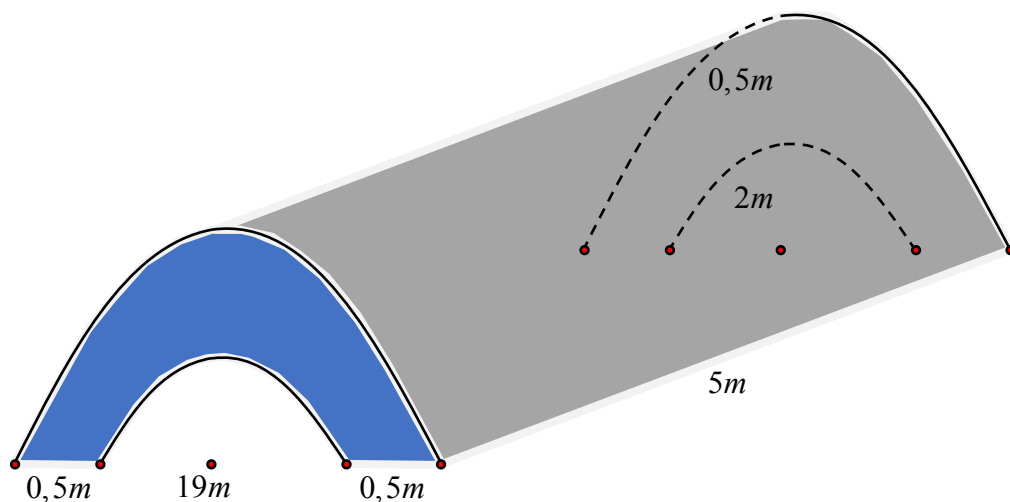


$$\int_{m-1}^{m+2} f(x) dx = 2$$

$$\int_{m-1}^{m+2} [f(x) - 2x] dx = -8$$

Câu 2: Cho $\int_{m-1}^{m+2} f(x) dx = 2$ (m là tham số thực). Tìm giá trị của m thỏa mãn (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã X có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d . Phương trình của mặt phẳng (P) có dạng là $ax + by + cz + d = 0$. Khi đó $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ bằng?

Câu 5: Một đài kiểm soát không lưu sân bay đặt tại vị trí trên mặt đất. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát $400km$ sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang bay theo hướng từ Đông sang Tây hướng về đài kiểm soát không lưu, tạo với phương ngang một góc 5° và bắt đầu hiển thị trên màn hình ra đa khi đang ở độ cao $8km$. Hỏi máy bay đi được bao nhiêu km thì thoát khỏi vùng kiểm soát của ra đa (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6: Nhà bạn An có 2 loại thóc giống. Thóc giống loại I có khối lượng $1,5 kg$ và tỉ lệ nảy mầm là 80% , thóc giống loại II có khối lượng $2,5 kg$ và tỉ lệ nảy mầm là 60% . Bạn An trộn đều 2 loại thóc đó và lấy ngẫu nhiên một hạt. Xác suất để hạt được chọn nảy mầm là $\frac{a}{b}$, ($\frac{a}{b}$ tối giản). Tính $a^2 + b^2$.

----- Hết -----