

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ
ĐỀ CHÍNH THỨC**
(Đề có 04 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề: 1004**

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$ là

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = (-1; 1)$.

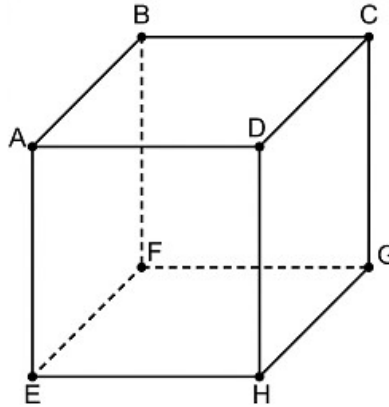
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SA = AB = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 7. B. 11. C. 5. D. 9.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ (xem hình dưới) có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng AF và CH bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ là

- A. $S = \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

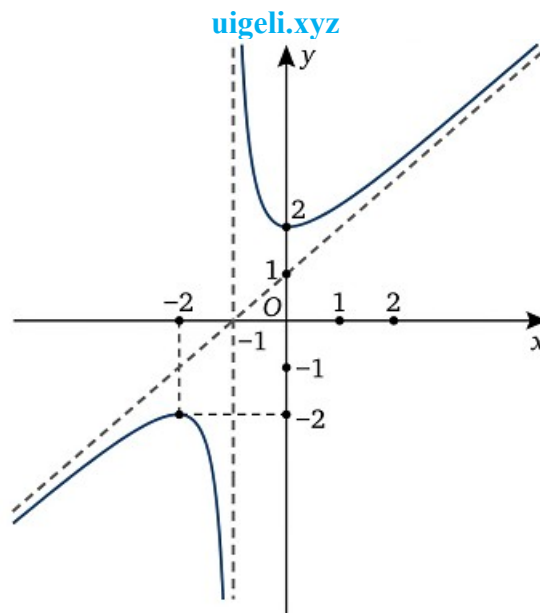
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

- A. $x - 2y + z - 4 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $x - 2y + z + 4 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 12 = 0$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$. B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$. C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$. D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a, b, c, m, n \in \mathbb{R}; am \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



- A. $y = x + 1$. B. $y = x$. C. $y = -x + 1$. D. $x = -1$.

Câu 9. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, các đường thẳng $x = 0$, $x = \ln 3$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục hoành là

- A. π . B. 2π . C. 4π . D. 4 .

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1)$, $B(-3; 0; 3)$, $C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(6; -6; -3)$. B. $D(6; -6; 3)$. C. $D(6; 6; 3)$. D. $D(6; 6; -3)$.

Câu 11. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 69,8 . B. 6 . C. 30 . D. 25 .

Câu 12. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ là

- A. $-3\sin x + 4\cos x$. B. $-3\sin x + 4\cos x + C$. C. $3\sin x - 4\cos x$. D. $3\sin x + 4\cos x + C$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm dạng đúng sai (4 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x-7}{x-1}$ có đồ thị là (C) .

- a) Tích các khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc đồ thị (C) đến hai tiệm cận của (C) luôn bằng 4.
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên nửa khoảng $[-1; 1)$ bằng 2.
d) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(1; 3)$.

Câu 2. Một cửa hàng điện tử bán hai loại tai nghe không dây, trong đó có 60% tai nghe màu đen và 40% tai nghe màu trắng. Tỷ lệ tai nghe màu đen bị lỗi là 1,5%, còn tỷ lệ tai nghe màu trắng bị lỗi là 4%. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 tai nghe từ cửa hàng. Xét các biến cố:

A: “Khách hàng chọn được tai nghe màu đen”;

B: “Khách hàng chọn được tai nghe không bị lỗi”.

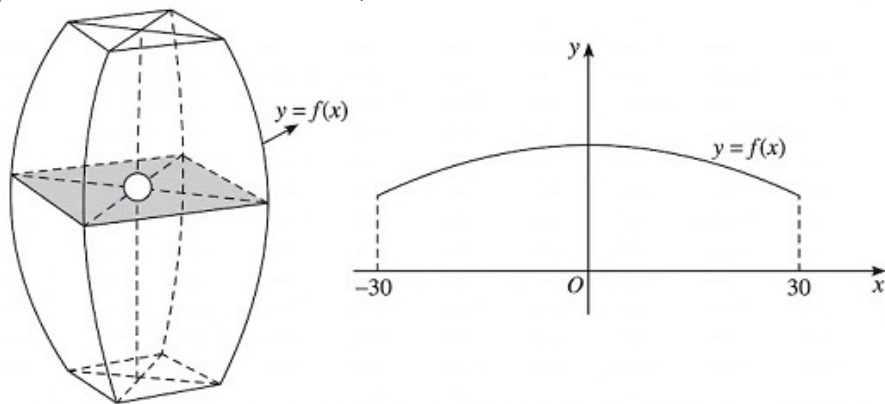
- a) Xác suất để tai nghe được chọn không bị lỗi là 0,055.

b) Biết tai nghe được chọn không bị lỗi. Xác suất để tai nghe đó có màu trắng nhỏ hơn 0,4.

c) $P(\bar{A}) = 0,4$.

d) $P(B|A) = 0,85$.

Câu 3. Cận kề ngày Tết Nguyên Đán, bác Lộc muốn thiết kế một đèn lồng cao 40 cm để treo lên cây Nêu. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao vuông góc với trục thẳng đứng của đèn lồng luôn là một hình vuông (xem hình vẽ). Mặt đáy và đỉnh của đèn lồng là hình vuông có cạnh $L_0 = 10\sqrt{2}$ (cm). Mặt cắt ngang tại vị trí rộng nhất của đèn lồng là hình vuông (hình vuông có diện tích lớn nhất) có cạnh $L_{max} = 14\sqrt{2}$ (cm). Mặt cắt của đèn lồng theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong Parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của đèn lồng. Một đường cong Parabol $(P): y = f(x)$ trong bốn đường cong để tạo ra khung đèn lồng được gắn trong hệ trục Oxy với trục Ox biểu diễn chiều cao của chiếc đèn lồng (đơn vị trên mỗi trục là 1 cm).



a) Diện tích lớn nhất của mặt cắt ngang hình vuông vuông góc với trục thẳng đứng bằng 196 cm^2 .

b) Đường cong Parabol (P) tạo ra khung đèn có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 14$.

c) Thể tích của chiếc đèn lồng đó là 12,95 lít (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Để đảm bảo an toàn, bác Lộc treo một chiếc bóng đèn sợi đốt hình cầu có tâm (được xem là một điểm) đặt trên trục thẳng đứng của lồng đèn và cách đáy dưới 22 cm. Bác quy định rằng để tránh làm cháy lớp giấy dán vỏ lồng đèn thì khoảng cách từ bề mặt bóng đèn đến bất kỳ điểm nào trên giấy dán phải tối thiểu là 7 cm. Khi đó, bác có thể chọn chiếc bóng đèn có bán kính lớn nhất là 2,8666 cm (kết quả làm tròn đến bốn chữ số sau dấu phẩy).

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 2)$, $B(3; 3; 0)$, $C(2; 0; 1)$.

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC} = (0; -4; 0)$.

b) Điểm $M(0; 0; c)$ nằm trên trục Oz sao cho biểu thức $P = MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó: $c = -1$.

c) Tọa độ trung điểm của AB là $(2; 2; 1)$.

d) Cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng $\frac{1}{3}$.

PHẦN III: Trả lời ngắn (3 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$, $BC = CD = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Số đo góc phẳng nhị diện $[B, AC, D]$ là m° . Tính $2m$.

Câu 2. Một doanh nghiệp tư nhân dự định sản xuất một loại linh kiện điện tử với số lượng không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp bán được x sản phẩm thì tổng doanh thu thu về (đơn vị: đồng) được tính theo

công thức $f(x) = x^3 - 1200x^2 + 150000x + 50000$. Chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm (đơn vị:

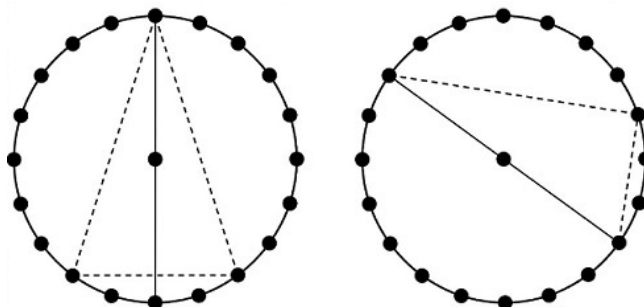
$$C(x) = 2000 + x + \frac{40000}{x}$$

đồng) được tính theo công thức $C(x)$. Hỏi doanh nghiệp cần bán bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

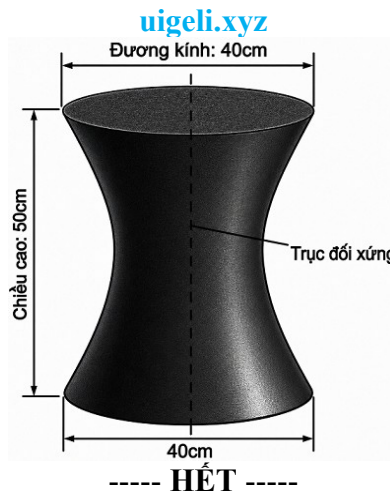
Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài 10 km. Một trạm radar cố định được đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có thể phát hiện được các vật thể trong phạm vi bán kính không quá 50 km. Một tàu cứu hộ di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $M(4;6;-1)$ đến vị trí $N(-1;-4;4)$ với vận tốc không đổi là 60 km/h. Hỏi tàu cứu hộ nằm trong vùng phủ sóng của trạm radar trong khoảng thời gian bao nhiêu phút? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)

Câu 4. Một công ty trong một lần quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi cho thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó, xe loại A có 10 chiếc và xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A được cho thuê với giá 4 triệu đồng và chỉ chở được tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Một chiếc xe loại B được cho thuê với giá 3 triệu đồng và chỉ chở được tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Hỏi chi phí thuê xe thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, kết quả cuối cùng được ghi dưới dạng số nguyên)

Câu 5. Trong một trò chơi, có 20 chiếc đèn được bố trí cách đều nhau trên một vòng tròn lớn (như hình vẽ). Khi người chơi bấm nút, hệ thống máy tính sẽ chọn ngẫu nhiên 3 chiếc đèn để thắp sáng đồng thời. Nếu xuất hiện tam giác tạo bởi 3 bóng đèn được thắp sáng là vuông hoặc cân thì người chơi được nhận một phần quà. Mỗi người chơi thực hiện 5 lần bấm nút. Gọi P là xác suất để một người chơi may mắn giành được đúng 1 phần quà. Tính $10^4 \cdot P$ (không làm tròn kết quả ở các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



Câu 6. Một nghệ nhân tại làng nghề đúc đồng, nhận chế tác các mẫu đèn trang trí cao cấp bằng đồng. Mỗi chiếc đèn có dạng khối tròn xoay đặc, cao 50 cm, với thiết kế mềm mại và cân đối quanh một trục thẳng đứng (xem hình vẽ bên dưới). Khi cắt chiếc đèn bởi một mặt cắt bất kỳ đi qua trục đối xứng, ta thu được một thiết diện giới hạn bởi hai đường parabol đối xứng nhau qua trục này. Theo yêu cầu thiết kế: Mặt trên và mặt đáy của đèn đều là hình tròn có đường kính 40 cm; phần thân được bo thon đều về phía trung tâm, tại đó đường kính nhỏ nhất là 30 cm. Biết khối lượng riêng của đồng là 8960 kg/m^3 , giá đồng là 220 nghìn đồng cho mỗi kilogram và chi phí gia công cho mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng (lượng đồng hao hụt trong quá trình gia công được xem là không đáng kể). Tổng chi phí để hoàn thiện một chiếc đèn theo thiết kế trên là bao nhiêu triệu đồng? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)



Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giáo viên coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	D	B	A	B	A	C	D	D	D

Phần II

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	S	Đ
Câu 2	S	Đ	Đ	S
Câu 3	S	Đ	Đ	Đ
Câu 4	S	S	Đ	Đ

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	$\frac{24}{0}$	67	90	32	3616	96,7

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

$$y = (x^2 - 1)^{-3} = \frac{1}{(x^2 - 1)^3}$$

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

Hàm số

xác định khi:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$$

Vậy tập xác định là:

Chọn B.**Câu 2**

Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}$$

Diện tích đáy:

Theo ý đề, SA là chiều cao của khối chóp và $SA = a$.

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$$

Thể tích khối chóp:

Chọn C.**Câu 3**

$$u_1 = 1, u_2 = 3$$

Cấp số cộng có:

$$d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$$

Công sai:

$$u_4 = u_1 + 3d = 1 + 3 \cdot 2 = 7$$

Suy ra:

Chọn A.**Câu 4**

Trong hình lập phương, ta xét các vector chỉ phương của hai đường thẳng AF và CH .

Đặt hệ tọa độ phù hợp với hình lập phương cạnh a , ta có thể chọn: $\overrightarrow{AF} = (0; a; -a)$,

$$\overrightarrow{CH} = (0; -a; -a)$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CH} = 0 \cdot 0 + a(-a) + (-a)(-a) = 0$$

Tích vô hướng:

$$AF \perp CH$$

Vậy

Góc giữa AF và CH bằng 90° .

Chọn D.

Câu 5

$$\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Ta có:

$$x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra:

$$S = \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy tập nghiệm là:

Chọn B.

Câu 6

$$(P): x - 2y + z + 1 = 0$$

$$\vec{n} = (1; -2; 1)$$

Mặt phẳng có vector pháp tuyến:

$$(Q)$$

$$(P)$$

$$x - 2y + z + d = 0$$

Mặt phẳng song song với nên có dạng:

$$(Q) \quad M(2; -1; 0) \quad 2 - 2(-1) + 0 + d = 0$$

Vì đi qua nên:

$$\Leftrightarrow 4 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = -4$$

$$(Q): x - 2y + z - 4 = 0$$

Vậy:

Chọn A.

Câu 7

$$I(0; 0; -3)$$

$$(P)$$

$$I \quad (P)$$

Mặt cầu có tâm và tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính bằng khoảng cách từ đến.

$$(P): 2x - 2y - z + 12 = 0$$

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - (-3) + 12|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{15}{3} = 5$$

Ta có:

$$x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$$

Vậy phương trình mặt cầu là:

Chọn B.

Câu 8

$$(-1; 0) \quad (0; 1)$$

Quan sát hình vẽ, đường tiệm cận xiên đi qua hai điểm dễ thấy là và .

$$y = x + 1$$

Phương trình đường thẳng qua hai điểm đó là:

Đây là tiệm cận xiên của đồ thị.

Chọn A.

Câu 9

$$y = e^x \quad x = 0 \quad x = \ln 3$$

Hình phẳng giới hạn bởi , , và trục hoành.

$$V = \pi \int_0^{\ln 3} (e^x)^2 dx$$

Khi quay quanh trục hoành, thể tích là:

$$= \pi \int_0^{\ln 3} e^{2x} dx = \pi \cdot \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^{\ln 3} = \frac{\pi}{2} (e^{2 \ln 3} - 1) = \frac{\pi}{2} (9 - 1) = 4\pi$$

Chọn C.

Câu 10

$$ABCD \quad \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

Tứ giác là hình bình hành nên:

$$D = A + C - B$$

Suy ra:

$$A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$$

Với:

$$D = (1 + 2 - (-3); 2 + 4 - 0; 1 + (-1) - 3)$$

Ta có:

$$D = (6; 6; -3)$$

Chọn D.

Câu 11

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng: Giá trị lớn nhất trừ giá trị nhỏ nhất.

$$[40; 45) \quad [60; 65)$$

Ở bảng đã cho, khoảng đầu là , khoảng cuối là .

$$65 - 40 = 25$$

Vậy khoảng biến thiên là:

Chọn D.

Câu 12

$$\int (3 \cos x - 4 \sin x) dx = 3 \sin x + 4 \cos x + C$$

Ta có:

$$(3 \sin x)' = 3 \cos x$$

Vì:

$$(4 \cos x)' = -4 \sin x$$

Chọn D.

PHẦN II

Câu 1

$$y = f(x) = \frac{3x - 7}{x - 1}$$

Cho:

$$y = \frac{3x - 3 - 4}{x - 1} = 3 - \frac{4}{x - 1}$$

Ta biến đổi:

$$x = 1, y = 3$$

Vậy đồ thị có hai tiệm cận: .

a)

$$M(x; y) \quad y - 3 = -\frac{4}{x - 1}$$

Với điểm thuộc đồ thị, ta có: .

$$|x - 1| \cdot |y - 3| = |x - 1| \cdot \left| \frac{-4}{x - 1} \right| = 4$$

Do đó: .

Mệnh đề đúng.

b)

$$f'(x) = \frac{3(x - 1) - (3x - 7)}{(x - 1)^2}$$

Ta tính đạo hàm:

$$= \frac{3x - 3 - 3x + 7}{(x - 1)^2}$$

$$= \frac{4}{(x - 1)^2} > 0 \quad x \neq 1$$

với mọi .

$$(-\infty; 1) \quad (1; +\infty)$$

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng và .

Mệnh đề đúng.

c)

$$[-1; 1) \quad x = -1$$

Trên , hàm số đồng biến nên giá trị nhỏ nhất đạt tại .

$$f(-1) = \frac{3(-1) - 7}{-1 - 1} = \frac{-10}{-2} = 5$$

Không phải bằng 2.

Mệnh đề sai.

d)

$$x = 1 \quad y = 3$$

$$I(1;3)$$

Hai tiệm cận là và , nên tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm của hai tiệm cận: .

Mệnh đề đúng.

Kết luận câu 1: Đ, Đ, S, Đ.

Câu 2

A

Gọi: : “chọn được tai nghe màu đen”.

B

: “chọn được tai nghe không bị lỗi”.

$$P(A) = 0,6, P(\bar{A}) = 0,4$$

Ta có:

$$P(B|A) = 1 - 0,015 = 0,985$$

Tai nghe màu đen không lỗi: .

$$P(B|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$$

Tai nghe màu trắng không lỗi: .

a)

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$$

Xác suất chọn được tai nghe không lỗi:

$$= 0,6 \cdot 0,985 + 0,4 \cdot 0,96$$

$$= 0,591 + 0,384 = 0,975$$

$$0,055$$

Không phải .

Mệnh đề sai.

b)

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(B)}$$

Xác suất tai nghe màu trắng khi biết tai nghe không lỗi là:

$$= \frac{0,4 \cdot 0,96}{0,975}$$

$$= \frac{0,384}{0,975} \approx 0,3938 < 0,4$$

Mệnh đề đúng.

c)

$$P(\bar{A}) = 0,4$$

Vì có 40% tai nghe màu trắng nên:

Mệnh đề đúng.

d)

$$P(B|A) = 0,985 \quad 0,85$$

, không phải .

Mệnh đề sai.

Kết luận câu 2: S, Đ, Đ, S.

Câu 3

Chiều cao đèn lồng là 40 cm. Gắn hệ trục sao cho trục Ox biểu diễn chiều cao, tâm ở giữa đèn lồng, nên $x \in [-20; 20]$

Ở mặt cắt đứng qua đường chéo đáy, y là nửa đường chéo của hình vuông mặt cắt ngang.

$$10\sqrt{2} \quad \frac{10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 10$$

Mặt đáy và đỉnh có cạnh , nên nửa đường chéo là: .

$$14\sqrt{2} \quad \frac{14\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 14$$

Vị trí rộng nhất có cạnh , nên nửa đường chéo là: .

Parabol đối xứng qua trục Oy , có đỉnh $(0;14)$ và đi qua $(20;10)$.

$$y = ax^2 + 14$$

Do đó: .

$$(20; 10) \quad 10 = 400a + 14$$

Thay vào:

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{100}$$

$$y = f(x) = -\frac{x^2}{100} + 14$$

Vậy: .

a)

$$L_{\max} = 14\sqrt{2}$$

Cạnh lớn nhất của mặt cắt ngang là: .

$$S_{\max} = (14\sqrt{2})^2 = 392 \text{ cm}^2$$

Diện tích lớn nhất: .

$$196 \text{ cm}^2$$

Không phải .

Mệnh đề sai.

b)

$$y = f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 14$$

Như trên, phương trình parabol là: .

Mệnh đề đúng.

c)

$$x \quad L = y\sqrt{2}$$

Với mỗi , cạnh hình vuông mặt cắt ngang là: .

$$S(x) = L^2 = 2y^2 = 2\left(-\frac{x^2}{100} + 14\right)^2$$

Diện tích mặt cắt ngang là: .

$$V = \int_{-20}^{20} 2 \left(-\frac{x^2}{100} + 14 \right) dx$$

Thể tích đèn lồng:

$$= \frac{38848}{3} \text{ cm}^3 \approx 12949,33 \text{ cm}^3$$

$$12949,33 \text{ cm}^3 \approx 12,95$$

Đổi ra lít: lít.

Mệnh đề đúng.

d)

$$x = -20$$

Bóng đèn có tâm nằm trên trục và cách đáy dưới 22 cm. Vì đáy dưới ứng với

$$x = -20 + 22 = 2$$

ứng với:

x

Ở độ cao , khoảng cách từ trục đến mặt bên gần nhất của hình vuông là nửa cạnh hình vuông:

$$\frac{L}{2} = \frac{y\sqrt{2}}{2} = \frac{y}{\sqrt{2}}$$

$$d(x) = \sqrt{(x-2)^2 + \left(\frac{f(x)}{\sqrt{2}} \right)^2}$$

x

Khoảng cách từ tâm bóng đèn đến giấy dán tại độ cao là:

$$d(x) \quad [-20; 20] \quad d_{\min} \approx 9,8666$$

Tính giá trị nhỏ nhất của trên đoạn được: cm.

Để khoảng cách từ bề mặt bóng đèn đến giấy ít nhất 7 cm thì bán kính lớn nhất là:

$$R_{\max} = d_{\min} - 7 \approx 9,8666 - 7 = 2,8666$$

cm.

Mệnh đề đúng.

Kết luận câu 3: S, Đ, Đ, Đ.

Câu 4

$$A(1; 1; 2), B(3; 3; 0), C(2; 0; 1)$$

Cho:

a)

$$\overrightarrow{OA} = (1; 1; 2)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{OB} = (3; 3; 0)$$

,

$$\overrightarrow{OC} = (2; 0; 1)$$

.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}$$

Suy ra:

$$= (1; 1; 2) + (3; 3; 0) - 2(2; 0; 1)$$

$$= (4; 4; 2) - (4; 0; 2)$$

$$= (0; 4; 0)$$

.

$$(0; -4; 0)$$

Không phải

.

Mệnh đề sai.

b)

$$M(0; 0; c) \quad MA^2 = (1-0)^2 + (1-0)^2 + (2-c)^2 = 2 + (2-c)^2$$

Với , ta có:

$$MB^2 = (3-0)^2 + (3-0)^2 + (0-c)^2 = 18 + c^2$$

$$P = MA^2 + MB^2 = 20 + (2-c)^2 + c^2$$

Vậy:

$$P = 20 + c^2 - 4c + 4 + c^2$$

$$= 2c^2 - 4c + 24$$

.

$$c = \frac{-(-4)}{2 \cdot 2} = 1$$

Biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất khi:

$$c = -1$$

Không phải .

Mệnh đề sai.

c)

$$I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{1+3}{2}; \frac{2+0}{2}\right) = (2; 2; 1)$$

Trung điểm của AB là: .

Mệnh đề đúng.

d)

$$\overrightarrow{AB} = (2; 2; -2)$$

Ta có: ,

$$\overrightarrow{AC} = (1; -1; -1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 1 + 2(-1) + (-2)(-1) = 2$$

Tích vô hướng: .

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3}$$

Độ dài: ,

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

$$\cos = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$$

Cosin góc giữa hai đường thẳng AB và AC là:

$$= \frac{2}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

Mệnh đề đúng.

Kết luận câu 4: S, S, Đ, Đ.

PHẦN III

Câu 1

$$ABCD \quad \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$$

Cho tứ diện có:

$$BC = CD = a, AD = a\sqrt{2}$$

$$C(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0)$$

Ta chọn hệ tọa độ:

$$AB \perp BC \quad A \quad a$$

Vì nên hoành độ của bằng .

$$AD \perp CD \quad A \quad a$$

Vì nên tung độ của bằng .

$$A(a;a;t)$$

Đặt:

$$AD^2 = a^2 + t^2$$

Ta có:

$$AD = a\sqrt{2} \quad a^2 + t^2 = 2a^2$$

Mà , nên:

$$\Rightarrow t^2 = a^2$$

$$\Rightarrow t = a$$

$$A(a;a;a)$$

Lấy:

$$[B, AC, D]$$

Cần tính góc phẳng nhị diện .

$$\overrightarrow{CB} \quad \overrightarrow{CD}$$

$$AC$$

Ta xét hai vector và rồi chiếu chúng lên mặt phẳng vuông góc với .

$$\overrightarrow{CA} = (a;a;a)$$

Có:

$$\overrightarrow{CB} = (a;0;0)$$

$$\overrightarrow{CD} = (0;a;0)$$

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{CB} \quad \vec{u} = \left(\frac{2a}{3}; -\frac{a}{3}; -\frac{a}{3} \right)$$

Phần vuông góc với $\overrightarrow{AC}$ của $\overrightarrow{CB}$ là: $\vec{u}$.

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{CD} \quad \vec{v} = \left(-\frac{a}{3}; \frac{2a}{3}; -\frac{a}{3} \right)$$

Phần vuông góc với $\overrightarrow{AC}$ của $\overrightarrow{CD}$ là: $\vec{v}$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{a^2}{3}$$

Khi đó: $\cos m = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = -\frac{1}{2}$,

$$|\vec{u}| = |\vec{v}| = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos m = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = -\frac{1}{2}$$

Suy ra: $m = 120^\circ$.

$$m = 120^\circ$$

Do đó: $2m = 240$.

$$2m = 240$$

Vậy: $\angle B = 120^\circ$.

Đáp số: 240.

Câu 2

$$x \quad 1 \leq x \leq 300$$

Gọi x là số sản phẩm bán được, với $1 \leq x \leq 300$.

$$R(x) = x^3 - 1200x^2 + 150000x + 50000$$

Doanh thu: $R(x)$.

$$C(x) = 2000 + x + \frac{40000}{x}$$

Chi phí bình quân một sản phẩm: $C(x)$.

$$xC(x) = 2000x + x^2 + 40000$$

Tổng chi phí sản xuất x sản phẩm là: $xC(x)$.

$$L(x) = R(x) - xC(x)$$

Lợi nhuận: $L(x)$.

$$= x^3 - 1200x^2 + 150000x + 50000 - 2000x - x^2 - 40000$$

$$= x^3 - 1201x^2 + 148000x + 10000$$

$$L'(x) = 3x^2 - 2402x + 148000$$

Ta xét hàm lợi nhuận:

$$L'(x) = 0 \quad 3x^2 - 2402x + 148000 = 0$$

Giải :

$$[1; 300] \quad x \approx 67,27$$

Nghiệm trong khoảng là:

$$x = 67 \quad x = 68$$

Vì số sản phẩm phải là số nguyên, ta so sánh và .

$$L(67) = 4835474$$

$$L(68) = 4835008$$

$$67$$

Vậy lợi nhuận lớn nhất khi bán sản phẩm.

Đáp số: 67.

Câu 3

Mỗi đơn vị tọa độ ứng với 10 km.

$$\frac{50}{10} = 5$$

Radar phát hiện trong bán kính 50 km, tức là trong hệ tọa độ bán kính bằng: .

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$$

Vùng phủ sóng có phương trình:

$$M(4; 6; -1) \quad N(-1; -4; 4)$$

Tàu đi từ: đến .

$$\overline{MN} = (-5; -10; 5)$$

Ta có: .

$$P(t) = M + t\overline{MN} \quad 0 \leq t \leq 1$$

Phương trình chuyển động của tàu: , với .

$$P(t) = (4 - 5t; 6 - 10t; -1 + 5t)$$

Tức là: .

$$(4 - 5t)^2 + (6 - 10t)^2 + (-1 + 5t)^2 \leq 25$$

Tàu nằm trong vùng phủ sóng khi: .

$$150t^2 - 170t + 53 \leq 25$$

Khai triển:

$$\Leftrightarrow 150t^2 - 170t + 28 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2(5t - 1)(15t - 14) \leq 0$$

$$\frac{1}{5} \leq t \leq \frac{14}{15}$$

Suy ra: .

$$\frac{14}{15} - \frac{1}{5} = \frac{11}{15}$$

Vậy phần quãng đường nằm trong vùng phủ sóng chiếm tỉ lệ: .

$$MN \quad MN = 10\sqrt{(-5)^2 + (-10)^2 + 5^2}$$

Độ dài cả đoạn là:

$$= 10\sqrt{150} = 50\sqrt{6} \text{ km.}$$

$$\frac{11}{15} \cdot 50\sqrt{6} = \frac{110\sqrt{6}}{3} \approx 89,81$$

Độ dài tàu đi trong vùng phủ sóng: km.

Vận tốc tàu là 60 km/h, tức là 1 km/phút.

$$89,81$$

Vậy thời gian tàu nằm trong vùng phủ sóng khoảng: phút.

Làm tròn đến hàng đơn vị: **Đáp số: 90 phút.**

Câu 4

Gọi x là số xe loại A, y là số xe loại B.

$$0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 9$$

Điều kiện:

$$20x + 10y \geq 140$$

Số người cần chở là 140:

$$\Leftrightarrow 2x + y \geq 14$$

$$0,6x + 1,5y \geq 9$$

Số hàng cần chở là 9 tấn:

$$\Leftrightarrow 2x + 5y \geq 30$$

$$F = 4x + 3y$$

Chi phí thuê xe là: triệu đồng.

Ta cần tìm nhỏ nhất.

$$2x + y = 14$$

Xét giao điểm của hai đường biên: ,

$$2x + 5y = 30$$

$$4y = 16$$

Trừ hai phương trình:

$$\Rightarrow y = 4$$

$$2x + 4 = 14$$

Thay vào:

$$\Rightarrow x = 5$$

$$F = 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 20 + 12 = 32$$

Chi phí: triệu đồng.

$$(x; y) = (5; 4)$$

Cặp thỏa mãn điều kiện số xe và là nghiệm nguyên.

Vậy chi phí thấp nhất là: **Đáp số: 32 triệu đồng.**

Câu 5

Có 20 điểm cách đều nhau trên một đường tròn.

$$C_{20}^3 = 1140$$

Tổng số cách chọn 3 đèn là: .

Gọi một lần bấm nút là thắng nếu 3 đèn tạo thành tam giác vuông hoặc tam giác cân.

Đếm số tam giác vuông

Một tam giác nội tiếp đường tròn vuông khi và chỉ khi có một cạnh là đường kính.

Có 10 đường kính.

Với mỗi đường kính, chọn thêm 1 điểm bất kỳ trong 18 điểm còn lại.

$$10 \cdot 18 = 180$$

Số tam giác vuông là: .

Đếm số tam giác cân

Chọn đỉnh của tam giác cân: có 20 cách.

Với mỗi đỉnh, hai điểm đáy phải đối xứng qua đường nối từ đỉnh đến tâm.

Có 9 cách chọn khoảng cách đối xứng.

$$20 \cdot 9 = 180$$

Vậy số tam giác cân là: .

Trừ phần bị đếm hai lần

Tam giác vừa vuông vừa cân là tam giác vuông cân.

Mỗi đường kính có 2 điểm tạo thành tam giác vuông cân.

$$10 \cdot 2 = 20$$

Số tam giác vuông cân là: .

$$180 + 180 - 20 = 340$$

Vậy số tam giác thắng là: .

$$p = \frac{340}{1140} = \frac{17}{57}$$

Xác suất thắng trong một lần bấm: .

$$P = C_5^1 \cdot p \cdot (1 - p)^4$$

Mỗi người chơi bấm 5 lần. Xác suất đúng 1 lần thắng là:

$$= 5 \cdot \frac{17}{57} \cdot \left(\frac{40}{57} \right)^4$$

$$P \approx 0,3616468$$

Tính được:

$$10^4 P \approx 3616,47$$

Do đó:

Làm tròn đến hàng đơn vị: **Đáp số: 3616.**

Câu 6

Chiếc đôn là khối tròn xoay đặc, cao 50 cm.

$$x \in [-25; 25]$$

Chọn trục tọa độ theo chiều cao, gốc ở chính giữa đôn. Khi đó:

$$r(0) = 15$$

Bán kính nhỏ nhất ở giữa là: cm.

$$r(\pm 25) = 20$$

Bán kính ở mặt trên và mặt đáy là: cm.

$$r(x) = ax^2 + 15$$

Do thiết diện được giới hạn bởi parabol, ta đặt:

$$x = 25 \quad r = 20 \quad 20 = a \cdot 25^2 + 15$$

Thay , :

$$\Rightarrow 625a = 5$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{125}$$

$$r(x) = 15 + \frac{x^2}{125}$$

Vậy:

$$V = \pi \int_{-25}^{25} r^2(x) dx$$

Thể tích khối tròn xoay:

$$= \pi \int_{-25}^{25} \left(15 + \frac{x^2}{125} \right)^2 dx$$

$$= 14000\pi \text{ cm}^3$$

$$V = 14000\pi \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Đổi ra mét khối:

$$m = 8960 \cdot 14000\pi \cdot 10^{-6}$$

Khối lượng đồng:

$$\approx 394,08$$

kg.

Giá đồng là 220 nghìn đồng/kg, tức là 0,22 triệu đồng/kg.

$$394,08 \cdot 0,22 \approx 86,70$$

Tiền đồng: triệu đồng.

$$86,70 + 10 = 96,70$$

Cộng thêm chi phí gia công 10 triệu đồng: triệu đồng.

Làm tròn đến hàng phần mười: **Đáp số: 96,7 triệu đồng.**