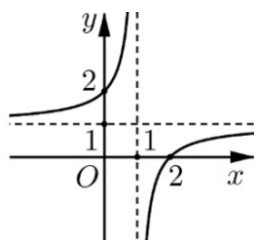
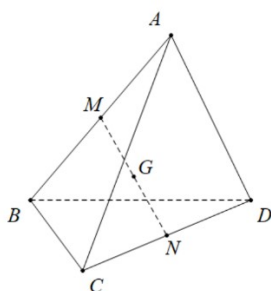


PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

- Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7)+2>0$ là
A. $(11;+\infty)$ **B.** $(7;11)$ **C.** $(-\infty;11)$ **D.** $[7;11]$
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+3=0$. Mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là
A. $2x-2y-z-11=0$ **B.** $2x-2y+z-11=0$
C. $2x-2y+z+1=0$ **D.** $-2x-2y+z-11=0$
- Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là
A. $\int f(x)dx=\cos x+C$ **B.** $\int f(x)dx=\tan x+C$
C. $\int f(x)dx=\cot x+C$ **D.** $\int f(x)dx=-\cos x+C$
- Câu 4:** Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0, ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. **B.** $\lim_{x\rightarrow-\infty} f(x)=+\infty$ và $\lim_{x\rightarrow+\infty} f(x)=-\infty$
C. $\lim_{x\rightarrow 1^+} f(x)=-\infty$ và $\lim_{x\rightarrow 1^-} f(x)=+\infty$ **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$
- Câu 5:** Cho hàm số $y=2x-1-\frac{3}{x+2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:
A. $y=-2x+1$ **B.** $y=2x-1$ **C.** $y=2x+1$ **D.** $y=-2x-1$
- Câu 6:** Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD . Điểm G là trung điểm của đoạn thẳng MN (Tham khảo hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây **sai**?

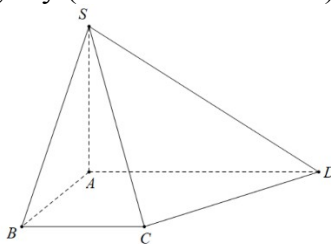


- A.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

C. $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{BD}$.

D. $\overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{MN}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (Tham khảo hình vẽ).



Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SCD) ?

A. (SAD) .

B. (SAB) .

C. (SAC) .

D. (SBD) .

Câu 8: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ có các nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-2}{2}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -2)$.

B. $\vec{u}_3 = (6; 8; 4)$.

C. $\vec{u}_4 = (3; 4; 2)$.

D. $\vec{u}_1 = (-9; 12; -6)$.

Câu 10: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình phẳng (H) là

A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng

A. 4.

B. 3.

C. 8.

D. 6.

Câu 12: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 12 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$
Số học sinh	75	125	250	82	18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

A. 874.

B. 875.

C. 873.

D. 872.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10 s , tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a(t) = -9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.
a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .

- b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10s$ là $660m$.
- c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15s$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là $766m$.

Câu 2: Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố: “Bài viết thực sự là đạo văn”.

Gọi B là biến cố: “Phần mềm báo bài viết là đạo văn”.

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.

c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Câu 3: Cho hàm số $y = x - 1 + \frac{9}{x+2}$

a) Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}; \forall x \neq -2$$

b) Hàm số có đạo hàm là

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$

d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

Câu 4: Một tàu thám dò tự hành (AUV) đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập với một nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (Oxy) , trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới (độ sâu $z > 0$), đơn vị tính bằng hectômét (hm). AUV bắt đầu hành trình từ vị trí $A(8, 6, 1)$ và dự định di chuyển theo đường thẳng đến vị trí cuối $B(4; -2; 2)$. Trong hành trình của mình AUV cần tránh một khu vực hình cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ (khu vực có thiết bị nhạy cảm).

a) Mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 1$.

b) Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x-8}{-4} = \frac{y-6}{-8} = \frac{z-1}{1}$

c) Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R .

d) Hành trình của AUV không đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S) .

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

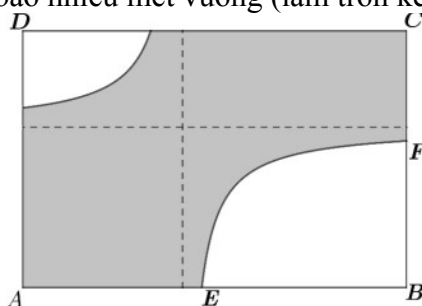
Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.

- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 2: Một công ti đang thiết kế một bảng quảng cáo hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 12m$ và $AD = 8m$. Phần trung tâm của bảng sẽ được in nội dung quảng cáo, được mô tả là phần tô đậm (xem hình minh họa). Hai đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này đều cách điểm A một khoảng bằng $5m$. Đồ thị giao với cạnh AB tại điểm E thỏa mãn $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15}$. Diện tích phần in nội dung quảng cáo là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



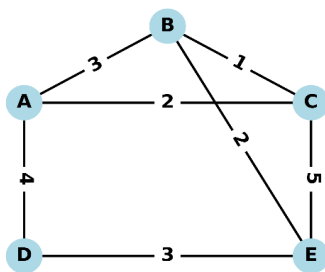
Câu 3: Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng 10cm. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặc được đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn. Đồ epoxy resin (một loại keo tổng hợp trong suốt dùng trong thủ công mỹ nghệ) vào đây hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4: Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm:

$$q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1+A)$$

Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 5: Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kì, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu km?



- Câu 6:** Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC . Biết rằng đường thẳng BC có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$.

❗ HẾT ❗

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

1.B	2.B	3.D	4.B.C	5.B	6.B	7.C	8.B	9.D	10.C
11.B	12.A								

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu	1	2	3	4
	SSDS	ĐĐSD	ĐĐSS	ĐĐSS

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	84	73,5	0,4	34	24	-1,5

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

- Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7) + 2 > 0$ là
A. $(11; +\infty)$. **B.** $(7; 11)$ **C.** $(-\infty; 11)$. **D.** $[7; 11]$.
 Lời giải

Chọn B.

Bất phương trình $\log_{0,5}(x-7) + 2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x-7 < 4 \Leftrightarrow 7 < x < 11$.

- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là
A. $2x - 2y - z - 11 = 0$. **B.** $2x - 2y + z - 11 = 0$
C. $2x - 2y + z + 1 = 0$. **D.** $-2x - 2y + z - 11 = 0$.
 Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng song song với (P) có phương trình $(Q): 2x - 2y + z + d = 0$.
 $M(2; -3; 1) \in (Q) \Rightarrow d = -11$

Vậy $(Q): 2x - 2y + z - 11 = 0$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $\int f(x) dx = \cos x + C$

B. $\int f(x) dx = \tan x + C$

C. $\int f(x) dx = \cot x + C$

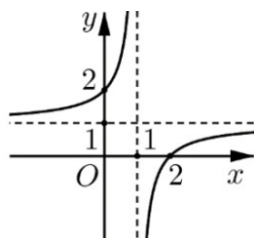
D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$

Lời giải

Chọn D.

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là $\int f(x) dx = -\cos x + C$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

Câu 5: Cho hàm số $y = 2x - 1 - \frac{3}{x+2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $y = -2x + 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = 2x + 1$

D. $y = -2x - 1$

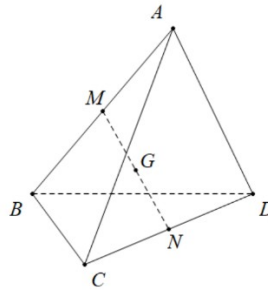
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x+2} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+2} = 0$

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = 2x - 1$

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD . Điểm G là trung điểm của đoạn thẳng MN (Tham khảo hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Chọn B.

Từ giả thiết và từ tính chất trung điểm đoạn thẳng ta có:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$$

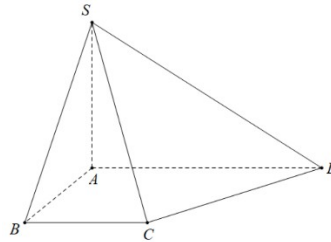
Ta có:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC}) = 2\overrightarrow{MN}$$

Từ quy tắc ba điểm ta có:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \vec{0} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (Tham khảo hình vẽ).



Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SCD) ?

A. (SAD)

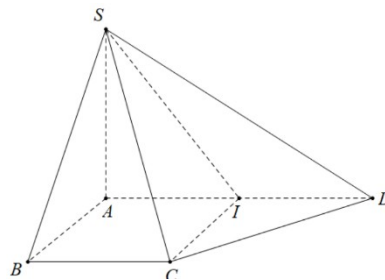
B. (SAB)

C. (SAC)

D. (SBD)

Lời giải

Chọn C.



Xét mặt đáy $ABCD$, gọi I là trung điểm cạnh AD . Từ giả thiết ta có $AB = AI = BC$ và $AI \parallel BC$, $AB \perp BC$ nên $ABCI$ là hình vuông. Đặt $AB = a$, khi đó $CI = ID = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $CI \perp ID \Rightarrow CD = a\sqrt{2}$.

Để thấy $AC^2 + CD^2 = (a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2 = 4a^2 = AD^2$ nên tam giác ACD vuông tại C suy ra $AC \perp CD$ (1).

Lại có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$ (2).

Từ (1), (2) ta có $CD \perp (SAC)$ nên $(SCD) \perp (SAC)$.

Câu 8: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ có các nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + k2\pi = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-2}{2}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -2)$

B. $\vec{u}_3 = (6; 8; 4)$

C. $\vec{u}_4 = (3; 4; 2)$

D. $\vec{u}_1 = (-9; 12; -6)$

Lời giải

Chọn D.

d có vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (3; -4; 2)$
Đường thẳng

Ta thấy $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_d$.

Câu 10: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình phẳng (H) là

A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ B. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$ C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$

Lời giải

Chọn C.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng

A. 4

B. 3

C. 8

D. 6

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_3 = u_1 q^2 \Leftrightarrow 12 = u_1 \cdot 2^2 \Leftrightarrow u_1 = 3$

Câu 12: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 12 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	75	125	250	82	18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

A. 874

B. 875

C. 873

D. 872

Lời giải

Chọn A.

Cỡ mẫu $n = 550$

Ta có

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Giá trị đại diện	15	45	75	105	135
Số học sinh	75	125	250	82	18

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 75 + 45 \cdot 125 + 75 \cdot 250 + 105 \cdot 82 + 135 \cdot 18}{550} = \frac{3654}{55}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{75 \cdot (15 - \bar{x})^2 + 125 \cdot (45 - \bar{x})^2 + 250 \cdot (75 - \bar{x})^2 + 82 \cdot (105 - \bar{x})^2 + 18 \cdot (135 - \bar{x})^2}{550} \approx 874$$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

- Câu 1:** Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10 s , tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a(t) = -9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.
- a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .
- b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 660 m .
- c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15 \text{ s}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) SAI.

Vận tốc của tên lửa: $v(t) = \int a(t) dt = \int (10 - 2t) dt = 10t - t^2 + C \text{ (m/s)}$

Vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s} \Rightarrow C = 50 \Rightarrow v(t) = 10t - t^2 + 50 \text{ (m/s)}$

Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là: $v(10) = 10 \cdot 10 - 10^2 + 50 = 50 \text{ (m/s)}$

b) SAI. Độ cao của tên lửa: $h(t) = \int v(t) dt = \int (10t - t^2 + 50) dt = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + 50t + C_1 \text{ (m)}$

$$h_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + 50t \quad (\text{m})$$

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10s$ là:

$$h(10) = 5 \cdot 10^2 - \frac{1}{3} \cdot 10^3 + 50 \cdot 10 \approx 666,7 \quad (\text{m})$$

c) **ĐÚNG.**

Vận tốc của tên lửa đạt được từ thời điểm $t = 10s$ trở đi là: $v(t) = \int (-9,8) dt = -9,8t + C_1 \quad (\text{m/s})$

Vận tốc ban đầu $v_{10} = 50 \text{ m/s} \Rightarrow C_1 = 148 \Rightarrow v(t) = -9,8t + 148 \quad (\text{m/s})$

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm t là $h(t)$: $h'(t) = v(t) = -9,8t + 148$

$$h'(t) = 0 \Rightarrow -9,8t + 148 = 0 \Rightarrow t \approx 15(s)$$

t	10	15	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$		$h_{\max}$	

Vậy $h_{\max} \Leftrightarrow t = 15$

d) **SAI.** Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được là: $h_{\max} = h(15)$. Lại có:

$$h(15) - h(10) = \int_{10}^{15} (-9,8t + 148) dt = 127,5 \Rightarrow h(15) = 127,5 + h(10) = 127,5 + 666,7 \approx 794,2(m)$$

Câu 2: Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố: “Bài viết thực sự là đạo văn”.

Gọi B là biến cố: “Phần mềm báo bài viết là đạo văn”.

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$

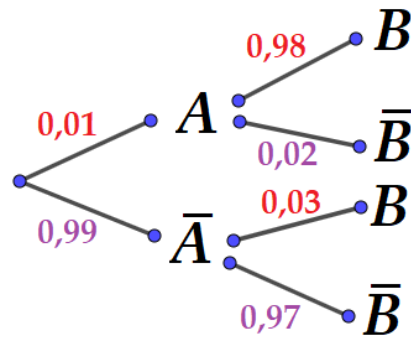
c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Ta có sơ đồ hình cây:



Từ giả thiết ta có: Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$. Suy ra a) **ĐÚNG**.

Do A, B là hai biến cố độc lập nên có:

Xác suất $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,03 = 0,0395$. Suy ra b) **ĐÚNG**.

Xác suất có điều kiện $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,0395} = 0,25 \neq 0,7$. Suy ra c) **SAI**.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} 0,99 \cdot 0,03 = 0,0297 \\ 0,01 \cdot 0,98 = 0,0098 \end{array} \right\} \Rightarrow$

Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn. Suy ra d) **ĐÚNG**.

Câu 3: Cho hàm số $y = x - 1 + \frac{9}{x+2}$

a) Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) Hàm số có đạo hàm là $y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}; \forall x \neq -2$

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$

d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

Lời giải

a) Đúng.

Điều kiện: $x + 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$

Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) Đúng.

$y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}; \forall x \neq -2$

c) Sai.

$y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2} = 0 \Rightarrow x = 1; x = -5$

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$				$+\infty$				$+\infty$

d) Sai

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		-9		$+\infty$		3		$+\infty$

Vậy hàm số có giá trị cực đại nhỏ hơn giá trị cực tiểu.

Câu 4: Một tàu thám dò tự hành (AUV) đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ O_{xyz} được thiết lập với một nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (O_{xy}) , trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới (độ sâu $z > 0$), đơn vị tính bằng hectômét (hm). AUV bắt đầu hành trình từ vị trí $A(8, 6, 1)$ và dự định di chuyển theo đường thẳng đến vị trí cuối $B(4; -2; 2)$. Trong hành trình của mình AUV cần tránh một khu vực hình cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ (khu vực có thiết bị nhạy cảm).

a) Mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 1$.

b) Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x-8}{-4} = \frac{y-6}{-8} = \frac{z-1}{1}$

c) Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R .

d) Hành trình của AUV không đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S) .

Lời giải

a) Đúng

Mặt cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ là $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 1$.

b) Đúng

$\overrightarrow{AB} = (-4; -8; 1)$ và qua $A(8, 6, 1)$

Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x-8}{-4} = \frac{y-6}{-8} = \frac{z-1}{1}$

c) Sai

$\overrightarrow{KA} = (6; 10; -1)$

$$d(K; \Delta) = \frac{|\overrightarrow{KA} \wedge \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = 0.94 < 1$$

d) Sai

Hành trình của AUV có đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S) .

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp số: 84.

Gọi A_1 là biến cố: Hộp được chọn màu vàng.

A_2 là biến cố: Hộp được chọn màu bạc.

A_3 là biến cố: Hộp được chọn màu đồng.

B là biến cố: Người chơi lấy được hai điện thoại iPhone.

Ta có: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$.

$$P(A_2|B). \quad \text{Ta có:} \quad P(A_2|B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)}.$$

Ta cần tính:

$$P(A_2B) = P(B|A_2) \cdot P(A_2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}.$$

Ta có:

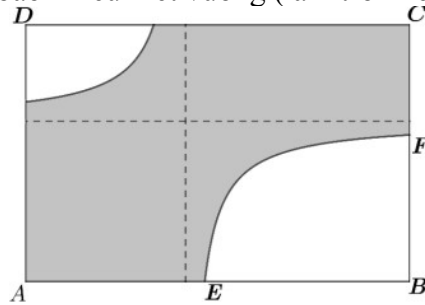
Ta có:

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + P(B|A_3) \cdot P(A_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}.$$

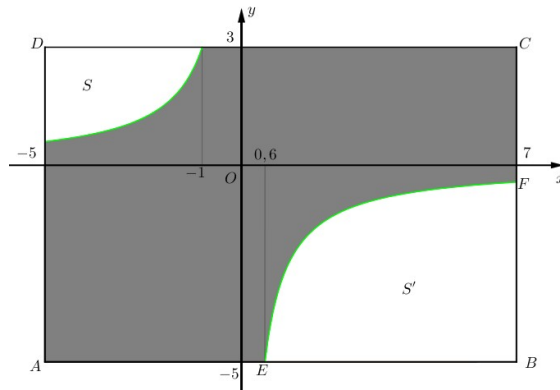
Vậy:

Câu 2: Một công ti đang thiết kế một bảng quảng cáo hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 12m$ và $AD = 8m$. Phần trung tâm của bảng sẽ được in nội dung quảng cáo, được mô tả là phần tô đậm (xem hình minh họa). Hai đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này đều cách điểm A một khoảng bằng $5m$. Đồ thị giao với cạnh AB tại điểm E thỏa mãn $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15}$. Diện tích phần in nội dung quảng cáo là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Đáp số: 73,5.



Gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Đồ thị hàm số có TCD là: $x = 0$, TCN là: $y = 0$ nên ta có:

$$\begin{cases} d = 0 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{b}{cx}.$$

Ta có: $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow AE = \frac{7}{15} \cdot AB = \frac{7}{15} \cdot 12 = 5,6 \Rightarrow E(5,6; 0)$. Đồ thị hàm số đi qua điểm

$E(5,6; 0)$ nên $-5 = \frac{b}{c \cdot 5,6} \Leftrightarrow \frac{b}{c} = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{x}$. Ta có:

$$S = \int_{-5}^{-1} \left(5 + \frac{3}{x} \right) dx = 20 - 3 \ln 5, \quad S' = \int_{0,6}^7 \frac{3}{x} dx = 3 \ln \frac{35}{3}.$$

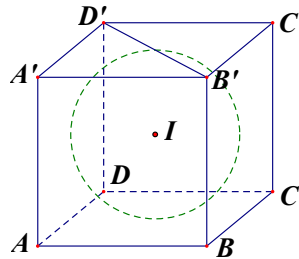
Diện tích phần in nội dung quảng cáo bằng:

$$S_{ABCD} - S - S' = 12.8 - (20 - 3 \ln 5) - 3 \ln \frac{35}{3} \approx 73,5 \text{ (chvdt)}.$$

Câu 3: Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng 10cm. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặc được đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn. Đồ epoxy resin (một loại keo tổng hợp trong suốt dùng trong thủ công mỹ nghệ) vào đầy hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 0,4



Gọi hộp quà hình lập phương đã cho là $ABCD.A'B'C'D'$ và I là tâm của quả cầu pha lê lớn như hình minh họa.

$$R = \frac{10}{2} = 5$$

Bán kính của quả cầu pha lê lớn: 5 cm.

Gọi r cm là bán kính của mỗi quả cầu pha lê nhỏ.

Ta xét quả cầu pha lê nhỏ gần đỉnh A nhất, và gọi tâm quả cầu đó là K .

Nhận xét: I, K, A thẳng hàng.

$$\text{Ta có: } IK = R + r = 5 + r; \quad IA = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}; \quad KA = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \sqrt{3} = r\sqrt{3}$$

$$IK + KA = IA \Leftrightarrow (5 + r) + r\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{3} - 5}{1 + \sqrt{3}} = 10 - 5\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Khi đó:

$$\text{Vậy thể tích phần keo cần đổ là: } V = 10^3 - \left(\frac{4}{3} \pi R^3 - 8 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \approx 396 \text{ cm}^3 \approx 0,4 \text{ lít.}$$

Câu 4: Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm:

$$q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1 + A)$$

Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp án: 34,1

Tổng chi phí sản xuất: $C(A) = q(A) \cdot 10 + A$ (triệu đồng).

Tổng lợi nhuận: $L(A) = 20q(A) - C(A) = 10000 + \frac{10130}{3} \ln(1+A) - A$ (triệu đồng).

Tập xác định: $D = [0; +\infty)$.

$$L'(A) = \frac{10130}{3} \cdot \frac{1}{1+A} - 1 = \frac{10127 - 3A}{3(1+A)}$$

Ta có:

$$L'(A) = 0 \Leftrightarrow A = \frac{10127}{3}. \text{ Ta có: } L\left(\frac{10127}{3}\right) \approx 34059$$

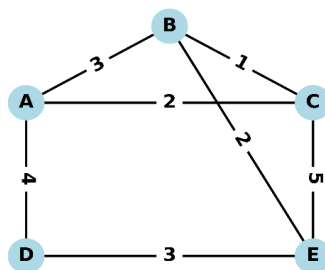
Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{10127}{3}$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	10000	34059	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên ta được, Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là

$$L\left(\frac{10127}{3}\right) \approx 34059 \text{ triệu đồng} \approx 34,1 \text{ tỷ đồng.}$$

Câu 5: Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kì, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu km?



Lời giải

Đáp án: 24

Tổng quãng đường đi qua tất cả các cạnh là $3 + 2 + 4 + 3 + 2 + 5 + 1 = 20$.

Để có chu trình Euler thì ta phải có số đỉnh bậc lẻ bằng 0 hoặc chỉ có hai đỉnh bậc lẻ.

Ta có 4 đỉnh bậc lẻ là A, B, C, E.

Tìm cặp ghép giữa các đỉnh bậc lẻ sao cho tổng quãng đường ngắn nhất

Các cặp có thể ghép là

A-B: 3

A-C: 2

B-C: 1

B-E:2

C-E:5

A-D:4

E-D:3

Ta cần ghép hai cặp sao cho không cùng đỉnh và tổng đường đi bé nhất. Vậy ta ghép A-C và B-E thì tổng đường đi là 4

Vậy tổng chiều dài ngắn nhất là 24 và đi theo chu trình A-B-C-A-D-E-B-E-C-A.

Câu 6: Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC . Biết rằng đường thẳng BC có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$.

Lời giải

Đáp án:- 1,5

Gọi $B = (3+t; -1+2t; 4-t) \in \Delta$

Do A là trung điểm của BC nên

$$C = (-1-t; 1-2t; t) \in (\alpha) \Leftrightarrow 2(-1-t) - (1-2t) + t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow B(5; 3; 2)$$

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (4; 3; 0) = -2 \left(-2; -\frac{3}{2}; 0 \right) \Rightarrow a = -\frac{3}{2}; b = 0 \Rightarrow a + 2b = -1,5$$

Suy ra

❗ HẾT ❗