

CHUYÊN ĐỀ 13: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH**DẠNG 1: DẠNG TOÁN CHUYỂN ĐỘNG****A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

Vận dụng một số kiến thức về chuyển động sau:

- Với ba đại lượng tham gia là quãng đường (S); vận tốc (v); thời gian (t), ta có công thức liên hệ giữa ba đại lượng như sau:

$$S = vt, \quad v = \frac{S}{t}, \quad t = \frac{S}{v}$$

Với: S là quãng đường có đơn vị là km; m...

v là vận tốc có đơn vị là km/h; m/s...

t là thời gian có đơn vị là h; s...

- Chuyển động ngược chiều gặp nhau

Gọi S_1, S_2, t_1, t_2 lần lượt là quãng đường và thời gian di chuyển từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau của 2 đối tượng

Đặc trưng 1: $S_1 + S_2 = AB$

Đặc trưng 2: $t_1 = t_2$ (Nếu 2 đối tượng xuất phát cùng lúc)

B. BÀI TẬP**DẠNG 1: CHUYỂN ĐỘNG TRÊN CẠM****PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN**

Câu 1. [NB] Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h. Nếu gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h), vận tốc của xe thứ hai là y (km/h) thì phương trình thể hiện mối quan hệ giữa hai vận tốc này là gì?

A. $x - y = 10$

B. $y + x = 10$

C. $y - x = 10$

D. $x = y + 10$

Lời giải

Chọn C

Vì xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h nên $y - x = 10$

Câu 2. [NB] Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h. Nếu gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h), vận tốc của xe thứ hai là y (km/h) thì phương trình thể hiện mối quan hệ giữa hai quãng đường đi được của 2 xe từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là gì?

A. $2x + 2y = 200$

B. $2x - 2y = 200$

C. $2x + 200 = 2y$

D. $2y - 2x = 200$

Lời giải

Chọn A

Quãng đường xe thứ nhất đi được từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là $2x$ (km)

Quãng đường xe thứ hai đi được từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là $2y$ (km)

Vì tổng quãng đường hai xe đi được từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là 200 km nên ta có phương trình $2x + 2y = 200$

Câu 3. [NB] Một người đi xe máy dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một thời gian nhất định. Người đó tính rằng nếu đi với vận tốc 45 km/h thì sẽ tới B chậm mất nửa giờ, nhưng đi với vận tốc 60 km/h thì sẽ tới B sớm hơn 45 phút. Nếu gọi độ dài quãng đường AB là x (km) và thời gian dự định đi của người đó là y (h) thì biểu thức biểu thị thời gian đi của người đó nếu đi với vận tốc 45 km/h là?

A. $\frac{x}{45}$

B. $\frac{x}{60}$

C. $x + 45$

D. $45x$

Lời giải

Chọn A

Vì $t = \frac{S}{v}$ nên biểu thức biểu thị thời gian đi của người đó nếu đi với vận tốc 45 km/h là $\frac{x}{45}$

Câu 4. [NB] Một người đi xe máy dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một thời gian nhất định. Người đó tính rằng nếu đi với vận tốc 45 km/h thì sẽ tới B chậm mất nửa giờ, nhưng đi với vận tốc 60 km/h thì sẽ tới B sớm hơn 45 phút. Nếu gọi độ dài quãng đường AB là x (km) và thời gian dự định đi là y (h) thì biểu thức thể hiện thời gian đi quãng đường AB khi tới B chậm mất nửa giờ là gì?

A. $y - 30$

B. $y + 30$

C. $y + \frac{1}{2}$

D. $y - \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

Đến B chậm mất nửa giờ nên hết nhiều hơn thời gian dự định nửa giờ vì vậy thời gian cần tìm là $y + \frac{1}{2}$

Câu 5. [TH] Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B, cách nhau 120 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai 2 giờ 40 phút thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ. Vận tốc của xe thứ nhất là

A. 10 km/h

B. 30 km/h

C. 15 km/h

D. 20 km/h

Lời giải

Chọn B

Gọi vận tốc của xe thứ nhất là x km/h, vận tốc của xe thứ hai là y km/h ($x > 0, y > 0$)

Vì xe thứ nhất và xe thứ hai đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 3 giờ nên ta có phương trình $3x + 3y = 120$ (1)

Đổi $2h40 \text{ phút} = \frac{8}{3} \text{ (h)}$

Vì nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai $2 \text{ giờ } 40 \text{ phút}$ thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ

$$\left(\frac{8}{3} + 1\right)x + y = 120$$

$$\frac{11}{3}x + y = 120 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 3y = 120 \\ \frac{11}{3}x + y = 120 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được $x = 30; y = 10$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 30 km/h

Câu 6. [TH] Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 giờ , nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 tiếng . Tính vận tốc của xe lúc ban đầu

A. 30 km/h

B. 35 km/h

C. 40 km/h

D. 45 km/h

Lời giải

Chọn C

Gọi vận tốc dự định là $x \text{ (km/h)}$, thời gian dự định là $y \text{ (giờ)}$ ($x > 10, y > 3$)

=> Quãng đường AB là $x \cdot y \text{ (km)}$

+) Nếu vận tốc tăng thêm 10 km/h thì đến sớm hơn 3 giờ , ta có phương trình:

$$(x + 10) \cdot (y - 3) = xy$$

$$xy - 3x + 10y - 30 = xy$$

$$-3x + 10y = 30 \quad (1)$$

+) Nếu giảm vận tốc đi 10 km/h thì đến muộn hơn 5 giờ , ta có phương trình:

$$(x - 10) \cdot (y + 5) = xy$$

$$xy + 5x - 10y - 50 = xy$$

$$5x - 10y = 50$$

$$x - 2y = 10 \quad (2)$$

$$\begin{cases} -3x + 10y = 30 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 40; y = 15$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc của xe lúc đầu 40 km/h

Câu 7. [TH] Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tìm thời điểm xuất phát của ô tô tại A .

A. 8 giờ

B. 4 giờ

C. 7 giờ

D. 5 giờ

Lời giải

Chọn B

Gọi độ dài quãng đường AB là x (km)

Gọi thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB là y (giờ)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

Vì nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định nên ta có phương trình

$$\frac{x}{35} = y + 2$$

$$\frac{1}{35}x - y = 2 \quad (1)$$

Vì nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{x}{50} = y - 1$$

$$\frac{1}{50}x - y = -1 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{35}x - y = 2 \\ \frac{1}{50}x - y = -1 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 350; y = 8$ (thỏa mãn).

Thời điểm xuất phát của ô tô tại A là 12 giờ - 8 giờ = 4 giờ sáng

Câu 8. [TH] Một xe máy đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 14 km/h thì đến sớm hơn 2 giờ. Nếu giảm vận tốc đi 4 km/h thì đến muộn hơn 1 giờ. Tính thời gian dự định của xe đó.

A. 4 giờ

B. 5 giờ

C. 6 giờ

D. 7 giờ

Lời giải

Chọn C

Gọi vận tốc dự định là x (km/h), thời gian dự định là y (giờ) ($x > 0, y > 0$)

$\Rightarrow$ Quãng đường AB là $x.y$ (km)

Nếu vận tốc tăng thêm 14 km/h thì đến sớm hơn 2 giờ, ta có phương trình:

$$(x + 14).(y - 2) = xy$$

$$xy - 2x + 14y - 28 = xy$$

$$-2x + 14y = 28$$

$$-x + 7y = 14 \quad (1)$$

Nếu giảm vận tốc đi 4 km/h thì đến muộn hơn 1 giờ, ta có phương trình:

$$(x - 4).(y + 1) = xy$$

$$xy + x - 4y - 4 = xy$$

$$x - 4y = 4 \quad (2)$$

$$\begin{cases} -x + 7y = 14 \\ x - 4y = 4 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 28; y = 6$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc dự định của xe máy là 28 km/h với thời gian dự định là 6 giờ

Câu 9. [VD] Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 giờ, còn xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính chiều dài quãng đường AB .

A. 300 km

B. 400 km

C. 500 km

D. 600 km

Lời giải

Chọn D

Gọi vận tốc dự định là $x \text{ (km/h)}$, thời gian dự định là $y \text{ (giờ)}$ ($x > 10, y > 3$)

$\Rightarrow$ Quãng đường AB là $x \cdot y \text{ (km)}$

+) Nếu vận tốc tăng thêm 10 km/h thì đến sớm hơn 3 giờ, ta có phương trình:

$$(x + 10) \cdot (y - 3) = xy$$

$$xy - 3x + 10y - 30 = xy$$

$$-3x + 10y = 30 \quad (1)$$

+) Nếu giảm vận tốc đi 10 km/h thì đến muộn hơn 5 giờ, ta có phương trình:

$$(x - 10) \cdot (y + 5) = xy$$

$$xy + 5x - 10y - 50 = xy$$

$$5x - 10y = 50$$

$$x - 2y = 10 \quad (2)$$

$$\begin{cases} -3x + 10y = 30 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 40; y = 15$ (thỏa mãn).

Vậy quãng đường AB dài $40 \cdot 15 = 600 \text{ km}$

Câu 10. [VD] Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc dự định của ô tô?

A. 50 km/h

B. 40 km/h

C. 60 km/h

D. 70 km/h

Lời giải

Chọn A

Gọi vận tốc dự định là $x \text{ (km/h)}$, thời gian dự định là $y \text{ (giờ)}$ ($x > 10, y > 3$)

$\Rightarrow$ Quãng đường AB là $x \cdot y \text{ (km)}$

$$\frac{3}{4} \text{ giờ}; \quad \frac{1}{2} \text{ giờ}$$

Đổi $45 \text{ phút} = \frac{3}{4} \text{ giờ}; 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}$

Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút, ta có phương trình:

$$(x-10) \cdot \left(y + \frac{3}{4}\right) = xy$$

$$xy + \frac{3}{4}x - 10y - \frac{30}{4} = xy$$

$$\frac{3}{4}x - 10y = \frac{30}{4} \quad (1)$$

Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút, ta có phương trình:

$$(x+10) \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) = xy$$

$$xy - \frac{1}{2}x + 10y - 5 = xy$$

$$-\frac{1}{2}x + 10y = 5 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - 10y = \frac{30}{4} \\ -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 50$; $y = 3$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 50 km/h

Câu 11. [VD] Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính quãng đường AB ?

A. 50 km

B. 60 km

C. 150 km

D. 100 km

Lời giải

Chọn C

Gọi vận tốc dự định là x (km/h), thời gian dự định là y (giờ) ($x > 10$, $y > 3$)

=> Quãng đường AB là $x \cdot y$ (km)

Đổi 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ; 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ

Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút, ta có phương trình:

$$(x-10) \cdot \left(y + \frac{3}{4}\right) = xy$$

$$xy + \frac{3}{4}x - 10y - \frac{30}{4} = xy$$

$$\frac{3}{4}x - 10y = \frac{30}{4} \quad (1)$$

Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút, ta có phương trình:

$$(x+10) \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) = xy$$

$$xy - \frac{1}{2}x + 10y - 5 = xy$$

$$-\frac{1}{2}x + 10y = 5 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - 10y = \frac{30}{4} \\ -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 50$; $y = 3$ (thỏa mãn).

Vậy quãng đường AB dài $50 \cdot 3 = 150$ km

Câu 12. [VDC] Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5 km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút, và đi từ B về A hết 41 phút (vận tốc lên dốc và xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

A. 12 km/h và 15 km/h

B. 11 km/h và 15 km/h

C. 15 km/h và 12 km/h

D. 15 km/h và 11 km/h

Lời giải

Chọn A

Gọi vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc của người đi xe đạp lần lượt là x, y km/h

Điều kiện: $x, y > 0$

Thời gian lên dốc lúc đi là $\frac{4}{x}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc đi là $\frac{5}{y}$ (giờ)

Vì người đó đi từ A đến B hết 40 phút $= \frac{2}{3}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

Thời gian lên dốc lúc về là $\frac{5}{x}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc về là $\frac{4}{y}$ (giờ)

Vì người đó đi từ A đến B hết 41 phút $= \frac{41}{60}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 12$; $y = 15$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc lúc lên dốc là 12 km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ. Biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10km/h . Các khẳng định sau đúng hay sai

- a) Vận tốc của xe thứ nhất là 45 km/h
- b) Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai
- c) Quãng đường xe thứ hai đi được sau 2 giờ là 90 km
- d) Vận tốc của xe thứ hai là 55 km/h

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

Gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h), vận tốc của xe thứ hai là y (km/h) ($x > 0, y > 0$)

Vì xe thứ nhất và xe thứ hai đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ nên ta có phương trình

$$2x + 2y = 200$$

$$x + y = 100 \quad (1)$$

Vì xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10km/h nên ta có phương trình

$$y - x = 10$$

$$-x + y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ -x + y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được $x = 45; y = 55$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 45 km/h

Vận tốc của xe thứ hai là 55 km/h

a) Vận tốc của xe thứ nhất là 45 km/h nên a đúng

b) Vận tốc của xe thứ nhất nhỏ hơn vận tốc của xe thứ hai nên b sai

c) Quãng đường xe thứ hai đi được sau 2 giờ là $55 \cdot 2 = 110\text{ km}$ nên c sai

d) Vận tốc của xe thứ hai là 55 km/h nên d đúng

Câu 2. Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Các khẳng định sau đúng hay sai

a) Xe ô tô xuất phát lúc 8 giờ

b) Xe ô tô xuất phát lúc 4 giờ

c) Quãng đường AB là 250 km

d) Thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB là 8 giờ

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

Gọi độ dài quãng đường AB là x (km)

Gọi thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB là y (giờ)

Điều kiện: $x > 0; y > 0$

Vì nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với quy định nên ta có phương trình

$$\frac{x}{35} = y + 2$$

$$\frac{1}{35}x - y = 2(1)$$

Vì nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{x}{50} = y - 1$$

$$\frac{1}{50}x - y = -1(2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{35}x - y = 2 \\ \frac{1}{50}x - y = -1 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 350$; $y = 8$ (thỏa mãn).

Thời điểm xuất phát của ô tô tại A là 12 giờ - 8 giờ = 4 giờ

a) Thời điểm xuất phát của ô tô tại A là 12 giờ - 8 giờ = 4 giờ nên a sai

b) Xe ô tô xuất phát lúc 4 giờ là đúng suy ra b đúng

c) Quãng đường AB là 350 km nên c sai

d) Thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB là 8 giờ là đúng nên d đúng

Câu 3. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Các khẳng định sau đúng hay sai

a) Quãng đường AB dài 1 km

b) Quãng đường lên dốc khi đi từ A đến B ngắn hơn quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B

c) Quãng đường AB dài 3 km

d) Quãng đường lên dốc khi đi từ A đến B dài hơn quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

Gọi quãng đường lên dốc và xuống dốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B lần lượt là x, y (km)

Điều kiện: $x, y > 0$

Thời gian lên dốc lúc đi là $\frac{x}{10}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc đi là $\frac{y}{15}$ (giờ)

Vì người đó đi từ A đến B hết 16 phút = $\frac{4}{15}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{1}{10}x + \frac{1}{15}y = \frac{4}{15} \quad (1)$$

Thời gian lên dốc lúc về là $\frac{y}{10}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc về là $\frac{x}{15}$ (giờ)

Vì người đó đi từ A đến B hết 14 phút = $\frac{7}{30}$ giờ nên ta có phương trình

$$\frac{x}{15} + \frac{y}{10} = \frac{7}{30}$$

$$\frac{1}{15}x + \frac{1}{10}y = \frac{7}{30} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{10}x + \frac{1}{15}y = \frac{4}{15} \\ \frac{1}{15}x + \frac{1}{10}y = \frac{7}{30} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 2; y = 1$ (thỏa mãn).

Vậy quãng đường lên dốc là 2 km, quãng đường xuống dốc là 1 km

a) Quãng đường AB dài $1 + 2 = 3$ km nên a sai

b) Quãng đường lên dốc khi đi từ A đến B ngắn hơn quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B là sai vì $2 > 1$

c) Quãng đường AB dài 3 km là đúng

d) Quãng đường lên dốc khi đi từ A đến B dài hơn quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B là đúng

Câu 4. Hai địa điểm A và B cách nhau 200 km. Cùng một lúc, một xe máy đi từ A và một ô tô đi từ B . Xe máy và ô tô gặp nhau tại địa điểm C cách A 120 km. Nếu xe máy khởi hành sau ô tô một giờ thì sẽ gặp nhau tại địa điểm D cách C 24 km. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Vận tốc của ô tô là 60 km/h

b) Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của ô tô

c) Xe máy đi nhanh hơn ô tô 20 km/h

d) Vận tốc của xe máy là 40 km/h

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

Gọi vận tốc của xe máy và ô tô lần lượt là x, y km/h

Điều kiện: $x, y > 0$

Vì cùng một lúc, một xe máy đi từ A và một ô tô đi từ B , xe máy và ô tô gặp nhau tại địa điểm C cách A 120 km nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x} = \frac{200 - 120}{y}$$

$$\frac{120}{x} - \frac{80}{y} = 0 \quad (1)$$

Vì nếu xe máy khởi hành sau ô tô một giờ thì sẽ gặp nhau tại địa điểm D cách C 24 km nên ta có phương trình

$$\frac{200 - 120 + 24}{y} - \frac{96}{x} = 1$$

$$-\frac{96}{x} + \frac{104}{y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{120}{x} - \frac{80}{y} = 0 \\ -\frac{96}{x} + \frac{104}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 60$; $y = 40$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc của ô tô là 60 km/h, vận tốc của xe máy là 40 km/h

- a) Vận tốc của ô tô là 60 km/h nên a đúng
- b) Vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy nên b sai
- c) Ô tô đi nhanh hơn xe máy $60 - 40 = 20$ km/h nên c sai
- d) Vận tốc của xe máy là 40 km/h nên d đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Vận tốc của ô tô là

Lời giải

Đáp án: 50 km/h

Gọi vận tốc dự định là x (km/h), thời gian dự định là y (giờ) ($x > 10$, $y > 3$)

=> Quãng đường AB là $x \cdot y$ (km)

Đổi 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ; 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ

Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút, ta có phương trình:

$$(x - 10) \cdot \left(y + \frac{3}{4} \right) = xy$$

$$xy + \frac{3}{4}x - 10y - \frac{30}{4} = xy$$

$$\frac{3}{4}x - 10y = \frac{30}{4} \quad (1)$$

Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút, ta có phương trình:

$$(x + 10) \cdot \left(y - \frac{1}{2} \right) = xy$$

$$xy - \frac{1}{2}x + 10y - 5 = xy$$

$$-\frac{1}{2}x + 10y = 5 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - 10y = \frac{30}{4} \\ -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình, ta được $x = 50$; $y = 3$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h

Câu 2. [NB] Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Quãng đường AB dài km

Lời giải

Đáp án: 3 km

Gọi quãng đường lên dốc và xuống dốc của người đi xe đạp lần lượt là x, y km/h

Điều kiện: $x, y > 0$

Thời gian lên dốc lúc đi là $\frac{x}{10}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc đi là $\frac{y}{15}$ (giờ)

Vì người đó đi từ A đến B hết 16 phút = $\frac{4}{15}$ giờ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{x}{10} + \frac{y}{15} &= \frac{4}{15} \\ \frac{1}{10}x + \frac{1}{15}y &= \frac{4}{15} \quad (1) \end{aligned}$$

Thời gian lên dốc lúc về là $\frac{y}{10}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc về là $\frac{x}{15}$ (giờ)

Vì người đó đi từ B đến A hết 14 phút = $\frac{7}{30}$ giờ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{x}{15} + \frac{y}{10} &= \frac{7}{30} \\ \frac{1}{15}x + \frac{1}{10}y &= \frac{7}{30} \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{10}x + \frac{1}{15}y = \frac{4}{15} \\ \frac{1}{15}x + \frac{1}{10}y = \frac{7}{30} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 2; y = 1$ (thỏa mãn).

Vậy quãng đường AB dài $1 + 2 = 3$ km

Câu 3. [TH] Hai người ở hai địa điểm cách nhau $3,6$ km và khởi hành cùng lúc, đi ngược chiều nhau, gặp nhau ở vị trí cách một trong hai điểm khởi hành 2 km. Nếu vận tốc vẫn không đổi, nhưng người đi chậm xuất phát trước người kia 6 phút thì họ gặp nhau ở giữa quãng đường. Vận tốc của người đi chậm là..... km/h

Lời giải

Đáp án: $3,6$ km/h

Gọi vận tốc của người đi chậm và người đi nhanh lần lượt là x, y km/h

Điều kiện: $x, y > 0$

Vì hai người ở hai địa điểm cách nhau $3,6$ km và khởi hành cùng lúc, đi ngược chiều nhau, gặp nhau ở vị trí cách một trong hai điểm khởi hành 2 km nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{3,6 - 2}{x} &= \frac{2}{y} \\ \frac{1,6}{x} - \frac{2}{y} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Vì nếu vận tốc vẫn không đổi, nhưng người đi chậm xuất phát trước người kia 6 phút $= \frac{1}{10}$ giờ thì họ gặp nhau ở giữa quãng đường nên ta có phương trình

$$\frac{1,8}{x} - \frac{1,8}{y} = \frac{1}{10} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1,6}{x} - \frac{2}{y} = 0 \\ \frac{1,8}{x} - \frac{1,8}{y} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 3,6; y = 4,5$ (thỏa mãn).

Vận tốc của người đi chậm là $3,6$ km/h

Câu 4. [TH] Hai xe ô tô con và ô tô tải khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau trên một con đường dài 150 km. Sau khi đi được 2 giờ thì hai xe gặp nhau. Biết rằng nếu vận tốc của ô tô con tăng thêm 5 km/h và vận tốc của ô tô tải giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô con gấp hai lần vận tốc của ô tô tải. Vận tốc của ô tô con là..... km/h

Lời giải

Đáp án: 45 km/h

Gọi vận tốc của xe ô tô con và vận tốc của ô tô tải lần lượt là x và y (km/h)

Điều kiện: $x, y > 0$

Vì hai xe ô tô con và ô tô tải khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau trên một con đường dài 150 km và sau khi đi được 2 giờ thì hai xe gặp nhau nên ta có phương trình

$$2x + 2y = 150$$

$$x + y = 75 \quad (1)$$

Vì nếu vận tốc của ô tô con tăng thêm 5 km/h và vận tốc của ô tô tải giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô con gấp hai lần vận tốc của ô tô tải nên ta có phương trình

$$x + 5 = 2(y - 5)$$

$$x + 5 = 2y - 10$$

$$x - 2y = -15 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của ô tô con là 45 km/h

Câu 5. [VD] Lúc 7 giờ, một người đi xe máy xuất phát từ A để đến B. Đến 9 giờ, người thứ hai xuất phát từ B để đi về A bằng ô tô và gặp người đi xe máy sau 1 giờ di chuyển. Biết rằng nếu cả hai người cùng giảm vận tốc đi 5 km/h thì khi đó vận tốc của người đi ô tô gấp rưỡi vận tốc của người đi xe máy. Biết hai địa điểm A và B cách nhau 200 km. Vận tốc của người đi xe máy là..... km/h

Lời giải

Đáp án: 45 km/h

Gọi vận tốc của người đi xe máy và người đi ô tô lần lượt là x và y (km/h)

Điều kiện: $x, y > 0$

Vì lúc 7 giờ, một người đi xe máy xuất phát từ A để đến B, đến 9 giờ, người thứ hai xuất phát từ B để đi về A bằng ô tô và gặp người đi xe máy sau 1 giờ di chuyển nên ta có phương trình

$$3x + y = 200 \quad (1)$$

Vì nếu cả hai người cùng giảm vận tốc đi 5 km/h thì khi đó vận tốc của người đi ô tô gấp rưỡi vận tốc của người đi xe máy nên ta có phương trình

$$y - 5 = 1,5(x - 5)$$

$$1,5x - y = 2,5 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y = 200 \\ 1,5x - y = 2,5 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 45 \\ y = 65 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vận tốc của người đi xe máy là 45 km/h

Câu 6. [VDC] Đoạn đường AB dài 180 km. Cùng một lúc xe máy đi từ A và ô tô đi từ B , xe máy gặp ô tô tại C cách A 80 km. Nếu xe máy khởi hành sau 54 phút thì chúng gặp nhau tại D cách A là 60 km. Vận tốc của ô tô là..... km/h

Lời giải

Đáp án: 50 km/h

Gọi vận tốc của xe máy và ô tô lần lượt là x và y (km/h)

Điều kiện: $x, y > 0$

Vì đoạn đường AB dài 180 km, cùng một lúc xe máy đi từ A và ô tô đi từ B , xe máy gặp ô tô tại C cách A 80 km nên ta có phương trình

$$\frac{80}{x} = \frac{100}{y}$$

$$\frac{80}{x} - \frac{100}{y} = 0 \quad (1)$$

Vì nếu xe máy khởi hành sau 54 phút = $\frac{9}{10}$ giờ thì chúng gặp nhau tại D cách A là 60 km nên ta có phương trình

$$\frac{120}{y} - \frac{60}{x} = \frac{9}{10}$$

$$-\frac{60}{x} + \frac{120}{y} = \frac{9}{10} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{80}{x} - \frac{100}{y} = 0 \\ -\frac{60}{x} + \frac{120}{y} = \frac{9}{10} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Vận dụng một số kiến thức về chuyển động sau:

- Với ba đại lượng tham gia là quãng đường (S); vận tốc (v); thời gian (t), ta có công thức liên hệ giữa ba đại lượng như sau:

$$S = vt, \quad v = \frac{S}{t}, \quad t = \frac{S}{v}$$

Với: S là quãng đường có đơn vị là km; m...

v là vận tốc có đơn vị là km/h; m/s...

t là thời gian có đơn vị là h; s...

- Chuyển động ngược chiều gặp nhau



Gọi S_1, S_2, t_1, t_2 lần lượt là quãng đường và thời gian di chuyển từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau của 2 đối tượng

Đặc trưng 1: $S_1 + S_2 = AB$

Đặc trưng 2: $t_1 = t_2$ (Nếu 2 đối tượng xuất phát cùng lúc)

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 h. Nếu mỗi giờ xe chạy chậm hơn dự định 10 km thì đến nơi chậm mất 5 h. Tính vận tốc xe lúc đầu và thời gian dự định đi trên quãng đường AB .

Lời giải

Gọi vận tốc xe lúc đầu là x (km/h) ($x > 0$)

Gọi thời gian dự định của ô tô là y (h) ($y > 3$)

Quãng đường AB là: $S = xy$ (km)

Nếu mỗi giờ ô tô tăng vận tốc 10 km/h thì vận tốc lúc đó là $x + 10$ (km/h)

Vì ô tô đến sớm hơn 3 h nên thời gian đi hết quãng đường AB là $y - 3$ (h)

Khi đó quãng đường AB là: $S = (x + 10)(y - 3)$ (km)

Vì nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến sớm hơn dự định 3 h nên ta có phương trình

$$xy = (x + 10)(y - 3)$$

$$xy = xy - 3x + 10y - 30$$

$$3x - 10y = -30 \quad (1)$$

Nếu mỗi giờ ô tô giảm vận tốc đi 10 km/h thì vận tốc lúc đó là $x - 10$ (km/h)

Vì ô tô đến muộn hơn 5 h nên thời gian đi hết quãng đường AB là $y + 5$ (h)

Khi đó quãng đường AB là: $(x - 10)(y + 5)$ (km) (3)

Vì nếu mỗi giờ xe chạy chậm hơn dự định 10 km thì đến nơi chậm mất 5 h nên ta có phương trình

$$xy = (x - 10)(y + 5)$$

$$xy = xy + 5x - 10y - 50$$

$$5x - 10y = 50$$

$$x - 2y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 10y = -30 \\ x - 2y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 40$; $y = 15$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 40 km/h và thời gian dự định của ô tô đi hết quãng đường AB là 15h.

Ví dụ 2 [TH]: Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50 km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h. Biết tổng chiều dài quãng đường AB và BC là 199 km và thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là 12 phút. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB và quãng đường BC

Lời giải

Gọi thời gian ô tô đi trên quãng đường AB và quãng đường BC lần lượt là x và y (km/h)

Điều kiện: $x > 0, y > 0$

Quãng đường AB là: $50x$ (km)

Quãng đường BC là: $45y$ (km)

Vì tổng chiều dài quãng đường AB và BC là 199 km nên ta có phương trình

$$50x + 45y = 199 \quad (1)$$

Vì thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là 12 phút =

$\frac{1}{5}$

(h) nên ta có phương trình

$$y - x = \frac{1}{5}$$

$$-x + y = \frac{1}{5} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 50x + 45y = 199 \\ -x + y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{11}{5} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy thời gian ô tô đi trên quãng đường AB là 2 giờ, thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là $\frac{11}{5}$ (giờ)

Ví dụ 3 [TH]: Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B , cách nhau 120 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai 2 giờ 40 phút thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ. Tìm vận tốc của mỗi xe.

Lời giải

Gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h), vận tốc của xe thứ hai là y (km/h) ($x > 0, y > 0$)

Vì xe thứ nhất và xe thứ hai đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 3 giờ nên ta có phương trình

$$3x + 3y = 120 \quad (1)$$

Đổi $2\text{h}40\text{ phút} = \frac{8}{3}(\text{h})$

Vì nếu xe thứ nhất khởi hành trước xe thứ hai $2\text{ giờ } 40\text{ phút}$ thì hai xe gặp nhau khi xe thứ hai đi được 1 giờ

$$\left(\frac{8}{3} + 1\right)x + y = 120$$

$$\frac{11}{3}x + y = 120 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 3x = 120 \\ \frac{11}{3}x + y = 120 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được $x = 30; y = 10$ (thỏa mãn).

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 30 km/h

Ví dụ 4 [VD]: Hai xe ô tô con và ô tô tải khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau trên một con đường dài 150 km . Sau khi đi được 2 giờ thì hai xe gặp nhau. Tìm vận tốc của mỗi xe, biết rằng nếu vận tốc của ô tô con tăng thêm 5 km/h và vận tốc của ô tô tải giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô con gấp hai lần vận tốc của ô tô tải

Lời giải

Gọi vận tốc của xe ô tô con và vận tốc của ô tô tải lần lượt là x và y (km/h)

Điều kiện: $x > 0, y > 5$

Vì hai xe ô tô con và ô tô tải khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều nhau trên một con đường dài 150 km và sau khi đi được 2 giờ thì hai xe gặp nhau nên ta có phương trình

$$2x + 2y = 150$$

$$x + y = 75 \quad (1)$$

Vì nếu vận tốc của ô tô con tăng thêm 5 km/h và vận tốc của ô tô tải giảm đi 5 km/h thì vận tốc của ô tô con gấp hai lần vận tốc của ô tô tải nên ta có phương trình

$$x + 5 = 2(y - 5)$$

$$x + 5 = 2y - 10$$

$$x - 2y = -15 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của ô tô con là 45 km/h , vận tốc của ô tô tải là 30 km/h

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km đến sớm hơn dự định 3 giờ , còn xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ . Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB .

Hướng dẫn

Gọi thời gian dự định là x (giờ), vận tốc của xe lúc đầu là y (km/h) (điều kiện $x, y > 0$)

Khi đó chiều dài quãng đường AB là xy (km)

Khi xe chạy nhanh hơn 10 km mỗi giờ thì vận tốc của xe lúc này là $y + 10$ (km/h)

Thời gian xe đi hết quãng đường AB là $x - 3$ (giờ)

Ta có phương trình $(x - 3)(y + 10) = xy$

$$xy + 10x - 3y - 30 = xy$$

$$10x - 3y = 30 \quad (1)$$

Khi xe chạy chậm hơn 10 km mỗi giờ thì vận tốc xe lúc này là $y - 10$ (km/h)

Thời gian xe đi hết quãng đường AB là $x + 5$ (giờ)

Ta có phương trình: $(x + 5)(y - 10) = xy$

$$xy - 10x + 5y - 50 = xy$$

$$-10x + 5y = 50$$

$$-2x + y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x - 3y = 30 \\ -2x + y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 40 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Thời gian xe dự định đi hết quãng đường AB là 15 giờ

Vận tốc của xe lúc đầu là 40 km/h

Quãng đường AB có độ dài là $15 \cdot 40 = 600$ (km)

Bài 2. [TH] Trên quãng đường AB dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A đến B , xe thứ hai khởi hành từ B về A . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của xe thứ nhất và xe thứ hai lần lượt là x, y (km/h)

Điều kiện: $x, y > 0$

Vì hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, quãng đường AB dài 200 km nên ta có phương trình

$$2x + 2y = 200$$

$$x + y = 100 \quad (1)$$

Vì xe thứ hai đi nhanh hơn xe thứ nhất là 10 km/h nên ta có phương trình

$$y - x = 10$$

$$-x + y = 10 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ -x + y = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 45$; $y = 55$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của xe thứ nhất và xe thứ hai lần lượt là 45, 55 (km/h)

Bài 3. [VD] Quãng đường AC dài 165 km và B là một vị trí trên quãng đường AC. Một ô tô xuất phát từ A đi đến B với vận tốc 50 km/h, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45 km/h. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB, BC. Biết thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi quãng đường BC là 30 phút.

Hướng dẫn

Gọi thời gian ô tô đi trên quãng đường AB, BC lần lượt là x và y (giờ)

Điều kiện: $y > x > 0$

Vì thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian ô tô đi quãng đường BC là 30 phút = $\frac{1}{2}$ (giờ) nên ta có phương trình

$$y - x = \frac{1}{2}$$

$$-x + y = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Độ dài quãng đường AB là: $50x$ (km)

Độ dài quãng đường BC là: $45y$ (km)

Vì tổng độ dài quãng đường AB và BC bằng độ dài quãng đường AC nên ta có phương trình

$$50x + 45y = 165$$

$$10x + 9y = 33 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -x + y = \frac{1}{2} \\ 10x + 9y = 33 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = \frac{3}{2}; y = 2$ (thoả mãn)

Vậy thời gian ô tô đi trên quãng đường AB, BC lần lượt là $\frac{3}{2}; 2$ (giờ)

Bài 4 [VD] Quãng đường AB là một con dốc. Một người đi xe đạp xuống dốc với vận tốc lớn hơn lên dốc là 4 km/h và đi từ A đến B mất 2 giờ 10 phút, từ B đến A mất ít hơn 10 phút. Tìm vận tốc của xe đạp khi lên dốc.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc khi lên dốc là x (km/h)

Vận tốc lúc xuống dốc là y (km/h) ($x; y > 0$)

Vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 4km/h nên ta có phương trình:

$$y - x = 4$$

$$-x + y = 4 \quad (1)$$

Thời gian từ A đến B lớn hơn thời gian từ B đến A nên từ A đến B là lên dốc và từ B đến A là xuống dốc

Thời gian lên dốc từ A đến B là 2 giờ 10 phút = $\frac{13}{6}$ (giờ)

Thời gian xuống dốc từ B đến A là: 2 giờ 10 phút - 10 phút = 2 (giờ)

Quãng đường lên dốc là: $\frac{13}{6}x$ (km)

Quãng đường xuống dốc là: $2y$ (km)

Vì quãng đường lên dốc bằng quãng đường xuống dốc nên ta có phương trình

$$\frac{13}{6}x = 2y$$

$$\frac{13}{6}x - 2y = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ \frac{13}{6}x - 2y = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 48; y = 52$ (thỏa mãn)

Vậy thời gian lên dốc là 48 km/h.

DẠNG 3: DẠNG TOÁN LÀM CHUNG-LÀM RIÊNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

(ghi lại nội dung chính của bài/ của chương: dạng liệt kê, bảng hoặc sơ đồ tư duy)

1. Lý thuyết

Để giải một bài toán bằng cách lập hệ phương trình ta thực hiện qua ba bước sau:

Bước 1: Lập hệ phương trình:

- Chọn các ẩn số và đặt điều kiện, đơn vị thích hợp cho các ẩn số;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các đại lượng đã biết;
- Lập hệ phương trình biểu diễn sự tương quan của các đại lượng.

Bước 2: Giải các hệ phương trình vừa tìm được.

Bước 3: Kiểm tra điều kiện ban đầu và kết luận bài toán.

2. Dạng 2: Bài toán công việc làm chung làm riêng

Phương pháp giải: Khi giải một bài toán làm chung làm riêng công việc ta cần chú ý đến một số đại lượng sau:

- Có ba đại lượng tham gia bài toán là:

+ Toàn bộ công việc.

+ Phần công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

+ Thời gian hoàn thành một phần công việc hoặc toàn bộ công việc.

- Nếu một đội (một người,...) làm xong công việc trong x ngày thì mỗi ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), làm a ngày thì được $\frac{a}{x}$ (công việc).

- Ta thường coi toàn bộ công việc là 1.

B. BÀI TẬP**DẠNG 2: DẠNG TOÁN CÔNG VIỆC, LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG****PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ**NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)**

Câu 1. [NB] Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, cả hai đội làm được số phần công việc là

- A.** $\frac{1}{2}$ công việc. **B.** $\frac{1}{12}$ công việc. **C.** $\frac{1}{24}$ công việc. **D.** 24 công việc.

Lời giải**Chọn C**

Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, cả hai đội làm được số phần công việc là $\frac{1}{24}$ công việc.

Câu 2. [NB] Hai người công nhân cùng xây một bức tường trong 12 ngày thì xong. Biết năng suất lao động của hai người như nhau. Mỗi ngày, mỗi người làm được số phần bức tường là

- A.** $\frac{1}{2}$ bức tường **B.** $\frac{1}{12}$ bức tường **C.** $\frac{1}{24}$ bức tường **D.** 24 bức tường

Lời giải**Chọn C**

Hai người công nhân cùng xây một bức tường trong 12 ngày thì xong. Thì mỗi ngày cả hai người làm được $\frac{1}{12}$ bức tường.

Vì năng suất lao động của hai người như nhau nên mỗi ngày, mỗi người làm được số phần công việc là $\frac{1}{12} : 2 = \frac{1}{24}$ bức tường.

Câu 3. [NB] Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 20 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội A làm gấp rưỡi đội B. Nếu mỗi ngày, đội A làm được x công việc thì mỗi ngày đội B làm được số phần công việc là

- A.** $\frac{3}{2}x$ công việc. **B.** $\frac{2}{3}x$ công việc. **C.** $\frac{1}{x}$ công việc. **D.** $\frac{1}{20}$ công việc.

Lời giải**Chọn B**

Mỗi ngày. Đội A làm được x công việc

Giả sử, mỗi ngày đội B làm được y công việc

Vì mỗi ngày, phần việc đội A làm gấp rưỡi đội B nên $x = \frac{3}{2}y$. Suy ra: $y = \frac{2}{3}x$

Vậy mỗi ngày đội B làm được số phần công việc là $\frac{2}{3}x$ công việc.

Câu 4. [NB] Hai người thợ xây cùng xây chung một cái bể. Mỗi ngày, người thứ nhất làm được gấp đôi phần công việc của người thứ hai. Nếu mỗi ngày, người thứ hai làm được x bể thì mỗi ngày người thứ nhất làm được số phần bể là

- A. $\frac{1}{2}x$ bể. B. $\frac{1}{x}$ bể. C. $\frac{1}{2x}$ bể. D. $2x$ bể.

Lời giải

Chọn A

Giả sử, mỗi ngày người thứ nhất làm được y bể, người thứ hai làm được x bể.

Vì mỗi ngày, người thứ nhất làm được gấp đôi phần công việc của người thứ hai nên $y = 2x$

Vậy mỗi ngày người thứ nhất làm được số phần bể là $2x$ bể.

Câu 5. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y . Nếu vòi I chảy riêng trong 3 giờ, vòi II chảy riêng trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Phương trình biểu thị số phần bể cả hai vòi chảy được trong một giờ là

- A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{24}{5}$. B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$. C. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (đơn vị: giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút $\left(= \frac{24}{5} h \right)$ bể đầy nên

$$\frac{5}{24}$$

Một giờ cả hai vòi chảy được $\frac{5}{24}$ bể

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$$

Ta có phương trình: (1)

Câu 6. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau $\frac{4}{3}$ giờ $\frac{48}{4}$ phút bể đầy. Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y. Nếu vòi I chảy riêng trong $\frac{3}{4}$ giờ, vòi II chảy riêng trong $\frac{3}{4}$ giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Phương trình biểu thị khi cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể là

A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{24}{5}$

B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$

C. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn C

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (đơn vị: giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

Nếu vòi I chảy riêng trong $\frac{4}{3}$ giờ, vòi II chảy riêng trong $\frac{3}{4}$ giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể nên

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$$

ta có pt:

Câu 7. [TH] Hai vòi ngược cùng chảy vào một bể không có nước thì sau $1,5$ giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong $0,25$ giờ rồi khóa lại và mở vòi 2 chảy trong $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu vòi 2 chảy riêng thì bao lâu đầy bể?

A. $2,5$ giờ.

B. 2 giờ.

C. 3 giờ.

D. 4 giờ.

Lời giải

Chọn A

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (đơn vị: giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

Hai vòi cùng chảy thì sau 1,5 h sẽ đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ (1)

Nếu mở vòi 1 chảy trong 0,25 h rồi khóa lại và mở vòi 2 chảy trong $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể nên ta có phương trình $\frac{0,25}{x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $x = 3,75; y = 2,5$

Vậy thời gian vòi 2 chảy một mình đầy bể là 2,5 h

Câu 8. [TH] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một nửa công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

- A.** 9 giờ. **B.** 18 giờ. **C.** 10 giờ. **D.** 12 giờ.

Lời giải

Chọn A

Gọi thời gian A, B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y

Mỗi ngày các bạn A, B làm lượt làm được $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

Do làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày nên ta có phương trình:

$$y - x = 9 \quad (2)$$

$$x = 9; y = 18$$

Từ (1) và (2) ta có:

Vậy B hoàn thành cả công việc trong 18 ngày.

Suy ra sau khi A làm một mình xong nửa công việc rồi nghỉ, B hoàn thành công việc còn lại trong 9 ngày.

Câu 9. [TH] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày. Hỏi nếu A làm riêng hết $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết

rằng nếu làm một mình xong công việc thì A làm nhanh hơn B là 12 ngày.

A. 16 ngày.

B. 18 ngày.

C. 10 ngày.

D. 12 ngày.

Lời giải

Chọn A

Gọi thời gian A, B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y

($y > x > 0; y > 12$, đơn vị: ngày)

Mỗi ngày các bạn A, B làm được $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$$

(1)

Do làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 12 ngày nên ta có phương trình:

$$y - x = 12$$

(2)

$$x = 12; y = 24$$

Từ (1) và (2) ta có :

Vậy B hoàn thành cả công việc trong 24 ngày

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

Suy ra sau khi A làm một mình xong $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ, B hoàn thành $\frac{2}{3}$ công việc còn lại
 $\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$
 trong ngày.

Câu 10. [VD] Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Trên thực tế xí nghiệp 1 vượt mức 12%, xí nghiệp 2 vượt mức 10%, do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 400 dụng cụ. Tính số dụng cụ xí nghiệp 2 phải làm theo kế hoạch.

- A.** 160 dụng cụ. **B.** 200 dụng cụ. **C.** 120 dụng cụ. **D.** 240 dụng cụ.

Lời giải

Chọn A

Gọi số dụng cụ cần làm của xí nghiệp 1 và xí nghiệp 2 lần lượt là x, y

($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 360$, dụng cụ)

Số dụng cụ xí nghiệp 1 và xí nghiệp 2 làm được khi vượt mức lần lượt là $112\%x$ và $110\%y$
 (dụng cụ)

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 112\%x + 110\%y = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases}$$

Vậy xí nghiệp 1 phải làm 200 dụng cụ, xí nghiệp 2 phải làm 160 dụng cụ.

Câu 11. [VD] Hai người cùng làm một công việc trong $7h12'$ thì xong công việc nếu người thứ 1 làm trong $4h$ người thứ hai làm trong $3h$ thì được 50% công việc. Gọi x, y (ngày) là thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc. Khi đó

- A.** $x = 20; y = 30$ **B.** $x = 18; y = 12$ **C.** $x = 11; y = 17$ **D.** $x = 12; y = 18$

Lời giải

Chọn D

Gọi thời gian người thứ 1 làm 1 mình xong công việc là x h đ/k $x > 0$ gọi thời gian người thứ 2 làm 1 mình xong công việc là y h đ/k $y > 0$

Trong 1 giờ cả 2 người làm được là $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$

Trong $4h$ người thứ 1 và trong $3h$ người thứ 2 làm được là $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2}$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$$

Câu 12. [VDC] Hai đội công nhân làm một đoạn đường. Đội 1 làm xong một nửa đoạn đường thì đội 2 đến làm tiếp nửa còn lại với thời gian dài hơn thời gian đội 1 đã làm là 30 ngày. Nếu hai đội cùng làm thì trong 72 ngày xong cả đoạn đường. Hỏi mỗi đội đã làm bao nhiêu ngày trên đoạn đường này? (biết rằng mỗi ngày khối lượng công việc mà đội 1 làm được là như nhau và mỗi ngày khối lượng công việc mà đội 2 làm được là như nhau).

A. 70 ngày, 10 ngày. **B.** 50 ngày, 80 ngày. **C.** 60 ngày, 90 ngày. **D.** 40 ngày, 70 ngày.

Lời giải

Chọn C

Gọi thời gian đội 1 làm xong nửa đoạn đường là x ngày ($x > 0$)

$\Rightarrow$ thời gian đội 2 làm xong nửa đoạn đường còn lại là $x + 30$ (ngày)

Mỗi ngày đội 1 làm được $\frac{1}{2x}$ (đoạn đường)

Mỗi ngày đội 2 làm được $\frac{1}{2(x+30)}$ (đoạn đường)

Mỗi ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{72}$ (đoạn đường)

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{2(x+30)} = \frac{1}{72}$$

Vậy ta có pt:

$$x = 60$$

Giải pt ta được (thỏa mãn)

Vậy đội 1 làm trong 60 ngày. Đội 2 làm trong $60 + 30 = 90$ ngày

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Hai người thợ Bắc và Ninh cùng làm chung một công việc theo dự định 6 ngày thì xong. Làm chung được 4 ngày thì Bắc bị ốm phải nghỉ, Ninh phải làm một mình trong 5 ngày nữa thì mới xong.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A.** Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần nhiều thời gian hơn Ninh 5 ngày.
- B.** Bắc cần 10 ngày để một mình hoàn thành công việc đó.
- C.** Ninh cần 9 ngày để một mình hoàn thành công việc đó.
- D.** Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần ít thời gian hơn Ninh 5 ngày

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

Gọi thời gian Bắc làm xong công việc là x ngày ($x > 0$)

Thời gian Ninh làm xong công việc là y ngày (ngày)

Mỗi ngày bạn Bắc làm được $\frac{1}{x}$ (cv)

Mỗi ngày bạn Ninh làm được $\frac{1}{y}$ (cv)

Mỗi ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{6}$ (cv)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

Vậy ta có pt: (1)

Làm chung được $\frac{4}{x}$ ngày thì Bắc bị ốm phải nghỉ, Ninh phải làm một mình trong $\frac{5}{y}$ ngày nữa thì mới xong cv nên ta có pt

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{y} = 1$$

(2)

$$x = 10; y = 15$$

Giải hệ pt (1) (2) ta được

Vậy Bắc làm trong 10 ngày, Ninh làm trong 15 ngày

Khi đó Bắc cần nhiều hơn Ninh 5 ngày là Sai nên A sai

Bắc cần $\frac{10}{1}$ ngày để một mình hoàn thành công việc đó là Đúng nên B đúng

Ninh cần $\frac{9}{1}$ ngày để một mình hoàn thành công việc đó nên C sai

Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần ít thời gian hơn Ninh $\frac{5}{1}$ ngày nên D đúng

$$\frac{12}{5}$$

Câu 2. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành xong công việc ít hơn người thứ hai là $\frac{2}{1}$ giờ. Biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm được khối lượng công việc là như nhau và mỗi giờ người thứ hai làm được khối lượng công việc là như nhau.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A.** Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 6 giờ
- B.** Người thứ nhất làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 2 giờ
- C.** Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 2 giờ
- D.** Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 4 giờ

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) Đ

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là $\frac{x}{1}$ (giờ), $\frac{x}{1} > 0$

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là $\frac{y}{1}$ (giờ)

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$x = 4; y = 6$$

Giải hệ ta được

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 4 giờ, người thứ hai làm một mình xong công việc trong 6 giờ

Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 6 giờ là sai nên A sai

Người thứ nhất làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 2 giờ là đúng vì $6 - 4 = 2$ nên B đúng

Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 2 giờ là Đúng nên C đúng

Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 4 giờ là đúng nên D đúng

Câu 3. Hai người làm chung một công việc thì sau 20 ngày sẽ hoàn thành. Nhưng sau khi làm chung được 10 ngày thì người thứ nhất đi làm việc khác, người thứ hai vẫn tiếp tục công việc đó và hoàn thành trong 15 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc?

A. Người thứ hai làm một mình xong công việc hết 60 ngày.

B. Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 30 ngày.

C. Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 30 ngày.

D. Người thứ hai làm một mình xong công việc ít nhất là 20 ngày.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

Gọi số ngày người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc là x (ngày)

Số ngày người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc là: y (ngày) ($x, y > 0$)

Một ngày người thứ nhất làm được số công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc)

$$\frac{1}{y}$$

Một ngày người thứ hai làm được số công việc là: (công việc)

20

Hai người làm chung một công việc thì sau ngày sẽ hoàn thành. Ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \quad (1)$$

$$10 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

Khi làm chung được 10 ngày số công việc làm được là: (công việc)

Người thứ hai vẫn tiếp tục công việc còn lại và hoàn thành trong 15 ngày

$$10 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{15}{y}$$

Ta có phương trình: (2)

$$x = 60; y = 30$$

Giải hệ pt (1) (2) ta được:

60

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong ngày. Người thứ hai làm một mình xong công việc trong ngày.

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy đầy một bể không có nước trong $3h45'$. Nếu chảy riêng rẽ, mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể ? biết rằng vòi chảy sau lâu hơn vòi trước $4h$.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 10 tiếng.
- B.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết ít hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng.
- C.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết nhiều hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng.
- D.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 6 tiếng.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

x, y

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là (đơn vị: giờ)

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Mỗi giờ vòi I chảy được bể, vòi II chảy được bể nên cả hai vòi chảy được bể

$$3h45' = \frac{15}{4}h$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15}$$

Hai vòi cùng chảy thì sau sẽ đầy bể nên ta có phương trình: (1)

Mặt khác ta biết nếu chảy một mình thì vòi sau chảy lâu hơn vòi trước 4 giờ tức là $y - x = 4$ (2)

$$x = 6; y = 10$$

Từ (1) và (2) ta có: (Thỏa mãn)

Vậy thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là $\frac{6}{1}$ h. Thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là $\frac{10}{1}$ h.

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 10 tiếng là sai nên A sai

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết ít hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng là đúng nên B đúng

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết nhiều hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng là sai nên C sai

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 6 tiếng là đúng nên D đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Hai người làm chung một công việc thì sau 15 giờ sẽ xong. Hỏi cả hai người làm trong một giờ thì được bao nhiêu phần công việc?

Bài giải

Vì hai người làm chung một công việc thì sau 15 giờ sẽ xong nên một giờ cả 2 người làm được $\frac{1}{15}$ công việc.

Câu 2. [NB] Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ xong công việc đó.

Bài giải

Gọi thời gian tổ thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ) ($x > 12$)

Thời gian tổ thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ) ($y > 12$)

$$\frac{1}{x}$$

Trong 1 giờ: Tổ I làm được (công việc)

$$\frac{1}{y}$$

Tổ II làm được (công việc)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Hai tổ làm được (công việc)

6

Do hai tổ cùng làm chung một công việc trong giờ thì xong nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

Vậy pt cần tìm là

Câu 3. [TH] Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc. Gọi thời gian làm riêng xong công việc của công nhân 1 và công nhân 2 lần lượt là x, y (giờ). Hỏi phương trình biểu thị phần công việc mà người thứ nhất làm trong 9h, rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc là gì?

Bài giải

Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x và y (ngày) ($x, y > 0$)

$$\frac{1}{x}$$

Trong 1 ngày: Người thứ nhất làm được (công việc)

$$\frac{1}{y}$$

Người thứ hai làm được (công việc)

9

Do người thứ nhất làm một mình trong ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{9}{x} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \quad \text{hay} \quad \frac{10}{x} + \frac{1}{y} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{10}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

Vậy pt cần tìm là

Câu 4. [TH] Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc đã định trong 12 ngày thì xong. Họ làm chung với nhau được 8 ngày thì đội 1 bị điều đi làm việc khác. Đội 2 vẫn tiếp tục làm. Do cải tiến kĩ thuật nên năng suất tăng gấp đôi. Vì vậy đội 2 đã hoàn thành trong 3,5 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình trong bao lâu thì xong công việc với năng suất bình thường.

Lời giải

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Trong 8 ngày hai đội làm được (công việc),

Câu 5. [VD] Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm công việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu lâu?

Lời giải

Gọi thời gian tổ thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ) ($x > 6$)

Thời gian tổ thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ) ($y > 6$)

Trong 1 giờ: Tổ I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Tổ II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Hai tổ làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Do hai tổ cùng làm chung một công việc trong 6 giờ thì xong nên ta có phương trình:

$$\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \quad (1)$$

Thực tế để hoàn thành công việc này thì tổ hai làm trong 2 giờ và tổ một làm trong 10 + 2 = 12

$$\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$$

giờ. Khi đó ta có phương trình:

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình ta được $x = 15$ và $y = 10$ (tmdk).

Vậy nếu làm riêng công việc thì tổ một hoàn thành công việc trong 15 giờ và tổ hai hoàn thành công việc trong 10 giờ.

Câu 6. [VDC] Hai người cùng làm chung một công việc hết 15 ngày. Năng suất trong 1 ngày của người thứ 2 bằng $\frac{2}{3}$ năng suất của người thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao lâu mới làm xong công việc.

Lời giải

Gọi thời gian làm việc một mình của người thứ nhất và người thứ hai lần lượt là x , y (ngày)

Điều kiện: $x, y > 0$,

Trong một ngày, người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Do năng suất trong một ngày của người thứ hai bằng $\frac{2}{3}$ năng suất của người thứ nhất nên ta có

phương trình: $\frac{1}{y} = \frac{2}{3x}$ (1)

Do hai người cùng làm chung trong 15 ngày thì xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{2}{3x} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$x = 25 \quad y = 37,5$$

Giải hệ phương trình ta được và (tmdk).

25

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong ngày, người thứ hai làm một mình 37,5 xong công việc trong ngày.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Khi giải một bài toán làm chung làm riêng công việc ta cần chú ý đến một số đại lượng sau:

- Có ba đại lượng tham gia bài toán là:

+ Toàn bộ công việc.

+ Phần công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

+ Thời gian hoàn thành một phần công việc hoặc toàn bộ công việc.

- Nếu một đội (một người,...) làm xong công việc trong x ngày thì mỗi ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), làm a ngày thì được $\frac{a}{x}$ (công việc).

- Ta thường coi toàn bộ công việc là 1

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được bể nước. Hỏi nếu mở riêng mỗi vòi thì thời gian chảy đầy bể là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng để đầy bể là x (giờ, $x > 5$)

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy riêng để đầy bể là y (giờ, $y > 5$)

Một giờ vòi thứ nhất chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{x}$ (bể nước)

Một giờ vòi thứ hai chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{y}$ (bể nước)

Một giờ cả hai chảy vòi chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể nước)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy $\frac{1}{4}$

trong 1 giờ thì ta được bể nước nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\frac{1}{x} = a \quad \frac{1}{y} = b$$

Đặt: ;

Từ đó ta có hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{5} \\ 2a + b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\ a + b = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{20} \\ b = \frac{3}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} = \frac{3}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{20}{3} \text{ (TMD } K) \end{cases}$$

Quay về hệ cũ ta có:

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là $\frac{20}{6}$ giờ; vòi thứ 2 chảy một mình đầy bể là $\frac{40}{4}$ giờ hay 10 giờ phút.

Ví dụ 2 [TH]: Hai tổ công nhân làm chung trong 12 giờ sẽ hoàn thành một công việc đã định. Họ làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác, tổ thứ hai làm một mình phần việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai nếu làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Lời giải:

Gọi thời gian tổ hai làm một mình xong công việc là x , ($x > 12$ giờ;)

Trong $\frac{1}{x}$ giờ tổ hai làm được (KLCV)

Sau 4 giờ 2 tổ làm được $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (KLCV)

Phần việc tổ hai làm một mình là: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (KLCV)

Tổ hai làm $\frac{2}{3}$ công việc hết 10 giờ nên ta có phương trình:

$$10. \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15$$

(TMĐK)

15

Vậy tổ hai làm một mình xong công việc hết giờ.

Ví dụ 3 [TH]: Hai đội công nhân cùng làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 12 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 7 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó?

Lời giải:

 $x \quad x > 12$

Gọi thời gian đội một làm một mình xong công việc là (ngày,)

$$\frac{1}{x}$$

Một ngày đội một làm được công việc

 $y \quad y > x > 12$

Gọi thời gian đội hai làm một mình xong công việc là (ngày)

$$\frac{1}{y}$$

Một ngày đội hai làm được công việc

12

Vì hai đội làm chung thì hoàn thành sau ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$$

Vì nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 7 ngày

$$y = x + 7 \quad (2)$$

nên ta có phương trình:

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12(x + y) = xy \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12(2x + 7) = x(x + 7) \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 17x - 84 = 0 \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 21, x_2 = -4 \\ y = x + 7 \end{cases}$$

Đối chiếu ĐK của $x = x_1$, $x = 21$ thỏa mãn điều kiện nên $y = 28$,

Vậy thời gian đội một, đội hai làm một mình xong công việc lần lượt là: 21 ngày, 28 ngày.

Ví dụ 4 [VD]: Hai lớp 9A và 9B cùng tham gia lao động vệ sinh sân trường thì công việc được hoàn thành sau $1h20'$. Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì phải mất bao nhiêu thời gian?

Lời giải:

$\frac{4}{3}$
1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ.

Gọi thời gian lớp 9A và lớp 9B làm một mình xong công việc lần lượt là x và y (giờ) ($x, y > \frac{4}{3}$)

Trong 1 giờ: Lớp 9A làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

$$\frac{1}{y}$$

Lớp 9B làm được (công việc)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Hai lớp làm được (công việc)

$$\frac{4}{3}$$

Do hai tổ cùng làm chung một công việc trong giờ thì xong nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}x$$

Thời gian lớp 9A làm một nửa công việc là: (giờ)

$$\frac{1}{2}y$$

Thời gian lớp 9B làm một nửa công việc là: (giờ)

Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 3 \quad (2)$$

$$x = 2; y = 4 \quad \text{hoặc} \quad x = 4; y = 2$$

Giải hệ phương trình ta được hoặc (tmdk).

Vậy lớp 9A làm một mình trong 2 giờ, lớp 9B làm một mình trong 4 giờ thì xong công việc.

Hoặc lớp 9A làm một mình trong 4 giờ, lớp 9B làm một mình trong 2 giờ thì xong công việc.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể.

Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

HD

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ). (Điều kiện: $x, y > 5$)

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Trong 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5}$ bể.

Vì hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nên ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

Giải hệ phương trình trên ta được $x = 7,5; y = 15$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ; thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 15 giờ.

Bài 2. [TH] Hai vòi cùng chảy đầy một bể không có nước trong 3 giờ 45 phút. Nếu chảy riêng rẽ, mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể? Biết rằng nếu chảy riêng rẽ thì vòi thứ hai chảy lâu hơn vòi thứ nhất là 4 giờ.

Lời giải

Đổi 3 giờ 45 phút = $\frac{15}{4}$ giờ

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (x tính bằng giờ, $x > \frac{15}{4}$).

thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (y tính bằng giờ, $y > \frac{15}{4}$).

Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Suy ra một giờ hai vòi cùng chảy được: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ bể.

Hai vòi cùng chảy đầy bể trong 3 giờ 45 phút nên một giờ hai vòi chảy được:

$$1 : \frac{15}{4} = \frac{4}{15} \text{ (bể)}.$$

Mà nếu chảy riêng lẻ thì vòi thứ hai chảy lâu hơn vòi thứ nhất là 4 giờ nên $y - x = 4$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15} \\ y - x = 4 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có: $x = 6, y = 10$ thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Vậy nếu chảy riêng rẽ thì vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy đầy bể trong 10 giờ.

Bài 3. [VD] : Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 5 giờ 50 phút thì đầy. Nếu hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại thì vòi thứ hai chảy trong 2 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì sẽ đầy bể?

HD

Đổi 5 giờ 50 phút = $\frac{35}{6}$ giờ.

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (x tính bằng giờ, $x > \frac{35}{6}$).

thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (y tính bằng giờ, $y > \frac{35}{6}$).

Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Suy ra một giờ hai vòi cùng chảy được: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ bể.

Hai vòi cùng chảy đầy bể trong 5 giờ 50 phút nên một giờ hai vòi chảy được:

$$1: \frac{35}{6} = \frac{6}{35} \text{ (bể)}.$$

Vì hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại thì vòi thứ hai chảy trong 2 giờ nữa mới

đầy bể nên ta có $5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{2}{y} = 1$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35} \\ 5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có: $x = 10, y = 14$ thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 10 giờ thì đầy bể, vòi thứ hai chảy một mình trong 14 giờ thì đầy bể.

2. Dạng 2: Bài toán công việc làm chung làm riêng

Phương pháp giải: Khi giải một bài toán làm chung làm riêng công việc ta cần chú ý đến một số đại lượng sau:

- Có ba đại lượng tham gia bài toán là:

+ Toàn bộ công việc.

+ Phần công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

+ Thời gian hoàn thành một phần công việc hoặc toàn bộ công việc.

- Nếu một đội (một người,...) làm xong công việc trong x ngày thì mỗi ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), làm a ngày thì được $\frac{a}{x}$ (công việc).
- Ta thường coi toàn bộ công việc là 1.

B. BÀI TẬP

DẠNG 2: DẠNG TOÁN CÔNG VIỆC, LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, cả hai đội làm được số phần công việc là

- A. $\frac{1}{2}$ công việc. B. $\frac{1}{12}$ công việc. C. $\frac{1}{24}$ công việc. D. 24 công việc.

Lời giải

Chọn C

Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, cả hai đội làm được số phần công việc là $\frac{1}{24}$ công việc.

Câu 2. [NB] Hai người công nhân cùng xây một bức tường trong 12 ngày thì xong. Biết năng suất lao động của hai người như nhau. Mỗi ngày, mỗi người làm được số phần bức tường là

- A. $\frac{1}{2}$ bức tường B. $\frac{1}{12}$ bức tường C. $\frac{1}{24}$ bức tường D. 24 bức tường

Lời giải

Chọn C

Hai người công nhân cùng xây một bức tường trong 12 ngày thì xong. Thì mỗi ngày cả hai người làm được $\frac{1}{12}$ bức tường.

Vì năng suất lao động của hai người như nhau nên mỗi ngày, mỗi người làm được số phần công việc là $\frac{1}{12} : 2 = \frac{1}{24}$ bức tường.

Câu 3. [NB] Hai đội công nhân cùng làm một công việc trong 20 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội A làm gấp rưỡi đội B. Nếu mỗi ngày, đội A làm được x công việc thì mỗi ngày đội B làm được số phần công việc là

- A. $\frac{3}{2}x$ công việc. B. $\frac{2}{3}x$ công việc. C. $\frac{1}{x}$ công việc. D. $\frac{1}{20}$ công việc.

Lời giải

Chọn B

Mỗi ngày, đội A làm được x công việc

Giả sử, mỗi ngày đội B làm được y công việc

Vì mỗi ngày, phần việc đội A làm gấp rưỡi đội B nên $x = \frac{3}{2}y$. Suy ra: $y = \frac{2}{3}x$

Vậy mỗi ngày đội B làm được số phần công việc là $\frac{2}{3}x$ công việc.

Câu 4. [NB] Hai người thợ xây cùng xây chung một cái bể. Mỗi ngày, người thứ nhất làm được gấp đôi phần công việc của người thứ hai. Nếu mỗi ngày, người thứ hai làm được x bể thì mỗi ngày người thứ nhất làm được số phần bể là

- A. $\frac{1}{2}x$ bể. B. $\frac{1}{x}$ bể. C. $\frac{1}{2x}$ bể. D. $2x$ bể.

Lời giải

Chọn D

Giả sử, mỗi ngày người thứ nhất làm được y (bể), người thứ hai làm được x (bể).

$$y = 2x$$

Vì mỗi ngày, người thứ nhất làm được gấp đôi phần công việc của người thứ hai nên

Vậy mỗi ngày người thứ nhất làm được số phần bể là $2x$ bể.

Câu 5. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy riêng đầy bể lần lượt là x , y . Nếu vòi I chảy riêng trong 4 giờ, vòi II chảy riêng trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Phương trình biểu thị số phần bể cả hai vòi chảy được trong một giờ là

- A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{24}{5}$. B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$. C. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút $\left(= \frac{24}{5} h \right)$ bể đầy nên

Một giờ cả hai vòi chảy được $\frac{5}{24}$ bể

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$$

Ta có phương trình: (1)

Câu 6. [TH] Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau $4\frac{48}{4}$ giờ phút bể đầy. Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy riêng đầy bể lần lượt là x, y. Nếu vòi I chảy riêng trong $\frac{3}{4}$ giờ, vòi II chảy riêng trong $\frac{3}{4}$ giờ thì cả hai vòi chảy được bể. Phương trình biểu thị khi cả hai vòi chảy được bể là

A. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{24}{5}$

B. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$

C. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn C

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

Nếu vòi I chảy riêng trong $\frac{4}{3}$ giờ, vòi II chảy riêng trong $\frac{3}{4}$ giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể nên

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$$

ta có pt:

Câu 7. [TH] Hai vòi ngược cùng chảy vào một bể không có nước thì sau $1\frac{5}{3}$ giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong $0\frac{25}{3}$ giờ rồi khóa lại và mở vòi 2 chảy trong $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu vòi 2 chảy riêng thì bao lâu đầy bể?

A. $2\frac{5}{3}$ giờ.

B. 2 giờ.

C. 3 giờ.

D. 4 giờ.

Lời giải

Chọn A

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$$

Hai vòi cùng chảy thì sau 1,5 h sẽ đầy bể nên ta có phương trình: (1)

Nếu mở vòi 1 chảy trong 0,25 h rồi khóa lại và mở vòi 2 chảy trong $\frac{1}{3}$ giờ thì được $\frac{1}{5}$ bể nên ta có phương trình (2)

$$\frac{0,25}{x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5}$$

$$x = 3,75; y = 2,5$$

Từ (1) và (2) ta có:

Vậy thời gian vòi 2 chảy một mình đầy bể là 2,5 h

Câu 8. [TH] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một nửa công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

- A.** 9 giờ. **B.** 18 giờ. **C.** 10 giờ. **D.** 12 giờ.

Lời giải

Chọn A

Gọi thời gian A, B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày)

ĐK: $x, y > 6$

$$\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$$

Mỗi ngày các bạn A, B làm lượt làm được (công việc)

Vì hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

Do làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày nên ta có phương trình:

$$y - x = 9 \quad (2)$$

$$x = 9; y = 18$$

Từ (1) và (2) ta có:

Vậy B hoàn thành cả công việc trong 18 ngày.

Suy ra sau khi A làm một mình xong nửa công việc rồi nghỉ, B hoàn thành công việc còn lại trong 9 ngày.

Câu 9. [TH] Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày. Hỏi nếu A làm riêng hết $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết

rằng nếu làm một mình xong công việc thì A làm nhanh hơn B là 12 ngày.

A. 16 ngày.

B. 18 ngày.

C. 10 ngày.

D. 12 ngày.

Lời giải

Chọn A

Gọi thời gian A, B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày)

$$y > x > 0; y > 12$$

ĐK:

$$\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$$

Mỗi ngày các bạn A, B lần lượt làm được (công việc)

Vì hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 8 ngày nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \quad (1)$$

Do làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 12 ngày nên ta có phương trình:
 $y - x = 12 \quad (2)$

$$x = 12; y = 24$$

Từ (1) và (2) ta có:

Vậy B hoàn thành cả công việc trong 24 ngày

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

Suy ra sau khi A làm một mình xong $\frac{1}{3}$ công việc rồi nghỉ, B hoàn thành $\frac{2}{3}$ công việc còn lại $\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ trong ngày.

Câu 10. [VD] Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Trên thực tế xí nghiệp 1 vượt mức 12%, xí nghiệp 2 vượt mức 10%, do đó cả hai xí nghiệp làm tổng cộng 400 dụng cụ. Tính số dụng cụ xí nghiệp 2 phải làm theo kế hoạch.

- A.** 160 dụng cụ. **B.** 200 dụng cụ. **C.** 120 dụng cụ. **D.** 240 dụng cụ.

Lời giải

Chọn A

Gọi số dụng cụ cần làm của xí nghiệp 1 và xí nghiệp 2 lần lượt là x, y (dụng cụ)

ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 360$

Số dụng cụ xí nghiệp 1 và xí nghiệp 2 làm được khi vượt mức lần lượt là $112\%x$ và $110\%y$ (dụng cụ)

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 112\%x + 110\%y = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases}$$

Vậy xí nghiệp 1 phải làm 200 dụng cụ, xí nghiệp 2 phải làm 160 dụng cụ.

Câu 11. [VD] Hai người cùng làm một công việc trong $7h12'$ thì xong công việc nếu người thứ 1 làm trong $4h$ người thứ hai làm trong $3h$ thì được 50% công việc. Gọi x, y (ngày) là thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc. Khi đó

- A.** $x = 20; y = 30$. **B.** $x = 18; y = 12$. **C.** $x = 11; y = 17$. **D.** $x = 12; y = 18$.

Lời giải

Chọn D

Gọi thời gian người thứ 1 làm 1 mình xong công việc là x (h)

gọi thời gian người thứ 2 làm 1 mình xong công việc là y (h)

ĐK: $x, y > 0$

Trong 1 giờ cả 2 người làm được là $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$

Trong $4h$ người thứ 1 và trong $3h$ người thứ 2 làm được là $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2}$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases} \quad (TM)$$

Vậy thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc là 12h và 18h

Suy ra: $x = 12; y = 18$.

Câu 12. [VDC] Hai đội công nhân làm một đoạn đường. Đội 1 làm xong một nửa đoạn đường thì đội 2 đến làm tiếp nửa còn lại với thời gian dài hơn thời gian đội 1 đã làm là 30 ngày. Nếu hai đội cùng làm thì trong 72 ngày xong cả đoạn đường. Hỏi mỗi đội đã làm bao nhiêu ngày trên đoạn đường này? (biết rằng mỗi ngày khối lượng công việc mà đội 1 làm được là như nhau và mỗi ngày khối lượng công việc mà đội 2 làm được là như nhau).

A. 70 ngày, 10 ngày. **B.** 50 ngày, 80 ngày. **C.** 60 ngày, 90 ngày. **D.** 40 ngày, 70 ngày.

Lời giải

Chọn C

Gọi thời gian đội 1 làm xong nửa đoạn đường là x (ngày)

ĐK: $x > 0$.

$\Rightarrow$ thời gian đội 2 làm xong nửa đoạn đường còn lại là $x + 30$ (ngày)

$$\frac{1}{2x}$$

Mỗi ngày đội 1 làm được (đoạn đường)

$$\frac{1}{2(x+30)}$$

Mỗi ngày đội 1 làm được (đoạn đường)

$$\frac{1}{72}$$

Mỗi ngày cả hai đội làm được (đoạn đường)

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{2(x+30)} = \frac{1}{72}$$

Vậy ta có pt:

$$x = 60$$

Giải pt ta được (thỏa mãn)

$$60$$

$$60 + 30 = 90$$

Vậy đội 1 làm trong ngày. Đội 2 làm trong ngày

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Hai người thợ Bắc và Ninh cùng làm chung một công việc theo dự định 6 ngày thì xong. Làm chung được 4 ngày thì Bắc bị ốm phải nghỉ, Ninh phải làm một mình trong 5 ngày nữa thì mới xong.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

A. Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần nhiều thời gian hơn Ninh 5 ngày.

B. Bắc cần 10 ngày để một mình hoàn thành công việc đó.

C. Ninh cần 9 ngày để một mình hoàn thành công việc đó.

D. Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần ít thời gian hơn Ninh 5 ngày

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

Gọi thời gian Bắc làm xong công việc là x (ngày)

Thời gian Ninh làm xong công việc là y (ngày)

$$x, y > 0$$

ĐK:

Mỗi ngày bạn Bắc làm được $\frac{1}{x}$ (cv)

Mỗi ngày bạn Ninh làm được $\frac{1}{y}$ (cv)

Mỗi ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{6}$ (cv)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

Vậy ta có pt: (1)

Làm chung được 4 ngày thì Bắc bị ốm phải nghỉ, Ninh phải làm một mình trong 5 ngày nữa thì mới xong cv nên ta có pt

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{y} = 1$$

(2)

$$x = 10; y = 15$$

Giải hệ pt (1) (2) ta được

Vậy Bắc làm trong 10 ngày, Ninh làm trong 15 ngày

Khi đó Bắc cần nhiều hơn Ninh 5 ngày là Sai nên A sai

Bắc cần 10 ngày để một mình hoàn thành công việc đó là Đúng nên B đúng

Ninh cần 9 ngày để một mình hoàn thành công việc đó nên C sai

Nếu làm một mình xong công việc đó thì Bắc cần ít thời gian hơn Ninh 5 ngày nên D đúng

$$\frac{12}{5}$$

Câu 2. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành xong công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm được khối lượng công việc là như nhau và mỗi giờ người thứ hai làm được khối lượng công việc là như nhau.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

A. Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 6 giờ

- B.** Người thứ nhất làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 2 giờ
- C.** Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 2 giờ
- D.** Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 4 giờ

Lời giải**a) S****b) Đ****c) Đ****d) Đ**

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ), $x > 0$

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ)

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$x = 4; y = 6$$

Giải hệ ta được

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 4 giờ, người thứ hai làm một mình xong công việc trong 6 giờ

Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 6 giờ là sai nên A sai

Người thứ nhất làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 2 giờ là đúng vì $6 - 4 = 2$ nên B đúng

Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 2 giờ là Đúng nên C đúng

Người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 4 giờ là đúng nên D đúng

Câu 3. Hai người làm chung một công việc thì sau 20 ngày sẽ hoàn thành. Nhưng sau khi làm chung được 10 ngày thì người thứ nhất đi làm việc khác, người thứ hai vẫn tiếp tục công việc đó và hoàn thành trong 15 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc?

- A.** Người thứ hai làm một mình xong công việc hết 60 ngày.
- B.** Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn ít thời gian hơn người thứ hai 30 ngày.
- C.** Người thứ hai làm một mình xong công việc tốn nhiều thời gian hơn người thứ hai 30 ngày.
- D.** Người thứ hai làm một mình xong công việc ít nhất là 20 ngày.

Lời giải**a) Đ****b) S****c) Đ****d) S**

Gọi số ngày người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc là x (ngày)

Số ngày người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc là: y (ngày) ($x, y > 0$)

Một ngày người thứ nhất làm được số công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Một ngày người thứ hai làm được số công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc)

Hai người làm chung một công việc thì sau 20 ngày sẽ hoàn thành. Ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \quad (1)$$

Khi làm chung được 10 ngày số công việc làm được là: $10\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc)

Người thứ hai vẫn tiếp tục công việc còn lại và hoàn thành trong 15 ngày

$$10\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{15}{y} = 1$$

Ta có phương trình: (2)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ 10\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

Từ (1) (2) ta có hệ pt:

$$x = 60; y = 30$$

Giải hệ pt (1) (2) ta được:

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 60 ngày. Người thứ hai làm một mình xong công việc trong 30 ngày.

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy đầy một bể không có nước trong $3h45'$. Nếu chảy riêng rẽ, mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể? biết rằng vòi chảy sau lâu hơn vòi trước $4h$.

Các khẳng định sau Đúng hay Sai

- A.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 10 tiếng.
- B.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết ít hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng.
- C.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết nhiều hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng.
- D.** Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 6 tiếng.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x, y (giờ)

Mỗi giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ bể nên cả hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ bể

$$3h45' = \frac{15}{4}h$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15}$$

Hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{15}{4}$ giờ sẽ đầy bể nên ta có phương trình: (1)

Mặt khác ta biết nếu chảy một mình thì vòi sau chảy lâu hơn vòi trước 4 giờ tức là $y - x = 4$ (2)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15} \\ y - x = 4 \end{cases}$$

Từ (1) (2) ta có hệ pt:

$$x = 6; y = 10$$

Giải hệ pt ta có: (Thỏa mãn)

Vậy thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là 6 h. Thời gian vòi 2 chảy một mình đầy bể là 10 h.

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 10 tiếng là sai nên A sai

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết ít hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng là đúng nên B đúng

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết nhiều hơn vòi thứ hai chảy một mình đầy bể 4 tiếng là sai nên C sai

Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể hết 6 tiếng là đúng nên D đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Hai người làm chung một công việc thì sau 15 giờ sẽ xong. Hỏi cả hai người làm trong một giờ thì được bao nhiêu phần công việc?

Bài giải

Vì hai người làm chung một công việc thì sau 15 giờ sẽ xong nên một giờ cả 2 người làm được $\frac{1}{15}$ công việc.

Câu 2. [NB] Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ xong công việc đó.

Bài giải

Gọi thời gian tổ thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ)

Thời gian tổ thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ)

$$x, y > 12$$

ĐK:

Trong 1 giờ: Tổ I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Tổ II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Hai tổ làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Do hai tổ cùng làm chung một công việc trong 6 giờ thì xong nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

Vậy pt cần tìm là $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$

Câu 3. [TH] Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc. Gọi thời gian làm riêng xong công việc của công nhân 1 và công nhân 2 lần lượt là x, y (giờ). Hỏi phương trình biểu thị phần công việc mà người thứ nhất làm trong $9h$, rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc là gì?

Bài giải

Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x và y
 $x, y > 0$
 (ngày) ()

$$\frac{1}{x}$$

Trong 1 ngày: Người thứ nhất làm được (công việc)

$$\frac{1}{y}$$

Người thứ hai làm được (công việc)

Do người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{9}{x} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \quad \frac{10}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

hay (2)

$$\frac{10}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

Vậy pt cần tìm là

Câu 4. [TH] Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc đã định trong 12 ngày thì xong. Họ làm chung với nhau được 8 ngày thì đội 1 bị điều đi làm việc khác. Đội 2 vẫn tiếp tục làm. Do cải tiến kĩ thuật nên năng suất tăng gấp đôi. Vì vậy đội 2 đã hoàn thành trong 3,5 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình trong bao lâu thì xong công việc với năng suất bình thường.

Lời giải

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Trong 8 ngày hai đội làm được (công việc),

Câu 5. [VD] Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm công việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu lâu?

Lời giải

Gọi thời gian tổ thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ) ($x > 6$)

Thời gian tổ thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ) ($y > 6$)

$$\frac{1}{x}$$

Trong 1 giờ: Tổ I làm được (công việc)

$$\frac{1}{y}$$

Tổ II làm được (công việc)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

Hai tổ làm được (công việc)

6

Do hai tổ cùng làm chung một công việc trong giờ thì xong nên ta có phương trình:

$$\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \quad (1)$$

2

$$10 + 2 = 12$$

Thực tế để hoàn thành công việc này thì tổ hai làm trong giờ và tổ một làm trong

$$\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$$

giờ. Khi đó ta có phương trình:

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$x = 15 \quad y = 10$$

Giải hệ phương trình ta được và (tmdk).

15

Vậy nếu làm riêng công việc thì tổ một hoàn thành công việc trong giờ và tổ hai hoàn thành

10

công việc trong giờ.

Câu 6. [VDC] Hai người cùng làm chung một công việc hết 15 ngày. Năng suất trong 1 ngày của

$\frac{2}{3}$

người thứ 2 bằng năng suất của người thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao lâu mới làm xong công việc.

Lời giải

$x \quad y$

Gọi thời gian làm việc một mình của người thứ nhất và người thứ hai lần lượt là , (ngày)

$$x \quad y > 0$$

Điều kiện: ,

$$\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{y}$$

Trong một ngày, người thứ nhất làm được (công việc), người thứ hai làm được (công việc)

$$\frac{2}{3}$$

Do năng suất trong một ngày của người thứ hai bằng năng suất của người thứ nhất nên ta có

$$\frac{1}{y} = \frac{2}{3x}$$

phương trình: (1)

Do hai người cùng làm chung trong 15 ngày thì xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{2}{3x} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$x = 25 \quad y = 37,5$$

Giải hệ phương trình ta được và (tmdk).

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 25 ngày, người thứ hai làm một mình 37,5 xong công việc trong ngày.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: Khi giải một bài toán làm chung làm riêng công việc ta cần chú ý đến một số đại lượng sau:

- Có ba đại lượng tham gia bài toán là:

+ Toàn bộ công việc.

+ Phần công việc làm được trong một đơn vị thời gian.

+ Thời gian hoàn thành một phần công việc hoặc toàn bộ công việc.

- Nếu một đội (một người,...) làm xong công việc trong x ngày thì mỗi ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), làm a ngày thì được $\frac{a}{x}$ (công việc).
- Ta thường coi toàn bộ công việc là 1

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được bể nước. Hỏi nếu mở riêng mỗi vòi thì thời gian chảy đầy bể là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng để đầy bể là x (giờ) $x > 5$

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy riêng để đầy bể là y (giờ) $y > 5$

ĐK: $x > 5$; $y > 5$

Một giờ vòi thứ nhất chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{x}$ (bể nước)

Một giờ vòi thứ hai chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{y}$ (bể nước)

Một giờ cả hai chảy vòi chảy được số phần bể nước là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể nước)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1

$$\frac{1}{4}$$

giờ thì ta được bể nước nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\frac{1}{x} = a \quad \frac{1}{y} = b$$

Đặt: ;

Từ đó ta có hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{5} \\ 2a + b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\ a + b = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{20} \\ b = \frac{3}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} = \frac{3}{20} \end{cases}$$

Quay về hệ cũ ta có:

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{20}{3} \end{cases}$$

(TMĐK)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là $\frac{6}{40}$ giờ; vòi thứ 2 chảy một mình đầy bể là $\frac{1}{10}$ giờ hay 6 phút.

12

Ví dụ 2 [TH]: Hai tổ công nhân làm chung trong 12 giờ sẽ hoàn thành một công việc đã định.

Họ làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác, tổ thứ hai làm một mình phần việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai nếu làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Lời giải:

Gọi thời gian tổ hai làm một mình xong công việc là x (giờ) ĐK: $x > 12$

Trong $\frac{1}{x}$ giờ tổ hai làm được $\frac{1}{x}$ (KLCV)

Sau 4 giờ 2 tổ làm được $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (KLCV)

Phần việc tổ hai làm một mình là: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (KLCV)

Tổ hai làm $\frac{2}{3}$ công việc hết 10 giờ nên ta có phương trình:

$$10 \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15$$

(TMĐK)

15

Vậy tổ hai làm một mình xong công việc hết 15 giờ.

Ví dụ 3 [TH]: Hai đội công nhân cùng làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 12 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 7 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó?

Lời giải:

Gọi thời gian đội một làm một mình xong công việc là x (ngày)

Gọi thời gian đội hai làm một mình xong công việc là y (ngày)

$$x > 12 \quad y > x > 12$$

ĐK: ;

$$\frac{1}{x}$$

Một ngày đội một làm được công việc

$$\frac{1}{y}$$

Một ngày đội hai làm được công việc

$$12$$

Vì hai đội làm chung thì hoàn thành sau ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$$

Vì nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 7 ngày nên ta

$$y = x + 7 \quad (2)$$

có phương trình:

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12(x + y) = xy \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12(2x + 7) = x(x + 7) \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 17x - 84 = 0 \\ y = x + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 21, x_2 = -4 \\ y = x + 7 \end{cases}$$

Đổi chiếu ĐK của $x = x_1$, thỏa mãn điều kiện nên $x = 21, y = 28$,

Vậy thời gian đội một, đội hai làm một mình xong công việc lần lượt là: 21 ngày, 28 ngày.

Ví dụ 4 [VD]: Hai lớp 9A và 9B cùng tham gia lao động vệ sinh sân trường thì công việc được hoàn thành sau $1h20'$. Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì phải mất bao nhiêu thời gian?

Lời giải:

$1 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = \frac{4}{3} \text{ giờ.}$

Gọi thời gian lớp 9A và lớp 9B làm một mình xong công việc lần lượt là x và y (giờ) ($x, y > \frac{4}{3}$)

Trong 1 giờ: Lớp 9A làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Lớp 9B làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Hai lớp làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Do hai tổ cùng làm chung một công việc trong $\frac{4}{3}$ giờ thì xong nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3} \quad (1)$$

Thời gian lớp 9A làm một nửa công việc là: $\frac{1}{2}x$ (giờ)

Thời gian lớp 9B làm một nửa công việc là: $\frac{1}{2}y$ (giờ)

Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 3 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 2; y = 4$ hoặc $x = 4; y = 2$ (tmdk).

Vậy lớp 9A làm một mình trong 2 giờ, lớp 9B làm một mình trong 4 giờ thì xong công việc.

Hoặc lớp 9A làm một mình trong 4 giờ, lớp 9B làm một mình trong 2 giờ thì xong công việc.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể.

Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

HD

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ). (Điều kiện: $x, y > 5$)

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể; vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể

Trong 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5}$ bể.

Vì hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (1)$$

Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ 2 chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nên ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$x = 7,5; y = 15$$

Giải hệ phương trình trên ta được (thỏa mãn điều kiện)

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ; thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 15 giờ.

Bài 2. [TH] Hai vòi cùng chảy đầy một bể không có nước trong 3 giờ 45 phút. Nếu chảy riêng rẽ, mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể? Biết rằng nếu chảy riêng rẽ thì vòi thứ hai chảy lâu hơn vòi thứ nhất là 4 giờ.

Lời giải

Đổi 3 giờ 45 phút = $\frac{15}{4}$ giờ

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (x tính bằng giờ, $x > \frac{15}{4}$).

thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (y tính bằng giờ, $y > \frac{15}{4}$).

Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Suy ra một giờ hai vòi cùng chảy được: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ bể.

Hai vòi cùng chảy đầy bể trong 3 giờ 45 phút nên một giờ hai vòi chảy được:

$$1: \frac{15}{4} = \frac{4}{15} \text{ (bể)}.$$

Mà nếu chảy riêng lẻ thì vòi thứ hai chảy lâu hơn vòi thứ nhất là 4 giờ nên $y - x = 4$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15} \\ y - x = 4 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có: $x = 6, y = 10$ thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Vậy nếu chảy riêng rẽ thì vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy đầy bể trong 10 giờ.

Bài 3. [VD]: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 5 giờ 50 phút thì đầy. Nếu hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại thì vòi thứ hai chảy trong 2 giờ nữa mới đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì sẽ đầy bể?

HD

Đổi 5 giờ 50 phút = $\frac{35}{6}$ giờ.

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (h)

thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (h)

ĐK: $x > \frac{35}{6}; y > \frac{35}{6}$

Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Suy ra một giờ hai vòi cùng chảy được: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ bể.

Hai vòi cùng chảy đầy bể trong 5 giờ 50 phút nên một giờ hai vòi chảy được:

$$1: \frac{35}{6} = \frac{6}{35} \text{ (bể)}.$$

Vì hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại thì vòi thứ hai chảy trong 2 giờ nữa mới

đầy bể nên ta có
$$5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{2}{y} = 1$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35} \\ 5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

Giải hệ phương trình ta có: $x = 10, y = 14$ thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 10 giờ thì đầy bể, vòi thứ hai chảy một mình trong 14 giờ thì đầy bể.

CHUYÊN ĐỀ 13-1: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bước 1: Lập hệ phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn (hai ẩn).
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết qua ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng (2 phương trình)

Bước 2: Giải hệ phương trình.

Bước 3: Đối chiếu điều kiện rồi kết luận.

B. BÀI TẬP

DẠNG 3: TOÁN CÓ NỘI DUNG SỐ HỌC VÀ HÌNH HỌC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là 12, hiệu của hai chữ số đó là 2. Số cần tìm là

- A. 84. B. 97. C. 75. D. 53.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta thấy: $\begin{cases} 7 + 5 = 12 \\ 7 - 5 = 2 \end{cases}$ đúng yêu cầu của bài. Vậy số cần tìm là 75.

Cách 2: Gọi chữ số hàng chục là x ; $x \in \square$; $2 < x \leq 9$;

chữ số hàng đơn vị là y ; $y \in \square$; $y < 8$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 14 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y + y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số cần tìm là 75.

Câu 2. [NB] Một số tự nhiên có hai chữ số, tổng của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là 9, biết chữ số hàng chục gấp 2 lần chữ số hàng đơn vị. Số cần tìm là

A. 42.

B. 45.

C. 84.

D. 63.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta thấy: $\begin{cases} 6 + 3 = 9 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{cases}$ đúng yêu cầu của bài. Vậy số cần tìm là 63.

Cách 2: Gọi chữ số hàng chục là x ; $x \in \square$; $0 < x \leq 9$;

chữ số hàng đơn vị là y ; $y \in \square$; $y \leq 4$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y + y = 9 \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = 9 \\ x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 6 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số cần tìm là 63.

Câu 3. [NB] Một mảnh đất hình chữ nhật có nửa chu vi bằng 24 m, biết 3 lần chiều dài bằng 5 lần chiều rộng. Tính chiều dài mảnh đất hình chữ nhật.

- A. 20 m. B. 15 m. C. 9 m. D. 6 m.

Lời giải

Chọn B

Gọi chiều dài mảnh đất là $x(m)$; $0 < x < 24$;

chiều rộng mảnh đất là $y(m)$; $0 < y < x < 24$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 3x = 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 24 - y \\ 3(24 - y) = 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 24 - y \\ 72 - 3y = 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 24 - y \\ 8y = 72 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 \\ x = 15 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là 15 (m).

Câu 4. [NB] Hai giá sách có 300 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên hai giá bằng nhau. Tính số sách trên giá thứ hai.

- A. 200 cuốn. B. 150 cuốn. C. 100 cuốn. D. 50 cuốn.

Lời giải

Chọn C

Gọi số sách trên giá thứ nhất là x (cuốn); $x \in \square$; $50 < x < 300$;

số sách trên giá thứ hai là y (cuốn); $y \in \square$; $0 < y < 300$.

Vì hai giá sách có 300 cuốn nên ta có phương trình: $x + y = 300$ (1)

Chuyển 50 cuốn sách từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì:

Số sách còn lại ở giá thứ nhất là: $x - 50$ (cuốn).

Số sách ở giá thứ hai là: $y + 50$ (cuốn).

Vì khi đó số sách trên hai giá bằng nhau nên $x - 50 = y + 50$ hay $x - y = 100$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ x - y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 400 \\ x + y = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số sách ở giá thứ hai là 100 (cuốn).

Câu 5. [TH] Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 50 lần bắn là 7,92. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (kí hiệu *):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	7	*	9	14	*

Em hãy tìm lại các số trong hai ô đó và cho biết có bao nhiêu lần bắn được điểm 9.

A. 12 lần.

B. 20 lần.

C. 30 lần.

D. 8 lần.

Lời giải

Chọn A

Gọi số lần bắn được điểm 9 là x (lần); $x \in \square; 0 < x < 20$;

số lần bắn được điểm 6 là y (lần) $y \in \square; 0 < y < 20$.

Vì điểm số trung bình sau 50 lần bắn là 7,92 điểm nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 7 + x + 9 + 14 + y = 50 \\ \frac{10 \cdot 7 + 9x + 8 \cdot 9 + 7 \cdot 14 + 6y}{50} = 7,92 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 9x + 6y = 156 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 2y = 52 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy số lần bắn được điểm 9 là 12 lần.

Câu 6. [TH] Một hình chữ nhật có chu vi 150 cm . Nếu tăng chiều rộng thêm 6 cm và giảm chiều dài 15 cm thì hình chữ nhật trở thành hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

A. $160,5 \text{ cm}; 139,5 \text{ cm}$

B. $56 \text{ cm}; 41 \text{ cm}$

C. $48 \text{ cm}; 27 \text{ cm}$

D. $78 \text{ cm}; 72 \text{ cm}$

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều dài hình chữ nhật là $x \text{ (cm)}$; $15 < x < 75$;

chiều rộng hình chữ nhật là $y \text{ (cm)}$; $0 < y < x < 75$.

Vì chu vi của hình chữ nhật là 150 cm nên $2(x + y) = 150$ hay $x + y = 75$ (1)

Chiều rộng sau khi tăng 6 cm là: $y + 6 \text{ (cm)}$.

Chiều dài sau khi giảm 15 cm là: $x - 15 \text{ (cm)}$.

Vì khi đó hình chữ nhật trở thành hình vuông nên $x - 15 = y + 6$ hay $x - y = 21$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x - y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 96 \\ x + y = 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 48 \\ y = 27 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là 48 (cm) ; 27 (cm) .

Câu 7. [TH] Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m . Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và tăng chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m . Tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

- A. 540 m^2 . B. 153 m^2 . C. 135 m^2 . D. 24 m^2 .

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều dài khu vườn là $x(m)$; $0 < x < 24$;

chiều rộng khu vườn là $y(m)$; $0 < y < x < 24$.

Vì chu vi của khu vườn là 48 m nên $2(x + y) = 48$ hay $x + y = 24$ (1)

Chiều rộng sau khi tăng bốn lần là: $4y$ (m).

Chiều dài sau khi tăng ba lần là: $3x$ (m).

Vì khi đó chu vi của khu vườn là 162 m nên $2(3x + 4y) = 162$ hay $3x + 4y = 81$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 3x + 4y = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 24 - y \\ 3(24 - y) + 4y = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 24 - y \\ 72 - 3y + 4y = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy diện tích của khu vườn ban đầu là $15 \cdot 9 = 135\text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 8. [TH] Nam có 360 viên bi trong hai hộp. Nếu Nam chuyển 30 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai thì số viên bi ở hộp thứ hai gấp đôi số viên bi ở hộp thứ nhất. Hỏi hộp thứ hai có bao nhiêu viên bi?

- A. 150 viên bi. B. 210 viên bi. C. 240 viên bi. D. 120 viên bi.

Lời giải

Chọn B

Gọi số viên bi ở hộp thứ nhất là x (viên); $x \in \mathbb{N}$; $30 < x < 360$;

số viên bi ở hộp thứ hai là y (viên); $y \in \mathbb{N}^*$; $0 < y < 360$.

Vì hai hộp có 360 viên bi nên ta có phương trình: $x + y = 360$ (1)

Chuyển 30 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai thì:

Số viên bi còn lại ở hộp thứ nhất là: $x - 30$ (viên).

Số viên bi hộp thứ hai là: $y + 30$ (viên).

Vì khi đó số bi ở hộp thứ hai gấp đôi số viên bi ở hộp thứ nhất nên $y + 30 = 2(x - 30)$ hay $2x - y = 90$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 2x - y = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 450 \\ x + y = 360 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 150 \\ y = 210 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số viên bi ở hộp thứ hai là 210 (viên).

Câu 9. [VD] Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 99. Tổng các chữ số của số đó là

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Gọi chữ số hàng chục là a ; $a \in \mathbb{N}^*$; $a \leq 9$;

chữ số hàng đơn vị là b ; $b \in \mathbb{N}^*$; $b \leq 9$.

Số cần tìm là $\overline{ab} = 10a + b$.

Đổi chỗ hai chữ số của nó thì ta được một số mới là $\overline{ba} = 10b + a$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 10b + a - (10a + b) = 63 \\ 10b + a + 10a + b = 99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9a + 9b = 63 \\ 11a + 11b = 99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a + b = 7 \\ a + b = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b = 16 \\ a + b = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 8 \\ a = 1 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy tổng các chữ số của số đã cho là: $1 + 8 = 9$.

Câu 10. [VD] Cho một số có hai chữ số. Chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 5. Nếu đổi

chỗ hai chữ số cho nhau ta được một số bằng $\frac{3}{8}$ số ban đầu. Tìm tích các chữ số của số ban đầu.

A. 6.

B. 12.

C. 14.

D. 16.

Lời giải

Chọn C

Gọi chữ số hàng chục là a ; $a \in \square$; $5 < a \leq 9$;

chữ số hàng đơn vị là b ; $b \in \square$; $0 < b \leq 9$.

Số cần tìm là $\overline{ab} = 10a + b$.

Đổi chỗ hai chữ số của nó thì ta được một số mới là $\overline{ba} = 10b + a$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ \overline{ba} = \frac{3}{8} \overline{ab} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5 + b \\ 8(10b + a) = 3(10a + b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 80b + 8a = 30a + 3b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 22a - 77b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 2b = 10 \\ 2a - 7b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5b = 10 \\ a - b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 2 \\ a - 2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 7 \\ b = 2 \end{cases} \quad (\text{TMDK})$$

$$7 \cdot 2 = 14$$

Vậy tích các chữ số của số ban đầu là: .

Câu 11. [VD] Nhà Lan có một mảnh vườn trồng cây cải bắp; vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một loại cây cải bắp. Lan tính rằng: nếu tăng thêm 8 luống rau nhưng mỗi luống trồng 3 cây thì số cây toàn vườn ít đi 54 cây. Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây trong toàn vườn sẽ tăng thêm 32 cây. Hỏi vườn nhà Lan trồng bao nhiêu cây cải bắp?

- A.** 50 cây. **B.** 15 cây. **C.** 1 728 cây. **D.** 750 cây.

Lời giải

Chọn D

	Số luống	Số cây/luống	Số cây toàn vườn
Ban đầu	x	y	xy
Thay đổi 1	$x + 8$	$y - 3$	$(x + 8)(y - 3)$
Thay đổi 2	$x - 4$	$y + 2$	$(x - 4)(y + 2)$

Gọi số luống rau là x (luống); $x \in \mathbb{N}^*$; $x > 4$;

số cây rau trong mỗi luống là y (cây) $y \in \mathbb{N}^*$; $y > 3$;

thì số rau toàn vườn là: xy (cây).

Sau khi tăng thêm 8 luống rau, mỗi luống ít đi 3 cây thì số cây toàn vườn là: $(x + 8)(y - 3)$ (cây).

Vì số cây khi đó ít hơn ban đầu là 54 cây nên ta có phương trình: $(x+8)(y-3) = xy - 54$ (1)

Sau khi giảm đi 4 luống rau, mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây toàn vườn là:

$(x-4)(y+2)$ (cây).

Vì số cây khi đó nhiều hơn ban đầu là 32 cây nên ta có phương trình:

$$(x-4)(y+2) = xy + 32 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+8)(y-3) = xy - 54 \\ (x-4)(y+2) = xy + 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy - 3x + 8y - 24 = xy - 54 \\ xy + 2x - 4y - 8 = xy + 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 8y = 30 \\ 2x - 4y = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 15 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy vườn nhà Lan trồng $50 \cdot 15 = 750$ (cây cải bắp).

Câu 12. [VDC] Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm². Tính diện tích của tam giác ban đầu.

- A. 700 dm² . B. 678 dm² . C. 627 dm² . D. 726 dm² .

Lời giải

Chọn D

	Chiều cao	Cạnh đáy	Diện tích
Ban đầu	x	y	$\frac{1}{2}xy$
Thay đổi	$x+3$	$y-3$	$\frac{1}{2}(x+3)(y-3)$

Gọi độ dài chiều cao của tam giác là x (dm); $x > 0$;

độ dài cạnh đáy của tam giác là y (dm); $y > 3$.

Ban đầu diện tích tam giác là: $\frac{1}{2}xy$ (dm²).

Vì tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy nên $x = \frac{3}{4}y$ (1)

Chiều cao sau khi tăng thêm 3 dm là: $x + 3$ (dm).

Cạnh đáy sau khi giảm đi 3 dm là: $y - 3$ (dm).

Diện tích tam giác là: $\frac{1}{2}(x + 3)(y - 3)$ (dm²).

Vì khi đó diện tích tam giác tăng thêm 12 dm² nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}(x + 3)(y - 3) = \frac{1}{2}xy + 12$$

$$(x + 3)(y - 3) = xy + 24 \text{ hay } x - y = -11 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ x - y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ \frac{3}{4}y - y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ -\frac{1}{4}y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 33 \\ y = 44 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy diện tích của tam giác ban đầu là $\frac{1}{2} \cdot 33 \cdot 44 = 726$ (dm²).

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Một số có hai chữ số; hai lần chữ số hàng chục lớn hơn năm lần chữ số hàng đơn vị là 1 và chữ số hàng chục chia cho chữ số hàng đơn vị được thương là 2 và dư cũng là 2.

- a) Chữ số hàng chục là chữ số chẵn.
- b) Hiệu của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là số chẵn.
- c) Viết số đã cho theo thứ tự ngược lại được một số chia hết cho 19 .
- d) Số đã cho và số đã cho viết theo thứ tự ngược lại hơn kém nhau 45 đơn vị.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

Gọi chữ số hàng chục là x ; $x \in \mathbb{N}^*$; $x \leq 9$;

chữ số hàng đơn vị là y ; $y \in \mathbb{N}$; $y \leq 9$.

Vì hai lần chữ số hàng chục lớn hơn năm lần chữ số hàng đơn vị là 1 nên $2x - 5y = 1$ (1)

Vì chữ số hàng chục chia cho chữ số hàng đơn vị được thương là 2 và dư cũng là 2 nên $x = 2y + 2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ x = 2y + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(2y + 2) - 5y = 1 \\ x = 2y + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy chữ số hàng chục là 8, chữ số hàng đơn vị là 3; số đã cho là 83 .

- Chữ số hàng chục là 8 nên a đúng.

- Hiệu của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là $8 - 3 = 5$ nên b sai.

- Viết số đã cho theo thứ tự ngược lại được số 38 chia hết cho 19 nên c đúng.

- Số đã cho là 83 ; số đã cho viết theo thứ tự ngược lại là 38 ; hơn kém nhau $83 - 38 = 45$ đơn vị nên d đúng.

Câu 2. Trong phòng học có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế ba học sinh thì sáu học sinh không có chỗ. Nếu xếp mỗi ghế bốn học sinh thì thừa một ghế.

- a) Số học sinh của lớp nhiều hơn 40 .
- b) Lớp có ít hơn 12 ghế.
- c) Nếu lớp nhận thêm 2 học sinh nữa thì vẫn đủ ghế ngồi, trung bình mỗi ghế không quá 4 học sinh.
- d) Nếu mỗi ghế chỉ ngồi 3 học sinh thì lớp cần thêm 1 ghế.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

Gọi số ghế là x (ghế); $x \in \mathbb{N}^*$;

số học sinh là y (học sinh); $y \in \mathbb{N}^*$.

Nếu xếp mỗi ghế ba học sinh thì số học sinh được ngồi ghế là $3x$ (học sinh).

Khi đó sáu học sinh không có chỗ ngồi nên tổng số học sinh của lớp là $3x + 6$ (học sinh).

Ta có phương trình $3x + 6 = y$ (1)

Nếu xếp mỗi ghế bốn học sinh thì thừa một ghế nên số ghế thực tế dùng đến là $x - 1$ (ghế); số học sinh được ngồi ghế là $4(x - 1)$ (học sinh).

Ta có phương trình $4(x - 1) = y$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 6 = y \\ 4(x - 1) = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 6 = 4(x - 1) \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 36 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy lớp có 10 (ghế) và 36 (học sinh).

- Số học sinh của lớp là $36 < 40$ nên a sai.

- Lớp có 10 ghế nên b đúng.

- Nếu lớp nhận thêm 2 học sinh nữa thì số học sinh là $36 + 2 = 38$; mỗi ghế $38 : 10 = 3,8$ học sinh nên c đúng.
- Nếu mỗi ghế chỉ ngồi 3 học sinh thì lớp cần $36 : 3 = 12$ (ghế); phải thêm 2 ghế nên d sai.

Câu 3.

Vừa gà vừa chó
Bó lại cho tròn
Ba mươi sáu con
Một trăm chân chẵn

- Số gà nhiều hơn số chó.
- Số gà và số chó đều là số chẵn.
- Số chân gà nhiều hơn số chân chó.
- Số gà và số chó có thể chia đều cho 7 người.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

Gọi số gà là x (con); $x \in \mathbb{N}^*$; $x < 36$;

số chó là y (con); $y \in \mathbb{N}^*$; $y < 36$.

Vì tổng số gà và chó là 36 con nên $x + y = 36$ (1)

Số chân gà là: $2x$ (chân).

Số chân chó là $4y$ (chân).

Vì tổng số chân gà và chó là 100 chân nên $2x + 4y = 100$ hay $x + 2y = 50$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x + 2y = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 14 \\ x = 22 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số gà là 22 (con), số chó là 14 (con).

- Số gà là 22 (con), số chó là 14 (con) nên a đúng.
- Số gà là 22 (con), số chó là 14 (con) nên b đúng.
- Số chân gà là $22 \cdot 2 = 44$ chân; số chân chó là $14 \cdot 4 = 56$ chân nên c sai.
- Số gà là 22 (con), không thể chia hết cho 7 nên d sai.

Câu 4. Ba xe ô tô chở 118 tấn hàng tổng cộng hết 50 chuyến. Số chuyến xe thứ nhất chở gấp rưỡi số chuyến xe thứ hai. Mỗi chuyến xe thứ nhất chở 2 tấn, xe thứ hai chở $2,5$ tấn, xe thứ ba chở 3 tấn.

a) Ô tô thứ nhất chở nhiều chuyến nhất.

b) Ô tô thứ hai chở được ít hàng nhất.

c) Tổng số hàng (tấn) ô tô thứ ba chở bằng $\frac{5}{8}$ tổng số hàng ô tô thứ nhất chở.

d) Nếu ô tô thứ ba chở hộ số hàng (tấn) mà ô tô thứ hai chở trong 2 chuyến thì số hàng hai ô tô chở được bằng nhau.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

	Ô tô thứ nhất	Ô tô thứ hai	Ô tô thứ ba
Số chuyến	x	y	$50 - (x + y)$
Số hàng (tấn)	2	2,5	3

Gọi số chuyến ô tô thứ nhất chở là x (chuyến); $x \in \mathbb{N}; 0 < x < 50$;

số chuyến ô tô thứ hai chở là y (chuyến); $x \in \mathbb{N}; 0 < y < x < 50$;

thì số chuyến ô tô thứ ba chở là $50 - (x + y)$ (chuyến).

Ô tô thứ nhất chở số hàng là: $2x$ (tấn).

Ô tô thứ hai chở số hàng là: $2,5y$ (tấn).

Ô tô thứ ba chở số hàng là: $3[50 - (x + y)] = 150 - 3x - 3y$ (tấn).

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1,5y \\ 2x + 2,5y + 150 - 3x - 3y = 118 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y \\ -x - 0,5y = -32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y \\ 2x + y = 64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5y \\ 4y = 64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 24 \\ y = 16 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số chuyến ba xe ô tô chở lần lượt là 24 (chuyến), 16 (chuyến), 10 (chuyến).

- Ô tô thứ nhất chở được 24 chuyến; $24 > 16 > 10$ nên a đúng.

- Ba ô tô chở lần lượt $24 \cdot 2 = 48$ (tấn); $16 \cdot 2,5 = 40$ (tấn); $10 \cdot 3 = 30$ (tấn); $40 > 30$ nên b sai.

- Tỉ số giữa số hàng ô tô thứ ba và ô tô thứ nhất chở là $\frac{30}{48} = \frac{5}{8}$ nên c đúng.

- Nếu ô tô thứ ba chở hộ ô tô thứ hai 2 chuyến thì:

+ Số chuyến ô tô thứ hai chở là $16 - 2 = 14$ (chuyến); số hàng ô tô thứ hai chở là $14 \cdot 2,5 = 35$ (tấn).

+ Số hàng ô tô thứ ba chở là $10 \cdot 3 + 2 \cdot 2,5 = 35$ (tấn).

Do đó nên d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tổng của hai số bằng 5^9 . Hai lần của số này bé hơn ba lần của số kia là 7 . Tìm hai số đó.

Lời giải

Đáp án: Hai số cần tìm là 34 và 25 .

Câu 2. [NB] Một mảnh đất hình chữ nhật có nửa chu vi bằng 11 cm, biết nếu chiều dài tăng thêm 1 cm thì chiều dài sẽ gấp đôi chiều rộng. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh đất.

Lời giải

Đáp án: Chiều dài 7 (cm) , chiều rộng 4 (cm) .

Câu 3. [TH] Có 50 con gà và chó. Biết tổng số chân gà và chân chó là 140 chân. Hỏi có bao nhiêu con gà và bao nhiêu con chó?

Lời giải

Đáp án: Có 30 con gà và 20 con chó.

Câu 4. [VD]

Quýt, cam mười bảy quả tươi.

Đem chia cho một trăm người cùng vui.

Chia ba mỗi quả quýt rồi.

Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.

Trăm người, trăm miếng ngọt lành.

Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao?

Lời giải

Đáp án: Có 10 quả quýt và 7 quả cam.

Câu 5. [VD] Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 4 cm và 5 cm thì diện tích tam giác sẽ tăng thêm 110 cm^2 . Nếu giảm cả hai cạnh này đi 5 cm thì diện tích sẽ giảm đi 100 cm^2 . Tính độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác đó.

Lời giải

Đáp án: Độ dài hai cạnh góc vuông là 20 (cm) và 25 (cm).

	Cạnh góc vuông thứ nhất	Cạnh góc vuông thứ hai	Diện tích
Ban đầu	x	y	$\frac{1}{2}xy$
Phương án 1	$x + 4$	$y + 5$	$\frac{1}{2}(x + 4)(y + 5)$
Phương án 2	$x - 5$	$y - 5$	$\frac{1}{2}(x - 5)(y - 5)$

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông lần lượt là x (cm) và y (cm); $x > 5$; $y > 5$.

Ban đầu diện tích tam giác vuông là: $\frac{1}{2}xy$ (cm²).

Diện tích tam giác vuông sau khi tăng các cạnh góc vuông lên 4 cm và 5 cm là: $\frac{1}{2}(x+4)(y+5)$ (cm²).

Diện tích tam giác vuông sau khi giảm cả hai cạnh này đi 5 cm là: $\frac{1}{2}(x-5)(y-5)$ (cm²).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy + 110 = \frac{1}{2}(x+4)(y+5) \\ \frac{1}{2}xy - 100 = \frac{1}{2}(x-5)(y-5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + 220 = xy + 5x + 4y + 20 \\ xy - 200 = xy - 5x - 5y + 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 200 \\ 5x + 5y = 225 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 25 \\ x + y = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 25 \\ x = 20 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là 20 (cm) và 25 (cm).

Câu 6. [VDC] Tổng số tuổi của tôi và của em tôi hiện nay là 26. Khi tổng số tuổi của chúng tôi gấp 5 lần tuổi của tôi hiện nay thì tuổi của tôi khi đó sẽ gấp ba lần tuổi của em tôi hiện nay. Hãy tính tuổi hiện nay của mỗi người chúng tôi.

Lời giải

Đáp án: Hiện nay tôi 14 tuổi; em 12 tuổi.

Gọi số tuổi của tôi hiện nay là x (tuổi); $x \in \mathbb{N}$; $x < 26$;

thì số tuổi của em tôi hiện nay là $26 - x$ (tuổi).

Gọi y (năm) là số năm sau đó để số tuổi của chúng tôi gấp 5 lần tuổi của tôi hiện nay; $y > 0$.

Sau y năm thì tuổi của tôi là: $x + y$ (tuổi);

tuổi của em tôi là: $26 - x + y$ (tuổi);

tổng số tuổi của chúng tôi là: $x + y + 26 - x + y = 2y + 26$ (tuổi).

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2y + 26 = 5x \\ 4x + y = 78 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(78 - 4x) + 26 = 5x \\ y = 78 - 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x = 182 \\ y = 78 - 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 14 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy hiện nay tôi 14 (tuổi); em tôi $26 - 14 = 12$ (tuổi).

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- Dạng 1. Toán tìm số

1. Biểu thị bằng công thức mối liên hệ phụ thuộc giữa số bị chia a , số chia b , thương q và số dư r là $a = b \cdot q + r$

2. Viết số a nhiều hơn số b là m đơn vị; số a gấp n lần số b bằng nhiều cách khác nhau.

Số a nhiều hơn số b là m đơn vị:
$$\begin{cases} a - b = m \\ a - m = b \\ a = m + b \end{cases}$$

Số a gấp n lần số b :
$$\begin{cases} a = b \cdot n \\ b = \frac{a}{n} \\ n = \frac{a}{b} \end{cases}$$

3. Viết một số gồm a trăm, b chục, c đơn vị; một số gồm a chục, b đơn vị và nêu rõ điều kiện của a , b , c .

Số gồm a trăm, b chục, c đơn vị: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ($a, b, c \in \square$; $0 < a \leq 9$; $0 \leq b, c \leq 9$)

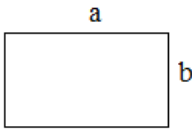
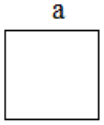
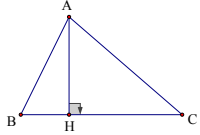
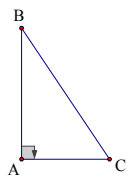
Số gồm a chục, b đơn vị: $\overline{ab} = 10a + b$ ($a, b \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

4. Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số b cho trước ta tính $b \cdot \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}; n \neq 0$)

5. Muốn tìm một số biết $\frac{m}{n}$ của số đó bằng a ta tính $a : \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$)

- Dạng 2. Toán có nội dung hình học

Công thức tính chu vi, diện tích của hình chữ nhật, hình vuông, tam giác, tam giác vuông.

Stt	Hình	Hình vẽ	Chu vi	Diện tích
1	Hình chữ nhật		$C = 2(a + b)$	$S = ab$
2	Hình vuông		$C = 4a$	$S = a^2$
3.	Tam giác		$C = AB + BC + AC$	$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC$
4	Tam giác vuông		$C = AB + BC + AC$	$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho.

Lời giải

Gọi số đã cho là x ; số mới là y ; $x, y \in \mathbb{N}; 10 < x < y < 99$.

Vì số mới lớn hơn số đã cho là 63 nên ta có: $y - x = 63$ hay $-x + y = 63$ (1)

Vì tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99 nên ta có: $x + y = 99$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -x + y = 63 \\ x + y = 99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 162 \\ x + y = 99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ 18 + y = 99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ y = 81 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy số đã cho là 18.

Ví dụ 2 [TH]: Một sân trường hình chữ nhật có chu vi là 340 m. Ba lần chiều dài hơn bốn lần chiều rộng là 20 m. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Lời giải

	Chiều dài	Chiều rộng	Chu vi
Ban đầu	x	y	$2(x + y)$
Lúc sau	$3x$	$4y$	

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x (m);

chiều rộng của hình chữ nhật là y (m), $0 < y < x < 170$.

Chu vi hình chữ nhật là $2(x + y)$ (m).

Vì “Chu vi hình chữ nhật là 340 m” nên: $2(x + y) = 340 \Leftrightarrow x + y = 170$ (1)

Vì “Ba lần chiều dài hơn bốn lần chiều rộng là 20 m” nên: $3x - 4y = 20$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 170 \\ 3x - 4y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 170 - y \\ 3(170 - y) - 4y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 170 - y \\ -7y = -490 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 70 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy hình chữ nhật đã cho có chiều dài là 100 m, chiều rộng là 70 m.

Ví dụ 3 [TH]: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 60 m. Nếu tăng chiều dài lên bốn lần và chiều rộng lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 216 m. Hãy tìm độ dài các cạnh của khu vườn.

Lời giải

	Dài	Rộng	Chu vi
Ban đầu	x	y	$2(x + y)$
Thay đổi	$4x$	$3y$	$2(4x + 3y)$

Gọi chiều dài khu vườn ban đầu là x (m), chiều rộng khu vườn ban đầu là y (m); $0 < y < x < 30$.

Vì chu vi khu vườn ban đầu là 60 m nên ta có phương trình: $2(x + y) = 60$ hay $x + y = 30$ (1)

Chiều dài khu vườn sau khi tăng lên ba lần là: $4x$ (m)

Chiều rộng khu vườn sau khi tăng lên bốn lần là: $3y$ (m)

Vì chu vi của khu vườn khi đó là 216 m nên ta có phương trình: $2(4x + 3y) = 216$ hay $4x + 3y = 108$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 4x + 3y = 108 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 120 \\ 4x + 3y = 108 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 18 \\ x + 18 = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 18 \\ x = 12 \end{cases} \quad (\text{TMĐK})$$

Vậy ban đầu khu vườn có chiều dài là 18 (m); chiều rộng là 12 (m)

Ví dụ 4 [VD]: Hai anh Quang và Hùng góp vốn cùng kinh doanh. Anh Quang góp 15 triệu đồng, anh Hùng góp 13 triệu đồng. Sau một thời gian được lãi 7 triệu đồng. Lãi được chia tỉ lệ với vốn đã góp. Tính số tiền lãi (triệu đồng) mà mỗi anh được hưởng.

Lời giải

Gọi số tiền lãi anh Quang được hưởng là x (triệu đồng), $x > 0$;

số tiền lãi anh Huy được hưởng là y (triệu đồng), $y > 0$.

Vì tổng số tiền lãi là 7 triệu đồng nên $x + y = 7$ (1)

Vì lãi được chia theo tỉ lệ với vốn đã góp nên $\frac{x}{15} = \frac{y}{13}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{15} = \frac{y}{13} \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x = 15y \\ x = 7 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13(7 - y) = 15y \\ x = 7 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 28y = 91 \\ x = 7 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3,75 \\ y = 3,25 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số tiền lãi anh Quang và anh Hùng được hưởng lần lượt là 3,75 (triệu đồng) và 3,25 (triệu đồng).

Ví dụ 5 [VDC]: Có ba thùng chứa tất cả 80 lít dầu. Thùng thứ nhất chứa nhiều hơn thùng thứ hai 10 lít. Nếu đổ 26 lít từ thùng thứ nhất sang thùng thứ ba thì số dầu ở thùng thứ hai và thùng thứ ba bằng nhau. Hỏi số dầu ban đầu ở mỗi thùng là bao nhiêu lít?

Lời giải

	Thùng 1	Thùng 2	Thùng 3
Ban đầu	x	y	$80 - (x + y)$

Thay đổi	$x - 26$		$80 - (x + y) + 26 = 106 - (x + y)$
----------	----------	--	-------------------------------------

Gọi số dầu ban đầu ở thùng thứ nhất là x (lít), $26 < x < 80$;

số dầu ban đầu ở thùng thứ hai là y (lít), $0 < y < 80$;

số dầu ban đầu ở thùng thứ ba là: $80 - (x + y)$ (lít).

Vì thùng thứ nhất chứa nhiều hơn thùng thứ hai 10 lít dầu nên ta có phương trình: $x - y = 10$ (1)

Sau khi đổ 26 lít từ thùng thứ nhất sang thùng thứ ba thì:

+ Số dầu còn lại ở thùng thứ nhất là: $x - 26$ (lít).

+ Số dầu ở thùng thứ ba là: $80 - (x + y) + 26 = 106 - (x + y)$ (lít)

Vì khi đó số dầu ở thùng thứ hai và thùng thứ ba bằng nhau nên ta có phương trình: $y = 106 - (x + y)$
hay $x + 2y = 106$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x + 2y = 106 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = 96 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 32 \\ x - 32 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 42 \\ y = 32 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số dầu ban đầu ở ba thùng lần lượt là 42 (lít); 32 (lít); 6 (lít).

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tổng của hai số bằng 59 . Hai lần của số này bé hơn ba lần của số kia là 7 . Tìm hai số đó.

Hướng dẫn

Gọi số thứ nhất là x ; $x \in \square$; số thứ hai là y ; $y \in \square$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 59 \\ 2x + 7 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 59 - y \\ 2(59 - y) + 7 = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 59 - y \\ 5y = 125 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 34 \\ y = 25 \end{cases} \quad (\text{TMDK})$$

Vậy hai số cần tìm là 34 và 25.

Bài 2. [TH] Điểm kiểm tra Toán của một lớp được cho trong bảng dưới đây:

Điểm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	0	0	2	*	10	12	7	*	4	1	$N = 50$

Điền số thích hợp vào ô trống nếu điểm trung bình bài kiểm tra là 6,06.

Hướng dẫn

Số cần điền lần lượt là 8 và 6.

Bài 3. [VD] Bảy năm trước tuổi mẹ bằng năm lần tuổi con cộng thêm bốn. Năm nay tuổi mẹ vừa đúng gấp ba lần tuổi con. Hỏi năm nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn

	7 năm trước	Năm nay
Tuổi mẹ	$x - 7$	x
Tuổi con	$y - 7$	y

Gọi tuổi mẹ năm nay là x (tuổi); $x \in \square$; $x > 7$;

tuổi con năm nay là y (tuổi); $y \in \square$; $y > 7$.

Vì “Năm nay tuổi mẹ vừa đúng gấp ba lần tuổi con” nên ta có phương trình: $x = 3y$ hay $x - 3y = 0$ (1)

Bảy năm trước: tuổi mẹ là $x - 7$ (tuổi),

tuổi con là $y - 7$ (tuổi).

Vì “Bảy năm trước tuổi mẹ bằng năm lần tuổi con cộng thêm bốn” nên ta có phương trình:

$$x - 7 = 5(y - 7) + 4 \quad \text{hay} \quad x - 5y = -24 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - 5y = -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 24 \\ x = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 12 \\ x = 36 \end{cases} \quad (\text{TMDK})$$

Vậy năm nay mẹ 36 (tuổi), con 12 (tuổi).

Bài 4 [VD] Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm 36 cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi 26 cm^2 .

Hướng dẫn

	Cạnh góc vuông thứ nhất	Cạnh góc vuông thứ hai	Diện tích
Ban đầu	x	y	$\frac{1}{2}xy$
Phương án 1	$x + 3$	$y + 3$	$\frac{1}{2}(x + 3)(y + 3)$
Phương án 2	$x - 2$	$y - 4$	$\frac{1}{2}(x - 2)(y - 4)$

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông lần lượt là x (cm) và y (cm); ($x > 2$; $y > 4$)

Ban đầu diện tích tam giác vuông là: $\frac{1}{2}xy$ (cm^2).

Diện tích tam giác vuông sau khi tăng mỗi cạnh thêm 3 cm là: $\frac{1}{2}(x + 3)(y + 3)$ (cm^2).

Diện tích tam giác vuông sau khi giảm cạnh thứ nhất 2 cm, cạnh thứ hai 4 cm là: $\frac{1}{2}(x-2)(y-4)$ (cm²).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy + 36 = \frac{1}{2}(x+3)(y+3) \\ \frac{1}{2}xy - 26 = \frac{1}{2}(x-2)(y-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + 72 = xy + 3x + 3y + 9 \\ xy - 52 = xy - 4x - 2y + 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = 63 \\ 4x + 2y = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ 2x + y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là 9 (cm) và 12 (cm).