

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; 0; 5)$. B. $(0; -3; 5)$. C. $(2; -3; 0)$. D. $(0; 0; 5)$.

Câu 2. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$ là

- A. $y = 2x + 3$. B. $y = x - 1$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = -2x + 3$.

Câu 3. Nếu một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và có thể tích bằng $3a^3$ thì chiều cao của khối lăng trụ đó bằng:

- A. a . B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $3a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 4. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 7. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Số đo của góc nhị diện $[B, OA, C]$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên với x_1, x_2 là lần lượt là điểm cực tiểu và cực đại của hàm số và y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực tiểu và giá trị cực đại của hàm số.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			4		$+\infty$	
	$-\infty$			-1		

Giá trị của biểu thức $T = 2x_1 + x_2 - y_1 \cdot y_2$ bằng

- A. 2. B. 7. C. 0. D. -4.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 4; AD = 3; AA' = 6$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC'}$ có tọa độ là

- A. $(4;3;6)$. B. $(3;6;4)$. C. $(3;4;6)$. D. $(6;3;4)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 15x - 2$ có đồ thị (C) . Hệ số góc nhỏ nhất của tiếp tuyến tại một điểm M thuộc đồ thị (C) là

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 0.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;2)$; $B(5;2;1)$ và $C(2;0;3)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho AM vuông góc với BC .

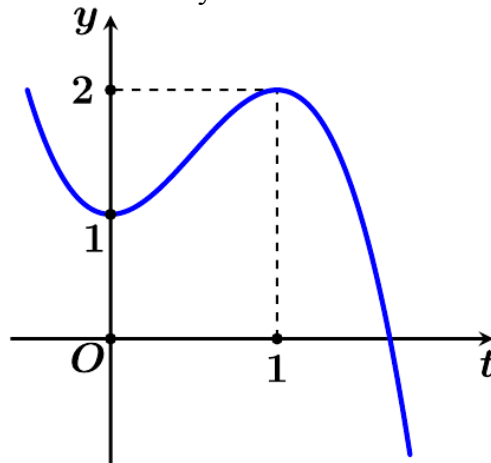
- A. $M(-5;0;0)$. B. $M(1;0;0)$. C. $M(2;0;0)$. D. $M(-1;0;0)$.

Câu 12. Một hệ thống cảnh báo cháy tự động của một tòa nhà được lắp đặt hai cảm biến A và B hoạt động độc lập với nhau. Khi xảy ra sự cố cháy, xác suất để cảm biến A và cảm biến B phát tín hiệu cảnh báo tương ứng là $0,9$ và $0,85$. Tính xác suất để khi xảy ra sự cố cháy, tòa nhà nhận được tín hiệu cảnh báo từ ít nhất một trong hai cảm biến.

- A. $0,765$. B. $0,975$. C. $0,985$. D. $0,925$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một công ty khởi nghiệp mô hình hóa tốc độ tăng trưởng doanh thu hàng năm là $y = f(t)$ (đơn vị: tỷ đồng/năm) theo thời gian t (đơn vị: năm, với $t \geq 0$) bằng một hàm số đa thức bậc ba $y = at^3 + bt^2 + ct + d$ ($a \neq 0$) như hình vẽ dưới đây:



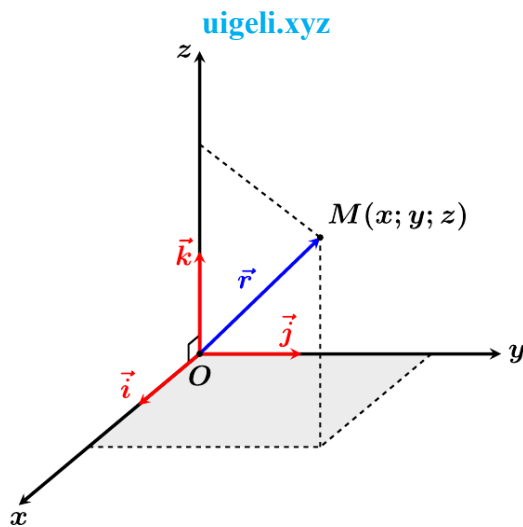
a) Công thức xác định tốc độ tăng trưởng doanh thu của công ty là $f(t) = -2t^3 + 3t^2 + 1$.

b) Doanh thu của công ty đạt tốc độ tăng trưởng cực đại tại thời điểm $t = 2$ năm.

c) Trong năm đầu tiên ($0 \leq t \leq 1$), tốc độ tăng trưởng doanh thu của công ty luôn có xu hướng tăng.

d) Tại thời điểm $t = 1,5$ năm, tốc độ tăng trưởng doanh thu của công ty đạt 2 tỷ đồng/năm.

Câu 2. Trong một ca trực tại trạm kiểm soát không lưu sân bay Tân Sơn Nhất, các kỹ sư ra-đa thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: km) với gốc $O(0;0;0)$ là vị trí đặt tháp điều hành. Lúc 8 giờ sáng, máy bay ở vị trí $M_0(50;120;4)$ và bay ổn định với vận tốc không đổi $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h).



- a) Tại thời điểm 8 giờ sáng, khoảng cách từ máy bay đến tháp điều hành không lưu xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1 km).
- b) Tại thời điểm 9 giờ sáng, độ cao của máy bay so với mặt đất là 8 km.
- c) Tại thời điểm 10 giờ sáng, khoảng cách từ máy bay đến tháp truyền hình $F(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700 km (sai số không quá 10 km).
- d) Khi đạt độ cao 10 km, máy bay nhận lệnh hạ cánh và đổi sang vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ km/h để hướng về đường băng B. Tọa độ của máy bay ngay khi chạm đất tại đường băng B là $(1450; 1520; 0)$.

Câu 3. Thời gian người dùng tương tác tích lũy được mô hình hóa bởi $x(t) = 2t - 2\ln(t+1)$ (triệu giờ). Hàm số $v(t) = x'(t)$ biểu thị tốc độ tương tác tại thời điểm t (tuần).

- a) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.
- b) Tốc độ tương tác tại thời điểm ban đầu ($t=0$) là 2 triệu giờ/tuần.
- c) Tốc độ tương tác tại thời điểm $t=1$ tuần bằng 1 triệu giờ/tuần.
- d) Gia tốc tương tác của người dùng tại thời điểm $t=1$ tuần bằng $0,5$ triệu giờ/tuần².

Câu 4. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số. Biến cố A : “Số được chọn chia hết cho 8 ”, biến cố B : “Số được chọn có hai chữ số giống nhau”

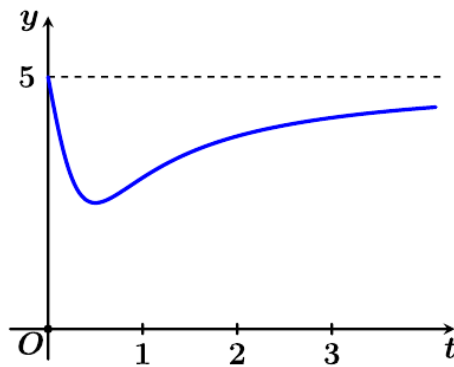
- a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 89$.
- b) Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{11}{90}$.
- c) Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{1}{10}$.
- d) Xác suất của biến cố hợp $A \cup B$ là $P(A \cup B) = \frac{2}{9}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong một dự án giám sát sinh thái hồ, nồng độ oxy hòa tan DO (mg/L) sau t giờ ($t \geq 0$) được

xấp xỉ bởi công thức $f(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$. Đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxygen. Tốc độ

phục hồi (hoặc gia tăng) nồng độ oxygen hòa tan trong hồ đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = \frac{\sqrt{a}}{b}$ giờ (a và b là các số nguyên tố). Tính giá trị của biểu thức $P = a - b$.



Câu 2. Một doanh nghiệp thuê mặt bằng trong 15 năm theo hai phương án:

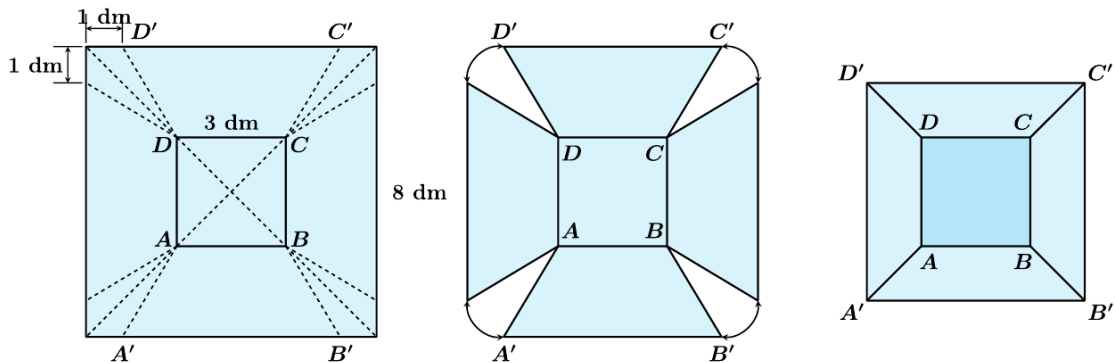
Phương án 1: Quý đầu 10 triệu đồng, từ quý 2 mỗi quý tăng thêm $500\,000$ đồng.

Phương án 2: Năm đầu 70 triệu đồng, từ năm 2 mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng. Doanh nghiệp chọn phương án nào để tổng chi phí thấp nhất và số tiền chi phí thấp nhất đó bằng bao nhiêu triệu đồng?

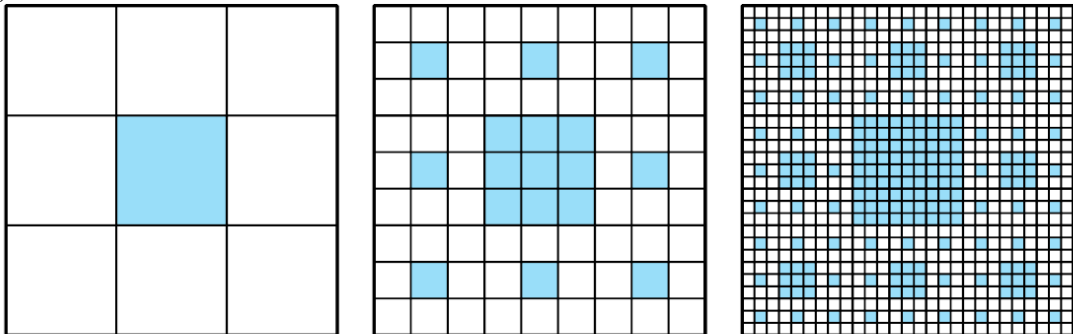
Câu 3. Gọi $n; d$ lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } T = 26n - 27d.$$

Câu 4. Từ một tấm vật liệu tái chế hình vuông có cạnh 8 dm, Nam cắt bỏ bốn phần giống nhau ở bốn góc, sau đó gấp tạo hình rồi hàn các mép lại để được chiếc khay trồng rau mầm thủy canh dạng hình chóp cụt đều không có nắp. Biết đáy khay là hình vuông có cạnh bằng 3 dm. Hỏi chiều cao của chiếc khay trồng rau này bằng bao nhiêu đề-xi-mét?

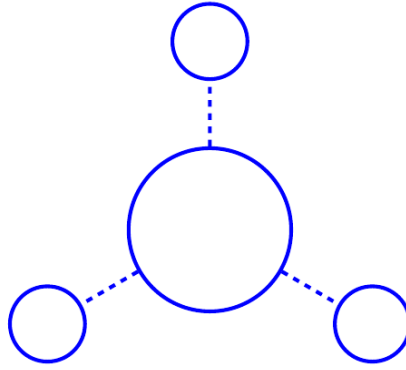


Câu 5. Một tấm pin hình vuông cạnh 1 m được phủ vi mạch cảm biến qua 5 lần chia nhỏ và phủ màu xanh ở ô chính giữa (chia 9 ô nhỏ, phủ màu xanh 1 ô ở giữa). Tính tổng diện tích mặt tấm pin đã được phủ vật liệu cảm biến sẫm màu sau 5 lần thực hiện theo đơn vị mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 6. Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; \dots; 12\}$. Chọn ngẫu nhiên 4 số phân biệt từ tập X . Trong 4 số được chọn, ta đặt 1 số vào vòng tròn lớn ở chính giữa (S) , 3 số còn lại $\{a, b, c\}$ đặt vào ba vòng tròn nhỏ xung

quanh sao cho $\{a, b, c\}$ xếp thành một cấp số cộng tăng và $S = a + b + c$. Tính giá trị của biểu thức $33990P$ (với P là xác suất biến cố)



----- HẾT -----
ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	C	D	D	B	A	A	B	A	B	D	C

Phần II. Trắc nghiệm đúng - sai

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Sai	Đúng	Sai
2	Đúng	Sai	Sai	Đúng
3	Sai	Sai	Đúng	Đúng
4	Sai	Đúng	Đúng	Sai

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	Đáp án
1	0
2	Phương án 2; 1365 triệu đồng
3	-54
4	2 dm
5	0,45 m ²
6	412

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1

Điểm $M(2; -3; 5)$. Hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) giữ nguyên hoành độ và tung độ, đồng thời cho tọa độ z bằng 0.

Do đó $M(2; -3; 0)$.

Vậy chọn C.

Cách giải nhanh: Chiều lên (Oxy) chỉ cần thay tọa độ thứ ba bởi 0.

Câu 2

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$.

Chia đa thức: $y = x - 1 + \frac{4}{x - 2}$.

Suy ra $y' = 1 - \frac{4}{(x - 2)^2}$.

Các điểm cực trị thỏa $y' = 0$: $1 - \frac{4}{(x - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow x = 0; x = 4$.

Ta có $y(0) = -3, y(4) = 5$.

Hai điểm cực trị là $A(0; -3)$ và $B(4; 5)$. Hệ số góc của đường thẳng AB là $k = \frac{5 - (-3)}{4 - 0} = 2$.

Vì đường thẳng đi qua $A(0; -3)$ nên $y = 2x - 3$.

Vậy chọn C.

Cách giải nhanh: Sau khi viết $y = x - 1 + \frac{4}{x - 2}$, phương trình $y' = 0$ cho ngay $x - 2 = \pm 2$, tức $x = 0, 4$.

Chỉ cần tính hai tung độ rồi viết phương trình đường thẳng.

Câu 3

Gọi S là diện tích đáy. Thể tích khối lăng trụ được tính bởi $V = Sh$.

Theo đề bài, $S = a^2\sqrt{3}, V = 3a^3$.

Suy ra $h = \frac{V}{S} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = \frac{3a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Vậy chọn D.

Cách giải nhanh: Rút gọn ngay $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Câu 4

Xét hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

• Mẫu bằng 0 tại $x = -1$, còn tử tại $x = -1$ bằng $-3 \neq 0$, nên có tiệm cận đứng $x = -1$.

• Tử và mẫu cùng bậc 1, nên tiệm cận ngang là tỉ số hệ số của x : $y = 2$.

Vậy đồ thị có tổng cộng 2 đường tiệm cận. Chọn **D**.

Cách giải nhanh: Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất, nếu không rút gọn được thì thường có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Câu 5

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vì $\overline{AB} \perp \overline{DC}$,

nên góc giữa $\overline{AB}$ và $\overline{DC'}$ bằng góc giữa $\overline{DC}$ và $\overline{DC'}$.

Mặt $DCC'D'$ là một hình vuông. Trong hình vuông, đường chéo DC' tạo với cạnh DC một góc 45° .

Do đó $(\overline{AB}, \overline{DC'}) = 45^\circ$.

Vậy chọn **B**.

Cách giải tọa độ: Đặt $\overline{AB} = (a; 0; 0)$, $\overline{DC'} = (a; 0; a)$. Khi đó $\cos \alpha = \frac{a^2}{a \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

Câu 6

Ta có $g(x) = f(|x|)$.

Hàm g là hàm chẵn, nên đồ thị của phần $x > 0$ được lấy đối xứng qua trục Oy sang phía $x < 0$.

Từ bảng dấu của $f'(x)$, chỉ cần xét phần $x \geq 0$:

- Trên $(0; 1)$, $f'(x) < 0$, nên f giảm.
- Qua $x = 1$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương, nên $x = 1$ là điểm cực tiểu của f . Vì g chẵn, $x = -1$ cũng là một điểm cực tiểu của g .
- Tại $x = 3$, $f'(x)$ dương ở cả hai phía nên không có cực trị.
- Gần $x = 0$, do f giảm trên $(0; 1)$ nên với $x \neq 0$ đủ nhỏ,
 $g(x) = f(|x|) < f(0) = g(0)$.

Vì vậy $x = 0$ là một điểm cực đại của g .

Tổng cộng, g có 3 điểm cực trị: $x = -1, 0, 1$.

Vậy chọn **A**.

Cách giải nhanh: Với $g(x) = f(|x|)$, chỉ đọc bảng dấu của f' ở phía $x \geq 0$. Mỗi cực trị có hoành độ dương cho hai điểm đối xứng $\pm x$; ngoài ra kiểm tra thêm $x = 0$.

Câu 7

Hai mặt của góc nhị diện $[B, OA, C]$ là các mặt phẳng (BOA) và (COA) , có cạnh chung là OA .

Ta có

$$OB \perp OA, OC \perp OA.$$

Do đó góc phẳng của góc nhị diện là $\widehat{BOC}$.

Mà các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nên $OB \perp OC \Rightarrow \widehat{BOC} = 90^\circ$.

Vậy góc nhị diện bằng 90° . Chọn A.

Cách giải nhanh: Với cạnh nhị diện là OA , chọn ngay OB và OC là hai đường cùng vuông góc với OA trong hai mặt. Góc nhị diện chính là $\angle BOC$.

Câu 8

Biểu thức cần tính là $T = 2x_1 + x_2 - y_1 y_2 = 2.2 + (-1) - (-1).4 = 7$

Chọn B.

Câu 9

Vì A trùng với gốc tọa độ và $\overrightarrow{AB} \parallel \vec{i}, \overrightarrow{AD} \parallel \vec{j}, \overrightarrow{AA'} \parallel \vec{k}$, với $AB = 4, AD = 3, AA' = 6$,

nên $\overrightarrow{AB} = (4; 0; 0), \overrightarrow{AD} = (0; 3; 0), \overrightarrow{AA'} = (0; 0; 6)$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AC} = (4; 3; 6)$.

Vậy chọn A.

Cách giải nhanh: Trong hình hộp chữ nhật đặt dọc theo ba trục tọa độ, tọa độ vector đi từ một đỉnh đến đỉnh đối diện chính là ba kích thước $(4; 3; 6)$.

Câu 10

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x là $k = y'(x)$.

Với $y = x^3 - 6x^2 + 15x - 2$,

ta có $y' = 3x^2 - 12x + 15$.

Hoàn thành bình phương: $y' = 3(x - 2)^2 + 3 \geq 3$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$.

Vậy hệ số góc nhỏ nhất là $k_{\min} = 3$.

Chọn B.

Cách giải nhanh: Không cần lập bảng biến thiên; chỉ cần hoàn thành bình phương cho y' .

Câu 11

Vì M thuộc trục Ox , đặt $M(m; 0; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (m - 1; 1; -2)$,

và $\overrightarrow{BC} = C - B = (2 - 5; 0 - 2; 3 - 1) = (-3; -2; 2)$.

Điều kiện $AM \perp BC$ tương đương $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Do đó $-3(m-1) - 2 - 4 = 0$.

Suy ra $-3m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1$.

Vậy $M(-1; 0; 0)$.

Chọn **D**.

Cách giải nhanh: Điểm trên Ox luôn có dạng $(m; 0; 0)$; dùng tích vô hướng bằng 0 là ra ngay một phương trình bậc nhất theo m .

Câu 12

Gọi A là biến cố cảm biến A phát tín hiệu, B là biến cố cảm biến B phát tín hiệu.

Ta có $P(A) = 0,9, P(B) = 0,85$.

Hai cảm biến hoạt động độc lập. Xác suất không cảm biến nào phát tín hiệu là

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = (1 - 0,9)(1 - 0,85) = 0,1 \cdot 0,15 = 0,015.$$

Vì vậy xác suất có ít nhất một cảm biến phát tín hiệu là $1 - 0,015 = 0,985$.

Chọn **C**.

Cách giải nhanh: “Ít nhất một” gọi K là biến cố “cả hai cùng không hoạt động”. Khi đó xác suất cần tìm là: $1 - P(K)$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI**Câu 1**

Đồ thị cho thấy hàm bậc ba có cực tiểu tại $(0;1)$ và cực đại tại $(1;2)$.

a) $f(t) = -2t^3 + 3t^2 + 1$

Ta kiểm tra: $f'(t) = -6t^2 + 6t = 6t(1-t)$.

Suy ra $f'(t) = 0$ tại $t = 0$ và $t = 1$. Hơn nữa, $f(0) = 1, f(1) = 2$.

Dấu của f' cho thấy $t = 0$ là cực tiểu, $t = 1$ là cực đại, đúng với hình vẽ.

Vậy a) **Đúng**.

b) **Tốc độ tăng trưởng cực đại tại $t = 2$**

Từ trên, điểm cực đại xảy ra tại $t = 1$.

Không phải $t = 2$.

Vậy b) **Sai**.

c) **Trong năm đầu tiên $0 \leq t \leq 1$, tốc độ tăng trưởng luôn có xu hướng tăng**

Với $0 < t < 1$,

$$f'(t) = 6t(1-t) > 0.$$

Do đó f tăng trên $[0;1]$.

Vậy c) **Đúng**.

d) **Tại $t = 1,5$, tốc độ tăng trưởng bằng 2 tỷ đồng/năm**

Ta tính

$$f(1,5) = -2(1,5)^3 + 3(1,5)^2 + 1 = 1.$$

Không bằng 2.

Vậy d) **Sai**.

Kết luận Câu 1: Đúng - Sai - Đúng - Sai.

Cách giải nhanh: Sau khi nhận ra công thức ở ý a), chỉ cần dùng $f'(t) = 6t(1-t)$ để xử lý ngay ý b, c; ý d thay trực tiếp $t = 1,5$.

Câu 2

Gọi τ là số giờ tính từ lúc 8 giờ sáng. Khi đó vị trí máy bay là

$$M(\tau) = (50 + 300\tau; 120 + 400\tau; 4 + 3\tau).$$

a) **Lúc 8 giờ, khoảng cách đến tháp điều hành xấp xỉ 130 km**

Khi $\tau = 0$,

$$OM_0 = \sqrt{50^2 + 120^2 + 4^2} = \sqrt{16916} \approx 130,06.$$

Sai số so với 130 km nhỏ hơn 1 km.

Vậy **a) Đúng**.

b) Lúc 9 giờ, độ cao là 8 km

Lúc 9 giờ, $\tau = 1$. Độ cao là $z = 4 + 3 \cdot 1 = 7$.

Không phải 8 km.

Vậy **b) Sai**.

c) Lúc 10 giờ, khoảng cách đến $F(1250;1020;0)$ xấp xỉ 700 km

Lúc 10 giờ, $\tau = 2$ nên

$$M(2) = (650; 920; 10).$$

Khoảng cách đến F là

$$MF = \sqrt{(650 - 1250)^2 + (920 - 1020)^2 + (10 - 0)^2}.$$

Suy ra $MF = \sqrt{370100} \approx 608,36$.

Giá trị này không xấp xỉ 700 km với sai số không quá 10 km.

Vậy **c) Sai**.

d) Khi cao 10 km, đổi vận tốc thành $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ km/h và chạm đất tại $(1450; 1520; 0)$

Máy bay đạt độ cao 10 km khi $4 + 3\tau = 10 \Rightarrow \tau = 2$.

Khi đó máy bay ở $M = (650; 920; 10)$.

Sau khi đổi vận tốc, gọi s là số giờ bay tiếp. Khi chạm đất: $10 - 5s = 0 \Rightarrow s = 2$.

Tọa độ khi đó là $x = 650 + 400 \cdot 2 = 1450$,

$$y = 920 + 300 \cdot 2 = 1520,$$

$$z = 0.$$

Vậy điểm chạm đất là $(1450; 1520; 0)$.

Do đó **d) Đúng**.

Kết luận Câu 2: Đúng - Sai - Sai - Đúng.

Cách giải nhanh: Viết một lần phương trình chuyển động $M(\tau) = M_0 + \tau \vec{v}$, rồi thay các thời điểm cần xét.

Câu 3

Ta có $x(t) = 2t - 2\ln(t+1)$.

Tốc độ tương tác là $v(t) = x'(t) = 2 - \frac{2}{t+1}$.

a) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$

Đạo hàm đúng là $v(t) = 2 - \frac{2}{t+1}$, không phải $2 - \frac{3}{t+1}$.

Vậy a) Sai.

b) $v(0) = 2$

Ta có $v(0) = 2 - \frac{2}{1} = 0$.

Vậy b) Sai.

c) $v(1) = 1$

$v(1) = 2 - \frac{2}{2} = 1$.

Vậy c) Đúng.

d) Gia tốc tại $t = 1$ bằng $0,5$ triệu giờ/tuần²

Gia tốc là $a(t) = v'(t) = \frac{2}{(t+1)^2}$.

Do đó $a(1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$.

Vậy d) Đúng.

Kết luận Câu 3: Sai - Sai - Đúng - Đúng.

Cách giải nhanh: Chỉ cần nhớ $[\ln(t+1)]' = \frac{1}{t+1}$.

Câu 4

Không gian mẫu gồm các số tự nhiên có hai chữ số:

$10, 11, \dots, 99$.

Số phần tử là $n(\Omega) = 99 - 10 + 1 = 90$.

a) $n(\Omega) = 89$

Ta vừa có $n(\Omega) = 90$.

Vậy a) Sai.

b) $P(A) = \frac{11}{90}$

Các số có hai chữ số chia hết cho 8 là 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96.

Có 11 số. Do đó $P(A) = \frac{11}{90}$.

Vậy b) Đúng.

c) $P(B) = \frac{1}{10}$

Các số có hai chữ số giống nhau là 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.

Có 9 số, nên $P(B) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$.

Vậy c) **Đúng**.

d) $P(A \cup B) = \frac{2}{9}$

Trong các số thuộc B , chỉ có 88 chia hết cho 8. Vậy $n(A \cap B) = 1$.

Suy ra $n(A \cup B) = 11 + 9 - 1 = 19$.

Do đó $P(A \cup B) = \frac{19}{90} \neq \frac{2}{9}$.

Vậy d) **Sai**.

Kết luận Câu 4: Sai - Đúng - Đúng - Sai.

Cách giải nhanh: Luôn đếm đúng 90 số từ 10 đến 99 ; với hợp hai biến cố dùng

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Nồng độ oxy hòa tan được cho bởi $f(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}, t \geq 0$.

Tốc độ thay đổi nồng độ oxy là $v(t) = f'(t)$.

$$v(t) = -15 \left(\frac{t}{9t^2 + 1} \right)' = \frac{15(9t^2 - 1)}{(9t^2 + 1)^2}.$$

Ta tính

Cần tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$ trên $t \geq 0$.

$$v'(t) = \frac{810t(1 - 3t^2)}{(9t^2 + 1)^3}.$$

Đạo hàm:

Với $t \geq 0$:

• $v'(t) > 0$ khi $0 < t < \frac{1}{\sqrt{3}}$;

• $v'(t) = 0$ khi $t = 0$ hoặc $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

• $v'(t) < 0$ khi $t > \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vì vậy $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

So với dạng $t = \frac{\sqrt{a}}{b}$, suy ra $a = 3, b = 3$.

Do đó $P = a - b = 3 - 3 = 0$.

Đáp án: $\boxed{0}$.

Cách giải nhanh: Đặt $u = 9t^2 \geq 0$. Khi đó, bỏ hệ số dương 15 , ta chỉ cần cực đại $\frac{u-1}{(u+1)^2}$.

Đạo hàm theo u có dấu của $3-u$, nên cực đại tại $u = 3$. Suy ra $9t^2 = 3 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2

Thời gian thuê là 15 năm.

Phương án 1

Một năm có 4 quý, nên 15 năm có $15 \cdot 4 = 60$.

Chi phí theo quý (đơn vị: triệu đồng) là một cấp số cộng với $u_1 = 10, d = 0,5$.

Tổng tiền trong 60 quý: $S_{60} = \frac{60}{2} [2 \cdot 10 + (60-1) \cdot 0,5]$.

Suy ra $S_{60} = 30(20 + 29,5) = 1485$.

Phương án 2

Chi phí theo năm (đơn vị: triệu đồng) là một cấp số cộng với

$u_1 = 70, d = 3$.

Tổng tiền trong 15 năm: $S_{15} = \frac{15}{2} [2 \cdot 70 + (15-1) \cdot 3]$.

Do đó $S_{15} = \frac{15}{2} (140 + 42) = 1365$.

So sánh: $1365 < 1485$.

Vậy doanh nghiệp nên chọn **phương án 2**, với tổng chi phí thấp nhất (đơn vị: triệu đồng) là

$\boxed{1365}$.

Cách giải nhanh: Cả hai phương án đều là tổng cấp số cộng; chỉ cần đổi đúng 15 năm thành 60 quý ở phương án 1.

Câu 3

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$.

Điều kiện xác định: $x > 0, 1-x \geq 0, x \neq 1$. Suy ra $0 < x < 1$.

Với $0 < x < 1$, $x-1 = -(1-x)$, nên $y = -\frac{\sqrt{1-x}}{(1-x)\sqrt{x}} = -\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}$.

Tiệm cận đứng

Khi $x \rightarrow 0$ từ bên phải, $y \rightarrow -\infty$, nên $x = 0$ là một tiệm cận đứng.

Khi $x \rightarrow 1$ từ bên trái, $y \rightarrow -\infty$, nên $x = 1$ là một tiệm cận đứng.

Vậy $d = 2$.

Tiệm cận ngang

Miền xác định chỉ là $(0;1)$, không có nhánh của đồ thị khi $x \rightarrow +\infty$ hoặc $x \rightarrow -\infty$. Vì vậy không có tiệm cận ngang: $n = 0$.

Do đó $T = 26n - 27d = 26 \cdot 0 - 27 \cdot 2 = -54$.

Đáp án: $\boxed{-54}$.

$$y = -\frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}, 0 < x < 1.$$

Cách giải nhanh: Rút gọn ngay

Nhìn hai đầu mút miền xác định 0 và 1 đều làm mẫu tiến về 0 qua các giá trị dương, nên có hai tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

Câu 4

Tám vật liệu ban đầu là hình vuông cạnh 8 dm. Do bốn phần cắt ở bốn góc giống nhau và trên hình mỗi đầu của cạnh miệng cách góc tám vật liệu 1 dm, cạnh hình vuông miệng khay (đơn vị: dm) là

$$8 - 1 - 1 = 6.$$

Đáy nhỏ của khay là hình vuông cạnh 3 dm.

Khoảng cách giữa cạnh của hình vuông đáy 3 dm và cạnh ngoài tương ứng của tám vuông 8 dm trong hình khai triển (đơn vị: dm) là

$$l = \frac{8-3}{2} = \frac{5}{2}.$$

Đây là đường cao của mặt bên hình thang, tức đường sinh của hình chóp cụt.

Xét thiết diện vuông góc với hai đáy qua trung điểm của hai cạnh tương ứng. Độ lệch ngang giữa hai đáy

$$(\text{đơn vị: dm}) \text{ bằng nửa hiệu độ dài cạnh hai đáy: } \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2}.$$

Gọi h là chiều cao khay. Ta có tam giác vuông với cạnh huyền $\frac{5}{2}$: $h^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$.

Suy ra $h^2 = \frac{25-9}{4} = 4$, nên chiều cao khay (đơn vị: dm) là $h = 2$.

Đáp án: $\boxed{2}$.

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{a_2 - a_1}{2} \right)^2,$$

Cách giải nhanh: Nhớ công thức thiết diện của chóp cụt đều:

trong đó $l = \frac{5}{2}$, $a_2 = 6$, $a_1 = 3$.

Câu 5

Ở lần chia thứ nhất, tấm pin được chia thành 9 ô bằng nhau và tô ô giữa. Diện tích được tô là $\frac{1}{9}$.

Sau mỗi lần, chỉ phần chưa tô tiếp tục được chia theo cùng quy luật. Tỉ lệ diện tích chưa tô sau mỗi lần là $\frac{8}{9}$.

Vì vậy sau 5 lần, tỉ lệ diện tích **chưa tô** là $\left(\frac{8}{9}\right)^5$.

Do đó tổng diện tích đã tô là $S = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5$.

Tính được $S = 1 - \frac{32768}{59049} = \frac{26281}{59049} \approx 0,445071$.

Làm tròn đến hàng phần trăm (đơn vị: m^2):

$$S \approx 0,45.$$

Đáp án: 0,45.

Cách giải khác - cấp số nhân: Diện tích tô thêm qua 5 lần là $\frac{1}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8^2}{9^3} + \frac{8^3}{9^4} + \frac{8^4}{9^5}$,

là cấp số nhân có công bội $\frac{8}{9}$. Tính tổng cũng cho $1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5$.

Câu 6

Tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 12\}$.

$$n(\Omega) = \binom{12}{4} = 495.$$

Chọn ngẫu nhiên 4 số phân biệt, nên số cách chọn là

Giả sử ba số $a < b < c$ lập thành một cấp số cộng tăng. Khi đó b là số hạng giữa, nên có thể viết $a = b - d, c = b + d$, với $d \geq 1$.

Ta có $S = a + b + c = (b - d) + b + (b + d) = 3b$.

Vì $S \in X$, nên $3b \leq 12 \Rightarrow b \leq 4$.

Mặt khác $a = b - d \geq 1$, nên $d \leq b - 1$.

• Nếu $b = 1$: không có $d \geq 1$ phù hợp.

• Nếu $b = 2$: có $d = 1$, được một bộ.

- Nếu $b = 3$: có $d = 1, 2$, được hai bộ.
- Nếu $b = 4$: có $d = 1, 2, 3$, được ba bộ.

Vậy số trường hợp thuận lợi là $1 + 2 + 3 = 6$.

Cụ thể sáu tập bốn số là

$$\{1, 2, 3, 6\}, \{2, 3, 4, 9\}, \{1, 3, 5, 9\}, \\ \{3, 4, 5, 12\}, \{2, 4, 6, 12\}, \{1, 4, 7, 12\}.$$

Xác suất biến cố là $P = \frac{6}{495} = \frac{2}{165}$.

Do đó $33990P = 33990 \cdot \frac{2}{165} = 412$.

Đáp án: 412.

Cách giải nhanh: Vì a, b, c là cấp số cộng nên $a + b + c = 3b$. Chỉ cần xét $b = 2, 3, 4$; số công sai tương ứng là $1, 2, 3$, tổng cộng 6 trường hợp.