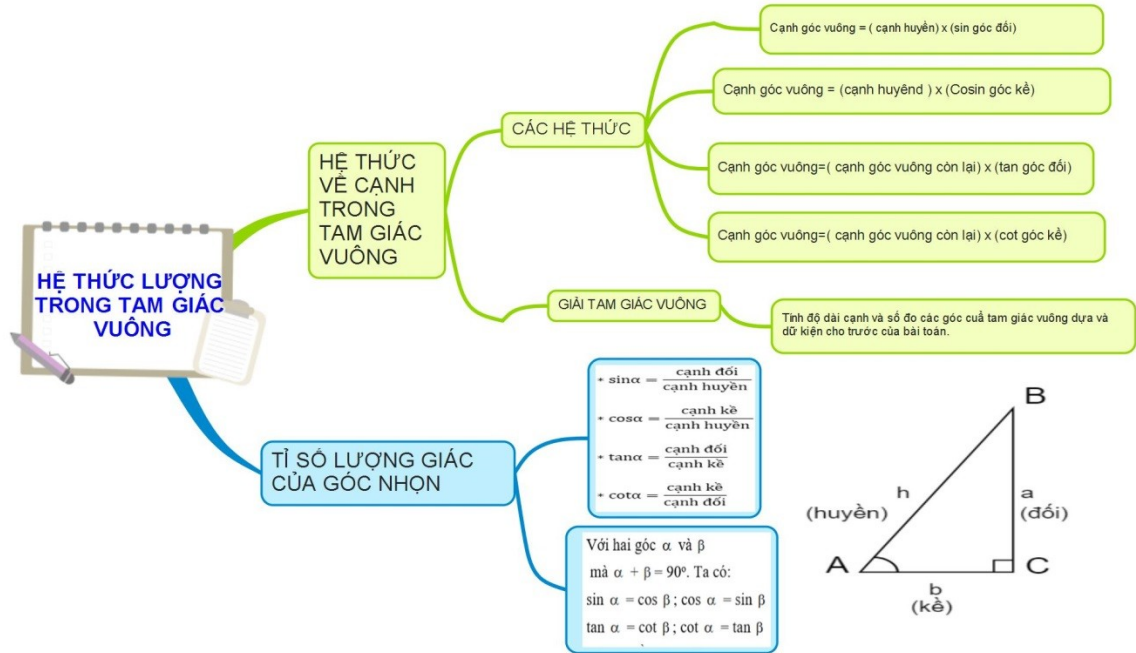


CHUYÊN ĐỀ 18: CÁC DẠNG BÀI TẬP HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

NỘI DUNG : ÔN TẬP CHƯƠNG IV (04 BÀI)

CHUYÊN ĐỀ: ÔN TẬP CHƯƠNG IV. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

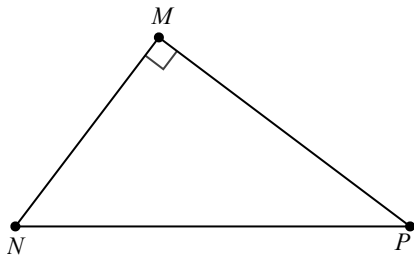
A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ



B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \hat{MNP}$ bằng:



A. $\frac{MN}{NP}$.

B. $\frac{MP}{NP}$.

C. $\frac{MN}{MP}$.

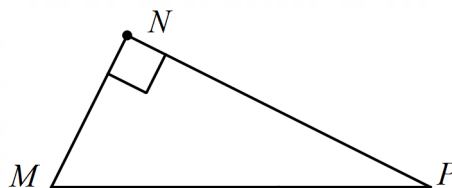
D. $\frac{MP}{MN}$.

Lời giải

Ta có $\tan \hat{MNP} = \frac{MP}{MN}$.

Đáp án cần chọn là D.

Câu 2. [NB] Cho tam giác MNP vuông tại N . Hệ thức nào sau đây là đúng.



A. $NP = MP \cdot \cos P$.

B. $NP = MN \cdot \cos P$.

B. $NP = MN \cdot \tan P$.

D. $NP = MP \cdot \cot P$.

Lời giải

Ta có $\cos P = \frac{NP}{MP} \Rightarrow NP = MP \cdot \cos P$

Đáp án cần chọn là A.

Câu 3. [NB] Chọn câu trả lời đúng $\sin 60^\circ$ bằng:

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Đáp án cần chọn là B.

Câu 4. [NB] Xét tam giác ABC vuông tại C có: $\hat{A} = \alpha, \hat{B} = \beta$. Khi đó $\sin \alpha = \dots \beta$ và $\dots \alpha = \sin \beta$;

A. $\cos; \sin$

B. $\sin; \cos$

C. $\cos; \cos$

D. $\sin; \sin$

Lời giải

Ta có $\hat{A}, \hat{B}$ là 2 góc nhọn phụ nhau. Nên sin góc nọ là cos góc kia.

Đáp án cần chọn là C.

Câu 5. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định sai?

A. $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$.

B. $a = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$.

C. $a^2 = b^2 + c^2$.

D. $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$.

Lời giải

Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Ta có:

+ Theo định lý Pytago ta có $a^2 = b^2 + c^2$ nên C đúng.

+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C; c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B; b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C; c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$

Nên A, D đúng.

Đáp án cần chọn là B.

Câu 6. [TH] Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8\text{cm}, AC = 6\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

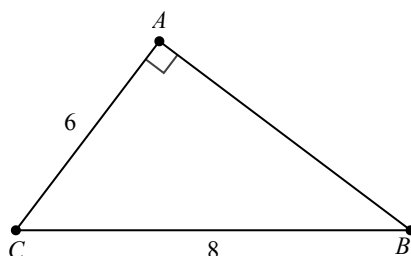
A. $\tan C \approx 0,87$.

B. $\tan C \approx 0,86$.

C. $\tan C \approx 0,88$.

D. $\tan C \approx 0,89$.

Lời giải



Theo định lý Pytago ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{8^2 - 6^2} \approx 5,29$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có $\tan C = \frac{AB}{AC} \approx \frac{5,29}{6} \approx 0,88$.

Đáp án cần chọn là C.

Câu 7. [TH]: Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

- A. $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.
- B. $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.
- C. $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.
- D. $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Lời giải:

Ta có $\cos 67^\circ = \sin 23^\circ$ vì $67^\circ + 23^\circ = 90^\circ$; $\cos 44^\circ 35' = \sin 45^\circ 25'$ vì $44^\circ 35' + 45^\circ 25' = 90^\circ$

Mà $23^\circ < 28^\circ 10' < 35^\circ < 40^\circ < 45^\circ 25'$ nên $\sin 23^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \sin 45^\circ 25'$

$\Leftrightarrow \cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Đáp án cần chọn là D.

Câu 8. [TH]. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AC = 15\text{cm}, CH = 6\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\cos B$.

- A. $\sin C = \frac{5}{\sqrt{21}}$.
- B. $\sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$.
- C. $\sin C = \frac{2}{5}$.
- D. $\sin C = \frac{3}{5}$.

Lời giải:

Xét tam giác AHC vuông tại H , theo định lý Pytago ta có:

$$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 15^2 - 6^2 = 189 \Rightarrow AH = 3\sqrt{21} \Rightarrow \sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{3\sqrt{21}}{15} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Mà tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\angle B, \angle C$ là hai góc phụ nhau. Do đó $\cos B = \sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Đáp án cần chọn là B.

Câu 9. [VD] Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $7,5\text{m}$. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 42° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

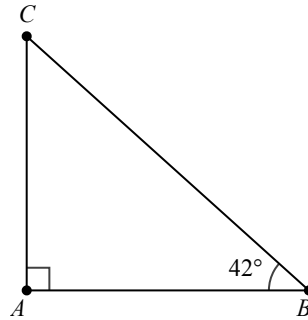
A. $6,753m$.

B. $6,75m$.

C. $6,751m$.

D. $6,755m$.

Lời giải:



Ta có chiều cao cột đèn là AC ; $AB = 7,5m$ và $\angle ACB = 42^\circ$

Xét tam giác ACB vuông tại A có: $AC = AB \cdot \tan B = 7,5 \cdot \tan 42^\circ \approx 6,753m$.

Vậy cột đèn cao $6,753m$.

Đáp án cần chọn là A.

Câu 10. [VD]: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10\text{ cm}$, $\angle C = 30^\circ$. Tính AB ; BC .

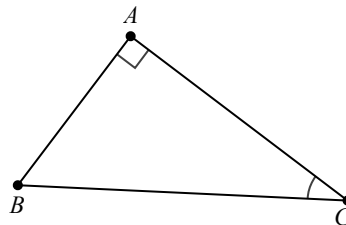
A. $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

B. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

C. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = 20\sqrt{3}$.

D. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan C = 10 \cdot \tan 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{3};$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Đáp án cần chọn là D.

Câu 11. [VD]. Một khúc sông rộng khoảng $250m$. Một chiếc thuyền muốn qua sông theo phương ngang nhưng bị dòng nước đẩy theo phương xiên, nên phải đi khoảng $320m$ mới

sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy thuyền lệch đi một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn đến phút)

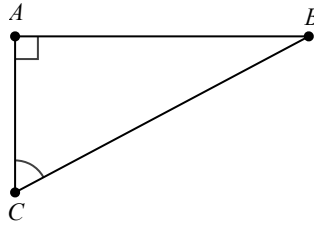
A. 30° .

B. 40° .

C. $38^\circ 37'$.

D. $39^\circ 37'$.

Lời giải:



Ta có khúc sông $AC = 250m$, quãng đường thuyền đi là $BC = 320m$.

Góc lệch là α .

Ta có $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{250}{320} \Rightarrow \alpha \approx 38^\circ 37'$.

Vậy góc lệch là $38^\circ 37'$.

Đáp án cần chọn là C.

Câu 12. [VDC] Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$

A. $A = 46$.

B. $A = \frac{93}{2}$.

C. $A = \frac{91}{2}$.

D. $A = 45$.

Lời giải

Ta có $\sin^2 89^\circ = \cos^2 1^\circ; \sin^2 88^\circ = \cos^2 2^\circ; \dots; \sin^2 46^\circ = \cos^2 44^\circ$ và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Nên $A = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$= (\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) + \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$$

$$= \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{44 \text{ số } 1} + \frac{1}{2} + 1 = 44 \cdot 1 + \frac{3}{2} = \frac{91}{2}$$

Vậy $A = \frac{91}{2}$.

Đáp án cần chọn là C.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai. Đánh dấu X vào ô thích hợp.

Câu 1.[TH] Cho $\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ$. Khi đó

Khẳng định sau đây đúng hay sai	Đúng	Sai
1. $\sin \alpha < \cos \beta$		x
2. $\sin \alpha < \sin \beta$	x	
3. $\cos \alpha < \cos \beta$		x
4. $\tan \alpha = \cot \beta$	x	

Câu 2.[TH] Cho $\alpha = 73^\circ; \beta = 37^\circ$. Khi đó

Khẳng định sau đây đúng hay sai	Đúng	Sai
1. $\sin \alpha < \cos \beta$		x
2. $\tan \alpha > \tan \beta$	x	
3. $\cos \alpha < \cos \beta$	x	
4. $\tan \alpha > \cot \beta$		x

Câu 3.[VD] Cho $0^\circ < \alpha < \beta < 90^\circ$. Khi đó

Khẳng định sau đây đúng hay sai	Đúng	Sai
1. $\tan \alpha < \tan \beta$	x	
2. $\cos \alpha > \cos \beta$	x	
3. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 (\alpha > 0^\circ)$	x	
4. $\tan \alpha = \cot \beta (\alpha + \beta = 180^\circ)$		x

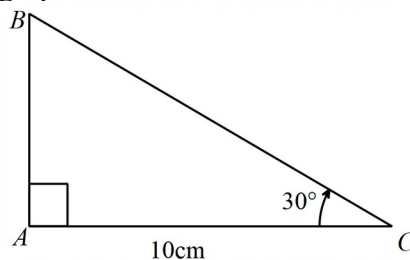
Câu 4.[VD] Cho $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \cos 45^\circ 25', \sin 28^\circ 10'$. sắp xếp theo thứ tự tăng hoặc giảm dần.

Khẳng định sau đây đúng hay sai	Đúng	Sai
---------------------------------	------	-----

1.	$\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10'$		x
2.	$\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$	x	
3.	$\cos 45^\circ 25' > \sin 28^\circ 10' > \sin 40^\circ > \cos 67^\circ$		x
4.	$\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$		x

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10\text{cm}$, $\hat{ACB} = 30^\circ$ và $\hat{ABC} = 30^\circ$.



1: Tính $\hat{B} = \dots\dots^\circ$

Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. Vậy $\hat{B} = 60^\circ$

2: Độ dài cạnh $BC \approx \dots\dots\dots\text{cm}$ (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có $AC = BC \cdot \cos C \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{10}{\cos 30^\circ} \approx 11,6\text{cm}$. **Vậy** $BC \approx 11,6\text{cm}$

3: Độ dài cạnh $AB \approx \dots\dots\dots\text{cm}$ (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC \cdot \tan C \Rightarrow AB = 10 \cdot \tan 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 5,8\text{cm}$.

Vậy $AB \approx 5,8\text{cm}$

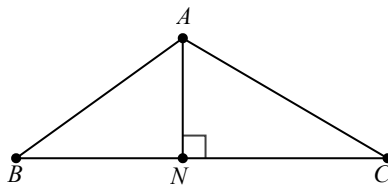
4: Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} \approx \dots\dots\dots\text{cm}^2$ (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{10\sqrt{3}}{3} \cdot 10 \approx 28,9\text{cm}^2$.

Vậy $S_{\Delta ABC} \approx 28,9\text{cm}^2$

Bài 2: Cho tam giác ABC có $BC = 11\text{cm}$, $\hat{ABC} = 40^\circ$ và $\hat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .



1: Độ dài $AN \approx \dots\dots$ cm.

Lời giải:

Đặt $BN = x (0 < x < 11) \Rightarrow NC = 11 - x$.

Xét tam giác ABN vuông tại N có $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 40^\circ$

Xét tam giác ACN vuông tại N có $AN = CN \cdot \tan C = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ$

Nên $x \cdot \tan 40^\circ = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ \Rightarrow x \approx 4,48$ (thỏa mãn).

Khi đó $AN = BN \cdot \tan B = 4,48 \cdot \tan 40^\circ \approx 3,76 \text{ (cm)}$. **Vậy** $AN \approx 3,76 \text{ cm}$

2: Độ dài AC gần nhất với giá trịcm.

Lời giải:

Theo câu trước ta có $AN \approx 3,76$

Xét tam giác ACN vuông tại N có $\sin C = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AN}{\sin C} = 7,52$. **Vậy** $AC \approx 7,52 \text{ cm}$

3: Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} \approx \dots\dots\dots \text{cm}^2$ (làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Lời giải:

Theo kết quả các câu trước ta có $AN \approx 3,76$ nên $S_{\Delta ABC} = \frac{AN \cdot BC}{2} = 20,68 \text{ cm}^2$. **Vậy** $S_{\Delta ABC} \approx 20,7 \text{ cm}^2$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

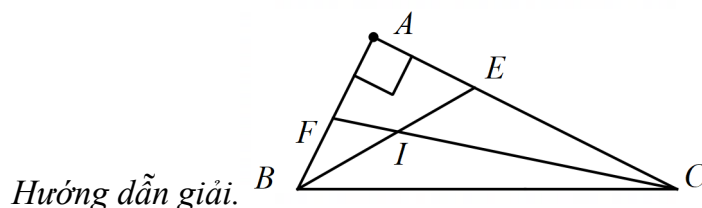
DẠNG 1: TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN. TÍNH CẠNH TÍNH GÓC CỦA TAM GIÁC VUÔNG.

PP: Sử dụng các kiến thức liên quan đến tỉ số lượng giác để tính góc.

Ví dụ 1 [TH]: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5 \text{ cm}, BC = 13 \text{ cm}$.

a) Tính tỉ số lượng giác của góc $\hat{ACB}$

b) Vẽ hai tia phân giác BE, CF cắt nhau tại I . Tính AE, EC, AF, BF .



Hướng dẫn giải.

a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có: $AC = \sqrt{BC^2 - BA^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm}$

Trong $\triangle ABC$ vuông tại A có: $\sin \hat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$; $\cos \hat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}$;

$$\tan \hat{ACB} = \frac{\sin \hat{ACB}}{\cos \hat{ACB}} = \frac{5}{12}; \quad \cot \hat{ACB} = \frac{1}{\tan \hat{ACB}} = \frac{12}{5}$$

b) Áp dụng tính chất đường phân giác trong $\triangle ABC$ ta có:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{CE} \Rightarrow \frac{AE}{5} = \frac{CE}{13} = \frac{AE + CE}{5 + 13} = \frac{AC}{18} = \frac{2}{3}$$

Vậy $AE = \frac{10}{3}\text{cm}$, $CE = \frac{26}{3}\text{cm}$.

$$\frac{AC}{AF} = \frac{CB}{BF} \Rightarrow \frac{AF}{12} = \frac{BF}{13} = \frac{AF + BF}{12 + 13} = \frac{AC}{25} = \frac{1}{5}$$

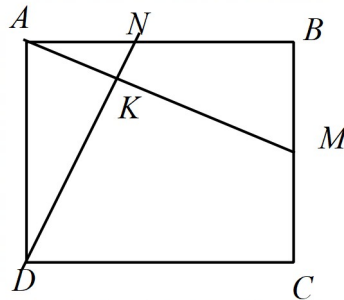
Vậy $AF = \frac{12}{5}\text{cm}$, $BF = \frac{13}{5}\text{cm}$.

Ví dụ 2 [VD]: Cho hình vuông $ABCD$ có $AD = 12\text{cm}$, điểm M trên BC , điểm N trên AB sao cho $AN = BM = 5\text{cm}$.

a) Tính tỉ số lượng giác của góc $\hat{AMB}$

b) Nối DN cắt AM tại K . Chứng minh $AM = DN$.

c) Chứng minh $AM \perp DN$.



Hướng dẫn giải.

a) Xét $\triangle AMB$ vuông tại B có: $AM = \sqrt{BA^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{cm}$

Ta có: $\sin \hat{AMB} = \frac{AB}{AM} = \frac{12}{13}$; $\cos \hat{AMB} = \frac{BM}{AM} = \frac{5}{13}$; $\tan \hat{AMB} = \frac{AB}{BM} = \frac{12}{5}$;

$$\cot \hat{AMB} = \frac{1}{\tan \hat{AMB}} = \frac{5}{12}$$

b) Xét $\triangle AMB = \triangle DNA (c.g.c) \Rightarrow AM = DN$.

c) Ta có: $\tan \hat{BAM} = \frac{BM}{AB}$; $\cot \hat{AND} = \frac{AN}{AD}$. Do $\Rightarrow BM = AN$; $AB = AD$

$\Rightarrow \tan \angle BAM = \cot \angle AND$ nên trong $\triangle AKN$ có: $\angle BAM$ và $\angle AND$ phụ nhau. Suy ra $\angle AKN = 90^\circ$.
 Vậy $AM \perp DN$.

DẠNG 2: TÍNH CÁC TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN.

Ví dụ 1 [TH]: Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

Lời giải:

Ta có $\sin^2 80^\circ = \cos^2 10^\circ$; $\sin^2 70^\circ = \cos^2 20^\circ$; $\sin^2 60^\circ = \cos^2 30^\circ$; $\sin^2 50^\circ = \cos^2 40^\circ$ và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Nên $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

$$= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4.$$

Ví dụ 2 [VD]: Tính giá trị biểu thức $B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \dots \tan 80^\circ$.

Lời giải:

Ta có $\tan 80^\circ = \cot 10^\circ$; $\tan 70^\circ = \cot 20^\circ$; $\tan 50^\circ = \cot 40^\circ$; $\cot 60^\circ = \cot 30^\circ$ và $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Nên $B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$

$$= \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \cot 20^\circ \cdot \cot 10^\circ$$

$$= (\tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ) \cdot (\tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ) \cdot (\tan 30^\circ \cdot \cot 30^\circ) \cdot (\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1. \text{ Vậy } B = 1.$$

Ví dụ 3 [VD]: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Tính $A = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

Lời giải:

Ta có $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cdot 1$

$$= \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

$$= (\sin^2 \alpha)^3 + 3(\sin^2 \alpha)^2 \cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha)^2 + (\cos^2 \alpha)^3$$

Ví dụ 4 [VD]: Cho α là góc nhọn bất kỳ. Cho $P = (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \tan^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cot^2 \alpha$, Tính P.

Lời giải:

Với $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$P = (1 - \sin^2 \alpha) \cdot \tan^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha) \cdot \cot^2 \alpha$$

$$= \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \sin^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad Q = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \cot \alpha - \tan \alpha$$

Ví dụ 5 [VDC]: Cho α là góc nhọn bất kỳ. So sánh $Q = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$ và $P = \cot \alpha - \tan \alpha$

Lời giải:

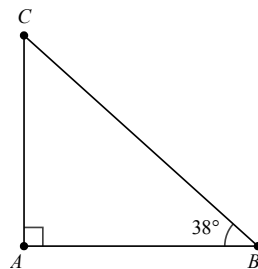
Với $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ta có:

.Vậy $P=Q$

DẠNG 3. ỨNG DỤNG THỰC TẾ TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

Ví dụ 1 [TH]: : Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $6m$. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 38° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải:



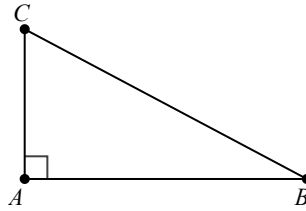
Ta có chiều cao cột đèn là AC ; $AB = 6m$ và $\angle ACB = 38^\circ$

Xét tam giác ACB vuông tại A có: $AC = AB \cdot \tan B = 6 \cdot \tan 38^\circ \approx 4,69m$.

Vậy cột đèn cao $4,69m$.

Ví dụ 2 [TH]: Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc $500km/h$. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau $1,2$ phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu?

Lời giải:



Đổi $1,2' = \frac{1}{50} h$.

Sau $1,2$ phút máy bay ở C .

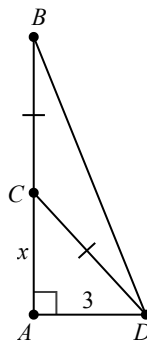
Quãng đường bay được là $BC = 500 \cdot \frac{1}{50} = 10 \text{ km}$ và $B = 30^\circ$

Nên $AC = BC \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ km}$.

Vậy máy bay đạt được độ cao là 5 km sau $1,2$ phút.

Ví dụ 3 [VD]: Một cây tre cao 9 m bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc 3 m . Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu?

Lời giải:



Giả sử AB là độ cao của cây tre, C là điểm gãy.

Đặt $AC = x (0 < x < 9) \Rightarrow CB = CD = 9 - x$.

Vì $\triangle ACD$ vuông tại A .

Suy ra $AC^2 + AD^2 = CD^2$

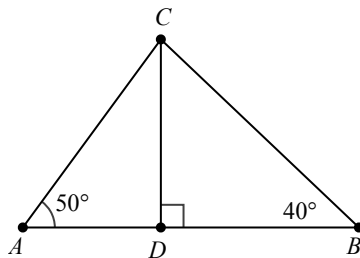
$$\Leftrightarrow x^2 + 3^2 = (9 - x)^2$$

$\Leftrightarrow x = 4$ thỏa mãn. Vậy điểm gãy cách gốc cây 4 m .

Ví dụ 4 [VD]: Hai bạn học sinh Trung và Dũng đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau 100 m thì nhìn thấy một chiếc điều (ở vị trí C giữa hai bạn). Biết góc “nâng” để nhìn thấy điều ở

vị trí của Trung là 50° và góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Dũng là 40° . Hãy tính độ cao của điều lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải:



Độ cao của điều là CD , độ dài $AB = 100m$. Trung đứng ở A , Dũng đứng ở B .

Gọi $AD = x (0 < x < 100) \Rightarrow BD = 100 - x$

Xét $\triangle ACD$ vuông tại D ta có $CD = AD \cdot \tan A = x \cdot \tan 50^\circ$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại D ta có $CD = BD \cdot \tan B = (100 - x) \cdot \tan 40^\circ$

Nên $x \cdot \tan 50^\circ = (100 - x) \cdot \tan 40^\circ \Rightarrow x = 41,32$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow CD = 41,32 \cdot \tan 50^\circ = 49,24m$.

Vậy độ cao của điều lúc đó so với mặt đất là $49,24m$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. (DẠNG 1) Cho $\triangle ABC$, đường cao BM và CN cắt nhau tại H .

a) Biết $MA = 6cm$, $AB = 10cm$. Tính tỉ số lượng giác của H .

b) Chứng tỏ rằng $\angle ABM = \angle ACN$; $AH \perp BC$.

c) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AH, BC . Chứng tỏ rằng: $IJ \perp MN$

ĐS : a) $\sin MAB = \frac{4}{5}$; $\cos MAB = \frac{3}{5}$; $\tan MAB = \frac{4}{3}$; $\cot MAB = \frac{3}{4}$

b) $\angle ABM = \angle ACN$ (cùng phụ với $\angle BAC$) Chứng tỏ H là trực tâm của $\triangle ABC$. Nên $AH \perp BC$.

c) Ta chứng minh $MI = NI = \frac{AH}{2}$ và $MJ = NJ = \frac{BC}{2}$ nên I, J thuộc trung trực của MN . Vậy $IJ \perp MN$

Bài 2. (DẠNG 2) Tính giá trị biểu thức $B = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ$

ĐS: $B=1$

Bài 3. (DẠNG 2) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $G = \frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3 \sin \alpha}$.

ĐS: $G=-1$

Bài 4. (DẠNG 3) Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1^m$. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

ĐS: $4,47m$

Bài 5. (DẠNG 3) Một cột đèn điện AB cao 7^m có bóng in trên mặt đất là AC dài $4m$. Hãy tính góc BCA (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất.

ĐS: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{4} \Rightarrow C \approx 60^\circ 15'$

Bài 6. (DẠNG 3) : Một cây tre cao 8^m bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3,5^m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

ĐS: $3,23m$

Bài 7. (DẠNG 3) : Hai bạn học sinh A và B đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau $80m$ thì nhìn thấy một máy bay trực thăng điều khiển từ xa (ở vị trí C nằm trên tia AB và $AC > AB$). Biết góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của B là 55° góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của A là 40° . Hãy tính độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

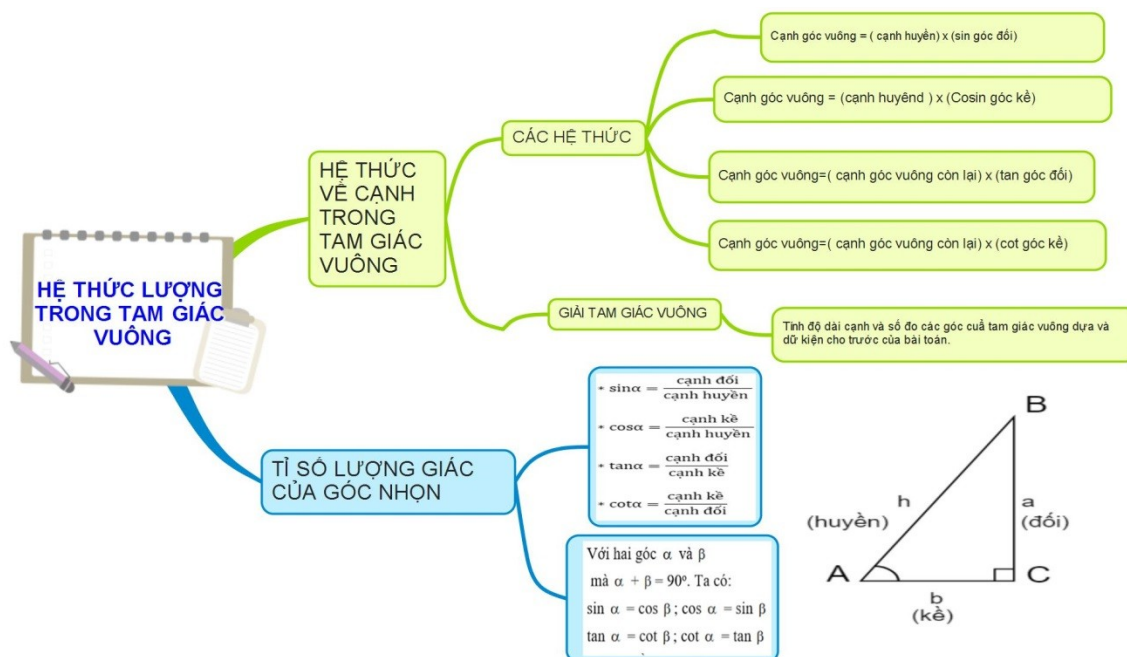
ĐS: $162,75m$

HE THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

CHUYÊN ĐỀ IV: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

NỘI DUNG 8: ÔN TẬP CHƯƠNG IV

Sơ đồ hệ thống kiến thức.



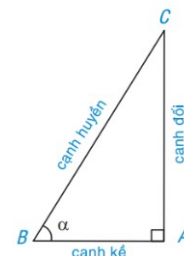
PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\angle ABC = \alpha$. Trong phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A. Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là $\cos$ của α
- B. Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là $\tan$ của α
- C. Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là $\cos$ của α**
- D. Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là $\cot$ của α

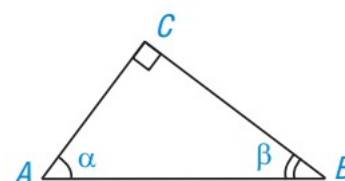


Câu 2. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại C biết $\angle ABC = \beta$, $\angle CAB = \alpha$, có β và α là hai góc phụ nhau. Chọn khẳng định sai:

- A. $\tan \alpha = \cot \beta$.**
- B. $\cos \alpha = \sin \beta$.
- C. $\sin \alpha = \cot \beta$.
- D. $\cot \alpha = \tan \beta$.

Lời giải

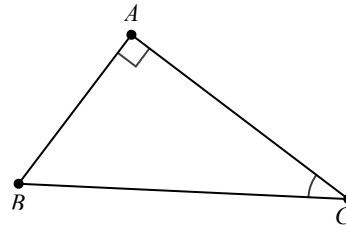
Chọn C



Vì $\triangle ABC$ vuông tại C nên sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia (Theo định lý về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau).

Câu 3. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Biết $AB = c, BC = a, AC = b$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.** $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos B$.
B. $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$.
C. $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos A$.
D. $b = c \cdot \tan B = c \cdot \cos C$.



Lời giải

Chọn D.

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

Câu 4. [NB]. Cho tam giác vuông ABC tại A có $AB = 4 \text{ cm}, BC = 5 \text{ cm}, AC = 3 \text{ cm}$. Khi đó giá trị của $\sin B$ là

- A.** $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

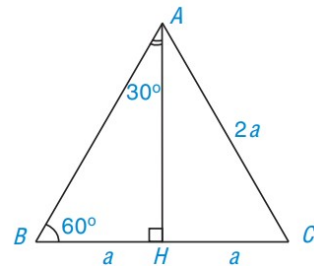
Lời giải

Chọn D

Xét tam giác ABC vuông tại A có: $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$.

Câu 5. [TH]. Xét $\triangle ABC$ đều có $AB = AC = BC = 2a$. Tính $\sin 60^\circ, \cos 60^\circ, \cot 60^\circ, \tan 60^\circ$ ta được kết quả là:

- A.** $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$.
B. $\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
C. $\cot 60^\circ = \frac{BH}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
D. $\tan 60^\circ = \cot 30^\circ = \frac{AH}{BH} = \sqrt{3}$.



Lời giải

Chọn D

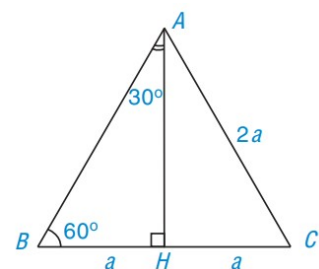
Câu A sai.

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A . Theo định lý Pythagore, ta có:

$$AH^2 = AC^2 - HC^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

$$\text{nên } AH = \sqrt{3}a.$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$



Câu B sai. Vì:

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{2};$$

Câu C sai. Vì:

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ = \frac{BH}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

Câu D đúng. Vì:

$$\tan 60^\circ = \cot 30^\circ = \frac{AH}{BH} = \sqrt{3}.$$

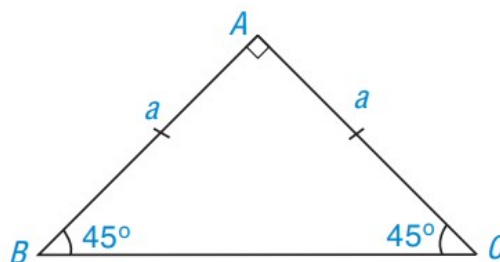
Câu 6. [TH] Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A có $AB = AC = a$. Chọn đáp án sai?

A. $BC = \sqrt{2}a$.

B. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 1$.

C. $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$.

D. $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải

Chọn B

A. Đúng. Vì theo định lý Pythagore, ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ nên $BC = \sqrt{2}a$.

B. Sai, vì $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. Đúng. Ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AB} = 1$. Do đó: $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$.

D. Đúng. Vì ta có: $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; Vì vậy: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 7. [TH]. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , khẳng định nào sau đây **sai**:

A. $\frac{AB}{AC} = \frac{\cos B}{\cos C}$ **B.** $\sin B = \cos C$. **C.** $\sin B = \tan C$. **D.** $\tan B = \cot C$

Lời giải

Chọn C

a) Đúng. Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , $\cos B = \frac{AB}{BC}$, $\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{\cos B}{\cos C} = \frac{AB}{AC}$.

b), d) Đúng vì: $\triangle ABC$ vuông tại A nên sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia (Theo định lý về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau).

c) Sai vì $\sin B = \cos C$. (Theo định lý về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau).

Câu 8. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , biết góc $\hat{B} = 30^\circ$, cạnh $BC = 4\text{cm}$. Độ dài cạnh AB là

A. 2cm

B. $4\sqrt{3}$ cm

C. $2\sqrt{3}$ cm

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

Lời giải

Chọn C

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A

$$\Rightarrow AB = BC \cdot \cos 30^\circ = 4 \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}\text{cm}$$

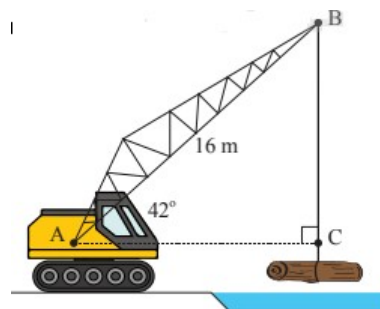
Câu 9. [VD]. Một cần cẩu đang nâng một khối gỗ trên sông. Biết tay cẩu $AB = 16\text{m}$ và nghiêng một góc 42° so với phương nằm ngang (hình 4). Tính chiều dài BC của đoạn dây cáp (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

A. 17,1m

B. 10,1m

C. 10,7m

D. 10,71m



Hình 4

Lời giải

Chọn C

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C có,

$$\angle ABC = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$\Rightarrow BC = AB \cdot \sin 42^\circ = 10,7\text{m}$$

Câu 10. [VD]. Tính chiều cao của tháp canh trong hình 7 và làm tròn đến hàng phần trăm.

A. 29,13m

B. 17,2m

C. 15m

D. 58,23m



Hình 7

Lời giải

Chọn D

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B

$$\Rightarrow AB = BC \cdot \tan C = 5,8 \cdot \tan 60^\circ = 58,23\text{m}$$

Câu 11. [VD]. Tính góc nghiêng α mái nhà kho ở hình 11 và làm tròn kết quả số đo góc đến độ.

A. $\alpha = 7^\circ$

B. $\alpha = 3^\circ$

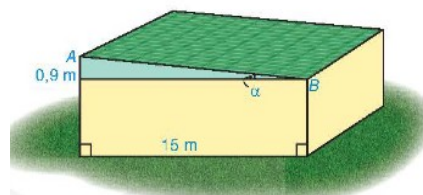
C. $\alpha = 17^\circ$

D. $\alpha = 30^\circ$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{0,9}{15} = \frac{3}{50}. \text{ Từ đó suy ra } \alpha \approx 3^\circ.$$



Hình 11

Câu 12. [VDC]. Cho $\triangle ABC$ có chân đường cao AH , H nằm giữa B và C , $HB = 3\text{cm}$, $HC = 6\text{cm}$ biết $\angle HAC = 60^\circ$. Tính $\angle BAC$, làm tròn kết quả số đo góc đến độ.

A. 101° .

B. 160° .

C. 110° .

D. 130° .

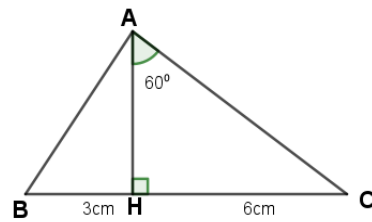
Lời giải

Chọn A

Tam giác ACH vuông tại H , $HC = 6$, $\angle HAC = 60^\circ$ nên $AC = \frac{HC}{\sin 60^\circ} = 4\sqrt{3} \approx 7(\text{cm})$,
 $AH = \frac{AC}{2} = 2\sqrt{3}$ và $\angle ACB = 30^\circ$.

Vì $\tan B = \frac{AH}{BH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ nên $B \approx 49^\circ 6'$.

Ta có: $\angle BAC = 180^\circ - 30^\circ - B \approx 101^\circ$.

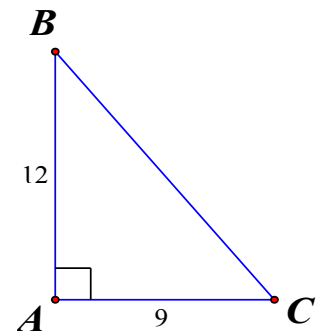


2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , trong đó $AC = 0,9\text{m}$; $AB = 1,2\text{m}$. Em hãy điền dấu “X” vào ô Đ (đúng), S (sai) tương ứng với các khẳng định sau:

Khẳng định	Đúng	Sai
a) Ta có $AC = 9\text{ dm}$, $AB = 12\text{ dm}$. Theo định lí Pythagore ta có: $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15\text{ (dm)}$	X	
b) $\sin B = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$		X
c) $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$	X	
d) $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	X	



Lời giải

a. Đ. b. S. c. Đ. d. Đ

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ $AH \perp BC$, $\angle BAH = 28^\circ$, $\angle ACH = 41^\circ$. Em hãy điền dấu “X” vào ô Đ (đúng), S (sai) tương ứng với các khẳng định sau:

Khẳng định	Đúng	Sai
a) $HB = AH$, $\tan \angle BAH = 2,1\text{cm}$.	X	

b) $B \gg 72^\circ$		X
c) $HC = AH \cdot \cos C$		X
d) $AC = \frac{AH}{\sin C} = 6,1 \text{ cm}$	X	

Lời giải

a. Đ. b. S. c. S. d. Đ

Câu 3. Giải $\triangle ABC$ vuông tại A trong các trường hợp sau (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). (Tức là tìm tất cả các yếu tố chưa biết của tam giác ABC).

Khẳng định	Đúng	Sai
a) Biết $AB = 3,5$; $AC = 4,2$ giải ra được: $BC = 5,5 \text{ cm}$; $\tan B = 50^\circ 12' \Rightarrow \hat{C} = 39^\circ 48'$	X	
b) Biết $AB = 3$; $BC = 4,5$ giải ra được: $AC = 3,4 \text{ cm}$ và $\sin B = 48^\circ 11' \Rightarrow \hat{C} = 41^\circ 49'$		X

Lời giải

a. Đ. b. S

Câu 4. $\triangle ABC$ vuông tại A , $BC = a$, đường cao AH .

Khẳng định	Đúng	Sai
a) Xét $\triangle ABH$, ta có: $AH = \cos B \cdot AB$		X
b) $AB = a \cdot \cos B$	X	
c) $AH = a \sin B \cdot \cos B$	X	
d) $BH = a \cos^2 B$	X	

Lời giải

a. S. b. Đ. c. Đ. d. Đ.

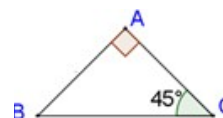
a) Sai, Vì $\triangle ABH$, ta có: $AH = \sin B \cdot AB$ (1).b) Đúng, $\triangle ABC$ ta có: $AB = BC \cdot \cos B = a \cdot \cos B$ (2)c) Đúng từ (1) và (2) ta có: $AH = a \sin B \cdot \cos B$ d) Đúng, Tương tự ta có: Xét $\triangle ABH$, ta có: $BH = AB \cdot \cos B$ Theo câu b, $\triangle ABC$ ta có: $AB = BC \cdot \cos B = a \cdot \cos B \Rightarrow BH = a \cos^2 B$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A .

Ta có $\tan C = 45^\circ = 1$, $\cot B = ?$ là:

Đáp án : 1



Câu 2. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , biết $\hat{B} = 36^\circ$, biết cạnh huyền $BC = 20 \text{ cm}$.

Tính độ dài cạnh góc vuông AC ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Đáp án : 11,8cm

Câu 3. [TH]. Giá trị của biểu thức

$$B = \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \text{ là:}$$

Đáp án : 1

Câu 4. [TH]. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết góc $\hat{C} = 40^\circ$, cạnh $AB = 6\text{cm}$. Độ dài cạnh AC là: (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án : 7,15cm

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có,

$$\hat{A}BC = 90^\circ - \hat{C} = 50^\circ$$

$$\Rightarrow AC = AB \cdot \tan B = 6 \cdot \tan 50^\circ = 7,15\text{ cm}$$

Câu 5. [VD] Một cây cao có chiều cao 6m . Để hái một buồng cau xuống, phải đặt thang tre sao cho đầu thang tre đạt độ cao đó, khi đó góc của thang tre với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 8m (làm tròn kết quả số đo góc đến phút).

Đáp án : $48^\circ 35'$

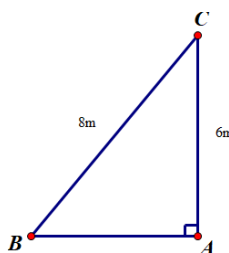
Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow B \approx 48^\circ 35'$$

Vậy góc giữa thang tre với mặt đất là $48^\circ 35'$.



Câu 6. [VDC]. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây. Tính khoảng cách giữa chúng. (làm tròn đến mét)

Đáp án : 362m

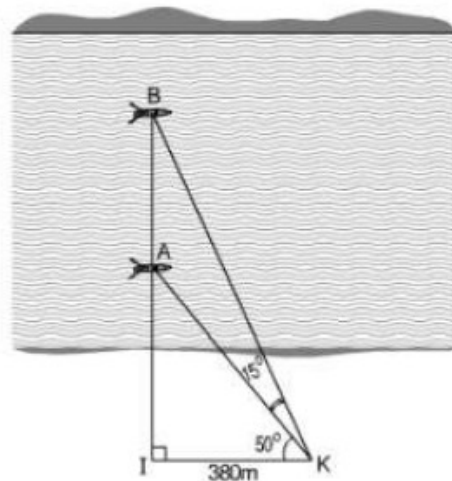
Lời giải:

Xét tam giác AIK vuông tại I ta có:

$$\tan AKI = \frac{AI}{IK} \Rightarrow AI = IK \cdot \tan AKI = 380 \cdot \tan 50^\circ \approx 453\text{m}$$

Xét tam giác BIK vuông tại I ta có

$$\tan BKI = \frac{BI}{IK} \Rightarrow BI = IK \cdot \tan BKI = 380 \cdot \tan (15^\circ + 50^\circ) \approx 815\text{m}$$



Ta có $AB + AI = BI \Rightarrow AB = BI - AI = 815 - 453 = 362m$

Vậy khoảng cách giữa chúng là $362m$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN (GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)

Dạng 1. Tỷ số lượng giác của góc nhọn.

Phương pháp giải: Dùng định nghĩa, tính chất về tỷ số lượng giác của góc nhọn.

Ví dụ 1. [NB]. Cho α là một góc nhọn. Hãy giải thích:

- a) $\sin \alpha < \tan \alpha$; b) $\cos \alpha < \cot \alpha$.

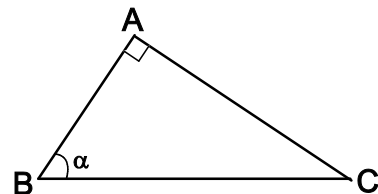
Hướng dẫn giải

a) Ta có $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$, $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$ mà $BC > AB$ nên $\frac{AC}{BC} < \frac{AC}{AB}$

Do đó $\sin \alpha < \tan \alpha$;

b) Ta có $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$, $\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$ mà $BC > AC$ nên $\frac{AB}{BC} < \frac{AB}{AC}$

Do đó $\cos \alpha < \cot \alpha$



Ví dụ 2 [TH]. Cho tam giác vuông tại A, trong đó $AC = 0,9m$; $AB = 1,2 m$. Tính các tỷ số lượng giác của góc B, từ đó suy ra tỷ số lượng giác của góc C.

Hướng dẫn giải

Ta có $AC = 9 \text{ dm}$, $AB = 12 \text{ dm}$. Theo định lý Pythagore, ta có

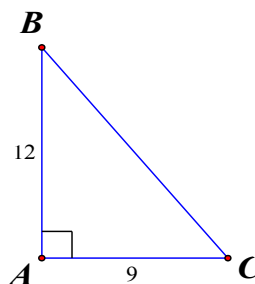
$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ (dm)}$$

Vậy $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5};$$

$$\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4};$$



Vì góc B và góc C là hai góc phụ nhau nên:

$$\sin B = \cos C = \frac{3}{5}; \quad \cos B = \sin C = \frac{4}{5}; \quad \tan B = \cot C = \frac{3}{4}; \quad \cot B = \tan C = \frac{4}{3}$$

Ví dụ 3 [TH]. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tính $\sin B$, $\sin C$ biết rằng:

- a) $AB = 13$ và $BH = 5$; b) $BH = 3$ và $CH = 4$.

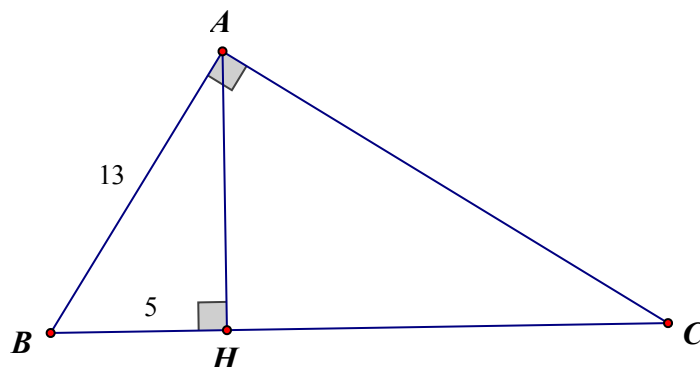
Hướng dẫn giải

a) Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ta có

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{13^2}{5} = 33,8$$

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác

vuông ABC ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 31,2$



$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{31,2}{33,8} = \frac{12}{13}$$

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{13}{33,8} = \frac{5}{13}$$

b) Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ta có

$$AH^2 = BH \cdot CH = 3 \cdot 4 \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}$$

Tam giác ABH vuông. Theo định lý Pythagore ta có

$$AB = \sqrt{HB^2 + AH^2} = \sqrt{3^2 + 12} = \sqrt{21}$$

$$\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

Tam giác ABC vuông, $BC = BH + HC = 3 + 4 = 7$

Theo định lý Pytago ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{49 - 21} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Cách 2: Tam giác AHC vuông tại H; Theo định lý Pythagore có

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{12 + 16} = \sqrt{28}$$

$$\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{28}} = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Nhận xét: Học sinh vận dụng các hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông từ đó tính ra tỉ số lượng giác của các góc nhọn trong tam giác vuông.

Ví dụ 4. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A. Chứng minh rằng $\tan \frac{\angle ABC}{2} = \frac{AC}{AB + BC}$

Hướng dẫn giải

Vẽ đường phân giác BD của $\triangle ABC$ ($D \in AC$).

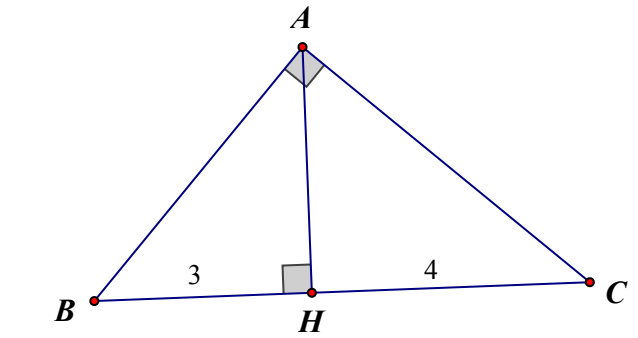
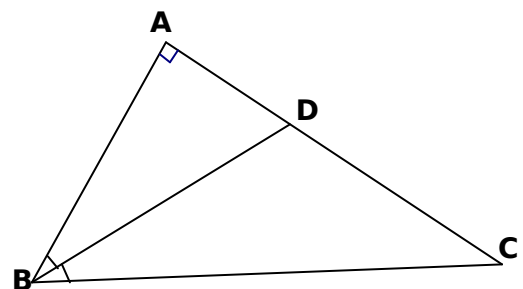
Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có : $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC}$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AD + DC}{AB + BC} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AB + BC}$$

Xét $\triangle ABD$ có $\angle BAD = 90^\circ \Rightarrow \tan \angle ABD = \frac{AD}{AB}$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{\angle ABC}{2} = \frac{AC}{AB + BC}$$

Vậy $\tan \frac{\angle ABC}{2} = \frac{AC}{AB + BC}$



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [TH] Chứng minh định lí sin: Trong một tam giác nhọn, độ dài các cạnh tỉ lệ với sin của

các góc đối diện: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Hướng dẫn giải

* *Tìm cách giải:*

Để có sin A (hoặc sin B, sin C) thì phải xét tam giác vuông với A là một góc nhọn. Do đó phải vẽ thêm đường cao.

* *Trình bày lời giải:*

Vẽ đường cao CH.

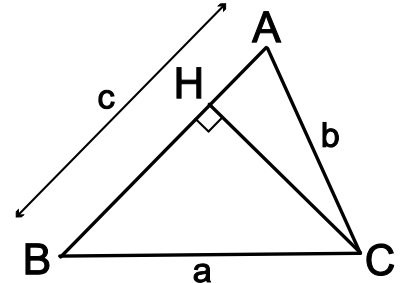
Xét $\triangle ACH$ vuông tại H ta có: $\sin A = \frac{CH}{AC}$ (1)

Xét $\triangle BCH$ vuông tại H ta có: $\sin B = \frac{CH}{BC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{CH}{AC} : \frac{CH}{BC} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$. Do đó $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

Chứng minh tương tự ta được $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Vậy $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$



Bài 2. [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $\cot B = 2,4$

- Tính tỉ số lượng giác của $\hat{C}$
- Khi $AC = 5cm$. Tính AB, BC .

Hướng dẫn giải

$$a) \cot B = \tan C = 2,4 = \frac{12}{5}$$

$$\cot C = \frac{1}{\tan C} = \frac{5}{12}$$

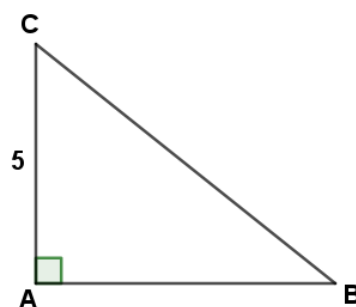
$$b) \cot B = \frac{AB}{AC} = 2,4$$

Mà $AC = 5cm$.

$$\Rightarrow AB = 2,4 \cdot 5 = 12cm.$$

Theo định lí Pythagore ta có:

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13cm$$

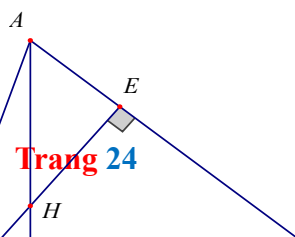


Hình 4

Bài 3. [VD] Cho tam giác ABC có trực tâm H là trung điểm của đường cao AD . Chứng minh: $\cos A = \cos B \cdot \cos C$

Hướng dẫn giải

Ta có



$$\cos A = \frac{AE}{AB}; \cos B \cdot \cos C = \frac{BD}{AB} \cdot \frac{DC}{AC} \quad (1)$$

Mặt khác $\triangle DBH \sim \triangle DAC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DH}{DC} \Rightarrow DB \cdot DC = DA \cdot DH$$

Hay $DB \cdot DC = DA \cdot AH$ (2)

$$\text{Mà } \triangle AEH \sim \triangle ADC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AE \cdot AC = AD \cdot DH \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có $\cos B \cdot \cos C = \frac{AE \cdot AC}{AB \cdot AC} = \frac{AE}{AB}$ suy ra $\cos A = \cos B \cdot \cos C$

Dạng 2. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.

Phương pháp giải: Dùng các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.

VD1. [TH]. Cho $\triangle ABC$, $AB = 3,2\text{cm}$; $AC = 5,0\text{cm}$ và $\hat{B} = 70^\circ$. Tính độ dài BC . ? (làm tròn đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải

Vẽ đường cao AH . Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:

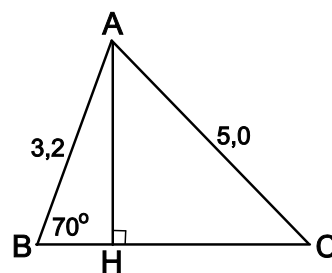
$$AH = AB \cdot \sin B = 3,2 \cdot \sin 70^\circ \approx 3,0 \text{ (cm)}.$$

$$BH = AB \cdot \cos B = 3,2 \cdot \cos 70^\circ \approx 1,1 \text{ (cm)}.$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có:

$$HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} \approx \sqrt{5,0^2 - 3,0^2} = 4,0 \text{ (cm)}.$$

Điểm C không thể nằm giữa H và B vì trên tia HB có $HC > HB$. Chỉ còn trường hợp điểm H nằm giữa B và C . Ta có $BC = BH + HC \approx 1,1 + 4,0 = 5,1$



VD2. [VD]. Cho tam giác $\triangle ABC$, $AB = 14\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$ và $\hat{B} = 40^\circ$. Tính độ dài BC . ? (làm tròn đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải

* *Tìm cách giải*

Vẽ đường cao AH để vận dụng các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông. Tính HB và HC từ đó tính được BC .

* *Trình bày lời giải*

Vẽ đường cao AH . Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:

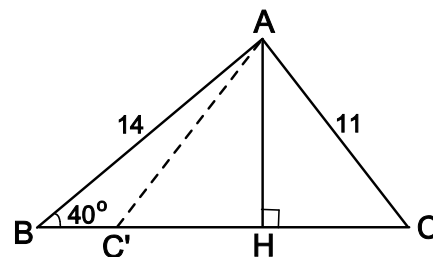
$$AH = AB \cdot \sin B = 14 \cdot \sin 40^\circ \approx 9,0 \text{ (cm)}.$$

$$BH = AB \cdot \cos B = 14 \cdot \cos 40^\circ \approx 10,7 \text{ (cm)}.$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có: $HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{11^2 - 9^2} \approx 6,3 \text{ (cm)}.$

• Nếu H nằm giữa B và C thì $BC = BH + HC \approx 10,7 + 6,3 = 17 \text{ (cm)}.$

• Nếu C' nằm giữa B và H thì $BC' = BH - HC' \approx 10,7 - 6,3 = 4,4 \text{ (cm)}.$

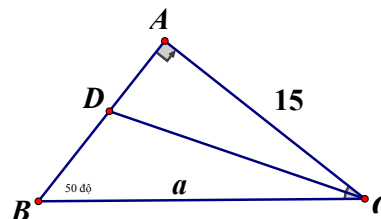


BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1[TH]: Cho tam giác ABC vuông ở A , có $AC = 15\text{cm}$, $B = 50^\circ$. Hãy tính độ dài:

- a) AB, BC
b) Phân giác CD .

Giải:



- a) Tam giác ABC vuông ở A , theo hệ thức lượng về cạnh và góc của tam giác vuông, ta có:
 $AB = AC \cdot \cot B = 15 \cdot \cot 50^\circ \approx 15,0,8391 \approx 12,59(\text{cm})$

$$AC = BC \cdot \sin B \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{15}{\sin 50^\circ} \approx \frac{15}{0,7660} \approx 19,58\text{cm}$$

Vậy $AB \approx 12,59\text{cm}$, $BC \approx 19,58\text{cm}$

- b) Tam giác ABC vuông ở A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

CD là tia phân giác của góc C , ta có : $\widehat{ACD} = \frac{1}{2}\widehat{C} = \frac{1}{2} \cdot 40^\circ = 20^\circ$

Trong tam giác vuông ACD vuông ở A , theo hệ thức lượng về cạnh và góc ta có :

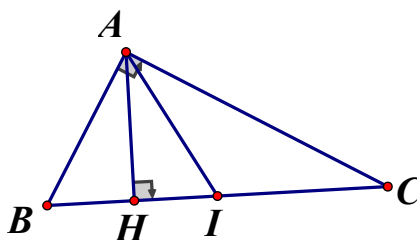
$AC = CD \cdot \cos \widehat{ACD} = CD \cdot \cos 20^\circ$, suy ra:

$$CD = \frac{AC}{\cos 20^\circ} = \frac{15}{0,9397} \approx 15,96\text{cm}$$

Bài 2[VD]. Không dùng máy tính và bảng số hãy chứng minh rằng:

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

Giải:



Vẽ tam giác ABC vuông tại A với $BC = 2a$. (a là độ dài tùy ý)

$$\widehat{C} = 15^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 75^\circ$$

Gọi I là trung điểm của BC , ta có: $IA = IB = IC = a$. Vì $\widehat{AIB}$ là góc ngoài tại đỉnh I của tam giác cân IAC nên $\widehat{AIB} = 2\widehat{C} = 30^\circ$. Kẻ $AH \perp BC$ thì

$$IH = AI \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = AI \cos 30^\circ = \frac{a}{2};$$

$$CH = CI + HI = a + \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a(2 + \sqrt{3})}{2}$$

Tam giác AHC vuông tại H, theo định lý Pythagore, ta có:

$$\begin{aligned} AC^2 &= CH^2 + AH^2 = \frac{a^2 \cdot (2 + \sqrt{3})^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2 \cdot (4 + 4\sqrt{3} + 3 + 1)}{4} \\ &= \frac{4a^2(2 + \sqrt{3})}{4} = a^2(2 + \sqrt{3}) \Rightarrow AC = a\sqrt{2 + \sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\sin 75^\circ = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{a\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2a} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

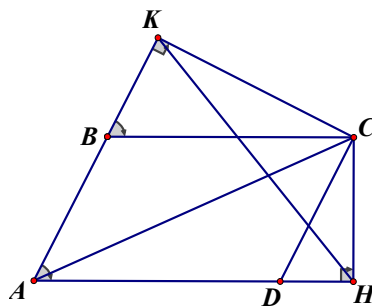
$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

Vậy

Bài 3[VD]. Cho hình bình hành $ABCD$ có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD . Kẻ $CH \perp AD$, $CK \perp AB$

- Chứng minh $\triangle CKH \square \triangle BCA$
- Chứng minh $HK = AC \cdot \sin \angle BAD$
- Tính diện tích tứ giác $AKCH$ biết $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 4\text{cm}$ và $AD = 5\text{cm}$.

Giải:



- a) $\triangle BKC \square \triangle DHC$ (g - g), vì $\angle K = \angle H = 90^\circ$, $\angle B = \angle D$ (cùng bằng $\angle A$)

$$\frac{KC}{HC} = \frac{BC}{DC} \quad \text{hay} \quad \frac{KC}{HC} = \frac{BC}{AB} \quad (*)$$

Mặt khác: Xét tứ giác $AKCH$

Ta có: $\angle A + \angle HCK = 180^\circ$; $\angle A + \angle ABC = 180^\circ \Rightarrow \angle ABC = \angle HCK (**)$

Từ (*) và (**) ta có: $\triangle CKH \square \triangle BCA(c.g.c)$

$$b) \Rightarrow \frac{HK}{AC} = \frac{CK}{BC} \Rightarrow HK = AC \cdot \frac{CK}{BC} = AC \cdot \sin \angle KBC$$

Mà $\angle BAD = \angle KBC$ (cặp góc đồng vị) nên $HK = AC \cdot \sin \angle BAD$

$$\begin{aligned} c) S_{AKCH} &= S_{ABCH} + S_{BKC} = \frac{BC + AH}{2} \cdot CH + \frac{BK \cdot CK}{2} \\ &= \frac{BC + AD + \cos A \cdot AB}{2} \cdot \sin A \cdot AB + \frac{\cos A \cdot BC \cdot \sin A \cdot BC}{2} \\ &= \frac{5 + 5 + 4 \cdot \cos 60^\circ}{2} \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ + \frac{\cos 60^\circ \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ \cdot 5}{2} \\ &= 2 \cdot (10 + 4 \cos 60^\circ) \cdot \sin 60^\circ + \frac{25 \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ}{2} \approx 26,2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

CHUYÊN ĐỀ:

ÔN TẬP CHƯƠNG IV – HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn.

$$\sin a = \frac{AC}{BC} \quad (\text{Đối/Huyền});$$

$$\cos a = \frac{AB}{BC} \quad (\text{Kề/Huyền});$$

$$\tan a = \frac{AC}{AB} \quad (\text{Đối/Kề});$$

$$\cot a = \frac{AB}{AC} \quad (\text{Kề/Đối}).$$

2. Một số tính chất của các tỉ số lượng giác.

+) Nếu a và b là hai góc phụ nhau thì:

$$\sin a = \cos b, \tan a = \cot b$$

$$\cos a = \sin b, \cot a = \tan b$$

+) $0 < \sin a < 1, 0 < \cos a < 1$.

$$+) \sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$+) \tan a = \frac{\sin a}{\cos a}; \cot a = \frac{\cos a}{\sin a}$$

$$+) \tan a \cdot \cot a = 1$$

+) Khi góc a tăng từ 0° đến 90° thì $\sin a$ và $\tan a$ tăng, còn $\cos a$ và $\cot a$ giảm.

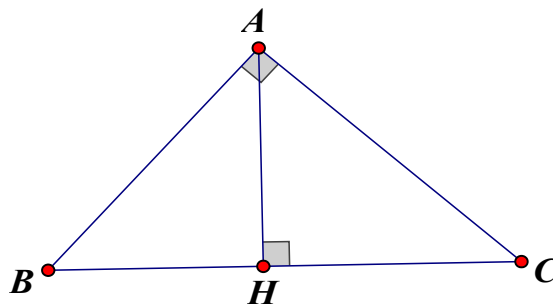
B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A , chiều cao AH .



Chọn câu sai

A. $\sin B = \frac{AH}{AB}$

B. $\cos C = \frac{AC}{BC}$

C. $\tan B = \frac{AC}{AB}$

D. $\tan C = \frac{AH}{AC}$

Lời giải

Chọn D

$$\tan C = \frac{AH}{HC} = \frac{AB}{AC} \quad \tan C = \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AC}$$

Vì

Xét tam giác AHB vuông tại H có $\sin B = \frac{AH}{AB}$ nên A đúng.

Xét tam giác ABC vuông tại A có $\cos C = \frac{AC}{BC}$ nên B đúng.

Xét tam giác ABC vuông tại A có $\tan B = \frac{AC}{AB}$ nên C đúng.

Xét tam giác AHC vuông tại H có $\tan C = \frac{AH}{AC}$ nên D sai.

Câu 2. [NB] Cho α và β là góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $\alpha + \beta = 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\tan \alpha = \sin \beta$.

B. $\tan \alpha = \cot \beta$.

C. $\tan \alpha = \cos \alpha$.

D. $\tan \alpha = \tan \beta$.

Lời giải

Chọn B

Với hai góc α, β mà $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ta có $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 3. [NB] Cho $\tan a = 3$. Khi đó $\cot a$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\tan a \cdot \cot a = 1$ nên $\cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{1}{3}$.

Câu 4. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c; AC = b; BC = a$, $\angle C = 50^\circ$. Chọn khẳng định đúng:

A. $b = c \cdot \sin 50^\circ$.

B. $b = a \cdot \tan 50^\circ$.

C. $b = c \cdot \cot 50^\circ$.

D. $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c; AC = b; BC = a$

Ta có:

+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác ta có

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \sin 50^\circ;$$

$$c = a \cdot \cos B = a \cdot \cos 50^\circ;$$

$$b = c \cdot \tan B = a \cdot \tan 50^\circ;$$

$$c = b \cdot \cot B = a \cdot \cot 50^\circ.$$

Nên D đúng.

Câu 5. [TH] Sắp xếp theo thứ tự tăng dần $\cot 70^\circ; \tan 33^\circ; \cot 55^\circ; \tan 28^\circ; \cot 40^\circ$?

A. $\tan 28^\circ < \tan 33^\circ < \cot 40^\circ < \cot 55^\circ < \cot 70^\circ$.

B. $\tan 28^\circ < \cot 70^\circ < \tan 33^\circ < \cot 55^\circ < \cot 40^\circ$.

C. $\cot 70^\circ < \tan 28^\circ < \tan 33^\circ < \cot 55^\circ < \cot 40^\circ$.

D. $\cot 70^\circ > \tan 28^\circ > \tan 33^\circ > \cot 55^\circ > \cot 40^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\cot 70^\circ = \tan 20^\circ \quad (70^\circ + 20^\circ = 90^\circ).$$

$$\cot 55^\circ = \tan 35^\circ \quad (55^\circ + 35^\circ = 90^\circ).$$

$$\cot 40^\circ = \tan 50^\circ \quad (40^\circ + 50^\circ = 90^\circ).$$

Có $20^\circ < 28^\circ < 33^\circ < 35^\circ < 50^\circ$ hay $\tan 20^\circ < \tan 28^\circ < \tan 33^\circ < \tan 35^\circ < \tan 50^\circ$.

$$\cot 70^\circ < \tan 28^\circ < \tan 33^\circ < \cot 55^\circ < \cot 40^\circ.$$

Suy ra

Câu 6. [TH] Giá trị của biểu thức $\sin^4 a + \cos^4 a + 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 a$ là

A. 1

B. 2

C. 4

D. -1

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\sin^4 a + \cos^4 a + 2\sin^2 a \cdot \cos^2 a = (\sin^2 a)^2 + 2\sin^2 a \cdot \cos^2 a + (\cos^2 a)^2$$

$$= (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 = 1^2 = 1$$

vì $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Câu 7. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AC = 20\text{ cm}$; $\angle C = 60^\circ$. Tính BC, AB

A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$.

B. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.

C. $AB = 20; BC = 40$.

D. $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

Lời giải

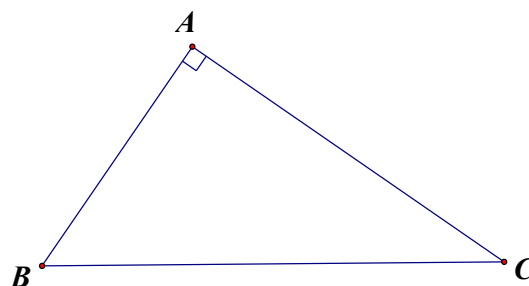
Chọn A

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 60^\circ = 20\sqrt{3}$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{20}{\cos 60^\circ} = 40$$

Vậy $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$



Câu 8. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 15\text{ cm}$, $AB = 12\text{ cm}$. Tính $AC; \angle B$

A. $AC = 8\text{ cm}; \angle B \approx 36^\circ 52'$

B. $AC = 9\text{ cm}; \angle B \approx 36^\circ 52'$

C. $AC = 9\text{ cm}; \angle B \approx 37^\circ 52'$

D. $AC = 9\text{ cm}; \angle B \approx 36^\circ 55'$

Lời giải

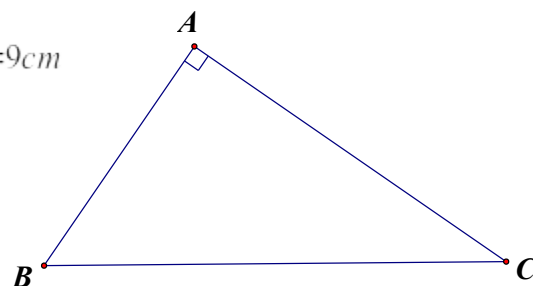
Chọn B

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9\text{ cm}$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} \Rightarrow \angle B \approx 36^\circ 52'$$

Vậy $AC = 9\text{ cm}; \angle B \approx 36^\circ 52'$



Câu 9. [VD] Cạnh bên của tam giác ABC cân tại A dài 20 cm , góc ở đáy là 50° . Độ dài cạnh đáy của tam giác cân là (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. 25 cm .

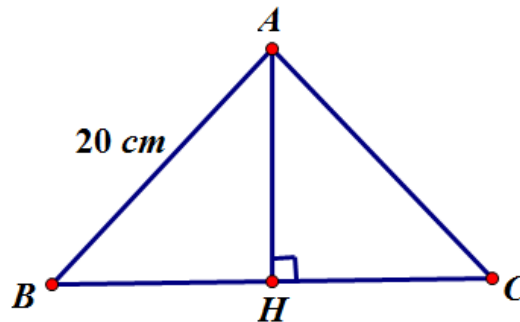
B. 25,7 cm .

C. 26 cm .

D. 12,9 cm .

Lời giải

Chọn B



Kẻ đường cao $AH \perp BC$ tại H . Suy ra H là trung điểm của BC (Do tam giác ABC cân tại A có AH vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến)

Xét tam giác AHB vuông tại H có $\cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \cos \angle ABH = 20 \cdot \cos 50^\circ$

Mà H là trung điểm của BC nên $BC = 2BH = 2 \cdot 20 \cos 50^\circ \approx 25,7 \text{ cm}$

$BC \approx 25,7 \text{ cm}$

Vậy

Câu 10. [VD] Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 25° và có độ cao là $2,4 \text{ m}$. Tính độ dài của mặt cầu trượt. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. 5,86 m .

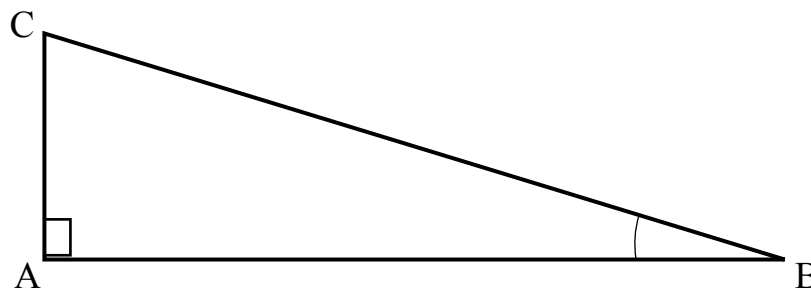
B. 5 m .

C. 5,68 m .

D. 5,9 m .

Lời giải

Chọn C



Ta có : Độ dài của mặt cầu trượt là BC

Chiều cao của cầu trượt là : $AC = 2,4 \text{ m}$

Độ dốc của cầu trượt là 25° nên $\angle ABC = 25^\circ$

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$BC = AC : \sin B = 2,4 : \sin 25^\circ \approx 5,68m$$

Vậy độ dài của mặt cầu trượt là $5,68m$.

Câu 11. [VD] Một cây tre cao $8m$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3,5m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $3,32m$.

B. $3,23m$.

C. $4m$.

D. $3m$.

Lời giải

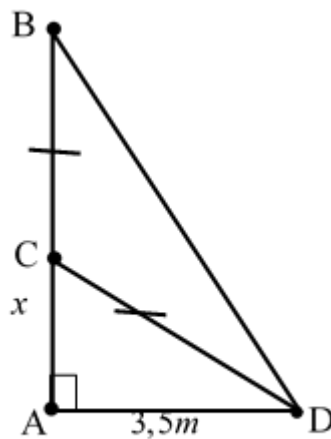
Chọn B

Giả sử AB là độ cao của cây tre, C là điểm gãy.

Đặt $AC = x (0 < x < 8) \Rightarrow CB = CD = 8 - x$ $AC = x (0 < x < 8) \Rightarrow CB = CD = 8 - x$

Vì $\triangle ACD$ vuông tại A . Suy ra: $AC^2 + AD^2 = CD^2 \Rightarrow x^2 + 3,5^2 = (8 - x)^2$

$$\Rightarrow x^2 + 12,25 = 64 - 16x + x^2 \Rightarrow 16x = \frac{207}{4} \Rightarrow x \approx 3,23(TM)$$



Vậy điểm gãy cách gốc $3,23m$.

Câu 12. [VDC] Cho biết $\tan a = \frac{2}{3}$ Tính

giá trị biểu thức $\frac{\sin^3 a + 3 \cos^3 a}{27 \sin^3 a - 25 \cos^3 a}$ có nghiệm?

A. $\frac{89}{891}$.

B. $\frac{89}{159}$.

C. $\frac{89}{459}$.

D. $\frac{-89}{459}$.

Lời giải

Chọn D

$$\tan a = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos a \neq 0.$$

$$M = \frac{\sin^3 a + 3 \cos^3 a}{27 \sin^3 a - 25 \cos^3 a} = \frac{\frac{\sin^3 a}{\cos^3 a} + 3}{27 \frac{\sin^3 a}{\cos^3 a} - 25} = \frac{\tan^3 a + 3}{27 \tan^3 a - 25}$$

$$\text{Thay } \tan a = \frac{2}{3} \text{ có } M = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3}{27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 25} = \frac{-89}{459}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho a là góc nhọn

- a) $\sin a = \cos(90^\circ - a)$.
- b) $\tan a < \cot a$ vì $\cot a = \frac{1}{\tan a}$.
- c) Không có góc a nào thỏa mãn $\tan a = \cot a$.
- d) Tồn tại góc a nào thỏa mãn $\sin a = \cos a$.

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) Đ

a) $\sin a = \cos(90^\circ - a)$. Đúng vì theo định nghĩa.

b) $\tan a < \cot a$ vì $\cot a = \frac{1}{\tan a}$. Sai với $45^\circ \leq a < 90^\circ$.

c) Không có góc a nào thỏa mãn $\tan a = \cot a$. Sai với $a = 45^\circ$.

d) Tồn tại góc a nào thỏa mãn $\sin a = \cos a$. Sai với $a = 45^\circ$.

Câu 2.

a) Nếu $\sin a < \cos a$ thì $\tan a > 1$.

- b) Nếu $\sin a < \cos a$ thì $\cot a > 1$.
- c) Nếu $\tan a$ là số nguyên thì $\cot a$ là số nguyên.
- d) $\sin a \cdot \cos a$ là số nguyên.

Lời giải

- a) S b) Đ c) S d) S.

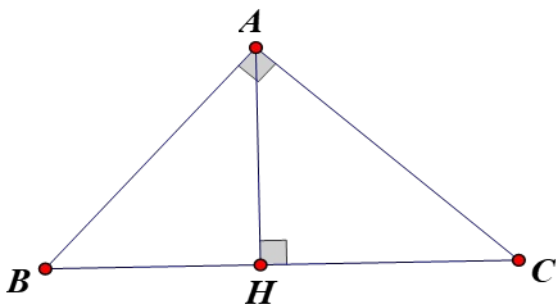
- a) Nếu $\sin a < \cos a$ thì $\tan a > 1$. Sai vì $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} < 1$ với $\sin a < \cos a$.
- b) Nếu $\sin a < \cos a$ thì $\cot a > 1$. Đúng vì $\cot a = \frac{\cos a}{\sin a} > 1$ với $\sin a < \cos a$.
- c) Nếu $\tan a$ là số nguyên thì $\cot a$ là số nguyên. Sai vì $\cot a = \frac{1}{\tan a}$ chưa chắc là số nguyên.
- d) $\sin a \cdot \cos a$ là số nguyên. Sai vì $\sin a \cdot \cos a$ là số thực.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = 18$, AH là đường cao.

- a) $\angle ACB = 59^\circ$.
- b) $AC = 9$.
- c) $AB = 9$.
- d) $AH = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

- a) S b) Đ c) S d) Đ.



- a) $\angle ACB = 59^\circ$. Sai vì $\angle ACB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.
- b) $AC = 9$. Đúng vì $AC = BC \cdot \sin B = 18 \cdot \sin 30^\circ = 18 \cdot \frac{1}{2} = 9$.

c) $AB = 9$. Sai vì $AB = BC \cdot \cos B = 18 \cdot \cos 30^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$.

d) $AH = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. Đúng vì $AH = AB \cdot \sin B = 9\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = 9\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A

a) $\sin B = \cos C$.

b) $\sin^2 A + \cos^2 A = 2$.

c) $\tan B = \cot B$ thì tam giác vuông cân.

d) $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S.

a) $\sin B = \cos C$. Đúng vì $\sin B = \cos(90^\circ - B) = \cos C$.

b) $\sin^2 A + \cos^2 A = 2$. Sai vì $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$.

c) $\tan B = \cot B$ thì tam giác vuông cân. Đúng vì $\tan B = \cot B = \tan(90^\circ - B) = \tan C$

$\Rightarrow B = C$. Khi đó tam giác ABC vuông cân tại A .

d) $\sin^2 B + \cos^2 C = 1$. Sai vì $\sin^2 B + \cos^2 C \neq \sin^2 B + \cos^2 B = 1$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết $\cot B = 2$.

Lời giải

Đáp án: 2

Tam giác ABC vuông tại A nên $\tan C = \cot B = 2$.

Câu 2. [NB] Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết $\tan B = 4$.

Lời giải

Đáp án: 0,25

Ta có $\cot C = \tan B = 4 \Rightarrow \tan C = \frac{1}{\cot C} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Câu 3. [TH] Tính giá trị biểu thức $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$.

Đáp án: 4

$$T = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$$

Đặt

Ta có:

$$T = (\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ)$$

$$T = (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$T = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

Câu 4. [TH] Nhà bạn Vũ có một chiếc thang dài $3,5m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu m để nó tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 62° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng). (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Đáp án: 1,64



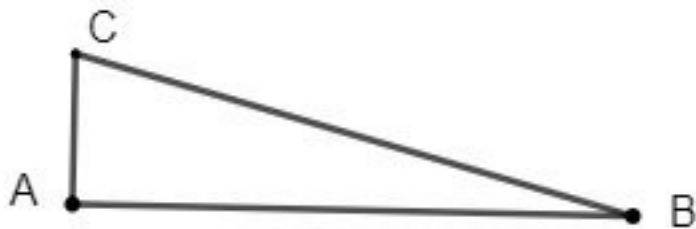
Ta có $BC = 3,5m; \angle C = 62^\circ$. Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AC = BC \cdot \cos C = 3,5 \cdot \cos 62^\circ \approx 1,64m$$

Câu 5. [VD] Một máy bay đang bay ở độ cao $10km$ so với mặt đất, muốn hạ cánh xuống sân bay. Để đường bay và mặt đất tạo thành một góc an toàn là 15° thì phi công phải bắt đầu hạ cánh từ vị trí cách sân bay bao xa? (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 37,3km



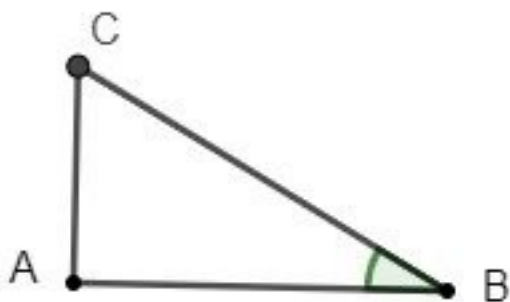
Từ giả thiết suy ra $AC = 10\text{ km}$; $\angle B = 15^\circ$.

Xét tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC \cdot \cot b = 10 \cot 15^\circ \approx 37,3\text{ km}$.

Câu 6. [VDC] Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc 500 km/h . Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau $1,2$ phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu km ?

Lời giải

Đáp án: 5 km



Đổi $1,2' = \frac{1}{50} \text{ h}$; sau $1,2$ phút máy bay ở C ; Quãng đường bay được là $BC = 500 \cdot \frac{1}{50} = 10\text{ km}$; và $\angle B = 30^\circ$.

nên $AC = BC \cdot \sin 30^\circ = 5\text{ km}$

Vậy máy bay đạt được độ cao là 5 km sau $1,2$ phút.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc: Sử dụng các tỉ số lượng giác của góc nhọn, định lý Py – ta – go, sử dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để tính toán các yếu tố cần thiết.

So sánh các tỉ số lượng giác giữa các góc

Phương pháp:

Bước 1: Đưa các tỉ số lượng giác về cùng loại (sử dụng tính chất “Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia”)

Bước 2: Với góc nhọn a, b ta có:

$$\sin a < \sin b \Leftrightarrow a < b; \cos a < \cos b \Leftrightarrow a > b;$$

$$\tan a < \tan b \Leftrightarrow a < b; \cot a < \cot b \Leftrightarrow a > b.$$

Rút gọn, tính giá trị biểu thức lượng giác

Phương pháp:

Ta thường sử dụng các kiến thức

+ Nếu là một góc nhọn bất kỳ thì

$$0 < \sin a < 1; 0 < \cos a < 1; \tan a > 0; \cot a > 0$$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1; \tan a \cdot \cot a = 1$$

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}; \cot a = \frac{\cos a}{\sin a};$$

$$1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}; 1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}$$

+ Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia.

Giải tam giác vuông:

Phương pháp

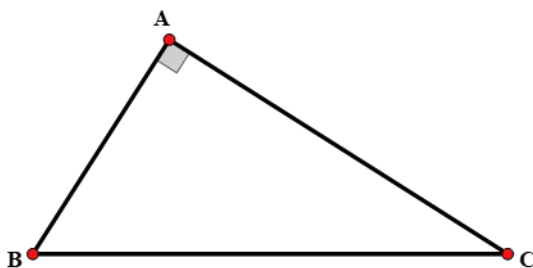
+ Giải tam giác vuông là tính độ dài các cạnh và số đo các góc dựa vào dữ kiện cho trước của bài toán.

+ Trong tam giác vuông ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc của tam giác để giải toán.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tìm các tỉ số lượng giác của góc B biết $BC = 5\text{cm}; AB = 3\text{cm}$.

Lời giải



□ Tính được $AC = 4 \text{ cm}$.

$$\square \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}; \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\square \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}; \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \text{ . Ví dụ 2 [NB]: Biết } \sin a = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ . Tính } \cos a; \tan a \text{ và } \cot a \text{ .}$$

Lời giải

$$\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \frac{1}{2}; \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \sqrt{3}; \cot a = \frac{\cos a}{\sin a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ví dụ 3 [TH]: Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần (không sử dụng máy tính):

a) $\cos 48^\circ, \sin 25^\circ, \cos 62^\circ, \sin 75^\circ, \sin 48^\circ$.

b) $\tan 25^\circ, \cot 73^\circ, \tan 70^\circ, \cot 22^\circ, \cot 50^\circ$.

Lời giải

a) Ta có: $\cos 48^\circ = \sin 42^\circ, \cos 62^\circ = \sin 28^\circ$.

Khi góc nhọn a tăng dần từ 0° đến 90° thì $\sin a$ tăng dần nên:

$$\sin 25^\circ < \sin 28^\circ < \sin 42^\circ < \sin 48^\circ < \sin 75^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 25^\circ < \cos 62^\circ < \cos 48^\circ < \sin 48^\circ < \sin 75^\circ$$

b) Ta có: $\cot 73^\circ = \tan 17^\circ, \cot 22^\circ = \tan 68^\circ, \cot 50^\circ = \tan 40^\circ$

$$\tan 17^\circ < \tan 25^\circ < \tan 40^\circ < \tan 68^\circ < \tan 70^\circ$$

$$\Rightarrow \cot 73^\circ < \tan 25^\circ < \cot 50^\circ < \cot 22^\circ < \tan 70^\circ$$

Ví dụ 4 [TH]:

a) Tính giá trị biểu thức $A = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \sin^6 a + \cos^6 a + 3 \sin^2 a \cdot \cos^2 a$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ \\ &= \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 20^\circ \end{aligned}$$

$$= (\cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ) + (\cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ) \\ = 1 + 1 = 2.$$

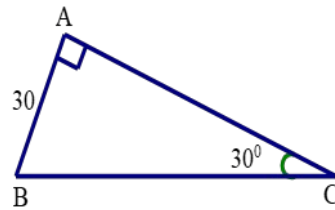
$$\text{b) } B = \sin^6 a + \cos^6 a + 3 \sin^2 a \cdot \cos^2 a$$

$$= (\sin^2 a)^3 + (\cos^2 a)^3 + 3 \sin^2 a \cdot \cos^2 a (\sin^2 a + \cos^2 a) \quad (\text{vì } \sin^2 a + \cos^2 a = 1)$$

$$= (\sin^2 a + \cos^2 a)^3 = 1^3 = 1.$$

Ví dụ 5 [VD]: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . biết $BC = 30\text{cm}$, $\angle C = 30^\circ$

Lời giải



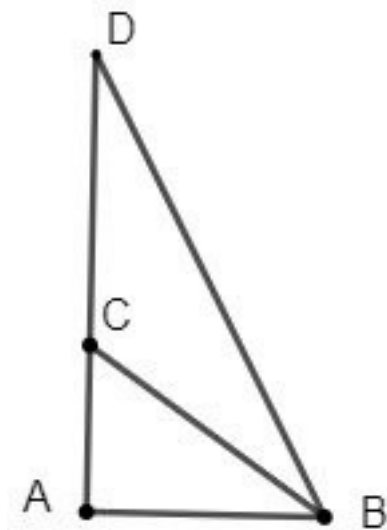
$$* \angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

$$* AB = BC \cdot \sin C = 30 \cdot 0,5 = 15 \text{ cm}.$$

$$* AC = BC \cdot \cos C = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

Ví dụ 6 [VD]: Một cái cây bị sét đánh trúng thân cây làm thân cây ngã xuống đất, tạo với mặt đất một góc là 35° . Biết rằng khúc cây còn đứng cao $1,5\text{m}$. Tính chiều cao lúc đầu của cây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



Từ giả thiết ta có chiều dài ban đầu của cây là AD ; sau khi bị sét đánh thì cây còn lại $\tan a \cdot \cot a = 1$.

$$\angle CBA = 35^\circ; CD = CB.$$

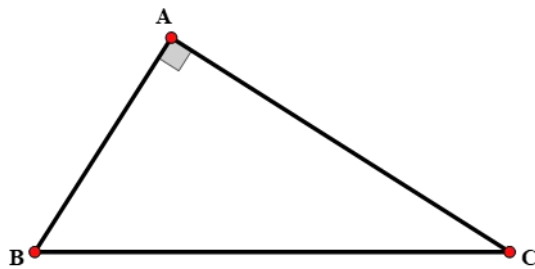
Xét tam giác A vuông tại A $AB=c; AC=b; BC=a$. có $BC = \frac{AC}{\sin 35^\circ} = 2,6 \text{ m}$ nên $CD = 2,6 \text{ m}$.
 $\Rightarrow AD = AC + CD = 1,5 + 2,6 = 4,1 \text{ m}$.

Vậy cây cao $4,1 \text{ m}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tìm các tỉ số lượng giác của góc B biết $BC = 13 \text{ cm}; AC = 12 \text{ cm}$.

Hướng dẫn



Tính được $AB = 5 \text{ cm}$.

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}; \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}; \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$$

Bài 2. [NB] Cho α là góc nhọn

a) Tính $\sin \alpha, \cot \alpha, \tan \alpha$ biết $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.

b) Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

c) Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \cot \alpha$.

d) Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$.

Hướng dẫn

$$\cos \alpha = \frac{1}{5}, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

a) Cho

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{1}{25} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{24}{25}$$

$$\text{p } \sin a = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{2\sqrt{6}}{5} : \frac{1}{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

b) Cho $\sin a = \frac{2}{3}$

$$\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \text{ p } \cos a = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{2}{3} : \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

c) Ta có: $\tan a = 2 \text{ p } \frac{\sin a}{\cos a} = 2 \text{ p } \sin a = 2 \cdot \cos a$

Mặt khác: $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

Nên $(2\cos a)^2 + \cos^2 a = 1 \text{ p } 5\cos^2 a = 1 \text{ p } \cos a = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Vậy: $\sin a = 2; \cos a = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \cot a = \frac{1}{\tan a} = \frac{1}{2}$

$$\cos a = 3 \text{ p } \tan a = \frac{1}{3}$$

d) Cho

$$\cos^2 a = \frac{1}{\tan^2 a + 1} = 1 : \frac{9}{10} + 1 = \frac{9}{10}$$

$$\text{p } \cos a = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\sin^2 a = 1 - \cos^2 a = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Đ } \sin a = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

Bài 3. [TH] Không dùng máy tính, sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ bé đến lớn

- a) $\sin 24^\circ, \cos 35^\circ, \sin 54^\circ, \cos 70^\circ, \sin 78^\circ$
 b) $\cot 24^\circ, \tan 16^\circ, \cot 57^\circ 67', \cot 30^\circ, \tan 80^\circ$

Hướng dẫn

- a) Ta có $\cos 70^\circ (= \sin 20^\circ) < \sin 24^\circ < \sin 54^\circ < \cos 35^\circ (= \sin 55^\circ) < \sin 78^\circ$
 $\tan 16^\circ (= \cot 74^\circ) < \cot 57^\circ 67' < \cot 30^\circ < \cot 24^\circ < \tan 80^\circ (= \cot 10^\circ)$
 b)

Bài 4. [VD] Tính giá trị các biểu thức sau:

- a) $\cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$
 b) $\sin^2 10^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ - \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$
 c) $\sin 15^\circ + \sin 75^\circ - \cos 15^\circ - \cos 75^\circ + \sin 30^\circ$
 d) $\sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ - \cos 55^\circ$
 e) $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$
 f) $\sin 20^\circ - \tan 40^\circ + \cot 50^\circ - \cos 70^\circ$

Hướng dẫn

- a) Ta có: $\cos x = \sin(90^\circ - x)$ Đ $\cos^2 x = \sin^2(90^\circ - x)$. Áp dụng, tính được:

$$\begin{aligned} & \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ \\ &= \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 15^\circ \\ &= (\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \sin^2 25^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ) + \cos^2 45^\circ \\ &= 3 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

- b) Ta có: $\cos x = \sin(90^\circ - x)$ Đ $\cos^2 x = \sin^2(90^\circ - x)$. Áp dụng, tính được:

$$\begin{aligned} & \sin^2 10^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ - \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ \\ &= \sin^2 10^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \cos^2 40^\circ - \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ \end{aligned}$$

$$=(\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) - (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + \sin^2 30^\circ - (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$=1 - 1 + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

c) Ta có: $\cos x = \sin(90^\circ - x)$. Áp dụng, tính được:

$$\sin 15^\circ + \sin 75^\circ - \cos 15^\circ - \cos 75^\circ + \sin 30^\circ$$

$$= \sin 15^\circ + \sin 75^\circ - \sin 75^\circ - \sin 15^\circ + \sin 30^\circ$$

$$= \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$d) \sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ - \cos 55^\circ = \sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \sin 67^\circ - \sin 35^\circ = 0$$

$$e) \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ = \cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 20^\circ = 2$$

$$f) \sin 20^\circ - \tan 40^\circ + \cot 50^\circ - \cos 70^\circ = \sin 20^\circ - \tan 40^\circ + \tan 40^\circ - \sin 20^\circ = 0$$

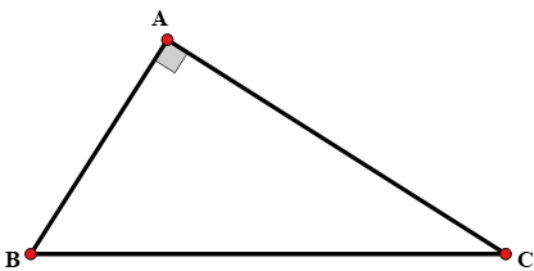
Bài 5 [VD] Giải tam giác vuông ABC , biết $\angle A = 90^\circ$ và $BC = 15\text{ cm}$; $AC = 12\text{ cm}$

Hướng dẫn

$$\square AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 9\text{ cm}$$

$$\square \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow \angle B \approx 53^\circ$$

$$\square \angle C = 90^\circ - \angle B \approx 37^\circ$$



Bài 6 [VD]

Cho tứ giác $ABCD$ có các đường chéo cắt nhau tại O . Cho biết $AC = 4\text{ cm}$; $BD = 5\text{ cm}$, $\angle AOB = 50^\circ$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Hướng dẫn

Kẻ AH và CK vuông góc với BD .

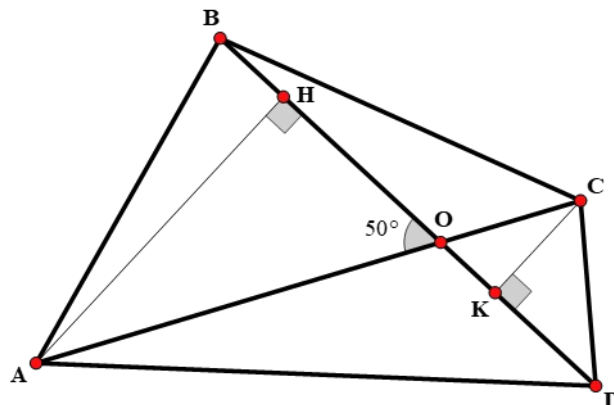
$$AH = OA \cdot \sin 50^\circ; CK = OC \cdot \sin 50^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Đ} \quad AH + CK &= (OA + OC) \sin 50^\circ = AC \sin 50^\circ \\ &= 4 \sin 50^\circ \end{aligned}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{CBD} = \frac{1}{2} BD \cdot AH + \frac{1}{2} BD \cdot CK$$

$$= \frac{1}{2} BD \cdot (AH + CK) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 50^\circ$$

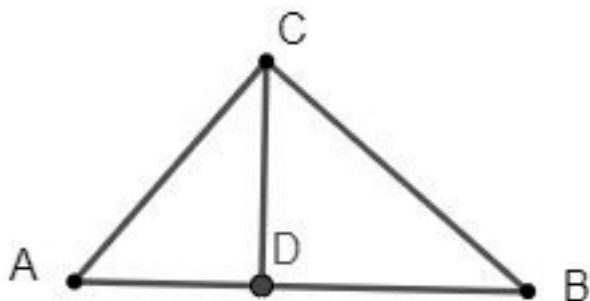
$$= 10 \sin 50^\circ$$



Bài 7 [VD]

Hai bạn học sinh Mai và Đào đang đứng ở mặt đất phẳng, cách nhau $150m$ thì nhìn thấy một chiếc điều (ở vị trí $5,68m$ giữa hai bạn). Biết góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Mai là $5,9m$ và góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Đào là $2,4m$. Hãy tính độ cao của điều lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Hướng dẫn



Độ cao của điều là CD ; độ dài $AB = 150m$. Trung đứng ở A , Dũng đứng ở B

Gọi $AD = x$ ($0 < x < 150$) Đ $BD = 150 - x$

Xét tam giác ACD vuông tại D ta có: $CD = AD \cdot \cot A = x \cdot \cot 45^\circ = x$

Xét tam giác BCD vuông tại D ta có: $CD = BD \cdot \cot B = (150 - x) \cdot \cot 35^\circ$

Nên $x = (150 - x) \cot 35^\circ$ Đ $x \approx 88,22$ (thỏa mãn)

$$\text{Đ} \quad CD = x = 88,22m$$

Vậy độ cao của điều lúc đó so với mặt đất là $88,22m$.

HE THUC LUONG TRONG TAM GIAC VUONG**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ****1. Khái niệm về tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.**

Trong một tam giác vuông:

$\sin$ (góc nhọn) = cạnh đối : Cạnh huyền.	$\tan$ (góc nhọn) = cạnh đối : cạnh kề.
$\cos$ Cos (góc nhọn) = Cạnh kề : cạnh huyền.	$\cot$ (góc nhọn) = cạnh kề : cạnh đối.

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.

+ Với hai góc phụ nhau thì:

$\sin$ (góc này) = $\cos$ (góc kia) và ngược lại.

$\tan$ (góc này) = $\cot$ (góc kia) và ngược lại.

+ Tỉ số lượng giác của góc đặc biệt:

Tỉ số \ α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. Định lí quan hệ giữa các cạnh và tỉ số lượng giác.

Trong một tam giác vuông:

+ Cạnh góc vuông = cạnh huyền . $\sin$ (góc đối) = cạnh huyền . $\cos$ (góc kề)

+ Cạnh góc vuông = cạnh góc vuông kia . $\tan$ (góc đối) = cạnh góc vuông kia. $\cot$ (góc kề)

4. Một số công thức: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \tan \alpha \cot \alpha = 1; \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

B. BÀI TẬP**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN ĐÚNG**

Em hãy chọn câu trả lời đúng cho mỗi câu sau:

Câu 1. [NB] Cho $\triangle ABC : \hat{B} = 90^\circ$ thì $\sin C$ là

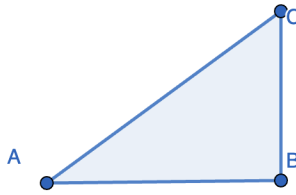
A. $\frac{AC}{BC}$.

B. $\frac{AB}{AC}$.

C. $\frac{BC}{AC}$.

D. $\frac{AB}{BC}$.

Lời giải



Đáp án : B

Căn cứ vào khái niệm $\sin$ của góc nhọn cho $\triangle ABC : \widehat{B} = 90^\circ$ thì $\sin C = \frac{AB}{AC}$.

Câu 2. [NB] Với $\triangle ABC : \widehat{B} = 90^\circ ; \widehat{C} = 32^\circ ; AB = 9\text{ cm}$ thì BC có độ dài là (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. 14,43.

B. 14.

C. 14,41.

D. 14,40.

Lời giải

Đáp án : D

Áp dụng định lý về quan hệ 2 cạnh góc vuông và hai góc phụ nhau cho

$$\triangle ABC : \widehat{B} = 90^\circ ; \widehat{C} = 32^\circ ; AB = 9\text{ cm} \quad \text{ta được} \quad BC = AB \cdot \cot C = 9 \cdot \cot 32^\circ$$

$$BC = 9 \cdot \tan(90^\circ - 32^\circ) = 9 \cdot \tan 58^\circ \approx 14,40(\text{cm})$$

Câu 3. [NB] Với α là số đo của góc nhọn và $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ thì khẳng định nào sai:

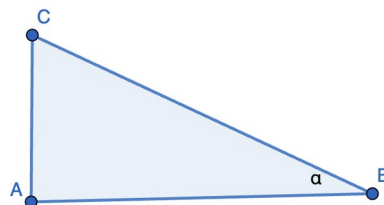
A. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

B. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

C. $\cot \alpha = 3$.

D. $\alpha \approx 19^\circ$.

Lời giải



Đáp án : D

Áp dụng $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ nên $\frac{AC}{BA} = \frac{1}{3}$ hay $AB = 3AC$

Có $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$BC = AC\sqrt{10}$$

Áp dụng khái niệm về sin và cosin của góc nhọn ta được

A; B; C: Đ

Còn dùng máy tính ta tìm được $\alpha \approx 18^{\circ}26' \dots$ nên $\alpha \approx 18^{\circ}$

Nên D làm sai (Làm tròn chưa đúng).

Câu 4. [NB] Cho hai góc phụ nhau thì:

- A.** sin góc này bằng cosin góc kia. **B.** sin hai góc bằng nhau.
C. tan góc này bằng cosin góc kia. **D.** Tan góc này bằng sin góc kia.

Lời giải

Đáp án đúng : A

Căn cứ và định lí về hai góc phụ nhau ta có

Sin góc nọ bằng cos của góc kia và ngược lại, tan góc này bằng cot góc kia và ngược lại nên

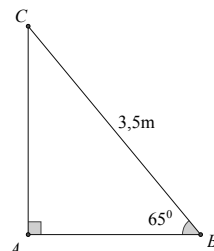
Đáp án A đúng.

Câu 5. [TH]: Một cái thang dài $3,5m$ đặt dựa vào tường, góc “an toàn” giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là 65° . Khoảng cách “an toàn” từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là

- A.** $1,4m$. **B.** $1,48m$. **C.** $1m$. **D.** $1,5m$.

Lời giải

Chọn D



Chiều dài thang là $BC = 3,5m$.

Góc “an toàn” là $\angle ABC = 65^{\circ}$.

Khoảng cách an toàn là $AB = BC \cdot \cos 65^\circ = 3,5 \cdot \cos 65^\circ \approx 1,5 \text{ m}$.

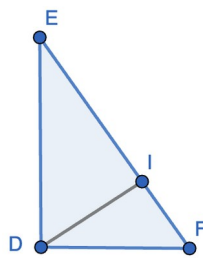
Câu 6. [TH] Cho $\alpha; \beta$ có tổng là 90° thì.

- A. $\sin \alpha = \sin \beta$. B. $\sin \alpha = \sin (90^\circ - \beta)$. C. $\sin \alpha = \cos (90^\circ - \beta)$. D. $\sin \alpha = \tan \beta$.

Lời giải

Dựa và định lý về hai góc phụ nhau ta có : **B**

Câu 7. [TH] Cho $\triangle EDF : \hat{D} = 90^\circ$ $\triangle DEF$ (hình vẽ) và đường cao DI . Khi đó $\cos F$ bằng:



- A. $\frac{DE}{FE}$. B. $\frac{DI}{FI}$. C. $\frac{DF}{FE}$. D. Đáp số khác.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa về tỉ số lượng giác của góc nhọn: Cos của góc nhọn là tỉ số cạnh kề và cạnh huyền nên đáp án chọn là C.

Câu 8. [TH] $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ thì α là

- A. 45° . B. 35° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Dựa vào tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt hoặc dùng máy tính cầm tay, ta có đáp án chọn là D

Câu 9. [VD] Cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ thì $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Dựa vào máy tính hoặc tỉ số lượng giác của góc nhọn đặc biệt ta tìm được :

$$+ \alpha = 45^\circ \text{ vì } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$+ \tan \alpha = \tan 45^\circ = 1$$

Đáp án chọn là B.

Câu 10. [VD]

Một xe máy lên dốc với vận tốc 24 km/h mất 5 phút. Biết quãng đường xe máy đi tạo với phương thẳng đứng một góc 58° . Tính độ cao của con dốc? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, đơn vị mét)



- A. 2 km . B. $1,69 \text{ km}$. C. $1,70 \text{ km}$. D. $1,06 \text{ km}$.

Lời giải

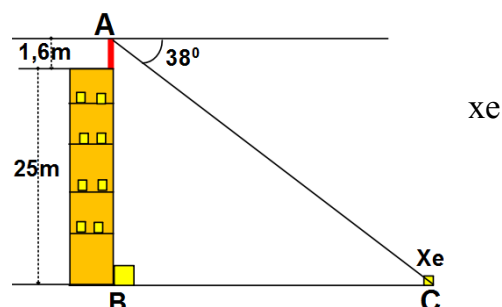
Đáp án chọn: D

Độ dài cạnh huyền chính là quãng đường đi trong 5 phút và là $24 \cdot \frac{5}{60} = 2 \text{ (km)}$

Áp dụng định lý về cạnh và tỉ số lượng giác trong tam giác vuông và hai góc phụ nhau ta được:

Độ cao của con dốc là $2 \cdot \cos 58^\circ \approx 1,06 \text{ (km)}$.

Câu 11. [VD] Một học sinh có tầm mắt cao $1,6 \text{ m}$ đứng trên sân thượng của một căn nhà cao 25 m nhìn thấy một chiếc xe đang đứng yên với góc nghiêng xuống 38° . Hỏi chiếc xe cách căn nhà bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). (Hình bên)



- A. 33 m . B. 34 m . C. 35 m . D. $34,05 \text{ m}$.

Lời giải

Đáp án chọn: B

$$AB = 25 + 1,6 = 26,6 \text{ (m)}; \angle ACB = 38^\circ.$$

$$\triangle ABC : \angle B = 90^\circ \text{ nên } AB = BC \cdot \tan C$$

$$BC = \frac{26,6}{\tan 38^\circ} \approx 34 \text{ m}$$

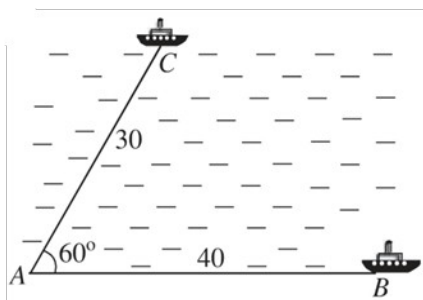
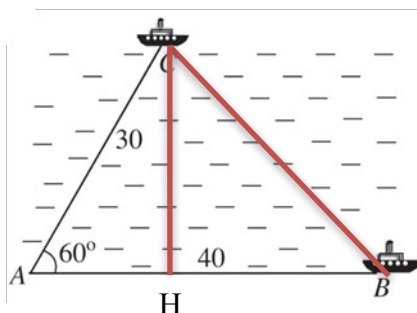
Vậy chiếc xe cách căn nhà khoảng 34 m.

Câu 12. [VDC]

Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lý một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lý một giờ. Sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu km? (1 hải lý $\approx 1,852 \text{ km}$, làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. 70 . B. 66,8 km . C. 66,77 km . D. 66,7 km .

Lời giải



Quãng đường tàu C chạy sau 2 giờ là $AC = 15 \cdot 2 = 30$ (hải lý)

Quãng đường tàu B chạy sau 2 giờ là $AB = 20 \cdot 2 = 40$ (hải lý)

Kẻ $CH \perp AE$

Xét $\triangle ACH : \angle H = 90^\circ$, ta có: $CH = 30 \cdot \sin 60^\circ = 15\sqrt{3}$ (hải lý)

$$AH = 30 \cdot \cos 60^\circ = 15 \text{ (hải lý)}$$

$$BH = 25 \text{ (hải lý)}$$

Xét $\triangle BCH : \angle H = 90^\circ$, ta có: $BC^2 = CH^2 + BH^2$ (Định lý Pythagore)

$$BC = 10\sqrt{13} \text{ (hải lý)}$$

$$BC \approx 66,8 \text{ (km)}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong một tam giác vuông:

Khẳng định	Đ	S
a) Sin của góc nhọn là tỉ số độ dài của cạnh đối và cạnh huyền.		
b) Cô sin của góc nhọn là tỉ số độ dài của cạnh kề và cạnh. đối.		
c) Tang của góc nhọn là tỉ số độ dài của cạnh kề và cạnh huyền.		
d) Cô tang của góc nhọn là tỉ số độ dài cạnh kề và cạnh đối.		

Lời giải

a) Đ b) S c) S d) Đ

Căn cứ vào khái niệm về các tỉ số lượng giác của góc nhọn ta có

Sin của góc nhọn là tỉ số độ dài cạnh đối và cạnh huyền nên a : Đúng.

Cô sin của góc nhọn là tỉ số độ dài cạnh kề và cạnh huyền nên b: Sai.

Tang của góc nhọn là tỉ số độ dài cạnh đối và cạnh kề nên c: Sai.

Cô tang của góc nhọn là tỉ số độ dài cạnh kề và cạnh đối nên d: Đúng.

Câu 2. Trong một tam giác vuông thì:

Khẳng định	Đ	S
a) Sin của góc nhọn luôn nhận giá trị nhỏ hơn 1.		
b) Cô sin của góc nhọn nhận giá trị dương và nhỏ hơn 1.		
c) Tang của góc nhọn luôn nhận giá trị dương và lớn hơn 1.		
d) Cô tang của góc nhọn nhận giá trị bằng 1 khi tam giác đó vuông cân.		

Lời giải

a) Đ b) Đ c) S d) Đ

Căn cứ vào khái niệm về tỉ số lượng giác của góc nhọn:

Sin của góc nhọn là tỉ số cạnh đối và cạnh huyền, cô sin của góc nhọn là tỉ số cạnh kề và cạnh huyền mà trong tam giác vuông cạnh huyền là cạnh lớn nhất nên:

A. Đúng và B. Đúng

Cô tang của góc nhọn là tỉ số cạnh kề và cạnh đối nên nếu cô tang góc nhọn là 1 thì 2 cạnh đó bằng nhau=> D: Đúng.

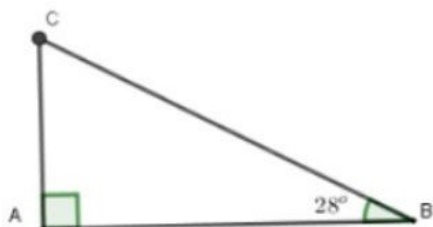
Còn tang của góc nhọn là tỉ số của cạnh đối và cạnh kề chính là hai cạnh góc vuông nên tan của góc đó có thể nhỏ hơn 1=> C: sai.

Câu 3. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28^0 và có độ cao là $2,1m$.

Khẳng định	Đ	S
a) độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là $3,95m$		
b) độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là $3,8m$.		
c) độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là $4,5m$.		
d) độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là $4,47m$.		

Lời giải

a) S b) S c) S d) Đ



$$AC = BC \cdot \sin 28^0$$

$$BC = AC : \sin 28^0 = 2,1 : \sin 28^0 \approx 4,47(m)$$

Câu 4. Khẳng định sau đúng hay sai:

Khẳng định	Đ	S
a) Trong tam giác vuông, tỉ số của sin và cos của cùng một góc nhọn bằng tang của góc đó.		
b) Trong một tam giác nhọn, tích của tang và cotang của cùng một góc luôn bằng 1.		
c) Diện tích của tam giác nhọn bằng nửa tích hai cạnh với sin của góc tạo bởi hai cạnh đó.		
d) Diện tích của tam giác đều có độ dài cạnh a là bằng $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$		

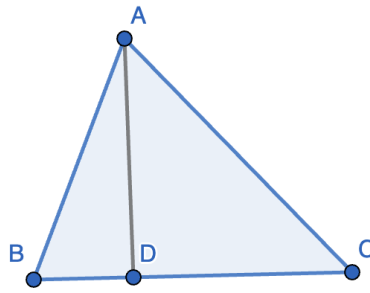
Lời giải

a) Đ b) Đ c) Đ d) Đ

a) Dùng khái niệm tỉ số sin và cos của góc nhọn trong tam giác vuông hoặc dùng các công thức cơ bản về tỉ số lượng giác của góc nhọn ta được a: Đ.

b) Dùng khái niệm về tỉ số lượng giác của góc nhọn ta thấy tang và cotang nghịch đảo nhau nên tích của chúng là một nên b đúng.

c) Ví dụ với hình sau:



Áp dụng định lý cho $\triangle ABD : \hat{D} = 90^\circ$ thì $AD = BA \cdot \sin B$.

Áp dụng công thức tính diện tích tam giác, ta được $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin B$

Nên câu c đúng.

d) Áp dụng công thức có được câu c ta được d đúng với chú ý sin của góc đặc biệt.

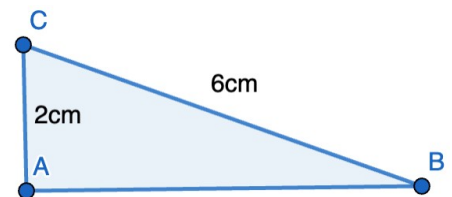
3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho $\triangle ABC : \hat{A} = 90^\circ; AC = 2 \text{ cm}; BC = 6 \text{ cm}$ Tính số đo của $\hat{C}$ (làm tròn đến độ).

Lời giải

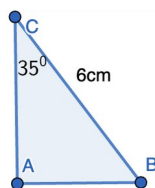
Áp dụng khái niệm cosin của góc nhọn trong tam giác

vuông ta có: $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ nên $\hat{C} \approx 71^\circ$



Câu 2. [NB] Cho $\triangle ABC : \hat{A} = 90^\circ; \hat{C} = 35^\circ; BC = 6 \text{ cm}$ Tính độ dài của cạnh AC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



Áp dụng định lý cạnh góc vuông và cạnh huyền cho tam giác vuông ta được:

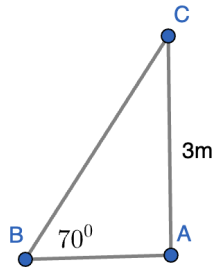
$$AC = BC \cdot \cos C = 6 \cdot \cos 36^\circ \approx 4,9(\text{cm})$$

Câu 3. [TH]

Nhà bạn An có gác lửng cao so với nền nhà là 3^m . Bạn An cần làm một thang đi lên gác, biết khi đặt thang phải để thang tạo với mặt đất một góc 70° thì đảm bảo sự an toàn khi sử dụng. Với kiến thức đã học, em hãy tính giúp An chiều dài của thang là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Ta có chiều dài thang chính là cạnh huyền BC (hình sau)



Áp dụng định lý về cạnh cho tam giác vuông, ta có

$$AC = BC \cdot \sin B \text{ nên } 3 = BC \cdot \sin 70^\circ \text{ nên } BC \approx 3,19(m)$$

Câu 4. [TH] Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có đường cao AH (H thuộc BC).

Chúng tỏ rằng: $BH = BC \cdot (\cos B)^2$.

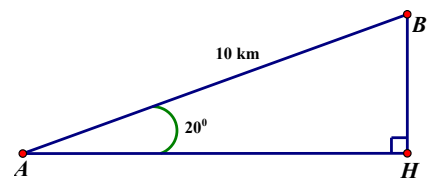
Lời giải

$$BA = BC \cdot \cos B$$

$$BH = BA \cdot \cos B$$

$$\text{Nên } BH = BC \cdot \cos B \cdot \cos B = BC \cdot (\cos B)^2$$

Câu 5. [VD] Một chiếc máy bay xuất phát từ vị trí A bay lên với vận tốc 500 km/h theo đường thẳng tạo với phương ngang một góc nâng 20° (xem hình bên). Nếu máy bay chuyển động theo hướng đó đi được 10 km đến vị trí B thì mất mấy phút? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). Khi đó máy bay sẽ ở độ cao bao nhiêu kilômét so với mặt đất (BH là độ cao)? (độ cao làm tròn đến hàng đơn vị)



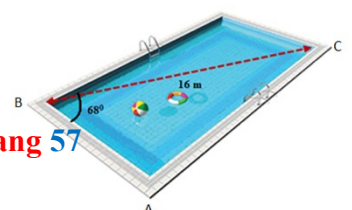
Lời giải

Thời gian máy bay chuyển động theo hướng đó đi được 10 km đến vị trí B là:

$$10 : 500 = 0,02(h) = 1,2 \text{ (phút)}$$

Xét $\triangle ABH : \angle H = 90^\circ$ ta có $BH = AB \cdot \sin A = 10 \cdot \sin 20^\circ \approx 3 \text{ (km)}$

Vậy máy bay sẽ ở độ cao khoảng 3 km so với mặt đất.



Câu 6. [VD] Một hồ bơi có mặt hồ là hình chữ nhật có chiều dài đường chéo $BC = 16m$. Góc tạo bởi đường chéo và chiều rộng AB là 68° . Em hãy tính chiều dài AC của hồ (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

$$AC = BC \cdot \sin B = 16 \cdot \sin 68^\circ = 16 \cdot \sin 68^\circ \approx 14,8(m)$$

Vậy chiều dài AC của hồ khoảng là $14,8(m)$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Khái niệm về sin, cosin, tang, cotang của góc nhọn trong tam giác vuông.

Tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt.

Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.

Hệ thức quan hệ giữa các cạnh và góc trong tam giác vuông.

Sử dụng máy tính tính độ dài, số đo góc.

Vận dụng tổng hợp: Kiến thức đồng dạng - hệ thức lượng trong tam giác vuông và tỉ số lượng giác vào bài toán thực tế hoặc bài toán tổng hợp.

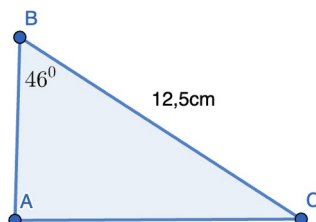
BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Nội dung

Giải $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 12,5cm$; $\angle B = 46^\circ$ (độ dài cạnh làm tròn đến hàng phần mười, đơn vị cm).

Lời giải



Áp dụng định lý về cạnh trong $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 12,5cm$; $\angle B = 46^\circ$ ta có:

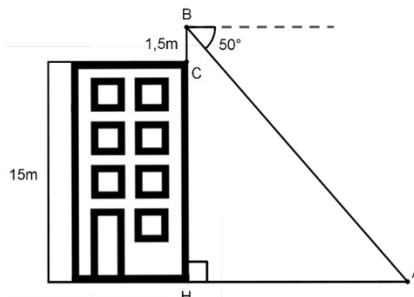
$$AC = BC \cdot \sin B = 12,5 \cdot \sin 46^\circ \approx 9,0(cm)$$

$$AB = BC \cdot \cos B = 12,5 \cdot \cos 46^\circ \approx 8,7(cm)$$

$$\angle B + \angle C = 90^\circ \text{ nên } \angle C = 44^\circ$$

Ví dụ 2 [TH]:

Nội dung Một học sinh có tầm mắt cao $1,5m$ đứng trên sân thượng của một căn nhà cao $15m$ nhìn thấy bạn của mình đang đứng ở vị trí A với góc nghiêng xuống 50° (như hình vẽ). Hỏi người bạn đứng bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải

$$+ BH = BC + CH = 15 + 1,5 = 16,6 (m)$$

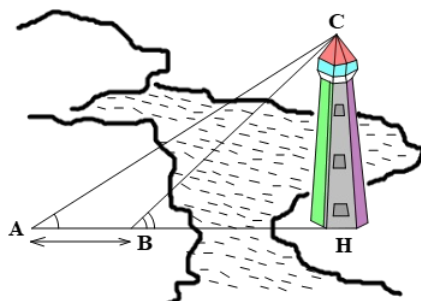
$$+ \angle ABH = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$+ \text{Áp dụng định lí ta được } AH = BH \cdot \tan 40^\circ = 16,5 \cdot \tan 40^\circ \approx 13,85 (m)$$

Ví dụ 3 [TH]: Nội dung

Tính chiều cao CH của tháp ở bên kia sông biết $AB = 25m$;

$\angle HAC = 32^\circ$; $\angle HBC = 43^\circ$ và ba điểm A, B, H thẳng hàng. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Lời giải

Áp dụng định lí cho các tam giác vuông:

$$\triangle AHC; \triangle BHC : \angle AHC = \angle BHC = 90^\circ$$

$$\text{Ta được: } BH = CH \cdot \cot B = CH \cdot \cot 43^\circ = CH \cdot \tan 47^\circ$$

$$AH = CH \cdot \cot A = CH \cdot \cot 32^\circ = CH \cdot \tan 58^\circ$$

$$\text{Mà có } AB = AH - BH = 25$$

$$\text{Nên } CH = 25 : (\tan 58^\circ - \tan 47^\circ)$$

$$CH \approx 47,4 (m)$$

Vậy chiều cao của tháp khoảng $47,4 m$.

Ví dụ 4 [VD]: Nội dung

Để hái buồng cau trên một cây cau thẳng đứng so với mặt đất, người ta dùng một chiếc thang tre thẳng có chiều dài từ nấc thang trên cùng (là thanh ngang tiếp xúc trực tiếp với thân cây cau) đến chân thang tre là $5m$. Tính số đo góc nhọn tạo bởi thang tre và cây cau, biết chiều cao từ mặt đất lên tới vị trí đặt nấc thang trên cùng của thang tre là $4,5m$ và mặt đất là một mặt phẳng. (Kết quả số đo góc làm tròn đến phút).

**Lời giải**

Áp dụng khái niệm về cô sin của góc nhọn ta có:

$$\cos \alpha = 4,5 : 5 \quad \text{nên} \quad \alpha \approx 25^{\circ}51'$$

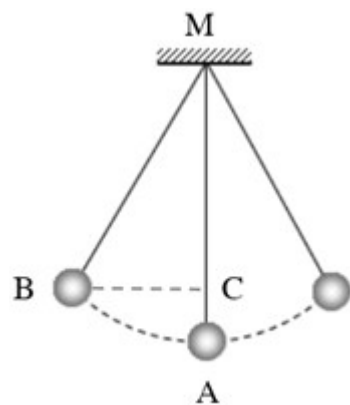
Vậy góc cần tìm có số đo khoảng $25^{\circ}51'$

Ví dụ 5 [VD]:

Một con lắc được cột cố định một đầu dây vào điểm M trên đà gỗ. Con lắc chuyển động từ vị trí A tới vị trí B và hình chiếu của B trên AM là C . Cho biết độ dài dây treo con lắc $AM = 1m$ và $AC = 10cm$.

Tính khoảng cách BC và độ lớn của $\angle AMB$.

(Cạnh làm tròn số thập phân thứ nhất, góc làm tròn đến phút).

**Lời giải**

$$MC = 100 - 10 = 90 (cm)$$

$$BC = \sqrt{100^2 - 90^2} = 10\sqrt{19} \approx 43,6 (cm)$$

$$\cos \angle AMB = \frac{MC}{MB} = \frac{90}{100} = \frac{9}{10} \quad \text{nên} \quad \angle AMB \approx 25^{\circ}51'.$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1. [NB]** Nội dung

Hãy viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45°

a) $\sin 60^{\circ}$.

b) $\cos 75^{\circ}$.

c) $\tan 80^{\circ}$.

d) $\text{Cot} 54^{\circ} 20'$.

Hướng dẫn

Dựa vào định lý về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau ta có :

a) $\sin 60^{\circ} = \cos(90^{\circ} - 60^{\circ}) = \cos 30^{\circ}$.

b) $\cos 75^{\circ} = \sin(90^{\circ} - 75^{\circ}) = \sin 15^{\circ}$.

c) $\tan 80^{\circ} = \cot(90^{\circ} - 80^{\circ}) = \cot 10^{\circ}$.

d) $\text{Cot} 54^{\circ} 20' = \tan(90^{\circ} - 54^{\circ} 20') = \tan 35^{\circ} 40'$.

Bài 2. [TH] Nội dung

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6 \text{ cm}$, $\widehat{B} = 40^{\circ}$.

Tính độ dài các cạnh AC ; BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất, đơn vị cm).

Hướng dẫn

Áp dụng định lý cho tam ABC vuông tại A có

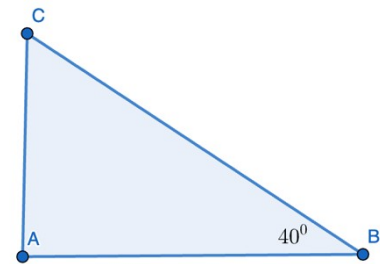
$$AB = 6 \text{ cm}, \widehat{B} = 40^{\circ}$$

Ta được: $AC = AB \cdot \tan B = 6 \cdot \tan 40^{\circ} \approx 5,0 (\text{cm})$

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A

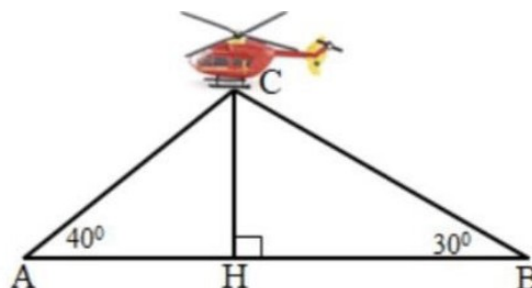
Ta được: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Thay số ta có $BC \approx 7,8 (\text{cm})$



Bài 3. [VD] Nội dung

Điểm hạ cánh của một chiếc máy bay trực thăng ở giữa hai người quan sát A và B . Biết khoảng cách giữa hai người này là 400 m , góc nâng nhìn thấy máy bay tại vị trí A là 40° và tại vị trí B là 30° (như hình vẽ). Hãy tính độ cao của máy bay so với mặt đất? (Làm tròn đến mét)



Hướng dẫn

Áp dụng hệ thức giữa 2 cạnh góc vuông cho các tam giác : $\triangle AHC : \hat{H} = 90^\circ$; $\triangle BHC : \hat{H} = 90^\circ$

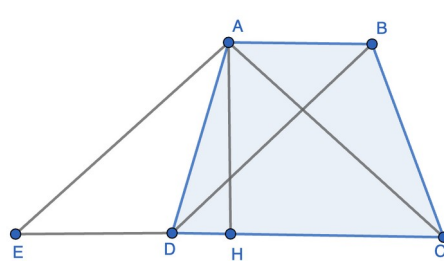
Ta được $AH = HC \cdot \cot 40^\circ = HC \cdot \tan 50^\circ$; $BH = HC \cdot \cot 30^\circ = HC \cdot \tan 60^\circ$

Có $AB = 400$ **nên** $HC \cdot (\tan 50^\circ + \tan 60^\circ) = 400$

Nên $HC \approx 137(m)$

Bài 4. [VD] Nội dung

Cho hình thang $ABCD$ đáy nhỏ AB đường cao $AH = 12\text{ cm}$ và BD vuông góc với AC , $BD = 20\text{ cm}$. Tìm tỉ số lượng giác của $\angle ACD$.

Hướng dẫn

Kẻ qua A , đường thẳng song song với BD cắt đường thẳng CD tại E .

+ Tứ giác $ABDE : AB \parallel EH; DB \parallel AE$ nên tứ giác $ABDE$ là hình bình hành

Do đó $AE = BD = 20\text{ cm}$

+ Áp dụng khái niệm tỉ số lượng giác và định lý về hai góc phụ nhau ta có:

$$\cos ACD = \sin AEH = \frac{AH}{AE} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\sin ACD = \sqrt{1 - \cos^2 ACD} = \frac{4}{5}$$

$$\tan ACD = \frac{\sin ACD}{\cos ACD} = \frac{4}{3}$$

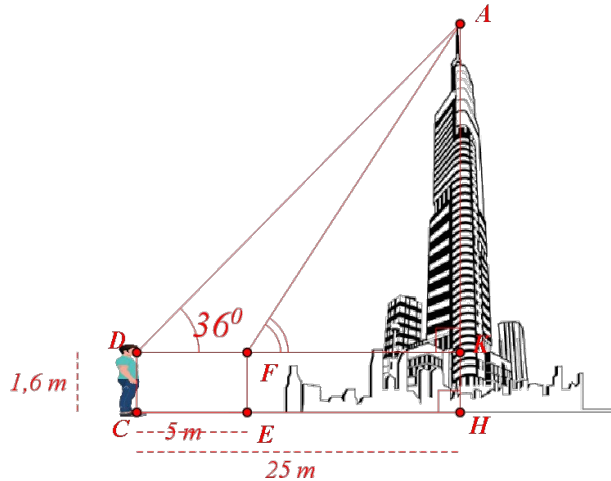
$$\cot ACD = 1 : \tan ACD = 1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$$

Bài 5. [VD] Nội dung

Một người quan sát một tòa nhà và đứng cách tòa nhà khoảng $25m$. Góc nâng từ mắt người quan sát đến nóc tòa nhà là 36° .

a) Tính chiều cao AH của tòa nhà (làm tròn đến mét). Biết chiều cao CD tính từ chân đến mắt người quan sát là $1,6m$.

b) Nếu anh ta đi thêm $5m$ nữa, đến vị trí E nằm giữa C và H , thì góc nâng từ F đến nóc tòa nhà là bao nhiêu (làm tròn đến độ)?



Hướng dẫn

a/ Áp dụng TSLG vào $\triangle AKD : \hat{D} = 90^\circ$ có: $\tan D = \frac{AK}{KD}$

$$AK \approx 18,163(m)$$

Có $AH = AK + KH$ nên $AH \approx 18,163 + 1,6$ nên $AH \approx 20(m)$.

Vậy chiều cao tòa nhà khoảng $20m$.

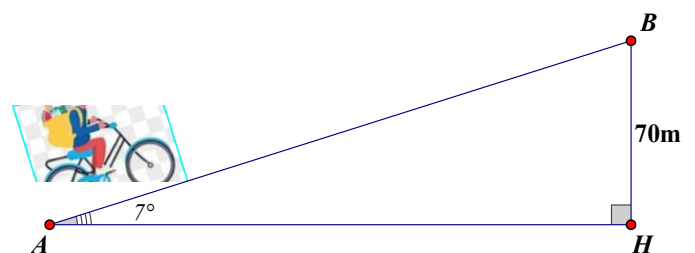
b/ Ta có: $FK = EH = CH - CE = 25 - 5 = 20(m)$

Áp dụng TSLG vào $\triangle AFK : \hat{K} = 90^\circ$ có: $\tan F = \frac{AK}{KF}$ nên $\tan F \approx \frac{18,163}{20}$ do đó $\hat{KFA} \approx 42^\circ$

Vậy góc nâng từ F đến nóc tòa nhà khoảng 42° .

Bài 6. [VD] Nội dung

Một người đi xe đạp lên một đoạn đường dốc từ A đến đỉnh dốc B (hình 1) có độ nghiêng 7° so với phương nằm ngang và đi với vận tốc trung bình $6km/h$, biết đỉnh dốc cao khoảng $70m$ so với phương nằm ngang.



a) Hỏi đoạn đường dốc đó dài bao nhiêu mét?

b) Người đó phải mất bao nhiêu phút để tới đỉnh dốc? (các kết quả trong bài làm tròn đến hàng đơn vị)

Hướng dẫn

Áp dụng định lý vào $\triangle ABH : \widehat{H} = 90^\circ$ nên $BH = AB \cdot \sin A$ do đó : $AB = 70 : \sin 7^\circ \approx 574 (m)$

Đổi $6 km/h = 100$ m/phút

Thời gian người đó đi đến đỉnh dốc là $\frac{574}{100} \approx 6$ (phút).

Bài 7. [VD] Nội dung

Cho $\triangle ABC$ nhọn, đường cao AK .

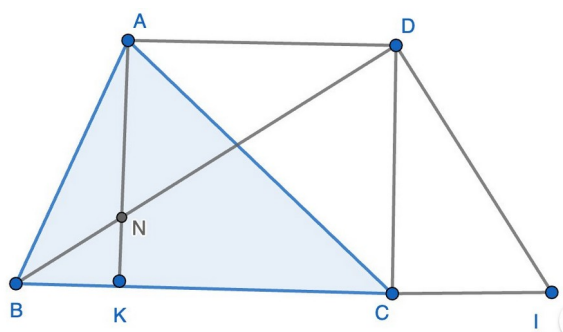
a) Giải $\triangle AKC$ biết $\widehat{C} = 30^\circ ; AK = 3 cm$.

b) Chứng minh $AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$.

c) Biết $BC = 5 cm ; \widehat{B} = 68^\circ ; \widehat{C} = 30^\circ$. Tính diện tích $\triangle ABC$ (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật $CKAD$, BD cắt AK tại N . Chứng minh $\frac{1}{AK^2} = \frac{\cot^2 ACB}{DN^2} + \frac{1}{DB^2}$.

Hướng dẫn



a) Xét $\triangle AKC$ vuông tại K có $\widehat{C} = 30^\circ ; AK = 3 cm$

+ $\widehat{B} = 60^\circ$ (theo định lý tổng ba góc trong tam giác).

+ $AK = AC \cdot \sin C$ nên $AC = 3 : \frac{1}{2} = 6 (cm)$.

Theo định lý Pythagore trong $\triangle AKC$ vuông tại K ta có

$$KC = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} (cm).$$

b) Xét $\triangle AKC$ vuông tại K ta có $KB = AK \cdot \cot B$; $KC = AK \cdot \cot C$.

Nên $BC = BK + KC = AK \cdot \cot B + AK \cdot \cot C = AK \cdot (\cot B + \cot C)$

Do đó ta được: $AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$

Vậy $AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$.

c) Xét $\triangle AKB$ vuông tại K có $AK = BK \cdot \tan B$.

Xét $\triangle AKC$ vuông tại K có $AK = CK \cdot \tan C$.

Từ đó ta có $\frac{KC}{KB} = \frac{\tan B}{\tan C} = \frac{\tan 68^\circ}{\tan 30^\circ} \approx 4,3$.

Mà $KC = BC - BK = 5 - BK$ nên $\frac{5 - BK}{BK} \approx 4,3$.

Vậy $KB \approx 0,9$; $KC \approx 4,1$.

Xét $\triangle AKC$ vuông tại K có $AK = CK \cdot \tan C \approx \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 4,1$ nên $AK \approx 2,4 (cm)$.

Vậy $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC \approx \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot 5$ nên $S_{\triangle ABC} \approx 6 (cm^2)$.

d) Kẻ $DI \perp BD$ tại D (I thuộc đường thẳng BC) khi đó $\square ADN = \square CDI$ (cùng phụ với $\square CDN$) .

Khi đó $\triangle ADN$ đồng dạng $\triangle CDI$ (g-g)

Suy ra $\frac{AD}{CD} = \frac{AN}{CI} = \frac{DN}{DI}$ nên $\frac{AD}{CD} = \frac{DN}{DI}$

$$\frac{AD^2}{CD^2} = \frac{DN^2}{DI^2}$$

Vì $AK = DC$ (tính chất hình chữ nhật)

$\square ACB = \square DAC$ nên $\cot^2 \square ACB = \cot^2 \square DAC = \frac{AD^2}{DC^2} = \frac{ND^2}{DI^2}$.

Điều cần chứng minh tương đương với

$$\frac{1}{DC^2} = \frac{ND^2}{DI^2 \cdot ND^2} + \frac{1}{DB^2} \text{ hay } \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DB^2} \text{ nên cần chứng minh } \frac{1}{DC^2} = \frac{DB^2 + DI^2}{DI^2 \cdot DB^2}$$

tức $DC \cdot IB = DI \cdot DB$ (điều này luôn đúng trong tam giác vuông có DC là đường cao)

Vậy: $\frac{1}{AK^2} = \frac{\cot^2 ACB}{DN^2} + \frac{1}{DB^2}$.
