

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 – MÔN: TOÁN 12

ĐỀ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Tìm m, n để (P) song song với (Q) .
- A. $m = n = -4$. B. $m = -4; n = 4$. C. $m = 4; n = -4$. D. $m = n = 4$.
- Câu 2:** Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.
- A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3), B(2; 0; 5), C(0; -3; -1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC ?
- A. $x - y + 2z + 9 = 0$. B. $x - y + 2z - 9 = 0$.
C. $2x + 3y - 6z - 19 = 0$. D. $2x + 3y + 6z - 19 = 0$.
- Câu 4:** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?
- A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$.
- Câu 5:** Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Trong các khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
C. $\int k \cdot f(x) dx = f(kx) + C$. D. $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$.
- Câu 6:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2024 \sin x + 2025 \cos x$.
- A. $2024 \cos x + 2025 \sin x + C$. B. $2024 \cos x - 2025 \sin x + C$.
C. $-2024 \cos x - 2025 \sin x + C$. D. $-2024 \cos x + 2025 \sin x + C$.
- Câu 7:** Biết $F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Hãy tính $f(-1)$.
- A. $f(-1) = -6$. B. $f(-1) = -\frac{14}{3}$. C. $f(-1) = \frac{151}{30}$. D. $f(-1) = -2$.
- Câu 8:** Mặt phẳng (ABC) có $A(2; -1; 3), B(1; -3; 0), C(3; 4; 2)$ có một vector pháp tuyến có tọa độ?
- A. $\vec{n} = (17; 4; -3)$. B. $\vec{n} = (-17; 4; -3)$. C. $\vec{n} = (17; -4; 3)$. D. $\vec{n} = (17; -4; -3)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2), B(3; 5; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .
- A. $x - 4y - 2z - 6 = 0$. B. $x + 4y - 2z - 6 = 0$.
C. $x + 4y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 4y - 2z + 6 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$.

- A. 6. B. 1. C. 0. D. -6.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + z - 10 = 0$ và cách điểm $M(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ là

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z - 10 = 0$. B. $x + 2y + z + 10 = 0$.
C. $x + 2y + z - 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z + 10 = 0$. D. $x + 2y + z + 2 = 0$.

Câu 12: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x - \sin x}$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\pi\sqrt{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

a) [NB] $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx$

b) [TH] $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{a}{6}$.

c) [TH] Khi $a = 2$, $\int_{-1}^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$.

d) [VD] Điều kiện cần và đủ để $\int_{-1}^2 f(x) dx > 3$ là $a > -6$.

Câu 2. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 0; 3), B(-1; 4; 2)$

a) [NB] Mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ đi qua gốc toạ độ.

b) [TH] Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ là $\vec{n}(2; -1; -3)$.

c) [TH] Mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 1 = 0$.

d) [VD] Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình dạng $ax + y + bz + c = 0$. Khi đó $a + b + c = -6$.

Câu 3: Cho hàm số $F(x) = \int \sqrt{x}(x^2 - 5x + 1) dx = \frac{ax^3 \sqrt{x}}{b} - ax^2 \sqrt{x} + \frac{a}{c} x \sqrt{x} + C (x > 0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

$$F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

a)

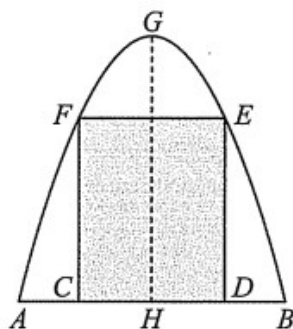
b) Tổng $a + b + c = 12$.

c) Tích $a.b.c = 42$.

$$F(1) = \frac{2002}{21} \quad \text{thì} \quad F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2024$$

d) Nếu

Câu 4: Một cánh cổng của một tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: phần hai cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, còn lại là phần xiên hoa trang trí. Biết rằng $GH = 4\text{m}$, $AB = 4\text{m}$ và $AC = BD = 0,9\text{m}$.

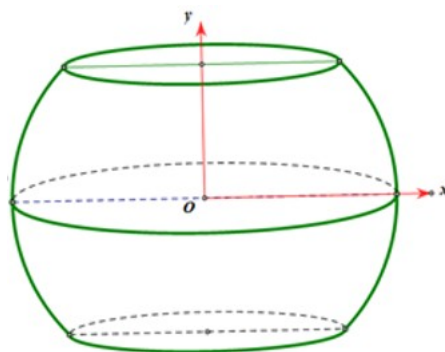


Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O .

a) **[NB]** Khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$.b) **[TH]** Khi đó parabol có phương trình $f(x) = -x^2 + 4x$.c) **[TH]** Diện tích của cánh cổng là $\frac{29}{3} \text{ m}^2$.d) **[VD]** Diện tích phần xiên hoa trang trí xấp xỉ $3,53 \text{ m}^2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Người thợ gốm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính 15dm bằng cách cắt bỏ hai chỏm cầu đối nhau. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

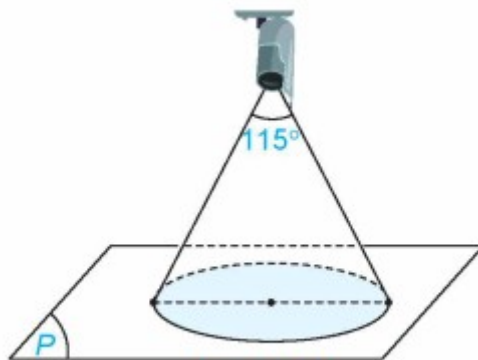


Thể tích của cái chum có kết quả là $m.\pi(\text{dm}^3)$, biết chiều cao của cái chum là 12dm . Hãy tìm $m = ?$

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 6, OB = 8, OC = 8$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là $\frac{24}{\sqrt{a}}$. Tính a

Câu 3: Góc quan sát ngang của một camera là 115° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $C(1;2;4)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Hỏi vùng quan sát

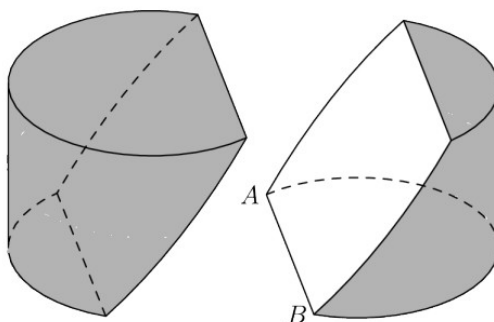
được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.)



Hình 5.14

Câu 4: Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43$ (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s). Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Câu 5: Một khối gỗ hình trụ với bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 60° . Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Tính diện tích S của thiết diện (làm tròn đến hàng đơn vị)



$$\int_1^4 \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - x}{x} \cdot dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c$$

Câu 6: Biết $P = a + b + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	D	C	B	D	A	C	B	C	D	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5** điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2256	198	8,37	11,4	44,4	-4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{Q}$. Tìm m, n để (P) song song với (Q) .

- A. $m = n = -4$. B. $m = -4; n = 4$. C. $m = 4; n = -4$. D. $m = n = 4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; m; 3)$.

Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (n; -8; -6)$.

$$(P) // (Q) \Rightarrow \vec{n}_1 = k \vec{n}_2 \ (k \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = kn \\ m = -8k \\ 3 = -6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = 4 \\ n = -4 \end{cases}$$

Mặt phẳng

Câu 2: Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\int_5^{-2} g(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-2}^5 g(x) dx = -3$$

Ta có:

$$I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx - 4 \int_{-2}^5 g(x) dx - \int_{-2}^5 1 dx = 8 - 4(-3) - x \Big|_{-2}^5 = 13$$

Do đó

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(2; 0; 5)$, $C(0; -3; -1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC ?

A. $x - y + 2z + 9 = 0$

B. $x - y + 2z - 9 = 0$

C. $2x + 3y - 6z - 19 = 0$

D. $2x + 3y + 6z - 19 = 0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với đường thẳng BC nên nhận vector $\overrightarrow{CB} = (2; 3; 6)$ làm vector pháp tuyến. Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:

$$2(x - 2) + 3(y + 1) + 6(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z - 19 = 0$$

Câu 4: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$

D. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa tích phân và giả thiết thì:

Khẳng định $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$ là khẳng định đúng.

Khẳng định $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ là khẳng định đúng.

Khẳng định $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$ là khẳng định đúng.

Khẳng định $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$ là khẳng định sai.

Câu 5: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\square$ và k là một số thực. Trong các khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx. \int g(x) dx$

B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

C. $\int k.f(x) dx = f(kx) + C$

D. $\int k.f(x) dx = k. \int f(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của nguyên hàm và giả thiết thì:

Khẳng định $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx. \int g(x) dx$ là khẳng định sai.

Khẳng định $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ là khẳng định đúng.

Khẳng định $\int k.f(x) dx = f(kx) + C$ là khẳng định sai.

Khẳng định $\int k.f(x) dx = k. \int f(x) dx$ là khẳng định sai vì $k = 0$ sai.

Câu 6: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2024 \sin x + 2025 \cos x$

A. $2024 \cos x + 2025 \sin x + C$

B. $2024 \cos x - 2025 \sin x + C$

C. $-2024 \cos x - 2025 \sin x + C$

D. $-2024 \cos x + 2025 \sin x + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int f(x)dx = \int (2024 \sin x + 2025 \cos x)dx = 2024 \int \sin x dx + 2025 \int \cos x dx$$

$$\int f(x)dx = -2024 \cos x + 2025 \sin x + C$$

- Câu 7:** Biết $F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Hãy tính $f(-1)$.
- A. $f(-1) = -6$ B. $f(-1) = -\frac{14}{3}$ C. $f(-1) = \frac{151}{30}$ D. $f(-1) = -2$

Lời giải

Chọn A

Vì $F(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên:

$$f(x) = F'(x) = \left(x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 5\right)' = 4x^3 - \frac{2}{3} \cdot 3x^2 = 4x^3 - 2x^2$$

Vậy $f(-1) = 4(-1)^3 - 2(-1)^2 = -6$

- Câu 8:** Mặt phẳng (ABC) có $A(2; -1; 3)$, $B(1; -3; 0)$, $C(3; 4; 2)$ có một vector pháp tuyến có tọa độ?
- A. $\vec{n} = (17; 4; -3)$ B. $\vec{n} = (-17; 4; -3)$ C. $\vec{n} = (17; -4; 3)$ D. $\vec{n} = (17; -4; -3)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 5; -1)$. Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (17; -4; -3)$

- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$, $B(3; 5; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .
- A. $x - 4y - 2z - 6 = 0$ B. $x + 4y - 2z - 6 = 0$
C. $x + 4y + 2z - 6 = 0$ D. $x + 4y - 2z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có $M(2; 1; 0)$ và $\overrightarrow{AB} = (2; 8; -4)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua M và có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 4; -2)$ nên có phương trình: $x + 4y - 2z - 6 = 0$

- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$.

- A. 6 B. 1 C. 0 D. -6

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 1)$

Mặt phẳng $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (2; m; 2)$

Mặt phẳng $(R): -x + 2y + nz = 0$ có VTPT $\vec{c} = (-1; 2; n)$

$$(P) \perp (R) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow n = -1$$

$$(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy $m + 2n = 2 + 2(-1) = 0$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + z - 10 = 0$ và cách điểm $M(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ là

A. $x + 2y + z + 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z - 10 = 0$ **B.** $x + 2y + z + 10 = 0$

C. $x + 2y + z - 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z + 10 = 0$ **D.** $x + 2y + z + 2 = 0$

Lời giải

Chọn D

Vì (P) song song với (Q) nên $(P): x + 2y + z + D = 0$ ($D \neq -10$)

$$d(M, (P)) = \sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |D + 4| = 6$$

Mà $\Leftrightarrow D = 2$ (nhận) hoặc $D = -10$ (loại).

Vậy $(P): x + 2y + z + 2 = 0$

Câu 12: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x - \sin x}$.

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\pi\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện là: $S(x) = \left(2\sqrt{\cos x - \sin x} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(\cos x - \sin x)$

$$V = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{3}(\cos x - \sin x) dx = \sqrt{3}(\sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$$

Thể tích của vật thể tạo thành:

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$

- a) **[NB]** $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx$
- b) **[TH]** $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{a}{6}$
- c) **[TH]** Khi $a = 2$, $\int_{-1}^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$
- d) **[VD]** Điều kiện cần và đủ để $\int_{-1}^2 f(x) dx > 3$ là $a > -6$.

Lời giải

- a) **[Đ]** Với $x \leq 0$ ta có $f(x) = 2x$. Vậy $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx$
- b) **[S]** $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 a(x - x^2) dx = \left(\frac{1}{2} a x^2 - \frac{1}{3} a x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{a}{6}$
- c) **[Đ]** $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^1 a(x - x^2) dx$
 $= (x^2) \Big|_{-1}^0 + a \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = -1 + a \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{a}{6} - 1 = \frac{2}{6} - 1 = -\frac{2}{3}$
- d) **[S]** $\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^2 a(x - x^2) dx$
 $= (x^2) \Big|_{-1}^0 + a \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = -1 + a \left(-\frac{2}{3} \right) = -\frac{2a}{3} - 1$
 $\int_{-1}^2 f(x) dx > 3 \Leftrightarrow -\frac{2a}{3} - 1 > 3 \Leftrightarrow a < -6$

Câu 2. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ và hai điểm $A(1; 0; 3), B(-1; 4; 2)$

- a) **[NB]** Mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ đi qua gốc toạ độ.
- b) **[TH]** Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ là $\vec{n}(2; -1; -3)$.
- c) **[TH]** Mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y + 1 = 0$.
- d) **[VD]** Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình dạng $ax + y + bz + c = 0$. Khi đó $a + b + c = -6$.

Lời giải

- a) Thay toạ độ điểm $O(0; 0; 0)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ ta có $2 \cdot 0 - 0 - 3 = 0$ vô lý nên mặt phẳng (P) không đi qua gốc toạ độ. Suy ra mệnh đề **Sai**
- b) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 3 = 0$ là $\vec{n}(2; -1; 0)$. Suy ra mệnh đề **Sai**
- c) $\vec{n}_P(2; -1; 0), \vec{n}_Q(1; 2; 0), \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 2 - 2 + 0 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow (P) \perp (Q)$. Suy ra mệnh đề **Đúng**
- d) $\overrightarrow{AB}(-2; 4; -1), \vec{n}_P(2; -1; 0), \vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_P] = (-1; -2; -6)$
 Phương trình mặt phẳng (α) là :

$$-1(x-1) - 2(y-0) - 6(z-3) = 0 \Leftrightarrow -x - 2y - 6z + 19 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + y + 3z - \frac{19}{2} = 0$$

Suy ra $a + b + c = -6$. Mệnh đề **Đúng**

Câu 3:

Cho hàm số

$$F(x) = \int \sqrt{x}(x^2 - 5x + 1)dx = \frac{ax^3\sqrt{x}}{b} - ax^2\sqrt{x} + \frac{a}{c}x\sqrt{x} + C \quad (x > 0)$$

. Xét tính đúng

sai của các khẳng định sau.

a) $F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$

b) Tổng $a + b + c = 12$.

c) Tích $a.b.c = 42$.

d) Nếu $F(1) = \frac{2002}{21}$ thì $F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2024$

Lời giải

a) Ta có

$$F(x) = \int \sqrt{x}(x^2 - 5x + 1)dx = \int \left(x^{\frac{5}{2}} - 5x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - 5 \cdot \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$\Leftrightarrow F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C \quad (1)$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Theo (1) ta có $a = 2; b = 7; c = 3 \Rightarrow a + b + c = 2 + 7 + 3 = 12$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Theo (1) ta có $a = 2; b = 7; c = 3 \Rightarrow a.b.c = 2.7.3 = 42$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Theo (1) ta có

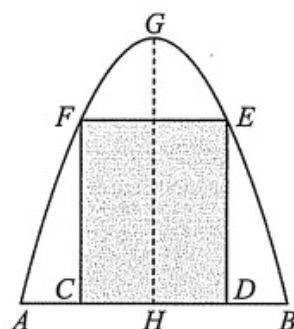
$$F(1) = \frac{2.1^3\sqrt{1}}{7} - 2.1^2\sqrt{1} + \frac{2}{3}.1\sqrt{1} + C = \frac{2002}{21} \Leftrightarrow \frac{-22}{21} + C = \frac{2002}{21} \Rightarrow C = \frac{2024}{21}$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{2024}{21}$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 4:

Một cánh cổng của một tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: phần hai cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, còn lại là phần xiên hoa trang trí. Biết rằng $GH = 4$ m, $AB = 4$ m và $AC = BD = 0,9$ m.



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O .

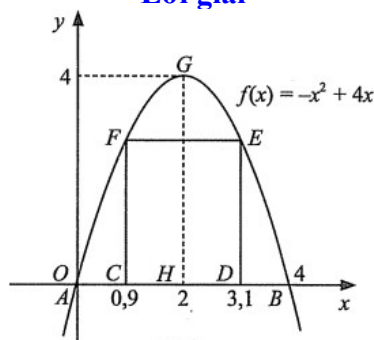
a) **[NB]** Khi đó parabol có đỉnh $G(2; 4)$.

b) **[TH]** Khi đó parabol có phương trình $f(x) = -x^2 + 4x$.

c) **[TH]** Diện tích của cánh cổng là $\frac{29}{3} \text{ m}^2$.

d) **[VD]** Diện tích phần xiên hoa trang trí xấp xỉ $3,53 \text{ m}^2$.

Lời giải



a) **[NB]** Mệnh đề **Đúng**.

b) **[TH]** Gọi parabol cần tìm là $(P): f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

$$\begin{cases} O(0;0) \in (P) \Rightarrow c = 0 \\ G(2;4) \in (P) \Rightarrow 4a + 2b = 4 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow 4a + b = 0 \end{cases}$$

Ta có

Mệnh đề **Đúng**.

Do đó $f(x) = -x^2 + 4x$.

c) **[TH]** Diện tích của cánh cổng là $S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}$. Mệnh đề **Sai**.

d) **[VD]** Ta có $CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}$, $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}$.

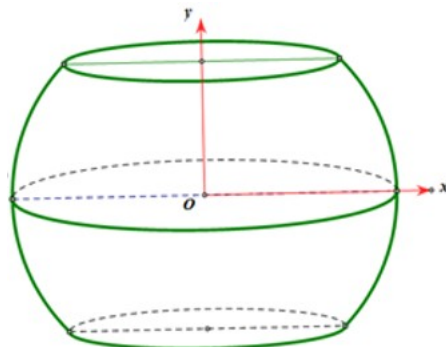
Diện tích phần hai cánh cửa là $2,79 \cdot 2,2 = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích phần xiên hoa trang trí là $\frac{32}{3} - 6,138 \approx 4,53 \text{ (m}^2\text{)}$.

Mệnh đề **Sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

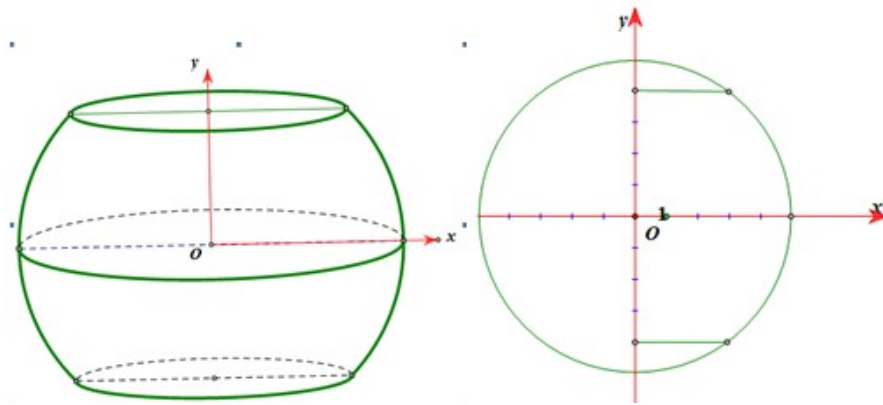
Câu 1: Người thợ gốm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính 15 dm bằng cách cắt bỏ hai chỏm cầu đối nhau. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Thể tích của cái chum có kết quả là $m \cdot \pi \text{ (dm}^3\text{)}$, biết chiều cao của cái chum là 12 dm . Hãy tìm $m = ?$

Lời giải

Đáp án: 2256



Phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính bằng $15dm$ là $x^2 + y^2 = 225 \Rightarrow x = \pm\sqrt{225 - y^2}$.

Suy ra cái chum là một vật thể tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $x = \sqrt{225 - y^2}$, trục tung và hai đường thẳng $y = -6$, $y = 6$ quanh trục tung.

$$V = \pi \int_{-6}^6 \left(\sqrt{225 - y^2} \right)^2 dy = \pi \int_{-6}^6 (225 - y^2) dy = 2556\pi \text{ (dm}^3\text{)}$$

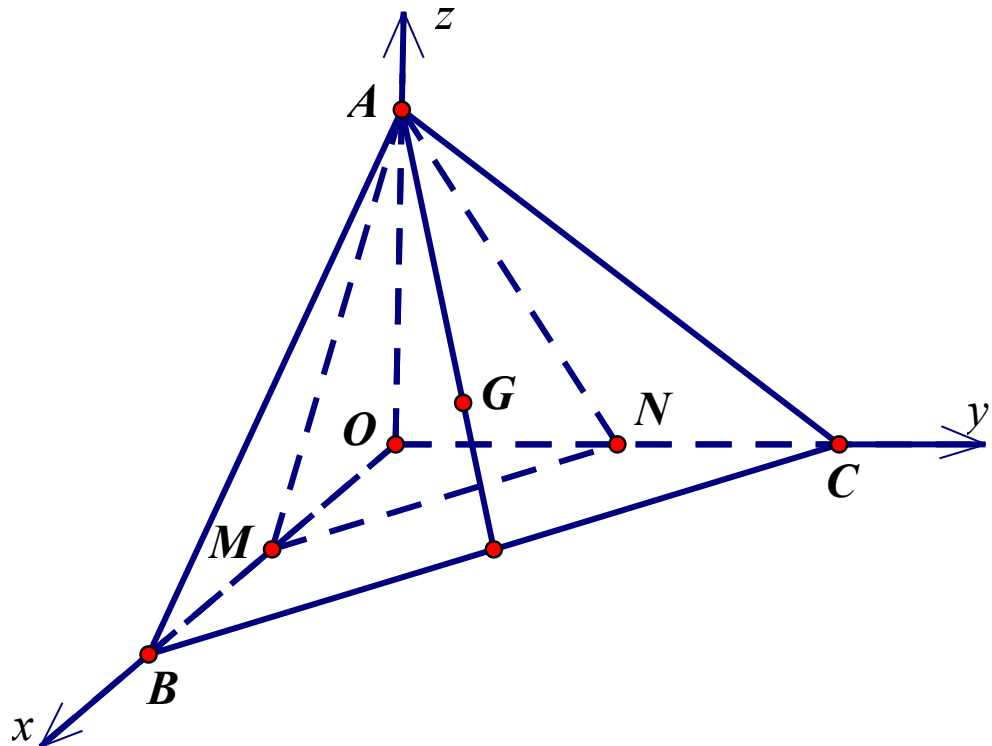
Vậy thể tích cái chum là:

Do đó $m = 2256$.

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 6, OB = 8, OC = 8$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là $\frac{24}{\sqrt{a}}$. Tính a

Lời giải

Đáp án: 198



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có $O(0;0;0)$, $A \in OZ$, $B \in Ox$, $C \in Oy$ sao cho $AO = 6$, $OB = 8$, $OC = 8$
 $\Rightarrow A(0;0;6)$, $B(8;0;0)$, $C(0;8;0)$.

Khi đó: G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; 2\right)$.

M là trung điểm OB nên $M(4;0;0)$.

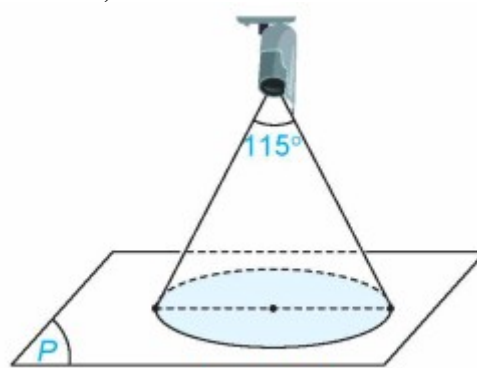
N là trung điểm OC nên $N(0;4;0)$.

Phương trình mặt phẳng (AMN) là: $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$ hay $3x + 3y + 2z - 12 = 0$.

Vậy khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là:

$$d(G, (AMN)) = \frac{|8+8+4-12|}{\sqrt{9+9+4}} = \frac{8}{\sqrt{22}} = \frac{24}{\sqrt{198}} \Rightarrow a = 198$$

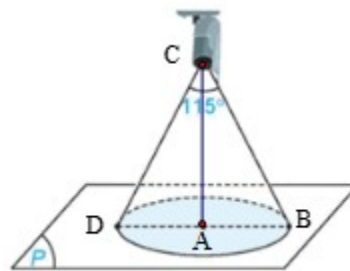
Câu 3: Góc quan sát ngang của một camera là 115° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $C(1;2;4)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): x+2y+2z+3=0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.)



Hình 5.14

Lời giải

Đáp án: 8,37



Hình 5.14

Chọn các điểm như hình vẽ.

Gọi A là hình chiếu của C trên mặt phẳng (P) .

Vì CBD là tam giác cân nên CA là đường cao, phân giác, trung tuyến của BD

$$CA = d(C, (P)) = \frac{|1+2.2+2.4+3|}{\sqrt{1+2^2+2^2}} = \frac{16}{3}$$

Ta có

$$\angle ACB = \frac{115^\circ}{2} = 57,5^\circ$$

Vì tam giác CAB vuông tại A , có

Suy ra $R = AB = CA \cdot \tan 57,5^\circ \approx 8,37$.

Vậy vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có bán kính bằng 8,37.

Câu 4: Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43$ (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s). Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Lời giải

Đáp án: 11,4

Ta có:
$$h(t) = \int v(t) dt = \int (-9,81t + 29,43) dt = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + C$$

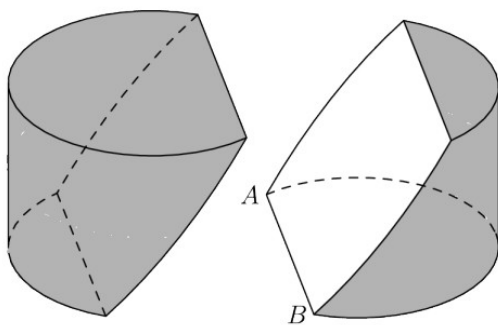
Vì vật được ném lên từ độ cao 300 m nên $h(0) = 300 \Rightarrow C = 300$.

Vậy $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + 300$. Khi vật bắt đầu chạm đất ứng với $h(t) = 0$.

Nên ta có: $-\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t + 300 = 0 \Leftrightarrow t \approx 11,4$ hoặc $t \approx -5,4$.

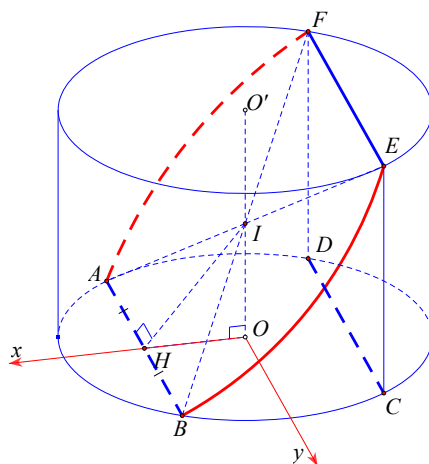
Do $t > 0$ nên $t \approx 11,4$ (s).

Câu 5: Một khối gỗ hình trụ với bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 60° . Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Tính diện tích S của thiết diện (làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 44,4



Gọi I là trung điểm của OO' , với O, O' là tâm của hai đáy; H là trung điểm của OO' ; α là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy.

Ta có $AB = 3$; $OH = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$; $\tan \angle HOI = \frac{IO}{OH} = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Đưa hệ trục tọa độ Oxy vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm O , trục Ox vuông góc với AB , trục Oy song song với AB .

Ta có $S_{ABCD} = 2 \int_{-\frac{3\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \sqrt{9 - x^2} dx = \frac{9\sqrt{3}}{2} + 6\pi$.

Mặt khác, ta lại có $\cos \alpha = \frac{S_{ABCD}}{S_{ABEF}} \Rightarrow S_{ABEF} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \alpha} = \frac{15\sqrt{3}}{2} + 10\pi \approx 44,4$.

$$\int_1^4 \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - x}{x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c$$

Câu 6: Biết $P = a + b + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng

Lời giải

Đáp án: -4

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_1^4 \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - x}{x} dx &= \int_1^4 \frac{|x-3| - x}{x} dx = \int_1^3 \frac{|x-2| - x}{x} dx + \int_3^4 \frac{|x-2| - x}{x} dx \\ &= \int_1^3 \frac{3-x-x}{x} dx + \int_3^4 \frac{x-3-x}{x} dx = \int_1^3 \left(\frac{3}{x} - 2 \right) dx + \int_3^4 \frac{-3}{x} dx \\ &= \left(3 \ln|x| - 2x \right) \Big|_1^3 + \left(-3 \ln|x| \right) \Big|_3^4 = 3 \ln 3 - 6 + 2 - 3 \ln 4 + 3 \ln 3 = -6 \ln 2 + 6 \ln 3 - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a = -6 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b + c = -4$$

Vậy

----- Hết -----

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 – MÔN: TOÁN 12

ĐỀ 2

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $D(9;0;0), B(0;10;0), G(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x}{9} + \frac{y}{10} + \frac{z}{2} = 0$ B. $\frac{x}{9} + \frac{y}{10} + \frac{z}{2} = 1$ C. $9x + 10y + 2z = 1$ D. $9x + 10y + 2z = 0$

- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 7y - 2z - 10 = 0$. Mặt phẳng (α) nhận vectơ nào trong các vectơ sau làm vectơ pháp tuyến.
- A. $\vec{n}_2 = (2; -7; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (7; -2; -10)$. C. $\vec{n}_2 = (4; 14; -4)$. D. $\vec{n}_2 = (4; -7; -2)$.
- Câu 3:** Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là hằng số khác 0 . Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
 B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
 C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$.
 D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $N(-3; -8; -2)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (-7; 5; -3)$ làm vectơ pháp tuyến.
- A. $-7x + 5y - 3z - 13 = 0$. B. $-7x + 5y - 3z + 13 = 0$.
 C. $-3x - 8y - 2z + 13 = 0$. D. $-7x + 5y - 3z - 13 = 0$.
- Câu 5:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 3, F(5) = -5$. Tính $\int_2^5 f(x) dx$.
- A. -2 . B. 8 . C. -15 . D. -8 .
- Câu 6:** Tìm nguyên hàm $\int 3 \sin 6x dx$.
- A. $-\frac{\cos 6x}{2} + C$. B. $\frac{\sin 6x}{2} + C$. C. $18 \cos 6x + C$. D. $-\frac{\cos 6x}{6} + C$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $D(1; -1; -4)$ và mặt phẳng $(R): -6x + 7y - 4z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (R) bằng
- A. $\frac{4\sqrt{101}}{101}$. B. $\frac{408}{101}$. C. $\frac{4}{101}$. D. $\frac{3\sqrt{101}}{101}$.
- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $(a < b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
 C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu số thực m để mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ song song với mặt phẳng $(Q): 2x + (m + 2)y - 2mz - m = 0$?
- A. 1 . B. 0 . C. Vô số . D. 2 .
- Câu 10:** Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f'(x) = F(x)$

B. $f'(x) = F(x) + C$

C. $F'(x) = f(x) - C$

D. $F'(x) = f(x)$

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -9x^2 - 63x - 50$, $y = -9x - 5$ và các đường thẳng $x = -5, x = -1$.

A. 96

B. 147

C. 168

D. 60

Câu 12: Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc với nhau: $(P): 3x + 3y - z + 1 = 0$ và $(Q): (m-1)x + y - (m+2)z - 3 = 0$

A. $m = -\frac{1}{2}$

B. $m = 2$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m = -\frac{3}{4}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số $F(x) = \frac{\ln^3 x}{3}$ là hàm số $f(x)$.

b) **[TH]** Hàm số $G(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$.

c) **[TH]** Hàm số $H(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$.

d) **[VD]** Biết rằng $T(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $T(1) = 3$. Phương trình $T(x) = -6$ vô nghiệm.

Câu 14: Khi nghiên cứu dịch sốt xuất huyết ở một địa phương, các chuyên gia y tế ước tính rằng tại ngày thứ x có $F(x)$ người mắc bệnh. Biết rằng tốc độ lan truyền bệnh là $F'(x) = \frac{150}{2x+1}$ và ngày đầu tiên ($x = 0$) người ta phát hiện ra 40 bệnh nhân. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $F'(3) = 20$

b) **[TH]** Tốc độ lây bệnh ngày càng giảm.

c) **[TH]** $\int F'(x) dx = 150 \ln(2x+1) + C$

d) **[VD]** Số người mắc bệnh ở ngày thứ 15 là 295 người, (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị).

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ pháp tuyến.

b) **[TH]** Phương trình mặt phẳng đi qua B và song song với mặt phẳng (P) là: $x + 2y - z - 5 = 0$

c) **[TH]** Phương trình mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
 $x + y + 3z - 8 = 0$

d) **[VD]** Phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cách (P) một khoảng bằng $\sqrt{6}$ là:
 $(\alpha): x + 2y - z - 7 = 0; (\alpha): x + 2y - z + 5 = 0$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } -2 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai

a) **[NB]** $\int_1^1 f(x) dx = 1$

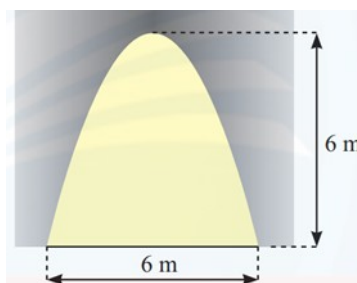
b) **[TH]** $\int_0^1 f(x) dx = 1$

c) **[TH]** $\int_2^3 f(x) dx = 19$

d) **[VD]** $\int_0^2 f(x) dx = \frac{7}{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình bên dưới. Tính diện tích của cửa hầm.



Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $ax + by + cz + 5 = 0$ qua hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Giá trị của $a - b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục Oy và cách M một khoảng lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $N(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (α) (kết quả làm tròn đến hàng chục)

Câu 20: Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.

Câu 21: Trường Nguyễn Trãi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500 ngàn đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu ngàn đồng ?

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $3f'(x).e^{f(x)} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0$ với

$\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(1) = 0$, tính tích phân $I = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt{2 \ln x}} \cdot f(x) dx$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	A	B	D	A	A	B	B	D	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	9,00	3,16	3,16	0,75	6750	2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $D(9;0;0), B(0;10;0), G(0;0;2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x}{9} + \frac{y}{10} + \frac{z}{2} = 0$ **B.** $\frac{x}{9} + \frac{y}{10} + \frac{z}{2} = 1$ **C.** $9x + 10y + 2z = 1$ **D.** $9x + 10y + 2z = 0$

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng là: $\frac{x}{9} + \frac{y}{10} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 7y - 2z - 10 = 0$. Mặt phẳng (α) nhận vector nào trong các vector sau làm vector pháp tuyến.

- A. $\vec{n}_1 = (2; -7; -2)$ B. $\vec{n}_2 = (7; -2; -10)$ C. $\vec{n}_3 = (4; 14; -4)$ D. $\vec{n}_4 = (4; -7; -2)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 7; -2)$.

nên cũng nhận vector $\vec{n}_3 = (4; 14; -4)$ làm vector pháp tuyến.

Câu 3: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\square$ và k là hằng số khác 0 . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
 B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$
 C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$
 D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $N(-3; -8; -2)$ và nhận vector $\vec{n} = (-7; 5; -3)$ làm vector pháp tuyến.

- A. $-7x + 5y - 3z - 13 = 0$ B. $-7x + 5y - 3z + 13 = 0$
 C. $-3x - 8y - 2z + 13 = 0$ D. $-7x + 5y - 3z - 13 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có phương trình là:

$$-7(x + 3) + 5(y + 8) - 3(z + 2) = 0 \Leftrightarrow -7x + 5y - 3z + 13 = 0$$

Câu 5: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 3, F(5) = -5$. Tính $\int_2^5 f(x) dx$.

- A. -2 B. 8 C. -15 D. -8

Lời giải

Chọn D

$$\int_2^5 f(x) dx = F(5) - F(2) = -5 - 3 = -8$$

Câu 6: Tìm nguyên hàm $\int 3 \sin 6x dx$

- A. $-\frac{\cos 6x}{2} + C$ B. $\frac{\sin 6x}{2} + C$ C. $18 \cos 6x + C$ D. $-\frac{\cos 6x}{6} + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $D(1; -1; -4)$ và mặt phẳng $(R): -6x + 7y - 4z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (R) bằng

A. $\frac{4\sqrt{101}}{101}$.

B. $\frac{408}{101}$.

C. $\frac{4}{101}$.

D. $\frac{3\sqrt{101}}{101}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (R) bằng:

$$d(D, (R)) = \frac{|(-6).1 + 7.(-1) + (-4).(-4) - 7|}{\sqrt{36 + 49 + 16}} = \frac{4\sqrt{101}}{101}$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $(a < b)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$

B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$

D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu số thực m để mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ song song với mặt phẳng $(Q): 2x + (m + 2)y - 2mz - m = 0$?

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Lấy điểm $M(1; 0; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ song song với mặt phẳng } (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = k \vec{n}_{(Q)} \\ M \notin (Q) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{1} = \frac{m+2}{2} = \frac{-2m}{-2} \\ 2.1 + (m+2).0 - 2m.0 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Vậy không giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 10: Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f'(x) = F(x)$

B. $f'(x) = F(x) + C$

C. $F'(x) = f(x) - C$

D. $F'(x) = f(x)$

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -9x^2 - 63x - 50$, $y = -9x - 5$ và các đường thẳng $x = -5$, $x = -1$.

A. 96.

B. 147.

C. 168.

D. 60.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng xác định bởi:

$$\int_{-5}^{-1} |-9x^2 - 63x - 50 - (-9x - 5)| dx = \int_{-5}^{-1} |-9x^2 - 54x - 45| dx = 96.$$

Câu 12: Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc với nhau: $(P): 3x + 3y - z + 1 = 0$ và $(Q): (m-1)x + y - (m+2)z - 3 = 0$

A. $m = -\frac{1}{2}$.B. $m = 2$.C. $m = \frac{1}{2}$.D. $m = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$(P): 3x + 3y - z + 1 = 0$ nhận $\vec{n}_P(3; 3; -1)$ là một VTPT.

$(Q): (m-1)x + y - (m+2)z - 3 = 0$ nhận $\vec{n}_Q(m-1; 1; -(m+2))$ là một VTPT.

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 3(m-1) + 3 \cdot 1 + (-1)(-(m+2)) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số $F(x) = \frac{\ln^3 x}{3}$ là hàm số $f(x)$.

b) **[TH]** Hàm số $G(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$.

c) **[TH]** Hàm số $H(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$.

d) **[VD]** Biết rằng $T(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $T(1) = 3$. Phương trình $T(x) = -6$ vô nghiệm.

Lời giải

a) $F(x) = \frac{\ln^3 x}{3} \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \ln^2 x \cdot (\ln x)' = \frac{\ln^2 x}{x}$. Mệnh đề **đúng**.

b) $F(x) = \frac{\ln^3 x}{3}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên $G(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + 1$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$. Mệnh đề **đúng**.

c) $F(x) = \frac{\ln^3 x}{3}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên các nguyên hàm của $f(x)$ có dạng $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ với C là hằng số. Vậy hàm số $H(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + x$ không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$. Mệnh đề **sai**.

d) $T(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Rightarrow T(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + C$.
 Vì $T(1) = 3$ nên $\frac{\ln^3 1}{3} + C = 3 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow T(x) = \frac{\ln^3 x}{3} + 3$.

Phương trình $T(x) = -6 \Leftrightarrow \frac{\ln^3 x}{3} + 3 = -6 \Leftrightarrow \ln^3 x = -27 \Leftrightarrow \ln x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e^3}$. Vậy phương trình có 1 nghiệm. Mệnh đề **sai**.

Câu 14: Khi nghiên cứu dịch sốt xuất huyết ở một địa phương, các chuyên gia y tế ước tính rằng tại ngày

thứ x có $F(x)$ người mắc bệnh. Biết rằng tốc độ lan truyền bệnh là $F'(x) = \frac{150}{2x+1}$ và ngày đầu tiên ($x=0$) người ta phát hiện ra 40 bệnh nhân. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $F'(3) = 20$.

b) **[TH]** Tốc độ lây bệnh ngày càng giảm.

c) **[TH]** $\int F'(x) dx = 150 \ln(2x+1) + C$.

d) **[VD]** Số người mắc bệnh ở ngày thứ 15 là 295 người, (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Ta có: $F'(3) = \frac{150}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{150}{7}$. Do đó mệnh đề **sai**.

b) Đặt $y = F'(x) = \frac{150}{2x+1}$

Ta có: $y' = -\frac{300}{(2x+1)^2} < 0$, nên tốc độ lây bệnh ngày càng giảm. Do đó mệnh đề **đúng**.

c) $\int F'(x) dx = \int \frac{150}{2x+1} dx = \frac{150}{2} \ln(2x+1) + C$. Do đó mệnh đề **sai**.

d) Số người mắc bệnh ở ngày thứ 15 là $F(15)$.

$$F(15) - F(0) = \int_0^{15} F'(x) dx = \int_0^{15} \frac{150}{2x+1} dx = \frac{150}{2} \ln(2x+1) \Big|_0^{15} = \frac{150}{2} \ln 31$$

Ta có

$$F(15) = \frac{150}{2} \ln 31 + F(0) = \frac{150}{2} \ln 31 + 40 \approx 297,55$$

Suy ra

Vậy có 298 người mắc bệnh ở ngày thứ 15. Do đó mệnh đề **sai**.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và mặt phẳng

$$(P): x + 2y - z + 1 = 0$$

. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ pháp tuyến.

b) **[TH]** Phương trình mặt phẳng đi qua B và song song với mặt phẳng (P) là:
 $x + 2y - z - 5 = 0$

c) **[TH]** Phương trình mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
 $x + y + 3z - 8 = 0$

d) **[VD]** Phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cách (P) một khoảng bằng $\sqrt{6}$ là:
 $(\alpha): x + 2y - z - 7 = 0; (\alpha): x + 2y - z + 5 = 0$

Lời giải

a) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (-6; 3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Mặt phẳng đi qua B và song song với (P) nên nhận $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; -1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng là:
 $1(x + 3) + 2(y - 5) - 1(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z - 5 = 0$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_{(P)}}] = (1; 1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng là:

$$1(x - 3) + 1(y - 2) + 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 3z - 8 = 0$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Gọi mặt phẳng (α) cần tìm là: $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$.

Vì $(\alpha) // (P) \Rightarrow (\alpha)$ có dạng: $(\alpha): x + 2y - z + d = 0 (d \neq 1)$.

Gọi $C(0; 0; 1) \in (P)$. Vì Khoảng cách từ (α) đến (P) bằng $\sqrt{6}$ nên ta có:

$$d_{((P), (\alpha))} = d_{(C, (\alpha))} = \sqrt{6} \Rightarrow \frac{|-1 + d|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |-1 + d| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 7 \\ d = -5 \end{cases} \text{ (TM).}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $(\alpha): x + 2y - z + 7 = 0; (\alpha): x + 2y - z - 5 = 0$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } -2 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai

a) **[NB]** $\int_1^1 f(x) dx = 1$.

b) [TH] $\int_0^1 f(x) dx = 1$

c) [TH] $\int_2^3 f(x) dx = 19$

d) [VD] $\int_0^2 f(x) dx = \frac{7}{2}$

Lời giải

a) Ta có : $\int_1^1 f(x) dx = 0$. (Từ ĐN SGK KNTT T2 T14) Mệnh đề **sai**.

b) $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 3x^2 dx = x^3 \Big|_0^1 = 1$. Mệnh đề **đúng**.

c) $\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (4-x) dx = \left(4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_2^3 = \frac{3}{2}$. Mệnh đề **sai**.

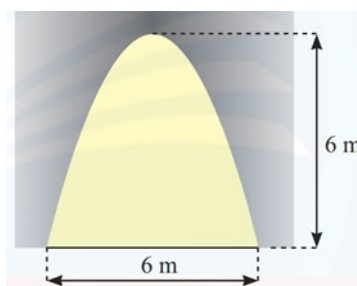
d) Ta có $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

$$= \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^2 (4-x) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 4x \Big|_1^2 - \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1 + 4 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

Mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình bên dưới. Tính diện tích của cửa hầm.



Lời giải

Chọn hệ trục Oxy có trục hoành dọc chân cửa hầm, trục tung đi qua đỉnh của hầm.

Khi đó, phương trình của parabol có dạng $y = 6 - ax^2$ ($a > 0$).

Hoành độ giao điểm của parabol và trục hoành là $x = \sqrt{\frac{6}{a}}$ và $x = -\sqrt{\frac{6}{a}}$

Đáy hầm rộng $6m$ nên $2\sqrt{\frac{6}{a}} = 6 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$.

Từ đó, phương trình của parabol là $y = 6 - \frac{2}{3}x^2$.

$$S = \int_{-3}^3 \left(6 - \frac{2}{3}x^2 \right) dx = \left(6x - \frac{2x^3}{9} \right) \Big|_{-3}^3 = 24 (m^2)$$

Vậy diện tích của cửa hầm là

Đáp số: 24,0

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $ax + by + cz + 5 = 0$ qua hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và vuông góc với $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Giá trị của $a - b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi $(\alpha): ax + by + cz + 5 = 0$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 5)$, $\overrightarrow{n_p} = (2; -1; 3)$

Mặt phẳng (α) nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}] = (-1; 13; 5)$ làm vector pháp tuyến nên (α) có dạng

$$-x + 13y + 5z + D = 0$$

Mặt phẳng (α) qua $A(3;1;-1)$ nên $-3 + 13 \cdot 1 + 5 \cdot (-1) + D = 0 \Leftrightarrow D = -5$

$\Rightarrow (\alpha): -x + 13y + 5z - 5 = 0$ hay $(\alpha): x - 13y - 5z + 5 = 0$

Suy ra $a = 1; b = -13; c = -5$

Vậy $a - b + c = 9$

Đáp số 9,00.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục Oy và cách M một khoảng lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $N(1;2;3)$ đến mặt phẳng (α) (kết quả làm tròn đến hàng chục)

Lời giải

Đáp số: 3,16

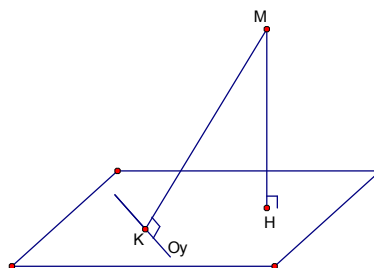
+) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (α) và trục Oy .

Ta có: $K(0;2;0)$

$d(M, (\alpha)) = MH \leq MK$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) lớn nhất khi mặt phẳng (α) qua K và vuông góc với MK .

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $K(0;2;0)$ và nhận $\overrightarrow{MK} = (-1; 0; -3)$ làm vec tơ pháp tuyến có dạng: $x + 3z = 0$



Vậy khoảng cách từ $N(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (α) bằng:

$$d(N; (\alpha)) = \frac{1+3.3}{\sqrt{1^2+3^2}} = \sqrt{10}$$

Câu 20: Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.

Lời giải

Đáp số: 0,75

Ta có: $\int \left(\frac{4m}{\pi} + \sin^2 x \right) dx = \frac{4m}{\pi} x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$ vì $F(0) = 1$ nên $C = 1$

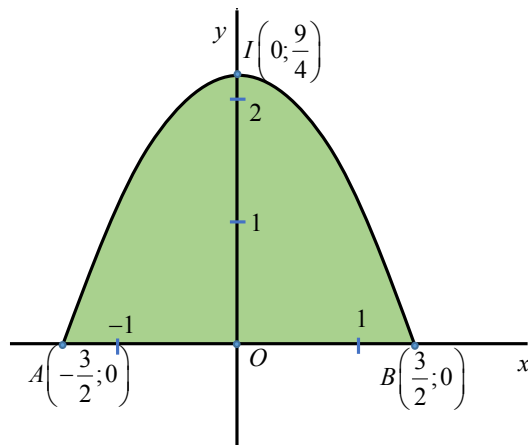
$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$ nên tính được $m = -\frac{3}{4}$

Câu 21: Trường Nguyễn Trãi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500 ngàn đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu ngàn đồng?

Lời giải

Đáp án: 6750

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2$$

Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1500 = 6750$ (ngàn đồng).

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $3f'(x) \cdot e^{f^3(x)} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0$ với

$\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(1) = 0$, tính tích phân $I = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot f(x) dx$.

Lời giải

Đáp án: 2023

Ta có :

$$3f'(x) \cdot e^{f^3(x)} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0 \Leftrightarrow 3f^2(x) \cdot f'(x) \cdot e^{f^3(x)} = 2x$$

$$\Rightarrow \left(e^{f^3(x)} \right)' = 2x \Rightarrow e^{f^3(x)} = \int 2x dx \Rightarrow e^{f^3(x)} = x^2 + C.$$

Mặt khác $f(1) = 0 \Rightarrow e^{f^3(1)} = 1 + C \Rightarrow C = 0.$

$$\Rightarrow e^{f^3(x)} = x^2 \Rightarrow f^3(x) = \ln x^2 \Rightarrow f(x) = \sqrt[3]{2 \ln x}.$$

Vậy $I = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot f(x) dx = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot \sqrt[3]{2 \ln x} dx = \int_1^{2024} dx = 2023.$

----- Hết -----

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 – MÔN: TOÁN 12

ĐỀ 3

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và nhận vector $\vec{n} = (1; -3; 5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

A. $x + 2z - 11 = 0$. **B.** $x + 2y - 5 = 0$. **C.** $x - 3y + 5z - 3 = 0$. **D.** $x - 3y + 5z - 11 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây không phải là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$?

A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$ B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$ C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$ D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$

Câu 3: Cho $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục trên K. k là hằng số khác 0. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
 C. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ D. $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x - y + 1 = 0$ B. $x - y - 1 = 0$ C. $-2x + 2y - 1 = 0$ D. $2x - 2y - 1 = 0$

Câu 5: Cho $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng

A. $F(b) - F(a)$ B. $F(a) + F(b)$ C. $F(a) - F(b)$ D. $\frac{F(b)}{F(a)}$

Câu 6: Hàm số $f(x) = x^4 - 3x^2$ có họ nguyên hàm là

A. $F(x) = x^3 - 6x + C$ B. $F(x) = x^5 + x^3 + C$
 C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^3 + C$ D. $F(x) = \frac{x^5}{5} + x^3 + C$

Câu 7: Khoảng cách từ điểm $A(0; 4; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x - 4z + 1 = 0$ bằng

A. 7 B. 3 C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{11}{5}$

Câu 8: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng

A. 12 B. 0 C. 8 D. 10

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ song song với mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x - 2y + 3 = 0$ B. $x + 2y + 3z = 0$ C. $x - 2y + 3z = 0$ D. $x - 2y - 1 = 0$

Câu 10: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng K và C là hằng số. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f'(x) = F(x)$ B. $F(x) = f(x) + C$ C. $F'(x) = f(x)$ D. $f(x) = F(x) + C$

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$ là:

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ vuông góc với mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x + y - z + 3 = 0$ B. $x - y - z + 2 = 0$ C. $x - 2y + 3z + 1 = 0$ D. $x - 2y - 3 = 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x - \cos x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{2}{\ln 2}$.

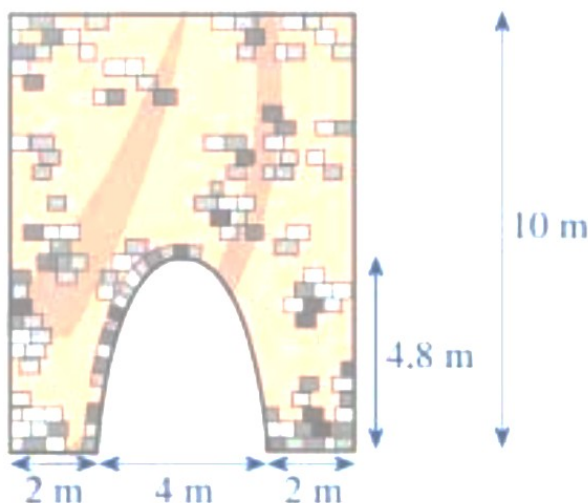
a) $\int f(x) dx = \int 2^x dx - \int \cos x dx$

b) $F'(\pi) = 2^\pi - 1$

c) Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = F(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là $k = \sqrt{2^\pi}$.

d) Nếu $F(-1) = \frac{1}{a \ln a} + \sin b$ với $a, b \in \mathbb{N}$ thì $a + 2b = 5$

Câu 2: Hình bên dưới minh họa mặt cắt đứng của một bức tường cũ có dạng hình chữ nhật với cổng ra vào có dạng hình parabol với các kích thước được cho như trong hình. Người ta dự định sơn lại mặt ngoài bức tường đó với chi phí là 125000 đồng/m².



Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Cổng có chiều cao 4,8m.

b) Diện tích bức tường (bao gồm cả phần tường và phần cổng) là $40m^2$.

c) Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho trục Ox đi qua 2 chân cổng, trục Oy đi qua đỉnh cổng. Khi đó hình dạng của cổng được mô tả bởi $(P): y = -1,2x^2 + 4,8$.

d) Tổng chi phí để sơn lại toàn bộ mặt ngoài bức tường là 8400000 đồng.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;-1;2)$.

a) Mặt phẳng (ABC) có một cặp vector chỉ phương là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

b) Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (5;3;4)$.

c) Biết mặt phẳng (OBC) có một vector pháp tuyến là $(1;b;c)$. Khi đó $b+c = -1$.

d) Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $O.ABC$, (α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm B , C , I . Biết (α) có một vector pháp tuyến là $(a;b;3)$. Khi đó $a+b = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^4 f(x) dx = \frac{1186}{45}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Khi $\int_1^9 f(x) dx = \frac{2268}{5}$ thì biểu thức $I = \int_4^9 f(x) dx = \frac{19226}{45}$.

b) $\int_1^4 \left[\frac{45}{2} f(x) + 2 \right] dx = 559$.

c) Biết hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn

$x + 2x \cdot f(x) = [f'(x)]^2$ với $\forall x \in [1; 4]$ thì $\int \sqrt{x} dx = \sqrt{1 + 2f(x)}$.

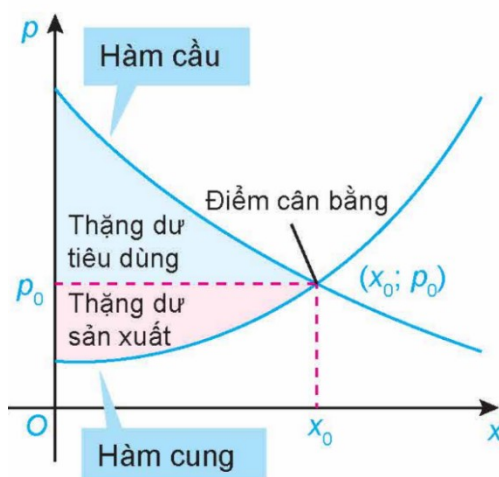
d) Cho $f(1) = \frac{3}{2}$ thì hàm số $f(x) = \frac{2}{9}x^3 + \frac{8}{9}x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hàm cầu liên quan đến giá P của một sản phẩm với nhu cầu của người tiêu dùng, hàm cung liên quan đến giá P của sản phẩm với mức độ sẵn sàng cung cấp sản phẩm của nhà sản xuất. Điểm cắt nhau $(x_0; p_0)$ của đồ thị hàm cầu $p = D(x)$ và đồ thị hàm cung $p = S(x)$ được gọi là điểm cân bằng.

Thặng dư tiêu dùng là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm cầu, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng đứng $x = 0$.

Thặng dư sản xuất là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm cung, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng đứng $x = 0$. (như hình vẽ bên dưới)

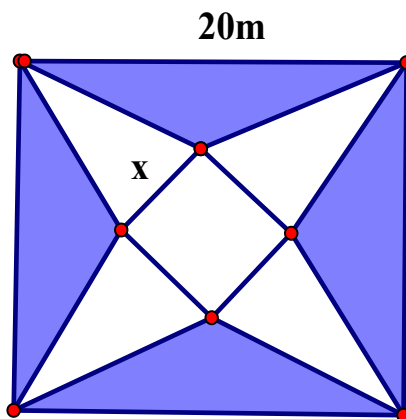


Biết: Đơn đặt hàng của nhà máy cho một loại máy lọc không khí là khoảng 6000 chiếc mỗi tuần khi giá là 375 USD/chiếc và khoảng 8000 chiếc mỗi tuần khi giá là 305 USD/chiếc. Hàm

cung được cho bởi $p = S(x) = \frac{1}{55}x$, trong đó x là số lượng máy lọc không khí được bán với giá P USD một chiếc. Tìm thặng dư tiêu dùng (giả sử hàm cầu là hàm số bậc nhất và kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

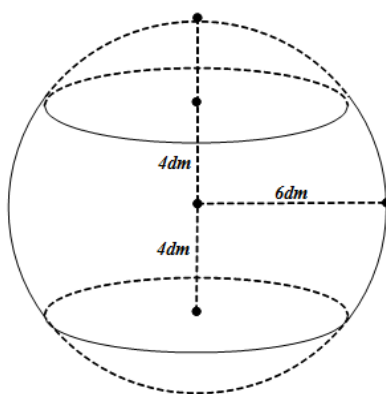
Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 4x - 3m^2y - 2z + 4 = 0$ và $(P_2): 5x - 2y + 13z + m + 9 = 0$ với m là tham số. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m để $(P_1) \perp (P_2)$.

Câu 3: Để làm mô hình kim tự tháp dạng hình chóp tứ giác đều người ta cắt một tấm nhôm hình vuông cạnh bằng $20m$ để dán thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp như hình vẽ. Để tận dụng không gian họ định dùng phần ruột của khối chóp đó chứa nước (Coi các phần cắt và dán là không đáng kể). Khi chứa được lượng nước nhiều nhất thì khoảng cách từ đỉnh chóp đến mặt đáy chóp bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm):



Câu 4: Cho $f'(x) = 2x - 12$ và $f(1) = 29$. Phương trình $f(x) = 8$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tổng $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$ bằng:

Câu 5: Một hình cầu có bán kính $6dm$, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích $V(dm^3)$ mà chiếc lu chứa được biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu $4dm$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại mọi $x \in (0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện:
 $f(x) = x(\sin x + f'(x)) + \cos x$ và $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \sin x dx = -4$. Biết $f(\pi) = a\pi + b$. Tính kết quả của $a.b$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)**BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	C	B	A	C	D	D	C	C	B	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1821	1	6,32	5	771	-2

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và nhận vector $\vec{n} = (1; -3; 5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $x + 2z - 11 = 0$. B. $x + 2y - 5 = 0$. C. $x - 3y + 5z - 3 = 0$. D. $x - 3y + 5z - 11 = 0$.

Lời giải**Chọn D**

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và nhận vector $\vec{n} = (1; -3; 5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là $1(x-1) - 3(y-0) + 5(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 5z - 11 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây không phải là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$?

- A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$. C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$. D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

Lời giải**Chọn D**

Từ phương trình mp(P) suy ra một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\vec{n}_{(P)} = (1; 3; -5)$ cùng phương với các vector $\vec{n} = (-3; -9; 15)$, $\vec{n} = (-1; -3; 5)$, $\vec{n} = (2; 6; -10)$.

Vector $\vec{n} = (-2; -6; -10)$ không cùng phương với $\vec{n}_{(P)}$ nên không phải là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 3: Cho $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục trên K . k là hằng số khác 0. Mệnh đề nào sau đây là sai ?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
 C. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ D. $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất của nguyên hàm.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $x - y + 1 = 0$ B. $x - y - 1 = 0$ C. $-2x + 2y - 1 = 0$ D. $2x - 2y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) vuông góc với AB nên nhận vector $\vec{AB} = (-2; 2; 0)$ làm vector pháp tuyến.

Chọn $\vec{n} = (1; -1; 0)$ cùng phương với $\vec{AB} = (-2; 2; 0)$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $A(-3; 4; 2)$ và có VTPT $\vec{n} = (1; -1; 0)$ nên có phương trình
 $1(x + 3) - 1(y + 4) + 0(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$

Câu 5: Cho $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng

- A. $F(b) - F(a)$ B. $F(a) + F(b)$ C. $F(a) - F(b)$ D. $\frac{F(b)}{F(a)}$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Câu 6: Hàm số $f(x) = x^4 - 3x^2$ có họ nguyên hàm là

- A. $F(x) = x^3 - 6x + C$ B. $F(x) = x^5 + x^3 + C$
 C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^3 + C$ D. $F(x) = \frac{x^5}{5} + x^3 + C$

Lời giải

Chọn C

$$\int (x^4 - 3x^2) dx = \frac{x^5}{5} - x^3 + C$$

Ta có:

Câu 7: Khoảng cách từ điểm $A(0; 4; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x - 4z + 1 = 0$ bằng

- A. 7. B. 3. C. $\frac{16}{5}$. D. $\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$d(A; (P)) = \frac{|3x_A + 0y_A - 4z_A + 1|}{\sqrt{3^2 + 0^2 + (-4)^2}} = \frac{|3 \cdot 0 + 0 \cdot 4 - 4 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{3^2 + 0^2 + (-4)^2}} = \frac{11}{5}$$

Ta có:

- Câu 8: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 (f(x) - 5g(x) + x) dx$ bằng
- A. 12. B. 0. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 (f(x) - 5g(x) + x) dx = \int_0^2 f(x) dx - 5 \int_0^2 g(x) dx + \int_0^2 x dx = 3 + 5 + 2 = 10$$

Ta có

- Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ song song với mặt phẳng có phương trình nào sau đây?
- A. $x - 2y + 3 = 0$. B. $x + 2y + 3z = 0$. C. $x - 2y + 3z = 0$. D. $x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Xét hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x - 2y + 3z = 0$

$$\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{3}{3} \neq \frac{0}{-1}$$

Ta có: $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{3}{3} \neq \frac{0}{-1}$ nên hai mặt phẳng đó song song nhau.

- Câu 10: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng K và C là hằng số. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f'(x) = F(x)$ B. $F(x) = f(x) + C$ C. $F'(x) = f(x)$ D. $f(x) = F(x) + C$

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa nguyên hàm ta chọn đáp án C

- Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$ là:

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là

$$2x + 1 = x^2 - x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f(x)$ và $g(x)$ là

$$S = \int_1^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{1}{6}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ vuông góc với mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x + y - z + 3 = 0$ B. $x - y - z + 2 = 0$ C. $x - 2y + 3z + 1 = 0$ D. $x - 2y - 3 = 0$

Lời giải

Chọn B

Xét hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ có $\vec{n}_P = (1; -2; 3)$

và $(Q): x + y - z + 2 = 0$ có $\vec{n}_Q = (1; -1; -1)$

Ta có: $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 = 0$ nên $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow (P) \perp (Q)$

Vậy hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z + 2 = 0$ vuông góc với nhau.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x - \cos x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{2}{\ln 2}$.

a) **[NB]** $\int f(x) dx = \int 2^x dx - \int \cos x dx$

b) **[TH]** $F'(\pi) = 2^\pi - 1$

c) **[TH]** Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = F(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là $k = \sqrt{2^\pi}$.

d) **[VD]** Nếu $F(-1) = \frac{1}{a \ln a} + \sin b$ với $a, b \in \mathbb{N}$ thì $a + 2b = 5$

Lời giải

a) $\int f(x) dx = \int 2^x dx - \int \cos x dx$

a)

Vậy mệnh đề đã cho đúng.

b) $F'(x) = f(x) = 2^x - \cos x \Rightarrow F'(\pi) = 2^\pi - \cos \pi = 2^\pi + 1$

b)

Vậy mệnh đề đã cho sai.

c) Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = F(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là

$$k = F'\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2^{\frac{\pi}{2}} - \cos \frac{\pi}{2} = \sqrt{2^\pi}$$

Vậy mệnh đề đã cho đúng.

d) $\int f(x) dx = \int [2^x - \cos x] dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \sin x + C \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \sin x + C$

d)

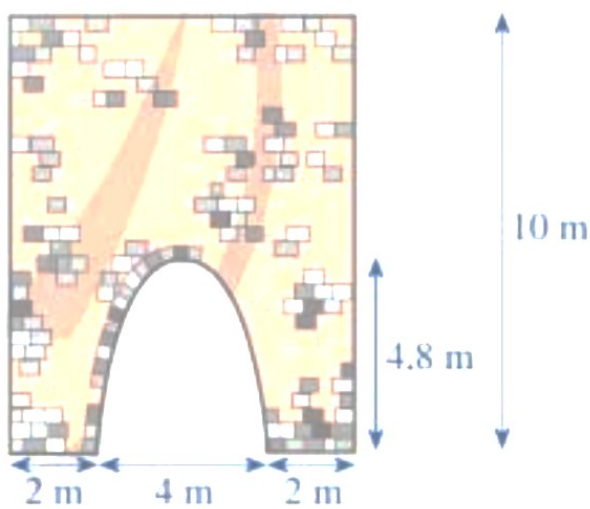
Giả thiết

$$F(0) = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow \frac{2^0}{\ln 2} - \sin 0 + C = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \sin x \Rightarrow F(-1) = \frac{2^{-1}}{\ln 2} - \sin(-1) = \frac{1}{2 \ln 2} +$$

Khi đó $a = 2, b = 1 \Rightarrow a + 2b = 4$

Vậy mệnh đề đã cho sai.

Câu 2: Hình bên dưới minh họa mặt cắt đứng của một bức tường cũ có dạng hình chữ nhật với cổng ra vào có dạng hình parabol với các kích thước được cho như trong hình. Người ta dự định sơn lại mặt ngoài bức tường đó với chi phí là 125000 đồng/m².



Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Cổng có chiều cao 4,8m.
- b) **[TH]** Diện tích bức tường (bao gồm cả phần tường và phần cổng) là $40m^2$.
- c) **[TH]** Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho trục Ox đi qua 2 chân cổng, trục Oy đi qua đỉnh cổng. Khi đó hình dạng của cổng được mô tả bởi $(P): y = -1,2x^2 + 4,8$.
- d) **[VD,VDC]** Tổng chi phí để sơn lại toàn bộ mặt ngoài bức tường là 8400000 đồng.

Lời giải

a) **[NB]** Đúng, nhìn hình ta thấy.

b) **[TH]** Chiều rộng bức tường là $2 + 4 + 2 = 8m$.

Do bức tường hình chữ nhật nên diện tích là $8 \cdot 10 = 80m^2$. Vậy b) Sai

c) **[TH]** Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho trục Ox đi qua 2 chân cổng, trục Oy đi qua đỉnh cổng.

$$y = ax^2 + bx + c$$

Cổng được mô tả trên hệ tọa độ bởi đồ thị hàm số

Đồ thị hàm số này đi qua các điểm có tọa độ $(-2; 0), (2; 0)$ và $(0; 4,8)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = 4,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1,2 \\ b = 0 \\ c = 4,8 \end{cases}$$

(P) $y = -1,2x^2 + 4,8$
 Vậy ta có : suy ra c) đúng.

d) [VD,VDC] Diện tích công là $S = 2 \cdot \int_0^2 (-1,2x^2 + 4,8) dx = \frac{64}{5}$

Diện tích bức tường là $S = 10,8 = 80m^2$

Diện tích cần sơn là $80 - \frac{64}{5} = \frac{336}{5} (m^2)$

Diện tích cần sơn là

$$T = \frac{336}{5} \cdot 125000 = 8400000$$

Vậy chi phí để sơn lại toàn bộ mặt ngoài bức tường là đồng

suy ra d) đúng.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(1;2;1)$, $C(2;-1;2)$.

- a) [NB] Mặt phẳng (ABC) có một cặp vector chỉ phương là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.
 b) [TH] Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (5;3;4)$.
 c) [TH] Biết mặt phẳng (OBC) có một vector pháp tuyến là $(1;b;c)$. Khi đó $b+c=-1$.
 d) [VD] Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $O.ABC$, (α) là mặt phẳng đi qua 3 điểm B , C , I . Biết (α) có một vector pháp tuyến là $(a;b;3)$. Khi đó $a+b=1$.

Lời giải

a) Mặt phẳng (ABC) có một cặp vector chỉ phương là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$. Chọn đúng.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; 2)$.

Suy ra mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (5; 3; 4)$. Chọn đúng.

c) [TH] Ta có: $[\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}] = (5; 0; -5) = 5(1; 0; -1) \Rightarrow b=0; c=-1 \Rightarrow b+c=-1$. Chọn đúng

d) [VD] Vì I là tâm của mặt cầu nội tiếp tứ diện $O.ABC$, suy ra I cách đều hai mặt phẳng (OBC) và (ABC) .

Ta có: Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $5x + 3y + 4z - 15 = 0$.

Phương trình mặt phẳng (OBC) là: $x - z = 0$.

Gọi $I(x; y; z)$, ta có:

$$\frac{|x-z|}{\sqrt{2}} = \frac{|5x+3y+4z-15|}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} y+3z-5=0 \\ 10x+3y-z-15=0 \end{cases}$$

Vì hai điểm A và O nằm khác phía đối với (α) nên phương trình mặt phẳng (α) là: $10x + 3y - z - 15 = 0$.

Vì (α) có một vector pháp tuyến là $(a; b; 3)$ nên $a = -30$, $b = -9$. Vậy $a+b = -39$.

Chọn sai.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^4 f(x) dx = \frac{1186}{45}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** Khi $\int_1^9 f(x) dx = \frac{2268}{5}$ thì biểu thức $I = \int_4^9 f(x) dx = \frac{19226}{45}$.

b) **[TH]** $\int_1^4 \left[\frac{45}{2} f(x) + 2 \right] dx = 559$.

c) **[VD]** Biết hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $x + 2x \cdot f(x) = [f'(x)]^2$ với $\forall x \in [1; 4]$ thì $\int \sqrt{x} dx = \sqrt{1 + 2f(x)}$.

d) **[VD]** Cho $f(1) = \frac{3}{2}$ thì hàm số $f(x) = \frac{2}{9}x^3 + \frac{8}{9}x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{3}$.

Lời giải

a) Ta có: $I = \int_4^9 f(x) dx = \int_1^9 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx = \frac{2268}{5} - \frac{1186}{45} = \frac{19226}{45}$.

Vậy khẳng định a) là đúng.

b) Ta có $\int_1^4 \left[\frac{45}{2} f(x) + 2 \right] dx = \frac{45}{2} \int_1^4 f(x) dx + \int_1^4 2 dx = \frac{45}{2} \cdot \frac{1186}{45} + 6 = 599$.

Vậy khẳng định b) là sai.

c) Ta có $x + 2x \cdot f(x) = [f'(x)]^2 \Leftrightarrow x(1 + 2f(x)) = [f'(x)]^2$, do $x \in [1; 4]$ và $f'(x) \geq 0, \forall x \in [1; 4]$

$$\Rightarrow f(x) > \frac{-1}{2} \quad f'(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + 2f(x)} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{1 + 2f(x)}} = \sqrt{x} \Leftrightarrow \left(\sqrt{1 + 2f(x)} \right)' = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + 2f(x)} = \int \sqrt{x} dx$$

Vậy khẳng định c) là đúng.

d) Theo ý trên ta có:

$$\sqrt{1 + 2f(x)} = \int \sqrt{x} dx \Leftrightarrow \sqrt{1 + 2f(x)} = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$$

$$\text{Vì } f(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \cdot 1 \sqrt{1} + C \Leftrightarrow C = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + 2f(x)} = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{4}{3} \Leftrightarrow 1 + 2f(x) = \left(\frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{4}{3} \right)^2 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{9} x^3 + \frac{8}{9} x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{18}$$

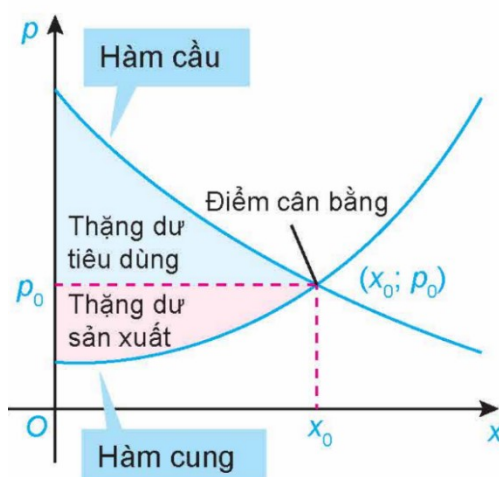
Vậy khẳng định d) là sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hàm cầu liên quan đến giá P của một sản phẩm với nhu cầu của người tiêu dùng, hàm cung liên quan đến giá P của sản phẩm với mức độ sẵn sàng cung cấp sản phẩm của nhà sản xuất. Điểm cắt nhau $(x_0; p_0)$ của đồ thị hàm cầu $p = D(x)$ và đồ thị hàm cung $p = S(x)$ được gọi là điểm cân bằng.

Thặng dư tiêu dùng là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm cầu, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng đứng $x = 0$.

Thặng dư sản xuất là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm cung, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng đứng $x = 0$. (như hình vẽ bên dưới)



Biết: Đơn đặt hàng của nhà máy cho một loại máy lọc không khí là khoảng 6000 chiếc mỗi tuần khi giá là 375 USD/chiếc và khoảng 8000 chiếc mỗi tuần khi giá là 305 USD/chiếc. Hàm

cung được cho bởi $p = S(x) = \frac{1}{55}x$, trong đó x là số lượng máy lọc không khí được bán với giá P USD một chiếc. Tìm thặng dư tiêu dùng (giả sử hàm cầu là hàm số bậc nhất và kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải

Đáp án: 1821

+) Hàm cầu có dạng $p = S(x) = ax + b; a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0$, do đơn đặt hàng của nhà máy cho một loại máy lọc không khí là khoảng 6000 chiếc mỗi tuần khi giá là 375 USD/chiếc và khoảng 8000 chiếc mỗi tuần khi giá là 305 USD/chiếc nên ta có:

$$\begin{cases} 375 = 6000a + b \\ 305 = 8000a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,035 \\ b = 585 \end{cases}$$

Vậy hàm cầu có dạng $p = D(x) = -0,035x + 585$.

+) Xét phương trình: $\frac{1}{55}x = -0,035x + 585 \Leftrightarrow x = 11000 \Rightarrow p = 200$

+) Thặng dư tiêu dùng là diện tích hình phẳng giới hạn bởi D gồm:

$$\begin{cases} p = D(x) = -0,035x + 585 \\ p_0 = 200 \\ x = 0; x = 11000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_0^{11000} (-0,035x + 585 - 200) dx = 1820500 \text{ (USD)}.$$

Vậy thặng dư tiêu dùng là 1821 (nghìn USD).

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 4x - 3m^2y - 2z + 4 = 0$ và $(P_2): 5x - 2y + 13z + m + 9 = 0$ với m là tham số. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m để $(P_1) \perp (P_2)$.

Lời giải

Đáp án: 1

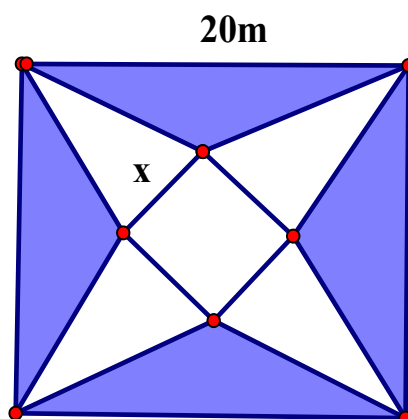
+) Các vector $\vec{n}_1 = (4; -3m^2; -2)$ và $\vec{n}_2 = (5; -2; 13)$ theo thứ tự là vector pháp tuyến của hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

+) Ta có: $(P_1) \perp (P_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 5 + (-3m^2) \cdot (-2) + (-2) \cdot 13 = 0 \Leftrightarrow 6m^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

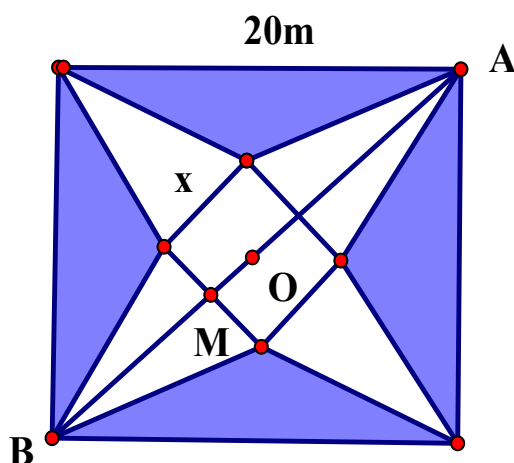
Vậy số giá trị nguyên dương của tham số m là 1.

Câu 3: Để làm mô hình kim tự tháp dạng hình chóp tứ giác đều người ta cắt một tấm nhôm hình vuông cạnh bằng $20m$ để dán thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp như hình vẽ. Để tận dụng không gian họ định dùng phần ruột của khối chóp đó chứa nước (Coi các phần cắt và dán là không đáng kể). Khi chứa được lượng nước nhiều nhất thì khoảng cách từ đỉnh chóp đến mặt đáy chóp bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm):



Lời giải

Đáp án: 6,32



Ta có $BM = BO - MO = \frac{1}{2} AB - MO = 10\sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Chiều cao của hình chóp:

$$h = \sqrt{BM^2 - MO^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{200 - 5\sqrt{2}x}.$$

Suy ra thể tích của khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{200 - 5\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \sqrt{200x^4 - 5\sqrt{2}x^5}.$$

Khảo sát hàm $f(x) = 200x^4 - 5\sqrt{2}x^5$ trên $(0; 10\sqrt{2})$, ta được $f(x)$ lớn nhất khi $x = 16\sqrt{2}$.

Suy ra V lớn nhất khi $x = 16\sqrt{2}$.

Khi đó khoảng cách từ đỉnh chóp đến đáy bằng: $h = \sqrt{200 - 5\sqrt{2}x} = 2\sqrt{10} \approx 6,32m$.

Câu 4: Cho $f'(x) = 2x - 12$ và $f(1) = 29$. Phương trình $f(x) = 8$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tổng $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$ bằng:

Lời giải

Đáp án: 5

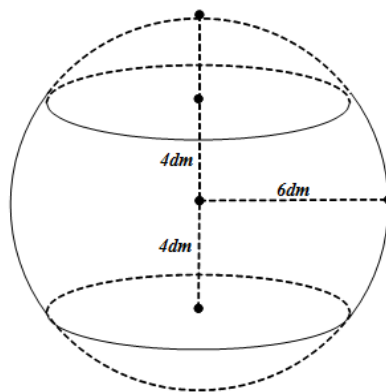
Ta có: $f'(x) = 2x - 12 \Rightarrow f(x) = x^2 - 12x + C$

Do $f(1) = 29 \Rightarrow C = 40 \Rightarrow f(x) = x^2 - 12x + 40$

Phương trình $f(x) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$

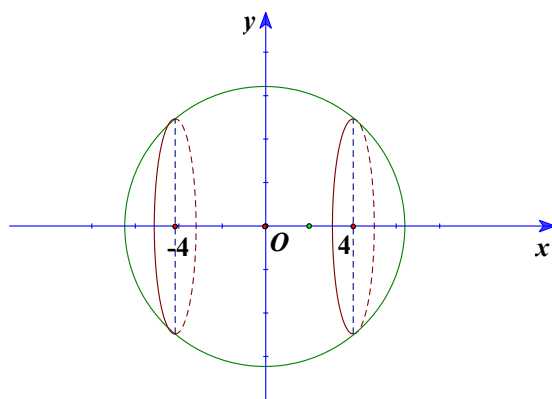
Ta có: $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2| = \log_2 |x_1 x_2| = \log_2 32 = 5$

Câu 5: Một hình cầu có bán kính 6dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích $V(dm^3)$ mà chiếc lu chứa được biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4dm. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 771



Trong hệ trục tọa độ Oxy , xét đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 = 36$. Khi đó nửa phần trên trục hoành của (C) quay quanh trục hoành tạo ra mặt cầu tâm O bán kính bằng 6. Mặt khác ta tạo hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa phần trên trục hoành của (C) , trục Ox và các đường thẳng $x = -4, x = 4$; sau đó quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay chính là chiếc lu trong đề bài.

Ta có $x^2 + y^2 = 36 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{36 - x^2} \Rightarrow$ nửa phần trên trục hoành của (C) là $y = \sqrt{36 - x^2}$.

Thể tích V của chiếc lu được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_{-4}^4 \left(\sqrt{36 - x^2} \right)^2 dx = \pi \int_{-4}^4 (36 - x^2) dx = \pi \left(36x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-4}^4 = \frac{736}{3} \pi \approx 771 (dm^3)$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại mọi $x \in (0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện:

$$f(x) = x(\sin x + f'(x)) + \cos x \quad \text{và} \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \sin x dx = -4. \quad \text{Biết } f(\pi) = a\pi + b. \quad \text{Tính kết quả của } a.b.$$

Lời giải

Đáp án: -1

Ta có:

$$\begin{aligned} f(x) &= x(\sin x + f'(x)) + \cos x \Rightarrow \frac{f(x) - xf'(x)}{x^2} = \frac{\sin x}{x} + \frac{\cos x}{x^2} \\ \Rightarrow \left(\frac{f(x)}{x} \right)' &= \left(\frac{1}{x} \cos x \right)' \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{x} \cos x + c \Rightarrow f(x) = \cos x + cx \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó: } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \sin x dx = -4 \Leftrightarrow \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (\cos x + cx) \sin x dx = -4$$

$$\Leftrightarrow \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos x \sin x dx + c \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} x \sin x dx = -4 \Leftrightarrow 0 + c(-2) = -4 \Leftrightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = \cos x + 2x \Rightarrow f(\pi) = 2\pi - 1.$$

$$\text{Vậy } a = 2; b = -1 \Rightarrow a.b = -2.$$

----- Hết -----

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 – MÔN: TOÁN 12

ĐỀ 4

Câu 1. Cho k là một số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

- A. $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$.
 B. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$.
 C. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
 D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

Câu 2. Cho $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = x^2 + x$. Giá trị $F'(2)$ bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3z = 2(x + y)$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; -2; 3)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{n} = (2; 2; 3)$. D. $\vec{n} = (2; 2; -3)$.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. B. $\int dx = x + C$.
 C. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C \quad (a > 0, a \neq 1)$. D. $\int \sin x dx = \cos x + C$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 6 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-1; 1; 6)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 6)$.

Câu 6. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là

- A. $\frac{e^{x-1}}{x-1} + C$. B. $e^{2x} + C$. C. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. D. $e^x + C$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \sin x - x + 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $\int f(x) dx = \cos x - 1 + C$.
 C. $\int f(x) dx = \cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + C$.

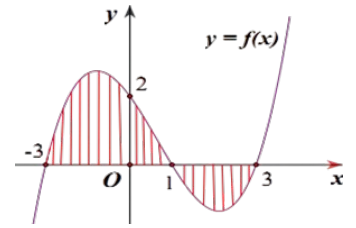
Câu 8. Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{dx}{x+1}$.

- A. $I = \frac{7}{3}$. B. $I = \ln 2$. C. $I = \frac{1}{2} \log 2$. D. $I = \ln 5$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với $A'(3; 2; -5)$, $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$ và $C(0; 2; 1)$. Phương trình của mặt phẳng $(A'B'C')$ là

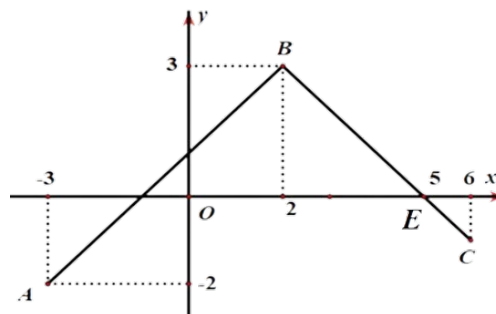
- A. $9x - 13y + 7z + 34 = 0$. B. $9x - 13y + 7z - 7 = 0$.
 C. $9x + 13y + 7z - 18 = 0$. D. $9x + 13y + 7z - 33 = 0$.

- Câu 10.** Nếu $\int_0^3 [4f(x) + 3x^2] dx = 7$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
A. 5. **B.** -6. **C.** -5. **D.** 3.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (P) ?
A. $2x + 5y + 3z - 9 = 0$. **B.** $2x + y - 3z - 7 = 0$.
C. $2x + y - z - 5 = 0$. **D.** $x - 2y - z - 6 = 0$.
- Câu 12.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch sọc) bằng giá trị nào sau đây?
A. $S = |F(3) - F(-3)|$.
B. $S = F(3) - F(-3)$.
C. $S = 2F(1) - F(3) - F(-3)$.
D. $S = F(3) + F(-3) - 2F(1)$.



B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (3 điểm)

- Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $(C): y = f'(x)$ trên đoạn $[-3; 6]$ là đường gấp khúc như hình vẽ. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2$		
(b)	$\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{2}$		
(c)	$f(2) - f(6) = 4$		
(d)	$f(5) + f(-3) - 2f(2) = 2$		

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 3)$, $B(3; 0; 2)$, $C(0; -2; 1)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các điểm A, B, C không thẳng hàng.		
(b)	Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (1; 4; 5)$.		

(c)	Mặt phẳng (ABC) chứa điểm $M(1; 2; 2)$.		
(d)	Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất có phương trình $3x + 2y + z - 11 = 0$.		

Câu 15. Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.		
(b)	Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.		
(c)	Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.		
(d)	Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.		

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, gọi $(a): ax + by + cz - 60 = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{I}$) là mặt phẳng thay đổi thỏa mãn luôn đi qua điểm $M(2; 4; 5)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz tương ứng tại ba điểm A, B, C khác O . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$2a + 4b + 5c - 60 = 0$		
(b)	$A\left(\frac{60}{a}; 0; 0\right)$ với $a < 0$		
(c)	$B\left(0; \frac{60}{b}; 0\right)$ với $b < 0$		
(d)	Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là $V = \frac{36000}{abc}$.		

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.		
(b)	Giá trị của $\int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx + \int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng 42.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2, x = 1$ bằng 6.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = x^2 - 2x + 6$ quanh trục Ox bằng $\frac{1556\pi}{15}$.		

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$ và điểm $A(2; 1; 2)$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm A đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.		
(b)	Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$		
(c)	Mặt phẳng (Q) qua 2 điểm $B(1;1;0)$, $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $(Q): 2x + y = 0$.		
(d)	Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (04 điểm)

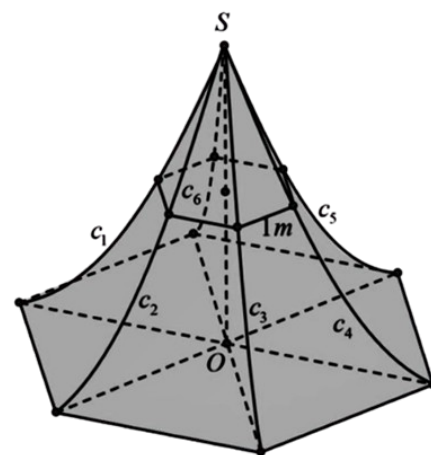
Câu 19. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = ax^3 + bx^2 + c$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$

↪ Điền đáp số:

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 3y - 2z - 29 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

↪ Điền đáp số:

Câu 21. Gia đình ông An xây một cái chòi hình lục giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chóp lục giác cong đều” có trần bằng gỗ như hình vẽ. Đáy của (H) là một hình lục giác đều có độ dài đường chéo đi qua tâm là $6m$. Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (a) vuông góc với SO là một lục giác đều và khi (a) khi qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $1m$. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó. Đơn vị tính m^3 , kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Điền đáp số:

Câu 22. Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính vận tốc của ô tô sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.
