

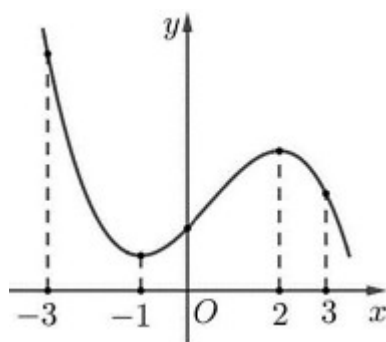
(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0000

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

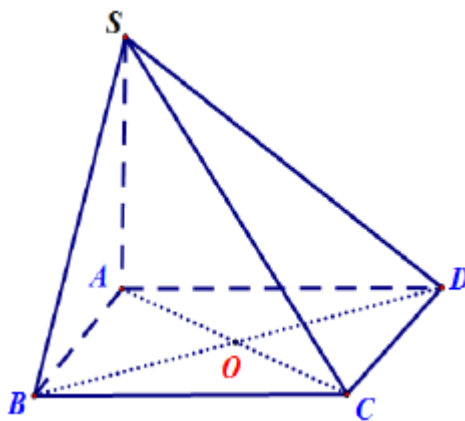


- A. $f(2)$. B. $f(-1)$. C. $f(-3)$. D. $f(3)$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = -3$. D. $x = 2$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$, $\vec{SB} = \vec{b}$, $\vec{SC} = \vec{c}$, $\vec{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 1)$ và vector $\vec{AC} = (0; 6; 1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

- A. $C(-1; 6; -1)$. B. $C(1; 6; 2)$. C. $C(1; 6; 0)$. D. $C(-1; -6; -2)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 2; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

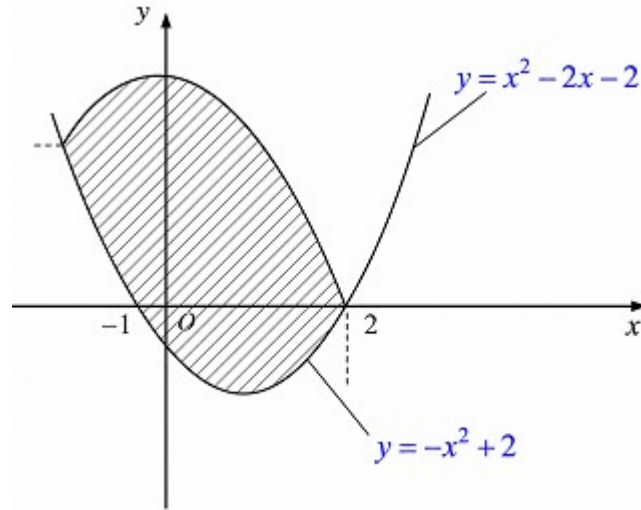
A. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$

B. $2026^x + C$

C. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$

D. $2026^{x+1} + C$

Câu 7. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân bằng

A. $u_5 = -\frac{27}{16}$

B. $u_5 = -\frac{16}{27}$

C. $u_5 = \frac{16}{27}$

D. $u_5 = \frac{27}{16}$

Câu 9. Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm.

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

A. 5,32

B. 3,52

C. 2,53

D. 5,23

Câu 10. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

A. $S = \pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}$

B. $S = 2k\pi | k \in \mathbb{Z}$

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \pi + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}$

Câu 12. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

A. $S = 0$

B. $S = 2$

C. $S = -2$

D. $S = \emptyset$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			4	
		2			$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 2 4 $-\infty$

a) Hàm số có hệ số $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(1; 2)$, $(3; 4)$.

c) $f'(x) = 0$ tại các giá trị $x = 2$, $x = 4$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 4]$ bằng $\frac{7}{2}$.

Câu 2. Ở nhiệt độ $37^\circ C$, một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A đơn vị mol/L tại thời điểm x giây, $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ đầu của A là $0,05 mol/L$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có:

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 3. Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

a) Xác suất $P(B) = 0,7$ và $P(\bar{B}) = 0,3$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A | \bar{B}) = 0,2$.

c) Xác suất $P(A) = 0,59$.

d) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ đơn vị trên mỗi trục là km, một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1; -2; 1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là $9km$. Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10; 10; 13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3; -4; -4)$ với tốc độ không đổi $150km/h$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$.

b) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$.

c) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là $(4; 2; 5)$.

d) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

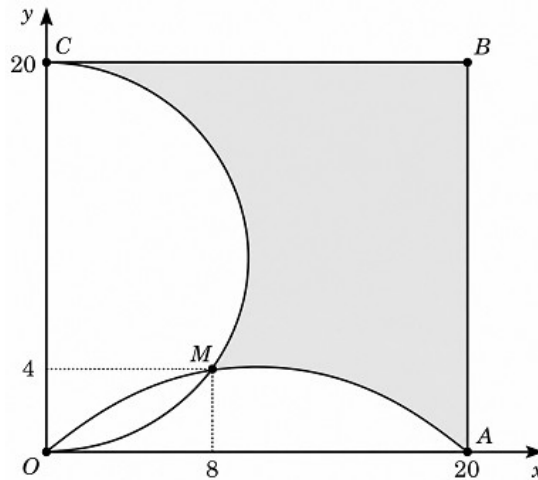
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8}(300M - 20m)$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$, ($m, n \in \mathbb{Q}^*$ và m là số nguyên tố). Tính $m+n$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 4; 4)$, $B(-4; 6; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$. Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{a}$. Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $20mm$. Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là $4mm$ và cách cạnh bên trái OC là $8mm$, cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, C ; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2 .



Câu 5. Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40% so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Nếu anh An kí hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng? Làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $P = \frac{a}{b}$, $(a, b \in \mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $2a + b$.

ĐÁP ÁN

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	A	B	A	A	A	B	B	B	D	D

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
2	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
3	Đúng	Sai	Đúng	Sai
4	Đúng	Đúng	Sai	Sai

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	120 0	39	7	197	118 0	375

LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. $f(2)$.
- B. $f(-1)$.
- C. $f(-3)$.
- D. $f(3)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3; 3]$ bằng $f(-3)$.

Chọn C.**Câu 2**

$$y = \frac{3x+6}{x-2}$$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

$$x = 3$$

A.

$$x = -2$$

B.

$$x = -3$$

C.

$$x = 2$$

D.**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+6}{x-2} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+6}{x-2} = -\infty \quad x = 2$$

Ta có , nên đường thẳng là tiệm cận đứng.

Chọn D.**Câu 3**

$$S.ABCD \quad ABCD \quad \overrightarrow{SA} = \vec{a} \quad \overrightarrow{SB} = \vec{b} \quad \overrightarrow{SC} = \vec{c} \quad \overrightarrow{SD} = \vec{d}$$

Cho hình chóp có đáy là hình bình hành. Đặt , , , . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

$$\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$$

A.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$$

B.

$$\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$$

C.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$$

D.**Lời giải**

O $ABCD$

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \quad \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$$

Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \quad \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$$

Suy ra $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$, hay $\vec{a} - \vec{b} = \vec{d} - \vec{c}$.

Chọn A.

Câu 4

 $Oxyz$ $A(1;0;1)$ $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$ C

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;1)$ và vector $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$. Điểm C nào sau đây thỏa mãn điều kiện?

$C(-1;6;-1)$

A. $C(1;6;2)$

B. $C(1;6;0)$

C. $C(-1;-6;-2)$

D. $C(1;-6;-2)$

Lời giải

$C(x; y; z)$ $A(1;0;1)$ $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$

Gọi $C(x; y; z)$. Có $\overrightarrow{AC} = (x-1; y-0; z-1) = (0;6;1)$.

$$\overrightarrow{AC} = (x-1; y-0; z-1) = (0;6;1)$$

Ta có $x-1=0$, $y=6$, $z-1=1$.

$$x-1=0 \quad y=6 \quad z-1=1$$

Suy ra $x=1$, $y=6$, $z=2$.

$$x=1 \quad y=6 \quad z=2$$

Do đó $C(1;6;2)$.

$C(1;6;2)$

Vậy $C(1;6;2)$.

Chọn B.

Câu 5

$Oxyz$ (P)

$$x + y - \frac{z}{2} = 1$$

Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng có phương trình . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là

$$\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$$

A.

$$\vec{n}_4 = (2; 2; 1)$$

B.

$$\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$$

C.

$$\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$$

D.**Lời giải**

$$(P) : x + y - \frac{z}{2} = 1$$

Ta có phương trình mặt phẳng

$$2x + 2y - z = 2$$

Nhân hai vế với 2 được

$$\vec{n} = (2; 2; -1)$$

Do đó một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là

Chọn A.**Câu 6**

$$f(x) = 2026^x$$

Họ nguyên hàm của hàm số là

$$\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$$

A.

$$2026^x + C$$

B.

$$\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$$

C.

$$2026^{x+1} + C$$

D.**Lời giải**

$$\int f(x)dx = \int 2026^x dx = \frac{2026^x}{\ln 2026} + C$$

Ta có

Chọn A.

Câu 7

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

$$\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$$

A.

$$\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$$

B.

$$\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4)dx$$

C.

$$\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4)dx$$

D.

Lời giải

Chọn A.

Câu 8

$$(u_n) \quad u_1 = -3 \quad q = \frac{2}{3} \quad u_5$$

Cho cấp số nhân có , . Số hạng của cấp số nhân bằng

$$u_5 = -\frac{27}{16}$$

A.

$$u_5 = -\frac{16}{27}$$

B.

$$u_5 = \frac{16}{27}$$

C.

$$u_5 = \frac{27}{16}$$

D.

Lời giải

$$u_5 = u_1 q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -3 \cdot \frac{16}{81} = -\frac{16}{27}$$

Ta có

Chọn B.

Câu 9

Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm.

Số lần gặp sự cố	$[0, 5; 2, 5)$	$[2, 5; 4, 5)$	$[4, 5; 6, 5)$	$[6, 5; 8, 5)$	$[8, 5; 10, 5)$
Số xe	17	33	25	20	5

5,32

A.

3,52

B.

2,53

C.

5,23

D.

Lời giải

$$n = 100$$

Do cỡ mẫu

$$x_1, x_2, \dots, x_{100}$$

Gọi là mẫu số liệu gốc gồm số lần gặp sự cố của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng.

$$x_1, \dots, x_{17} \in [0, 5; 2, 5) \quad x_{18}, \dots, x_{50} \in [2, 5; 4, 5) \quad x_{51}, \dots, x_{75} \in [4, 5; 6, 5) \quad x_{76}, \dots, x_{95} \in [6, 5; 8, 5)$$

Ta có

$$x_{96}, \dots, x_{100} \in [8, 5; 10, 5)$$

$$\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2, 5; 4, 5)$$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là

. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} \cdot (4,5 - 2,5) \approx 2,98$$

liệu ghép nhóm là

$$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là .

$$x_{75} \in [4, 5; 6, 5) \quad x_{76} \in [6, 5; 8, 5) \quad Q_3 = 6, 5$$

Mà , . Nên .

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 6, 5 - 2, 98 = 3, 52$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là .

Chọn B.

Câu 10

Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A | B)$ là

$$\frac{1}{2}$$

A. .

$$\frac{1}{3}$$

B. .

$$\frac{2}{3}$$

C. .

$$\frac{1}{6}$$

D. .

Lời giải

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện, ta có .

Chọn B.

Câu 11

$$\sin \frac{x}{2} = 1$$

Tập nghiệm của phương trình là

$$S = \pi + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}$$

A.

$$S = 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}$$

B.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

C.

$$S = \pi + 4k\pi \mid k \in \mathbb{Z}$$

D.**Lời giải**

$$\sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + 4k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ta có

Chọn D.**Câu 12**

$$S \quad \log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$$

Tập nghiệm của phương trình là

$$S = 0$$

A.

$$S = 2$$

B.

$$S = -2$$

C.

$$S = \emptyset$$

D.**Lời giải**

$$x > 3$$

Điều kiện xác định:

$$\log_2(x-3) = \log_2(2x-1) \Leftrightarrow x-3 = 2x-1 \Leftrightarrow x = -2$$

Ta có

$$x = -2$$

Giá trị không thỏa mãn điều kiện xác định.

$$S = \emptyset$$

Vậy

Chọn D.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

$$\begin{array}{cc} A(1;2) & B(3;4) \end{array}$$

Hàm số có hai điểm cực trị và .

$$a < 0$$

a) Hàm số có hệ số .

$$(1;2) \quad (3;4)$$

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm , .

$$f'(x) = 0 \quad x = 2 \quad x = 4$$

c) tại các giá trị , .

$$[2;4] \quad \frac{7}{2}$$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên bằng .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad a < 0$$

a) Đúng. Từ bảng biến thiên, ta có , suy ra hệ số .

$$\begin{array}{cc} A(1;2) & B(3;4) \end{array} \quad (1;2) \quad (3;4)$$

b) Đúng. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị và , suy ra đồ thị đi qua hai điểm , .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad x = 3$$

c) Sai. Ta có hoặc .

$$y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

d) Sai. Ta có .

$$\begin{array}{cc} A(1;2) & B(3;4) \end{array}$$

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị và nên ta có hệ:

$$f'(1) = 0 \quad f(1) = 2 \quad f'(3) = 0 \quad f(3) = 4$$

$$, \quad , \quad , \quad .$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad b = 3 \quad c = -\frac{9}{2} \quad d = 4$$

Từ đó suy ra , , , .

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - \frac{9}{2}x + 4$$

Do đó

$$f(2) = 3 \quad f(3) = 4 \quad f(4) = 2$$

Ta có

$$\min_{[2;4]} f(x) = 2$$

Suy ra

Vậy **d)** sai.

Câu 2

Ở nhiệt độ $37^\circ C$, một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A đơn vị mol/L tại thời điểm x giây, với $y(x) > 0$ $x \geq 0$. Giả sử $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ $x \geq 0$ và $y(0) = 0,05$. Xét hàm $f(x) = \ln y(x)$ $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ đầu của A là $0,05$ mol/L. Khi đó, ta có:

$$f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$$

a)

$$f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$$

b)

$$y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$$

c)

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây bằng $0,05$ kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

$$f'(x) = (\ln y(x))' = \frac{y'(x)}{y(x)} = -7 \cdot 10^{-4}$$

a) Đúng. Ta có

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int -7 \cdot 10^{-4} dx = -7 \cdot 10^{-4} x + C$$

b) Đúng. Ta có

$$y(0) = 0,05 \quad f(0) = \ln y(0) = \ln(0,05) \quad C = \ln(0,05)$$

Theo giả thiết nên $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$ $x \geq 0$. Khi đó

$$f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)$$

Vậy

$$f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05) \quad y(x) = e^{f(x)} = \frac{1}{20} e^{-7 \cdot 10^{-4}x}$$

c) Sai. Từ , suy ra

$$y(30) - y(15) = \frac{1}{20} e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 30} - \frac{1}{20} e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 15} \approx -5,2 \cdot 10^{-4}$$

Do đó

Vậy **c)** sai.

d) Đúng. Nồng độ trung bình của chất từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây là

$$\frac{1}{30-15} \int_{15}^{30} y(x) dx = \frac{1}{15} \int_{15}^{30} y(x) dx$$

$$y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x) \quad y(x) = -\frac{10^4}{7} y'(x)$$

Vì nên

$$\frac{1}{15} \int_{15}^{30} y(x) dx = \frac{1}{15} \cdot \left(-\frac{10^4}{7} \right) \int_{15}^{30} y'(x) dx = \frac{1}{15} \cdot \left(-\frac{10^4}{7} \right) [y(30) - y(15)] \approx 0,05$$

Do đó

Vậy **d)** đúng.

Câu 3

Trước kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2026, trường THPT X khảo sát 560 học sinh về việc đăng ký xét tuyển đại học bằng học bạ. Kết quả thống kê như sau: có 392 học sinh trả lời “sẽ xét học bạ”. Qua theo dõi thực tế, tỉ lệ học sinh thực sự xét tuyển học bạ tương ứng với những cách trả lời “sẽ xét học bạ” và “không xét học bạ” lần lượt là 80% và 10%. Gọi A là biến cố: “Học sinh thực sự xét học bạ” và B là biến cố: “Học sinh trả lời sẽ xét học bạ”.

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

$$P(B) = 0,7 \quad P(\bar{B}) = 0,3$$

a) Xác suất và $P(A | \bar{B}) = 0,2$

b) Xác suất có điều kiện

$$P(A) = 0,59$$

c) Xác suất

d) Trong số những học sinh thực sự xét tuyển bằng học bạ, xác suất học sinh đó trả lời “sẽ xét học bạ” nhỏ hơn 90%.

Lời giải

$$P(B) = \frac{392}{560} = 0,7 \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,3$$

a) **Đúng.** Ta có

$$P(A | \bar{B}) = 10\% = 0,1$$

b) **Sai.** Xác suất có điều kiện

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = 0,7 \cdot 80\% + 0,3 \cdot 10\% = 0,59$$

c) **Đúng.** Ta có

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot 0,8}{0,59} \approx 94,9\% > 90\%$$

d) **Sai.** Ta có

Vậy d) sai.

Câu 4

$Oxyz$

Trong không gian với hệ tọa độ đơn vị trên mỗi trục là km, một tàu đánh cá gặp nạn đang phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí $T(1; -2; 1)$, tín hiệu này có bán kính phủ sóng tối đa là $9km$. Một trực thăng cứu hộ đang bay từ vị trí $P(10; 10; 13)$ theo hướng vector $\vec{u} = (-3; -4; -4)$ với tốc độ không đổi $150km/h$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

$$\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$$

a) Phương trình đường bay của trực thăng cứu hộ là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$$

b) Phương trình vùng phủ sóng cứu nạn là mặt cầu

$$(4; 2; 5)$$

c) Vị trí đầu tiên trực thăng nhận được tín hiệu cứu nạn là

d) Kể từ khi nhận được tín hiệu cứu nạn, trực thăng cần đúng 6 phút để bay đến vị trí gần tàu gặp nạn nhất giả sử tốc độ bay của trực thăng cứu nạn không thay đổi.

Lời giải

$$P(10;10;13)$$

$$\vec{u} = (-3; -4; -4)$$

a) Đúng. Đường thẳng qua $\frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$ có vector chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$T(1; -2; 1)$$

$$R = 9$$

b) Đúng. Vùng phủ sóng là mặt cầu tâm , bán kính có phương trình

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 81$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 75 = 0$$

Khai triển được

$$M(4; 2; 5) \quad \frac{x-10}{-3} = \frac{y-10}{-4} = \frac{z-13}{-4}$$

c) Sai. Ta thấy nằm trên đường bay

$$TM = \sqrt{(4-1)^2 + (2+2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{41} \approx 6,4$$

Mặt khác

$$TM < R \quad M(4; 2; 5)$$

Vì nên không phải điểm đầu tiên nhận tín hiệu.

$$9km$$

$$150km/h$$

d) Sai. Từ chỗ phát tín hiệu đến điểm nhận tín hiệu là , với tốc độ thì thời gian tới chỗ cứu hộ

$$t = \frac{9}{150} = 0,06 = 3,6$$

là giờ phút.

Vậy **d)** sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1

$$y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$$

(C)

(C)

Cho hàm số có đồ thị là . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của là đồ thị

$$g(x) = ax + b$$

$$M \quad m$$

$$h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$$

hàm số . Gọi , lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm . Tính giá

$$\sqrt{8(300M - 20m)}$$

trị

Lời giải**Đáp án: 1200.**

$$y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4 \quad y' = -3x^2 + 6x$$

Ta có , suy ra .

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad x = 2$$

hoặc .

$$(C) \quad A(0; -4) \quad B(2; 0)$$

Suy ra đồ thị có hai điểm cực trị là và .

$$\overrightarrow{AB} = (2; 4) \quad \vec{n} = (2; -1)$$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có vector chỉ phương , nên có vector pháp tuyến .

$$g(x) = 2x - 4$$

Suy ra .

$$h(x) = \sqrt{-x(2x-4)} = \sqrt{4x-2x^2}$$

Khi đó .

$$D = [0; 2]$$

Tập xác định .

$$h'(x) = \frac{-4x+4}{2\sqrt{-x(2x-4)}} = \frac{-2x+2}{\sqrt{-x(2x-4)}}$$

Ta có .

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; 2)$$

.

$$h(0) = 0 \quad h(1) = \sqrt{2} \quad h(2) = 0$$

Ta có , , .

$$m = \min_{[0;2]} h(x) = 0 \quad M = \max_{[0;2]} h(x) = \sqrt{2}$$

Suy ra , .

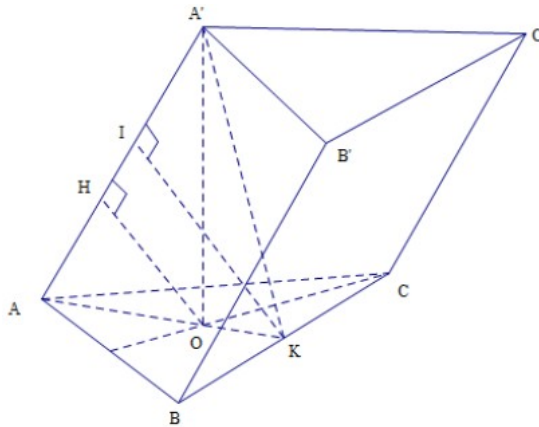
$$\sqrt{8}(300M - 20m) = \sqrt{8}(300\sqrt{2} - 20 \cdot 0) = 1200$$

Vậy .

Câu 2

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$, m và n là số nguyên tố). Tính $m+n$.

Lời giải



Đáp án: 39.

Gọi K là trung điểm của BC , O là tâm của đáy, kẻ $IK \perp AA'$ $OH \parallel IK$.

Ta có $AK \perp BC$ vì $\triangle ABC$ đều.

Lại có $A'O \perp BC$, suy ra $BC \perp (A'AK)$, do đó $BC \perp IK$.

Từ đó suy ra IK là khoảng cách giữa AA' và BC , nên $IK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $OH \parallel IK$, suy ra $\frac{OH}{IK} = \frac{AO}{AK} = \frac{2}{3}$.

Do đó $OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$$AO = \frac{2}{3} AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Lại có .

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại O , có OH là đường cao.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OA'^2}$$

Ta có .

$$OA' = \frac{a}{3}$$

Suy ra .

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot OA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$$

Khi đó .

$$m = 3 \quad n = 36$$

Suy ra , .

$$m + n = 39$$

Vậy .

Câu 3

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$$

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 4; 4)$, $B(-4; 6; 5)$ và đường thẳng .

Một điểm C thay đổi trên d có giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{a}$. Giá trị $\frac{a}{6}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 7.

Ta có đường thẳng AB có dạng tham số:

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 4 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

$$P(-1 - 3p; 4 + 2p; 4 + p) \in AB \quad Q(2 + 2q; 3 + 3q; -4 - 5q) \in d$$

Gọi và .

$$\overrightarrow{PQ} = (2q + 3p + 3; 3q - 2p - 1; -5q - p - 8)$$

Ta có

Giả sử $\overrightarrow{PQ}$ là đoạn vuông góc chung của $\overrightarrow{AB}$ và d , khi đó $\overrightarrow{PQ} \perp \vec{u}_d$ và $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{AB}$.

$$\vec{u}_d = (2; 3; -5) \quad \overrightarrow{AB} = (-3; 2; 1)$$

Với

$$\overrightarrow{PQ} = k\vec{u}_d = [k \overrightarrow{AB}] \quad q = -1 \quad p = -1 \quad k = \frac{13}{13} = 1$$

Ta đặt theo điều kiện vuông góc chung, giải hệ được cách trình bày trong đề.

$$P(2; 2; 3) \quad Q(0; 0; 1)$$

Suy ra

và

$$\overrightarrow{PQ} = (-2; -2; -2) \quad PQ = 2\sqrt{3}$$

Do đó

và

$$C \quad \overrightarrow{AB} \quad d(d, AB) = PQ = 2\sqrt{3}$$

Khi đó, khoảng cách nhỏ nhất từ đến là

$$AB = \sqrt{(-4 + 1)^2 + (6 - 4)^2 + (5 - 4)^2} = \sqrt{14}$$

Ta có

$$ABC \quad \frac{1}{2} \cdot AB \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{14} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{42}$$

Suy ra diện tích nhỏ nhất của tam giác là

$$\sqrt{a} = \sqrt{42} \quad a = 42$$

Vậy

, suy ra

$$\frac{a}{6} = 7$$

Do đó

Câu 4

Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt. Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$

cạnh bằng $20mm$. Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy

M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là $4mm$ và $OC = 8mm$, O, M, C cách cạnh bên trái là $8mm$, cạnh vòm là một nửa cung tròn đi qua ba điểm O, M, A ; đường lượn là một

phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A . Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Chọn trục tọa độ như hình vẽ. Tính diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị mm^2 .

Lời giải

Đáp số: 197.

Chọn hệ trục như hình vẽ.

$$S_{hv} = 20^2 = 400mm^2$$

Diện tích hình vuông là

$$R = 10 \quad S_{vòm} = \frac{1}{2} \pi \cdot 10^2 = 50\pi mm^2$$

Diện tích nửa hình tròn bán kính

là

$$O(0;0) \quad M(8;4) \quad A(20;0) \quad y = -\frac{1}{24}x^2 + \frac{5}{6}x$$

Parabol đi qua ba điểm

,

,

có phương trình

$$Ox \quad S_p = \int_0^{20} \left(-\frac{1}{24}x^2 + \frac{5}{6}x \right) dx = \frac{500}{9}$$

Diện tích phần Parabol và trục

là

$$x^2 + (y-10)^2 = 100 \quad y = 10 + \sqrt{100 - x^2} \quad y = 10 - \sqrt{100 - x^2}$$

Từ phương trình đường tròn

, suy ra

hoặc

Diện tích phần giao nhau của Parabol và đường tròn là

$$S_1 = \int_0^8 \left(-\frac{1}{24}x^2 + \frac{5}{6}x - 10 + \sqrt{100 - x^2} \right) dx \approx 9,92mm^2$$

Vậy diện tích phần tô đậm trong bản vẽ được phủ men sứ màu xanh là

$$S = S_{hv} - (S_{vòm} + S_p - S_1) = 400 - \left(50\pi + \frac{500}{9} - 9,92 \right) \approx 197,28 \approx 197mm^2$$

Câu 5

Anh An vừa tốt nghiệp đại học và được nhận vào làm việc tại một công ty với một trong hai phương án lương như sau:

Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40% so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

Nếu anh An kí hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng? Làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Đáp án: 1180.

Số tiền nhận được sau 20 năm đi làm nếu kí hợp đồng theo phương án 1 là

$$T_1 = 36(10 + 16 + 22 + \dots + 40) + 46 \cdot 24 = 6504$$

triệu đồng.

Số tiền nhận được sau 20 năm đi làm nếu kí hợp đồng theo phương án 2 là

$$T_2 = 36 \cdot 10 \cdot \frac{1 - 1,4^6}{1 - 1,4} + 10 \cdot 1,4^6 \cdot 24 = \frac{24011472}{3125}$$

triệu đồng.

$$\Delta T = T_2 - T_1 \approx 1180$$

Suy ra triệu đồng.

Câu 6

Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Gọi P là xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3

$$P = \frac{a}{b} \quad (a, b \in \mathbb{N}^*) \quad \frac{a}{b}$$

đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông. Biết $2a + b$, và là phân số tối giản. Tính

Lời giải

Đáp án: 375.

$$C_{24}^3 = 2024$$

Số phần tử không gian mẫu là cách chọn.

A

Gọi là biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân”.

Ứng với mỗi đỉnh của đa giác, có 11 cách chọn 2 đỉnh còn lại để tạo ra một tam giác cân.

$$11 \cdot 24 = 264$$

Đa giác đã cho có 24 đỉnh nên có tam giác cân theo cách đếm này. Trong đó có tất cả 8 tam giác đều và chúng bị đếm 3 lần.

$$A \quad 11 \cdot 24 - 8 \cdot 2 = 248$$

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố là kết quả.

B

Gọi là biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông”.

Số đường chéo qua tâm của đa giác đều là 12 đường chéo.

Với mỗi đường chéo, ta chọn 1 đỉnh trong 22 đỉnh còn lại để tạo thành một tam giác vuông.

$$B \quad 12 \cdot 22 = 264$$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố là kết quả.

Ứng với mỗi đường chéo, có 2 cách chọn đỉnh sao cho 3 đỉnh tạo thành tam giác vuông cân.

$$AB \quad 12 \cdot 2 = 24$$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố là kết quả.

Vậy xác suất của biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông” là

$$P(A \cup B) = \frac{248 + 264 - 24}{2024} = \frac{61}{253}$$

$$a = 61 \quad b = 253$$

Suy ra , .

$$2a + b = 2 \cdot 61 + 253 = 375$$

Vậy .