

ÔN TẬP CHƯƠNG III

HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ **ĐS:** (1; 2).

b) $\begin{cases} \frac{6}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 1 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3. \end{cases}$ **ĐS:** (2; 1).

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$ **ĐS:** (1; 1).

b) $\begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{6}{y} = 9 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 7 \end{cases}$ **ĐS:** (1; 1).

Bài 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ mx - y = m. \end{cases}$

a) Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó. **ĐS:** $m \neq -\frac{1}{2}$.

b) Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm. **ĐS:** $m = -\frac{1}{2}$.

c) Tìm m để hệ phương trình vô số nghiệm. **ĐS:** không tồn tại.

Bài 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + my = 3. \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình với $m = 1$. **ĐS:** $(x; y) = (2; 1)$.

b) Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó. **ĐS:** $m \neq -1$.

c) Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm. **ĐS:** $m = -1$.

Bài 5. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m, chiều rộng thêm 5 m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất.

ĐS: 30 m và 10 m.

Bài 6. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m. Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m. Hãy tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

ĐS: 135 m^2 .

Bài 7. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Thực tế, xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10% , xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15% , do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

ĐS: xí nghiệp I: 200 ; xí nghiệp II: 160 .

Bài 8. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21% . Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

ĐS: 200 , 400 .

Bài 9. Để hoàn thành một công việc hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai bị điều chuyển đi làm việc khác, tổ một hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

ĐS: 15 giờ và 10 giờ.

Bài 10. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong?

ĐS: 12 giờ, 18 giờ.

Bài 11. Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B . Khi đến B , người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B .

ĐS: 27 km/h và 21 km/h.

Bài 12. Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B dài 120 km với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường. Do vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 24 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

ĐS: 60 km/h và 50 km/h.

Bài 13. Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó ca nô chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết rằng vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô là không đổi.

ĐS: 27 km/h và 21 km/h.

Bài 14. Một ca nô đi xuôi dòng 48 km rồi đi ngược dòng 22 km. Biết rằng thời gian đi xuôi dòng lớn hơn thời gian đi ngược dòng là 1 giờ và vận tốc đi xuôi lớn hơn vận tốc đi ngược là 5 km/h. Tính vận tốc ca nô lúc đi ngược dòng. **ĐS:** 11 km/h hoặc 10 km/h.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases};$$
 ĐS: $(x; y) = (1; 2)$.

b)
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases};$$
 ĐS: $(x; y) = \left(\frac{19}{7}; \frac{8}{3}\right)$.

Bài 16. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$
.

a) Giải hệ phương trình với $m = 1$.

ĐS: $(x; y) = \left(\frac{36}{5}; \frac{14}{5}\right)$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất và tìm nghiệm duy nhất đó.

ĐS: $m \neq -\frac{2}{3}; (x; y) = \left(\frac{36}{3m+2}; \frac{28+6m}{3m+2}\right)$.

c) Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm.

ĐS: $m = -\frac{2}{3}$.

Bài 17. Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm 13 cm². Nếu giảm chiều dài đi 2 cm, chiều rộng đi 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm 15 cm². Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

ĐS: 7 cm và 5 cm.

Bài 18. Trong tuần đầu hai tổ sản xuất được 1500 bộ quần áo. Sang tuần thứ hai tổ một sản xuất vượt mức 25% , tổ hai giảm mức 8% nên trong tuần này cả hai tổ sản xuất được 1677 bộ quần áo. Hỏi tuần đầu, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu bộ? **ĐS:** 900 và 600 .

Bài 19. Hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Nếu vòi một chảy trong 4 giờ, vòi hai chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy đầy bể.

ĐS: 8 giờ và 12 giờ.

Bài 20. Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A để đi đến B . Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc xe khách là 20 km/h. Do đó xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km. **ĐS:** 60 km/h và 40 km/h.

Bài 21. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn ngược dòng 1 giờ. **ĐS:** 22 km/h.

HƯỚNG DẪN GIẢI**Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{6}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 1 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3. \end{cases}$$

Lời giải**a)** Sử dụng phương pháp cộng đại số, ta có

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases}$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.**b)** Điều kiện: $x \neq \pm y$.Đặt $u = \frac{1}{x+y}$; $v = \frac{1}{x-y}$. Khi đó hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} 6u - v = 1 \\ 3u + 2v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12u - 2v = 2 \\ 3u + 2v = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15u = 5 \\ v = 6u - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{3} \\ v = 1. \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện)Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.**Bài 2.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{6}{y} = 9 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 7. \end{cases}$$

Lời giải**a)** Sử dụng phương pháp cộng đại số, ta có

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$.

b) Điều kiện: $x \neq 0, y \neq 0$.

Đặt $u = \frac{3}{x}; v = \frac{2}{y}$. Khi đó hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} 5u - 3v = 9 \\ u + 2v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5u - 3v = 9 \\ 5u + 10v = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + 2v = 7 \\ 13v = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = 2 \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} x = \frac{3}{u} = 1 \\ y = \frac{2}{v} = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$.

Bài 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ mx - y = m \end{cases}$

- Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.
- Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm.
- Tìm m để hệ phương trình vô số nghiệm.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ mx - y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2mx - 2y = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ (2m + 1)x = 2 + 2m \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$

Số nghiệm của hệ phương trình đã cho phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1) và (2).

- Hệ phương trình có một nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2}$. Khi đó,

nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x = \frac{2m + 2}{2m + 1} \\ y = \frac{m}{2m + 1} \end{cases}$

- Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

- Hệ phương trình vô số nghiệm $\frac{1}{m} = \frac{2}{-1} = \frac{2}{m}$, điều này không xảy ra.

Vậy không có giá trị nào của m để hệ phương trình vô số nghiệm.

Bài 4. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + my = 3. \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $m = 1$.
 b) Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.
 c) Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm.

Lời giải

a) Khi $m = 1$ thì hệ phương trình đã cho trở thành
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

a

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 1)$.

b) Ta có
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + my = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 & (1) \\ (m + 1)y = 2. & (2) \end{cases}$$

Số nghiệm của hệ phương trình đã cho phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1) và (2).

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.

Khi đó, nghiệm duy nhất của hệ là
$$(x; y) = \left(\frac{m+3}{m+1}; \frac{2}{m+1} \right).$$

c) Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Bài 5. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m, chiều rộng thêm 5 m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất.

Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng mảnh đất lần lượt là x, y (m)

Điều kiện: $0 < y < x < 40$.

Chu vi và diện tích của mảnh đất ban đầu là $2(x + y)$ và xy .

Khi tăng chiều dài lên 3 m, chiều rộng lên 5 m thì diện tích mảnh đất là $(x + 3)(y + 5)$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 80 \\ (x + 3)(y + 5) = xy + 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 3y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy chiều dài, chiều rộng mảnh đất đã cho lần lượt là 30 m và 10 m.

Bài 6. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m. Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m. Hãy tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng mảnh đất lần lượt là x, y (m)

Điều kiện: $0 < y < x < 48$.

Chu vi của mảnh vườn ban đầu là $2(x + y)$.

Khi tăng chiều dài lên ba lần, chiều rộng lên bốn lần thì chu vi khu vườn là $2(3x + 4y)$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 48 \\ 2(3x + 4y) = 162 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 24 \\ 3x + 4y = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy chiều dài, chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật lần lượt là 15 m và 9 m.

Do đó diện tích khu vườn là $S = 9 \cdot 15 = 135 \text{ m}^2$.

Bài 7. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Thực tế, xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10%, xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15%, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Lời giải

Gọi số dụng cụ mà xí nghiệp I và xí nghiệp II phải làm theo kế hoạch lần lượt là x, y (dụng cụ)

Điều kiện: $0 < x, y < 360$.

Theo bài ra ta có phương trình: $x + y = 360$. (1)

Do xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10%, xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15% nên số dụng cụ thực tế hai xí nghiệp làm được lần lượt là $1,1x$ và $1,15y$. Theo bài ra ta có phương trình: $1,1x + 1,15y = 404$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 1,1x + 1,15y = 404 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy số dụng cụ mà xí nghiệp I và xí nghiệp II phải làm theo kế hoạch lần lượt là 200 và 160 dụng cụ.

Bài 8. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I và tổ II sản xuất theo kế hoạch là x và y .

Điều kiện: $0 < x, y < 600$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 1,18x + 1,21y = 600 + 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Số sản phẩm mà tổ I và tổ II được giao theo kế hoạch lần lượt là 200 và 400 sản phẩm.

Bài 9. Để hoàn thành một công việc hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai bị điều chuyển đi làm việc khác, tổ một hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Lời giải

Gọi thời gian cần thiết để tổ 1 và tổ 2 hoàn thành công việc một mình là x, y (giờ)

Điều kiện: $x, y > 6$.

Mỗi giờ tổ một và tổ hai làm được lần lượt $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$; cả hai tổ làm được $\frac{1}{6}$ công việc nên ta có

$$\text{phương trình } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}. \quad (1)$$

Sau 2 giờ thì cả hai tổ làm được $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ công việc, tổ một hoàn thành trong 10 giờ được $\frac{10}{x}$

$$\text{công việc nên ta có phương trình } \frac{1}{3} + \frac{10}{x} = 1. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} + \frac{10}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy thời gian tổ 1 và tổ 2 hoàn thành công việc một mình lần lượt là 15 giờ và 10 giờ.

Bài 10. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong?

Lời giải

Đổi đơn vị : 7 giờ 12 phút $= 7\frac{1}{5} = \frac{36}{5}$ giờ.

Gọi thời gian để người thứ nhất và thứ hai làm một mình xong công việc là x giờ và y giờ ($x, y > 0$)

Mỗi giờ người thứ nhất và người thứ hai làm được lần lượt $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ công việc, cả hai người làm được $\frac{5}{36}$ công việc nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$. (1)

Người thứ nhất làm trong 5 giờ được $\frac{5}{x}$ công việc, người thứ hai làm trong 6 giờ được $\frac{6}{y}$ công việc. Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18. \end{cases}$$

Vậy để làm một mình xong công việc thì người thứ nhất phải làm trong 12 giờ, người thứ hai làm trong 18 giờ.

Bài 11. Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Lời giải

Gọi vận tốc lúc đi và về của xe máy lần lượt là x, y (km/h)

Điều kiện: $0 < x < y; y > 9$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 9 \\ \frac{90}{x} + \frac{90}{y} + \frac{1}{2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 45 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô lần lượt là 27 km/h và 21 km/h.

Bài 12. Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B dài 120 km với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường. Do vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 24 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Lời giải

Gọi vận tốc của ô tô và xe máy lần lượt là x và y km/h.

Điều kiện: $0 < y < x; x \geq 10$.

Theo bài ra ta có phương trình $x - y = 10$. (1)

Thời gian ô tô và xe máy chạy trên cùng quãng đường đó lần lượt là $\frac{120}{x}$ và $\frac{120}{y}$. Theo bài ra ta có phương trình $\frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{24}{60}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{24}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 50 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy vận tốc của ô tô là 60 km/h, của xe máy là 50 km/h.

Bài 13. Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó ca nô chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết rằng vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô là không đổi.

Lời giải.

Gọi vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô lần lượt là x, y (km/h), $0 < y < x$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{81}{x} + \frac{105}{y} = 8 \\ \frac{54}{x} + \frac{42}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 21 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

ây vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô lần lượt là 27 km/h và 21 km/h.

Bài 14. Một ca nô đi xuôi dòng 48 km rồi đi ngược dòng 22 km. Biết rằng thời gian đi xuôi dòng lớn hơn thời gian đi ngược dòng là 1 giờ và vận tốc đi xuôi lớn hơn vận tốc đi ngược là 5 km/h. Tính vận tốc ca nô lúc đi ngược dòng.

Lời giải.

Gọi vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô lần lượt là x, y (km/h), $0 < y < x, x > 5$. Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{48}{x} - \frac{22}{y} = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 11 \\ x = 15 \\ y = 10. \end{cases}$$

Vậy vận tốc ngược dòng của ca nô là 11 km/h (hoặc 10 km/h)

Bài 15. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1. \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

$$\text{a)} \quad \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

b) Điều kiện: $x \neq 2, y \neq 1$.

Đặt $u = \frac{1}{x-2}, v = \frac{1}{y-1}$. Hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} u + v = 2 \\ 2u - 3v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u + 2v = 4 \\ 2u - 3v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{7}{5} \\ v = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-2} = \frac{7}{5} \\ \frac{1}{y-1} = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = \left(\frac{19}{7}; \frac{8}{3}\right)$.

Bài 16. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$.

- a) Giải hệ phương trình với $m = 1$.
- b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất và tìm nghiệm duy nhất đó.
- c) Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm.

Lời giải

- a) Khi $m = 1$ thì hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 14 \\ x = 10 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{36}{5} \\ y = \frac{14}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x, y) = \left(\frac{36}{5}; \frac{14}{5}\right)$.

$$\begin{cases} mx + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3mx + 3y = 30 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m + 2)x = 36 & (1) \\ y = \frac{2}{3}x - 2 & (2) \end{cases}$$

- b) Ta có

Số nghiệm của hệ phương trình đã cho phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1) và (2).

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 3m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{2}{3}$.

Khi đó, nghiệm duy nhất của hệ là $(x, y) = \left(\frac{36}{3m+2}; \frac{20-6m}{3m+2}\right)$.

- c) Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{2}{3}$.

Bài 17. Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm 13 cm^2 . Nếu giảm chiều dài đi 2 cm, chiều rộng đi 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm 15 cm^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật là x, y (cm)

Điều kiện: $0 < y < x, x > 2, y > 1$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+1)(y+1) = xy + 13 \\ (x-2)(y-1) = xy - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật lần lượt là 7 cm và 5 cm.

Bài 18. Trong tuần đầu hai tổ sản xuất được 1500 bộ quần áo. Sang tuần thứ hai tổ một sản xuất vượt mức 25% , tổ hai giảm mức 8% nên trong tuần này cả hai tổ sản xuất được 1677 bộ quần áo. Hỏi tuần đầu, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu bộ?

Lời giải

Gọi số bộ quần áo tổ một và tổ hai sản xuất được trong tuần đầu lần lượt là x, y (bộ)

Điều kiện: $0 < x, y < 1500$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,25x + 0,92y = 1677 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tuần đầu tổ một sản xuất được 900 bộ và tổ hai sản xuất được 600 bộ.

Bài 19. Hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Nếu vòi một chảy trong 4 giờ, vòi hai chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy đầy bể.

Lời giải

Đổi đơn vị : 4 giờ 48 phút $= 4\frac{48}{60} = \frac{24}{5}$ giờ.

Gọi thời gian để vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy đầy bể lần lượt là x giờ và y giờ ($x, y > 0$)

Mỗi giờ vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy được lần lượt là $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ bể, cả hai vòi chảy được $\frac{5}{24}$

bể, do đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$.

Vòi thứ nhất chảy trong 4 giờ được $\frac{4}{x}$ bể, vòi thứ hai chảy trong 3 giờ được $\frac{3}{y}$ bể nên ta có

phương trình $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$.

Từ đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (n)}$$

Vậy vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 8 giờ, vòi thứ hai chảy đầy bể trong 12 giờ.

Bài 20. Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A để đi đến B . Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc xe khách là 20 km/h. Do đó xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km.

Lời giải.

Gọi vận tốc của xe du lịch và xe khách lần lượt là x và y km/h.

Điều kiện: $0 < y < x; x > 20$.

Theo bài ra ta có $x - y = 20$.

Thời gian xe du lịch và xe khách chạy trên cùng quãng đường đó lần lượt là $\frac{100}{x}$ và $\frac{100}{y}$. Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 20 \\ \frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{50}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy vận tốc của xe du lịch là 60 km/h, của xe khách là 40 km/h.

Bài 21. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn ngược dòng 1 giờ.

Lời giải.

Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/h) ($x > 2$)

Vận tốc của tàu khi đi xuôi dòng là $x + 2$ km/h.

Vận tốc của tàu khi đi ngược dòng là $x - 2$ km/h.

Thời gian đi xuôi dòng 48 km là $\frac{48}{x+2}$ giờ.

Thời gian đi ngược dòng 60 km là $\frac{60}{x-2}$ giờ.

Vì thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-2} - 1 = \frac{48}{x+2} \Leftrightarrow \frac{(x-22)(x+10)}{x^2-4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 (l) \\ x = 22 (n) \end{cases}$$

Vận tốc của tàu khi nước yên lặng là 22 km/h.

