

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – MÔN TOÁN – LỚP 12**ĐỀ 7**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

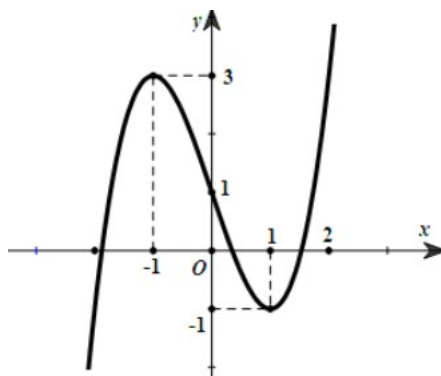
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

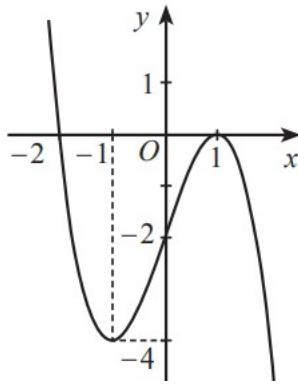
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $x_{CT} = -1, x_{CD} = 1$. B. $x_{CT} = -1, x_{CD} = 3$.
C. $x_{CT} = 3, x_{CD} = -1$. D. $x_{CT} = 1, x_{CD} = -1$.

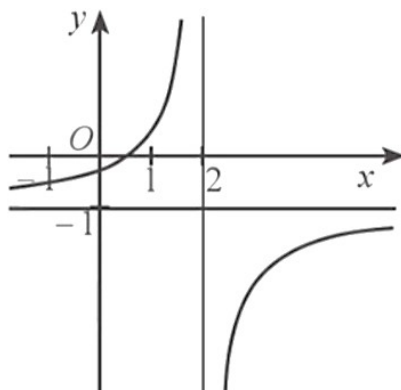
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 0]$ là:

- A. -1 . B. -4 . C. -2 . D. 1 .

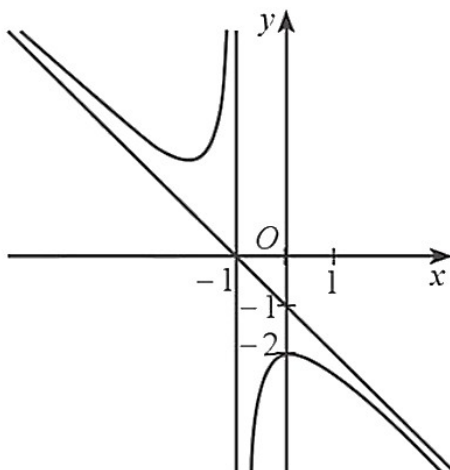
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$, đường tiệm cận ngang $y = -1$.
 B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, đường tiệm cận ngang $y = 2$.
 C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, đường tiệm cận ngang $y = -1$.
 D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$, đường tiệm cận ngang $y = 0$.

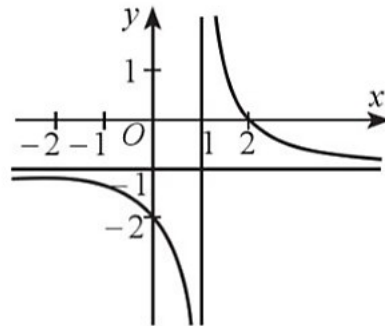
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

- A. $y = x - 1$. B. $y = -x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $y = -x + 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A. $(1; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(2; -2)$. D. $(1; -1)$.

Câu 7. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và số thực k , ta có $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$.
- B. Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và số thực k , ta có $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.
- C. Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và số thực k , ta có $k(\vec{a} - \vec{b}) = k(\vec{a} + \vec{b})$.
- D. Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và số thực k , ta có $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - \vec{b}$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{2-x}$. B. $y = -x^3 - 3x + 2024$.
- C. $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2024$. D. $y = 2x^2 - 3x + 2024$.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-3)^2 \cdot e^x$ trên đoạn $[2; 4]$ bằng

- A. 0. B. $4e$. C. e^2 . D. e^4 .

Câu 10. Quan sát bảng biến thiên và cho biết bảng biến thiên đó là của hàm số nào.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	2		2

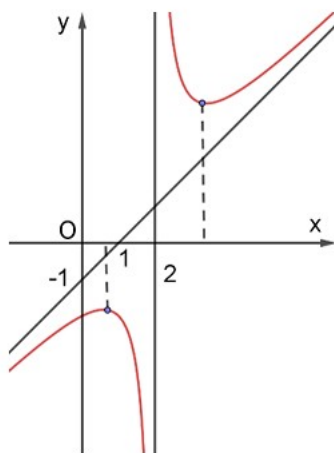
A. $y = \frac{-2x+1}{x+3}$

B. $y = \frac{-2x+1}{x-3}$

C. $y = \frac{2x-1}{x+3}$

D. $y = \frac{2x-1}{x-3}$

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số có giá trị dương?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 12. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

A. a^2 .

B. $-a^2$.

C. $\frac{1}{2}a^2$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

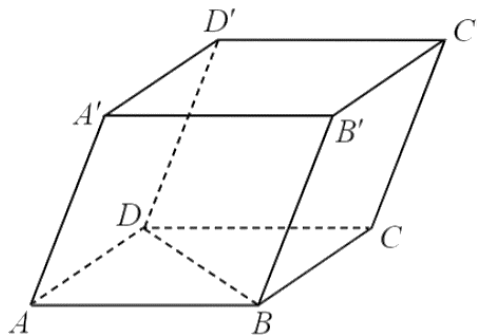
x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	4	0	$+\infty$

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.
- b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0.
- d) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.

Câu 2. Cho hàm số $y = e^x - x + 3$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$.
- c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; 4)$.
- d) Đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



- a) Các vector bằng với vector $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{A'D'}$.
- b) Các vector đối của vector $\overrightarrow{DB}$ là $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{D'B'}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{D'C'}$.
- d) $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = AD = 1$. Gọi M là trung điểm của BC .

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 1$.
- c) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}$.
- d) $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}) = 120^\circ$.

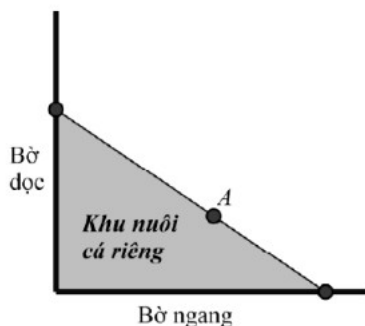
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $M = 2a - 3b$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Cho hàm số $y = e^{x+2} + 5x - m$ với m là tham số thực. Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng e^5 ?

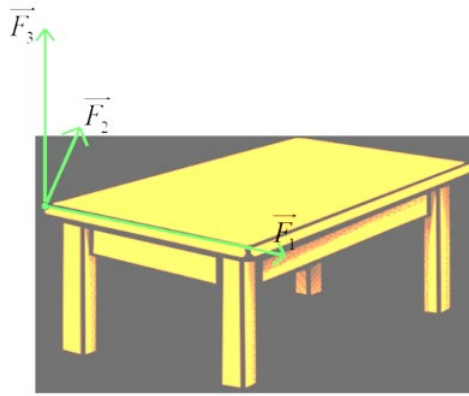
Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'B}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?

Câu 4. Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A . Diện tích nhỏ nhất có thể giăng lưới là bao nhiêu mét vuông, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) , M là một điểm bất kì trên (C) và tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai tiệm cận tại A, B . Biết chu vi tam giác IAB có giá trị nhỏ nhất bằng $a + \sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của biểu thức $a - b + 4$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ dưới. Trong đó hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 9 N và 4 N, lực $\overrightarrow{F_3}$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ và có độ lớn 7 N. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton)?



-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn****Bảng đáp án**

1. C	2. D	3. B	4. A	5. B	6. D
7. A	8. B	9. D	10. D	11. B	12. C

Hướng dẫn giải chi tiết từng câu**Câu 1.****Đáp án đúng là: C**

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0; 2)$, $f'(x) < 0$, do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng này.

Câu 2.**Đáp án đúng là: D**

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Câu 3.**Đáp án đúng là: B**

Căn cứ vào đồ thị hàm số trên, ta thấy $\min_{[-2; 0]} f(x) = f(-1) = -4$.

Câu 4.**Đáp án đúng là: A**

Quan sát hình vẽ, ta thấy:

+ Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

+ Đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5.**Đáp án đúng là: B**

Từ đồ thị đã cho, ta thấy đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm $(-1; 0)$ và $(0; -1)$. Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = -x - 1$.

Câu 6.

Đáp án đúng là: D

Đồ thị hàm số đã cho nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Giao điểm này có tọa độ là $(1; -1)$.

Câu 7.

Đáp án đúng là: A

Theo lý thuyết, ta có: với hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và số thực k , ta có $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$.

Câu 8.

Đáp án đúng là: B

+ Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$ là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên hàm số này không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ Hàm số $y = -x^3 - 3x + 2024$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2 - 3 = -3(x^2 + 1) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số này nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy chọn đáp án B.

+ Tương tự, ta chứng minh được hai hàm số ở các phương án C và D không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9.

Đáp án đúng là: D

• Ta có: $y' = 3(x-3) \cdot e^x + (x-3)^2 \cdot e^x = e^x \cdot (x-3) \cdot (x-1)$.

Khi đó, trên khoảng $(2; 4)$, $y' = 0$ khi $x = 3$.

• $y(2) = e^2$; $y(3) = 0$; $y(4) = e^4$.

Từ đó suy ra $\max_{[2;4]} y = y(4) = e^4$.

Câu 10.

Đáp án đúng là: D

Từ bảng biến thiên, ta thấy:

+) $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$, do đó đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho;

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, do đó đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Trong các hàm số đã cho ở các phương án, chỉ hàm số ở phương án D thỏa mãn.

Câu 11.

Đáp án đúng là: B

Do đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 2$ nên $d < 0$.

Giao điểm của đồ thị và trục tung có tung độ $\frac{c}{d} < 0 \Rightarrow c > 0$.

Hệ số góc của tiệm cận xiên là a . Mặt khác, từ hình vẽ hệ số góc của tiệm cận xiên là dương nên $a > 0$.

Lại có $y' = \frac{ax^2 + 2adx + bd - c}{(x + d)^2}$ và hai điểm cực trị của hàm số có giá trị dương.

Suy ra $x_1 x_2 = \frac{bd - c}{a} > 0 \Rightarrow bd - c > 0 \Rightarrow bd > c \Rightarrow b < 0$.

Vậy có 2 số có giá trị dương trong các số a, b, c, d .

Câu 12.

Đáp án đúng là: C

Vì $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên ABC là tam giác đều cạnh a .

Do đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
 $= |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \angle BAC = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} a^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. a) S, b) Đ, c) Đ, d) Đ.

Hướng dẫn giải

– Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(3; +\infty)$, do đó ý a) sai.

- Ta có $f'(x)$ đổi dấu từ “–” sang “+” tại các điểm $x=0$, $x=3$ và đổi dấu từ “+” sang “–” tại điểm $x=1$. Vậy hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị nên ý b) đúng.
- Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $x=0$ và $x=3$ nên ý c) đúng.
- Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số này không có đường tiệm cận. Vậy ý d) đúng.

Câu 2. a) S, b) S, c) Đ, d) Đ.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = e^x - x + 3$.

- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
- Ta có $y' = e^x - 1$; $y' = 0$ khi $x = 0$.

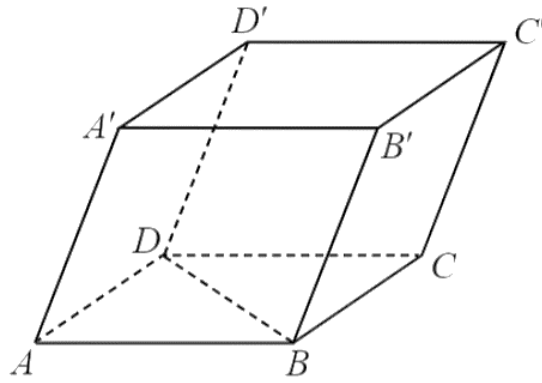
Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	–	0	+
y	$+\infty$	4	$+\infty$

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Do đó, ý a) sai.
- Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$ và không có cực đại. Do đó, ý b) sai.
- Với $x=0$, ta có $y = e^0 - 0 + 3 = 4$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$. Từ đó suy ra đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ. Vậy ý c) và ý d) đúng.

Câu 3. a) Đ, b) S, c) S, d) Đ.

Hướng dẫn giải



– Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên các mặt của hình hộp này là hình bình hành.

Do đó, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'D'}$. Vậy ý a) đúng.

– Ta có $\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B'} = -\overrightarrow{B'D'}$.

Vậy các vector đối của vector $\overrightarrow{DB}$ là $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'D'}$. Do đó ý b) sai.

– Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{D'C'}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'C'} = 2\overrightarrow{D'C'}$.

Vậy ý c) sai.

– Ta có $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{C'A'}$. Suy ra $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC'}$.

Vậy ý d) đúng.

Câu 4. a) Đ, b) S, c) S, d) Đ.

Hướng dẫn giải

– Theo quy tắc ba điểm, ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Vậy ý a) đúng.

– Do $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đôi một vuông góc nên ta có:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

Vậy ý b) sai.

– Vì $AB = 1$ nên $\overrightarrow{AB}^2 = 1$.

Vì M là trung điểm của BC nên ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}(0 - 1 + 0 - 0) = -\frac{1}{2}.$$

Vậy ý c) sai.

– Ta tính được $AM = \frac{\sqrt{2}}{2}, BD = \sqrt{2}$, suy ra

$$\cos(\overline{AM}, \overline{BD}) = \frac{\overline{AM} \cdot \overline{BD}}{|\overline{AM}| \cdot |\overline{BD}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}.$$

Vậy $(\overline{AM}, \overline{BD}) = 120^\circ$. Do đó, ý d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -1$	$\searrow -5$	$\nearrow +\infty$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$ nên suy ra $a = 1, b = 3$.

Khi đó, $M = 2a - 3b = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = -7$.

Đáp số: -7 .

Câu 2.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = e^{x+2} + 5 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số $y = e^{x+2} + 5x - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số này cũng đồng biến

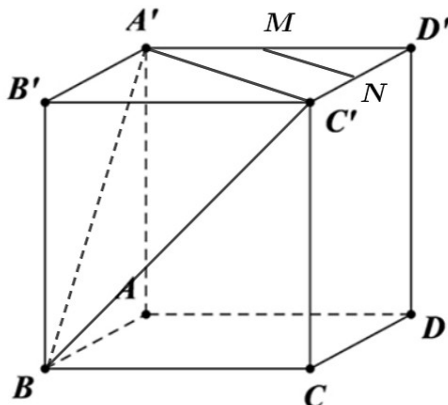
trên $[0; 3]$. Suy ra $\max_{[0;3]} y = y(3) = e^{3+2} + 5 \cdot 3 - m = e^5 + 15 - m$.

Theo bài ra: $\max_{[0;3]} y = y(3) = e^5 \Leftrightarrow e^5 + 15 - m = e^5 \Leftrightarrow m = 15$.

Đáp số: 15.

Câu 3.

Hướng dẫn giải



Vì M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$ nên ta suy ra $MN \parallel A'C'$.

Do đó, $(\overline{MN}, \overline{A'B}) = (\overline{A'C'}, \overline{A'B}) = \widehat{C'A'B}$.

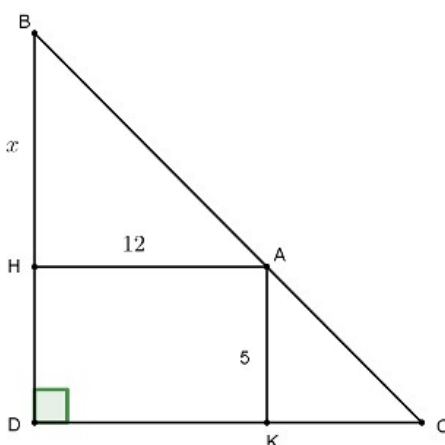
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác $C'A'B$ là tam giác đều.

Suy ra $\widehat{C'A'B} = 60^\circ$. Vậy $\varphi = 60^\circ$.

Đáp số: 60.

Câu 4.

Hướng dẫn giải



Ta mô hình hóa bài toán đã cho như hình trên với H, K lần lượt là hình chiếu của A lên bờ dọc BD và bờ ngang CD . Khi đó, theo bài ra có $AH = 12$ m, $AK = 5$ m.

Suy ra $DK = AH = 12$ m, $DH = AK = 5$ m.

Đặt $BH = x$ (m, $x > 0$).

Ta có $AH \parallel BC, AK \parallel DH$ nên $\frac{BH}{HD} = \frac{BA}{AC} = \frac{DK}{KC}$.

Suy ra $KC = \frac{HD \cdot DK}{BH} = \frac{5 \cdot 12}{x} = \frac{60}{x}$ (m).

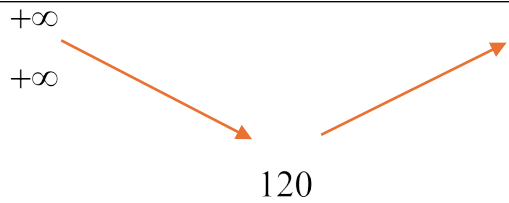
Diện tích khu nuôi cá riêng là:

$$S = \frac{1}{2} BD \cdot DC = \frac{1}{2} (x + 5) \left(\frac{60}{x} + 12 \right) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \quad (\text{m}^2).$$

Xét hàm số $S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$ với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có $S'(x) = 6 - \frac{150}{x^2} = \frac{6x^2 - 150}{x^2}$. Trên khoảng $(0; +\infty)$, $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ như sau:

x	0		5		$+\infty$
$S'(x)$		-	0	+	
$S(x)$	$+\infty$				

Từ bảng biến thiên, ta có $\min_{(0; +\infty)} S(x) = 120$ tại $x = 5$.

Vậy diện tích nhỏ nhất có thể giăng dưới là 120 m^2 .

Ngoài ra, ta có thể dùng bất đẳng thức:

$$S = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} + 60 = 120.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6x = \frac{150}{x} \Leftrightarrow x = 5 \in (0; +\infty)$.

Đáp số: 120.

Câu 5.

Hướng dẫn giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$. Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C)$, $(x_0 \neq 1)$ suy ra tiếp tuyến của (C) tại

M có phương trình là $y = \frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0-1}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của (C) .

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C) .

Suy ra $I(1; 2)$.

Điểm $A\left(1; \frac{2x_0}{x_0-1}\right)$ là giao điểm của tiệm cận đứng và tiếp tuyến, điểm $B(2x_0-1; 2)$ là giao điểm của tiệm cận ngang và tiếp tuyến.

Ta có chu vi của tam giác IAB bằng:

$$IA + IB + AB = \frac{2}{|x_0-1|} + 2|x_0-1| + \sqrt{4(x_0-1)^2 + \frac{4}{(x_0-1)^2}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $IA + IB + AB \geq 2\sqrt{4} + \sqrt{4 \cdot 2} = 4 + \sqrt{8}$.

Đẳng thức xảy ra khi $|x_0-1|=1 \Leftrightarrow x_0=0$ hoặc $x_0=2$.

Vậy chu vi tam giác IAB đạt giá trị nhỏ nhất bằng $4 + \sqrt{8}$ khi $M(0;1)$ hoặc $M(2;3)$.

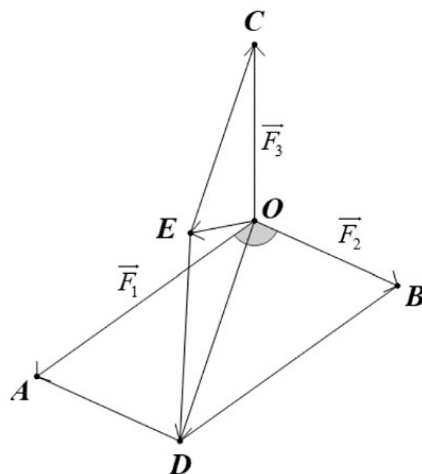
Suy ra $a=4, b=8$ nên $a-b+4=0$.

Đáp số: 0.

Câu 6.

Hướng dẫn giải

Theo đề bài, ta có hình vẽ sau:



Hợp lực tác động vào ba vật là $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$.

Ta có $\angle AOB = (\vec{OA}, \vec{OB}) = (\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 110^\circ$. Suy ra $\angle OAD = 70^\circ$.

Áp dụng định lý côsin trong tam giác OAD , ta có:

$$OD^2 = OA^2 + AD^2 - 2OA \cdot AD \cdot \cos \angle OAD = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 70^\circ = 97 - 72 \cos 70^\circ.$$

Vì $OC \perp (OBDA)$ nên $OC \perp OD$. Suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó, tam giác OCE vuông tại C nên

$$OE^2 = OC^2 + EC^2 = 7^2 + 97 - 72 \cos 70^\circ = 146 - 72 \cos 70^\circ.$$

Suy ra $OE = \sqrt{146 - 72 \cos 70^\circ} \approx 11$.

Vậy độ lớn của hợp lực của ba lực đã cho bằng khoảng 11 N.

Đáp số: 11.

-----HẾT-----