

(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0000

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(2; -1; 3)$. B. $N(-3; -1; 2)$. C. $Q(3; 1; -2)$. D. $P(-2; 1; -3)$.

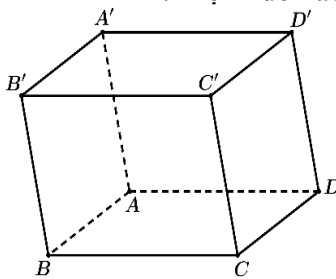
Câu 2. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2026^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 2026^x dx$. B. $S = \int_0^2 2026^{2x} dx$. C. $S = \int_0^2 2026^x dx$. D. $S = \pi \int_0^2 2026^{2x} dx$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 4z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (Q) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; -1; -5)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 4; -5)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -1; 4)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 1; 4)$.

Câu 4. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A. $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. C. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$. D. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 2$, $u_6 = 16$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = 1$. B. $q = 4$. C. $q = 2$. D. $q = 3$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 9$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = 8$. D. $x = 6$.

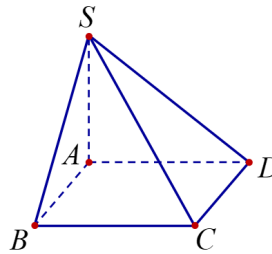
Câu 7. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x \geq \frac{1}{27}$ là

- A. $S = (-\infty; -3)$. B. $S = (-3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -3]$. D. $S = [-3; +\infty)$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A. $-\sin 2x + C$. B. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\sin 2x + C$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với SA ?



A. SC .

B. BD .

C. SB .

D. SD .

Câu 10. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

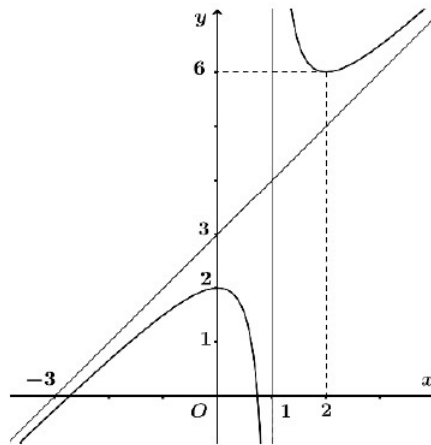
A. 0,29.

B. 0,27.

C. 0,28.

D. 0,26.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 6$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$.

B. $y = -\frac{1}{2}$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $y = 2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.

b) Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2, x = 1$ bằng 6.

d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = F(x)$ và $x = 1, x = 3$ quanh trục Ox bằng $\frac{2576\pi}{15}$.

Câu 2. Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm $t (0 \leq t \leq 29)$ là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = at^2 + bt (a, b \in \mathbb{R})$, với t tính bằng phút, $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát, khinh khí cầu ở độ cao 520 m và 5 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu đã ở độ cao 530 m. Khinh khí cầu sẽ trở lại độ cao khi xuất phát sau 15 phút.

a) $h(0) = 520$ m.

b) Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm $t (0 \leq t \leq 29)$ là $h(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) Giai đoạn khinh khí cầu tăng độ cao kéo dài trong 10 phút kể từ thời điểm xuất phát.

d) Độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540 m.

Câu 3. Một cửa hàng đã bán 2 loại đồ chơi gồm 140 mô tô và 60 búp bê cho các bé ở một trường tiểu học. Qua thống kê thấy rằng trong số bé mua mô tô có 60% là nam, trong số bé mua búp bê có 80% là nữ. Biết rằng mỗi bé chỉ mua duy nhất một loại đồ chơi. Chọn ngẫu nhiên một bé đã mua đồ chơi trong trường tiểu học đó.

a) Xác suất bé được chọn đã mua mô tô bằng 0,7.

b) Xác suất bé được chọn là nữ, biết rằng bé đó mua mô tô bằng 0,28.

c) Xác suất bé được chọn là nam và không mua búp bê bằng 0,06.

d) Số bé nam mua đồ chơi là 96.

Câu 4. Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó thuộc hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Biết đường thẳng Δ_1 đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(3;0;3)$ và đường

thẳng $\Delta_2: \frac{x-7}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.



Nút Giao Thông Khắc Múc
Ngã Ba Huế

a) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M(-7;0;1)$.

b) Vector $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ_1 .

c) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ_1 là $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

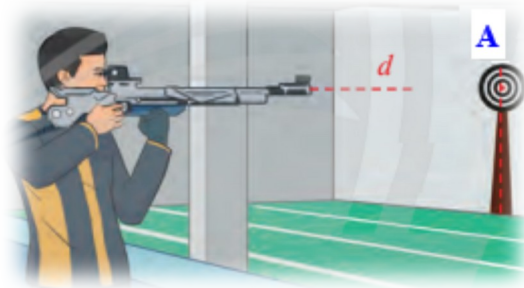
d) Nút giao thông trên là nút giao thông khác mức. (Nút giao khác mức là nơi có hai hoặc nhiều tuyến đường giao nhau nằm ở cao độ khác nhau)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 3% một quý (mỗi quý là 3 tháng). Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

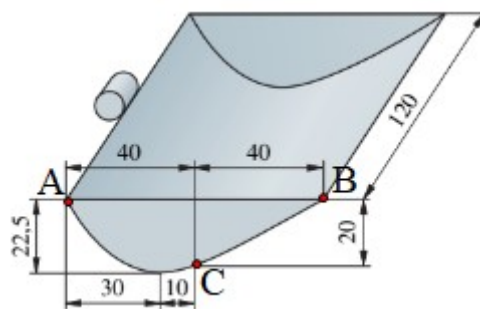
Câu 2. Trung bình cộng và phương sai của bảy số liệu lần lượt là 8 và 16. Nếu 5 trong bảy số liệu là 2; 4; 10; 12; 14 thì tích của hai số liệu còn lại là bao nhiêu?

Câu 3. Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8; -19; 6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



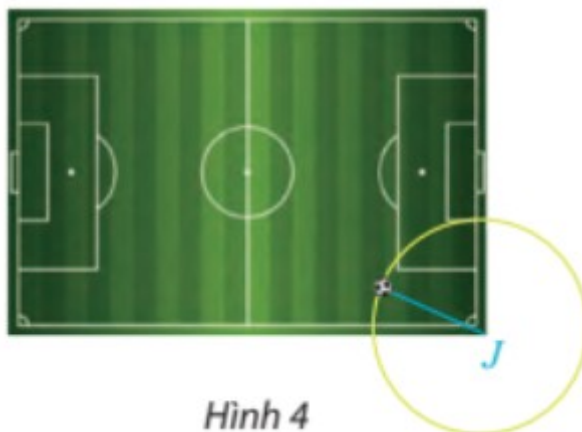
Câu 4. Lớp 10G trong một trường THPT có 21 nam và 24 nữ. Qua thống kê hằng năm tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam của khối 10 tham gia câu lạc bộ Toán học trong nhà trường lần lượt là 11% và 14%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10G. Tính xác suất học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Toán học của trường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 5. Mép dưới của một gầu xúc được mô tả theo từng đoạn bởi một hàm bậc hai chứa đường cong AC và một hàm bậc nhất chứa đoạn thẳng BC (tất cả kích thước tính bằng cm)



Tính dung tích (thể tích chứa) của gầu xúc bằng bao nhiêu lít?

Câu 6. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ toạ độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z=0$, đồng thời thuộc mặt cầu (S): $(x-22)^2 + (y-4)^2 + (z-13)^2 = 194$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân bóng. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J là:



Hình 4

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Mã đề	Đáp án											
000	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	C	C	C	C	C	D	C	B	C	B	D

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
000	a)S-b)D-c)S-d)D	a)D-b)S-c)D-d)D	a)D-b)S-c)S-d)D	a)S-b)D-c)D-d)D

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
000	18	48	-6	0,53	128	5

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng thuộc đường thẳng d ?

A. $M(2; -1; 3)$ **B.** $N(-3; -1; 2)$ **C.** $Q(3; 1; -2)$ **D.** $P(-2; 1; -3)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$, với $t = 0$ suy ra $M(2; -1; 3) \in d$.

Câu 2. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2026^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 2026^x dx$ **B.** $S = \int_0^2 2026^{2x} dx$ **C.** $S = \int_0^2 2026^x dx$ **D.** $S = \pi \int_0^2 2026^{2x} dx$

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = \int_0^2 |2026^x| dx = \int_0^2 2026^x dx$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 4z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (Q) ?

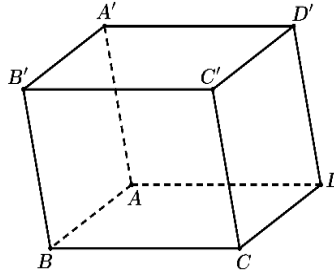
- A.** $\vec{n}_3 = (2; -1; -5)$ **B.** $\vec{n}_1 = (2; 4; -5)$ **C.** $\vec{n}_1 = (2; -1; 4)$ **D.** $\vec{n}_2 = (2; 1; 4)$

Lời giải

Chọn C

Ta có một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(Q): 2x - y + 4z - 5 = 0$ là $\vec{n}_1 = (2; -1; 4)$.

Câu 4. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



- A.** $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$ **B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$
C. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$ **D.** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ nên các mệnh đề ở phương án A và B là các mệnh đề đúng.

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$ nên mệnh đề C sai.

Theo quy tắc hình ta có: $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ nên mệnh đề D đúng.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 2$, $u_6 = 16$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

- A.** $q = 1$ **B.** $q = 4$ **C.** $q = 2$ **D.** $q = 3$

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\begin{cases} u_3 = u_1 q^2 = 2 \\ u_6 = u_1 q^5 = 16 \end{cases} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A.** $x = 9$ **B.** $x = \frac{3}{2}$ **C.** $x = 8$ **D.** $x = 6$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 \Leftrightarrow x = 8$

Câu 7. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x \geq \frac{1}{27}$ là

- A.** $S = (-\infty; -3)$ **B.** $S = (-3; +\infty)$ **C.** $S = (-\infty; -3]$ **D.** $S = [-3; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^x \geq \frac{1}{27} \Leftrightarrow x \geq \log_3 \frac{1}{27} \Leftrightarrow x \geq -3$

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

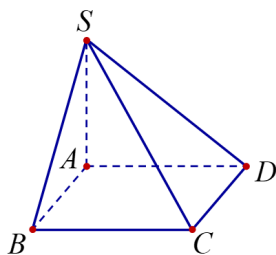
- A.** $-\sin 2x + C$ **B.** $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$ **C.** $\frac{1}{2} \sin 2x + C$ **D.** $\sin 2x + C$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với SA ?



- A.** SC **B.** BD **C.** SB **D.** SD

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BD$$

Câu 10. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A.** 0,29 **B.** 0,27 **C.** 0,28 **D.** 0,26

Lời giải

Chọn C

Cự li	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

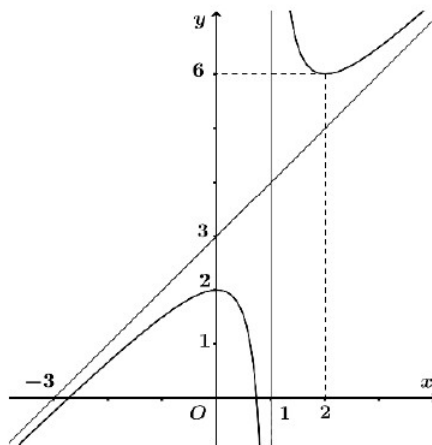
Ta có:

$$\bar{x} = \frac{19,25 \cdot 13 + 19,75 \cdot 45 + 20,25 \cdot 24 + 20,75 \cdot 12 + 21,25 \cdot 6}{100} = 20,015$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{19,25^2 \cdot 13 + 19,75^2 \cdot 45 + 20,25^2 \cdot 24 + 20,75^2 \cdot 12 + 21,25^2 \cdot 6}{100} - (20,015)^2 \approx 0,28$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 6$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = 2$. **B.** $y = -\frac{1}{2}$. **C.** $x = -\frac{1}{2}$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.

b) Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2$, $x = 1$ bằng 6.

d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = F(x)$ và $x = 1, x = 3$ quanh trục Ox bằng $\frac{2576\pi}{15}$.

Lời giải

a) Sai.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (2x+3) dx = x^2 + 3x + C$

$$F(1) = 2 \Leftrightarrow 1^2 + 3 \cdot 1 + C = 2 \Rightarrow C = -2$$

Vậy, $F(x) = x^2 + 3x - 2$

b) Đúng.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx &= \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx \\ &= \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = \int_{-1}^5 f(x) dx = 42 \end{aligned}$$

c) Sai.

$$S = \int_{-2}^1 |2x+3| dx = \frac{13}{2}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

d) Đúng.

$$2x+3 = x^2 - 2x+6 \Leftrightarrow x^2 - 4x+3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$V = \pi \int_1^3 \left(x^2 + 3x - 2 \right)^2 dx = \frac{2576\pi}{15}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

Câu 2. Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm $t (0 \leq t \leq 29)$ là $h(t)$,

trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi

hàm số $v(t) = at^2 + bt (a, b \in \mathbb{R})$, với t tính bằng phút, $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát, khinh khí cầu ở độ cao 520 m và 5 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu đã ở độ cao 530 m. Khinh khí cầu sẽ trở lại độ cao khi xuất phát sau 15 phút.

a) $h(0) = 520$ m.

b) Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm $t (0 \leq t \leq 29)$ là $h(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) Giai đoạn khinh khí cầu tăng độ cao kéo dài trong 10 phút kể từ thời điểm xuất phát.

d) Độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540 m.

Lời giải

a) Đúng

Tại thời điểm xuất phát, khinh khí cầu ở độ cao 520 m vậy nên $h(0) = 520$ m

b) Sai

Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm $t (0 \leq t \leq 29)$ là $h(t) = 520 + \int_0^t v(t) dt$.

c) Đúng

$$h(t) = \int v(t) dt = \frac{at^3}{3} + \frac{bt^2}{2} + C$$

Có hệ ba phương trình ba ẩn:

$$\begin{cases} h(0) = 520 \\ h(5) = 530 \\ h(15) = 520 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 520 \\ \frac{125}{3}a + \frac{25}{2}b + C = 530 \\ \frac{15^3}{3}a + \frac{15^2}{2}b + C = 520 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{25} \\ b = \frac{6}{5} \\ C = 520 \end{cases} \Rightarrow h(t) = -\frac{1}{25}t^3 + \frac{3}{5}t^2 + 520$$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{3}{25}t^2 + \frac{6}{5}t$$

Xét $v(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 10$ vậy nên giai đoạn khinh khí cầu tăng độ cao kéo dài trong 10 phút kể từ thời điểm xuất phát là đúng

d) Đúng

$$\text{Xét } v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Với $h(0) = 520$, $h(10) = 540$ nên độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540 m là đúng

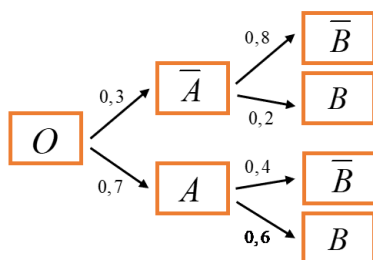
Câu 3. Một cửa hàng đã bán 2 loại đồ chơi gồm 140 mô tô và 60 búp bê cho các bé ở một trường tiểu học. Qua thống kê thấy rằng trong số bé mua mô tô có 60% là nam, trong số bé mua búp bê có 80% là nữ. Biết rằng mỗi bé chỉ mua duy nhất một loại đồ chơi. Chọn ngẫu nhiên một bé đã mua đồ chơi trong trường tiểu học đó.

- a) Xác suất bé được chọn đã mua mô tô bằng 0,7.
- b) Xác suất bé được chọn là nữ, biết rằng bé đó mua mô tô bằng 0,28.
- c) Xác suất bé được chọn là nam và không mua búp bê bằng 0,06.
- d) Số bé nam mua đồ chơi là 96.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh mua mô tô” suy ra: $\bar{A}$ là biến cố “Học sinh mua búp bê”

Gọi B là biến cố “Học sinh nam mua” suy ra: $\bar{B}$ là biến cố “Học sinh nữ mua”



$$P(A) = \frac{140}{140 + 60} = 0,7$$

a) Đúng vì

$$\text{b) Sai vì } P(\bar{B} | A) = 0,4$$

$$\text{c) Sai vì } P(B | A) = 0,6$$

$$\text{d) Đúng vì } P(B) = P(B | A) \cdot P(A) + P(B | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,48$$

$$n(B) = 0,48 \cdot 200 = 96$$

Câu 4. Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó thuộc hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Biết đường thẳng Δ_1 đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(3;0;3)$ và đường thẳng $\Delta_2: \frac{x-7}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.



Nút Giao Thông Khác Mức
Ngã Ba Huế

- a) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M(-7;0;1)$.
- b) Vector $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ_1 .
- c) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ_1 là $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$.
- d) Nút giao thông trên là nút giao thông khác mức.
(Nút giao khác mức là nơi có hai hoặc nhiều tuyến đường giao nhau nằm ở cao độ khác nhau)

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

- a) Sai. Vì $\frac{-7-7}{3} \neq \frac{0}{1}$ nên đường thẳng Δ_2 không đi qua $M(-7;0;1)$.
- b) Đúng. Vector $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ_1 .
- c) Đúng. Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $B(3;0;3)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$.
- d) Đúng. Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $B(3;0;3)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1; -1; 2)$.
Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(7;0;-1)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (3; 1; -1)$.
Ta có $\overrightarrow{BN} = (4; 0; -4)$ và $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-1; 7; 4)$.
Vì $\overrightarrow{BN} \cdot [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = 4 \cdot (-1) + 0 \cdot 7 + (-4) \cdot 4 = -20 \neq 0$ nên Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Vậy: Nút giao thông trên là nút giao thông khác mức.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 3% một quý (mỗi quý là 3 tháng). Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

Lời giải

Trả lời: 18

Để số tiền người đó nhận được nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi thì:
 $130 < 100 (1+3\%)^n \Leftrightarrow n > \log_{1.03} 1.3 \approx 8,9$

Vậy sau ít nhất 9 quý người đó nhận được số tiền nhiều hơn 130 triệu đồng bao gồm gốc và lãi.

Câu 2. Trung bình cộng và phương sai của bảy số liệu lần lượt là 8 và 16. Nếu 5 trong bảy số liệu là 2; 4; 10; 12; 14 thì tích của hai số liệu còn lại là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 48

Gọi hai số liệu còn lại là a và b . Theo đề bài,

$$\bar{x} = \frac{2+4+10+12+14+a+b}{7} = 8 \Rightarrow 42+a+b=56 \Rightarrow a+b=14 \dots (i)$$

Trung bình cộng

$$s^2 = \frac{a^2+b^2+4+16+100+144+196}{7} - 8^2 = 16$$

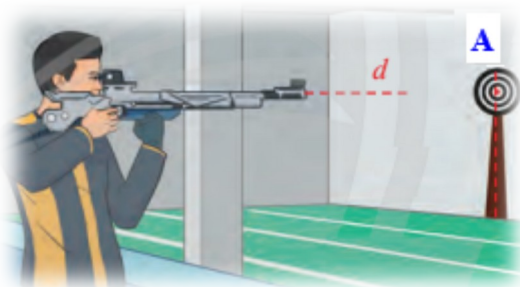
và phương sai

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2+460}{7} - 64 = 16 \Rightarrow \frac{a^2+b^2+460}{7} = 80 \Rightarrow a^2+b^2+460=560 \Rightarrow a^2+b^2=100 \dots (ii)$$

Ta có

$$(a+b)^2 = (a^2+b^2) + 2ab \xrightarrow{(i),(ii)} 14^2 = 100 + 2ab \Rightarrow 196 = 100 + 2ab \Rightarrow 2ab = 96 \Rightarrow ab = 48$$

Câu 3. Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8; -19; 6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



Lời giải

Trả lời: -6

Để vận động viên có bắn trúng hồng tâm thì trục d phải đi qua hồng tâm.

Ta thay điểm $A(8; -19; 6m+4)$ vào phương trình d :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5} \Leftrightarrow \frac{8-1}{1} = \frac{-19-2}{-3} = \frac{6m+4-3}{-5} = 7 \Leftrightarrow 6m = -36 \Leftrightarrow m = -6$$

Vậy $m = -6$ thì vận động viên bắn trúng hồng tâm.

Câu 4. Lớp 10G trong một trường THPT có 21 nam và 24 nữ. Qua thống kê hằng năm tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam của khối 10 tham gia câu lạc bộ Toán học trong nhà trường lần lượt là 11% và 14%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10G. Tính xác suất học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Toán học của trường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp số: 0,53

Gọi A là các biến cố “Học sinh được gặp là học sinh nam”

Gọi B là biến cố “Học sinh đó tham gia câu lạc bộ Toán học trong nhà trường”

$$P(A) = \frac{21}{45}, \quad P(\bar{A}) = \frac{24}{45}$$

$$P(B|A) = 0,14, \quad P(B|\bar{A}) = 0,11$$

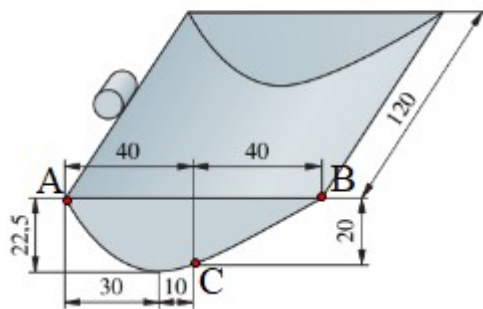
Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{21}{45} \cdot 0,14 + \frac{24}{45} \cdot 0,11 = \frac{31}{250}$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó tham gia câu lạc bộ Toán học, ta áp dụng công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{21}{45} \cdot 0,14}{\frac{31}{250}} = \frac{49}{93} \approx 0,53$$

Câu 5. Mép dưới của một gầu xúc được mô tả theo từng đoạn bởi một hàm bậc hai chứa đường cong AC và một hàm bậc nhất chứa đoạn thẳng BC (tất cả kích thước tính bằng cm)

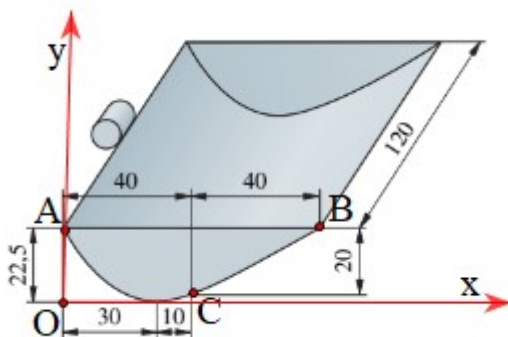


Tính dung tích (thể tích chứa) của gầu xúc bằng bao nhiêu lít?

Lời giải

Trả lời: 128

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau



Ta có $A(0; 22,5)$, $B(80; 22,5)$, $C(40; 2,5)$

Gọi S là tọa độ đỉnh của parabol chứa đường cong AC thì $S(30; 0)$

- Mép miệng (trên): $y_{\text{trên}} = 22,5$

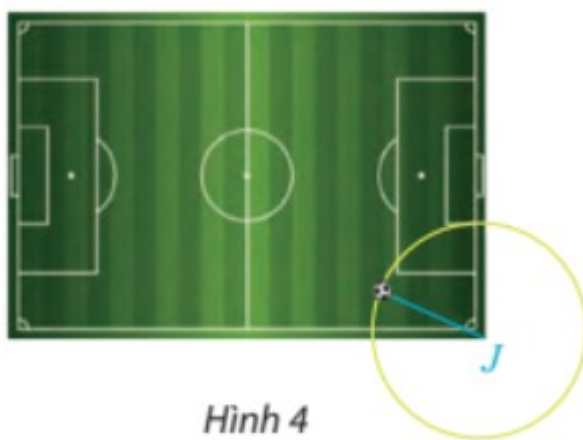
- Đáy - parabol (đường cong AC) ($0 \rightarrow 40$): đỉnh $S(30; 0)$, $y_1(x) = \frac{(x-30)^2}{40}$, $0 \leq x \leq 40$.
- Đáy - đoạn thẳng BC ($40 \rightarrow 80$): qua $(40; 2,5)$ và $B(80; 22,5)$
 $y_2(x) = \frac{1}{2}x - 17,5$, $40 \leq x \leq 80$.

Diện tích tiết diện chứa
$$A = \int_0^{40} (22,5 - y_1(x))dx + \int_{40}^{80} (22,5 - y_2(x))dx = \frac{2000}{3} + 400 = \frac{3200}{3}$$

$$V = A \cdot 120 = \frac{3200}{3} \cdot 120 = 128000 \text{ cm}^3 = 128 \text{ lít.}$$

Thể tích gầu (chiều dài 120 cm):

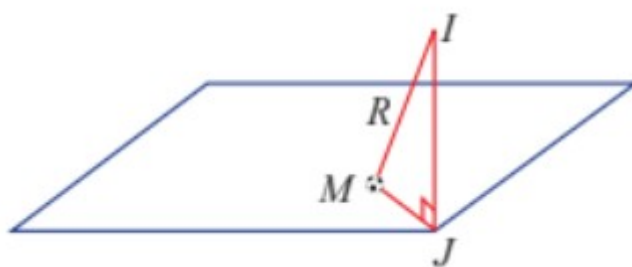
Câu 6. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu (S): $(x-22)^2 + (y-4)^2 + (z-13)^2 = 194$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân bóng. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J là:



Hình 4

Lời giải

Trả lời: 5



Mặt cầu (S) có phương trình

$$(x-22)^2 + (y-4)^2 + (z-13)^2 = 194$$

nên có tâm $I(22; 4; 13)$ và bán kính $R = \sqrt{194}$.

Trong không gian Oxyz, mặt sân có phương trình $z = 0$ trùng với mặt phẳng tọa độ (Oxy) , suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $I(22; 4; 13)$ xuống mặt sân có tọa độ $J(22; 4; 0)$.

Trong tam giác vuông IJM, ta có $IJ = 13$, $IM = R = \sqrt{194}$, suy ra

$$JM = \sqrt{IM^2 - IJ^2} = \sqrt{194 - 169} = 5$$

Vậy khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J là 5 m.