

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x-3}{x+2}$ là:

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(-2; +\infty)$.

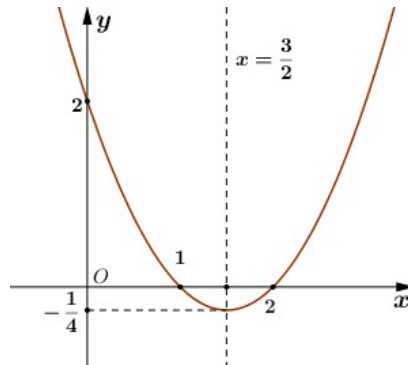
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Kết quả sai là:

- A. $f(1) = 0$. B. $f(2) = 0$. C. $f(3) = 0$. D. $f(-4) = -24$.

Câu 3. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2$. C. $y = \frac{x^2 - 2}{2x + 2}$. D. $y = 2x^2 - 3x + 1$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ dưới bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



- A. $y = -x^2 + 3x - 2$. B. $y = x^2 - 3x - 2$. C. $y = -x^2 + 3x + 2$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 5: Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = -x^2 + 5x - 6$. B. $f(x) = x^2 - x - 6$. C. $f(x) = -x^2 + x + 6$. D. $f(x) = x^2 - 5x + 6$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 1 = 0$. Xác định một vector pháp tuyến của đường thẳng d .

- A. $\vec{n} = (3; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 3)$. C. $\vec{n} = (-2; 3)$. D. $\vec{n} = (-3; 2)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ có phương trình tổng quát là

- A. $2x - 3y + 1 = 0$. B. $2x + 3y + 1 = 0$. C. $3x - 2y + 1 = 0$. D. $3x + 2y + 1 = 0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 9: Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{5}$. B. 25. C. $\frac{25}{2}$. D. 2,5.

Câu 10: Cho 2 điểm $A(1;1)$, $B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

- A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Câu 11: Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tới hai tiêu điểm bằng

A. 4 B. 6 C. 12 D. $\sqrt{5}$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $(\sqrt{34}; 0)$ và độ dài trục thực bằng 10 là

- A. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. B. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$. C. $(H): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI: Trong mỗi ý ở mỗi câu, hãy chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$. Khi đó:

- a) Δ_1, Δ_2 lần lượt có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1)$.
b) Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{2}; -\frac{2}{3}\right)$.
c) $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{10}}{10}$.
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_2 và $\Delta_3: -2x - y + 1 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ là $D = [-5; 1]$.

b) Bình phương 2 vế phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ ta được phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) Cho tam thức $f(x) = x^2 - x - 2$ khi đó $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.

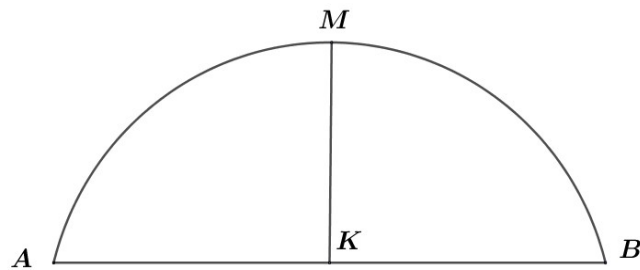
d) Với $m \geq \frac{1}{2}$ thì biểu thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x} = 2-x$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3; -4)$, $B(1; 5)$, $C(3; 1)$. Tính diện tích $\triangle ABC$.

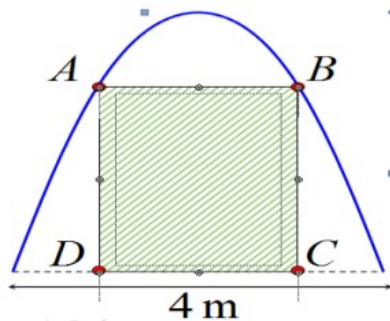
Câu 3: Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)



Biết độ dài $AB = 60\text{m}$, chiều cao $MK = 3\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB

(MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

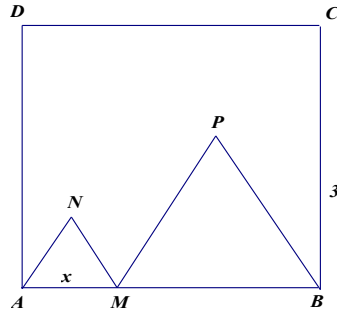
Câu 4. Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên 1 pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 2\text{m}$, $AD = 3\text{m}$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp và pano được đặt sao cho cạnh CD tiếp xúc với mặt đất. Hỏi vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là bao nhiêu mét?



PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2; 1)$, $B(1; -2)$.

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 và một điểm M di động trên cạnh AB sao cho $AM = x$. Dựng các tam giác đều AMN và MBP nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Tìm các giá trị của x sao cho tổng diện tích của hai tam giác đều bé hơn một phần tư diện tích hình vuông $ABCD$.



Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $BC = 2AB$, phương trình đường trung tuyến BM là $x + y - 2 = 0$. Biết $\angle ABC = 120^\circ$ và $A(3;1)$. Viết phương trình đường tròn tâm B đi qua A .

.....Hết.....

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ II
NĂM HỌC 2024 - 2025

Môn: TOÁN, Lớp 10

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN PHẦN I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	D	D	C	A	D	A	D	B	B	A

ĐÁP ÁN PHẦN II

CÂU 1	CÂU 2
a) Đúng	a) Đúng
b) Sai	b) Đúng
c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Sai

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu	1	2	3	4
Trả lời	-1	5	152	4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x-3}{x+2}$ là:

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Kết quả sai là:

A. $f(1) = 0$.

B. $f(2) = 0$.

C. $f(3) = 0$.

D. $f(-4) = -24$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x = \{1, 2, 3\}$.

Câu 3. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y = 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

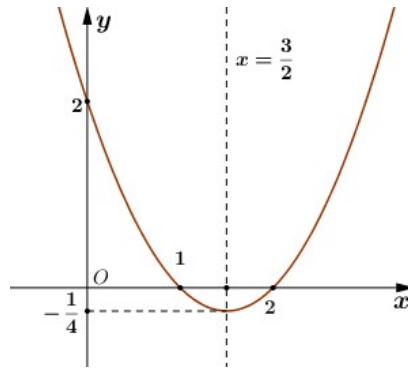
C. $y = \frac{x^2 - 2}{2x + 2}$.

D. $y = 2x^2 - 3x + 1$

Lời giải

Hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ trong các hàm số trên là hàm số bậc hai. Chọn đáp án D.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ dưới bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = -x^2 + 3x - 2$.

B. $y = x^2 - 3x - 2$.

C. $y = -x^2 + 3x + 2$.

D. $y = x^2 - 3x + 2$

Lời giải

Vì đồ thị là parabol có bề lõm hướng lên phía trên nên hệ số $a > 0$ (vậy loại đáp án A và C).

Xét hàm số $y = x^2 - 3x - 2$ cắt trục Oy tại hai điểm có tung độ $y = -2$ nên không thỏa mãn.

Xét hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$, có đỉnh $S\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$, cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ $x = 1, x = 2$ nên thỏa mãn.

Câu 5. Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

A. $f(x) = -x^2 + 5x - 6$.

B. $f(x) = x^2 - x - 6$.

C. $f(x) = -x^2 + x + 6$

D.

$f(x) = x^2 - 5x + 6$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án C.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 1 = 0$. Xác định một vector pháp tuyến của đường thẳng d .

A. $\vec{n} = (3; 2)$

B. $\vec{n} = (2; 3)$

C. $\vec{n} = (-2; 3)$

D. $\vec{n} = (-3; 2)$

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 1 = 0$ nên một vector pháp tuyến của đường thẳng d là

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có phương trình tổng quát là

A. $2x - 3y + 1 = 0$.

B. $2x + 3y + 1 = 0$.

C. $3x - 2y + 1 = 0$.

D. $3x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 2)$ và đi qua điểm $M(1; -2)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $3x + 2y + 1 = 0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ bằng

A. 90°

B. 45°

C. 60°

D. 30°

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (3; -2)$ và $\vec{u}_2 = (2; 3)$.

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$. Suy ra $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$.

Câu 9. Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{5}$

B. 25

C. $\frac{25}{2}$

D. 2,5

Lời giải

Ta có $x^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$ suy ra bán kính của đường tròn là $R = 2,5$.

Câu 10. Cho 2 điểm $A(1; 1)$, $B(7; 5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Ta có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$.

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+7}{2} = 4 \\ y_I = \frac{1+5}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I = (4; 3)$$

Suy ra

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(7-1)^2 + (5-1)^2}}{2} = \sqrt{13}$$

Phương trình đường tròn đường kính AB là: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{13})^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$$

Kết luận phương trình đường tròn đường kính AB là $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.

Câu 11: Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tới hai tiêu điểm bằng

A. 4

B. 6

C. 12

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 3.$$

Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip tới hai tiêu điểm bằng $2a = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $(\sqrt{34}; 0)$ và độ dài trục thực bằng 10 là

A. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$

B. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$

C. $(H): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

D. $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$, ta có một tiêu điểm là $(\sqrt{34}; 0)$ suy ra $c^2 = 34$. Độ dài trục thực $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5 \Leftrightarrow a^2 = 25$.

Ta có: $b^2 = c^2 - a^2 = 34 - 25 = 9$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI: Trong mỗi ý ở mỗi câu, hãy chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$. Khi đó:

a) Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1)$.

b) Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{2}; -\frac{2}{3}\right)$.

c) $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_2 và $\Delta_3: -2x - y + 1 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{u}_2 = (-1; 2) \Rightarrow \vec{n}_2 = (2; 1).$$

a) Ta có:

Vậy **a. Đúng**.

$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{4}{3} \\ x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

b) Tọa độ giao điểm của Δ_1, Δ_2 là nghiệm của hệ: Vậy **b. Sai**.

$$\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1) \Rightarrow \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

c) Ta có:

Vậy **c. Đúng**.

d) Ta có: $\Delta_2: 2x + y - 4 = 0$,

$$\Delta_3: -2x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0 \Rightarrow \Delta_2 // \Delta_3 \Rightarrow d_{(\Delta_2, \Delta_3)} = \frac{|-4 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}. \text{ Vậy d. Sai.}$$

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ là $D = [-5; 1]$.

b) Bình phương 2 vế phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ ta được phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) Cho tam thức $f(x) = x^2 - x - 2$ khi đó $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.

d) Với $m \geq \frac{1}{2}$ thì biểu thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có: $5 - 4x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 1$. Vậy tập xác định của hàm số $D = [-5; 1]$

Vậy **a. Đúng**.

b) Bình phương 2 vế phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ ta được phương trình $(\sqrt{2x^2 + x - 6})^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$.

Vậy **b. Đúng**.

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$$

c) Ta có:

Vậy **c. Sai**.

d) **Lời giải**

Vì $m^2 + 2 > 0$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \\ m^2 + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0$$

$$\Leftrightarrow 2m < 1 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}.$$

Vậy **d. Sai**.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x} = 2-x$?

Lời giải

Đáp số: -1

$$\text{Phương trình } \sqrt{6-5x} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 6-5x = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1 + (-2) = -1$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3; -4), B(1; 5), C(3; 1)$. Diện tích ΔABC là

Lời giải

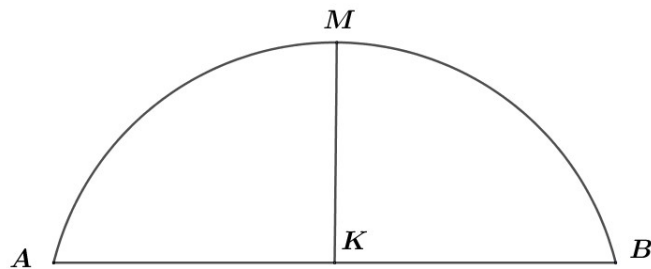
Đáp số: 5

Ta có $\overrightarrow{AC} = (0; 5) \Rightarrow \vec{n} = (1; 0)$ là vectơ pháp tuyến của AC .

$$AC: x - 3 = 0 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(B, AC) |\overrightarrow{AC}| = 5.$$

Phương trình đường thẳng

Câu 3: Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)

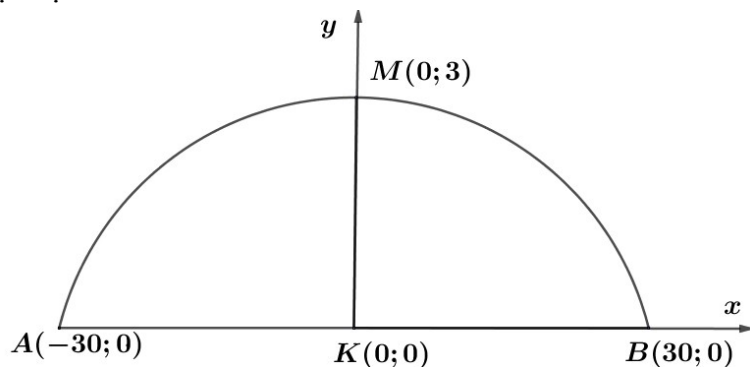


Biết độ dài $AB = 60\text{m}$, chiều cao $MK = 3\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB (MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 152

Chọn hệ trục tọa độ Kxy như hình vẽ $\Rightarrow A(-30; 0), B(30; 0), M(0; 3)$.



Đường tròn chứa cung AMB có phương trình dạng: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ đi qua A, M, B .

Nên ta có hệ phương trình:

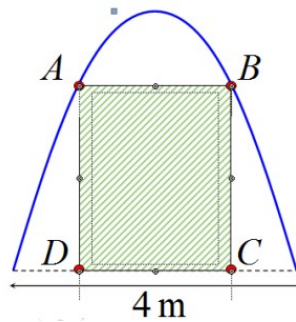
$$\begin{cases} 900 - 60a + c = 0 \\ 900 + 60a + c = 0 \\ 9 + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -900 \\ b = \frac{297}{2} \end{cases}$$

Bán kính đường tròn chứa cung AMB

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{297}{2}\right)^2 + 900} = 151,5 \text{ m.}$$

Vậy $R = 151,5 \text{ m.}$

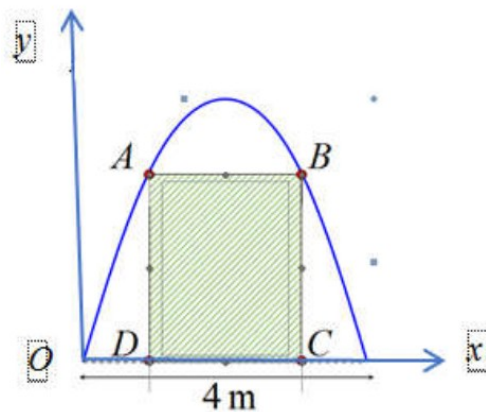
Câu 4. Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên 1 pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 2\text{m}, AD = 3\text{m}$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp và pano được đặt sao cho cạnh CD tiếp xúc với mặt đất. Hỏi vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp số: 4

Xây dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Bản chất của bài toán: Xác định tung độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết parabol đi qua các điểm $O(0;0), A(1;3), B(3;3)$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a.0 + b.0 + c = 0 \\ a.1 + b.1 + c = 3 \\ a.9 + b.3 + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Parabol $y = -x^2 + 4x$ có đỉnh $I(2;4)$.

Vậy vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là $4m$.

PHẦN IV. TỰ LUẬN

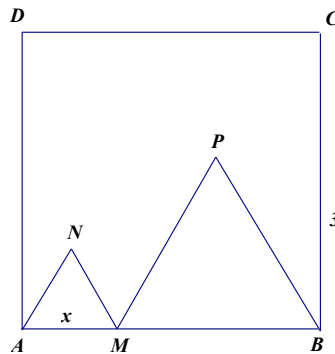
Câu 1. Tìm a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2;1)$, $B(1;-2)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(-2;1)$, $B(1;-2)$ nên $\begin{cases} 1 = a.(-2) + b \\ -2 = a.1 + b \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 và một điểm M di động trên cạnh AB sao cho $AM = x$. Dựng các tam giác đều AMN và MBP nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Tìm các giá trị của x sao cho tổng diện tích của hai tam giác đều bé hơn một phần tư diện tích hình vuông $ABCD$.



Lời giải

Ta có $AM = x$, $0 < x < 3$ nên $MB = 3 - x$.

Tính được $S_{AMN} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$; $S_{MBP} = \frac{(3-x)^2 \sqrt{3}}{4}$.

Do đó tổng diện tích của hai tam giác đều là $\frac{x^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{(3-x)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2x^2 - 6x + 9)$.

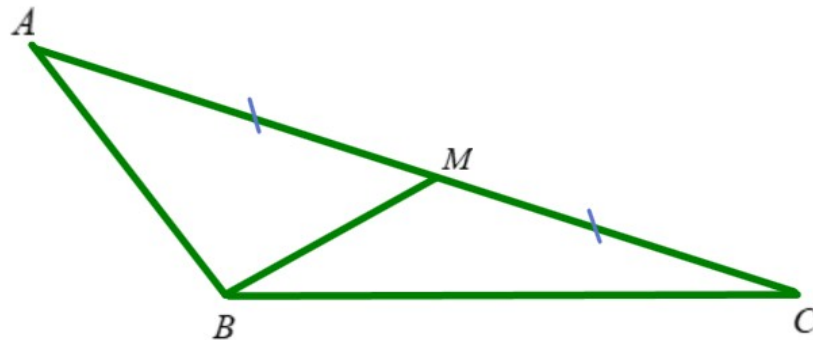
Mà $S_{ABCD} = 3^2 = 9$ nên theo giả thiết ta có bất phương trình $\frac{\sqrt{3}}{4} (2x^2 - 6x + 9) < \frac{9}{4}$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 9 - 3\sqrt{3} < 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} \quad (\text{thỏa điều kiện}).$$

Vậy $\frac{3 - \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $BC = 2AB$, phương trình đường trung tuyến BM là $x + y - 2 = 0$. Biết $\angle ABC = 120^\circ$ và $A(3;1)$. Viết phương trình đường tròn tâm B đi qua A .

Lời giải



Đặt $AB = x \Rightarrow BC = 2x$ ($x > 0$). Áp dụng định lý Cosin vào tam giác ABC ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 7x^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{7}.$$

Áp dụng công thức tính đường trung tuyến vào tam giác ABC ta được

$$BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{3x^2}{4}.$$

Trong tam giác ABM có $AB^2 = x^2$, $BM^2 = \frac{3x^2}{4}$, $AM^2 = \frac{7x^2}{4} \Rightarrow AM^2 = AB^2 + BM^2$

$\Rightarrow \triangle ABM$ vuông tại $B \Rightarrow AB \perp BM$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A vuông góc với BM là $x - y - 2 = 0$.

B là giao điểm của AB và BM nên tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 0).$$

Đường tròn tâm B đi qua A có bán kính $AB = \sqrt{2}$ suy ra phương trình là $(x - 2)^2 + y^2 = 2$.

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

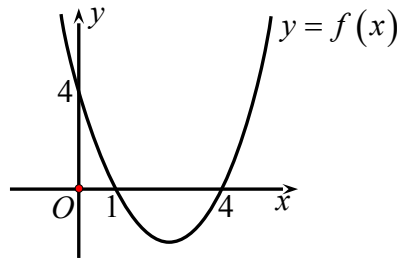
Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 2: Parabol $(P): y = -2x^2 - 6x + 3$ có phương trình trục đối xứng là

- A. $x = -3$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = -\frac{3}{2}$. D. $x = 3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A. $a > 0, \Delta > 0$. B. $a < 0, \Delta > 0$. C. $a > 0, \Delta = 0$. D. $a < 0, \Delta = 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Vector pháp tuyến của đường thẳng d là

- A. $\vec{n} = (1; -2)$ B. $\vec{n} = (2; 1)$ C. $\vec{n} = (-2; 3)$ D. $\vec{n} = (1; 3)$

Câu 5: Cho đường thẳng $d_1: 2x + 3y + 15 = 0$ và $d_2: x - 2y - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.
B. d_1 và d_2 song song với nhau.
C. d_1 và d_2 trùng nhau.
D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Câu 6: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $2x^2 + y^2 - 6x - 6y - 8 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 18 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Câu 7: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

$$\text{A. } 4x^2 + 8y^2 = 32 \quad \text{B. } \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1 \quad \text{C. } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = -1 \quad \text{D. } \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$$

Câu 8: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.

Câu 9: Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là

$$\text{A. } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad \text{B. } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad \text{C. } C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad \text{D. } C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Câu 10: Trong khai triển nhị thức Niuton của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 11: Một hộp có bốn loại bi gồm bi xanh, bi đỏ, bi trắng và bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Gọi A là biến cố: “Lấy được viên bi xanh”. Biến cố đối của A là biến cố

- A. Lấy được viên bi đỏ.
B. Lấy được viên bi vàng hoặc viên bi trắng.
C. Lấy được viên bi trắng.
D. Lấy được viên bi vàng hoặc viên bi trắng, hoặc viên bi đỏ.

Câu 12: Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả cầu màu trắng là

$$\text{A. } \frac{2}{10} \quad \text{B. } \frac{3}{10} \quad \text{C. } \frac{4}{10} \quad \text{D. } \frac{5}{10}$$

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = g(x) = x^2 - 6x + 6 + \sqrt{x-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
b) Parabol (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ là $x = -1; x = 3$.
c) Bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $T = [1; 3]$.
d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có các nghiệm là $x = \frac{5}{4}$ và $x = 2$.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$, $B(2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Đường thẳng Δ có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 3)$.
b) Đường thẳng AB có phương trình tổng quát là $2x - y - 3 = 0$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng 3 .

d) Đường tròn tâm A và đi qua điểm B có phương trình là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(1-2x)^4$.

Câu 2: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

Câu 3: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$.

Câu 4: Hộp A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Hộp B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Hộp C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi hộp lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Phần 4. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải chi tiết từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(1;5)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{4}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn.

Câu 3: Trên một khu đất hình vuông có diện tích $100m^2$, một chiếc cọc cách hai cạnh của mảnh đất lần lượt là $1m$ và $2m$. Biết người chủ muốn rào một mảnh đất hình tam giác vuông, trong đó có hai cạnh góc vuông nằm trên cạnh của khu đất ban đầu và cạnh còn lại rào qua cọc có sẵn. Tính diện tích lớn nhất của khu đất có thể rào được.

Câu 4: Hai người chơi một trò chơi được thiết kế trong một bảng vuông gồm 100×100 ô vuông đơn vị. Mỗi người được chọn một điểm là đỉnh của các ô vuông đơn vị, hai người chọn ngẫu nhiên hai vị trí khác nhau. Người dẫn chương trình sẽ giữ và trỏ chuột từ điểm này tới điểm kia. Hai người sẽ thắng nếu họ tạo ra một hình vuông tạo thành từ các hình vuông đơn vị. Tính xác suất để hai người thắng trò chơi (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án, trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	A	A	A	D	A	B	C	C	D	B

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai, trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu 1. Chọn: a) Đúng, b) Sai, c) Đúng, d) Sai.

Câu 2. Chọn: a) Đúng, b) Đúng, c) Sai, d) Sai.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4, trả lời đúng mỗi câu được 0,5 điểm.

Câu 1: Trả lời: 1

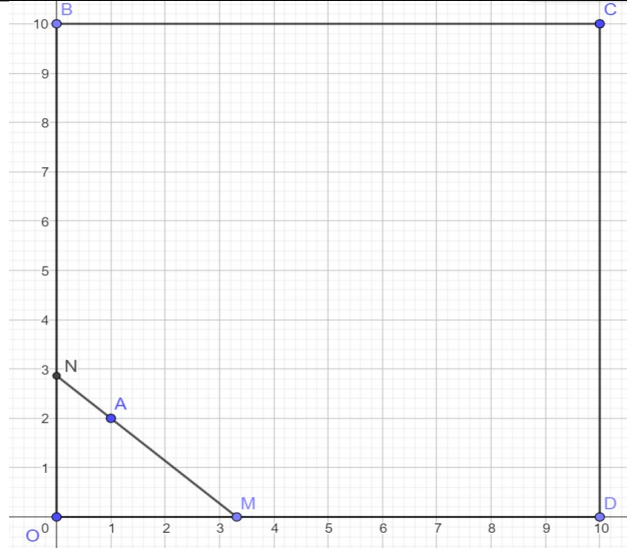
Câu 2: Trả lời: 648

Câu 3: Trả lời: 5

Câu 4: Trả lời: 180

Phần 4. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải chi tiết từ câu 1 đến câu 4.

Câu	Nội dung	Biểu điểm
Câu 1:	Ta có: $\begin{cases} a+b+2=5 \\ -\frac{b}{2a}=-\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ a=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$	0,25
	Vậy (P) có phương trình là $y = 2x^2 + x + 2$	0,25
Câu 2:	$(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$ Ta có	0,25
	Vậy đường tròn (C) có tâm $I(-2; -3)$ và bán kính $R = 5$	0,25
Câu 3:	Chọn hệ trục Oxy thỏa mãn như hình vẽ, A là chiếc cọc cho trước. Gọi M, N lần lượt là vị trí rào của mảnh đất tam giác trên hai cạnh của khu đất. Gọi $M(m; 0), N(0; n)$ thì $m > 0$ và $n > 0$	0,25



Tam giác OMN vuông ở O nên $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} mn$

Đường thẳng d cũng đi qua hai điểm M, N nên $d: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$

Do đường thẳng d đi qua điểm A nên ta có: $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$

Áp dụng BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân (BĐT Côsi) cho 2 số dương $\frac{1}{m}, \frac{2}{n}$ ta có $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \geq 2\sqrt{\frac{2}{mn}} > 0 \Leftrightarrow mn \geq 8$, dẫn đến $S_{\triangle OMN} \geq 4$

0,25

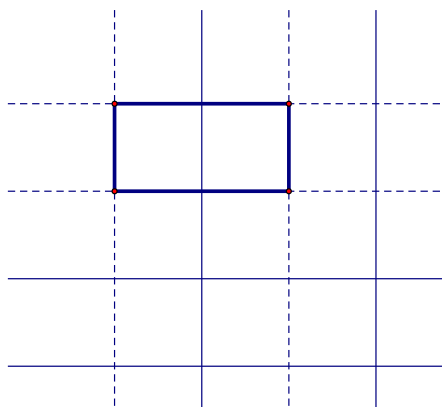
$$\begin{cases} \frac{1}{m} = \frac{2}{n} \\ \frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \\ m > 0 \\ n > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases}$$

$S_{\triangle OMN} = 4$ khi và chỉ khi

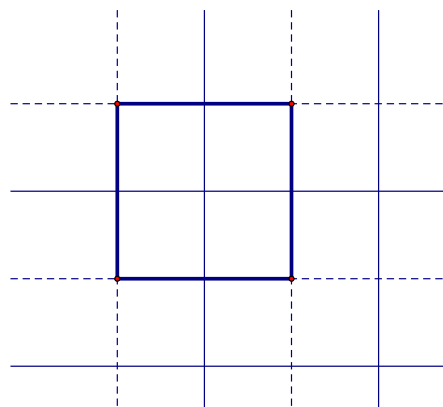
Vậy tam giác $\triangle OMN$ có diện tích nhỏ nhất là 4.

0,25

Câu 4:



chọn 2 dọc, 2 ngang cho 1 HCN



chọn 2 dọc, 2 ngang có cùng bề rộng cho 1 HV

0,25

Để có một ô hình chữ nhật ta cần chọn 2 đường dọc trong tổng số 101 đường dọc, và hai đường ngang trong tổng số 101 đường ngang.

Vậy có tất cả: $C_{101}^2 \times C_{101}^2 = 25502500$ ô hình chữ nhật.

0,25

Ta gọi phần mặt phẳng nằm giữa hai đường dọc hoặc hai đường ngang là một dải.

Một hình vuông bất kì chính là giao của hai dải có cùng độ rộng (một dải dọc,

0,25

một dải ngang)	
Số dải có độ rộng $k (k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 100)$ là: $101 - k$	
Vậy có tất cả: $\sum_{k=1}^{100} (101 - k)^2 = 100^2 + 99^2 + \dots + 1^2 = \frac{100(100+1)(2 \cdot 100 + 1)}{6} = 338350$ hình vuông. Xác suất cần tìm là: $\frac{338350}{25502500} = 0,013267... \approx 0,0133$	0,25

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là
- A.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ **D.** $(1; +\infty)$

Lời giải**Chọn A**

Điều kiện xác định : $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

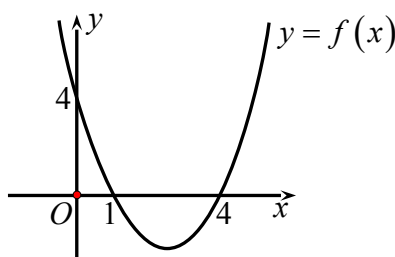
Nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Câu 2:** Parabol $(P): y = -2x^2 - 6x + 3$ có phương trình trục đối xứng là
- A.** $x = -3$ **B.** $x = \frac{3}{2}$ **C.** $x = -\frac{3}{2}$ **D.** $x = 3$

Lời giải**Chọn C**

Parabol $(P): y = -2x^2 - 6x + 3$ có phương trình trục đối xứng là $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(-2)} = -\frac{3}{2}$.

- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A.** $a > 0, \Delta > 0$. **B.** $a < 0, \Delta > 0$. **C.** $a > 0, \Delta = 0$. **D.** $a < 0, \Delta = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Vector pháp tuyến của đường thẳng d là

- A.** $\vec{n} = (1; -2)$ **B.** $\vec{n} = (2; 1)$ **C.** $\vec{n} = (-2; 3)$ **D.** $\vec{n} = (1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho đường thẳng $d_1: 2x + 3y + 15 = 0$ và $d_2: x - 2y - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.
B. d_1 và d_2 song song với nhau.
C. d_1 và d_2 trùng nhau.
D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d_1: 2x + 3y + 15 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 3)$ và đường thẳng $d_2: x - 2y - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

Ta thấy $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{-2}$ và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = -4 \neq 0$.

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

Câu 6: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A.** $2x^2 + y^2 - 6x - 6y - 8 = 0$. **B.** $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 18 = 0$. **D.** $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Biết rằng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2, y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2 + b^2 - c = 1 + 16 - 18 < 0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 7: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

- A. $4x^2 + 8y^2 = 32$ B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = -1$ D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } 4x^2 + 8y^2 = 32 \Leftrightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Câu 8: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.

Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6 + 3 = 9$ cách chọn.

Câu 9: Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Trong khai triển nhị thức Niuton của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(a+b)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 11: Một hộp có bốn loại bi gồm bi xanh, bi đỏ, bi trắng và bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Gọi A là biến cố: “Lấy được viên bi xanh”. Biến cố đối của A là biến cố

A. Lấy được viên bi đỏ.

B. Lấy được viên bi vàng hoặc viên bi trắng.

C. Lấy được viên bi trắng.

D. Lấy được viên bi vàng hoặc viên bi trắng, hoặc viên bi đỏ.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả cầu màu trắng là

A. $\frac{2}{10}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{4}{10}$.

D. $\frac{5}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu: $C_5^2 = 10$.Gọi A là biến cố: “ lấy được cả hai quả cầu màu trắng ”Ta có $n(A) = C_3^2 = 3$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{|Q|} = \frac{3}{10}.$$

Vậy

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = g(x) = x^2 - 6x + 6 + \sqrt{x-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.b) Parabol (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ là $x = -1; x = 3$.c) Bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $T = [1; 3]$.d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có các nghiệm là $x = \frac{5}{4}$ và $x = 2$.

Lời giải

Chọn: a) Đúng, b) Sai, c) Đúng, d) Sai.a) Vì hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. Suy ra mệnh đề **sai**.c) Bất phương trình $f(x) \leq 0$ có tập nghiệm là $T = [1; 3]$. Suy ra mệnh đề **đúng**.d) Phương trình $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = x^2 - 6x + 6 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2x - 3$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 2x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x - 1 = (2x - 3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x - 1 = 4x^2 - 12x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ 4x^2 - 13x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x = 2 \Leftrightarrow x = 2 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

. Suy ra mệnh đề **sai**.**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$, $B(2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?a) Đường thẳng Δ có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 3)$.

b) Đường thẳng AB có phương trình tổng quát là $2x - y - 3 = 0$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng 3.

d) Đường tròn tâm A và đi qua điểm B có phương trình là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn: a) Đúng, b) Đúng, c) Sai, d) Sai.

a) Đường thẳng Δ có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 3)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Đường thẳng AB có VTPT là $\vec{n} = (2; -1)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $2(x-1) - 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3 = 0$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ là

$$d(A, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4(-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2. \text{ Suy ra mệnh đề sai.}$$

d) Bán kính của đường tròn là $R = |\overline{AB}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình của đường tròn là $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 5$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1: Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niuton của $(1-2x)^4$.

Lời giải

Trả lời: 1

Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(2x-3)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(2x-3)^4$ tại $x=1$. Vậy $S = (1-2 \cdot 1)^4 = 1$.

Câu 2: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

Lời giải

Trả lời: 648

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ có ba chữ số đôi một khác nhau.

Chữ số a có 9 cách chọn.

Chữ số b có 9 cách chọn.

Chữ số c có 8 cách chọn.

Do đó có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ cách lập số.

Câu 3: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$.

Lời giải

Trả lời: 5

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = x^2 + 2x - 3 \end{cases}$$

Phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 1 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 4\}$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng 5.

Câu 4: Hộp A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Hộp B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Hộp C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi hộp lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Lời giải

Trả lời: 180

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 hộp, số cách lấy: $C_3^1 C_4^1 C_5^1 = 60$

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 hộp, số cách lấy: $C_4^1 C_3^1 C_5^1 = 60$

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 hộp, số cách lấy: $C_5^1 C_6^1 C_2^1 = 60$

Vậy có $60 \cdot 3 = 180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 hộp

Phần 4. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải chi tiết từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(1; 5)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy (P) có phương trình là $y = 2x^2 + x + 2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn.

Lời giải

$$(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

Ta có

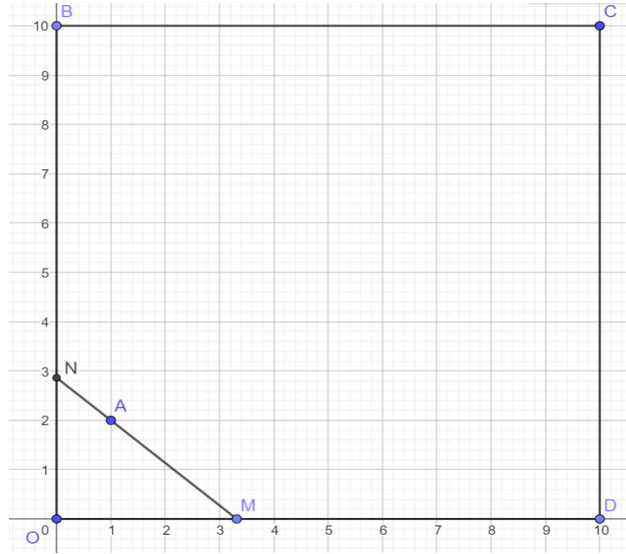
Vậy đường tròn (C) có tâm $I(-2; -3)$ và bán kính $R = 5$

Câu 3: Trên một khu đất hình vuông có diện tích $100m^2$, một chiếc cọc cách hai cạnh của mảnh đất lần lượt là $1m$ và $2m$. Biết người chủ muốn rào một mảnh đất hình tam giác vuông, trong đó có hai cạnh góc vuông nằm trên cạnh của khu đất ban đầu và cạnh còn lại rào qua cọc có sẵn. Tính diện tích lớn nhất của khu đất có thể rào được.

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy thỏa mãn như hình vẽ, A là chiếc cọc cho trước.

Gọi M, N lần lượt là vị trí rào của mảnh đất tam giác trên hai cạnh của khu đất. Gọi $M(m; 0)$, $N(0; n)$ thì $m > 0$ và $n > 0$



Tam giác OMN vuông ở O nên $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} mn$

Đường thẳng d cũng đi qua hai điểm M, N nên $d: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$

Do đường thẳng d đi qua điểm A nên ta có: $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$

Áp dụng BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân (BĐT Côsi) cho 2 số dương $\frac{1}{m}, \frac{2}{n}$ ta

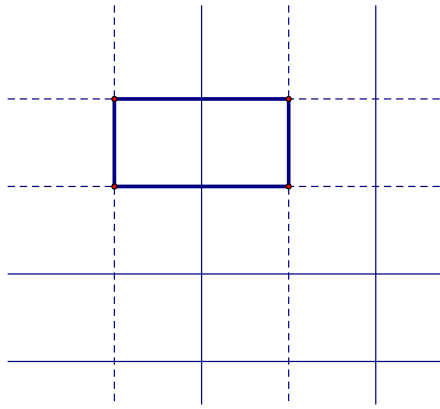
có $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \geq 2\sqrt{\frac{2}{mn}} > 0 \Leftrightarrow mn \geq 8$, dẫn đến $S_{\triangle OMN} \geq 4$

$$S_{\triangle OMN} = 4 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{1}{m} = \frac{2}{n} \\ \frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \\ m > 0 \\ n > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases}$$

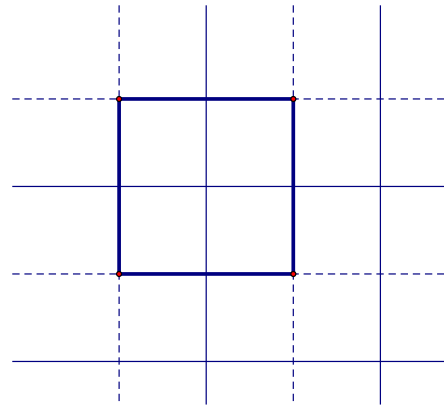
Vậy tam giác $\triangle OMN$ có diện tích nhỏ nhất là 4.

Câu 4: Hai người chơi một trò chơi được thiết kế trong một bảng vuông gồm 100×100 ô vuông đơn vị. Mỗi người được chọn một điểm là đỉnh của các ô vuông đơn vị, hai người chọn ngẫu nhiên hai vị trí khác nhau. Người dẫn chương trình sẽ giữ và trở chuột từ điểm này tới điểm kia. Hai người sẽ thắng nếu họ tạo ra một hình vuông tạo thành từ các hình vuông đơn vị. Tính xác suất để hai người thắng trò chơi (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân).

Lời giải



chọn 2 dọc, 2 ngang cho 1 HCN



chọn 2 dọc, 2 ngang có cùng bề rộng cho 1 HV

Để có một ô hình chữ nhật ta cần chọn 2 đường dọc trong tổng số 101 đường dọc, và hai đường ngang trong tổng số 101 đường ngang. Vậy có tất cả: $C_{101}^2 \times C_{101}^2 = 25502500$ ô hình chữ nhật.

Ta gọi phần mặt phẳng nằm giữa hai đường dọc hoặc hai đường ngang là một dải.

Một hình vuông bất kì chính là giao của hai dải có cùng độ rộng (một dải dọc, một dải ngang)

Số dải có độ rộng k ($k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 100$) là: $101 - k$

Vậy có tất cả: $\sum_{k=1}^{100} (101 - k)^2 = 100^2 + 99^2 + \dots + 1^2 = \frac{100(100+1)(2 \cdot 100 + 1)}{6} = 338350$ hình vuông.

Xác suất cần tìm là: $\frac{338350}{25502500} = 0,013267... \approx 0,0133$

-----HẾT-----

TRƯỜNG THPT BỈM SƠN

(Đề thi có 3 trang)

ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ I
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN 10

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 001

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

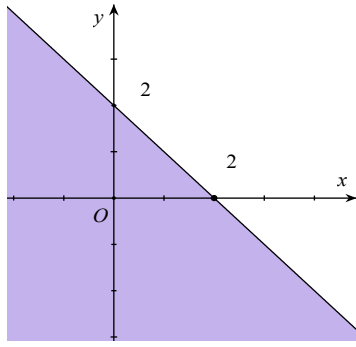
Câu 1. Cho mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 < 0$ ". Phủ định của mệnh đề trên là :

- A. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 > 0$ " B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 \geq 0$ "
C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 > 0$ " D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x - 4 \geq 0$ "

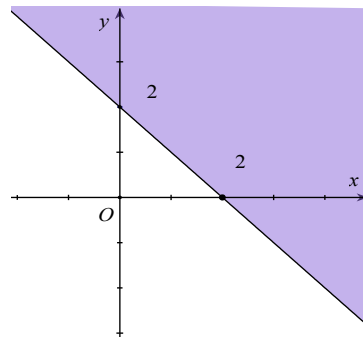
Câu 2. Cho hai tập hợp $A = [-2; +\infty)$, $B = (1; +\infty)$. Hãy xác định tập $C_A B$.

- A. $[-2; 1]$ B. $(-2; 1]$ C. $(-2; -1)$ D. $[-2; 1)$

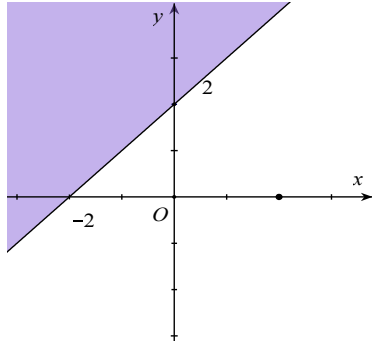
Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau?



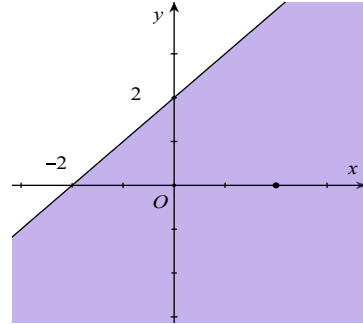
A.



B.



C.



D.

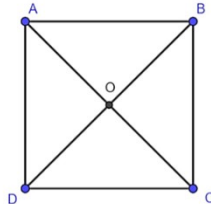
Câu 4. Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1 .

Câu 5. Cho ΔABC có $BC = 4$, $AB = 5$, $\hat{B} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (như hình vẽ). Khi đó cặp vector nào sau đây đối nhau?



- A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ C. $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$

Câu 7. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, M là trung điểm của BC . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức đúng là

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{GM}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Câu 8. Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (9; -11)$ C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai vector $\vec{u}(1; 2)$, $\vec{v}(-2; 1)$. Góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. $(\vec{u}, \vec{v}) = 30^\circ$ B. $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ C. $(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ$ D. $(\vec{u}, \vec{v}) = 180^\circ$

Câu 10. Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2002 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của thống kê này không vượt quá 10000 người, hãy ước lượng sai số tương đối của số liệu thống kê trên.

- A. $\delta_a = 0,0001254$ B. $\delta_a = 0,000012$
C. $\delta_a = 0,001254$ D. $\delta_a = 0,00012$

Câu 11. Trung tâm kiểm soát bệnh tật thành phố Đà Nẵng công bố số lượng ca nhiễm dương tính tính từ 12 giờ ngày 17/08 đến 12h ngày 18/08/2021 tại các quận Sơn Trà, Thanh Khê, Liên Chiểu, Cẩm Lệ, Hải Châu, Ngũ Hành Sơn và huyện Hoà Vang lần lượt như sau: 17; 24; 7; 23; 39; 19; 5. Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên.

- A. 7. B. 19. C. 24. D. 17.

Câu 12. Mẫu số liệu dưới đây thống kê thời gian chờ xe bus (đơn vị: phút) của ^{10} học sinh ở cùng một bến: 1 4 5 6 6 8 10 11 12 25.

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 39,4. B. 6,27. C. 39,36. D. 6,2.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng – sai.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(1;3), B(-3;1), C(2;4)$.

a) $2\overrightarrow{AB} = (8;2)$.

b) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là hai vector cùng phương.

c) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{-3}{\sqrt{10}}$.

d) Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{OA} > 0$.

Câu 14. Cho bảng mẫu số liệu sau đây về mức điểm của lớp 10A trong bài kiểm tra, hãy xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau

Điểm	7	7,5	8	8,5	9	9,5
Tần số	1	2	3	2	2	1

- a) Trung vị của mẫu số liệu là 8.
b) Mẫu số liệu có tứ phân vị dưới là 7,5.
c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là 0,75.
d) Mẫu giá trị có 1 giá trị bất thường là 9,5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15. Lớp ^{10A} có ^{50} học sinh, trong đó có ^{20} học sinh tham gia cuộc thi khoa học kỹ thuật, ^{25} học sinh tham gia cuộc thi toán học cấp trường và ^{10} học sinh không tham gia cả hai cuộc thi này. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp ^{11A} tham gia đồng thời cả hai cuộc thi?

Câu 16. Một công ty X trong một đợt hỗ trợ xây dựng nông thôn mới cần thuê xe để chở ít nhất 120 người và ^{6,5} tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó loại xe A có 9 chiếc và loại xe B có 8 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi chiếc xe loại A có thể chở tối đa 20 người và ^{0,5} tấn hàng; mỗi chiếc xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng. Để chi phí vận chuyển là thấp nhất, thì cần thuê x xe loại A và y xe loại B . Lập hệ phương trình mô tả điều kiện ràng buộc của x, y . Khi đó có bao nhiêu điều kiện ràng buộc (mỗi điều kiện ở đây là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn)?

Câu 17. Hai chiếc tàu cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 70° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 24 hải lý một giờ, tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 hải lý một giờ. Hỏi sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;2), B(1;-3), C(-3;0)$. Tọa độ điểm $E(a;b)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. Tính $a + b$.

PHẦN IV. TỰ LUẬN

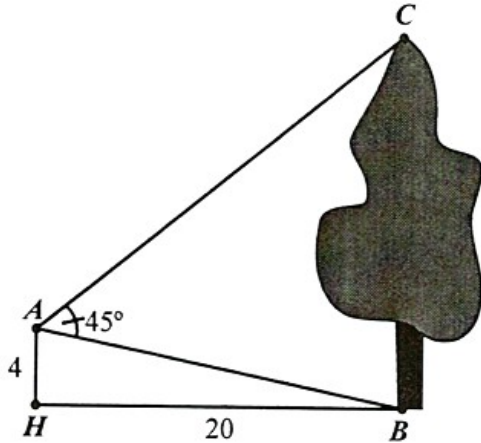
Câu 21: Thống kê điểm kiểm tra môn toán (thang điểm 10) của một nhóm gồm 6 học sinh ta có bảng số liệu sau:

Tên học sinh	An	Bình	Chi	Dũng	Giang	Hùng
Điểm	9	8	7	10	8	9

Tìm độ lệch chuẩn σ của bảng số liệu trên (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 20: Hai chiếc tàu cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 70° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 24 hải lý một giờ, tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 hải lý một giờ. Hỏi sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 21: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $\angle BAC = 45^\circ$. Tính chiều cao của cây? (Kết quả làm tròn số, với một chữ số sau dấu phẩy)



Câu 22: Cho hình chữ nhật ABCD có $AD = 4$, $AB = 3$. Gọi O và I lần lượt là trung điểm DB và DO, M là điểm thỏa mãn $|2\vec{MA} + 2\vec{MC} - \vec{AB} + \vec{AD}| = |2\vec{AD}|$. Giá trị lớn nhất của BM

---HẾT---

B-BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	B	C	B	D	B	B	C	A	A	B

PHẦN II.

Câu 13	Câu 14
a) S	a) Đ
b) S	b) Đ
c) Đ	c) S
d) S	d) S

PHẦN III.

Câu	15	16	17	18
Đáp án	5	6	47,5	-5

C-LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 13. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho mệnh đề " $\exists x \in R, x^2 - 3x - 4 < 0$ ". Phủ định của mệnh đề trên là :

- A. " $\exists x \in R, x^2 - 3x - 4 > 0$ "
 B. " $\forall x \in R, x^2 - 3x - 4 \geq 0$ "
 C. " $\forall x \in R, x^2 - 3x - 4 > 0$ "
 D. " $\exists x \in R, x^2 - 3x - 4 \geq 0$ "

Lời giải

Ta có " $\forall x \in R, x^2 - 3x - 4 \geq 0$ " là mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\exists x \in R, x^2 - 3x - 4 < 0$ ".

Câu 2. Cho hai tập hợp $A = [-2; +\infty)$, $B = (1; +\infty)$. Hãy xác định tập $C_A B$.

- A. $[-2; 1]$
 B. $(-2; 1]$
 C. $(-2; -1)$
 D. $[-2; 1)$

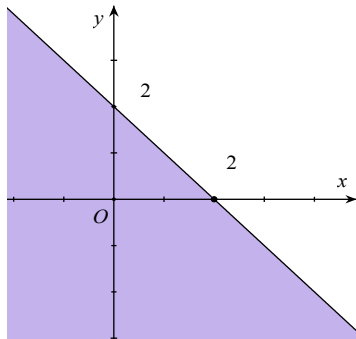
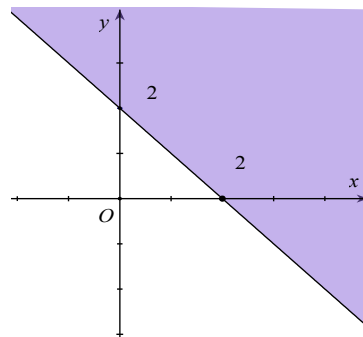
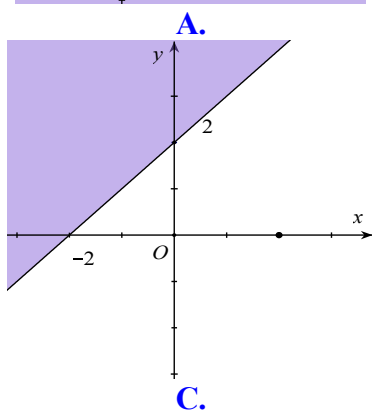
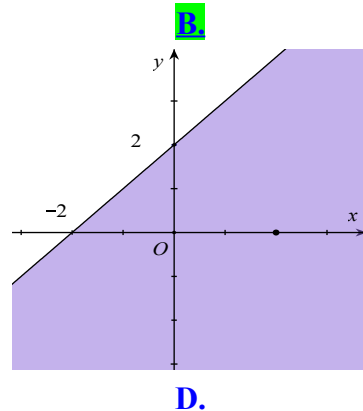
Lời giải

Định



Vậy $C_A B = A \setminus B = [-2; 1]$

Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau?



Lời giải

-Vẽ đường thẳng $\Delta: x + y = 2$ đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;2)$.

- Xét góc toạ độ $O(0;0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và $0 + 0 \leq 2$ (hiển nhiên đúng)

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng Δ , chứa gốc toạ độ O và kể bờ Δ (miền không gạch chéo trên hình B).

Cách giải 2:

- Thay $x=0, y=0$ vào bất phương trình được $0+0 \leq 2$ (hiển nhiên đúng)
 Vậy miền nghiệm có chứa gốc tọa độ (loại đáp án A, D)
 - Thay $x=3, y=0$ vào bất phương trình được $3+0 \leq 2$ (sai)
 Vậy miền nghiệm không chứa điểm $M(3;0) \Rightarrow$ loại đáp án C, còn đáp án B.

Câu 4. Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$ | D. 1.

Lời giải

$$\cos 30^\circ + \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

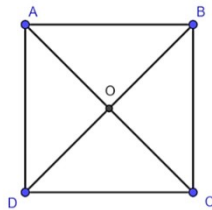
Câu 5. Cho $\triangle ABC$ có $BC = 4, AB = 5, \hat{B} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải
 Hiện

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$.

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (như hình vẽ). Khi đó cặp vector nào sau đây đối nhau?



- A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OB}$ C. $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$

Lời giải

Hiện

$\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$ là cặp vecto đối nhau

Câu 7. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, M là trung điểm của BC . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức đúng là

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$ |
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{GM}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Lời giải

A sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} = 2 \cdot \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG}$$

B đúng vì

C sai vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

D sai vì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 8. Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (9; -11)$ C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u} = 2(2; -4) - (-5; 3) = (9; -11)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai vector $\vec{u}(1; 2)$, $\vec{v}(-2; 1)$. Góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. $(\vec{u}, \vec{v}) = 30^\circ$ B. $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ C. $(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ$ D. $(\vec{u}, \vec{v}) = 180^\circ$

Lời giải

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = 0$$

Vì $\vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0}$ nên Do đó: $(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ$

Câu 10. Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2002 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của thống kê này không vượt quá 10000 người, hãy ước lượng sai số tương đối của số liệu thống kê trên.

A. $\delta_a = 0,0001254$ B. $\delta_a = 0,000012$
C. $\delta_a = 0,001254$ D. $\delta_a = 0,00012$

Lời giải

$$\delta_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{10000}{79715675} = 0,0001254$$

Sai số tương đối mắc phải là:

Câu 11. Trung tâm kiểm soát bệnh tật thành phố Đà Nẵng công bố số lượng ca nhiễm dương tính tính từ 12 giờ ngày 17/08 đến 12h ngày 18/08/2021 tại các quận Sơn Trà, Thanh Khê, Liên Chiểu, Cẩm Lệ, Hải Châu, Ngũ Hành Sơn và huyện Hoà Vang lần lượt như sau: 17; 24; 7; 23; 39; 19; 5. Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên.

A. 7. B. 19. C. 24. D. 17.

Lời giải

Sắp xếp các số liệu của mẫu trên theo thứ tự không giảm: 5; 7; 17; 19; 23; 24; 39
Mẫu số liệu trên có 7 số

Tứ phân vị thứ hai là số liệu đứng ở vị trí $\frac{7+1}{2} = 4$: $Q_2 = 19$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 5; 7; 17. Do đó $Q_1 = 7$

Câu 12. Mẫu số liệu dưới đây thống kê thời gian chờ xe bus (đơn vị: phút) của 10 học sinh ở cùng một bến: 1 4 5 6 6 8 10 11 12 25

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 39,4. B. 6,27. C. 39,36. D. 6,2.

Lời giải

Ta có:

$$(1-8,8)^2 + (4-8,8)^2 + (5-8,8)^2 + (6-8,8)^2 \cdot 2 + (8-8,8)^2 + (10-8,8)^2 + (11-8,8)^2 + (12-8,8)^2 + (25-8,8)^2 = 393,6$$

$$s^2 = \frac{393,6}{10} = 39,36$$

Suy ra phương sai của mẫu số liệu là:

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: } s = \sqrt{39,36} \approx 6,27 \text{ (phút).}$$

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 16 đến câu 19. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng – sai.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(1; 3)$, $B(-3; 1)$, $C(2; 4)$.

a) $2\vec{AB} = (8; 2)$.

b) $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$ là hai vector cùng phương.

$$c) \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{-3}{\sqrt{10}}$$

d) Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{OA} > 0$.

Lời giải

a) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -2) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (-8; -4)$.

b) Sai.

$\overrightarrow{AB} = (-4; -2), \overrightarrow{AC} = (1; 1)$.

Ta có $\frac{-4}{1} \neq \frac{-2}{1} \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là hai vector không cùng phương.

c) Đúng.

$$\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-4 \cdot 1 - 2 \cdot 1}{\sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{-6}{2\sqrt{10}} = \frac{-3}{\sqrt{10}}$$

Ta có

d) Sai.

M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(-1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{CM} = (-3; -2), \overrightarrow{OA} = (1; 3)$

$$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{OA} = -3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = -9 < 0$$

Câu 14. Cho bảng mẫu số liệu sau đây về mức điểm của lớp 10A trong bài kiểm tra, hãy xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau

Điểm	7	7,5	8	8,5	9	9,5
Tần số	1	2	3	2	2	1

- a) Trung vị của mẫu số liệu là 8.
- b) Mẫu số liệu có tứ phân vị dưới là 7,5.
- c) Phương sai của mẫu số liệu là 0,75.
- d) Mẫu giá trị có 1 giá trị bất thường là 9,5.

Lời giải

a) Đúng.

$M_e = 8$ là giá trị thứ 6 của mẫu số liệu

b) Đúng.

$Q_1 = 7,5$ là giá trị thứ 3 của mẫu số liệu

c) Sai.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 7,5 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9 + 9,5}{11} \approx 8,23$$

Ta có bảng sau:

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
7	-1,23	1,5129
7,5	-0,73	0,5329
7,5	-0,73	0,5329
8	-0,23	0,0529
8	-0,23	0,0529
8	-0,23	0,0529
8,5	0,02	0,0004
8,5	0,02	0,0004
9	0,77	0,5929
9	0,77	0,5929
9,5	1,27	1,6129
Tổng		5,5369

$$s^2 = \frac{5,5369}{11} \approx 0,5$$

d) Sai.

Ta có $Q_3 = 9$ và $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 1,5 \Rightarrow Q_3 + 1,5 \cdot \Delta Q = 11,25$. Vậy mẫu số liệu không có giá trị bất thường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.*

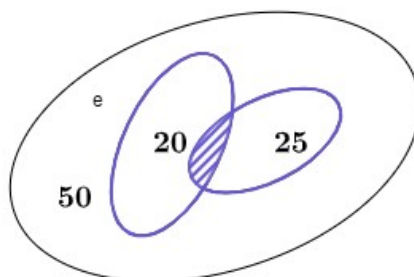
Câu 15. Lớp 10A có 50 học sinh, trong đó có 20 học sinh tham gia cuộc thi khoa học kỹ thuật, 25 học sinh tham gia cuộc thi toán học cấp trường và 10 học sinh không tham gia cả hai cuộc thi này. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp 11A tham gia đồng thời cả hai cuộc thi?

Lời giải

Đáp số: 5!

Gọi x là học sinh của lớp 11A tham gia đồng thời cả hai cuộc thi.

Ta có sơ đồ Ven:



Số học sinh tham gia ít nhất một trong hai cuộc thi là: $50 - 10 = 40$ (học sinh).

Từ sơ đồ Ven ta có số học sinh lớp 11A tham gia đồng thời cả hai cuộc thi là: $x = 20 + 25 - 40 = 5$ (học sinh)

Câu 16. Một công ty X trong một đợt hỗ trợ xây dựng nông thôn mới cần thuê xe để chở ít nhất 120 người và $6,5$ tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B , trong đó loại xe A có 9 chiếc và loại xe B có 8 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3

triệu đồng. Biết rằng mỗi chiếc xe loại A có thể chở tối đa 20 người và $0,5$ tấn hàng; mỗi chiếc xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng. Để chi phí vận chuyển là thấp nhất, thì cần thuê x xe loại A và y xe loại B . Lập hệ phương trình mô tả điều kiện ràng buộc của x, y . Khi đó có bao nhiêu điều kiện ràng buộc (mỗi điều kiện ở đây là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn)?

Lời giải

Đáp số: 6

Gọi x và y lần lượt là số xe loại A và B mà công ty X đã thuê. Điều kiện $0 \leq x \leq 9; x \in \mathbb{N}$ và $0 \leq y \leq 8; y \in \mathbb{N}$

+) Số tiền cần bỏ ra để thuê xe là: $f(x; y) = 4x + 3y$ (triệu đồng)

+) Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

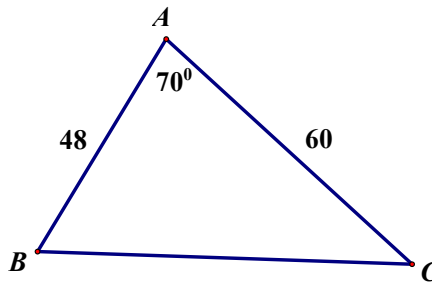
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 20x + 10y \geq 120 \\ 0,5x + 2y \geq 6,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 2x + y \geq 12 \\ x + 4y \geq 13 \end{cases}$$

Từ hệ phương trình có 6 điều kiện ràng buộc của $x; y$ và mỗi điều kiện ở đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 17. Hai chiếc tàu cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 70° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 24 hải lý một giờ, tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 hải lý một giờ. Hỏi sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 47,5



Xét tam giác ABC như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai tàu là độ dài BC.

Áp dụng định lý côsin, ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$BC^2 = 48^2 + 60^2 - 2 \cdot 48 \cdot 60 \cdot \cos 70^\circ$$

$$BC^2 = 2256,08139$$

$$\Rightarrow BC \approx 47,5$$

Vậy sau 2 giờ, hai tàu cách nhau 47,5 hải lý.

Câu 18. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho $A(2;2), B(1;-3), C(-3;0)$. Toạ độ điểm $E(a;b)$ thoả mãn $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. Tính $a + b$.

Lời giải

Đáp số: -5.

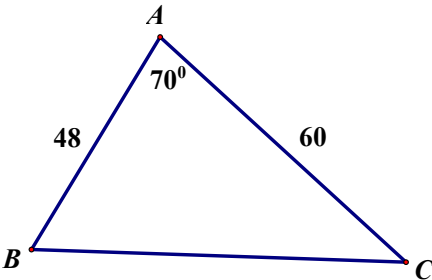
Giả sử $E(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AE} = (x-2; y-2), \overrightarrow{AB} = (-1; -5), \overrightarrow{AC} = (-5; -2)$.

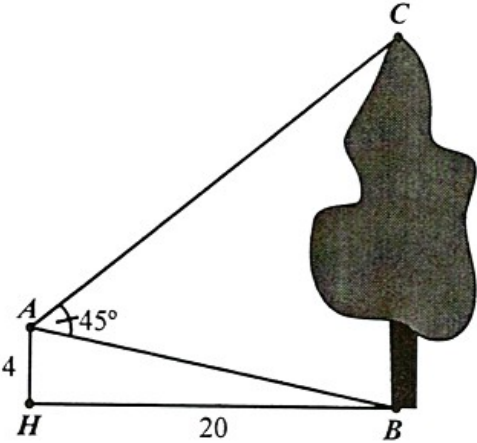
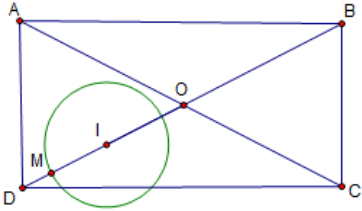
$$\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -13 \\ y-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 6 \end{cases}$$

Suy ra $-2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = (-13; 4)$. Do đó

$$\text{Vậy } E(-11; 6) \Rightarrow a + b = -11 + 6 = -5.$$

TỰ LUẬN:

Câu	ĐÁP ÁN	TỔNG ĐIỂM														
Câu 19.	Thống kê điểm kiểm tra môn toán (thang điểm 10) của một nhóm gồm 6 học sinh ta có bảng số liệu sau: <table><tr><td>Tên học sinh</td><td>An</td><td>Bình</td><td>Chi</td><td>Dũng</td><td>Giang</td><td>Hùng</td></tr><tr><td>Điểm</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td>10</td><td>8</td><td>9</td></tr></table> <p>Tìm độ lệch chuẩn δ của bảng số liệu trên (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)</p>	Tên học sinh	An	Bình	Chi	Dũng	Giang	Hùng	Điểm	9	8	7	10	8	9	1.0
	Tên học sinh	An	Bình	Chi	Dũng	Giang	Hùng									
	Điểm	9	8	7	10	8	9									
	Ta có: $\bar{x} = \frac{9+8+7+10+8+9}{6} = \frac{51}{6} = 8,5$	0.5														
Suy ra: $\delta^2 = \frac{1}{6}\left(2(9-8,5)^2 + 2(8-8,5)^2 + (7-8,5)^2 + (10-8,5)^2\right) = \frac{11}{12}$	0.25															
Do đó $\delta = \sqrt{\frac{11}{12}} \approx 0,96$	0.25															
Câu 20	Hai chiếc tàu cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 70° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 24 hải lý một giờ, tàu thứ hai chạy với tốc độ 30 hải lý một giờ. Hỏi sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).	1.0														
	<div></div> <p>Xét tam giác ABC như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai tàu là độ dài BC.</p> <p>Áp dụng định lý côsin, ta có</p> $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$	0.5														
	$BC^2 = 48^2 + 60^2 - 2.48.60.\cos 70^\circ$ $BC^2 = 2256,08139$	0.25														
	$\Rightarrow BC \approx 47,5$	0.25														
	Vậy sau 2 giờ, hai tàu cách nhau 47,5 hải lý.															
Câu 21:	Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4m$, $HB = 20m$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính chiều cao của cây? (Kết quả làm tròn số, với một chữ số sau dấu phẩy)	0.5														

		
	<p>Trong tam giác AHB, ta có: $\tan \angle ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow \angle ABH \approx 11,3^\circ$.</p> <p>$AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$.</p> <p>Suy ra $\angle ABC = 90^\circ - 11,3^\circ = 78,7^\circ$.</p> <p>Suy ra $\angle ACB = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ABC) = 56,3^\circ$.</p>	0.25
	<p>Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC, ta được:</p> $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{CB}{\sin \angle BAC} \Rightarrow CB = \frac{AB \cdot \sin \angle BAC}{\sin \angle ACB} \approx 17,3m$	0.25
Câu 22:	<p>Cho hình chữ nhật ABCD có $AD = 4, AB = 3$. Gọi O và I lần lượt là trung điểm DB và DO, M là điểm thỏa mãn $2\vec{MA} + 2\vec{MC} - \vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AD}$. Giá trị lớn nhất của BM</p>	0.5
	 <p>$2\vec{MA} + 2\vec{MC} - \vec{AB} + \vec{AD} = 4\vec{MO} + \vec{BD} = 4\vec{MO} + 4\vec{OI} = 4\vec{MI}$</p> <p>Suy ra $MI = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$.</p>	0.25
	<p>Do đó, quỹ tích điểm M là đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{a}{2}$.</p> <p>Vậy BM lớn nhất $\Leftrightarrow M$ là giao điểm của tia BI với đường tròn (I; R).</p> <p>Khi đó BM lớn nhất bằng $BI + IM = \frac{3}{4}\sqrt{a^2 + b^2} + \frac{a}{2} = \frac{2a + 3\sqrt{a^2 + b^2}}{4} = \frac{27}{4}$.</p>	0.25

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ là
A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ **B.** $[1; +\infty)$ **C.** $(2; +\infty)$ **D.** $[1; +\infty) \setminus \{2\}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; +\infty) \setminus \{2\}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

- Câu 2:** Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 5$ là
A. $I(-1; 5)$ **B.** $I(-1; 7)$ **C.** $I(1; -1)$ **D.** $I(2; -11)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } a = -2; b = -4; c = 5. \text{ Suy ra } -\frac{b}{2a} = -1; y(-1) = 7$$

Vậy tọa độ đỉnh của parabol là $I(-1; 7)$

- Câu 3:** Bảng xét dấu của tam thức bậc hai $y = -2x^2 + 5x - 3$ là

x	$-\infty$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$f(x)$		$-$ 0 $-$	

A

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		$+$ 0 $-$ 0 $+$		

B

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		$-$ 0 $+$ 0 $-$		

C

x	$-\infty$			$+\infty$
$f(x)$			$-$	

D

Lời giải

Chọn C

- Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình $4x^2 - 12x + 9 > 0$ là:

- A.** $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ **B.** $S = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ **C.** $S = (2; 3)$ **D.** $S = \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì tam thức } f(x) = 4x^2 - 12x + 9 \text{ có nghiệm kép } x = \frac{3}{2} \text{ và } a = 4 > 0 \text{ nên } f(x) > 0 \quad \forall x \neq \frac{3}{2}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $4x^2 - 12x + 9 > 0$ là $S = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $Q(2; -1)$ **B.** $M(1; -2)$ **C.** $P(-1; 3)$ **D.** $N(3; -1)$

Lời giải

Chọn C

Thay $t = -1$ vào phương trình ta được điểm $P(-1; 3)$

- Câu 6:** Hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 3 = 0$ và $d_2: -2x + 4y + 6 = 0$ là hai đường thẳng
A. trùng nhau. **B.** cắt nhau. **C.** vuông góc. **D.** song song.

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} \neq \frac{6}{3}$ nên hai đường thẳng song song với nhau.

- Câu 7:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường tròn (C) tâm $I(1; -2)$ và bán kính bằng 3 có phương trình là

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$ **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$

Lời giải

Chọn A

Vì đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$ nên (C) có phương trình là $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

- Câu 8:** Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng
A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a^2 = 25; b^2 = 16 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 9 \Rightarrow c = 3$.

Do đó (E) có tiêu cự là $2c = 6$.

- Câu 9:** Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một bạn nam và một bạn nữ từ tổ đó. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?
A. 24. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam có 6 cách.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ có 4 cách.

Vậy có tất cả $6 \times 4 = 24$ cách chọn.

- Câu 10:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?
A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải

Chọn D

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

- Câu 11:** Trong khai triển nhị thức Newton $(2x-3)^5$, số hạng chứa x^3 là
A. $1080x^2$. **B.** $720x^2$. **C.** $-1080x^2$. **D.** $-720x^2$.

Lời giải

Chọn C

$(2x-3)^5$ có số hạng chứa x^2 là $C_5^3 (2x)^2 \cdot (-3)^3 = -1080x^2$

Câu 12: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất, liên tiếp ba lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện ở cả ba lần gieo bằng 17 là

A. $\frac{1}{24}$

B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{17}{18}$

D. $\frac{1}{72}$

Lời giải**Chọn D**

Ta có $n(\Omega) = 6^3$

Biến cố A là “tổng số chấm ở cả ba lần gieo bằng 17”

Ta có $A = \{(5; 6; 6), (6; 5; 6), (6; 6; 5)\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6^3} = \frac{1}{72}$$

Vậy xác suất cần tìm là

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi câu 1, 2 mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho đường thẳng Δ có phương trình $2x + y - 1 = 0$

a) Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 1)$

b) Điểm $M(1; -1)$ thuộc đường thẳng Δ .

c) Đường thẳng đi qua điểm $A(0; 1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là $x - 2y - 2 = 0$

d) Đường tròn tâm $N(2; 2)$ tiếp xúc với đường thẳng Δ có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$

Lời giải**a) Sai**

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (1; -2)$ nên a) sai.

b) Đúng

Vì tọa độ điểm $M(1; -1)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ nên b) đúng.

c) Sai

Đường thẳng đi qua điểm $A(0; 1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là $1(x - 0) - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0$

d) Đúng

$$R = d(N; \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 2 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$$

Ta có nên phương trình đường tròn là $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$

Câu 2: Một tổ có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Khi đó

a) Số cách chọn một học sinh trong tổ là 12.

b) Số cách chọn một học sinh nam và hai học sinh nữ là 210.

c) Số cách xếp tổ đó thành một hàng ngang sao cho các học sinh nam đứng thành một cụm là 4838400.

d) Số cách xếp tổ đó thành một hàng ngang sao cho không có hai học sinh nam nào đứng cạnh nhau là 33868800.

Lời giải

a) **Đúng.** Số cách chọn là $5 + 7 = 12$

b) **Sai.** Số cách chọn là $5 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} = 105$

c) **Đúng.** Công việc được thực hiện bằng cách xem 5 học sinh nam đứng thành một cụm như 1 học sinh. Như vậy ta chỉ cần xếp 8 học sinh (7 nữ và 1 nam). Sau đó hoán vị 5 nam trong cụm. Số cách sắp xếp là $5! \cdot 8! = 4838400$

d) **Đúng.** Công việc được chia thành 2 công đoạn.

CD1: Xếp 7 học sinh nữ thành một hàng: Có $7!$ cách xếp.

CD2: Chèn các HS nam vào giữa các học sinh nữ: Vì sau khi xếp 7 học sinh nữ thành hàng thì tạo ra 8 vị trí có thể chèn các học sinh nam. Mặt khác không có hai học sinh nam nào đứng cạnh nhau nên mỗi vị trí xen giữa các học sinh nữ chỉ được xếp nhiều nhất 1 học sinh nam. Từ đó suy ra số cách xếp các học sinh nam bằng số cách chọn ra 5 vị trí từ 8 vị trí đó và xếp 5 học sinh nam vào.

Số cách xếp 5 học sinh nam là: A_8^5 .

Vậy theo quy tắc nhân ta có tất cả: $7! \cdot A_8^5 = 33868800$ cách xếp.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 4} = 5x - 6$. Tổng các nghiệm của phương trình bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tìm $a + b$.

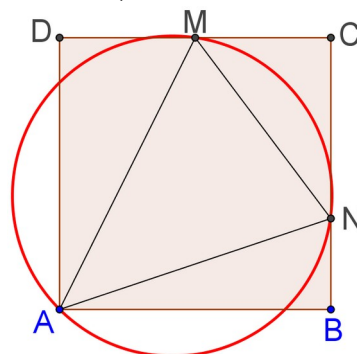
Lời giải

Đáp án: 63

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 + 3x - 4} = 5x - 6 &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 6 \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 4 = (5x - 6)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{6}{5} \\ 23x^2 - 63x + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{6}{5} \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{40}{23} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{40}{23} \end{aligned}$$

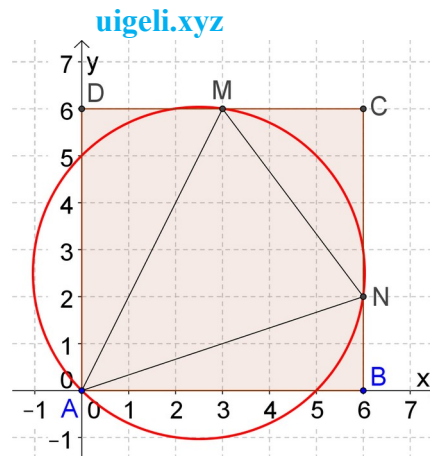
Tổng các nghiệm bằng $\frac{40}{23}$. Suy ra $a + b = 63$

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6 cm . Gọi M là trung điểm của CD , N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC = 2NB$. Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN (đơn vị cm , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 3,37



Gắn hệ trục tọa độ Axy như hình vẽ. Khi đó $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(6;6)$, $D(0;6)$.
Suy ra $M(3;6)$, $N(6;2)$.

Gọi phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác AMN là $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$
Vì (C) đi qua $A(0;0)$, $M(3;6)$, $N(6;2)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 9 + 36 - 6a - 12b + c = 0 \\ 36 + 4 - 12a - 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 6a + 12b = 45 \\ 12a + 8b = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = \frac{5}{4} \\ b = \frac{25}{8} \end{cases}$$

Do đó đường tròn (C) có bán kính là:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{25}{8}\right)^2 - 0} = \frac{5\sqrt{29}}{8} \approx 3,37 \text{ (cm)}$$

Câu 3: Một tổ công tác gồm 10 người trong đó có 6 nam và 4 nữ. Người ta muốn lập một ban điều hành gồm 5 người trong đó có 1 tổ trưởng và 1 tổ phó đều là nam sao cho phải có ít nhất một nữ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lập ?

Lời giải

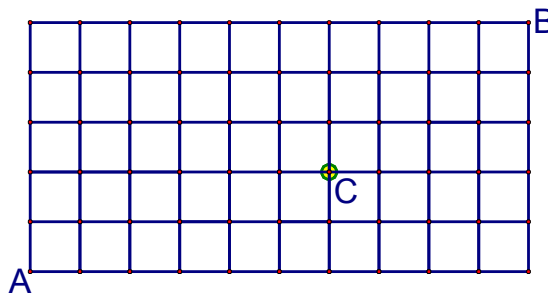
Đáp án: 1560

CD1: Chọn 2 nam làm tổ trưởng và tổ phó: Có A_6^2 cách chọn.

CD2: Chọn 3 người còn lại trong đó có ít nhất một nữ: Có $C_8^3 - C_4^3$ cách chọn.

Vậy có tất cả: $A_6^2 \cdot (C_8^3 - C_4^3) = 1560$ cách lập.

Câu 4: Có một lưới ô vuông với kích thước 5×10 (hình vẽ). Một con ốc sên bò từ A đến B đi theo cạnh của các hình vuông nhỏ chỉ theo hướng từ dưới lên trên hoặc từ trái qua phải. Tính xác suất để ốc sên đi qua điểm C.



Lời giải

Đáp án: 0,33

Đề đi từ A đến B, ốc sên phải trải qua 15 công đoạn (gồm 5 đoạn đi từ dưới lên và 10 đoạn từ trái sang phải).

Do đó số cách đi là: $C_{15}^5 \cdot C_{10}^{10}$. Suy ra $n(\Omega) = C_{15}^5 \cdot C_{10}^{10}$.

Gọi X là biến cố “ốc sên đi qua C”.

Đề đi từ A đến B qua C thì ốc sên phải trải qua hai công đoạn:

CĐ 1: Từ A đến C: có $C_8^2 \cdot C_6^6$ cách.

CĐ 2: Từ C đến B: có $C_7^3 \cdot C_4^4$ cách.

Do đó $n(X) = C_8^2 \cdot C_7^3$. Vậy xác suất cần tìm là:

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^2 \cdot C_7^3}{C_{15}^5} = \frac{140}{429} \approx 0,33$$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.

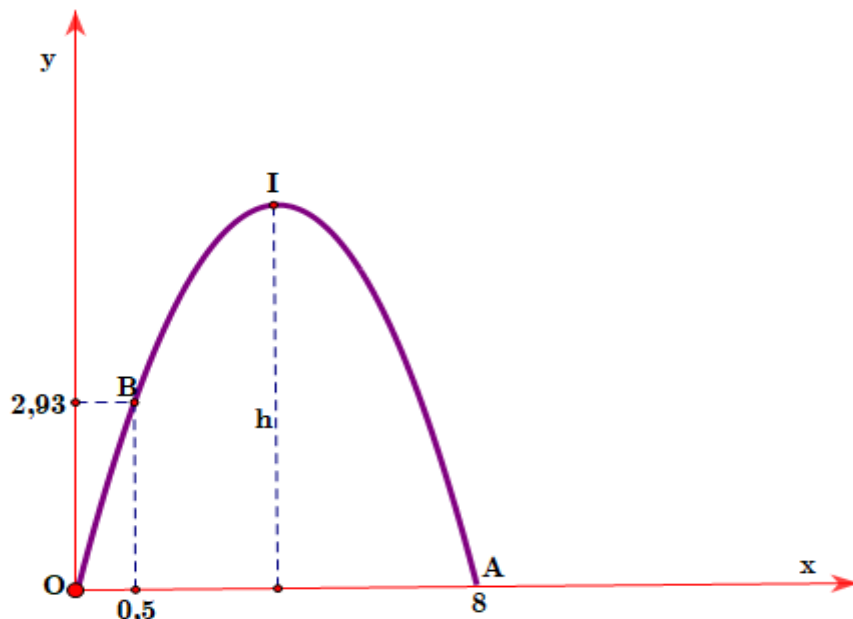
Câu 1: Cổng phụ của Trường Đại học Bách khoa Hà Nội có hình dạng một parabol, khoảng cách giữa hai chân cổng là $8m$ và độ cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng là $0,5m$ là $2,93m$. Tính chiều cao của cổng parabol đó (đơn vị m).



Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đặt tại gốc tọa độ, chân còn lại đặt trên tia Ox . Khi đó cổng parabol là một phần của đồ thị hàm số dạng $y = ax^2 + bx$ (do parabol đi qua gốc tọa độ nên hệ số tự do bằng 0).



Parabol đi qua các điểm có tọa độ $A(8;0)$ và $B(0,5;2,93)$.

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 8^2 + b \cdot 8 \\ 2,93 = a \cdot 0,5^2 + b \cdot 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-293}{375} \\ b = \frac{2344}{375} \end{cases}$$

Thay tọa độ của A, B vào hàm số ta có:

$$y = \frac{-293}{375}x^2 + \frac{2344}{375}x$$

Suy ra phương trình của Parabol là

$$\text{Parabol có đỉnh } I\left(4; \frac{4688}{375}\right). \text{ Suy ra chiều cao của cổng là } \frac{4688}{375}m.$$

Câu 2: Viết phương trình của đường thẳng đi qua $P(2;5)$ và cách $Q(5;1)$ một khoảng bằng 3.

Lời giải

$$\Delta \text{ qua } P(2;5) \Rightarrow \Delta: a(x-2) + b(y-5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2a - 5b = 0$$

$$d(Q, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|5a + b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |3a - 4b| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow -24ab + 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{24}{7}a \end{cases}$$

Với $b = 0$, chọn $a = 1 \Rightarrow \Delta: x = 2$

Với $b = \frac{24}{7}a$, chọn $a = 7 \Rightarrow b = 24 \rightarrow \Delta: 7x + 24y - 134 = 0$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $x = 2$ hoặc $7x + 24y - 134 = 0$.

Câu 3: Trên các cạnh AB, BC, CD, DA của tứ giác $ABCD$ ta lấy lần lượt 1 ; 3 ; 12 ; 20 điểm phân biệt không trùng với các đỉnh A, B, C, D . Chọn ngẫu nhiên 3 trong 36 điểm này. Tính xác suất để 3 điểm được chọn là 3 đỉnh của một tam giác.

Lời giải

$$\text{Ta có } n(\Omega) = C_{36}^3 = 7140$$

Gọi A là biến cố “3 điểm được chọn là 3 đỉnh của một tam giác”.

$$\text{Gọi } \bar{A} \text{ biến cố “3 điểm được chọn thẳng hàng”. Ta có } n(\bar{A}) = C_3^3 + C_{12}^3 + C_{20}^3 = 1361. \text{ Suy}$$

$$\text{ra } P(\bar{A}) = \frac{1361}{7140}$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{5779}{7140}$$

Hết

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định: } x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số } y = \frac{x+1}{x-1} \text{ là } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Câu 2: Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là

- A.** $I(-1; 8)$. **B.** $I(1; 0)$. **C.** $I(2; -10)$. **D.** $I(-1; 6)$.

Lời giải

Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là $\begin{cases} x = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1 \\ y = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 8)$

Câu 3: Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0; -\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 4: Xét dấu các tam thức sau $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$. Chọn kết luận đúng

- A.** $g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **C.** $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **D.** $g(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + x - 12 < 0$

- A.** $S = (-4; 3)$ **B.** $S = (-\infty; -4)$ **C.** $S = (3; +\infty)$ **D.** $S = \emptyset$

Câu 6: Một nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ là

- A.** 0 . **B.** 1 . **C.** 11 . **D.** 4 .

Lời giải

Thay $x = 0$ vào phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ thấy thỏa mãn. Do đó $x = 0$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 7: Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$$

- A.** $\vec{u}(1; 2)$ **B.** $\vec{u}(2; 3)$ **C.** $\vec{u}(-3; 2)$ **D.** $\vec{u}(2; -3)$

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(2; -3)$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A.** $x + 2y + 1 = 0$ **B.** $2x - y = 0$ **C.** $-x + 2y + 1 = 0$ **D.** $-2x + 4y - 1 = 0$

Lời giải

Xét tỉ số $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ta có đáp án D

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $A(1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 6 = 0$ là

- A.** 13 . **B.** -13 . **C.** -1 . **D.** 1 .

$$d(M, \Delta) = \frac{|a.x_M + b.y_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Áp dụng công thức

$$d(A, \Delta) = \frac{|5.1 - 12.1 - 6|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 1$$

Ta có khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ là:

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 6 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 10 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

Lời giải

Phương án A loại vì hệ số của x^2 và y^2 không bằng nhau.

Phương án B loại vì $a^2 + b^2 - c = -6 < 0$.

Phương án C loại vì có số hạng chứa xy .

Phương án D nhận vì phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ là pt đường tròn có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) có phương trình $(x+2)^2 + y^2 = 3$ là

A. $I(-2; 0)$ và $R = 3$

B. $I(2; 0)$ và $R = 3$

C. $I(2; 0)$ và $R = \sqrt{3}$

D. $I(-2; 0)$ và $R = \sqrt{3}$

Lời giải

Phương trình của đường tròn đã cho có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ với $I(a; b)$ là tâm của đường tròn và R là bán kính của đường tròn.

Từ phương trình của đường tròn (C) : $(x+2)^2 + y^2 = 3$ ta suy ra $a = -2$, $b = 0$, $R = \sqrt{3}$.

Vậy tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là $I(-2; 0)$ và $R = \sqrt{3}$.

Câu 12: Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng

A. 6

B. 8

C. 9

D. $(-2; +\infty)$

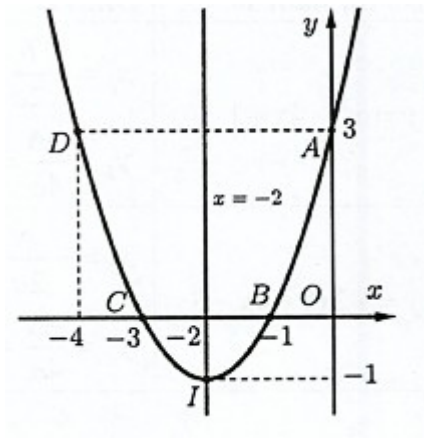
Lời giải

Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 7 = 9 \Leftrightarrow c = 3$.

Vậy tiêu cự $2c = 2.3 = 6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- b) Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = -2$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất là -1 .
- d) Có 1 giá trị x nguyên để $f(x) \leq 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) sai
---------	--------	---------	--------

a) Hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ là hàm đa thức nên hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$

Nên mệnh đề a đúng.

b) Dựa vào đồ thị ta thấy: Phương trình trục đối xứng của parabol là: $x = -2$.

Nên mệnh đề b sai.

c) Dựa vào đồ thị ta thấy: Parabol có tọa độ đỉnh là $I(-2; -1)$ và $a > 0$ nên hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất là -1

Nên mệnh đề c đúng.

d) Dựa vào đồ thị ta thấy: $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq -1$

Mặt khác: $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3; -2; -1\}$

Vậy Có 3 giá trị x nguyên để $f(x) \leq 0$

Nên mệnh đề d sai.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$.

b) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

c) Góc tọa độ O cách đều 2 đường thẳng Δ_1, Δ_2

d) Đường tròn có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là:
 $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 70$

Lời giải

a) Đường thẳng Δ_1 có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 1)$. Mệnh đề đúng

b) Đường thẳng Δ_1 có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 1)$

Đường thẳng Δ_2 có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; -2)$

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$ nên hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau. Mệnh đề đúng

c) Ta có
$$d(O, \Delta_1) = \frac{|2 \cdot 0 + 0 + 15|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 3\sqrt{5}$$

$$d(O, \Delta_2) = \frac{|0 - 2 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$\Rightarrow d(O, \Delta_1) \neq d(O, \Delta_2)$. Mệnh đề sai

d) Đường tròn có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ_1 nên ta có bán kính đường tròn

$$R = d(I, \Delta_1) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 + 15|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 4\sqrt{5}$$

là:

Phương trình đường tròn tâm $I(1;3)$, bán kính: $R = 4\sqrt{5}$ là:

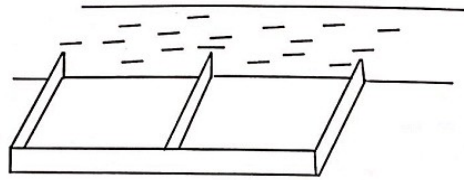
$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = (4\sqrt{5})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 6y = 70$$

Mệnh đề đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một người nông dân có 15 000 000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (theo đơn vị mét vuông).



Lời giải

Đáp án: 6250

Gọi x là chiều dài một mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x > 0$).

Gọi y là chiều dài mặt hàng rào hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).

Số tiền phải làm là:

$$x \cdot 3.50000 + y \cdot 60000 = 15\,000\,000 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2} \quad (x < 100)$$

Diện tích đất:

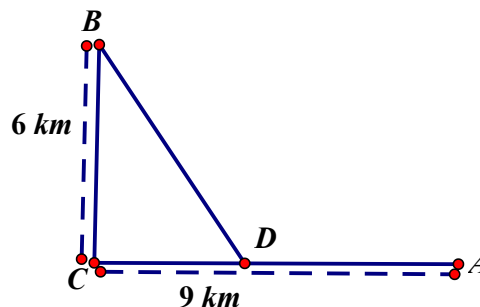
$$S = x \cdot y = x \cdot \frac{500 - 5x}{2} = 250x - \frac{5}{2}x^2 = -\frac{5}{2}(x^2 - 100x + 2500) + 6250$$

$$= -\frac{5}{2}(x - 50)^2 + 6250 \leq 6250$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 50$.

Vậy $\max_{(0,100)} S = 6250 \text{ (m}^2\text{)}$ khi $x = 50$.

Câu 2: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta đã xác định được một vị trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB có số tiền chi phí thấp nhất là 2 340 000 000 đồng. Khi đó khoảng cách AD bằng bao nhiêu km, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100 000 000 đồng và dưới nước là 260 000 000 đồng?



Lời giải

Đáp án: 6,5

Đặt $AD = x$ km, $x > 0$. $CD = 9 - x$; $BD = \sqrt{36 + (9 - x)^2}$

Giá thành lắp đặt là:

$$100 \cdot 10^6 x + \sqrt{36 + (9 - x)^2} \cdot 260 \cdot 10^6 = 10^7 \left[10x + 26\sqrt{36 + (9 - x)^2} \right]$$

Do chi phí thấp nhất là 2.340.000.000 đồng nên ta có phương trình:

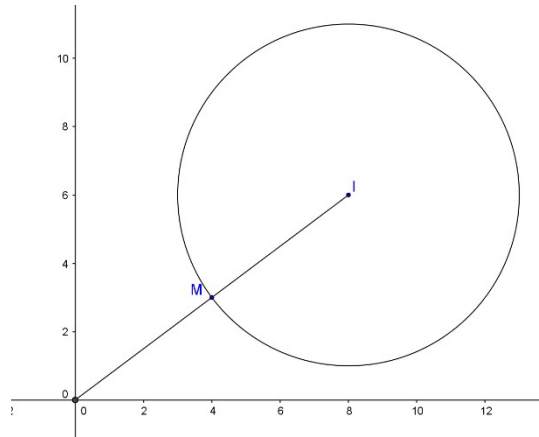
$$10^7 \left[10x + 26\sqrt{36 + (9 - x)^2} \right] = 234 \cdot 10^7 \Leftrightarrow 13\sqrt{x^2 - 18x + 117} = 117 - 5x.$$

Giải phương trình trên ta được $x = 6,5$. Vậy $AD = 6,5$ km.

Câu 3: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 360 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó tại thời điểm t ($0 \leq t \leq 360$) vật thể ở vị trí có tọa độ $(8 + 5 \sin t^\circ; 6 + 5 \cos t^\circ)$. Biết tọa độ của chất điểm M khi M ở gần gốc tọa độ nhất là $(a; b)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

Lời giải

Đáp án: 7



Từ cách xác định tọa độ của chất điểm M ta có:

$$\begin{cases} x_M = 8 + 5 \sin t^\circ \\ y_M = 6 + 5 \cos t^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 8 = 5 \sin t^\circ \\ y_M - 6 = 5 \cos t^\circ \end{cases} \Rightarrow (x_M - 8)^2 + (y_M - 6)^2 = 25 \quad (1)$$

Vậy chất điểm M luôn thuộc đường tròn (C) tâm $I(8; 6)$ và có bán kính $R = 5$.

M ở gần gốc tọa độ nhất khi M là giao điểm của OI và (C) , tức là $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OI}$ ($0 < k < 1$)

$$\text{Hay } \begin{cases} x_M = 8k \\ y_M = 6k \end{cases}, \text{ thay vào (1) ta được } \begin{aligned} (8k - 8)^2 + (6k - 6)^2 = 25 &\Leftrightarrow (k - 1)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } 0 < k < 1 \text{ nên ta lấy } k = \frac{1}{2}, \text{ khi đó tọa độ } M \text{ là } M(4; 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7$$

Câu 4: Cho parabol $(P): y^2 = 2x$. Gọi điểm $M(a; b), b > 0$ thuộc (P) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm của (P) bằng 4 thì $4a^2 + b^2$

Lời giải

Đáp án: 56

Parabol (P) có đường chuẩn là $\Delta: x + \frac{1}{2} = 0$ và tiêu điểm $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cần tìm. Có $M \in (P)$ nên $y_0^2 = 2x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2}y_0^2 \Rightarrow x_0 \geq 0$.

Khoảng cách từ M đến tiêu điểm F bằng 4 nên

$$MF = d(M; \Delta) = \frac{\left|x_0 + \frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 4 \Leftrightarrow \left|x_0 + \frac{1}{2}\right| = 5$$

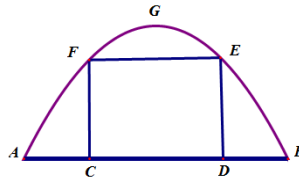
$$\Rightarrow x_0 = \frac{7}{2} \text{ hoặc } x_0 = \frac{-9}{2}. \text{ Mà } x_0 \geq 0 \text{ nên } x_0 = \frac{7}{2} \Rightarrow y_0^2 = 7 \Rightarrow y_0 = \pm\sqrt{7}$$

Vậy $M\left(\frac{7}{2}; \sqrt{7}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{2}; -\sqrt{7}\right)$. (Loại)

$$\text{Vậy } M\left(\frac{7}{2}; \sqrt{7}\right) \Rightarrow 4a^2 + b^2 = 56$$

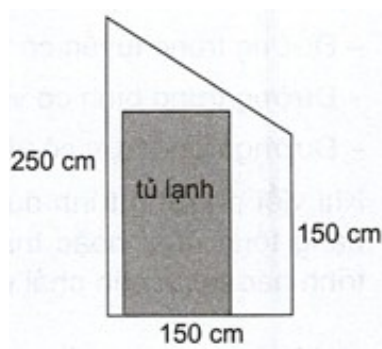
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B theo đơn vị mét. (xem hình vẽ bên dưới).



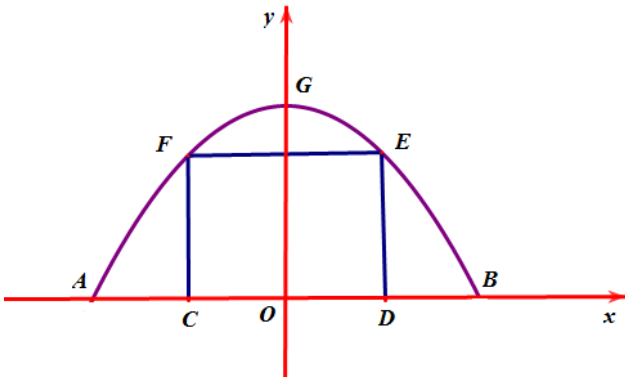
Câu 2: Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có nghiệm: $x^2 - mx + m + 3 = 0$

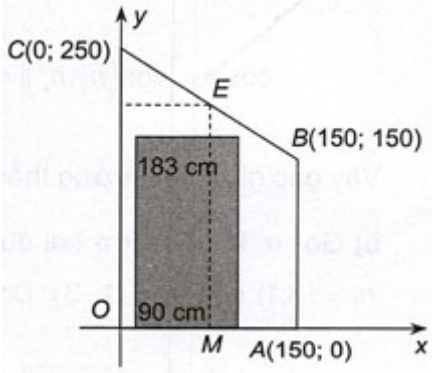
Câu 3: Nhà bạn Nam định đổi tủ lạnh và dự định kê vào vị trí dưới cầu thang. Biết vị trí định kê tủ lạnh có mặt cắt là một hình thang vuông với hai đáy lần lượt là $150cm$ và $250cm$, chiều cao là $150cm$ (như hình vẽ). Bố mẹ bạn Nam định mua một $250cm$ tủ lạnh 2 cánh (Side by side) có chiều cao là $183cm$ và bề ngang $90cm$. Bằng cách sử dụng tọa độ trong mặt phẳng, em hãy giúp Nam tính xem bố mẹ bạn Nam có thể kê vừa chiếc tủ lạnh vào vị trí cần kê không?



Lời giải

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 19	Giải thích	0,25 đ

(1,0đ)	<div></div> <p>Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là một phần của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.</p> <p>Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.</p>												
	<p>Chiều cao của cổng parabol là $4m$ nên $G(0;4) \Rightarrow c = 4$. $\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$</p>	0,25 đ											
	<p>Lại có, kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$ nên $E(2;3), F(-2;3)$ $\Rightarrow 3 = 4a + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.</p> <p>Suy ra $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.</p>	0,25 đ											
	<p>Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ nên $A(-4;0), B(4;0)$ hay $AB = 8(m)$.</p>	0,25 đ											
Câu 20 (1,0đ)	<p>Ta có: $a = 1 \neq 0, b = -m, c = m + 3$.</p> <p>Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = (-m)^2 - 4(m + 3) \geq 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 \geq 0$.</p> <p>Xét $m^2 - 4m - 12 = 0 \Leftrightarrow m = 6 \vee m = -2$.</p>	0,25 đ											
	<p>Bảng xét dấu:</p> <table><tr><td>m</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>6</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$m^2 - 4m - 12$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	m	$-\infty$	-2	6	$+\infty$	$m^2 - 4m - 12$	$+$	0	$-$	0	$+$	0,5đ
	m	$-\infty$	-2	6	$+\infty$								
$m^2 - 4m - 12$	$+$	0	$-$	0	$+$								
<p>Ta có: $m^2 - 4m - 12 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 6 \end{cases}$.</p> <p>Vậy với $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$ thì phương trình đã cho có nghiệm.</p>	0,25 đ												
Câu 21	<p>Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.</p>	0,25 đ											



(1,0đ)	<p>Khi đó để tận dụng tối đa chiều cao có thể khi kê tủ lạnh thì bố mẹ bạn Nam sẽ kê tủ sát vào trục Oy. Do đó để kê được một chiếc tủ lạnh 2 cánh với bề ngang 90 cm thì chiều cao của tủ phải nhỏ hơn tung độ của điểm E thuộc đường thẳng BC với hoành độ điểm E bằng 90.</p> <p>Ta có $B(150;150), C(0;250) \Rightarrow \overline{BC} = (-150;100) \Rightarrow \overline{n_{BC}} = (100;150)$</p>	0,25 đ
	<p>Phương trình đường thẳng BC là:</p> $100(x - 0) + 150(y - 250) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 750 = 0.$	0,25 đ
	<p>Điểm E thuộc BC có hoành độ bằng 90 nên tung độ của E tính theo công thức</p> $2 \cdot 90 + 3y_E - 750 = 0 \Rightarrow y_E = 190$ <p>Do $183\text{ cm} < 190\text{ cm}$ nên bố mẹ bạn Nam có thể kê chiếc tủ lạnh có bề ngang là 90 cm và chiều cao 183 cm.</p>	0,25 đ

----- **HẾT** -----

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

- A.** $y = x - 5$.
- B.** $y = x^2 - 8x + 6$.
- C.** $y = 4x^4 - 3x + 2024$.
- D.** $y = x^3 - 3x^2 - 3$.

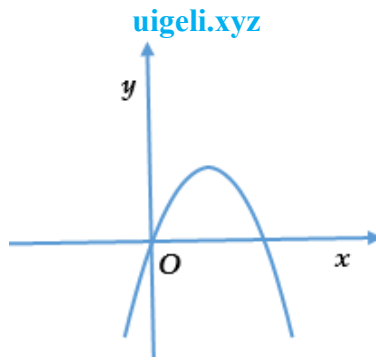
Câu 2: Cho hàm số $y = 3x - 2$ có đồ thị (C) . Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị (C) ?

- A.** $N\left(0; \frac{2}{3}\right)$ **B.** $P(2; 4)$ **C.** $M(3; -2)$ **D.** $Q(1; 3)$

Câu 3: Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có trục đối xứng là đường thẳng

- A.** $x = -\frac{b}{a}$ **B.** $x = \frac{b}{2a}$ **C.** $x = -\frac{b}{2a}$ **D.** $y = -\frac{b}{2a}$

Câu 8: Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Hệ số a thỏa mãn

- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^2 - 2$.

- A. $D = [-2; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $D = (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 6: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. B. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.
C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 7: Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -4)$.

- A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -4 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$ và $d_2: 2x - 3y + 6 = 0$. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $M(-8; -9)$. B. $M(-9; -8)$. C. $M(8; 9)$. D. $M(9; 8)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.
C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$. D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

Câu 10: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$. B. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.
C. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

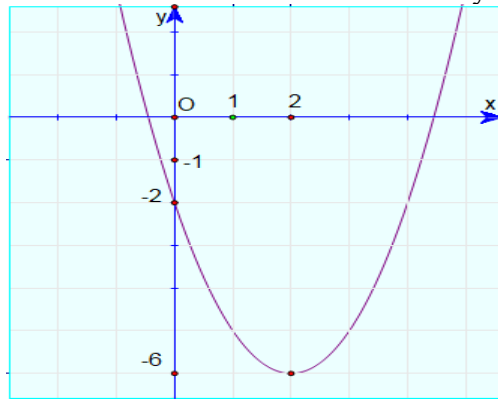
- A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $9x^2 + 16y^2 = 1$. D. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

Câu 12: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.
C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. : Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ở hình dưới đây



- a) Hệ số $a > 0; c > 0$
- b) Tọa độ đỉnh $I(2; -6)$, trục đối xứng $x = 2$
- c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- d) M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ thì $M + m = -8$

Câu 14. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng

a) Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$, Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

b) Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $\frac{23}{\sqrt{5}}$

c) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$

d) Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau: $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$

Câu 16. Cho các đường thẳng $d_1: x + y + 3 = 0, d_2: x - y - 4 = 0$ và $d_3: x - 2y = 0$. Biết $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 . Tính $x + y$

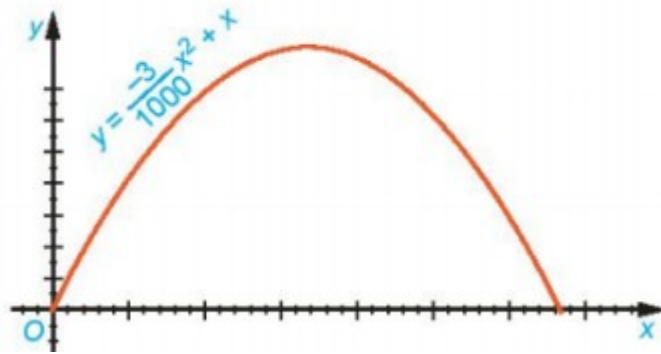
Câu 17. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ $21,2^\circ$ Bắc, kinh độ $105,8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ $16,1^\circ$ Bắc, kinh độ $108,2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y° Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$$

Hỏi chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

Câu 18. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa

độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O , y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất



Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là một Parabol (P).

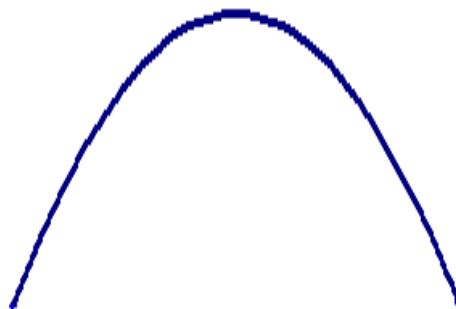
Vẽ đồ thị và xác định các khoảng đồng biến- nghịch biến của hàm số trên.

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho điểm $M(-1;2)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$.

a. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng d . Tìm hình chiếu của M trên d .

b. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.

Câu 21. Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ.



Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

- A. $y = x - 5$. B. $y = x^2 - 8x + 6$.
C. $y = 4x^4 - 3x + 2024$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 3$.

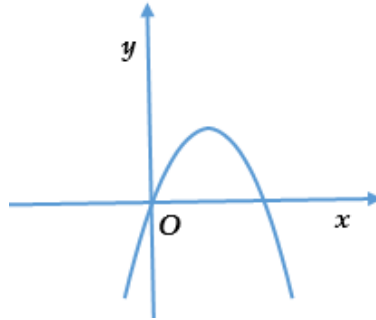
Câu 2: Cho hàm số $y = 3x - 2$ có đồ thị (C) . Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị (C) ?

- A. $N\left(0; \frac{2}{3}\right)$. B. $P(2; 4)$. C. $M(3; -2)$. D. $Q(1; 3)$.

Câu 3: Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có trục đối xứng là đường thẳng

- A. $x = -\frac{b}{a}$. B. $x = \frac{b}{2a}$. C. $x = -\frac{b}{2a}$. D. $y = -\frac{b}{2a}$.

Câu 8: Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Hệ số a thỏa mãn

- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^2 - 2$.

- A. $D = [-2; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $D = (2; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 6: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. B. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.
C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 7: Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -4)$.

- A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -4 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$ và $d_2: 2x - 3y + 6 = 0$. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $M(-8; -9)$. B. $M(-9; -8)$. C. $M(8; 9)$. D. $M(9; 8)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$

C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$

D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$

Câu 10: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$

B. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$

C. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$

D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$

Câu 11. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

C. $9x^2 + 16y^2 = 1$

D. $9x^2 + 16y^2 = 144$

Câu 12. Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

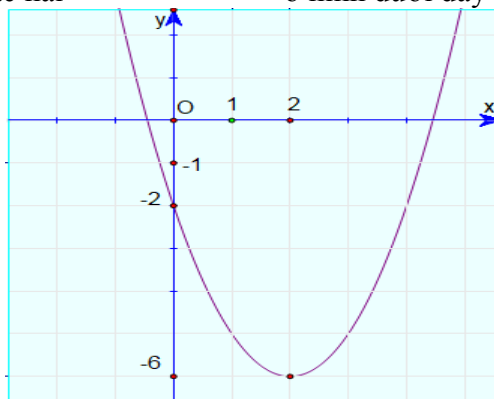
B. $9x^2 + 16y^2 = 1$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. : Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ở hình dưới đây



a) Hệ số $a > 0; c > 0$

b) Toạ độ đỉnh $I(2; -6)$, trục đối xứng $x = 2$

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

d) M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ thì $M+m=-8$

Lời giải

a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

a) Bề lõm của đồ thị hướng lên trên nên hệ số $a > 0$; đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -2$, Vậy a) **sai**.

b) Toạ độ đỉnh $I(2; -6)$, trục đối xứng $x = 2$; Vậy b) **đúng**.

c) Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; . Vậy c) **sai**.

d) $M=-2$ và $m=-6$. Vậy d) **đúng**

Câu 14. Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2 : x - 2y - 3 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng

a) Δ_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$, Δ_2 có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

b) Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $\frac{23}{\sqrt{5}}$

c) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$

d) Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Δ_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$, Δ_2 có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

Vì $2 \cdot (-2) \neq 1 \cdot 1$ nên hai vector trên không cùng phương, suy ra hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau.

Xét hệ
$$\begin{cases} 2x + y + 15 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{27}{5} \\ y = -\frac{21}{5} \end{cases}$$
. Vậy Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{5}; -\frac{21}{5}\right)$.

Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $d(M, \Delta_1) = \frac{23}{\sqrt{5}}$

Mặt khác $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$. Vậy Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau: $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$

Lời giải

Đáp án: -3

Ta có:
$$\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 + 2x + 4 = 2 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = -1 \vee x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm phương trình là $S = -1 + (-2) = -3$.

Câu 16. Cho các đường thẳng $d_1 : x + y + 3 = 0$, $d_2 : x - y - 4 = 0$ và $d_3 : x - 2y = 0$. Biết $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 . Tính $x + y$

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có điểm M thuộc đường thẳng d_3 khi và chỉ khi $M(2t; t)$ với t là tham số.

Khoảng cách từ M tới d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M tới d_2 nên

$$\frac{|2t+t+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t-t-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow |3t+3| = |2t-8| \Leftrightarrow t=1 \quad \text{hoặc} \quad t=-11.$$

Suy ra $M(2; 1)$ hoặc $M(-22; -11)$. Do M có hoành độ dương nên $x=2; y=1$. Vậy $x+y=3$

Câu 17. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ $21,2^\circ$ Bắc, kinh độ $105,8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ $16,1^\circ$ Bắc, kinh độ $108,2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y° Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$$

Hỏi chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

Lời giải

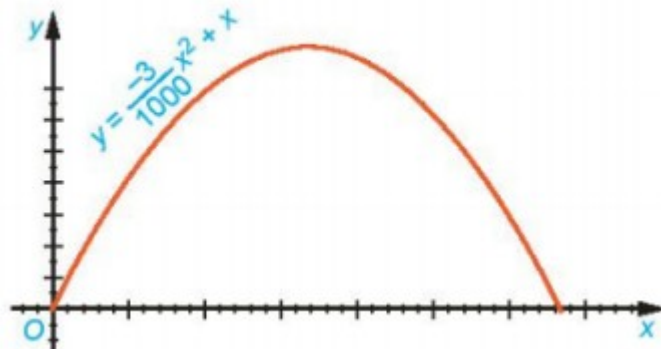
. Nếu máy bay đến Đà Nẵng thì $x = 16,1$ và $y = 108,2$

Ta có:
$$\begin{cases} 16,1 = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3}$$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất gần 1,33 giờ

Câu 18. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa

độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O , y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất



Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.

Điểm chạm đất sau khi bay của vật có tọa độ $A(a;0)$ với a là số thực dương.

Ta có: $0 = \frac{-3}{1000}x^2 + x \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{1000}{3}$

Suy ra: $a = \frac{1000}{3}$

Vậy khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O là: $\frac{1000}{3} \approx 333m$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là một Parabol (P).

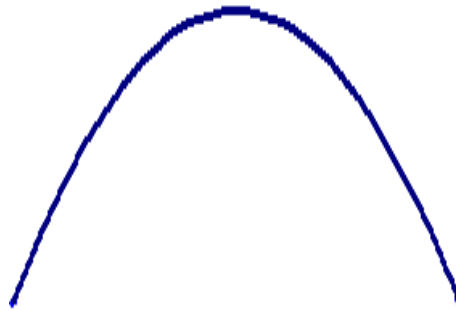
Vẽ đồ thị và xác định các khoảng đồng biến- nghịch biến của hàm số trên.

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho điểm $M(-1;2)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$.

a. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng d . Tìm hình chiếu của M trên d .

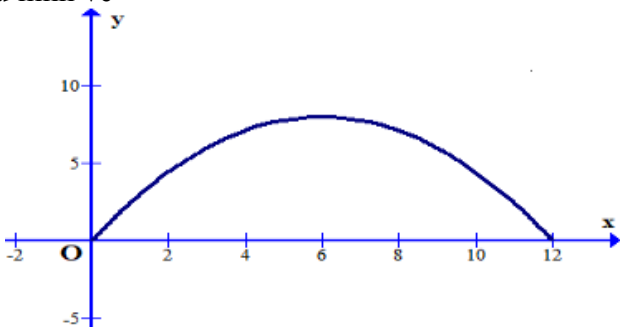
b. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.

Câu 21. Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng $12m$ và chiều cao $8m$ như hình vẽ.



Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 19	Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là một Parabol (P). Vẽ đồ thị và xác định các khoảng đồng biến- nghịch biến của hàm số trên.	(1,0đ)
	Xác định đúng tọa độ đỉnh, trục đối xứng, hướng bề lõm	0,25
	Tìm được 3 điểm (cùng 1 phía đối với trục đx), vẽ đúng dạng và đi qua đúng các điểm	0,5
	Xác định đúng các khoảng biến thiên	0,25

<p>Câu 20</p>	<p>a/ (1,0đ) Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho điểm $M(-1;2)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng d. Tìm hình chiếu của M trên d.</p> <p>b/ (1,0đ) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.</p>	<p>(1,0đ)</p>
	<p>a/ Viết được dạng phương trình đường thẳng Δ (dựa vào quan hệ vuông góc) Tìm được phương trình Δ Lập luận và tìm được tọa độ điểm M</p> <p>b/ Tâm I của đường tròn (C) thuộc d nên $I(6a + 10; a)$ Dựa vào đk tiếp xúc đưa ra được phương trình $\frac{ 3(6a + 10) + 4a + 5 }{5} = \frac{ 4(6a + 10) - 3a - 5 }{5}$ $22a + 35 = 21a + 35 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{70}{43} \end{cases}$ <p>$\Leftrightarrow$ Kết luận</p> </p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>Câu 21</p>	<p>Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ(đề). Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?</p> <p>Dựng hệ trục như hình vẽ</p> 	<p>1,0đ 0,25</p>
	<p>$\begin{cases} 12a + b = 0 \\ 36a + 6b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}$</p> <p>Lập được hệ</p> <p>$\Rightarrow (P): y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}x$</p> <p>Tìm được phương trình hàm bậc 2</p> <p>Lập luận và suy ra được xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3; 6)$ và $B(9; 6)$, khi đó</p>	<p>0,25 0,25 0,25</p>

chiều cao của xe là 6 m.

Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào cổng mà không chạm tường là $0 < h < 6$.

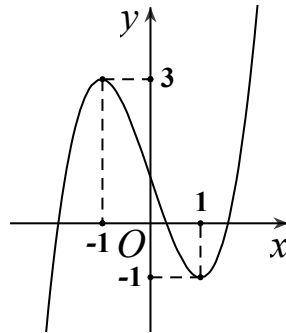
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các hàm số sau hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$

- A. $y = x^2 - 2x - 3$. B. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. C. $y = \sqrt{x-1}$. D. $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x+2}}$.

Câu 2. Cho hàm số có đồ thị như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = -2x^2 + 3x - 1$, điểm nào sau đây **không** thuộc đồ thị hàm số

- A. $M(0; -1)$. B. $M(1; 0)$. C. $M(2; -3)$. D. $M(2; 0)$.

Câu 4. Trục đối xứng của hàm số $x^2 + 3x - 4$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -3$ B. $y = -\frac{3}{2}$. C. $x = -\frac{3}{2}$. D. $y = 3$

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $y = 3$

Câu 6. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ là

A. $\vec{n} = (-1; -2)$.

B. $\vec{n} = (3; 0)$.

C. $\vec{n} = (3; -2)$.

D. $\vec{n} = (2; 3)$.

Câu 7. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$ có phương trình là

A. $2x - y - 5 = 0$.

B. $2x - y + 5 = 0$.

C. $x + 2y + 5 = 0$.

D. $x - 2y - 5 = 0$.

Câu 8. Cho đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng Δ_1 ?

A. $\Delta_2: 3x + 6y - 1 = 0$

B. $\Delta_2: 2x - 4y + 2 = 0$

C. $\Delta_2: 2x + y + 1 = 0$

D. $\Delta_2: 2x - 4y - 2 = 0$

Câu 9. Cho đường tròn tâm I, bán kính R có phương trình: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I(2; -3)$ và $R = 5$.

B. $I(-2; 3)$ và $R = 5$.

C. $I(2; -3)$ và $R = 25$.

D. $I(-2; 3)$ và $R = 25$.

Câu 10. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là

A. $a^2 + b^2 - 4c > 0$.

B. $a^2 + b^2 - c > 0$.

C. $a^2 + b^2 - 4c \geq 0$.

D. $a^2 + b^2 - c \geq 0$.

Câu 11. Một elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tiêu cự của (E) bằng:

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 6.

Câu 12. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $9x^2 - 16y^2 = 144$.

D. $9x^2 - 16y^2 = 1$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) Phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = x - 2$ có hai nghiệm phân biệt.

c) $f(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1] \cup [2; 4]$

d) Bất phương trình $x^2 - 3x - m \leq 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$

Câu 14. Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 5 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (4; 3)$.

b) Khoảng cách từ điểm $M(1; 2)$ đến đường thẳng Δ bằng 2.

c) Đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 2 = 0$ vuông góc với Δ .

c) Đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 2 = 0$ cắt đường thẳng Δ tại điểm $M\left(a; \frac{b}{c}\right)$, trong đó a, b, c là các số thực dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $a = b + c$.

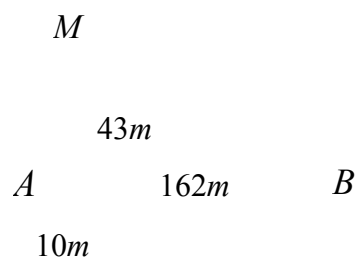
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = \sqrt{2x^2 - x - 12}$ là bao nhiêu?

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Gọi điểm $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng $(a): x - 2y = 0$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $(b): x + y + 3 = 0$ bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng $(c): x - y - 4 = 0$. Tính $x + y$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$. Biết rằng có hai đường tròn có tâm $J(5; -2)$, có bán kính lần lượt là a và b ($a > b$) cùng cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài bằng $\sqrt{2}$. Tính $a^2 - b^2$.

Câu 18. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

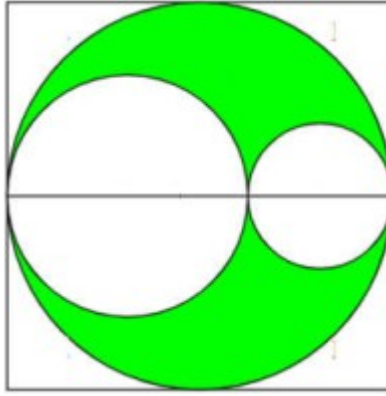


PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \frac{\sqrt{5 - 2x}}{(x - 2)\sqrt{x - 1}}$ là

Câu 20. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao 400 m với vận tốc ban đầu $v_0 = 20$ m/s. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá 100 m? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

Câu 21. Một người xây biệt thự muốn thiết kế khu vườn hình vuông cạnh 10 m như hình vẽ dưới đây.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chỉ phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chỉ phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

-----HẾT-----

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10 (NHƯ THANH 2)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án (3,0 điểm)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x$.

B. $y = -2x$.

C. $y = 2x$.

D. $y = \frac{1}{2}x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Câu 3. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

B. $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

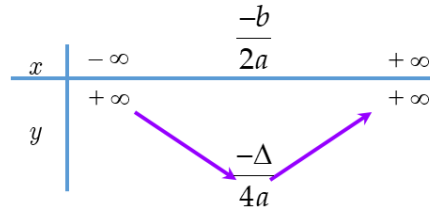
C. $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$a > 0$. Bảng biến thiên



Câu 4. Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải**Chọn A**

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 2-x$ là:

- A.** $S = \{1; 5\}$. **B.** $S = \{1\}$. **C.** $S = \{5\}$. **D.** $S = \{2; 3\}$.

Lời giải**Chọn B**

Thay các giá trị vào phương trình có $x = 1$ vào thỏa mãn phương trình.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = -x^2 - 5$ là

- A.** $S = \{1; 5\}$. **B.** $S = \{1\}$. **C.** $S = \{5\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải**Chọn D**

Vì $-x^2 - 5 < 0$ vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$, ($a^2 + b^2 \neq 0$). Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) ?

- A.** $\vec{n} = (a; -b)$. **B.** $\vec{n} = (b; a)$. **C.** $\vec{n} = (b; -a)$. **D.** $\vec{n} = (a; b)$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n} = (a; b)$.

Do đó chọn đáp án **D**. $\vec{n}_1 = (-a; b)$.

Câu 8. Cho đường thẳng $d: 3x + 5y - 15 = 0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng d

- A. $M_1(5; 0)$. B. $M_4(-5; 6)$. C. $M_2(0; 3)$. **D. $M_3(5; 3)$.**

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d , ta có $M_1, M_4, M_2 \in d$ và $M_3 \notin d$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(3; 1), C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

- A. $2x + 3y - 8 = 0$.** B. $2x + 3y + 8 = 0$.
C. $3x - 2y + 1 = 0$. D. $2x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (2; 3)$

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận $\overrightarrow{BC} = (2; 3)$ làm vector pháp tuyến và đi qua điểm A nên có phương trình: $2(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y = 3x - 2$

- A. $-3x + y = 0$. B. $3x - y - 6 = 0$.
C. $3x - y + 6 = 0$. **D. $3x + y - 6 = 0$.**

Lời giải

Chọn D

$d: y = 3x - 2 \Leftrightarrow 3x - y - 2 = 0$. (d) có VTPT $\vec{n} = (3; -1)$.

Đường thẳng $3x + y - 6 = 0$ có VTPT $\vec{n}_1 = (3; 1) \neq k\vec{n}$ nên $\vec{n}$ và $\vec{n}_1$ không cùng phương. Do đó đường thẳng $3x + y - 6 = 0$ không song song với đường thẳng (d) .

Câu 11. Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

- A.** Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. **B.** Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.

C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.

D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của (E) bằng
A. 10. B. 16. C. 4. D. 8.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0)$.

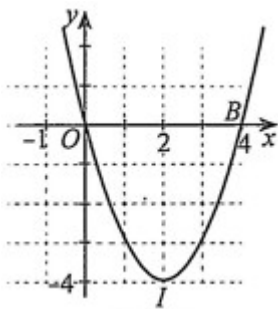
Do đó elip (E) có $\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$.

Tiêu cự của elip (E) bằng $2c = 8$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai. (2,0 điểm)

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y = x^2 + 2x - 3$. Khi đó:

- a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$
- b) Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2; -4)$
- c) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.
- d) Ta có đồ thị như Hình dưới đây.



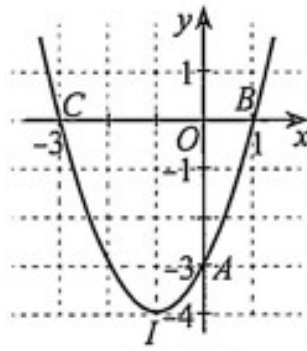
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, đỉnh $I(-1; -4)$, trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.

Giao điểm với trục Oy là $A(0; -3)$, giao điểm với trục Ox là $B(1; 0), C(-3; 0)$.

Ta có đồ thị như Hình.



Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1; -1), E(2; 1), F(3; 5)$. Khi đó:

- a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vec tơ chỉ phương.
- b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.
- c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.
- d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận $\overrightarrow{EF}(1; 4)$ là một vector pháp tuyến.

Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x-1)+4(y+1)=0 \Leftrightarrow x+4y+3=0$.

Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$. Đường trung tuyến kẻ từ E có vector chỉ phương là $\overrightarrow{EI}(0; 1)$ nên nhận $n(1; 0)$ là một vector pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2, 0 điểm)

Câu 1. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ có dạng $[a; b]$. Tính $a-b$?

Lời giải

Đáp số: -2

Điều kiện xác định: $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$. Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

$\forall x \in D$ ta có $x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 4-x^2 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} \leq 2$.

Mặt khác: $\sqrt{4-x^2} \geq 0$. Nên $0 \leq \sqrt{4-x^2} \leq 2, \forall x \in D$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = [0; 2]$.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm?

Lời giải

Đáp số: 3

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1. \text{ Vậy có 3 giá trị nguyên của } m.$$

Câu 3. Cho hai điểm $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng qua điểm $S(3;2)$ và song song với đường thẳng PQ có dạng $ax + by - 3 = 0$. Tính $a + b$?

Lời giải

Đáp số: -1

Đường thẳng PQ có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1 \Leftrightarrow x - 2y - 4 = 0$.

Đường thẳng d song song với PQ có phương trình $x - 2y + c = 0$ với $c \neq 4$.

Vì d qua $S(3;2)$ nên $3 - 2 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$.

Vậy phương trình của đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Suy ra $a + b = -1$.

Câu 4. Cho đường thẳng $\Delta: 5x + 3y - 5 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và $\Delta': 5x + 3y + 8 = 0$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải.

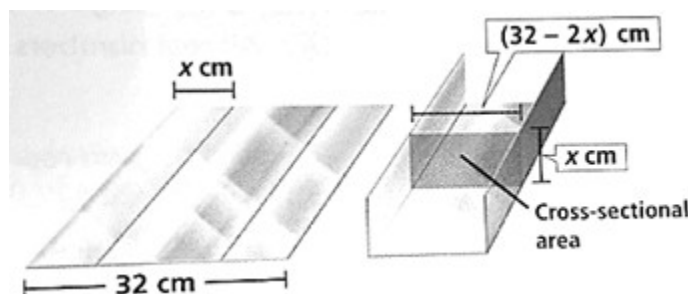
Đáp số: 2,2

$$d(\Delta, \Delta') = d(M, \Delta') = \frac{|5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{34}}$$

Do $M(1; 0) \in \Delta$ nên ta có

PHẦN IV. Tự luận (3 điểm)

Câu 1. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có:

$$S(x) = x(32 - 2x), \text{ với } 0 < x < 16.$$

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

$$S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16).$$

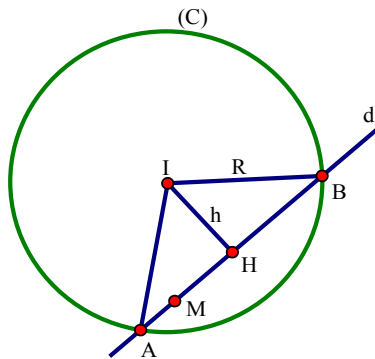
Ta có:

$$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128.$$

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.

Câu 2. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. I là tâm (C) , đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại A, B . Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là: $x + by + c = 0$. Tính $b + c$

Lời giải



(C) có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Đặt $h = d(I, AB)$. Ta có: $S_{IAB} = \frac{1}{2} h \cdot AB = 8 \Rightarrow h \cdot AB = 16$.

$$R^2 = h^2 + \frac{AB^2}{4} = 20$$

Mặt khác:

$$\begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$$

Suy ra:

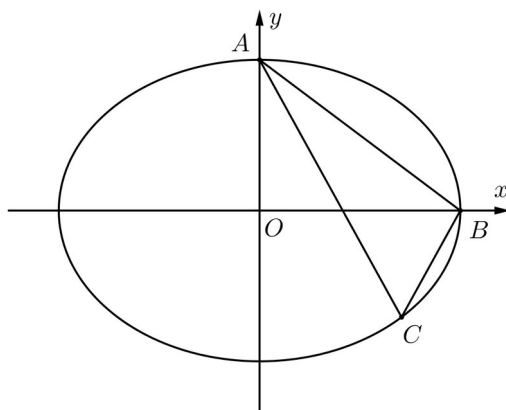
Vì d đi qua $M(1; -3)$ nên $1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$

$$\text{Với } h = 4 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \quad (\text{Vô nghiệm})$$

$$\text{Với } h = 2 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow b + c = 2.$$

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$. Đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm A, B . Tìm tọa độ điểm C trên (E) sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 6.

Lời giải



Do $A, B = d \cap (E)$ nên tọa độ điểm A, B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ 9x^2 + 16y^2 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $A(4; 0), B(0; 3)$ hoặc $A(0; 3), B(4; 0)$.

Khi đó $AB = 5$.

$$\text{Gọi } C(a; b) \in (E) \text{ nên } \frac{a^2}{16} + \frac{b^2}{9} = 1. \quad (1)$$

Mặt khác, ta lại có theo giả thiết

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, d) = \frac{|3a + 4b - 12|}{2} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 24 \\ 3a + 4b = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta tìm được $C\left(2\sqrt{2}; -\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(-2\sqrt{2}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

SỞ GD&ĐT THANH HÓA

TRƯỜNG THPT NÔNG CÔNG I

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II_LỚP 10_KNTT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2 - 4}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

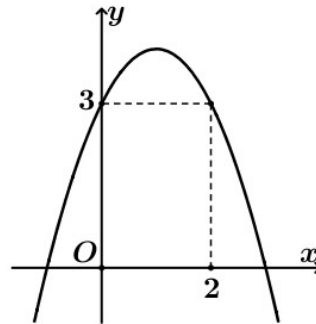
A. $x = 3$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 3. [Mức độ 1] Cho đồ thị hàm số sau:



Điểm thuộc đồ thị hàm số mà có hoành độ bằng 2 là:

A. $(2; 0)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(3; 2)$.

D. $(2; -3)$.

Câu 4. Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 5. [Mức độ 1] Xét dấu tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 8$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right]$.

B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.

C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$.

D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$.

Câu 6. [Mức độ 1] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = x - 2$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Câu 7. [Mức độ 1] Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến có tọa độ là:

A. $(1; 1)$.

B. $(-4; -6)$.

C. $(2; -3)$.

D. $(-3; 2)$.

Câu 8. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(-2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $2x + 5y - 1 = 0$.

B. $5x + 2y + 1 = 0$.

C. $2x - 5y + 11 = 0$.

D. $5x - 2y + 11 = 0$.

Câu 9. [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 3 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t_2 \\ y = 5 + 2t_2 \end{cases}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng:

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 135° .

Câu 10. [Mức độ 1] Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn.

A. $x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$.

D. $2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.

Câu 11. [Mức độ 1] Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Bán kính đường tròn bằng:

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$.

B. $\frac{7}{13}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. 6.

Câu 12. [Mức độ 1] Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, độ dài trục nhỏ bằng 8 là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

C.

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc hai $(P): y = 2x^2 + x - 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $A(0; 3)$ thuộc đồ thị (P) .

b) Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng $(d): y = -(m+1)x - m - 2$ cắt đồ thị $(P): y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_{\Delta_2} = (2; 1)$.

b) Vector pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n} = (2; 1)$ nên Δ_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2)$.

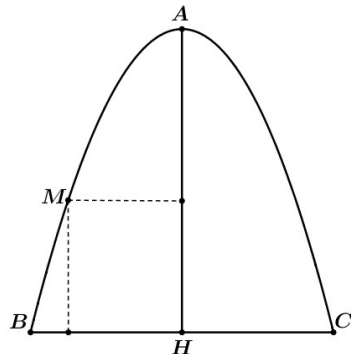
c) Khoảng cách từ điểm $M(2; 1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

d) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $f(x) = x^2 - 2(2m - 3)x + 4m - 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$?

Câu 2: Có một chiếc cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là $8m$. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 21m$ và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK = 1m$. Khi đó chiều cao của cổng bằng bao nhiêu?



Câu 3: Người ta kéo dây điện từ nguồn điện ở vị trí A đến B rồi kéo lên vị trí C là ngọn hải đăng ở Vũng Tàu để chiếu sáng. Biết khoảng cách từ vị trí A đến chân Ngọn Hải Đăng là 5 km, chiều cao Ngọn Hải Đăng là 1 km. Tiền công kéo dây điện bắt từ A đến B là 2 triệu đồng/km và từ B đến C là 3 triệu đồng/km (như hình vẽ bên dưới). Hỏi tổng chiều dài (km) dây điện đã kéo từ A đến C là bao nhiêu biết tổng chi phí tiền công kéo dây điện là 13 triệu đồng?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0, d_2: 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3; 4)$. Gọi $\Delta: ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\vec{MA} = \frac{3}{2}\vec{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

Câu 2: Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Câu 3. Trong một khu vực nội đô Thành Phố Hà Nội, ta chọn hệ trục tọa độ Oxy là hai xa lộ vuông góc với nhau tại tâm O của một ngã tư và mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng là 1km. Trường đại học Bách Khoa Hà Nội ở tọa độ $T(2; 4)$. Một người đang chạy chiếc xe Taxi trên đường Phạm Hùng có dạng là phương trình đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và

-----Hết-----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2 - 4}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

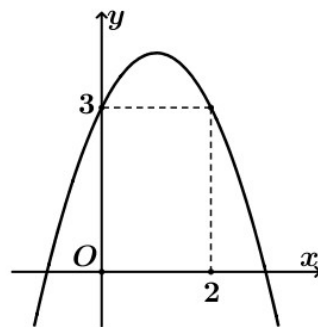
Câu 2. [Mức độ 1] Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$

Câu 3. [Mức độ 1] Cho đồ thị hàm số sau:



Điểm thuộc đồ thị hàm số mà có hoành độ bằng 2 là:

- A. $(2; 0)$. B. $(2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(2; -3)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 2 là điểm $(2; 3)$.

Câu 4. [Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 5. [Mức độ 1] Xét dấu tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 8$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right]$. B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.

C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$ D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$

Lời giải

$$-3x^2 + 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-

Khẳng định $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right]$ đúng.

Câu 6. [Mức độ 1] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = x - 2$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 7. [Mức độ 1] Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến có tọa độ là:

- A. $(1; 1)$. B. $(-4; -6)$. C. $(2; -3)$. D. $(-3; 2)$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 2)$ nên vectơ pháp tuyến có tọa độ $(2; -3)$.

Câu 8. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(-2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

- A. $2x + 5y - 1 = 0$. B. $5x + 2y + 1 = 0$. C. $2x - 5y + 11 = 0$. D. $5x - 2y + 11 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-5; 2)$, khi đó đường thẳng AB nhận vec-tơ $\vec{n} = (2; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng AB có dạng:

$$2(x - 3) + 5(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 6 + 5y + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y - 1 = 0$$

Câu 9. [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 3 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t_2 \\ y = 5 + 2t_2 \end{cases}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng:

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .

Câu 10. [Mức độ 1] Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn.

- A. $x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. C. $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$. D. $2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.

Câu 11. [Mức độ 1] Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Bán kính đường tròn bằng:

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$.

B. $\frac{7}{13}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. 6.

Lời giải

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 - 5 \cdot (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{14}{\sqrt{26}}.$$

Gọi bán kính của đường tròn là R . Khi đó:

Câu 12. [Mức độ 1] Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, độ dài trục nhỏ bằng 8 là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

C.

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc hai $(P): y = 2x^2 + x - 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $A(0; 3)$ thuộc đồ thị (P) .

b) Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng $(d): y = -(m+1)x - m - 2$ cắt đồ thị $(P): y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Lời giải

$x = 0; y = 3$ (P)

Thay vào đồ thị thì không thỏa mãn.

Bảng biến thiên của hàm số bậc hai:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{25}{8}$	$+\infty$

$$I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$$

Vậy tọa độ đỉnh của hàm số bậc hai là

$$(P) \quad d \quad 2x^2 + x - 3 = -(m+1)x - m - 2$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của và :

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 + (m+1)x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0 \quad (*)$$

(*)

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung thì ta

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 12 > 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

có điều kiện

Vậy có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

a) Sai: Điểm $A(0; 3)$ không thuộc đồ thị (P)

b) Đúng: Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.

c) Đúng: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

d) Sai: Có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_{\Delta_2} = (2; 1)$.

b) Vector pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n} = (2; 1)$ nên Δ_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2)$.

c) Khoảng cách từ điểm $M(2; 1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

d) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n} = (2; 1)$ nên Δ_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2)$

Vector chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}' = (1; -1)$

Khoảng cách từ $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng: $d(M; \Delta_1) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

$$\cos(\Delta_1; \Delta_2) = \left| \cos(\vec{u}; \vec{u}') \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Khi đó:

a) Sai: Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_{\Delta_2} = (1; -1)$.

b) Sai: Vector pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n} = (2; 1)$ nên Δ_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2)$.

c) Đúng: Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

d) Đúng: Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$?

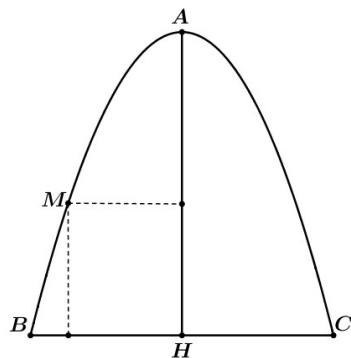
Lời giải

Ta có: $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m-3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (2m-3)^2 - (4m-3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

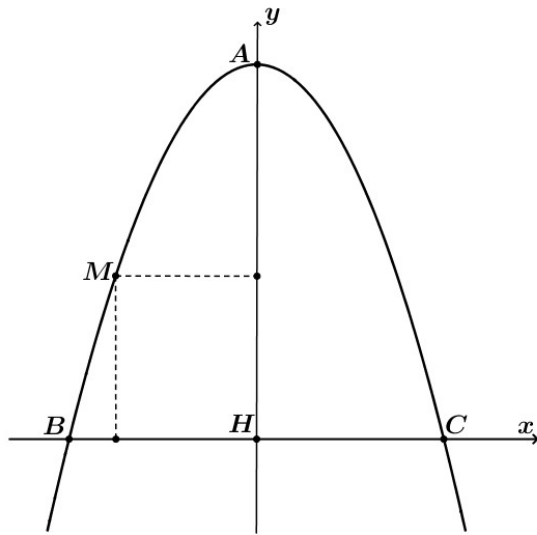
Vậy chỉ có một giá trị nguyên $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: Có một chiếc cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là $8m$. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 21m$ và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK = 1m$. Khi đó chiều cao của cổng bằng bao nhiêu?



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho trục tung đi qua AH , trục hoành đi qua MH như hình vẽ



Hình dạng cái cổng là một Parabol đi qua các điểm như hình vẽ

Khi đó theo giả thiết các điểm $B(-4;0)$, $C(4;0)$, $H(0;0)$ và $M(-3;21)$

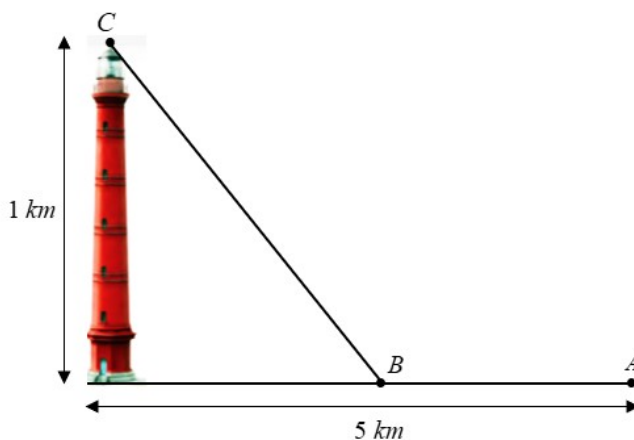
Do Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng nên phương trình có dạng: $y = ax^2 + c (a \neq 0)$

Parabol đi qua $B(-4;0)$, $C(4;0)$ và $M(-3;21)$ nên ta có hệ
$$\begin{cases} 16a + c = 0 \\ 9a + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ c = 48 \end{cases}$$

Vậy phương trình Parabol là : $y = -3x^2 + 48$. Khi đó $A(0;48)$ là đỉnh của Parabol

Suy ra chiều cao cái cổng là : $AH = 48 \text{ m}$

Câu 3: Người ta kéo dây điện từ nguồn điện ở vị trí A đến B rồi kéo lên vị trí C là ngọn hải đăng ở Vũng Tàu để chiếu sáng. Biết khoảng cách từ vị trí A đến chân Ngọn Hải Đăng là 5 km, chiều cao Ngọn Hải Đăng là 1 km. Tiền công kéo dây điện bắt từ A đến B là 2 triệu đồng/km và từ B đến C là 3 triệu đồng/km (như hình vẽ bên dưới). Hỏi tổng chiều dài (km) dây điện đã kéo từ A đến C là bao nhiêu biết tổng chi phí tiền công kéo dây điện là 13 triệu đồng?



Lời giải

Gọi chiều dài đoạn dây điện kéo từ A đến B là $AB = x$ (km).

Khi đó chiều dài dây điện kéo từ B đến C là $BC = \sqrt{1 + (5-x)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 26}$ (km)

Tổng tiền công là $3\sqrt{x^2 - 10x + 26} + 2x = 13$ (triệu đồng)

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} 3\sqrt{x^2 - 10x + 26} + 2x &= 13 \\ \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 10x + 26} &= 13 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 2x \geq 0 \\ 9(x^2 - 10x + 26) = 169 - 52x + 4x^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{13}{2} \\ 5x^2 - 38x + 65 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{13}{2} \\ \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{13}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{5} \end{aligned}$$

Khi đó $AB = x = \frac{13}{5} \Rightarrow BC = \frac{13}{5}$ (km).

Khi đó tổng chiều dài dây điện đã kéo từ A đến C là: $AB + BC = \frac{26}{5} = 5,2$ (km).

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0, d_2: 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3; 4)$. Gọi $\Delta: ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\overrightarrow{MA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$.

Lời giải

Ta có: $A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A \in d_1 \Rightarrow A(t; t-2)$ và $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B \in d_2 \Rightarrow B(t'; -2t' + 4)$.

Suy ra:
$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (t+3; t-6) \\ \overrightarrow{MB} = (t'+3; -2t') \end{cases}$$

Mà:
$$\overrightarrow{MA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t+3 = \frac{3}{2} \cdot (t'+3) \\ t-6 = \frac{3}{2} \cdot (-2t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - \frac{3}{2}t' = \frac{3}{2} \\ t + 3t' = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3; 1) \\ B(1; 2) \end{cases}$$

Mặt khác:
$$\begin{cases} A \in \Delta \\ B \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b + 5 = 0 \\ a + 2b + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy: $T = 2a - 3b = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 4$.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1 : Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

Lời giải

$$\begin{aligned} &\text{Vì } f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \text{ có hệ số } a = 1 > 0 \text{ nên để thỏa yêu cầu bài toán thì phương trình} \\ &x^2 + 4x + m - 5 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } |x_1 - x_2| = 2. \\ &\begin{cases} \Delta' = 4 - (m - 5) > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ 16 - 4(m - 5) - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow m = 8 \end{aligned}$$

Câu 2: Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoan Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$.

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000; 50000]$

$$\text{Ta có: } f(x) = -\left(\frac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 1440000 \leq 1440000, \forall x \in [30000; 50000]$$

$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = f(42000) = 1440000$$

Vậy với giá bán 42000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 3. Trong một khu vực nội đô Thành Phố Hà Nội, ta chọn hệ trục tọa độ Oxy là hai xa lộ vuông góc với nhau tại tâm O của một ngã tư và mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng là 1km. Trường đại học Bách Khoa Hà Nội ở tọa độ $T(2; 4)$. Một người đang chạy chiếc xe Taxi trên đường Phạm Hùng có dạng là phương trình đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trường đại học Bách Khoa để người đó xác định được vị trí tối ưu nhất.

Lời giải

Ta có khoảng cách ngắn nhất từ người đó đến trường ĐH Bách Khoa chính là khoảng cách từ

điểm $T(2;4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2 = 0$: $d(T; \Delta) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4 \text{ (km)}$

-----Hết-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA
TRƯỜNG THPT THƯỜNG XUÂN 2

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 2

NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn thi: Toán 10

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 001

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-6} + x + 1$ là :

- A. $D = \emptyset$. B. $D = (-\infty; 3)$. C. $D = (3; +\infty)$. D. $D = [3; +\infty)$.

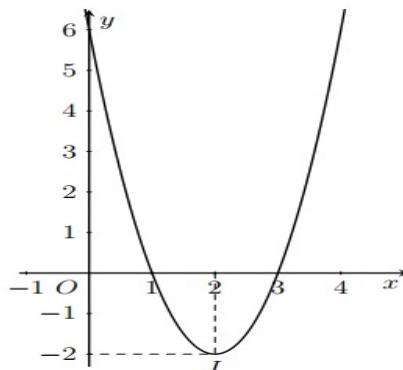
Câu 2. Hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ đi qua điểm nào sau đây:

- A. $(0;1)$. B. $(1;3)$. C. $(2;3)$. D. $(-1;3)$.

Câu 3. Parabol $y = -x^2 + 4x + 2$ có tọa độ đỉnh là:

- A. $I(-2;10)$. B. $I(2;6)$. C. $I(1;2)$. D. $I(-2;6)$.

Câu 4. Hàm số bậc hai có dạng đồ thị như hình dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng:



- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 5: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. D. $[-3; 4]$.

Lời giải

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$ là

A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; -\frac{3}{5}\right\}$.

Câu 8: Cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây **không** là véc tơ chỉ phương của Δ ?

A. $\vec{u} = (4; -2)$. B. $\vec{v} = (-2; -1)$. C. $\vec{m} = (2; 1)$. D. $\vec{q} = (4; 2)$.

Lời giải

Nếu $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u}, \forall k \neq 0$ cũng là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Từ phương trình đường thẳng Δ ta thấy đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương có tọa độ là $(2; 1)$. Do đó véc tơ $\vec{u} = (4; -2)$ không phải là véc tơ chỉ phương của Δ .

phương án.

Câu 9: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng song song với đường thẳng

(d): $2x + 7y - 1 = 0$?

A. $x + 2y - 5 = 0$. B. $7x - 2y + 4 = 0$.
C. $2x - 7y - 1 = 0$. D. $4x + 14y - 12 = 0$.

Ta có: $\frac{2}{4} = \frac{7}{14} \neq \frac{-1}{-12}$ nên đường thẳng $(d): 2x + 7y - 1 = 0$ song song với đường thẳng $4x + 14y - 12 = 0$.

Câu 10: Khoảng cách từ $A(1; -1)$ đến đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$ là

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$d(A, d) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{12}{5}$$

Ta có

Câu 11: Trong mặt phẳng (Oxy) , cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + y^2 = 16$. Xác định tâm và bán kính của đường tròn.

- A. $I(-2; 1)$ và $R = 16$. B. $I(2; 0)$ và $R = 16$.
C. $I(-2; 1)$ và $R = 4$. D. $I(2; 0)$ và $R = 4$.

Lời giải

Từ phương trình đường tròn $(C): (x - 2)^2 + y^2 = 16$ suy ra đường tròn có tâm $I(2; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{16} = 4$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6 là

- A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Giả sử phương trình elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0)$

Độ dài trục lớn bằng 10 $\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$

Độ dài tiêu cự bằng 6 $\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$

Ta có $b^2 = a^2 - c^2 = 16$

Vậy phương trình elip có dạng $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi câu 1, 2 mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + c$ có đồ thị là (P)

a) Tập đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Khi $c = 2$ đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh là $I(2; -4)$.

d) Khi $c > 4$ đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Lời giải

a) Đúng

Trục đối xứng của đồ thị hàm số (P) là $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2$ nên a) Đúng.

b) Sai

Hệ số $a = 1 > 0$. Cho nên

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Sai

Ta có $x = \frac{-b}{2a} = 2; y = -\frac{\Delta}{4a} = f(2) = -2$. Nên tọa độ đỉnh là $I(2; -2)$.

d) Đúng

Hệ số $a = 1 > 0$ cho nên đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 16 - 4c < 0 \Leftrightarrow 4 < c \Leftrightarrow c > 4.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$

a) Đường thẳng Δ có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là 5

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C)

d) Phương trình đường tròn tâm $I = (-4; 7)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là: $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 20$

Lời giải

a) Đúng

Đường thẳng Δ có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Sai

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là 5

$$\text{Vì } \begin{cases} O(0; 0) \\ \Delta: 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(O; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

c) Đúng

Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

Vì $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$ suy ra (C) có tâm $I = (3; -1)$ và $R = 3$

$$\left\{ \begin{array}{l} I(3; -1) \\ \Delta: 2x - y + 5 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}} > R$$

Ta có

d) Đúng

Phương trình đường tròn tâm $I = (-4; 7)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là:

$$(x+4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I(-4; 7) \\ \Delta: 2x - y + 5 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot (-4) - 7 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

Ta có

Suy ra, đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$

Do đó đường tròn có phương trình là: $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 20$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một cửa hàng bán dưa với giá 60.000 đồng một quả. Với mức giá này thì chủ cửa hàng nhận thấy họ chỉ bán được 40 quả mỗi ngày. Cửa hàng nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu giảm giá mỗi quả 1000 đồng thì số dưa bán mỗi ngày tăng thêm 2 quả. Biết giá nhập về của mỗi quả dưa là 30.000 đồng. Lợi nhuận bán dưa mỗi ngày được biểu thị bằng tam thức $f(x) = -2x^2 + 20x + 1200$ với x (nghìn đồng) là số tiền sẽ giảm giá. Tìm x để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất mỗi ngày.

Lời giải

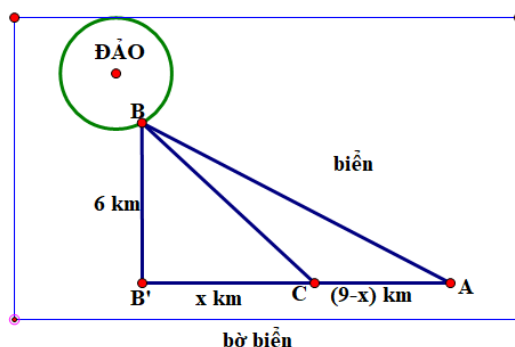
x (nghìn đồng) là số tiền sẽ giảm giá. Ta có $0 < x < 30$

Xét hàm số $f(x) = -2x^2 + 20x + 1200$ trên khoảng $(0; 30)$

Do hàm số có hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = 5$

Vậy cửa hàng cần giảm giá 5000 đồng cho mỗi quả để đạt được lợi nhuận cao nhất.

Câu 2: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km, giá để xây đường ống dưới nước là 130000 USD mỗi km; B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9 km. Biết rằng chi phí làm đường ống này là 1170000 USD. Hỏi vị trí C cách vị trí A bao nhiêu km?



Lời giải

Gọi $x = B'C (0 \leq x \leq 9)$, khi đó: $BC = \sqrt{x^2 + 36}$.

Số tiền xây đường ống trên bờ: $(9-x) \times 50000$; số tiền xây đường ống dưới biển: $130000 \times \sqrt{x^2 + 36}$.

Tổng chi phí bỏ ra để làm đường ống là: $(9-x) \times 50000 + 130000 \times \sqrt{x^2 + 36}$.

Theo giả thiết: $(9-x) \cdot 50000 + 130000 \sqrt{x^2 + 36} = 1170000$

$$\Leftrightarrow 5(9-x) + 13\sqrt{x^2 + 36} = 117 \Leftrightarrow 13\sqrt{x^2 + 36} = 5x + 72$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 72 \geq 0 \\ 169(x^2 + 36) = 25x^2 + 720x + 5184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{72}{5} \\ 144x^2 - 720x + 900 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}.$$

Ta có $B'C = 2,5 \text{ km} \Rightarrow AC = 9 - 2,5 = 6,5 \text{ km}$. Vậy, vị trí C cách vị trí A một khoảng bằng $6,5 \text{ km}$.

Câu 3: Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: (2m-1)x + 2y - 5 = 0$ và $d_2: x + my + 1 = 0$ vuông góc với nhau.

Lời giải

Đường thẳng $d_1: (2m-1)x + 2y - 5 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2m-1; 2)$

Đường thẳng $d_2: x + my + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; m)$

Để $d_1 \perp d_2$ thì $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow (2m-1) \cdot 1 + 2 \cdot m = 0 \Leftrightarrow m = 0,25$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;0)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục hoành sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm) sao cho BC đi qua A ?

Lời giải

Từ phương trình đường tròn suy ra (C) có tâm $I(-1;3)$ và $R = 2\sqrt{2}$

Để từ M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) thì $MI > R$.

Ta có: $MB^2 = MC^2 = MI^2 - R^2 = m^2 + 2m + 2$

Khi đó, B và C thuộc đường tròn (C') có tâm M , bán kính MB , đường tròn (C') có phương trình $(C'): (x-m)^2 + y^2 = m^2 + 2m + 2$

Tọa độ B và C thỏa mãn

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0 \\ (x-m)^2 + y^2 = m^2 + 2m + 2 \end{cases} \Rightarrow (BC): (2m+2)x - 6y + m^2 + 2m + 4 = 0$$

$$m^2 + 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4 \end{cases}$$

Do BC đi qua A nên

Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.

- Câu 1:** Một vật được ném thẳng đứng lên trên với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Bỏ qua sức cản của không khí, gia tốc trọng trường $g \approx 10m/s^2$. Biết rằng tại thời điểm $t = 1s$ vật đạt độ cao $20m$. Tính độ cao lớn nhất vật có thể đạt được.
- Câu 2:** Tìm các giá trị của m để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- Câu 3:** Một quả bóng được đá lên từ độ cao $1,5$ mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao $5m$; sau 4 giây nó đạt độ cao $4,5m$. Hỏi sau $5,5$ giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	Gọi y_0 là độ cao ban đầu của vật. Vật được ném theo phương thẳng đứng lên trên từ độ cao y_0 . Bỏ qua sức cản của không khí. Khi đó độ cao (so với mặt đất) của vật tại thời điểm t được cho bởi phương trình: $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ trong đó $v_0 = 20 m/s$ là vận tốc ban đầu của vật, t là thời gian chuyển động tính bằng giây, g là gia tốc trọng trường ($g \approx 10 m/s^2$) và độ cao $y(t)$ tính bằng mét. Khi đó ta có $y(t) = y_0 + 20t - \frac{1}{2} \cdot 10t^2 = y_0 + 20t - 5t^2$	0.25
	Biết rằng tại thời điểm $t = 1s$ vật đạt độ cao $20m$. Từ đó ta có: $y(1) = y_0 + 20 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 = y_0 + 15 = 20 \Leftrightarrow y_0 = 5$. Ta được phương trình chuyển động của vật là: $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$	0.25

	<p>Bài toán tìm độ cao lớn nhất vật có thể đạt được quy về bài toán:</p> <p>Cho hàm số bậc hai $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$ tìm t để y đạt giá trị lớn nhất.</p> <p>Xét hàm số bậc hai $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$ biến t. Tọa độ của đỉnh $(2, 25)$.</p> <p>Hệ số $a = -5 < 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 25$ khi $t = 2$.</p>	0.25
	Độ cao lớn nhất vật có thể đạt được là 25m.	0.25
Câu 2	$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4(2m+7) < 0 \end{cases}$ <p>Ta có :</p> $\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9.$	0.5 0.5
Câu 3	<p>Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:</p> $\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$	0.5
	Suy ra: $h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$.	0.25
	Vậy sau $5,5$ giây thì quả bóng đạt độ cao $1,5$ mét so với mặt đất.	0.25

SỞ GD&ĐT THANH HÓA

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 2

TRƯỜNG THCS&THPT

NĂM HỌC 2024 - 2025

THÔNG NHẤT

Môn: TOÁN - Lớp 10

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Lớp 10A.....

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2 - 4}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2x^2$. B. $y = 3x + 2022$. C. $y = -5x$. D. $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1; 1)$

B. $N(1; 2)$

C. $P(0; 2)$

D. $Q(3; 0)$

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y = ax^2 + x + a$ đi qua điểm $A(1; 2)$. Giá trị của a là:

A. $a = \frac{2}{3}$

B. $a = -\frac{2}{3}$

C. $a = -\frac{1}{2}$

D. $a = \frac{1}{2}$

Câu 5. Xét dấu tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 8$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right]$

B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup [2; +\infty)$

C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$

D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$

Câu 6. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2)$ và nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $x - 2y + 1 = 0$

B. $x - 2y - 7 = 0$

C. $3x - 2y + 4 = 0$

D. $2x + y - 8 = 0$

Câu 7. Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-2; 1)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 4)$, $B(0; -2)$, $C(5; 3)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng BC có phương trình là:

A. $x - y + 5 = 0$

B. $x + y - 5 = 0$

C. $x - y + 2 = 0$

D. $x + y = 0$

Câu 9. Đường tròn nào sau đây có tâm là $I(-3; 5)$ và có bán kính là $R = 4$?

A. $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 9 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 9 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 6x - 10y - 18 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$

Câu 10. Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Bán kính đường tròn bằng:

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$

B. $\frac{7}{13}$

C. $\sqrt{26}$

D. 6

Câu 11. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

C. $9x^2 + 16y^2 = 1$

D. $9x^2 + 16y^2 = 144$

Câu 12. Một hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (H) . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A.** $b^2 = c^2 - a^2$. **B.** $c = a + b$. **C.** $b^2 = a^2 + c^2$. **D.** $c^2 = a^2 + b^2$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số bậc hai $(P): y = 2x^2 + x - 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Điểm $A(0;3)$ thuộc đồ thị (P) .
- b) Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- d) Có 5 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng $(d): y = -(m+1)x - m - 2$ cắt đồ thị $(P): y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Thay $x = 0; y = 3$ vào đồ thị (P) thì không thỏa mãn.

a) Sai: Điểm $A(0;3)$ không thuộc đồ thị (P)

b) Đúng: Bảng biến thiên của hàm số bậc hai:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{25}{8}$	$+\infty$

$$I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$$

Vậy tọa độ đỉnh của hàm số bậc hai là

c) Đúng: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Sai: Có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

$$(P) \quad d \quad 2x^2 + x - 3 = -(m+1)x - m - 2$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của và :

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 + (m+1)x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0 \quad (*)$$

(*)

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung thì ta

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 12 > 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

có điều kiện

Vậy có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1; -1), E(2; 1), F(3; 5)$. Khi đó:

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vec tơ chỉ phương

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai. Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận

$\overrightarrow{EF}(1; 4)$ là một vector pháp tuyến.

b) Sai. Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x-1) + 4(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3 = 0$.

c) Đúng. Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.

d) Đúng Đường trung tuyến kẻ từ E có vector chỉ phương là $\overrightarrow{EI} = (0; 1)$ nên nhận $\vec{n} = (1; 0)$ là một vector pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình sau: $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$;

Lời giải:

Đáp án: $\frac{1}{2}$

Bình phương hai vế phương trình, ta có:

$$3x^2 - 9x - 5 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = \frac{7}{2}.$$

Thay $x = -3$ vào phương trình, ta được: $\sqrt{49} = |-7|$ (thỏa mãn).

Thay $x = \frac{7}{2}$ vào phương trình, ta được: $\frac{1}{2} = \left| -\frac{1}{2} \right|$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \left\{ -3; \frac{7}{2} \right\}$.

Suy ra tổng các nghiệm là $T = \frac{1}{2}$

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(1;1)$, $B(-2;5)$. Đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x - 4 = 0$, trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng $d': 2x - 3y + 6 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải

Đáp án: 7.5

Đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x - 4 = 0 \Rightarrow C(4; b)$.

$$G \in d': 2x - 3y + 6 = 0 \Rightarrow G\left(a; \frac{2a + 6}{3}\right).$$

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} 1 - 2 + 4 = 3a \\ 1 + 5 + b = 2a + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow C(4; 2), G\left(1; \frac{8}{3}\right).$

Ta có phương trình đường thẳng $AB: 4x + 3y - 7 = 0$ và $AB = 5$; $d(C, AB) = 3$.

Vậy diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = \frac{15}{2} = 7,5$.

Câu 17. Biết đường tròn (C) có tâm $I(m; n)$ với $(m > 5)$ có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$. Tính $m + n$.

Lời giải:

Đáp án: $m + n = 10$

Gọi tâm đường tròn là $I(6a + 10; a) \in d$.

Đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R , ta có:

$$d(I, d_1) = d(I, d_2) \Leftrightarrow \frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = \frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5}$$

$$\Leftrightarrow |22a+35| = |21a+35| \Leftrightarrow \begin{cases} 22a+35 = 21a+35 \\ 22a+35 = -21a-35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-\frac{70}{43} \end{cases}$$

- Với $a=0$ thì $K(10;0)$ và $R=7$ suy ra $(C):(x-10)^2+y^2=49$.

Suy ra $m+n=10$

- Với $a=-\frac{70}{43}$ thì $K\left(\frac{10}{43}; -\frac{70}{43}\right)$ và $R=\frac{7}{43}$ suy ra

$$(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2. \text{ Không thỏa mãn YCBT}$$

Câu 18 Một quả bóng được đá lên từ độ cao $1,5$ mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao $5m$; sau 4 giây nó đạt độ cao $4,5m$. Hỏi sau $5,5$ giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Lời giải

Đáp án: 1,5 m

Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}. \text{ Khi } t = 5,5 \text{ suy ra } h = 1,5$$

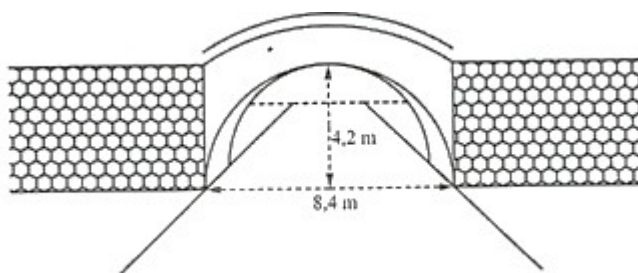
Vậy sau $5,5$ giây thì quả bóng đạt độ cao $1,5$ mét so với mặt đất.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

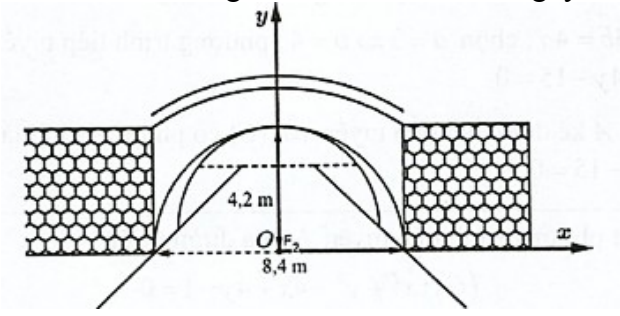
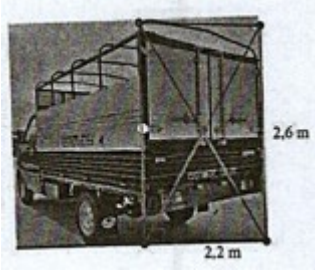
Câu 20. Một cửa hàng bán bánh với giá bán mỗi cái là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 cái. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi cái 1000 đồng thì số bánh bán tăng thêm được là 10 cái. Biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi cái là 30000 đồng. Giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất bằng bao nhiêu?

Câu 21. Một cái cổng hình bán nguyệt rộng $8,4m$, cao $4,2m$ như hình vẽ. Mặt đường dưới cổng được chia làm hai làn cho xe ra vào. Một chiếc xe tải rộng $2,2m$, cao $2,6m$ đi đúng làn đường quy định có thể đi qua cổng mà không làm hư hỏng cổng hay không? Vì sao?



-----Hết-----

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 19	Lời giải Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$	0.5
	Do m nguyên âm nên $m \in \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên âm của m thỏa yêu cầu bài toán.	0.25
Câu 20	Gọi x (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$) là giá bán thực tế của mỗi cái bánh. Tương ứng với giá bán x thì số bánh bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$ Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có: $f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000.$	0.5

	<p>Giá trị lớn nhất của hàm $f(x)$ là 1440000 có được khi $x = 42000$ đồng. Vậy với giá bán 42000 đồng một cái bánh thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.</p>	0.5
Câu 21	<p>Lời giải</p> <p>Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ với gốc O là tâm của bán nguyệt.</p> 	0.25
	<p>Khi đó cái cổng được cho bởi nửa đường tròn tâm O, bán kính $R = 4,2\text{ m}$;</p> $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4,2^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ <p>phương trình nửa đường tròn là:</p>	0.25
	<p>Xe tải phải đi ở làn đường bên phải (ứng với một phần tư đường tròn bên phải). Xe tải muốn đi qua không vướng gì thì đường chéo mặt cắt ngang của xe tải (giả sử là hình chữ nhật) nhỏ hơn bán kính cổng bán nguyệt.</p> 	0.25
	<p>Đường chéo cần tìm là: $\sqrt{2,2^2 + 2,6^2} \approx 3,4\text{ m} < R$.</p> <p>Vậy chiếc xe tải như trên có thể qua cổng mà không gây hư hỏng gì.</p>	0.25

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NHƯ XUÂN

KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ CUỐI KÌ 2
NĂM HỌC 2024 – 2025
MÔN: TOÁN – LỚP 10

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x-2}$.

A. $D = (2; +\infty)$.

B. $D = [2; +\infty)$.

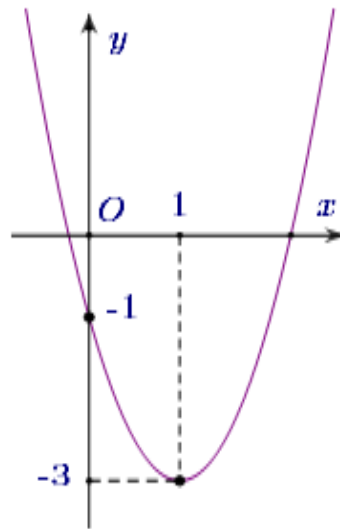
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $D = (-\infty; 2]$.

Câu 2. Parabol $y = x^2 + 4x - 5$ có trục đối xứng là đường thẳng

- A. $x = -4$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $y \geq -3, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y > -1, \forall x \in (0; +\infty)$. C. $y < 0, \forall x \in (0; 1)$. D. $y > -3, \forall x \neq 1$.

Câu 4. Vector pháp tuyến của đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$ là

- A. $\vec{n} = (2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 2)$. C. $\vec{n} = (2; -4)$. D. $\vec{n} = (2; -1)$.

Câu 5. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: 3x - 6y - 9 = 0$ và $d': x - 2y + 3 = 0$.

- A. Cắt nhau và vuông góc. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. D. Song song với nhau.

Câu 6. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn?

- A. $(x+1)^2 - (y-2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (2-y)^2 = 4$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 = 4$.

Câu 7. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?

- A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$. B. $\frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{y^2}{\sqrt{2}} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 0$. D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1$.

Câu 8. Trên giá sách có 6 sách Toán khác nhau, 5 sách Vật Lí khác nhau và có 4 sách Ngữ Văn khác nhau. Một học sinh muốn chọn đúng một cuốn sách trên giá đó, hỏi có bao nhiêu cách?

- A. 120. B. 15. C. 30. D. 360.

Câu 9. Cho k, n là các số tự nhiên ($0 \leq k \leq n$). Công thức nào sau đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)k!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!n!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Câu 10. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của nhị thức Newton $(2x+1)^4$.

- A. $16x^2$. B. $24x^2$. C. $12x^2$. D. $8x^2$.

Câu 11. Một hộp chứa 10 quả cầu gồm: 5 quả cầu đỏ, 3 quả cầu vàng, 2 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu trong hộp. Gọi P là biến cố: “Lấy được ít nhất một quả cầu màu đỏ”. Biến cố đối của biến cố P là

- A. “Lấy được ít nhất một quả cầu màu vàng hoặc màu xanh”.
B. “Lấy được ít nhất một quả cầu màu vàng và màu xanh”.
C. “Chỉ lấy được quả cầu màu vàng hoặc màu xanh”.
D. “Lấy được quả cầu trong đó có màu vàng hoặc màu xanh”.

Câu 12. Từ 10 tấm thẻ có đánh số thứ tự từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên một thẻ. Xác suất để lấy được thẻ có đánh số chia hết cho 3 là

A. $0,2$.B. $0,4$.C. $0,3$.D. $0,5$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (2,0 điểm). Trong mỗi câu 1, 2 mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$.

a) Đồ thị của hàm số là một parabol có đỉnh $I(2; -1)$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

c) Bất phương trình $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ có tập nghiệm là $S = [-3; 1]$.

d) Phương trình $\sqrt{f(x)} = 2x - 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$.

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(3; -4)$.

b) Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $4x + 3y - 10 = 0$.

c) Điểm $N(4; -2)$ thuộc đường thẳng Δ và $ON = 3\sqrt{2}$.

d) Phương trình đường tròn tâm $I(10; -5)$ và tiếp xúc với Δ là $(x-10)^2 + (y+5)^2 = 121$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,0 điểm).

Câu 1. Tìm tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\sqrt{1 + \sqrt{2x^2 - 4x + 4}} = \sqrt{2x - 1}$.

Câu 2. Một nhóm học sinh có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của nhóm đó sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

Câu 3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2y^3 trong khai triển $(2x - y)^5$.

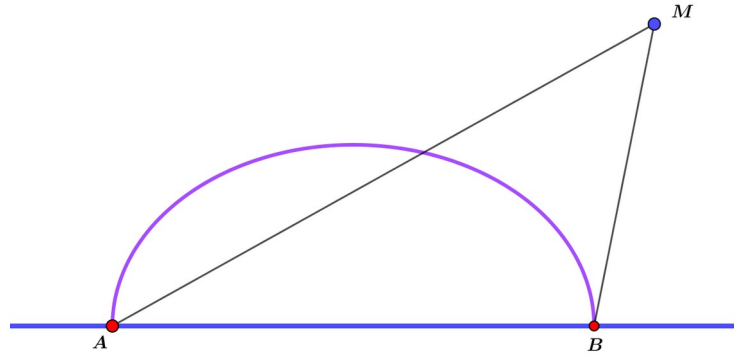
Câu 4. Cho đa giác đều (H) có 20 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh thuộc tập hợp các đỉnh của (H) ?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận (3,0 điểm).

Câu 1 (0,5 điểm). Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết nó đi qua điểm $M(0; 5)$ và có đỉnh $I(1; 2)$.

Câu 2 (0,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(5; -3)$. Viết phương trình đường tròn đường kính AB .

Câu 3 (1,0 điểm). Trên bờ biển có hai trạm thu phát tín hiệu A và B cách nhau 6 km , người ta xây một cảng biển cho tàu hàng neo đậu là một nửa hình elip có hai tiêu điểm thuộc đoạn thẳng bờ biển AB và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}\text{ km}$. Một con tàu ban đầu đang ở vị M và nhận tín hiệu đi vào cảng biển với yêu cầu điều khiển sao cho hiệu khoảng cách từ vị trí con tàu đến A và B luôn là $2\sqrt{6}\text{ km}$ (tham khảo hình dưới đây). Khi con tàu đến vị trí I tại cảng và neo đậu tại đó. Tính khoảng từ vị trí con tàu neo đậu đến bờ biển.



Câu 4 (1,0 điểm) Một cuộc họp có sự tham gia của 21 nhà khoa học, chia thành ba lĩnh vực. Trong đó lĩnh vực thứ nhất là Toán học gồm có 4 nam và 2 nữ; lĩnh vực thứ hai là Vật lí gồm có 3 nam và 4 nữ; lĩnh vực thứ ba là Hóa học gồm có 4 nam và 4 nữ. Người ta muốn lập một ban thư kí gồm 4 nhà khoa học. Tính xác suất để ban thư kí được chọn có đủ cả ba lĩnh vực và có cả nam lẫn nữ.

-----HẾT-----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	D	B	A	D	A	B	B	D	B	C	C

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (2,0 điểm). Trong mỗi câu 1, 2 mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- a) Đồ thị của hàm số là một parabol có đỉnh $I(2; -1)$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- c) Bất phương trình $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ có tập nghiệm là $S = [-3; 1]$.
- d) Phương trình $\sqrt{f(x)} = 2x - 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$.

- a) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(3; -4)$.
- b) Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $4x + 3y - 10 = 0$.
- c) Điểm $N(4; -2)$ thuộc đường thẳng Δ và $ON = 3\sqrt{2}$.
- d) Phương trình đường tròn tâm $I(10; -5)$ và tiếp xúc với Δ là $(x-10)^2 + (y+5)^2 = 121$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,0 điểm).

Câu 1. Tìm tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\sqrt{1 + \sqrt{2x^2 - 4x + 4}} = \sqrt{2x - 1}$.

Kết quả: 2

Lời giải:

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $1 + \sqrt{2x^2 - 4x + 4} = 2x - 1 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 4x + 4} = 2x - 2$.

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Tiếp tục bình phương hai vế và rút gọn ta được

Thay vào phương trình đã cho để kiểm tra, ta thấy chỉ có $x = 2$ thỏa mãn.

Suy ra tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Vậy tích tất cả nghiệm của phương trình bằng 2.

Câu 2. Một nhóm học sinh có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của nhóm đó sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

Kết quả: 1725

Lời giải:

Số cách chọn 3 học sinh bất kỳ là C_{25}^3 .

Số cách chọn 3 học sinh toàn nam là C_{10}^3 .

Số cách chọn 3 học sinh toàn nữ là C_{15}^3 .

Vậy số cách chọn 3 học sinh có nam và nữ là $C_{25}^3 - C_{10}^3 - C_{15}^3 = 1725$.

Câu 3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2y^3 trong khai triển $(2x-y)^5$.

Kết quả: -40

Lời giải:

Số hạng chứa x^2y^3 trong khai triển $(2x-y)^5$ là $C_5^3(2x)^2(-y)^3 = 10.4.(-1)x^2y^3 = -40x^2y^3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^2y^3 trong khai triển $(2x-y)^5$ là -40.

Câu 4. Cho đa giác đều (H) có 20 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh thuộc tập hợp các đỉnh của (H) ?

Kết quả: 180

Lời giải

Đa giác đều (H) có 20 đỉnh nên có 10 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) .

Một tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) thì phải có cạnh huyền là đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) .

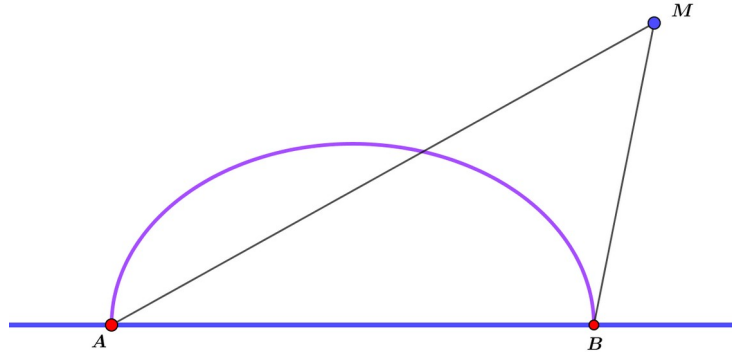
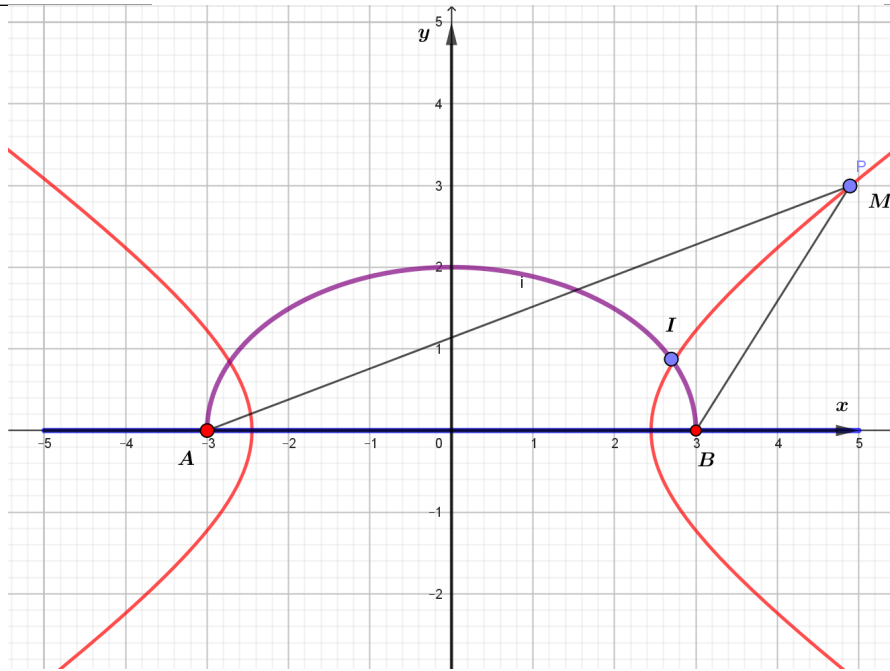
Với một đường chéo như vậy của đa giác đều (H) sẽ tạo ra 18 tam giác vuông.

Vậy số tam giác vuông có ba đỉnh thuộc tập hợp các đỉnh của (H) là $10.18 = 180$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận (3,0 điểm).

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết nó đi qua điểm $M(0;5)$ và có đỉnh $I(1;2)$.	
	Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} c = 5 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ 2a + b = 0 \\ a + b = -3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 5 \end{cases}$ Vậy parabol là $y = 3x^2 - 6x + 5$.	0,25
Câu 2	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(5;-3)$. Viết phương trình đường tròn đường kính AB .	
	Đường tròn có tâm $I(4;-2)$ là trung điểm đoạn AB ; có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$.	0,25
	Vậy phương trình đường tròn là $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$.	0,25
Câu 3	Trên bờ biển có hai trạm thu phát tín hiệu A và B cách nhau 6km , người ta xây một cảng biển cho tàu hàng neo đậu là một nửa hình elip có hai tiêu điểm thuộc	

đoạn thẳng bờ biển AB và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$ km. Một con tàu ban đầu đang ở vị trí M và nhận tín hiệu đi vào cảng biển với yêu cầu điều khiển sao cho hiệu khoảng cách từ vị trí con tàu đến A và B luôn là $2\sqrt{6}$ km. Khi con tàu đến vị trí I tại cảng và neo đậu tại đó. Tính khoảng từ vị trí con tàu neo đậu đến bờ biển.



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình trên, trong đó 1km ứng với 1 đơn vị.

$$\begin{cases} |MA - MB| = 2\sqrt{6} \\ A(-3;0), B(3;0) \end{cases} \text{ nên } M \text{ thuộc hypebol } (H): \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$$

Cảng biển xây theo hình elip có trục lớn là $AB = 6$ và tiêu cự là $2\sqrt{5}$

$$\Rightarrow (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Khi con tàu neo đậu là tại vị trí I .

$$\begin{cases} \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{126}{17} \\ y^2 = \frac{12}{17} \end{cases}$$

Lúc này tọa độ của $I(x; y)$ thỏa mãn hệ

Vậy khoảng cách từ vị trí con tàu neo đậu đến bờ biển là

$$\sqrt{y^2} = \sqrt{\frac{12}{17}} = \frac{\sqrt{204}}{17} \text{ (km)}.$$

Câu 4

Một cuộc họp có sự tham gia của 21 nhà khoa học, chia thành ba lĩnh vực. Trong đó lĩnh vực thứ nhất là Toán học gồm có 4 nam và 2 nữ; lĩnh vực thứ hai là Vật lý gồm có 3 nam và 4 nữ; lĩnh vực thứ ba là Hóa học gồm có 4 nam và 4 nữ. Người ta

muốn lập một ban thư kí gồm 4 nhà khoa học. Tính xác suất để ban thư kí được chọn có đủ cả ba lĩnh vực và có cả nam lẫn nữ.	
Ta có $n(\Omega) = C_{21}^4 = 5985$	0,25
<p>Gọi A là biến cố chọn ra được 4 nhà khoa học có đầy đủ cả ba lĩnh vực.</p> <p>Khi đó:</p> <p>Số cách chọn 2 nhà Toán học, 1 nhà Vật lí, 1 nhà Hóa học là: $C_6^2 \cdot C_7^1 \cdot C_8^1 = 840$</p> <p>Số cách chọn 1 nhà Toán học, 2 nhà Vật lí, 1 nhà Hóa học là: $C_6^1 \cdot C_7^2 \cdot C_8^1 = 1008$</p> <p>Số cách chọn 1 nhà Toán học, 1 nhà Vật lí, 2 nhà Hóa học là: $C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_8^2 = 1176$</p> <p>$\Rightarrow n(A) = 840 + 1008 + 1176 = 3024$</p>	0,25
<p>Gọi B là biến cố chọn ra 4 nhà khoa học đủ cả ba lĩnh vực mà trong đó chỉ có nam hoặc chỉ có nữ.</p> <p>Khi đó:</p> <p>- Số cách chọn chỉ có nam: $C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^2 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_4^2 = 192$</p> <p>- Số cách chọn chỉ có nữ: $C_2^2 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 + C_2^1 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1 + C_2^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2 = 112$</p> <p>$\Rightarrow n(B) = 192 + 112 = 304$</p>	0,25
<p>Suy ra số cách chọn ra được 4 nhà khoa học có đầy đủ cả ba lĩnh vực, trong đó có cả nam lẫn nữ là: $3024 - 304 = 2720$ hay $n(A) = 2720$</p> <p>Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2720}{5985} = \frac{544}{1197}$</p>	0,25
HẾT	

SỞ GD & ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT LÊ LỢI

ĐỀ THI KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG GIỮA HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn: Toán – Lớp: 10

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề chính thức

Gồm có 04 trang

Mã đề thi 101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} & \text{khi } x > 4 \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$$

Câu 1. Cho hàm số

Tính $f(5) + f(-5)$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{15}{2}$.

C. $\frac{17}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. Tọa độ giao điểm của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ với trục Oy là

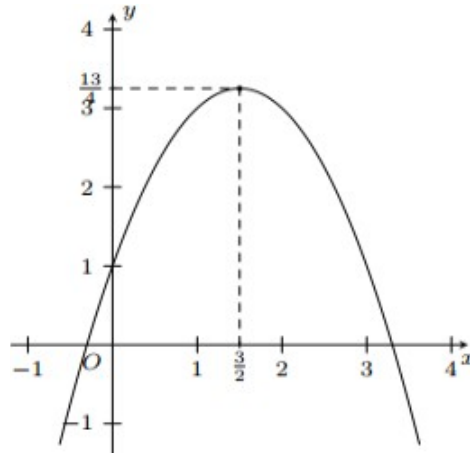
A. $(0; 6)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(-1; 8)$.

D. $(-1; 6)$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



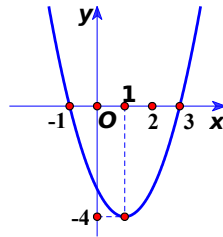
Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A. $y = x^2 + 3x - 1$ B. $y = x^2 - 3x - 1$ C. $y = -x^2 - 3x - 1$ D. $y = -x^2 + 3x + 1$

Câu 5. Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 6. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Nhận xét nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0$ khi $x \in (-1; 3)$ B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 3]$
C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-1; 3)$ D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in [-1; 3]$

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 8. Cho đường thẳng (d): $2x - 3y - 4 = 0$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng (d)?

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$ B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$ C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$ D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 0)$ và song song với đường thẳng $d_1: 3x + 2y = 0$?

- A. $d: 3x + 2y - 6 = 0$ B. $d: 3x + 2y + 6 = 0$

C. $d : 2x - 3y + 4 = 0$

D. $d : 2x - 3y - 4 = 0$

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : 3x + 4y + 1 = 0$ và

$$\Delta_2 : \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \text{ bằng}$$

A. $-\frac{56}{65}$

B. $-\frac{33}{65}$

C. $\frac{56}{65}$

D. $\frac{33}{65}$

Câu 11. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và đi qua điểm $M(2; 1)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$

Câu 12. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy , tìm tiêu cự của elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

A. 3

B. 6

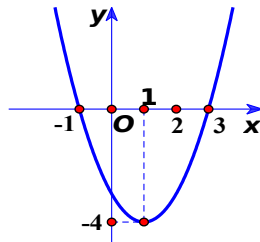
C. 4

D. 5

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có tập xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là parabol

(P) như hình vẽ bên dưới.



a) Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số đồng biến.

b) Parabol (P) có đỉnh là $(-4; 1)$.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có trục đối xứng $x = 1$.

d) Tập giá trị của hàm số là $(-4; +\infty)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta : x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn

$$(C) : x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

a) Đường thẳng $\Delta : x - 2y + 3 = 0$ đi qua $A(1; 2)$.

b) Đường tròn (C) có tọa độ tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$.

b) Đường tròn (C) không cắt đường thẳng Δ .

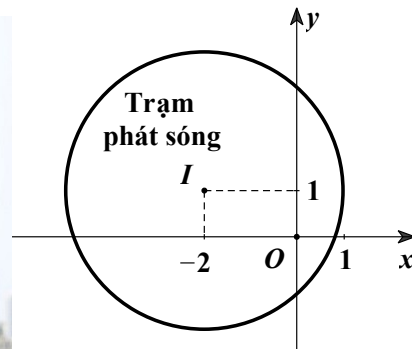
c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0; 4)$ là $x - 2y + 8 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

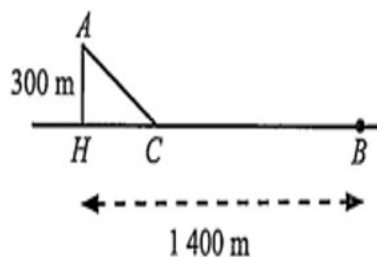
Câu 1. Đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ là một parabol có đỉnh $I(2;5)$. Khi đó $b+c$ bằng bao nhiêu.

Câu 2. Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B, C nằm trên (E) sao cho B, C đối xứng nhau qua trục Ox và $\triangle ABC$ đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3km .



Câu 4. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc 6km/h để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc 3km/h . Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300\text{m}$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400\text{m}$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22). Tính khoảng cách CB (theo đơn vị là mét).



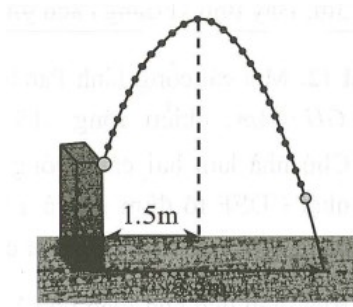
Hình 22

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để hàm số: $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$ có nghĩa với mọi x .

Câu 2: Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất $1,75\text{m}$ nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong Parabol và chạm đất

tại một vị trí cách chân tháp $3,5\text{m}$ (tham khảo hình vẽ bên). Người ta ghi nhận được tại một vị trí trên mặt đất cách tháp $1,5\text{m}$ thì giọt nước ở vị trí cao nhất. Hỏi vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất bao nhiêu mét?



Câu 3: Tại một trạm rada của bộ đội phòng không, rada cảnh giới đã phát hiện được một máy bay xâm nhập trái phép vào không phận. Tại thời điểm đó có hai quả tên lửa phòng không sẵn sàng xuất kích bắn hạ mục tiêu, hai quả tên lửa cách nhau 3km (quả thứ 2 cách quả 1 3km) mỗi quả đặt trên bệ phóng cách mặt đất 1m . Sau khi tính toán chỉ ra các thông số khi máy bay cách vị trí quả tên lửa thứ 2 là $7\sqrt{2}\text{km}$ và bay ở độ cao 8km so với mặt đất thì hai quả tên lửa sau khi rời bệ phóng sẽ tiêu diệt mục tiêu với **góc bắn (tham khảo hình vẽ minh họa)** đã xác định. Cùng thời điểm này rada phát hiện một tên lửa đánh chặn (do máy bay địch phóng) bay ở độ cao 7km và cách tên lửa thứ hai là $6\sqrt{2}\text{km}$ và cách máy bay $\sqrt{2}\text{km}$. Trong hai quả tên lửa được bắn ra tên lửa nào hạ được mục tiêu? (*Giả sử rằng quỹ đạo bay tên lửa bay theo đường thẳng*)

----- **Hết** -----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Họ tên, chữ kí của giám thị

(*Giám thị không giải thích gì thêm. Thí sinh không được sử dụng tài liệu*)

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.D	5.A	6.B
7.A	8.A	9.B	10.D	11.A	12.B

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} & \text{khi } x > 4 \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$$

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hàm số . Tính $f(5) + f(-5)$.

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{17}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 2. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. Tọa độ giao điểm của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ với trục Oy là

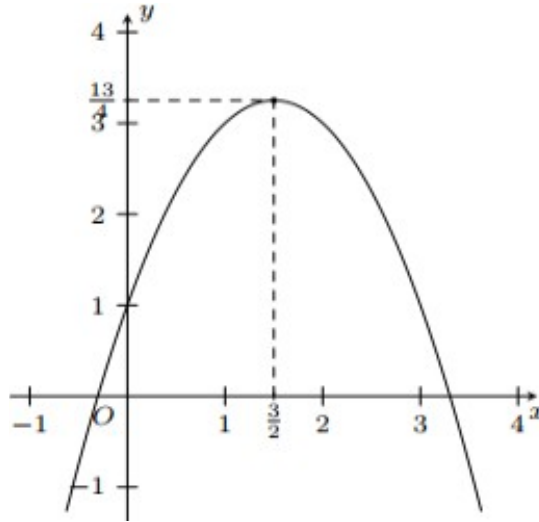
A. $(0; 6)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(-1; 8)$.

D. $(-1; 6)$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

A. $y = x^2 + 3x - 1$.

B. $y = x^2 - 3x - 1$.

C. $y = -x^2 - 3x - 1$.

D. $y = -x^2 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

Câu 5. Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

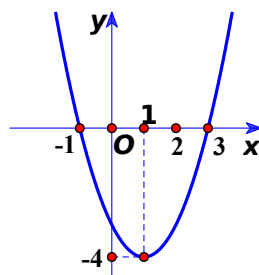
A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 6. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Nhận xét nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0$ khi $x \in (-1; 3)$.

B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 3]$.

C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-1; 3)$.

D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in [-1; 3]$

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 3]$.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x \Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = 9 + 6x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$

Câu 8. [Mức độ 1] Cho đường thẳng (d): $2x - 3y - 4 = 0$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng (d)?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$

B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$

C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$

D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 0)$ và song song với đường thẳng $d_1: 3x + 2y = 0$?

A. $d: 3x + 2y - 6 = 0$

B. $d: 3x + 2y + 6 = 0$

C. $d: 2x - 3y + 4 = 0$

D. $d: 2x - 3y - 4 = 0$

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{d_1} = (3; 2)$

Vì đường thẳng d song song với đường thẳng d_1 nên chọn vector pháp tuyến $\vec{n}_d = \vec{n}_{d_1} = (3; 2)$

Phương trình đường thẳng d là $3(x + 2) + 2y = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6 = 0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ bằng

A. $-\frac{56}{65}$

B. $-\frac{33}{65}$

C. $\frac{56}{65}$

D. $\frac{33}{65}$

Lời giải

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (3; 4)$.

$$\Delta_2 \quad \vec{n}_2 = (5; -12).$$

Vector pháp tuyến của đường thẳng là

$$\Rightarrow \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{33}{65}$$

Câu 11. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và đi qua điểm $M(2; 1)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn có tâm $I(-1; 2)$ và đi qua $M(2; 1)$ thì có bán kính là: $R = IM = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$

Khi đó có phương trình là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$

Câu 12. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy , tìm tiêu cự của elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

A. 3

B. 6

C. 4

D. 5

Lời giải

$$\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = 3$$

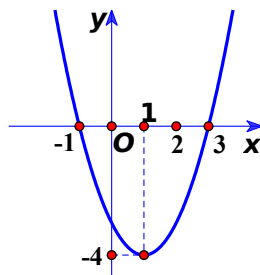
Ta có

$$\text{nên tiêu cự } 2c = 6.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có tập xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là parabol

(P) như hình vẽ bên dưới.



a) Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số đồng biến.

b) Parabol (P) có đỉnh là $(-4; 1)$.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có trục đối xứng $x = 1$.

d) Tập giá trị của hàm số là $(-4; +\infty)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

Từ đồ thị, ta thấy:

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ nên cũng nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

b) Parabol có đỉnh là $(1; -4)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có trục đối xứng $x = 1$.

d) Vì $f(x) \geq -4 \forall x$ nên tập giá trị của hàm số là $(-4; +\infty)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

a) Đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ đi qua $A(1; 2)$.

b) Đường tròn (C) có tọa độ tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$.

b) Đường tròn (C) không cắt đường thẳng Δ .

c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0; 4)$ là $x - 2y + 8 = 0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ có tọa độ tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

b) $d(I; \Delta) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = 0 < R$, suy ra Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

c) Ta có $M(0; 4) \in (C)$

Tiếp tuyến của (C) tại $M(0; 4)$ có vector pháp tuyến $\overrightarrow{MI} = (1; -2)$, nên có phương trình $1 \cdot (x - 0) - 2 \cdot (y - 4) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 8 = 0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là: $x - 2y + 8 = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ là một parabol có đỉnh $I(2;5)$. Khi đó $b+c$ bằng bao nhiêu.

Đáp số 5

Lời giải

$$(P): y = x^2 + bx + c$$

Xét

$$\text{Ta có } a = 1$$

$$x_I = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \Rightarrow b = -4$$

$$\text{Đỉnh } I(2;5) \in (P) \Rightarrow 5 = 2^2 + 2b + c \Leftrightarrow 2b + c = 1 \Leftrightarrow c = 1 - 2b \Leftrightarrow c = 1 - 2 \cdot (-4) \Leftrightarrow c = 9$$

nên

$$\text{Vậy } b + c = -4 + 9 = 5$$

Câu 2. Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $A(3;0)$.

Điểm B, C nằm trên (E) sao cho B, C đối xứng qua trục Ox và $\triangle ABC$ đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

5,2

Đáp số

Lời giải

Hai điểm B, C đối xứng qua trục Ox . Giả sử $B(x_0; y_0), C(x_0; -y_0)$ với $y_0 > 0$.

$$B, C \text{ nằm trên } (E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{3} = 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 3y_0^2 = 9 \quad \text{và} \quad (BC): x = x_0 \Rightarrow d(A, (BC)) = |3 - x_0|$$

Vì $A(3;0) \in Ox$, B, C đối xứng qua trục $\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \triangle ABC$ đều

$$\Leftrightarrow d(A, (BC)) = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \Leftrightarrow |3 - x_0| = \sqrt{3} y_0 \Leftrightarrow 3y_0^2 = (x_0 - 3)^2 \Rightarrow x_0^2 + (x_0 - 3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

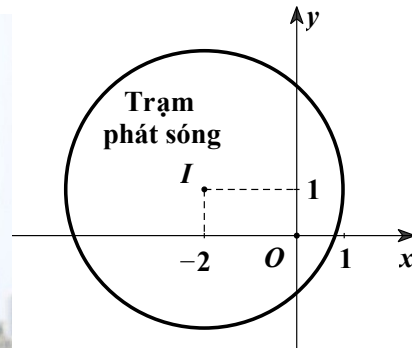
$$\text{Với } x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot BA \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$$

$$\text{Với } x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 0 \text{ (loại)}.$$

Vậy diện tích của tam giác ABC bằng 5,2.

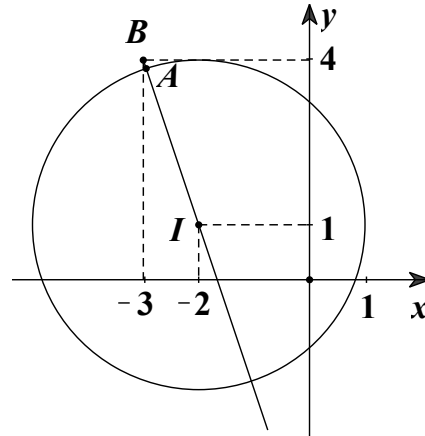
Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí

I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3km.



Đáp số 0,16

Lời giải



Đường tròn màu đen mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2; 1)$ và bán kính phủ sóng 3km nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3; 4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI .

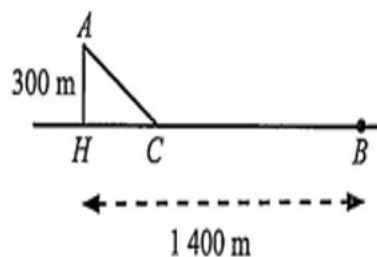
$\Rightarrow$ Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3; 4)$ tới vùng phủ sóng là BA .

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$

Suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 = 0,16$.

Câu 4. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc

6km/h để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc 3km/h . Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300\text{m}$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400\text{m}$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22). Tính khoảng cách CB (theo đơn vị là mét).



Hình 22

Đáp số 1000(m)**Lời giải**

Đặt $CH = x(m) (x > 0)$. Ta có: $AC = \sqrt{300^2 + x^2}$, $CB = 1400 - x$

Vì hai người gặp nhau cùng lúc tại C nên

$$\frac{\sqrt{300^2 + x^2}}{3000} = \frac{1400 - x}{6000} \Leftrightarrow 2\sqrt{300^2 + x^2} = 1400 - x.$$

Giải phương trình trên ta có: $x = 400(m)$ với $x > 0$.

$$CB = 1400 - 400 = 1000(m)$$

Vậy khoảng cách

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để hàm số: $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$ có nghĩa với mọi x .

Lời giải:

Hàm số $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$ có nghĩa với mọi x

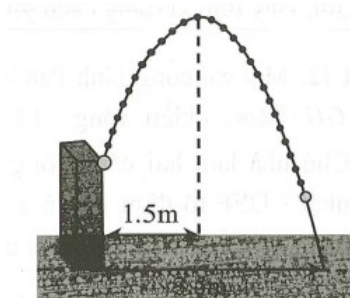
$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

* $m = -1$ không thỏa mãn

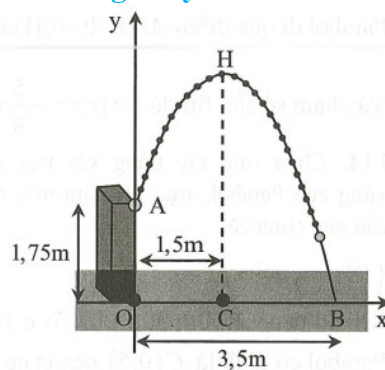
$$m \neq -1, (1) \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)(-2m-4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$$

Vậy với $m \geq 1$ thì hàm số có nghĩa với mọi x .

Câu 2: Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất $1,75m$ nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong Parabol và chạm đất tại một vị trí cách chân tháp $3,5m$ (tham khảo hình vẽ bên). Người ta ghi nhận được tại một vị trí trên mặt đất cách chân tháp $1,5m$ thì giọt nước ở vị trí cao nhất. Hỏi vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất bao nhiêu mét?

**Lời giải**

Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Khi đó $A\left(0; \frac{7}{4}\right); B\left(\frac{7}{2}; 0\right); C\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

Gọi hàm số bậc hai có đồ thị thể hiện đường đi của giọt nước khi ra khỏi vòi phun nước là

$y = ax^2 + bx + c$. Khi đó đồ thị hàm số đi qua hai điểm A, B và nhận đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ làm

$$\begin{cases} c = \frac{7}{4} \\ a \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{7}{2}\right) + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{7}{4} \\ 49a + 14b + 7 = 0 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{7}{4} \\ a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

trục đối xứng. Do đó

Do đó hàm số bậc hai là $y = -x^2 + 3x + \frac{7}{4}$.

$$CH = y_H = y\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) + \frac{7}{4} = 4$$

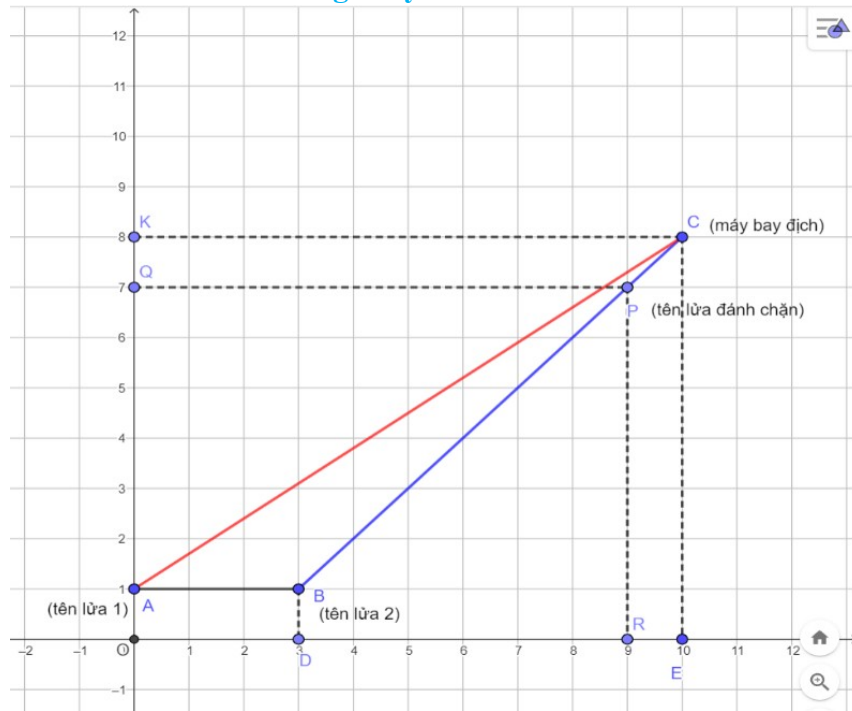
Gọi H là vị trí giọt nước cao nhất khi đó

Vậy vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất 4 mét.

Câu 3: Tại một trạm rada của bộ đội phòng không, rada cảnh giới đã phát hiện được một máy bay xâm nhập trái phép vào không phận. Tại thời điểm đó có hai quả tên lửa phòng không sẵn sàng xuất kích bắn hạ mục tiêu, hai quả tên lửa cách nhau $3km$ (quả thứ 2 cách quả 1 $3km$) mỗi quả đặt trên bệ phóng cách mặt đất $1m$. Sau khi tính toán chỉ ra các thông số khi máy bay cách vị trí quả tên lửa thứ 2 là $7\sqrt{2}km$ và bay ở độ cao $8km$ so với mặt đất thì hai quả tên lửa sau khi rời bệ phóng sẽ tiêu diệt mục tiêu với **góc bắn (tham khảo hình vẽ minh họa)** đã xác định. Cùng thời điểm này rada phát hiện một tên lửa đánh chặn (do máy bay địch phóng) bay ở độ cao $7km$ và cách tên lửa thứ hai là $6\sqrt{2}km$ và cách máy bay $\sqrt{2}km$. Trong hai quả tên lửa được bắn ra tên lửa nào hạ được mục tiêu? (*Giả sử rằng quỹ đạo bay tên lửa bay theo đường thẳng*)

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có $A(0;1), B(3;1), C(10;8)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = (10; 7) \text{ và } \overrightarrow{BC} = (7; 7)$$

Phương trình tổng quát của AC và BC lần lượt là:

$$AC : 7x - 10y + 10 = 0, BC : x - y - 2 = 0$$

Điểm $P(x_p; 7)$ mà $BP = 6\sqrt{2} \Rightarrow x_p = 9$ hoặc $x_p = -3$

Chọn giá trị thích hợp là $x_p = 9$.

Do đó điểm $P(9; 7)$. Thay tọa độ điểm $P(9; 7)$ vào phương trình tổng quát của AC và BC ta có $P \in BC$ và $P \notin AC$.

Vậy tên lửa thứ nhất bắn hạ được mục tiêu là máy bay địch.

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II TOÁN 10.KNTT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là Parabol (P) , trục đối xứng của (P) là:

A. $x = \frac{b}{2a}$.

B. $x = -\frac{b}{a}$.

C. $x = -\frac{b}{2a}$.

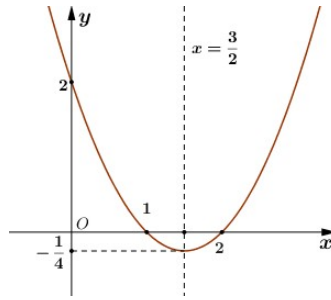
D. $y = -\frac{b}{2a}$.

$$y = x^2 - 2x + 3$$

Câu 2. [Mức độ 1] Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 3. [Mức độ 1] Đường cong trong hình vẽ dưới bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



- A. $y = -x^2 + 3x - 2$. B. $y = x^2 - 3x - 2$. C. $y = -x^2 + 3x + 2$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 4. Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 5. [Mức độ 1] Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. B. $f(x) = x^2 - 4x - 5$.
C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$. D. $f(x) = -x^2 + 4x - 5$.

Câu 6. [Mức độ 1] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 8} = \sqrt{x^2 - 4}$ là

- A. 2 . B. 0 . C. 3 . D. 1 .

Câu 7. [Mức độ 1] Cho đường thẳng (d): $2x + 3y - 4 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của đường thẳng (d)?

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Câu 8. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 5 = 0$. Khoảng cách h từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là:

- A. $h = 2$. B. $h = 1$. C. $h = 3$. D. $h = 4$.

$$d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t_1 \\ y = 2 + t_1 \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + t_2 \\ y = 5 + 2t_2 \end{cases}$$

Câu 9. [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 . Số đo góc giữa hai

đường thẳng d_1 và d_2 bằng:

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .

Câu 10. [Mức độ 1] Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn.

A. $x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$

D. $2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

Câu 11. [Mức độ 1] Đường tròn có tâm $I = (1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ có phương trình là:

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2$

Câu 12. [Mức độ 1] Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

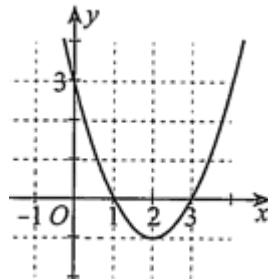
B. $9x^2 + 16y^2 = 1$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ở hình dưới đây



a) Hệ số $a > 0; c > 0$

b) Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y + 2024 = 0$ và đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$.

a) Đường thẳng Δ có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

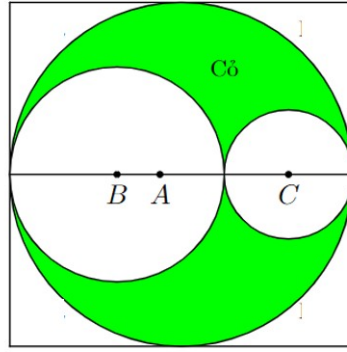
d) Phương trình đường tròn tâm $I(5; 2024)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Xác định parabol AB , biết rằng parabol đi qua điểm $AM = x$ và có đỉnh là AMN . Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu.

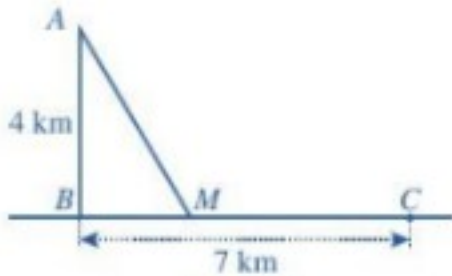
Câu 2: Lập phương trình chính tắc của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32. Khi đó $2a^2 + 3b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh Oxy như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 3 triệu đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m + 1)x + 1$.

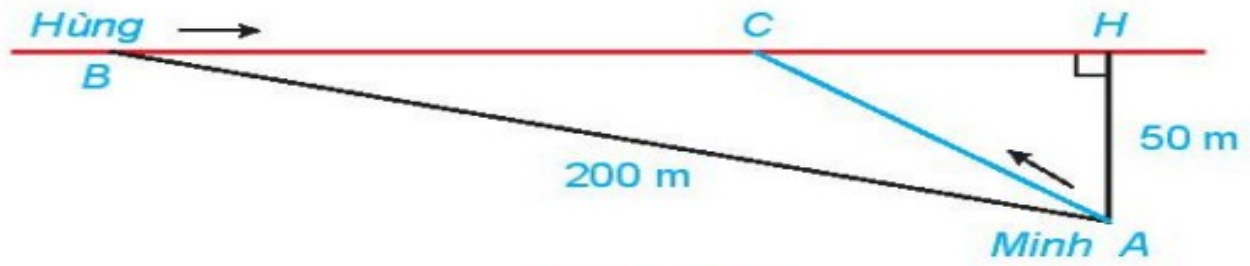
Câu 2: Vệ tinh nhân tạo đầu tiên được Liên Xô phóng từ Trái Đất năm 1957. Quỹ đạo của vệ tinh đó là một đường elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm có phương trình quỹ đạo là

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0, c^2 = a^2 - b^2.$$

. Người ta đo được vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là 583

dặm và xa nhất là 1342 dặm. Tìm tỷ số $\frac{c}{a}$, biết bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm.

Câu 3. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50 m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn 200 m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là 5 km/h , vận tốc xe đạp của Hùng là 15 km/h . Từ vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia khi đó độ dài BC là (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

- A. 105m . B. 100m . C. 90m . D. 80m .

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.A	5.C	6.D
7.B	8.B	9.C	10.B	11.C	12.A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1:

a) Bề lõm của đồ thị hướng lên trên nên hệ số $a > 0$; đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 2$, do đó $c = 3 > 0$; Vậy a) **đúng**.

b) Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$; Vậy b) **đúng**.

c) Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; Vậy c) **sai**.

d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$; Vậy d) **đúng**.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y + 2024 = 0$ và đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$.

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

d) Phương trình đường tròn tâm $I(5; 2024)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$.

Lời giải

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

Đúng

b) Đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Sai

Vì ta có $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$ suy ra (C) có tâm $I(-3; 2)$ và $R = 2\sqrt{2}$

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

Đúng

Vì ta có $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$ suy ra (C) có tâm $I(-3; 2)$ và $R = 2\sqrt{2}$

Ta có $\begin{cases} I(-3; 2) \\ \Delta: 2x - y + 2024 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot (-3) - 2 + 2024|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2016}{\sqrt{5}} > R$

d) Phương trình đường tròn tâm $I(5; 2024)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$.

Đúng:

Ta có $\begin{cases} I(5; 2024) \\ \Delta: 2x - y + 2024 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot (5) - 2024 + 2024|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

Suy ra, đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Do đó đường tròn có phương trình là: $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh là $I(2; -1)$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu.

Trả lời: -0.25

Lời giải

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0;2)$ suy ra $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$. Mặt khác, đỉnh I của parabol có tọa độ là $(2; -1)$ nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

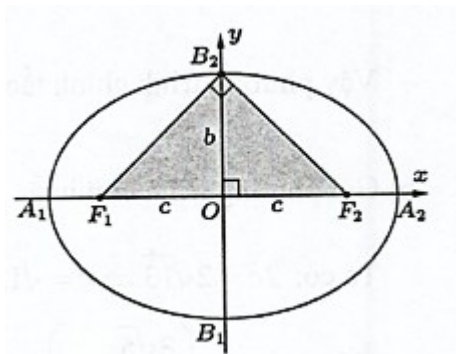
Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$. Vậy $a + b + c = -0,25$

Câu 2: Lập phương trình chính tắc của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32. Khi đó $2a^2 + 3b^2$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: 56

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a^2 = b^2 + c^2 (a, b, c > 0)$.



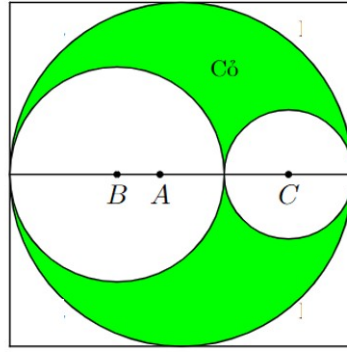
Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b = c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c \cdot 2b = 32 \Leftrightarrow b^2 = 8$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 16$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$. Suy ra $2a^2 + 3b^2 = 56$

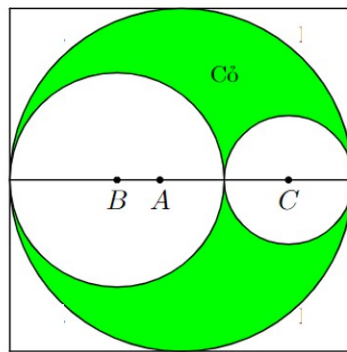
Câu 3: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh $10m$ như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 3 triệu đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp số: 221

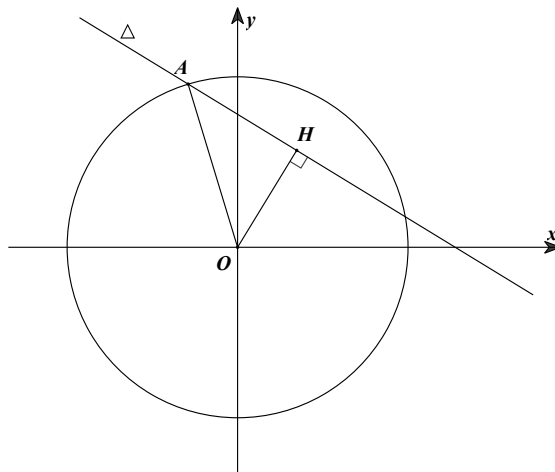


Gọi $x, y(m)$ lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn ($x, y > 0$) ta có $x + y = 5$.

Gọi $S(m^2)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn ($S > 0$), ta có

$$S = 100 - 25\pi + \pi x^2 + \pi y^2 = 100 + \pi(x^2 + y^2 - 25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}.$$

Ta có: $(C): x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương?

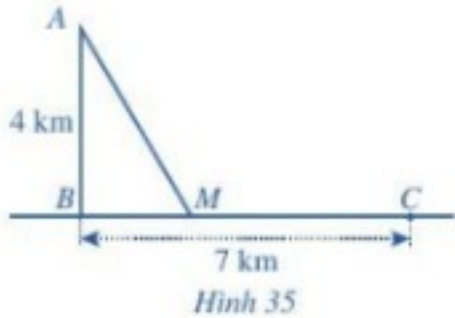


Ta có (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}} \geq \frac{5}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S + 25\pi - 100 \geq \frac{25\pi}{2} \Leftrightarrow S \geq 100 - \frac{25\pi}{2}.$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min} = 100 - \frac{25\pi}{2}$. Từ đó chi phí để thi công khu vườn Hạnh phúc là $1(100 - S_{\min}) + 3.S_{\min} = 221$ triệu đồng.

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Lời giải

Đáp án: 3

Gọi $BM = x \text{ km}$ ($0 < x < 7$)

$$\Rightarrow MC = 7 - x (\text{km})$$

Ta có: $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + x^2} (\text{km})$

Thời gian từ A đến M là: $\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} (\text{h})$

Thời gian từ M đến C là: $\frac{7 - x}{5} (\text{h})$

Tổng thời gian từ A đến C là 148 phút nên ta có:

$$\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{148}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\sqrt{16 + x^2}}{15} + \frac{3 \cdot (7 - x)}{15} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} + 3 \cdot (7 - x) = 37$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} = 16 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot (16 + x^2) = 9x^2 + 96x + 256$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 96x + 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3(tm)$$

Vậy khoảng cách từ vị trí B đến M là 3 km.

Phần 4: Tự luận:

Câu 1: Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$

Lời giải

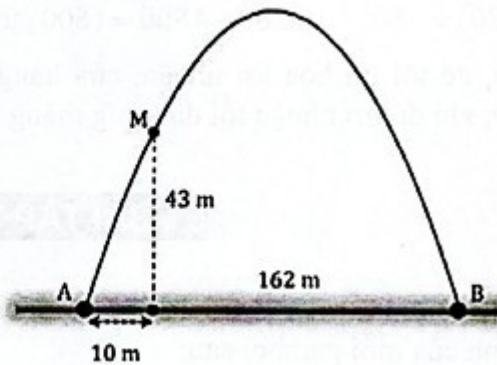
Vì $m^2 + 2 > 0$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \\ m^2 + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0$$

$$\Leftrightarrow 2m < 1 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Vậy $m < \frac{1}{2}$ thỏa mãn

Câu 2: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).

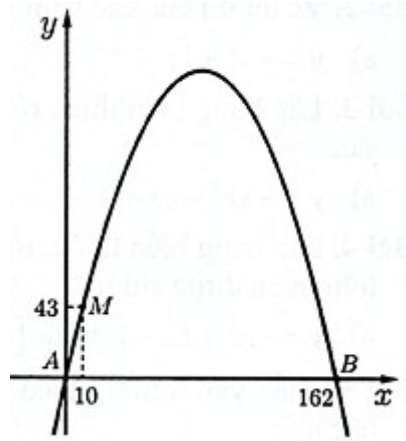


Lời giải

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0), B(162;0), M(10;43)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

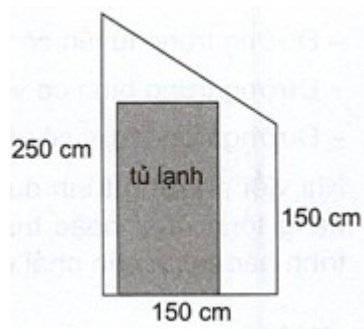


Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$.

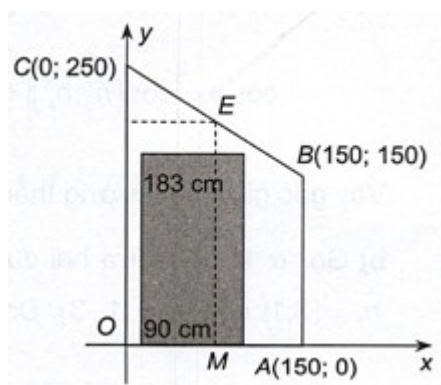
Vậy, chiều cao của cổng gần bằng $185,6m$.

Câu 3. Nhà bạn Nam định đổi tủ lạnh và dự định kê vào vị trí dưới cầu thang. Biết vị trí định kê tủ lạnh có mặt cắt là một hình thang vuông với hai đáy lần lượt là $150cm$ và $250cm$, chiều cao là $150cm$ (như hình vẽ). Bố mẹ bạn Nam định mua một $250cm$ tủ lạnh 2 cánh (Side by side) có chiều cao là $183cm$ và bề ngang $90cm$. Bằng cách sử dụng tọa độ trong mặt phẳng, em hãy giúp Nam tính xem bố mẹ bạn Nam có thể kê vừa chiếc tủ lạnh vào vị trí cần kê không?



Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Khi đó để tận dụng tối đa chiều cao có thể khi kê tủ lạnh thì bố mẹ bạn Nam sẽ kê tủ sát vào trục Oy.

Do đó để kê được một chiếc tủ lạnh 2 cánh với bề ngang 90 cm thì chiều cao của tủ phải nhỏ hơn tung độ của điểm E thuộc đường thẳng BC với hoành độ điểm E bằng 90.

Ta có $B(150;150), C(0;250) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-150;100) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (100;150)$.

Phương trình đường thẳng BC là: $100(x-0) + 150(y-250) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 750 = 0$.

Điểm E thuộc BC có hoành độ bằng 90 nên tung độ của E tính theo công thức $2 \cdot 90 + 3y_E - 750 = 0 \Rightarrow y_E = 190$.

Do $183\text{ cm} < 190\text{ cm}$ nên bố mẹ bạn Nam có thể kê chiếc tủ lạnh có bề ngang là 90 cm và chiều cao 183 cm .