

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG
NGÃI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ
THÔNG NĂM 2025
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAB)
A. SD . **B.** BC . **C.** SC . **D.** CD .

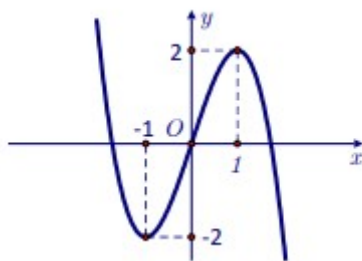
Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^x = 6$ là
A. $x = \log_3 6$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \log_6 3$. **D.** $x = 18$.

Câu 3. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là
A. 15. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 13.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là
A. $\frac{x^2}{2} + C$. **B.** $2x + C$. **C.** $\frac{x^3}{3} + C$. **D.** $x^3 + C$.

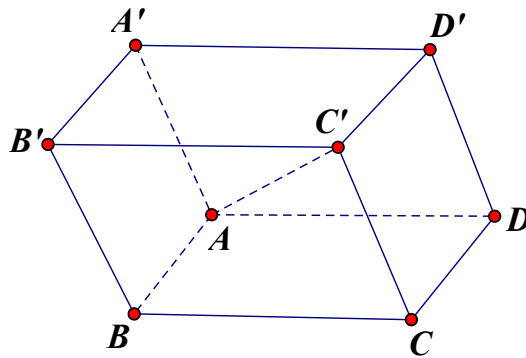
Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+1) \leq 2$ là
A. $(1; 9)$. **B.** $(-1; 7]$. **C.** $(-\infty; 9]$. **D.** $(-1; 8]$.

Câu 6. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1; 1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O = (0; 0; 0)$, có một vector pháp tuyến và $\vec{n} = (2; 0; 1)$ là

- A. $x + 2y = 0$. B. $2x + z = 0$. C. $x + 2z = 0$. D. $2x + y = 0$.

Câu 9. Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a; x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể B tính theo công thức

- A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. C. $V = \int_a^b S(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số này là

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = -1$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y - z + 8 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 1; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (1; -1; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 1; 8)$. D. $\vec{n}_2 = (1; -1; -1)$.

Câu 12. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	6	4	8	6	4

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	9	6	12	9	6

Gọi S_1, S_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S_2 = 2S_1$.

B. $S_1 = S_2$.

C. $S_2 = \frac{3}{2}S_1$.

D. $S_1 = \frac{3}{2}S_2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2\sin x + x$.

a) $f(0) = 0; f(\pi) = \pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\cos x + 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$ là 6.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2. Bạn Hoàng Huy chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỉ lệ hỏng là 2%. Xác suất để bạn chọn được

a) Một bóng đèn màu vàng là 0,6.

b) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là 0,97.

c) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là 0,98.

d) Một bóng đèn không hỏng là 0,974.

Câu 3. Hai phương tiện bay không người lái (drone) cùng lúc xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam 60m, về phía Đông 40m và cách mặt đất 50m, chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc 40m, về phía Tây 20m và cách mặt đất 30m. Tại thời điểm đang xét thì

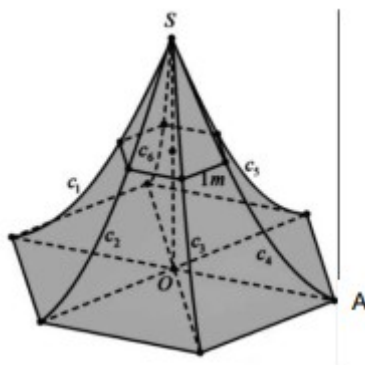
a) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 87,57 m.

b) Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát 53,85 m.

c) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là 118,32 m.

d) Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng 141,42 m.

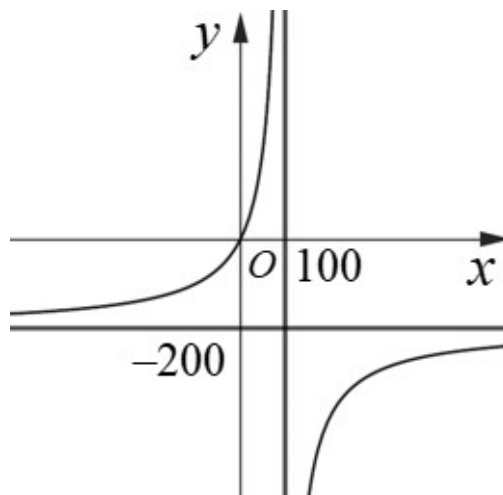
Câu 4. Có một cái chòi hình “chop cong”, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chop lục giác cong đều” như hình vẽ bên dưới. Đáy của (H) là một hình lục giác đều tâm O , đường chéo qua tâm O có độ dài là 10m, chiều cao $SO = 10m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một lục giác đều. Biết rằng khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $l = 2(m)$.



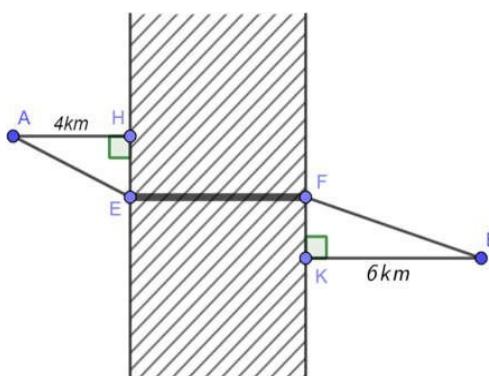
- a) Diện tích hình lục giác đều nói trên khi (α) đi qua trung điểm của SO là $6\sqrt{3}(m^2)$.
- b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm O trên hình vẽ, S thuộc tia Oy , đỉnh A của lục giác đều thuộc tia Ox thì c_4 nằm trên đường parabol có phương trình $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{6}x + 10$.
- c) Nếu (α) cắt SO và c_4 lần lượt tại M và B , mà $OM = t$ thì độ dài đoạn BM là $\frac{17}{2} - \sqrt{t + \frac{49}{4}}$.
- d) Thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) là $171,4m^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm môi trường từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí (triệu đồng) cần bỏ ra được mô hình hoá bởi hàm số có dạng $C(x) = \frac{ax+b}{-x+d}$ (như hình vẽ), $(0 \leq x < 100)$. Tính chi phí chênh lệch (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 90% và loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm từ khí thải của nhà máy.

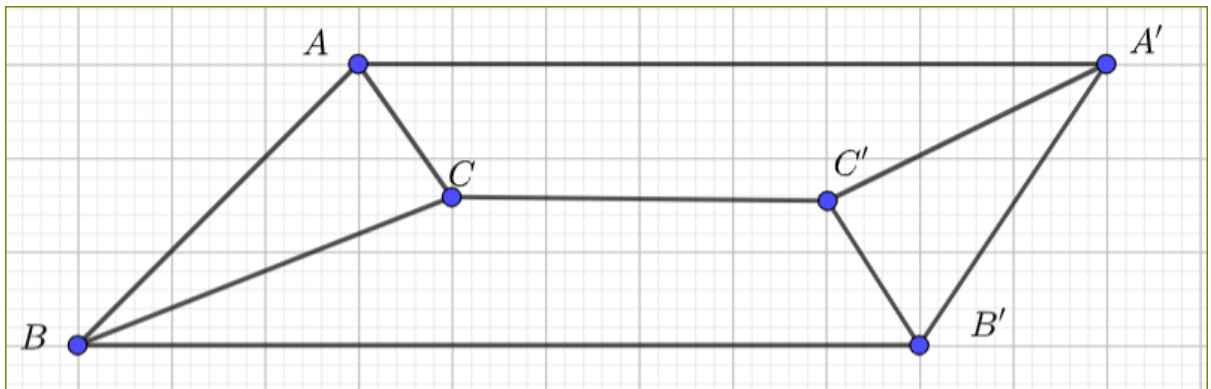


Câu 2. Hai thành phố ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng là $4km$, vị trí B cách con sông một khoảng là $6km$ (được mô hình hóa như hình vẽ bên dưới), $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi độ dài EH là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$) ?



Câu 3. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 100\}$. Gọi S là tập các tập con của tập hợp A mà mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng 3 phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S . Khi đó, xác suất chọn được phần tử của tập S có số lập thành cặp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\frac{m}{n}$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m+n$.

Câu 4. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với các kích thước chiều dài $AA' = 10m$ và chiều rộng $AB = 6m$. Bác dự định làm mái tôn (kín) và có thanh ngang $CC' = 6m$ nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng $2m$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho $1m^2$ là 250 000 VNĐ. Tính số tiền (triệu đồng) bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng phần mười).

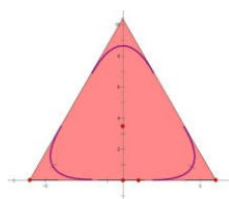


Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

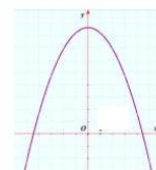
Câu 5. Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được lằm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 16 (dm) . Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường Parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{15\sqrt{3}}{2}$ (H3) có hai nhánh tiếp xúc với hai cạnh của tam giác.



H1



H2



H3

Diện tích mặt kính là $a\sqrt{b} \text{ (dm}^2\text{)}$ (với a là số nguyên dương và b là số nguyên tố). Tính $a+b$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 2 (dm) . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (dm)}$. Tính thể tích $V \text{ (dm}^3\text{)}$ của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	A	C	D	C	C	B	C	D	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	18	8	216	18,7	66	1,15

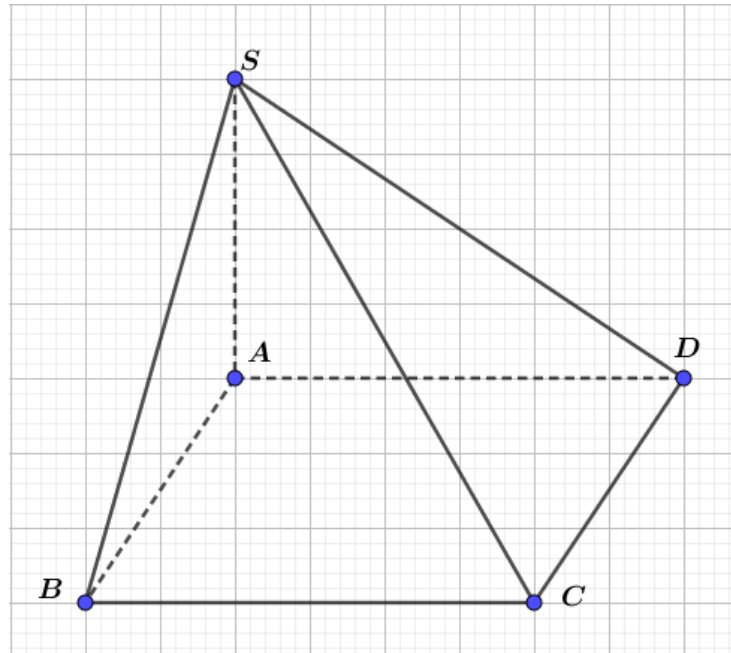
LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAB)

A. SD . **B. BC** C. SC . D. CD .

Lời giải



Ta có $BC \perp AB$ (gt) và $BC \perp SA$ ($SA \perp (ABCD)$) $\Rightarrow BC \perp (SAB)$

Vậy $BC \perp (SAB)$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^x = 6$ là

- A.** $x = \log_3 6$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = \log_6 3$ **D.** $x = 18$

Lời giải

Ta có: $3^x = 6 \Leftrightarrow x = \log_3 6$

Câu 3. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

- A.** 15 **B.** 5 **C.** 9 **D.** 13

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 3 = -1 + d \Leftrightarrow d = 4$

Do đó: $u_5 = u_1 + 4d = -1 + 4 \cdot 4 = 15$.

Vậy: $u_5 = 15$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- A.** $\frac{x^2}{2} + C$ **B.** $2x + C$ **C.** $\frac{x^3}{3} + C$ **D.** $x^3 + C$

Lời giải

Ta có $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+1) \leq 2$ là

- A.** $(1; 9)$ **B.** $(-1; 7]$ **C.** $(-\infty; 9]$ **D.** $(-1; 8]$

Lời giải

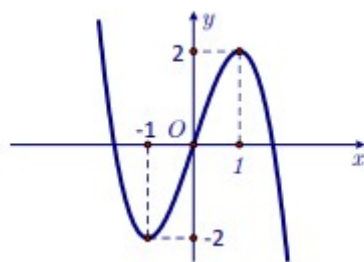
Điều kiện: $x > -1$.

Khi đó $\log_3(x+1) \leq 2 \Leftrightarrow x+1 \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 8$

Kết hợp điều kiện ta có $-1 < x \leq 8$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1; 8]$.

Câu 6. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; -1)$!

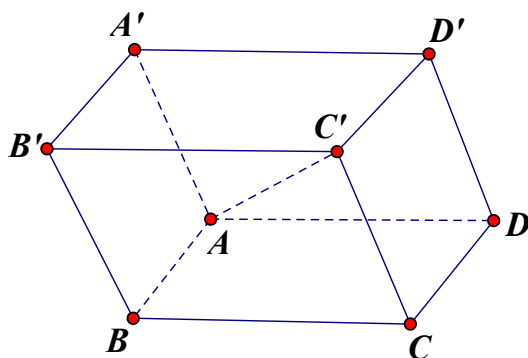
D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

$(-\infty; -1)$.

Dựa vào đồ thị hàm số thì hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$!

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O = (0; 0; 0)$, có một vector pháp tuyến và $\vec{n} = (2; 0; 1)$ là

A. $x + 2y = 0$.

B. $2x + z = 0$!

C. $x + 2z = 0$.

D. $2x + y = 0$.

Lời giải

Phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O = (0; 0; 0)$, có một vector pháp tuyến và $\vec{n} = (2; 0; 1)$ là: $2x + z = 0$.

Câu 9. Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a; x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể B tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. **C. $V = \int_a^b S(x) dx$** . D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$.

Lời giải

Thể tích V của phần vật thể B tính theo công thức $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số này là

A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $x = \frac{1}{2}$. **D. $x = -1$** .

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbf{R} \setminus \{-1\}$.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+3}{x+1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+3}{x+1} = -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y - z + 8 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (1; 1; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (1; -1; 1)$. C. $\vec{n}_4 = (1; 1; 8)$. D. $\vec{n}_2 = (1; -1; -1)$.

Lời giải

Ta có $(P): x + y - z + 8 = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_3 = (1; 1; -1)$.

Vậy một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3 = (1; 1; -1)$.

Câu 12. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	6	4	8	6	4

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Tần số	9	6	12	9	6

Gọi S_1, S_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S_2 = 2S_1$.

B. $S_1 = S_2$.

C. $S_2 = \frac{3}{2}S_1$.

D. $S_1 = \frac{3}{2}S_2$.

Lời giải

Ta có các bảng thống kê sau:

M_1	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
	Tần số	6	4	8	6	4

M_2	Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
	Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
	Tần số	9	6	12	9	6

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm M_1

$$\bar{x}_1 = \frac{6 \times 9 + 4 \times 11 + 8 \times 13 + 6 \times 15 + 4 \times 17}{28} = 12,86$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_1

$$s_1^2 = \frac{1}{28} [6 \cdot (9 - 12,86)^2 + 4 \cdot (11 - 12,86)^2 + 8 \cdot (13 - 12,86)^2 + 6 \cdot (15 - 12,86)^2 + 4 \cdot (17 - 12,86)^2] = 7,12246$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1 là: $s_1 = \sqrt{7,12246} \approx 2,67$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm M_2

$$\bar{x}_2 = \frac{9 \times 9 + 6 \times 11 + 12 \times 13 + 9 \times 15 + 6 \times 17}{42} = 12,86$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_2

$$s_2^2 = \frac{1}{42} [9 \cdot (9 - 12,86)^2 + 6 \cdot (11 - 12,86)^2 + 12 \cdot (13 - 12,86)^2 + 9 \cdot (15 - 12,86)^2 + 6 \cdot (17 - 12,86)^2] = 7,12246$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_2 là: $s_2 = \sqrt{7,12246} \approx 2,67$.

Vậy $S_1 = S_2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2 \sin x + x$.

a) $f(0) = 0; f(\pi) = \pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x + 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$ là 6.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\begin{cases} f(0) = 2\sin 0 + 0 = 0 \\ f(\pi) = 2\sin \pi + \pi = \pi \end{cases}$$

Ta có:

b) Sai.

$$\text{Ta có: } y = f(x) = 2\sin x + x \text{ suy ra } f'(x) = 2\cos x + 1$$

c) Sai.Xét trên đoạn $[0; 3\pi]$, ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + m2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + n2\pi \end{cases} (m; n \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 3\pi \text{ nên } \begin{cases} 0 \leq \frac{2\pi}{3} + m2\pi \leq 3\pi \\ 0 \leq -\frac{2\pi}{3} + n2\pi \leq 3\pi \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} -\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{7}{6} \\ \frac{1}{3} \leq n \leq \frac{11}{6} \end{cases}$$

Mà $m; n \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1\}$ và $n \in \{1\}$ Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm trên đoạn $[0; 3\pi]$.**d) Đúng.**Xét trên đoạn $[0; \pi]$, ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ nên } x = \frac{2\pi}{3}$$

$$\begin{cases} f(0) = 2\sin 0 + 0 = 0 \\ f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \\ f(\pi) = 2\sin \pi + \pi = \pi \end{cases}$$

Ta có:

Vậy giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$ khi $x = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 2.

Bạn Hoàng Huy chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỉ lệ hỏng là 2%. Xác suất để bạn chọn được

a) Một bóng đèn màu vàng là 0,6.**b)** Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là 0,97.**c)** Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là 0,98.**d)** Một bóng đèn không hỏng là 0,974.**Lời giải**

Gọi biến cố A : “Chọn được bóng đèn màu trắng”, biến cố B : “Chọn được bóng đèn hỏng”.

$$\text{Ta có: } P(A) = 0,6 \text{ suy ra } P(\bar{A}) = 0,4 \text{ và } P(B|A) = 0,03, P(B|\bar{A}) = 0,02$$

a) Sai.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn màu vàng là $P(\bar{A}) = 0,4$.

b) Đúng.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là

$$P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 0,97$$

c) Đúng.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 0,98$$

d) Đúng.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn không hỏng là

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B} | A) \cdot P(A) + P(\bar{B} | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,97 \cdot 0,6 + 0,98 \cdot 0,4 = 0,974$$

Câu 3. Hai phương tiện bay không người lái (drone) cùng lúc xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam 60m, về phía Đông 40m và cách mặt đất 50m, chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc 40m, về phía Tây 20m và cách mặt đất 30m. Tại thời điểm đang xét thì

a) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát $87,57m$.

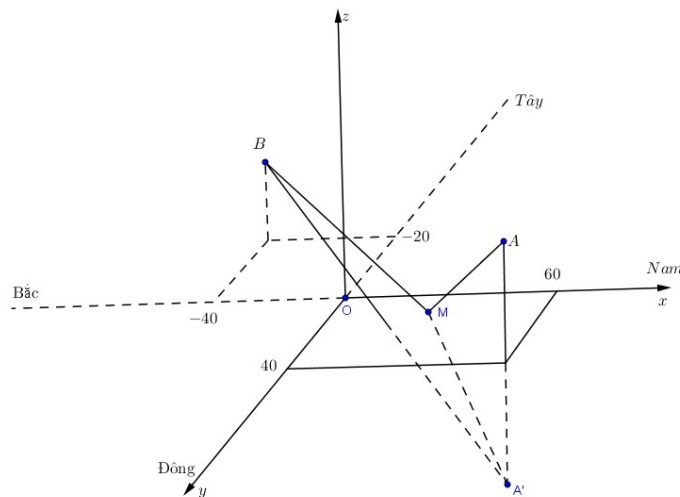
b) Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát $53,85m$.

c) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là $118,32m$.

d) Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng $141,42m$.

Lời giải

Gọi hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Xem mặt đất là mặt phẳng Oxy , vị trí ban đầu của hai drone là điểm O , gốc tọa độ.



Gọi $A(60, 40, 50)$ là vị trí của drone thứ nhất sau khi xuất phát, $B(-40, -20, 30)$ là vị trí của drone thứ hai sau xuất phát.

a) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát là $OA = \sqrt{60^2 + 40^2 + 50^2} \approx 87,75$

Chọn Sai

b) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát là $OB = \sqrt{(-40)^2 + (-20)^2 + 30^2} \approx 53,85$

Chọn Đúng

c) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là

$$AB = \sqrt{(-40 - 60)^2 + (-20 - 40)^2 + (30 - 50)^2} \approx 118,32$$

Chọn Đúng

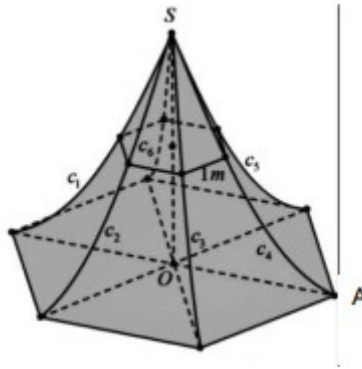
d) Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oxy . Khi đó $A'(60, 40, -50)$.
Gọi M là vị trí trên mặt đất quan sát hai drone. Khi đó

$$MA + MB = MA' + MB \geq A'B = \sqrt{(-40 - 60)^2 + (-20 - 40)^2 + (30 - (-50))^2} \approx 141,42$$

Vậy tổng khoảng cách từ vị trí trên mặt đất đến hai drone nhỏ nhất là $141,42m$.

Chọn Đúng

Câu 4. Có một cái chòi hình “chop cong”, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chop lục giác cong đều” như hình vẽ bên dưới. Đáy của (H) là một hình lục giác đều tâm O , đường chéo qua tâm O có độ dài là $10m$, chiều cao $SO = 10m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một lục giác đều. Biết rằng khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $l = 2(m)$.



a) Diện tích hình lục giác đều nói trên khi (α) đi qua trung điểm của SO là $6\sqrt{3}(m^2)$.

b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm O trên hình vẽ, S thuộc tia Oy , đỉnh A của lục giác đều thuộc tia Ox thì c_4 nằm trên đường parabol có phương trình

$$y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{6}x + 10$$

c) Nếu (α) cắt SO và c_4 lần lượt tại M và B , mà $OM = t$ thì độ dài đoạn BM là

$$\frac{17}{2} - \sqrt{t + \frac{49}{4}}$$

d) Thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) là $171,4m^3$.

Lời giải

a) Chia hình lục giác đều thành 6 tam giác đều. Khi đó diện tích hình lục giác đều khi (α) đi

qua trung điểm của SO là $6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = 6\sqrt{3}(m^2)$.

Chọn Đúng

b) Gọi parabol chứa c_4 có phương trình là $y = ax^2 + bx + c$.

Gọi I là giao điểm của mặt phẳng (α) và c_4 khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của SO nên I có tọa độ là $(2, 5)$.

Do parabol đi qua ba điểm $S(0,10)$, $I(2,5)$, $A(5,0)$ nên phương trình của parabol là $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{6}x + 10$

Chọn Đúng

c) Khi $OM = t$ thì điểm B có tung độ là $y = t$. Khi đó hoành độ của điểm B là nghiệm nhỏ

hơn của phương trình $\frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{6}x + 10 = t$ hay $\frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{6}x + 10 - t = 0$

Ta có $\Delta = \left(-\frac{17}{6}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot (10 - t) = \frac{49}{36} + \frac{2}{3} \cdot t$ nên hoành độ của điểm B là

$$x_B = \frac{\frac{17}{6} - \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{2}{3} \cdot t}}{\frac{1}{3}} = \frac{17}{2} - \sqrt{\frac{49}{4} + 6t}$$

$$BM = \frac{17}{2} - \sqrt{\frac{49}{4} + 6t}$$

Vậy độ dài đoạn

Chọn Sai.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi mặt phẳng (α) và phần mái chòi là

$$S = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{17}{2} - \sqrt{\frac{49}{4} + 6t}\right)^2$$

$$V = \int_0^{10} 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{17}{2} - \sqrt{\frac{49}{4} + 6t}\right)^2 dt = 171,4 (m^3)$$

Khi đó thể tích của mái chòi là

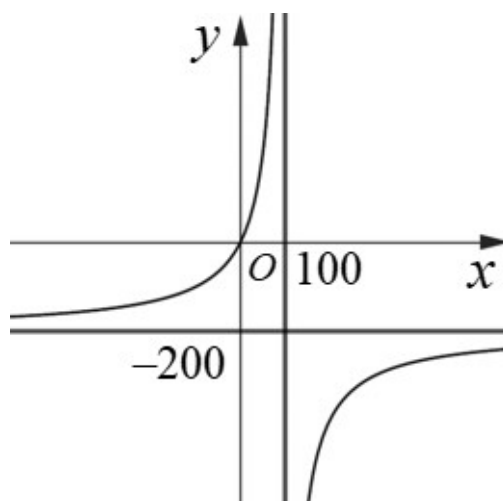
Chọn Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. [Mức độ 3] Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm môi trường từ khí thải của một nhà máy, người ta

ước tính chi phí (triệu đồng) cần bỏ ra được mô hình hoá bởi hàm số có dạng $C(x) = \frac{ax+b}{-x+d}$

(như hình vẽ), $(0 \leq x < 100)$. Tính chi phí chênh lệch (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 90% và loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm từ khí thải của nhà máy.



Lời giải:

Đáp số: 18

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số $C(x) = \frac{ax+b}{-x+d}$ có:

+) tiệm cận đứng là $x=100 \Rightarrow C(x) = \frac{ax+b}{-x+100}$..

+) tiệm cận ngang là $y=-200 \Rightarrow C(x) = \frac{200x+b}{-x+100}$..

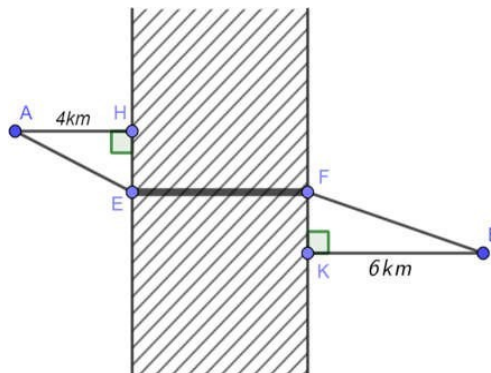
+) đi qua gốc tọa độ $O(0;0) \Rightarrow C(x) = \frac{200x}{-x+100}$.

Ta có $C(90) = 1800$ (triệu đồng)

$C(99) = 19800$ (triệu đồng)

Chi phí chênh lệch là $C(99) - C(90) = 18000$ (triệu đồng) = 18 (tỉ đồng)

Câu 2. [Mức độ 3] Hai thành phố ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng là $4km$, vị trí B cách con sông một khoảng là $6km$ (được mô hình hóa như hình vẽ bên dưới), $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi. Hỏi độ dài EH là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$) ?



Lời giải:

Đáp số: 8

Đặt $HE = x (0 \leq x \leq 20) \Rightarrow KF = 20 - x$

$\Rightarrow AE = \sqrt{16 + x^2}$, $KB = \sqrt{36 + (20 - x)^2}$

Đường đi từ thành phố A đến thành phố B (đi theo đường $AEFB$) là $AE + EF + KB$.

Để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất thì $AE + KB$ đạt giá trị nhỏ nhất (vì EF không đổi).

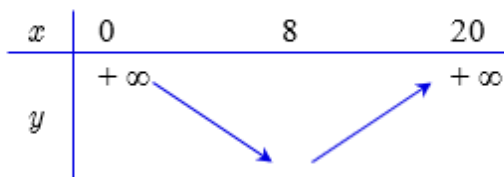
Đặt $f(x) = AE + KB = \sqrt{16 + x^2} + \sqrt{36 + (20 - x)^2}$

$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{16 + x^2}} - \frac{20 - x}{\sqrt{36 + (20 - x)^2}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{16 + x^2}} - \frac{20 - x}{\sqrt{36 + (20 - x)^2}} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{16+x^2}} = \frac{20-x}{\sqrt{36+(20-x)^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8(N) \\ x=-40(L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Vậy độ dài $EH = 8 \text{ km}$ thì đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất.

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 100\}$$

Câu 3. Cho tập S . Gọi A là tập các tập con của tập hợp S mà mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng 91 phần tử bằng 3 . Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S . Khi đó, xác suất chọn được phần tử của tập S có số lập thành cấp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\frac{m}{n}$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m+n$.

Lời giải

Đáp án: 216

Giả sử tập con bất kì $\{a, b, c\} \in S, 1 \leq a, b, c \leq 100, a, b, c$ phân biệt.

Ta có $a + b + c = 91$. Số bộ a, b, c là $C_{91-1}^{3-1} = C_{90}^2$ (bài toán chia kẹo).

Tuy nhiên trong các bộ trên vẫn chứa các bộ có 2 số giống nhau như $\{1; 1; 89\}, \dots, \{45; 45; 1\}$, mỗi bộ lại có 3 bộ tương ứng. Số bộ có 2 số giống nhau là $3 \cdot 45 = 135$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \frac{C_{90}^2 - 135}{3!} = 645$.

Giả sử ta chọn được 3 số a, aq, aq^2 với $q > 0$.

Theo giả thiết ta có $a + aq + aq^2 = 91 \Leftrightarrow a \cdot (1 + q + q^2) = 91$.

Do $91 = 7 \cdot 13 = 1 \cdot 91$ và a, q đều là các số nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: $\begin{cases} a = 7 \\ 1 + q + q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ q = 3(tm) \\ q = -4(ktm) \end{cases}$. Ta có bộ số thỏa mãn $\{7; 21; 63\}$.

+ Trường hợp 2: $\begin{cases} a = 13 \\ 1 + q + q^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ q = 2(tm) \\ q = -3(ktm) \end{cases}$. Ta có bộ số thỏa mãn $\{13; 26; 52\}$.

+ Trường hợp 3: $\begin{cases} a = 1 \\ 1 + q + q^2 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ q = 9(tm) \\ q = -10(ktm) \end{cases}$. Ta có bộ số thỏa mãn $\{1; 9; 81\}$.

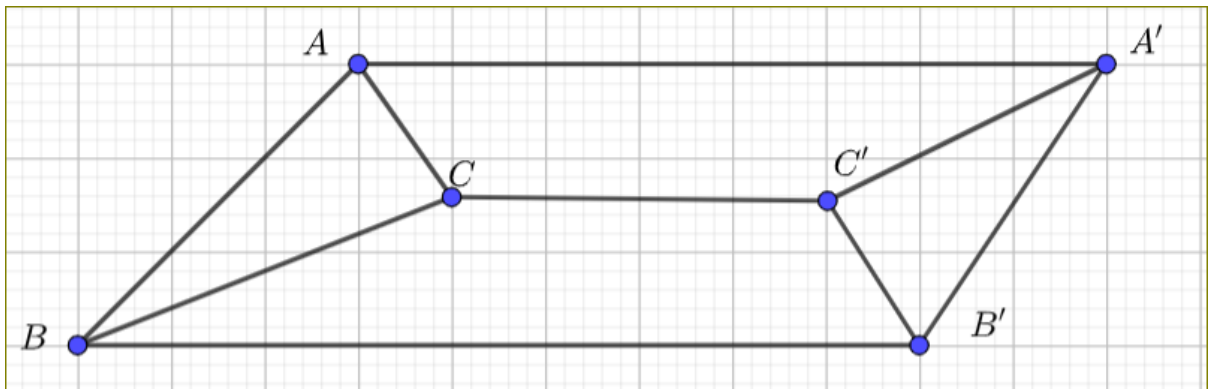
$$\begin{cases} a = 91 \\ 1 + q + q^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 91 \\ q = 0(ktm) \\ q = -1(ktm) \end{cases}$$

+ Trường hợp 3:

$$p = \frac{3}{645} = \frac{1}{215} \Rightarrow m = 1; n = 215$$

Vậy $m + n = 216$.

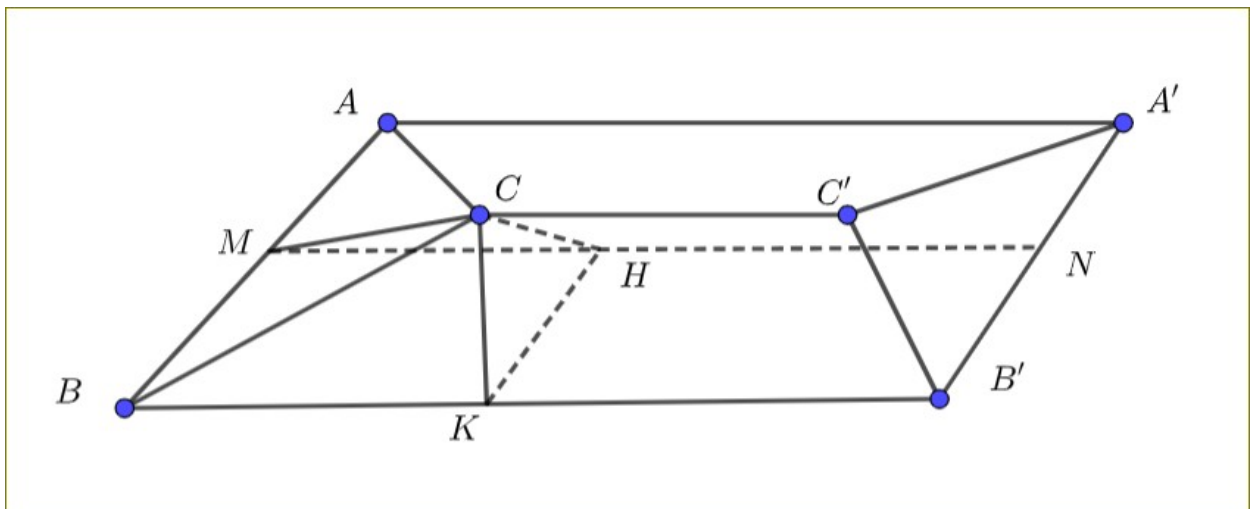
Câu 4. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với các kích thước chiều dài $AA' = 10m$ và chiều rộng $AB = 6m$. Bác dự định làm mái tôn (kín) và có thanh ngang $CC' = 6m$ nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng $2m$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho $1m^2$ là 250 000 VNĐ. Tính số tiền (triệu đồng) bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng phần mười).



Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

Lời giải

Đáp án: 18,7



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C lên MN, BB' .

Ta có $CH = 2m; HK = 3m \Rightarrow CK = \sqrt{CH^2 + HK^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}m$.

Xét tam giác CHM vuông tại H , có

$$MH = \frac{10-6}{2} = 2 \Rightarrow CM = \sqrt{CH^2 + HM^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}m$$

Tổng diện tích S mái tôn bằng

$$S = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta BB'C'} + S_{\Delta CC'A'} + S_{\Delta CC'B} = 2.S_{\Delta ABC} + 2S_{\Delta BB'C'} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot CM \cdot AB + 2 \cdot \frac{(BB' + CC') \cdot CK}{2}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6 + 2 \cdot \frac{(10+6) \cdot \sqrt{13}}{2} = 12\sqrt{2} + 16\sqrt{13} m^2$$

Vậy số tiền bác An phải trả là $T = (12\sqrt{2} + 16\sqrt{13}) \cdot 250000 = 18664845,79 \approx 18,7$ (triệu đồng)

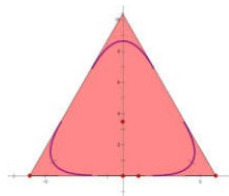
Câu 5.

[Mức độ 3] Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tam giác ban đầu bằng 16 (dm). Để cắt góc được đẹp thì người

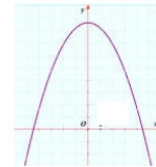
ta dùng đường Parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{15\sqrt{3}}{2}$ (H3) có hai nhánh tiếp xúc với hai cạnh của tam giác.



H1



H2

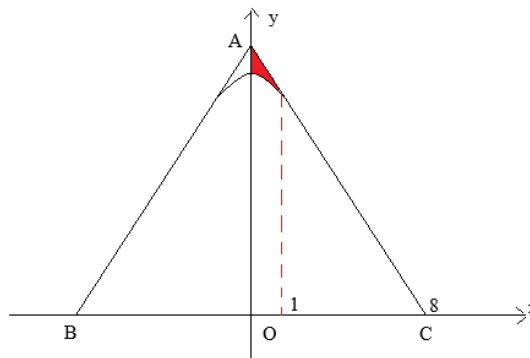


H3

Diện tích mặt kính là $a\sqrt{b}$ (dm^2) (với a là số nguyên dương và b là số nguyên tố). Tính $a+b$.

Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ



Tam giác ABC đều cạnh bằng 16 nên $AO = 8\sqrt{3}$, diện tích $S_{\Delta ABC} = 16^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 64\sqrt{3}$.

Tọa độ các điểm $A(0; 8\sqrt{3})$, $C(8; 0)$, do đó phương trình $AC: y = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}$.

Xác định hoành độ giao điểm của (P) và AC . Xét phương trình

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{15\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 1$$

Diện tích phần tô màu trong hình là

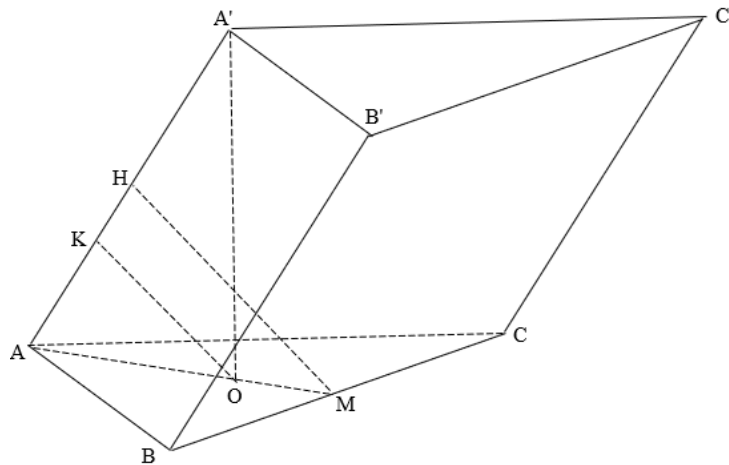
$$S_1 = \int_0^1 \left[(-\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{15\sqrt{3}}{2} \right) \right] dx = \int_0^1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dx = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^1 (x-1)^2 dx$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{6} (x-1)^3 \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Diện tích tấm kính mặt bàn là $S = S_{\Delta ABC} - 6S_1 = 64\sqrt{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = 63\sqrt{3}$. Vậy $a+b=66$.

Câu 6. [Mức độ 3] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2(dm)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(dm)$. Tính thể tích $V(dm^3)$ của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Lời giải



Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC , M là trung điểm của BC .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, O lên AA' .

Tam giác ABC đều cạnh bằng 2 nên $S_{\Delta ABC} = 2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$; $AM = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

$$AO = \frac{2}{3} AM = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có MH là đường vuông góc chung của AA' và BC nên $MH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\frac{OK}{MH} = \frac{AO}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow OK = \frac{2}{3} MH = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác $AA'O$ vuông tại O , nên

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow SO = \frac{2}{3}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot SO = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15 (dm^3)$

