

Ôn tập nội dung các bài học trong các chương:

1. Chương 4. Nguyên hàm và tích phân.
2. Chương 5. Phương pháp tọa độ trong không gian.
3. Chương 6. Xác suất có điều kiện.

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

- A. $\int f(x)dx = F(x) + C$. B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.
 C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$. D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$.

Câu 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 3. Hàm số nào trong các hàm số sau đây **không** là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

- A. $\frac{x^{2023}}{2023} + 1$. B. $\frac{x^{2023}}{2023}$. C. $y = 2022x^{2021}$. D. $\frac{x^{2023}}{2023} - 1$.

Câu 4. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

- A. $3e^x + C$. B. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$. C. $\frac{1}{3}e^x + C$. D. $3e^{3x} + C$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 7. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.
 C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$

- A. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$. B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.
 C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$. D. $F(x) = e^x - 2019$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$?

- A. $\frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C$. B. $-\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$. C. $\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C$. D. $\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$.

Câu 10. Nếu $\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$

B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$

C. $f(x) = 12x^2 + 2x$

D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$

D. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$

Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$. Tìm $F(x)$.

A. $2\ln(x-1) + 2$

B. $\ln(x-1) + 3$

C. $4\ln(x-1)$

D. $\ln(x-1) - 3$

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.

A. $2\ln 2 + 1$

B. $\ln 2$

C. $2\ln 3 + 2$

D. $2\ln 2$

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$ và $b > a$. Giá trị $\int_a^b f(x)dx$ bằng

A. $F(b) - F(a)$

B. $F(b) + F(a)$

C. $F(a) - F(b)$

D. $f(b) - f(a)$

Câu 15. Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

A. $\frac{15}{3}$

B. $\frac{17}{4}$

C. $\frac{7}{4}$

D. $\frac{15}{4}$

Câu 16. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Khi đó hiệu số $F(0) - F(5)$ bằng

A. $\int_0^5 f(x)dx$

B. $\int_0^5 [-F(x)]dx$

C. $\int_0^5 F(x)dx$

D. $\int_0^5 [-f(x)]dx$

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$ và $F(1) = 3, F(3) = 6$. Tích phân $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 9

B. -3

C. 3

D. 2

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 5]$, $f(1) = 1$ và $f(5) = 2$. Giá trị $\int_1^5 f'(x)dx$ bằng

A. 1

B. -1

C. 3

D. $\frac{7}{2}$

Câu 19. Cho hàm số $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. 2. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên

- $\square$ và $F(2) = 6, \int_2^4 f(x) dx = 4$. Giá trị $F(4)$ bằng
A. 10. B. 2. C. 18. D. -2.

Câu 21. Biết $\int_1^5 f(x) dx = -4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng
A. 7. B. 64. C. -12. D. 12.

Câu 22. Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x) dx$ bằng
A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 23. Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

Câu 24. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng
A. -2. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, biết $f(4) = 3, f(1) = 1$. Giá trị $\int_1^4 2f'(x) dx$ bằng
A. 10. B. 8. C. 4. D. 5.

Câu 26. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 (1 - f(x)) dx$ bằng
A. -24. B. -25. C. -18. D. 28.

Câu 27. Biết $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x} dx = a + b \ln 2$, với $a, b \in \square$. Giá trị $a^2 + 2b$ bằng
A. -2. B. -1. C. 3. D. 4.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Giá trị $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
A. $6 + \ln 4$. B. $4 + \ln 4$. C. $6 + \ln 2$. D. $2 + 2 \ln 2$.

Câu 29. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

D. $S = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

Câu 30. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \left| \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right|.$

C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx.$

Câu 31. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường sau: $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là:

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

D. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 32. Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành $x = 1$ và $x = 2$ là

A. $S = \frac{31}{4}.$

B. $S = \frac{49}{4}.$

C. $S = \frac{21}{4}.$

D. $S = \frac{39}{4}.$

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos^2 x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \pi$.

A. $\frac{\pi}{8}.$

B. $\frac{\pi}{6}.$

C. $\frac{\pi}{4}.$

D. $\frac{\pi}{2}.$

Câu 34. Tính diện tích các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 4; y = -x^2 - 2x$ và hai đường thẳng $x = -3, x = -2$ là

A. $\frac{11}{6}.$

B. $\frac{11}{3}.$

C. $\frac{22}{3}.$

D. $\frac{19}{3}.$

Câu 35. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2$, $y = -1$, và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

Câu 36. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $V = \frac{206}{15}.$

B. $V = \frac{14\pi}{3}.$

C. $V = \frac{14}{3}.$

D. $V = \frac{206\pi}{15}.$

Câu 37. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3^x$, $y = 0$, và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

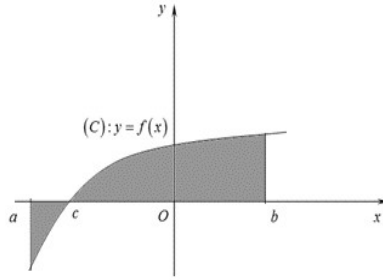
A. $S = \int_0^2 3^x dx.$

B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx.$

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx.$

Câu 38. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

B. $S = \int_a^b f(x) dx$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

Câu 39. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$

B. $\int_0^1 e^{6x} dx$

C. $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$

D. $\int_0^1 e^{3x} dx$

Câu 40. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x$, $y = 1$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$ bằng

A. e^2 .

B. $e + 2$.

C. $2e$.

D. $e - 2$.

Câu 41. Tính thể tích tròn xoay giới hạn bởi đường $x = 1$, $x = 2$ và đường cong $y = x + \frac{2}{x}$ xoay quanh trục Ox .

A. $\frac{25}{4} \pi$.

B. $\frac{25}{3} \pi$.

C. 5π .

D. 7.

Câu 42. Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1.500.000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là:

A. 33.750.000 đồng. B. 3.750.000 đồng. C. 12.750.000 đồng. D. 6.750.000 đồng.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$.

B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

C. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 1 = 0$. Vector nào dưới đây **không** là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$.

B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 0)$.

C. $\vec{n}_1 = (-1; -2; 0)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 4; 0)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình:

$\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$. C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$. D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 4; -2)$ và $\vec{v} = (1; -2; 4)$. Tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng
A. $(-12; -6; -6)$. B. $(12; -6; 6)$. C. $(-12; 6; 6)$. D. $(12; -6; -6)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -3; 2)$, $\vec{b} = (2; -3; 0)$. Gọi (P) là một mặt phẳng song song với các giá của vector $\vec{a}$, $\vec{b}$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là
A. $\vec{n} = (6; -4; 3)$. B. $\vec{n} = (6; 4; 3)$. C. $\vec{n} = (-6; -4; -3)$. D. $\vec{n} = (6; 3; 4)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?
A. $Q(3; 3; 0)$. B. $N(2; 2; 2)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $M(1; -1; 1)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) bằng
A. $d = 3$. B. $d = 4$. C. $d = 1$. D. $d = \frac{1}{3}$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là
A. $x + y + 2z - 3 = 0$. B. $x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
A. $3x - y - z = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$.
C. $x + y + 2z - 6 = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là
A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$.
C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là
A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$. B. $(Q): x + z = 0$.
C. $(Q): -x + y + z = 0$. D. $(Q): 3x - y + z = 0$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là
A. $2x + y - 2z + 1 = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$.
C. $2x - y - 2z = 0$. D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) có cặp vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 1)$ và đi qua $M(3; 4; -5)$. Mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $x - 4y - 7z - 16 = 0$. B. $x - 4y + 7z + 16 = 0$.
C. $x + 4y + 7z + 16 = 0$. D. $x + 4y + 7z - 16 = 0$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 3)$, $B(4; -3; 2)$, $C(0; 2; 5)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua ba điểm A, B, C là

- A. $2x + y + z - 7 = 0$. B. $2x + y - z - 7 = 0$.
C. $2x - y - z + 7 = 0$. D. $x + 2y + z - 7 = 0$.

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz .

- A. Điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$.
B. $OM = \sqrt{14}$.
C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

D. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ . Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

- A. $\vec{a} = (1; 2; 1)$. B. $\vec{b} = (1; 2; -2)$. C. $\vec{c} = (0; -2; 2)$. D. $\vec{d} = (0; 2; 1)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

- A. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$. B. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$. C. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. D. $\vec{c} = (1; 2; 2)$.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
 B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$.
 D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = t (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ là

- A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$.
 B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.
 C. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$.
 D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với đường thẳng d là:

- A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
 B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$.
 C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.
 D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $P(7; 2; 1)$.
 B. $Q(-2; -4; 7)$.
 C. $N(4; 0; -1)$.
 D. $M(1; -2; 3)$.

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Điểm $A(a_1; a_2; a_3) \in \Delta$.
 B. Điểm $P(x_1; y_1; z_1) \in \Delta$.
 C. Vector $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$ vuông góc với Δ .
 D. Vector $\vec{v} = (x_1; y_1; z_1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (1; 0; 0)$.
 B. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{b} = (0; 1; 0)$.
 C. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{c} = (1; 0; 1)$.

D. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (0; 0; 1)$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; 1)$ lên trục Oz là điểm có toạ độ nào sau đây?

- A.** $(-1; 2; 0)$ **B.** $(0; 0; 1)$ **C.** $(-1; 0; 0)$ **D.** $(0; 2; 1)$

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A.** $x - 2y + z = 0$ **B.** $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **C.** $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ là

- A.** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với đường thẳng d là:

- A.** $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A.** $P(7; 2; 1)$ **B.** $Q(-2; -4; 7)$ **C.** $N(4; 0; -1)$ **D.** $M(1; -2; 3)$

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** Điểm $A(a_1; a_2; a_3) \in \Delta$.
B. Điểm $P(x_1; y_1; z_1) \in \Delta$.
C. Vector $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$ vuông góc với Δ .
D. Vector $\vec{v} = (x_1; y_1; z_1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (1; 0; 0)$.
B. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{b} = (0; 1; 0)$.
C. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{c} = (1; 0; 1)$.
D. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (0; 0; 1)$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; 1)$ lên trục Oz là điểm có tọa độ nào sau đây?

- A. $(-1; 2; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(-1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 1)$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $x - 2y + z = 0$. B. $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ là

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A và song song với hai mặt phẳng $(P), (Oxy)$ là

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 82. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM < R$. B. $OM = R$. C. $OM > R$. D. $OM \leq R$.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. 12. C. $2\sqrt{6}$. D. 3.

Câu 84. Mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $\sqrt{\frac{13}{3}}$.

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
C. $z_4 = -3-4i$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$

B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7), B(-3;8;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $r = 3$

B. $r = \sqrt{5}$

C. $r = \sqrt{6}$

D. $r = \sqrt{14}$

Câu 93. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu $P(A|B)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

B. Nếu $P(B) < 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

C. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

D. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$

Câu 94. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$

A. 0,7976

B. 0,7975

C. 0,2025

D. 0,2024

Câu 95. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(B|\bar{A})$

A. 0,7976

B. 0,7975

C. 0,2025

D. 0,2024

Câu 96. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$

A. $\frac{3}{7}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{6}{7}$

D. $\frac{1}{7}$

Câu 97. Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$. Kết luận nào sau đây là sai?

- A. $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$.
 B. $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$.
 C. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.
 D. $P(A|B) + P(\bar{B}|A) = 1$.

Câu 98. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

- A. $\frac{3}{7}$.
 B. $\frac{1}{2}$.
 C. $\frac{6}{7}$.
 D. $\frac{1}{7}$.

Câu 99. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.

- A. $0,25$.
 B. $0,1$.
 C. $0,15$.
 D. $0,35$.

Câu 100. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

- A. $\frac{5}{14}$.
 B. $\frac{5}{9}$.
 C. $\frac{5}{8}$.
 D. $\frac{1}{2}$.

Câu 101. Lớp Sư Phạm Toán có 95 sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$.
 B. $\frac{11}{23}$.
 C. $\frac{12}{23}$.
 D. $\frac{11}{19}$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI _ Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $50m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s)$, trong đó t (giây). Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.



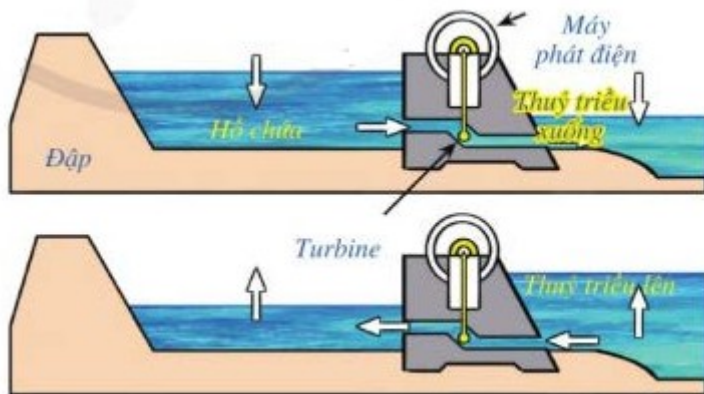
- a) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây.
 b) Từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi chuyển được 37 mét.
 c) Xe ô tô gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật.
 d) Nếu người lái xe nhìn thấy chướng ngại vật trên đường, sau đó 1 giây mới phản ứng đạp phanh khẩn cấp thì xe ô tô không có gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật.

Câu 2. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của

mức nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mức nước trong hồ chứa cao 8m.

$$h(t) = \frac{1}{90} \left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right)$$

- a)
 b) Mức nước trong hồ tại thời điểm $t = 6$ là 9,4 m.
 c) Mức nước trong hồ thấp nhất là 8m.
 d) Mức nước trong hồ cao nhất là 20m.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0; 2]$ và có một nguyên hàm là $F(x)$ đồng

thời thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 4$.

- a) $F(0) - F(2) = 4$
 b) $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2 \right] dx = -2$
 c) $\int_0^2 [f(x) + \cos x] dx = 4 + \sin 2$
 d) $\int_0^2 \frac{1}{e^x} (e^{x+\ln(f(x))} + e^{2x}) dx = e^2 - 3$

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x) = 3 - 5 \sin x$, $f(0) = 10$, $F(0) = 1$.

- a) $\int_0^3 f'(x) dx = 5 \cos 3 + 4$
 b) $f(x) = 3x + 5 \cos x - 5$
 c) $f(5) = 20 + 5 \cos 5$
 d) $F(2) = 17 + 5 \sin 2$

Câu 5. Tốc độ $v(\text{m/s})$ của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t

$$v(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 2 \\ 2, & 2 < t \leq 10 \\ 10 - 0,5t, & 10 < t \leq 22 \end{cases}$$

(giây) được cho bởi công thức

- a) Vận tốc của thang máy tại thời điểm $t = 1$ bằng $2(\text{m/s})$.

- b) Trong khoảng thời gian $2 < t \leq 10$ thì vận tốc không đổi và bằng 2 (m/s) .
- c) Quãng đường di chuyển của thang máy bằng 42 (m) .
- d) Vận tốc trung bình của thang máy bằng $1,91 \text{ (m/s)}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $S = \int_0^2 2^x dx$.

b) $S = \frac{3}{\ln 2}$.

c) $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

d) $S = \frac{3\pi}{\ln 2}$.

Câu 7. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

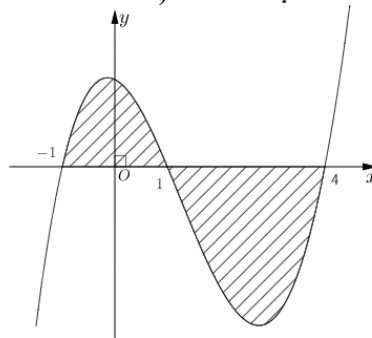
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, $y = 2x$, $x = 0$, $x = 1$ là $\frac{2}{3}$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$, $x = 0$, $x = 2$ là 4.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$, trục hoành, $x = 0$, $x = 1$ là $2\ln 2 - 1$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 12x$, $y = -x^2$, $x = -3$, $x = 4$ là $\frac{937}{12}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?



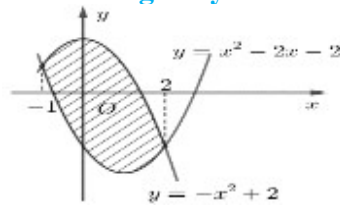
a) $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

b) $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

c) $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

d) $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 9. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$, $y = -x^2 + 2$, $x = 0$, $x = 2$.

b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$$S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

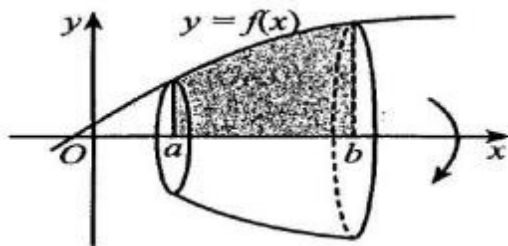
$$S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$$

d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là 8.

Câu 10. Cho vật thể tròn xoay như ở Hình 1.

a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay quanh trục Ox .

b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.



Hình 1 quay quanh trục Ox

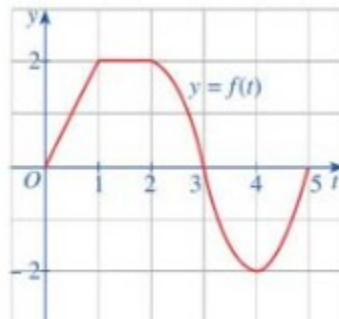
c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f(x) dx$$

d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Câu 11. Cho đồ thị hàm số $y = f(t)$ như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đây

a) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng

là: $t = 0$; $t = 1$ là

$$S = 2 \int_0^1 t dt = 1$$

b) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 1; t = 2$ là $S = \int_1^2 2 dt = 2$.

c) Tích phân $\int_2^3 f(x) dx$ biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 2; t = 3$.

d) Tích phân $\int_3^5 f(x) dx$ biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 3; t = 5$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $d': \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$

a. Vector $\vec{u} = (2; -1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

b. Hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau.

c. Mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song với d' là: $x + y + z + 1 = 0$.

d. Trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên là $M(0; 2; 1)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$

a. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

b. Điểm $M(1+2t; t; -2-t)$ nằm trên đường thẳng d với mọi số thực t .

c. Mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) là: $x + 3y + 5z + 9 = 0$.

d. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A . Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM = \sqrt{6}$. Khi đó tổng $2025a + b - c = 2027$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B . Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) (S) có tâm $I(4; 0; 0)$.

b) (S) có bán kính $R = 14$.

c) (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

d) Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$ cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

a) Tâm mặt cầu (S) là $I(1; -2; 3)$.

b) Bán kính mặt cầu (S) là $R = 16$.

c) Điểm $M(2; 0; 1)$ nằm trong mặt cầu (S) .

d) Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính nhỏ hơn 3.

Câu 16. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,5$, $P(\bar{B}) = 0,4$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(A|B) = 0,6$.
- b) $P(B|\bar{A}) = 0,6$.
- c) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$.
- d) $P(A \cap B) = 0,2$.

Câu 17. Lớp 12C1 có 40 học sinh, trong đó có 18 bạn nam còn lại là nữ. Có 4 bạn tên Mỹ, trong đó có 1 bạn nam và 3 bạn nữ. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Xác suất để có tên Mỹ là $\frac{1}{10}$.
- b) Xác suất để có tên Mỹ, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{3}{18}$.
- c) Xác suất để có tên Mỹ, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{22}$.
- d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Mỹ lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{22}$.

Câu 18. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,6$, $P(AB) = 0,2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(A \cup B) = 0,8$.
- b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$.
- c) $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,5$.
- d) $P(A\bar{B}) = 0,3$.

Câu 19. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\int x(x-1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1 + C$.
- b) $\int \frac{x^2+1}{x}dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.
- c) $\int (x+1)^2 dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$.
- d) $\int (e^x+1)dx = e^x + C$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x), g(x)$ xác định trên K . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx; k \neq 0$.
- b. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.
- c. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
- d. $\int f'(x)dx = F(x) + C$.

Câu 21. Cho hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4+1} dx$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a. $F(x) = \ln(x^4+1) + C$.

- b. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) - \frac{1}{4} \ln 2$, với $F(1) = 0$
- c. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1$, với $F(0) = 1$
- d. $F(x) = 4 \ln(x^4 + 1) + 1$.

Câu 22. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $S = \int_0^2 2^x dx$.

b) $S = \frac{3}{\ln 2}$.

c) $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

d) $S = \frac{3\pi}{\ln 2}$.

Câu 23. Trong các mệnh đề sau đúng hay sai.

a) Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $x = 0$, $x = 1$ và trục tung. Khi đó, $S_1 = \frac{1}{3}$.

b) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $x = 0$, $x = 1$ và trục tung là $S_2 = \frac{1}{4}$.

c) $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$; $y = x^2$ bằng $\frac{1}{12}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 2)$. M, N, K tương ứng là hình chiếu của A lên Ox, Oy, Oz

a). Phương trình đường thẳng $(OA): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$

b). Vectơ $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNK)

c). Khoảng cách điểm O đến mặt phẳng (MNK) bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$

d). Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm A sao cho $d(O, (P))$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng 9

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 25. Cho đường thẳng

a) Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 0)$.

b) Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(-4; -6; -4)$.

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

d) Đường thẳng d và d' $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ chéo nhau.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0; 1; 3)$.

b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.

c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 - t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .

b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.

c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .

d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2 .

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7)$, $B(-3; 8; -1)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+5}{4}$

a) [NB] Đường thẳng AB và đường thẳng (Δ) vuông góc với nhau;

b) [TH] Đường thẳng AB và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ tạo với nhau góc 75° (làm tròn đến độ);

c) [NB] Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1; -3; -3)$, bán kính $R = 3\sqrt{5}$

d) [NB] Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0; 1; 3)$.

b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.

c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 - t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .

b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.

c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .

d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$; $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$.

a) [TD] Khi $m = 0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

b) [TD] $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$.

c) [GQVĐ] Đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc α có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

d) [GQVĐ] Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Q}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 32. Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,625$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) Xác suất học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng, biết rằng học sinh đó đã tham gia câu lạc bộ cầu lông là 0,48.

Câu 33. Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (NB) $P(A) = \frac{5}{10}$.

b) (NB) $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) (TH) $P(A|B) = 0,75$.

d) (TH) $P(B|A) = 0,48$.

Câu 34. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh;

B : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán.

a) $P(B|A) = 0,48$.

- b) $P(A|B) = 0,75$
 c) $P(A) = 0,4$
 d) $P(B) = 0,625$

Câu 35. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ, còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

- a) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.
 b) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.
 c) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.
 d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Câu 36. Một kho hàng chứa 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”;

- a) $P(A) = 0,85$ b) $P(B|A) = 0,99$ c) $P(B) = 0,9855$ d) $P(A|B) = 0,95$

Câu 37. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

- a) [TD] Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.
 b) [TD] Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.
 c) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.
 d) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số là $\frac{7}{16}$.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Giá trị của $f(2)$ bằng.

Câu 2. Một xe ô tô đang chuyển động đều thì người lái xe nhìn thấy chướng ngại vật trên đường. Sau 1 giây thì người lái xe bắt đầu đạp phanh. Ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5 \text{ m/s}^2$. Biết rằng kể từ lúc nhìn thấy chướng ngại vật cho đến khi dừng hẳn thì xe đi thêm được quãng đường 41,6 mét. Vận tốc của xe khi người lái xe bắt đầu phanh là bao nhiêu m/s ?

Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m , người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15 (\text{m/s})$, trong đó t (giây). Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi chuyển được bao nhiêu mét?

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x(2x-1)^{2025}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Tính $F(0)$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 5. Biết rằng hàm số $F(x) = x + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$; hàm số $G(x) = \frac{x^2}{4} + 2025$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$. Gọi $H(x) = \int f(x) \cdot g(x) dx$, biết $H(4) = 4$. Tính $H(1)$.

Câu 6. Giá trị của $\int_0^2 (x^2 + 2x - 3) dx$ là

Câu 7. Tính tích phân sau: $\int_0^2 |2x - 3| dx$.

Câu 8. Cho tích phân $\int_1^2 \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right) dx = \ln a + \frac{b}{c}$, biết a, b, c là số nguyên. Tính tổng $a + b + c$.

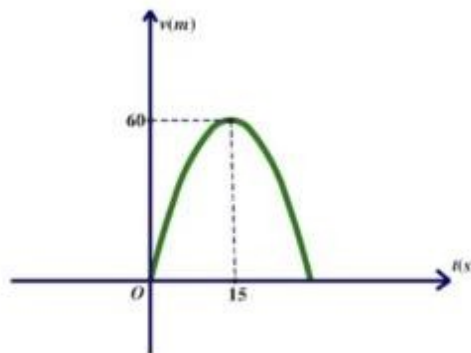
Câu 9. Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 10 \sin t$ (m/s²). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 5 m/s. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong π (s) đầu tiên.

Câu 10. Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng

Câu 11. Cho $0 \leq m \leq 2$ và tích phân $I = \int_0^m |x - 2| dx = 2$. Tìm m bằng

Câu 12. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$

Câu 13. Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 60m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



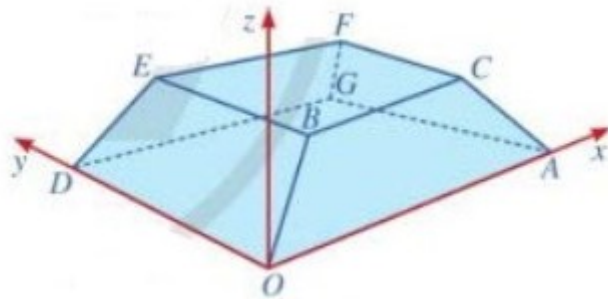
Câu 14. Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt parabol

$(P): y = x^2 - 5x + 4$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$ bằng bao nhiêu?

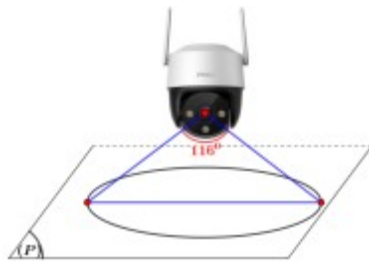
Câu 15. Cho phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=\sqrt{7}$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq \sqrt{7}$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $2x$ và $\sqrt{x^2+1}$. Thể tích của phần vật thể đã cho bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ ($b < 6; a, b, c \in \mathbf{N}$). Tính $a.b.c$?

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z+5=0$. Biết điểm M nằm trên mặt phẳng (α) sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm tung độ của điểm M .

Câu 17. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100m$, chiều rộng $OD=60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $a+c+d$.



Câu 18. Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+13=0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng chục)



Câu 19. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và chứa trục Ox có dạng $ax+3y+cz+d=0$. Tính $2a+3c-d$.

Câu 20. Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x-2y+2z-15=0$ và cách điểm $A(2;1;1)$ một khoảng bằng 5 có dạng $ax+by+2z+d=0$ với d là một số dương. Tính $a+b-2d$.

Câu 21. Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x-3y+4z+5=0$ và cách đều 2 điểm $A(3; -1; 2)$ và $B(2; 0; -1)$ có dạng $x+by+cz+d=0$. Tính $b+2c+3d$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy tìm số véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ và cho các điểm $A(0;1;-2), B(2;4;-3), C(4;7;1), D(-2;-2;-1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ ?

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và cho các điểm $A(1;0;2), B(3;-1;1), C(5;-2;4), D(-1;1;-1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm không thuộc đường thẳng Δ ?

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - mt \\ y = 2mt \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = z$. Tìm m để $\Delta \perp d$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $M(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3)$. đường thẳng đi qua 2 điểm A, B có phương trình dạng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\frac{x+a}{b} = \frac{y-5}{c} = \frac{z+d}{3}$. Giá trị của biểu thức $M = a + b + c + d$ bằng bao nhiêu?

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0), B(1;2;1), C(3;-2;0), D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $M(2;a;b)$. Khi đó a^b bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax + by + z + c = 0$. Tính giá trị của $a + b + c$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b}$ ($a, b \neq 0$) và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ song song với nhau. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 12y + 5z + 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

$$\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ và mặt phẳng $(P): 12x + 5z + 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 34. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(2; -1; 3)$ đến vị trí $B(8; 7; 1)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) có giá trị là

Câu 36. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị mỗi trục tính theo km) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(7; -4; \frac{4}{5})$ sẽ hạ cánh ở vị trí $B(7; 1; 0)$ trên đường băng. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(-1; 1; 2)$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + 2b + 3c - d$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(\frac{1}{2}; -1; 1)$, $B(2; 0; \frac{3}{2})$. Phương trình của mặt cầu (S) có đường kính AB có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Biết giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d$ là phân số $\frac{m}{n}$ tối giản, $m, n \in \mathbb{N}^+$. Tính $m + n$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 4 = 0$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a - 2b + c - d$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-2; 0; 0)$; $B(0; -2; 0)$; $C(0; 0; -2)$. D là điểm khác O sao cho DA , DB , DC đôi một vuông góc. $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 1; -2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$. Tính bán kính của mặt cầu (S) . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 42. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,21; P(B) = 0,52; P(B|A) = 0,6$. Khi đó $P(A|B) = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, giá trị của $D = a + b$ là bao nhiêu?

Câu 43. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy

được viên bi trắng”. Khi đó $P(A|\bar{B}) = \frac{a}{b}$, với phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $C = a - b$.

Câu 44. Lớp 11A1 của một trường THPT A có 20% học sinh tham gia Câu lạc bộ Tiếng Anh của trường, trong số đó có 85% học sinh có chứng chỉ IELTS từ 5.5 điểm trở lên. Ngoài ra trong lớp có 10% học sinh không tham gia Câu lạc bộ Tiếng Anh cũng có chứng chỉ IELTS từ 5.5 trở lên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 11A1. Tính xác suất để chọn được một học sinh có chứng chỉ IELTS từ 5.5 trở lên.

Câu 45. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 99% sản phẩm loại I chất lượng tốt, 96% sản phẩm loại II chất lượng tốt. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Tính xác suất để khách hàng chọn được sản phẩm loại I và có chất lượng tốt (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 46. Trong một kì thi Tốt nghiệp trung học phổ thông, một trường X có 60% học sinh lựa chọn tổ hợp D^{00} (gồm các môn Toán, Văn, Ngoại ngữ). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp D^{00} thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là $0,7$; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp D^{00} thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là $0,5$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X đã Tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ Đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp D^{00} (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 47. Một cuộc thi có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 20 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Hạnh lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Phúc

lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $100a - 99b$ bằng bao nhiêu?

Câu 48. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6; P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

Câu 49. Một lớp học có 95 sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kì thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tính xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nam.

Câu 50. Một bình đựng 3 bi xanh và 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên lần 1 một viên bi (không hoàn lại), rồi lần 2 một viên bi. Tính xác suất để lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng.

Câu 51. Biết $\int_0^1 x(1-x^2)^{2024} dx = \frac{1}{2m}$, với m là các số nguyên dương. Khi đó giá trị của m bằng bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN _ Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 15. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

A. $\int f(x)dx = F(x) + C$

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$

Câu 16. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

A. $x^2 + C$

B. $x^2 + 6x + C$

C. $2x^2 + C$

D. $2x^2 + 6x + C$

Câu 17. Hàm số nào trong các hàm số sau đây **không** là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

A. $\frac{x^{2023}}{2023} + 1$

B. $\frac{x^{2023}}{2023}$

C. $y = 2022x^{2021}$

D. $\frac{x^{2023}}{2023} - 1$

Câu 18. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$

C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

A. $3e^x + C$

B. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$

C. $\frac{1}{3}e^x + C$

D. $3e^{3x} + C$

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

A. $\sin x + 3x^2 + C$

B. $-\sin x + 3x^2 + C$

C. $\sin x + 6x^2 + C$

D. $-\sin x + C$

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$

D. $F(x) = e^x - 2019$

Câu 23. Tìm nguyên hàm $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$?

A. $\frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C$

B. $-\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$

C. $\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C$

D. $\frac{1}{32}(x^2 + 7)^{16} + C$

Câu 24. Nếu $\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$

B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$

C. $f(x) = 12x^2 + 2x$

D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$

D. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$

Câu 26. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$.
 Tìm $F(x)$.
 A. $2\ln(x-1)+2$ B. $\ln(x-1)+3$ C. $4\ln(x-1)$ D. $\ln(x-1)-3$

Câu 27. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.
 A. $2\ln 2 + 1$ B. $\ln 2$ C. $2\ln 3 + 2$ D. $2\ln 2$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$ và $b > a$. Giá trị $\int_a^b f(x) dx$ bằng
 A. $F(b) - F(a)$ B. $F(b) + F(a)$ C. $F(a) - F(b)$ D. $f(b) - f(a)$

Câu 15. Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng
 A. $\frac{15}{3}$ B. $\frac{17}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{15}{4}$

Câu 16. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Khi đó hiệu số $F(0) - F(5)$ bằng
 A. $\int_0^5 f(x) dx$ B. $\int_0^5 [-F(x)] dx$ C. $\int_0^5 F(x) dx$ D. $\int_0^5 [-f(x)] dx$

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$ và $F(1) = 3, F(3) = 6$. Tích phân $\int_1^3 f(x) dx$ bằng
 A. 9 B. -3 C. 3 D. 2

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 5]$, $f(1) = 1$ và $f(5) = 2$. Giá trị $\int_1^5 f'(x) dx$ bằng
 A. 1 B. -1 C. 3 D. $\frac{7}{2}$

Câu 19. Cho hàm số $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
 A. 7 B. 2 C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{15}{4}$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\square$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$ và $F(2) = 6, \int_2^4 f(x) dx = 4$. Giá trị $F(4)$ bằng
 A. 10 B. 2 C. 18 D. -2

Câu 21. Biết $\int_1^5 f(x) dx = -4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng
 A. 7 B. 64 C. -12 D. 12

Câu 22. Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng
A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 23. Nếu $\int_{-1}^4 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x)dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 24. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng
A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$, biết $f(4) = 3, f(1) = 1$. Giá trị $\int_1^4 2f'(x)dx$ bằng
A. 10. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 26. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 - f(x))dx$ bằng
A. -24. **B.** -25. **C.** -18. **D.** 28.

Câu 27. Biết $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x} dx = a + b \ln 2$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị $a^2 + 2b$ bằng
A. -2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Giá trị $\int_0^3 f(x)dx$ bằng
A. $6 + \ln 4$. **B.** $4 + \ln 4$. **C.** $6 + \ln 2$. **D.** $2 + 2 \ln 2$.

Câu 29. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

- A.** $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ **B.** $S = \int_a^b f(x) dx.$
C. $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$ **D.** $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

Câu 30. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

- A.** $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$ **B.** $S = \left| \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right|.$
C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$ **D.** $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx.$

Câu 31. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường sau: $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là:

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

D. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 32. Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành $x = 1$ và $x = 2$ là

A. $S = \frac{31}{4}.$

B. $S = \frac{49}{4}.$

C. $S = \frac{21}{4}.$

D. $S = \frac{39}{4}.$

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos^2 x$, trục hoành, **trục tung** ($x = 0$) và đường thẳng $x = \pi$.

A. $\frac{\pi}{8}.$

B. $\frac{\pi}{6}.$

C. $\frac{\pi}{4}.$

D. $\frac{\pi}{2}.$

Câu 34. Tính diện tích các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 4$; $y = -x^2 - 2x$ và hai đường thẳng $x = -3$, $x = -2$ là

A. $\frac{11}{6}.$

B. $\frac{11}{3}.$

C. $\frac{22}{3}.$

D. $\frac{19}{3}.$

Câu 35. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2$, $y = -1$, và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

Câu 36. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

A. $V = \frac{206}{15}.$

B. $V = \frac{14\pi}{3}.$

C. $V = \frac{14}{3}.$

D. $V = \frac{206\pi}{15}.$

Câu 37. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3^x$, $y = 0$, và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

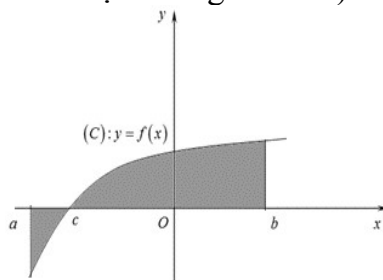
A. $S = \int_0^2 3^x dx.$

B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx.$

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx.$

Câu 38. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

B. $S = \int_a^b f(x) dx$

C. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

D. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$

Câu 39. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$

B. $\int_0^1 e^{6x} dx$

C. $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$

D. $\int_0^1 e^{3x} dx$

Câu 40. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x$, $y = 1$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$ bằng

A. e^2 .

B. $e + 2$.

C. $2e$.

D. $e - 2$.

Câu 41. Tính thể tích tròn xoay giới hạn bởi đường $x = 1$, $x = 2$ và đường cong $y = x + \frac{2}{x}$ xoay quanh trục Ox .

A. $\frac{25}{4}\pi$.

B. $\frac{25}{3}\pi$.

C. 5π .

D. 7 .

Câu 42. Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là $1.500.000$ đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là:

A. $33.750.000$ đồng. **B.** $3.750.000$ đồng. **C.** $12.750.000$ đồng. **D.** $6.750.000$ đồng.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$.

B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

C. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 1 = 0$. Vector nào dưới đây **không** là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$.

B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 0)$.

C. $\vec{n}_1 = (-1; -2; 0)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 4; 0)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình: $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$.

D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 4; -2)$ và $\vec{v} = (1; -2; 4)$. Tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng

A. $(-12; -6; -6)$.

B. $(12; -6; 6)$.

C. $(-12; 6; 6)$.

D. $(12; -6; -6)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -3; 2)$, $\vec{b} = (2; -3; 0)$. Gọi (P) là một mặt phẳng song song với các giá của vector $\vec{a}$, $\vec{b}$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (6; -4; 3)$.

B. $\vec{n} = (6; 4; 3)$.

C. $\vec{n} = (-6; -4; -3)$.

D. $\vec{n} = (6; 3; 4)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

A. $Q(3; 3; 0)$.

B. $N(2; 2; 2)$

C. $P(1; 2; 3)$.

D. $M(1; -1; 1)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $d = 3$. B. $d = 4$. C. $d = 1$. D. $d = \frac{1}{3}$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

- A. $x + y + 2z - 3 = 0$. B. $x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $3x - y - z = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$.
C. $x + y + 2z - 6 = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$.
C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

- A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$. B. $(Q): x + z = 0$.
C. $(Q): -x + y + z = 0$. D. $(Q): 3x - y + z = 0$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

- A. $2x + y - 2z + 1 = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$.
C. $2x - y - 2z = 0$. D. $2x - y + 2z = 0$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) có cặp vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 1)$ và đi qua $M(3; 4; -5)$. Mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $x - 4y - 7z - 16 = 0$. B. $x - 4y + 7z + 16 = 0$.
C. $x + 4y + 7z + 16 = 0$. D. $x + 4y + 7z - 16 = 0$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 3)$, $B(4; -3; 2)$, $C(0; 2; 5)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua ba điểm A, B, C là

- A. $2x + y + z - 7 = 0$. B. $2x + y - z - 7 = 0$.
C. $2x - y - z + 7 = 0$. D. $x + 2y + z - 7 = 0$.

Câu 58. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz .

- A. Điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$.

B. $OM = \sqrt{14}$.

C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

D. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ . Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

A. $\vec{a} = (1; 2; 1)$.

B. $\vec{b} = (1; 2; -2)$.

C. $\vec{c} = (0; -2; 2)$.

D. $\vec{d} = (0; 2; 1)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$.

B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$.

D. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$.

B. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$.

C. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$.

D. $\vec{c} = (1; 2; 2)$.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = t (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ là

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$

C. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với đường thẳng d là:

A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(7; 2; 1)$

B. $Q(-2; -4; 7)$

C. $N(4; 0; -1)$

D. $M(1; -2; 3)$

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Điểm $A(a_1; a_2; a_3) \in \Delta$

B. Điểm $P(x_1; y_1; z_1) \in \Delta$

C. Vector $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$ vuông góc với Δ .

D. Vector $\vec{v} = (x_1; y_1; z_1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (1; 0; 0)$.

B. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{b} = (0; 1; 0)$.

C. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{c} = (1; 0; 1)$.

D. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (0; 0; 1)$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; 1)$ lên trục Oz là điểm có toạ độ nào sau đây?

A. $(-1; 2; 0)$

B. $(0; 0; 1)$

C. $(-1; 0; 0)$

D. $(0; 2; 1)$

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

A. $x - 2y + z = 0$

B. $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$

D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

$d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với đường thẳng d là:

A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(7; 2; 1)$.

B. $Q(-2; -4; 7)$.

C. $N(4; 0; -1)$.

D. $M(1; -2; 3)$.

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Điểm $A(a_1; a_2; a_3) \in \Delta$.

B. Điểm $P(x_1; y_1; z_1) \in \Delta$.

C. Vector $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$ vuông góc với Δ .

D. Vector $\vec{v} = (x_1; y_1; z_1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (1; 0; 0)$.

B. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{b} = (0; 1; 0)$.

C. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{c} = (1; 0; 1)$.

D. Vector chỉ phương của trục Oy là $\vec{a} = (0; 0; 1)$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; 1)$ lên trục Oz là điểm có toạ độ nào sau đây?

A. $(-1; 2; 0)$.

B. $(0; 0; 1)$.

C. $(-1; 0; 0)$.

D. $(0; 2; 1)$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

A. $x - 2y + z = 0$.

B. $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$.

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ là

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.
 D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A và song song với hai mặt phẳng $(P), (Oxy)$ là

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 82. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM < R$.
 B. $OM = R$.
 C. $OM > R$.
 D. $OM \leq R$.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. $\sqrt{6}$.
 B. 12.
 C. $2\sqrt{6}$.
 D. 3.

Câu 84. Mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.
 B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$.
 C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.
 D. $\sqrt{\frac{13}{3}}$.

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$.
 B. $(-4; 2; -6)$.
 C. $(4; -2; 6)$.
 D. $(2; -1; 3)$.

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$.
 B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
 C. $z_4 = -3-4i$.
 D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$.
 B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.
 C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.
 D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.
 B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.
 C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.
 D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7), B(-3; 8; -1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 1; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $r = 3$

B. $r = \sqrt{5}$

C. $r = \sqrt{6}$

D. $r = \sqrt{14}$

Câu 93. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu $P(A|B)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

B. Nếu $P(B) < 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

C. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

D. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$

Câu 94. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(A|B)$

A. $0,7976$

B. $0,7975$

C. $0,2025$

D. $0,2024$

Câu 95. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,2024$, $P(B) = 0,2025$. Tính $P(B|\bar{A})$

A. $0,7976$

B. $0,7975$

C. $0,2025$

D. $0,2024$

Câu 96. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(A|B)$

A. $\frac{3}{7}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{6}{7}$

D. $\frac{1}{7}$

Câu 97. Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$. Kết luận nào sau đây là sai?

A. $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$

B. $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$

C. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

D. $P(A|B) + P(\bar{B}|A) = 1$

Câu 98. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$

A. $\frac{3}{7}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{6}{7}$

D. $\frac{1}{7}$

Câu 99. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.
A. 0,25. **B.** 0,1. **C.** 0,15. **D.** 0,35.

Câu 100. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B , là:
A. $\frac{5}{14}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 101. Lớp Sư Phạm Toán có 95 sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?
A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{11}{23}$. **C.** $\frac{12}{23}$. **D.** $\frac{11}{19}$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI _ Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $50m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s)$, trong đó t (giây). Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

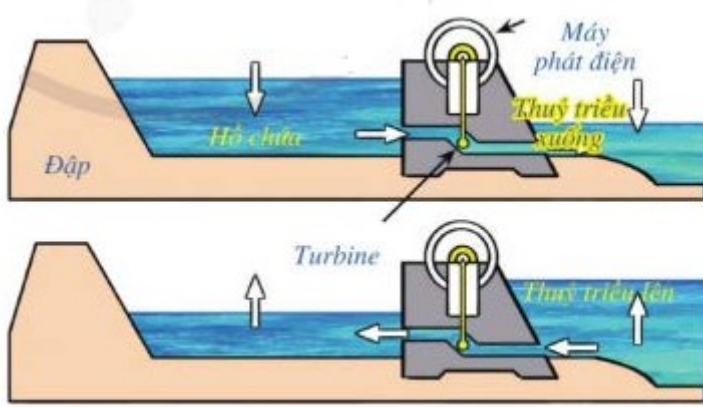


- a)** Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây.
- b)** Từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được 37 mét.
- c)** Xe ô tô gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật.
- d)** Nếu người lái xe nhìn thấy chướng ngại vật trên đường, sau đó 1 giây mới phản ứng đạp phanh khẩn cấp thì xe ô tô không có gặp tai nạn do không va chạm với chướng ngại vật.

Câu 2. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của

mức nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mức nước trong hồ chứa cao $8m$.

- a)** $h(t) = \frac{1}{90} \left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right)$
- b)** Mức nước trong hồ tại thời điểm $t = 6$ là $9,4m$.
- c)** Mức nước trong hồ thấp nhất là $8m$.
- d)** Mức nước trong hồ cao nhất là $20m$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0; 2]$ và có một nguyên hàm là $F(x)$ đồng

thời thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 4$.

a) $F(0) - F(2) = 4$

b) $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) - 2 \right] dx = -2$

c) $\int_0^2 [f(x) + \cos x] dx = 4 + \sin 2$

d) $\int_0^2 \frac{1}{e^x} (e^{x+\ln(f(x))} + e^{2x}) dx = e^2 - 3$

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x) = 3 - 5 \sin x$, $f(0) = 10$, $F(0) = 1$.

a) $\int_0^3 f'(x) dx = 5 \cos 3 + 4$

b) $f(x) = 3x + 5 \cos x - 5$

c) $f(5) = 20 + 5 \cos 5$

d) $F(2) = 17 + 5 \sin 2$

Câu 5. Tốc độ $v(\text{m/s})$ của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t

$$v(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 2 \\ 2, & 2 < t \leq 10 \\ 10 - 0,5t, & 10 < t \leq 22 \end{cases}$$

(giây) được cho bởi công thức

a) Vận tốc của thang máy tại thời điểm $t = 1$ bằng $2(\text{m/s})$.

b) Trong khoảng thời gian $2 < t \leq 10$ thì vận tốc không đổi và bằng $2(\text{m/s})$.

c) Quãng đường di chuyển của thang máy bằng $42(\text{m})$.

d) Vận tốc trung bình của thang máy bằng $1,91(\text{m/s})$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $S = \int_0^2 2^x dx$.

a)

b) $S = \frac{3}{\ln 2}.$

c) $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$

d) $S = \frac{3\pi}{\ln 2}.$

Câu 7. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

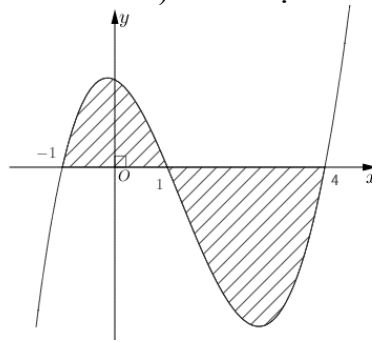
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, $y = 2x$, $x = 0$, $x = 1$ là $\frac{2}{3}$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$, $x = 0$, $x = 2$ là 4.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$, trục hoành, $x = 0$, $x = 1$ là $2\ln 2 - 1$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 12x$, $y = -x^2$, $x = -3$, $x = 4$ là $\frac{937}{12}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?



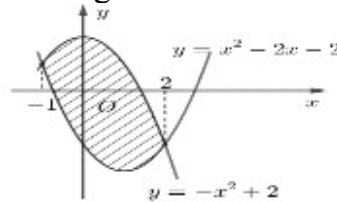
a) $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

b) $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

c) $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

d) $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

Câu 9. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$, $y = -x^2 + 2$, $x = 0$, $x = 2$.

b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$$S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

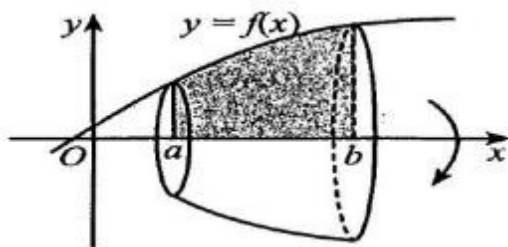
$$S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$$

d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là 8.

Câu 10. Cho vật thể tròn xoay như ở Hình 1.

a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox .

b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.



Hình 1 quay quanh trục Ox

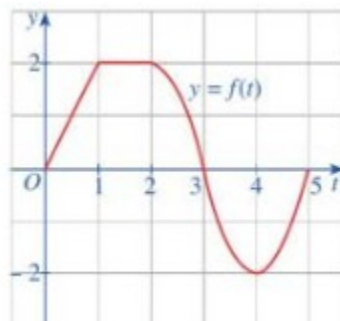
c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f(x) dx$$

d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Câu 11. Cho đồ thị hàm số $y = f(t)$ như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đây

a) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 0; t = 1$ là

$$S = 2 \int_0^1 t dt = 1$$

b) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 1; t = 2$ là

$$S = \int_1^2 2 dt = 2$$

c) Tích phân $\int_2^3 f(x) dx$ biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 2; t = 3$.

d) Tích phân $\int_3^5 f(x) dx$ biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng là: $t = 3; t = 5$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $d': \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$

a. Vector $\vec{u} = (2; -1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

b. Hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau.

c. Mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song với d' là: $x + y + z + 1 = 0$.

d. Trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên là $M(0; 2; 1)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$

a. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

b. Điểm $M(1+2t; t; -2-t)$ nằm trên đường thẳng d với mọi số thực t .

c. Mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) là: $x + 3y + 5z + 9 = 0$.

d. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A . Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM = \sqrt{6}$. Khi đó tổng $2025a + b - c = 2027$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B . Các khẳng định sau là đúng hay sai?

- a) (S) có tâm $I(4; 0; 0)$.
- b) (S) có bán kính $R = 14$.
- c) (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.
- d) Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$ cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

- a) Tâm mặt cầu (S) là $I(1; -2; 3)$.
- b) Bán kính mặt cầu (S) là $R = 16$.
- c) Điểm $M(2; 0; 1)$ nằm trong mặt cầu (S) .
- d) Mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính nhỏ hơn 3.

Câu 16. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,5$, $P(\bar{B}) = 0,4$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(A|B) = 0,6$.
- b) $P(B|\bar{A}) = 0,6$.
- c) $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$.
- d) $P(A \cap B) = 0,2$.

Câu 17. Lớp 12C1 có 40 học sinh, trong đó có 18 bạn nam còn lại là nữ. Có 4 bạn tên Mỹ, trong đó có 1 bạn nam và 3 bạn nữ. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Xác suất để có tên Mỹ là $\frac{1}{10}$.
- b) Xác suất để có tên Mỹ, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{3}{18}$.
- c) Xác suất để có tên Mỹ, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{22}$.
- d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Mỹ lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{22}$.

Câu 18. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,6$, $P(AB) = 0,2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $P(A \cup B) = 0,8$.
- b) $P(A|B) = \frac{1}{2}$.
- c) $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,5$.
- d) $P(A\bar{B}) = 0,3$.

Câu 19. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\int x(x-1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1 + C$.
- b) $\int \frac{x^2+1}{x}dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.
- c) $\int (x+1)^2 dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$.
- d) $\int (e^x + 1)dx = e^x + C$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x), g(x)$ xác định trên K . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx; k \neq 0$.
- b. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.
- c. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
- d. $\int f'(x)dx = F(x) + C$.

Câu 21. Cho hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4+1} dx$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a. $F(x) = \ln(x^4+1) + C$.
- b. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) - \frac{1}{4} \ln 2$, với $F(1) = 0$.
- c. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + 1$, với $F(0) = 1$.
- d. $F(x) = 4 \ln(x^4+1) + 1$.

Câu 22. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $S = \int_0^2 2^x dx.$

b) $S = \frac{3}{\ln 2}.$

c) $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$

d) $S = \frac{3\pi}{\ln 2}.$

Câu 23. Trong các mệnh đề sau đúng hay sai.

a) Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $x = 0$, $x = 1$ và trục tung. Khi đó, $S_1 = \frac{1}{3}$.

b) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $x = 0$, $x = 1$ và trục tung là $S_2 = \frac{1}{4}$.
 $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$; $y = x^2$ bằng $\frac{1}{12}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 2)$. M, N, K tương ứng là hình chiếu của A lên Ox, Oy, Oz

a). Phương trình đường thẳng $(OA): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$

b). Vectơ $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNK)

c). Khoảng cách điểm O đến mặt phẳng (MNK) bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$

d). Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ là mặt phẳng đi qua điểm A sao cho $d(O, (P))$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng 9

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 25. Cho đường thẳng

a) Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 0)$.

b) Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(-4; -6; -4)$.

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

d) Đường thẳng d và $d': \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ chéo nhau.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

- a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0; 1; 3)$.
 b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.
 c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.
 d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .
 b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.
 c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .
 d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2 .

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 7)$, $B(-3; 8; -1)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+5}{4}$

- a) [NB] Đường thẳng AB và đường thẳng (Δ) vuông góc với nhau;
 b) [TH] Đường thẳng AB và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ tạo với nhau góc 75° (làm tròn đến độ);
 c) [NB] Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1; -3; -3)$, bán kính $R = 3\sqrt{5}$
 d) [NB] Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$.

- a) [TD] Tâm của mặt cầu đường kính AB là điểm có tọa độ là $I(0; 1; 3)$.
 b) [TD] Bán kính của mặt cầu đường kính AB bằng $2\sqrt{2}$.
 c) [GQVĐ] Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.
 d) [GQVĐ] Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu đường kính AB .

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3-t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- a) [TD] Vec tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .
 b) [TD] d_2 đi qua điểm $A(0; 3; 0)$.
 c) [GQVĐ] d_1 song song với d_2 .
 d) [GQVĐ] d_1 vuông góc với d_2 .

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$; $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$.

a) [TD] Khi $m = 0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

b) [TD] $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$.

c) [GQVĐ] Đường thẳng Δ đi qua gốc toạ độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc α có $\cos \alpha = \frac{4}{9}$.

d) [GQVĐ] Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Q}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$.

Câu 32. Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,625$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) Xác suất học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng, biết rằng học sinh đó đã tham gia câu lạc bộ cầu lông là 0,48.

Câu 33. Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (NB) $P(A) = \frac{5}{10}$.

b) (NB) $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) (TH) $P(A|B) = 0,75$.

d) (TH) $P(B|A) = 0,48$.

Câu 34. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh;

B : Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán.

a) $P(B|A) = 0,48$.

b) $P(A|B) = 0,75$.

c) $P(A) = 0,4$.

d) $P(B) = 0,625$.

Câu 35. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ, còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để bạn lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Câu 36. Một kho hàng chứa 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được sản phẩm loại I”;

B : “Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng”;

a) $P(A) = 0,85$

b) $P(B|A) = 0,99$

c) $P(B) = 0,9855$

d)

$P(A|B) = 0,95$

Câu 37. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) [TD] Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) [TD] Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

c) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $\frac{3}{5}$.

d) [GQVĐ] Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số là $\frac{7}{16}$.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Giá trị của $f(2)$ bằng.

Lời giải

Trả lời: 20

Ta có: $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2 \Leftrightarrow xf'(x) - f(x) = 2x^3 + 3x^2 = x^2(2x + 3)$

$$\Leftrightarrow \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = 2x + 3 \Leftrightarrow \int \left(\frac{f'(x)}{x} - \frac{f(x)}{x^2} \right) dx = \int (2x + 3) dx \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = x^2 + 3x + C.$$

$$\text{Do } f(1) = 4 \Rightarrow 4 = 1 + 3 + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow f(2) = 20.$$

Câu 2. Một xe ô tô đang chuyển động đều thì người lái xe nhìn thấy chướng ngại vật trên đường. Sau 1 giây thì người lái xe bắt đầu đạp phanh. Ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc

$a = -5 \text{ m/s}^2$. Biết rằng kể từ lúc nhìn thấy chướng ngại vật cho đến khi dừng hẳn thì xe đi thêm được quãng đường 41,6 mét. Vận tốc của xe khi người lái xe bắt đầu phanh là bao nhiêu m/s ?

Lời giải

Kết quả: 16

Gọi vận tốc của xe khi bắt đầu phanh là v_0 (m/s)

Vận tốc tại thời điểm t kể từ lúc bắt đầu phanh là: $v(t) = \int (-5) dt = -5t + C$

Vận tốc của vật tại thời điểm bắt đầu phanh xe là v_0 (m/s) nên ta có
 $v(0) = v_0 \Rightarrow C = v_0 \Rightarrow v(t) = -5t + v_0$

Quãng đường vật đi được tại thời điểm t kể từ khi bắt đầu đạp phanh là $S(t) = \int v(t) dt$
 $= \int (-5t + v_0) dt = -\frac{5}{2}t^2 + v_0t + C$

Ta có $S(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow S(t) = -\frac{5}{2}t^2 + v_0t$

Khi xe dừng hẳn ta có $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + v_0 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{5}$

Quãng đường xe đi được từ khi bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$S = S\left(\frac{v_0}{5}\right) = -\frac{5}{2}\left(\frac{v_0}{5}\right)^2 + \frac{v_0^2}{5} = \frac{v_0^2}{10} \text{ (m)}$$

Quãng đường người lái xe đi từ khi nhìn thấy chướng ngại vật đến khi đạp phanh là v_0 (m).

Theo bài ra ta có phương trình $\frac{v_0^2}{10} + v_0 = 41,6$

Giải phương trình ta được $\begin{cases} v_0 = 16 \\ v_0 = -26 \end{cases}$

Vậy vận tốc khi người lái xe bắt đầu phanh là 16 (m/s).

Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m , người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t (giây). Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi chuyển được bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp số : 37,5

Quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của $v(t)$ nên:

$$s(t) = \int v(t) dt = \int (-3t + 15) dt = -\frac{3t^2}{2} + 15t + C$$

$$\Rightarrow s(t) = -\frac{3t^2}{2} + 15t + C$$

$$t = 0 \Rightarrow s(0) = 0$$

Cho

$$\Rightarrow C = 0$$

$$\Rightarrow s(t) = -\frac{3t^2}{2} + 15t$$

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 15 = 0 \Rightarrow t = 5$

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây.

Sau khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe đi được quãng đường: $s(5) = -\frac{3 \cdot 5^2}{2} + 15 \cdot 5 = 37,5 \text{ (m)}$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x(2x-1)^{2025}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Tính $F(0)$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp số: 1.

$$f(x) = x(2x-1)^{2025} = \frac{1}{2}(2x-1+1)(2x-1)^{2025} = \frac{1}{2}(2x-1)^{2026} + \frac{1}{2}(2x-1)^{2025}$$

+) Ta có

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{2}(2x-1)^{2026} + \frac{1}{2}(2x-1)^{2025} \right) dx = \frac{1}{4} \frac{(2x-1)^{2027}}{2027} + \frac{1}{4} \frac{(2x-1)^{2026}}{2026} + C$$

$$= \frac{(2x-1)^{2027}}{8108} + \frac{(2x-1)^{2026}}{8104} + C$$

Lại có: $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{(2x-1)^{2027}}{8108} + \frac{(2x-1)^{2026}}{8104} + 1$

$$\Rightarrow F(0) = \frac{(-1)^{2027}}{8108} + \frac{(-1)^{2026}}{8104} + 1 \approx 1$$

Vậy $F(0) \approx 1$.

Câu 5. Biết rằng hàm số $F(x) = x + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$; hàm số $G(x) = \frac{x^2}{4} + 2025$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$. Gọi $H(x) = \int f(x) \cdot g(x) dx$, biết $H(4) = 4$. Tính $H(1)$.

Lời giải

Trả lời: $\frac{1}{4} = 0,25$

$$* f(x) = F'(x) = 1; g(x) = G'(x) = \frac{x}{2}$$

$$* H(x) = \int f(x) \cdot g(x) dx = \int \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{4} + C$$

$$* H(4) = 4 \text{ nên suy ra } C = 0. \text{ Do đó } H(x) = \frac{x^2}{4}$$

$$* H(1) = \frac{1}{4} = 0,25$$

Câu 6. Giá trị của $\int_0^2 (x^2 + 2x - 3) dx$ là

Lời giải

$$\int_0^2 (x^2 + 2x - 3) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_0^2 = \frac{2}{3}$$

$$\int_0^2 |2x-3| dx$$

Câu 7. Tính tích phân sau:

Lời giải

$$\int_0^2 |2x-3| dx = \int_0^{\frac{3}{2}} (3-2x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 (2x-3) dx = \left(3x-x^2\right)\Big|_0^{\frac{3}{2}} + \left(x^2-3x\right)\Big|_{\frac{3}{2}}^2 = \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

Câu 8. Cho tích phân $\int_1^2 \left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx = \ln a + \frac{b}{c}$, biết a, b, c là số nguyên. Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải

$$\int_1^2 \left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x|\right)\Big|_1^2 = \ln 2 + \frac{3}{2} = \ln a + \frac{b}{c} \Rightarrow a=2, b=3, c=2$$

$$\Rightarrow a+b+c=7.$$

Câu 9. Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 10 \sin t$ (m/s^2). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 5 m/s . Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong π (s) đầu tiên.

Lời giải

Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = \int a(t) dt = \int 10 \sin t dt = -10 \cos t + C$.

Khi vật bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc là 5 m/s nên ta có $v(0) = 5 \Leftrightarrow -10 \cos 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 15$.

Do đó $v(t) = -10 \cos t + 15$.

Ta có $-1 \leq \cos t \leq 1, \forall t \in [0; \pi]$

$$\Leftrightarrow 10 \geq -10 \cos t \geq -10, \forall t \in [0; \pi]$$

$$\Leftrightarrow 25 \geq -10 \cos t + 15 \geq 5, \forall t \in [0; \pi]$$

$$\Leftrightarrow 25 \geq v(t) \geq 5, \forall t \in [0; \pi]$$

Vậy vận tốc của vật đạt giá trị lớn nhất là 25 m/s khi $t = \pi$.

Khi đó, gia tốc của vật tại thời điểm $t = \pi$ là $a(\pi) = 10 \sin \pi = 0$ (m/s).

Câu 10. Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng
Trả lời: -133

Lời giải

$$\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx = 4 \int_0^5 f(x) dx - \int_0^5 3x^2 dx = -8 - x^3 \Big|_0^5 = -8 - 125 = -133$$

Câu 11. Cho $0 \leq m \leq 2$ và tích phân $I = \int_0^m |x-2| dx = 2$. Tìm m bằng
Trả lời: 2

Lời giải

Do: $x \in [0; m] \Rightarrow x-2 \leq x-m \leq 0 \Rightarrow |x-2| = 2-x$

$$I = \int_0^m (2-x) dx = \left(2x - \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^m = 2m - \frac{m^2}{2} = 2 \Rightarrow m = 2$$

Câu 12. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$

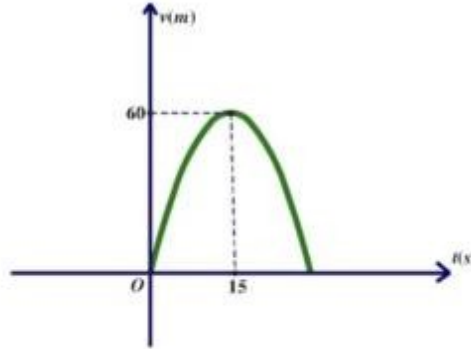
Trả lời: 7

Lời giải

Ta có $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3.$

Do đó $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7.$

Câu 13. Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau $15s$ thì xe đạt đến vận tốc cao nhất $60m/s$ và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



Lời giải

Trả lời: 600.

Hàm số vận tốc có đồ thị là đường Parabol $v(t) = at^2 + bt + c (a \neq 0)$, theo hình vẽ ta thấy đỉnh của Parabol là $I(15; 60)$, đồng thời đi qua gốc $O(0; 0)$, suy ra:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 15 \\ a \cdot 15^2 + b \cdot 15 + c = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 30a + b = 0 \\ a \cdot 15^2 + b \cdot 15 + 0 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{15} \\ b = 8 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -\frac{4}{15}t^2 + 8t$$

Theo đồ thị xe bắt đầu tăng tốc lúc $t = 0$ và đạt vận tốc cao nhất lúc $t = 15s$ nên quãng đường đi được của xe từ lúc bắt đầu tăng tốc đến lúc đạt vận tốc cao nhất là:

$$\int_0^{15} v(t) dt = \int_0^{15} \left(-\frac{4}{15}t^2 + 8t\right) dt = \left(-\frac{4}{45}t^3 + 4t^2\right) \Big|_0^{15} = 600 \text{ m}$$

Vậy từ lúc bắt đầu tăng tốc đến lúc vận tốc đạt cao nhất thì xe đi được quãng đường dài $600m$.

Câu 14. Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt parabol

$(P): y = x^2 - 5x + 4$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -4

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là

$$x^2 - 5x + 4 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4 - m = 0, (1)$$

d và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 4 + m = m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$

Theo Viét: $x_1 + x_2 = 6; x_1 x_2 = 4 - m$

$$S = \int_{x_1}^{x_2} (m - x^2 + 6x - 4) dx = \left((m-4)x + 3x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x_1}^{x_2}$$

Ta có

$$= \left((m-4) + 3(x_1 + x_2) - \frac{1}{3} \left[(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 \right] \right) (x_2 - x_1) = \frac{4}{3} \sqrt{(m+5)^3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow m = -4$$

Vậy $S = -4$.

Câu 15. Cho phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=\sqrt{7}$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq \sqrt{7}$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $2x$ và $\sqrt{x^2+1}$. Thể tích của phần vật thể đã cho bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ ($b < 6; a, b, c \in \mathbf{N}$) là số nguyên tố. Tính $a.b.c$?

Lời giải

Đáp số: 84

Diện tích thiết diện là: $S(x) = 2x \cdot \sqrt{x^2+1}$.

$$V = \int_1^{\sqrt{7}} 2x \cdot \sqrt{x^2+1} dx$$

Thể tích phần vật thể đã cho là:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2+1 \Rightarrow tdt = xdx.$$

$$\text{Với } x=1 \Rightarrow t=\sqrt{2}; \quad x=\sqrt{7} \Rightarrow t=2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow V = \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} = \frac{14\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy $a=14; b=2; c=3$ nên $a.b.c=84$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z+5=0$. Biết điểm M nằm trên mặt phẳng (α) sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm tung độ của điểm M .

Lời giải

Đáp án: 4

Gọi I là trung điểm của AB nên $I(1; 2; 4)$

$$\begin{aligned} MA^2+MB^2 &= (\overline{MI} + \overline{IA})^2 + (\overline{MI} + \overline{IB})^2 = MI^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IA} + IA^2 + MI^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IB} + IB^2 \\ &= 2MI^2 + 2\overline{MI}(\overline{IA} + \overline{IB}) + IA^2 + IB^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2 \end{aligned}$$

MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2MI^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$(\alpha): x-2y+z+5=0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}=(1; -2; 1)$

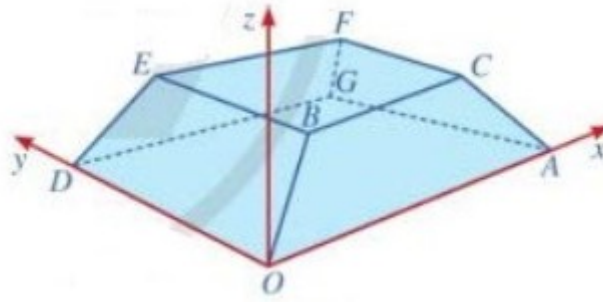
Do $M \in (\alpha)$ nên $M(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) .

$$\begin{aligned} \begin{cases} M \in (\alpha) \\ \overline{IM} = k \cdot \vec{n} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2y_0 + z_0 + 5 = 0 \\ x_0 - 1 = k \\ y_0 - 2 = -2k \\ z_0 - 4 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 4 \\ z_0 = 3 \\ k = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra:

Vậy tung độ của điểm M là 4.

Câu 17. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100m$, chiều rộng $OD=60m$ và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $a+c+d$.



Lời giải

Đáp án: -10

Gắn hình chóp cắt vào hệ trục $Oxyz$, ta có:

$O(0;0;0)$, $A(100;0;0)$, $G(100;60;0)$, $D(0;60;0)$, $B(10;10;8)$

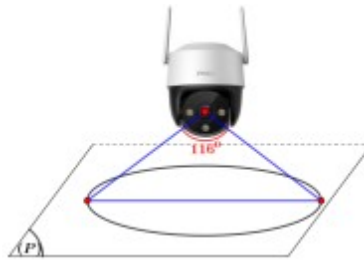
Do $\overrightarrow{OA} = (100;0;0)$, $\overrightarrow{OB} = (10;10;8)$ nên $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (0; -100; 1000)$

Suy ra mặt phẳng $(OACB)$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (0; 1; -10)$

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ là $y - 10z = 0$

Do đó $a = 0, c = -10, d = 0$. Vậy $a + c + d = 0 - 10 + 0 = -10$

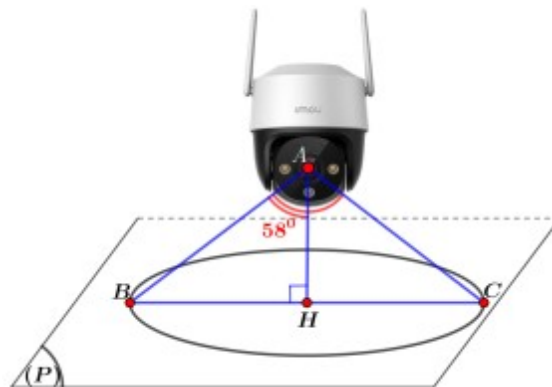
Câu 18. Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 13 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng chục)



Lời giải

Gọi A, B, C là các điểm như hình vẽ bên dưới và H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) .

Hình vẽ



Theo đề $\angle BAC = 116^\circ \Rightarrow \angle BAH = 58^\circ$.

$$AH = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot 5 + 13|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$$

Khi đó (đvdd).

Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có:

$$\tan \angle BAH = \frac{BH}{AH} \Rightarrow BH = \tan 58^\circ \cdot 2 = 2 \tan 58^\circ \quad (\text{đvdd}).$$

Suy ra $BC = 2BH = 2 \cdot 2 \tan 58^\circ \approx 6,4$ (đvdd)

Vậy vùng quan sát của camera trên mặt phẳng (P) là hình tròn có đường kính khoảng $6,4$ (đvdd).

Câu 19. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và chứa trục Ox có dạng $ax + 3y + cz + d = 0$. Tính $2a + 3c - d$.

Lời giải

Đáp án: 6.

Trục Ox chứa điểm $O(0; 0; 0)$ và điểm $B(1; 0; 0)$.

Do mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và chứa trục Ox nên mặt phẳng (P) có cặp vector chỉ phương:

$$\overrightarrow{OA} = (1; 2; -3)$$

$$\overrightarrow{OB} = (1; 0; 0)$$

Do đó mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến: $\vec{n} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB} = (0; -3; -2)$.

Phương trình mặt phẳng là: $0(x - 0) - 3(y - 0) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3y + 2z = 0$.

Vậy $2a + 3c - d = 6$.

Câu 20. Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 15 = 0$ và cách điểm $A(2; 1; 1)$ một khoảng bằng 5 có dạng $ax + by + 2z + d = 0$ với d là một số dương. Tính $a + b - 2d$.

Lời giải

Đáp án: -27.

Do mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 15 = 0$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng $x - 2y + 2z + d = 0$.

Ta có:

$$d_{(A; (\alpha))} = \frac{|2 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|2 + d|}{3} = 5 \Rightarrow |2 + d| = 15 \Rightarrow \begin{cases} d = 13 \\ d = -17 \end{cases}$$

Do $d > 0 \Rightarrow d = 13$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $x - 2y + 2z + 13 = 0$.

Vậy $a + b - 2d = 1 - 2 - 2 \cdot 13 = -27$.

Câu 21. Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 5 = 0$ và cách đều 2 điểm $A(3; -1; 2)$ và $B(2; 0; -1)$ có dạng $x + by + cz + d = 0$. Tính $b + 2c + 3d$.

Lời giải

Đáp án: -13.

Do mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 5 = 0$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng $x - 3y + 4z + d = 0$.

Ta có:

$$d_{\{A;\alpha\}} = d_{\{B;\alpha\}}$$

$$\frac{|3 - 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 + d|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2}} = \frac{|2 - 3 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) + d|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 4^2}}$$

$$\hat{U} \quad |14 + d| = |d - 2|$$

$$\hat{U} \quad \begin{cases} 4 + d = d - 2 \\ 4 + d = 2 - d \end{cases}$$

$$\hat{U} \quad 4 + d = 2 - d$$

$$\hat{U} \quad d = -6.$$

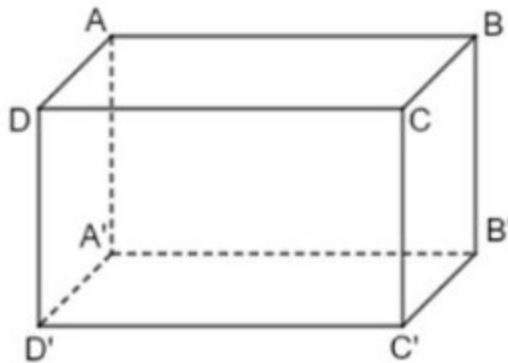
Phương trình mặt phẳng là: $x - 3y + 4z - 6 = 0$.

$$\text{Vậy } b + 2c + 3d = -3 + 2 \cdot 4 + 3(-6) = -13.$$

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy tìm số véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp.

Lời giải

Đáp số: 8.



Các véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp gồm: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{C'D'}$. Có tất cả là 8 véc tơ.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ và cho các điểm $A(0; 1; -2), B(2; 4; -3), C(4; 7; 1), D(-2; -2; -1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ ?

Lời giải

Đáp số: 3.

+) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{0}{2} = \frac{1-1}{3} = \frac{-2+2}{-1} \Leftrightarrow 0 = 0 = 0 \quad \text{điều này là đúng, do đó } A \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm B vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{2}{2} = \frac{4-1}{3} = \frac{-3+2}{-1} \Leftrightarrow 1 = 1 = 1 \quad \text{điều này là đúng, do đó } B \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm C vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{4}{2} = \frac{7-1}{3} = \frac{1+2}{-1} \Leftrightarrow 2 = 2 = -3 \quad \text{điều này là vô lí, do đó } C \notin \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{-2}{2} = \frac{-2-1}{3} = \frac{-1+2}{-1} \Leftrightarrow -1 = -1 = -1 \quad \text{điều này là đúng, do đó } D \in \Delta.$$

Vậy có 3 điểm thuộc đường thẳng Δ là A, B, D .

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ và cho các điểm $A(1; 0; 2), B(3; -1; 1), C(5; -2; 4), D(-1; 1; -1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm không thuộc đường thẳng Δ ?

Lời giải

Đáp số: 2.

+) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ 0 = -t \\ 2 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

. Hệ có nghiệm, do đó $A \in \Delta$.

+) Thay tọa độ của điểm B vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 3 = 1 + 2t \\ -1 = -t \\ 1 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow t \in \emptyset$$

. Hệ vô nghiệm, do đó $B \notin \Delta$.

+) Thay tọa độ của điểm C vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 5 = 1 + 2t \\ -2 = -t \\ 4 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases}$$

. Hệ có nghiệm, do đó $C \in \Delta$.

+) Thay tọa độ của điểm D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} -1 = 1 + 2t \\ 1 = -t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -3 \end{cases} \Leftrightarrow t \in \emptyset$$

. Hệ vô nghiệm, do đó $D \notin \Delta$.

Vậy có 2 điểm không thuộc đường thẳng Δ là B, D .

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 - mt \\ y = 2mt \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = z$. Tìm m để $\Delta \perp d$.

Lời giải

Đáp số: $m = -0,5$.

+) Δ có VTCP $\vec{u} = (-m; 2m; -4)$, d có VTCP $\vec{v} = (2; -3; 1)$.

+) $\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (-m) \cdot 2 + 2m \cdot (-3) + (-4) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} = -0,5$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-0}{2} = \frac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $M(a; b; c)$. Tính $a+b+c$.

Đáp số: $a + b + c = 3$.

$$+) d \text{ có PTTS } \begin{cases} x = -1 - s \\ y = 6 + 2s \\ z = -3 - 2s \end{cases}$$

$$+) \text{ Để xét VTTĐ của } \Delta \text{ và } d \text{ ta xét hệ: } \begin{cases} 2 - t = -1 - s \\ 2t = 6 + 2s \\ 1 - t = -3 - 2s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - s = 3 \\ t - s = 3 \\ t - 2s = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ s = -1 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất nên Δ và d cắt nhau. Thay $t = 2$ vào phương trình Δ (hoặc thay $s = -1$ vào phương trình của d) ta được tọa độ giao điểm của Δ và d là $M(0; 4; -1) \Rightarrow a + b + c = 0 + 4 + (-1) = 3$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. đường

thẳng đi qua 2 điểm A, B có phương trình dạng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

Lời giải

Đáp số: $y_0 + z_0 + b + c = 2$.

$$+) \Delta \text{ có VTCP là } \overrightarrow{AB} = (1; -3; 4) = \frac{1}{2}(2; -6; 8) \Rightarrow b = -6, c = 8$$

+) Thay tọa độ điểm B vào phương trình Δ ta được:

$$\begin{cases} 2 = 2t \\ -1 = y_0 - 6t \\ 3 = z_0 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ y_0 = 5 \\ z_0 = -5 \end{cases}$$

Từ đó ta có: $y_0 + z_0 + b + c = 5 - 5 - 6 + 8 = 2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với

mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\frac{x+a}{b} = \frac{y-5}{c} = \frac{z+d}{3}$. Giá trị của biểu thức $M = a + b + c + d$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: $M = -5$

Đường thẳng d có 1 VTCP $\overrightarrow{u_d} = (1; -2; 2)$

Mặt phẳng (P) có 1 VTPT $\vec{n} = (1; 1; -2)$, gọi $\vec{u}$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \Delta \perp d \\ \Delta // (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \overrightarrow{u_d} \\ \vec{u} \perp \vec{n} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{u_d}, \vec{n}] = (2; 4; 3)$$

Suy ra PTTS của đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. Chọn $t = 1 \Rightarrow \Delta$ đi qua điểm $M(5; 5; 6)$

Suy ra PTCT của đường thẳng Δ : $\frac{x-5}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-6}{3} \Rightarrow a = -5, b = 2, c = 4, d = -6 \Rightarrow M = -5$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(1; 1; -3)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $M(2; a; b)$. Khi đó a^b bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: $a^b = 0,03$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -1; 0)$, $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; -2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương là

$\vec{n}_{(ABC)} = (1; 1; -2)$, phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. Chọn $t = 1 \Rightarrow M(2; 2; -5)$.

Suy ra $a = 2; b = -5 \Rightarrow a^b = 2^{-5} = 0,03$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax + by + z + c = 0$. Tính giá trị của $a + b + c$

Lời giải

Đáp số: -2

$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4} \Rightarrow d$ qua $M(2; 0; 0)$ và nhận $\vec{u} = (2; -1; 4)$ làm một VTCP

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4} \Rightarrow \Delta$ qua $N(1; 2; -1)$ và nhận $\vec{u} = (2; -1; 4)$ làm một VTCP

Thế tọa độ điểm $M(2; 0; 0)$ vào đường thẳng Δ , ta được: $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{4} \Rightarrow d // \Delta$.

$\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -1)$. (P) chứa d và $\Delta \Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}; \overrightarrow{MN}] = (7; -7; 7)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) : $x - y + z - 2 = 0$
 $\Rightarrow a = 1, b = -1; c = -2 \Rightarrow a + b + c = -2$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b}$ ($a, b \neq 0$)

và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ song song với nhau. Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 6 .

Theo đề ta có:

$d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b}$ có $\vec{n}_1 = (a; -6; b)$ với $(a, b \neq 0)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và đi qua điểm $M(4; 5; 8) \in d_1$.

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ có $\vec{n}_2 = (2; 3; -5)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 .

Vì $M(4; 5; 8) \in d_1$ nhưng $M(4; 5; 8) \notin d_2$ nên $d_1 // d_2$ khi $\vec{n}_1 = k \vec{n}_2 (k \in \mathbb{R})$.

$$\text{Suy ra } \frac{a}{2} = \frac{b}{-5} = \frac{-6}{3} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 10 \end{cases}$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 12y + 5z + 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 21

Đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 12; 5)$.

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 12 + (-2) \cdot 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 12^2 + 5^2}} = \frac{14}{39}$$

Ta có:

$$\text{Suy ra } (\Delta, (P)) \approx 21^\circ$$

$$\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 12x + 5z + 1 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 3

Đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (12; 0; 5)$.

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|1 \cdot 12 + 2 \cdot 0 + (-2) \cdot 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{12^2 + 0^2 + 5^2}} = \frac{2}{39}$$

Ta có:

$$\text{Suy ra } (\Delta, (P)) \approx 3^\circ$$

Câu 34. Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(2; -1; 3)$ đến vị trí $B(8; 7; 1)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 11

Đường thẳng AB có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 4; -1)$, mặt phẳng (Oxy) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Từ đó, góc α giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) có

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\text{Suy ra } \alpha \approx 11^\circ$$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) có giá trị là

Lời giải

Đáp số: $\frac{4}{9}$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1; -2)$, mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2; 2)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{4}{9}$$

Câu 36. Khi gần hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị mỗi trục tính theo km) vào mỗi sân bay, mặt

phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(7; -4; \frac{4}{5})$ sẽ hạ cánh ở vị trí $B(7; 11; 0)$ trên đường băng. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 2.

Ta có: $\vec{AB} = \left(0; 15; \frac{-4}{5}\right)$, mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

$$\sin(AB, (Oxy)) = \frac{\left|0 \cdot 0 + 15 \cdot 0 + 1 \cdot \frac{-4}{5}\right|}{\sqrt{0^2 + 15^2 + \left(\frac{-4}{5}\right)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1}} = \frac{4\sqrt{5641}}{5641}$$

$$\Rightarrow (AB, (Oxy)) \approx 3^\circ$$

Vậy góc giữa đường bay và sân bay khoảng 3° .

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(-1; 1; 2)$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + 2b + 3c - d$.

Lời giải

Đáp số: $P = 8$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{6}$ là:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z = 0$$

Suy ra $a = 1; b = 2; c = 1; d = 0$.

Vậy $P = 8$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{1}{2}; -1; 1\right), B\left(2; 0; \frac{3}{2}\right)$. Phương trình của mặt cầu (S) có đường kính AB có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Biết giá trị của biểu thức

$P = a + b + c + d$ là phân số $\frac{m}{n}$ tối giản, $m, n \in \mathbb{N}^+$. Tính $m + n$.

Lời giải

Đáp số: 11.

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{5}{4}; \frac{-1}{2}; \frac{5}{4}\right)$ là trung điểm AB và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{14}}{4}$

Suy ra $(S): \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{7}{8} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{5}{2}x + y - \frac{5}{2}z + \frac{5}{2} = 0$

Khi đó ta có $a = \frac{5}{4}; b = \frac{-1}{2}; c = \frac{5}{4}; d = \frac{5}{2} \Rightarrow P = \frac{9}{2}$.

Vậy $m = 9, n = 2 \Rightarrow m + n = 11$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 4 = 0$ có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a - 2b + c - d$.

Lời giải

Đáp số: $P = -13$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = d(I; P) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 1$ là:

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$.

Suy ra $a = 1; b = 2; c = 3; d = 13 \Rightarrow P = -13$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-2; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; -2)$. D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc. $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

Lời giải

Đáp số: -1 .

Gọi $D(x; y; z) \Rightarrow \overline{AD} = (x+2; y; z); \overline{BD} = (x; y+2; z); \overline{CD} = (x; y; z+2)$.

Vì DA, DB, DC đôi một vuông góc nên:

$$\begin{cases} \overline{AD} \cdot \overline{BD} = 0 \\ \overline{AD} \cdot \overline{CD} = 0 \\ \overline{BD} \cdot \overline{CD} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+2) + y(y+2) + z^2 = 0 \\ x(x+2) + y^2 + z(z+2) = 0 \\ x^2 + y(y+2) + z(z+2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = -\frac{4}{3}$$

$I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+2)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b+2)^2 + c^2 \\ (a+2)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c+2)^2 \\ (a+2)^2 + b^2 + c^2 = \left(a + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(b + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(c + \frac{4}{3}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = c \\ 4a + 4 = 8a + \frac{16}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = -\frac{1}{3}$$

Vậy $a + b + c = -1$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 1; -2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$. Tính bán kính của mặt cầu (S) . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 5,2.

Gọi $H(2t; 3t-1; -t+4) \in (d)$ là điểm tiếp xúc của mặt cầu và đường thẳng (d)

Khi đó $\overrightarrow{IH} = (2t-1; 3t-2; -t+6)$

Do mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$ có VTCP $\vec{u}(2; 3; -1)$

Nên $\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + 3(3t-2) - (-t+6) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Hay $\overrightarrow{IH} = (1; 1; 5) \Rightarrow IH = \sqrt{27}$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$.

Suy ra bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \approx 5,2$.

Câu 42. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,21$; $P(B) = 0,52$; $P(B|A) = 0,6$. Khi đó $P(A|B) = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, giá trị của $D = a + b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 323

Ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,21 \cdot 0,6 = 0,126$

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,126}{0,52} = \frac{63}{260}$$

Suy ra: $a = 63$ và $b = 260$.

Vậy $D = a + b = 63 + 260 = 323$.

Câu 43. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Khi đó $P(A|\bar{B}) = \frac{a}{b}$, với phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $C = a - b$.

Lời giải

Đáp án: -9

Bình có 30 cách chọn, An có 29 cách chọn một viên bi trong hộp.

Do đó, $n(\Omega) = 30 \cdot 29$.

Bình có 10 cách chọn một viên bi đen, An có 29 cách chọn từ 29 viên bi còn lại.

$$\text{Do đó, } n(\bar{B}) = 10 \cdot 29 \text{ và } P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)}$$

Bình có 10 cách chọn một viên bi đen, An có 20 cách chọn một viên bi trắng trong 20 viên bi trắng còn lại.

$$\text{Do đó } n(A\bar{B}) = 10 \cdot 20 \text{ và } P(A\bar{B}) = \frac{n(A\bar{B})}{n(\Omega)}$$

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(A\bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{10.20}{10.29} = \frac{20}{29}$$

Khi đó,

Suy ra $a = 20$ và $b = 29$.

Vậy $C = a - b = 20 - 29 = -9$.

Câu 44. Lớp 11A1 của một trường THPT A có 20% học sinh tham gia Câu lạc bộ Tiếng Anh của trường, trong số đó có 85% học sinh có chứng chỉ IELTS từ 5.5 điểm trở lên. Ngoài ra trong lớp có 10% học sinh không tham gia Câu lạc bộ Tiếng Anh cũng có chứng chỉ IELTS từ 5.5 trở lên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 11A1. Tính xác suất để chọn được một học sinh có chứng chỉ IELTS từ 5.5 trở lên.

Lời giải

Đáp án: 0,25.

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc Câu lạc bộ Tiếng Anh ở lớp 11A1";

B : "Chọn được học sinh trong lớp 11A1 có chứng chỉ IELTS từ 5.5 trở lên".

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,85 + 0,8.0,1 = 0,25$$

Câu 45. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 99% sản phẩm loại I chất lượng tốt, 96% sản phẩm loại II chất lượng tốt. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Tính xác suất để khách hàng chọn được sản phẩm loại I và có chất lượng tốt (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,85.

Xét các biến cố A : "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B : "Khách hàng chọn được sản phẩm chất lượng tốt".

Ta có:

$$P(A) = 0,85; P(\bar{A}) = 0,15; P(B|A) = 0,99; P(B|\bar{A}) = 0,96.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,85$$

Theo công thức Bayes, ta có:

Câu 46. Trong một kì thi Tốt nghiệp trung học phổ thông, một trường X có 60% học sinh lựa chọn tổ hợp D^{00} (gồm các môn Toán, Văn, Ngoại ngữ). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp D^{00} thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là $0,7$; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp D^{00} thì xác suất để học sinh đó đỗ Đại học là $0,5$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X đã Tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ Đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp D^{00} (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,68

Phân giải chi tiết

Gọi A là biến cố: "Học sinh đó chọn tổ hợp D^{00} "; B là biến cố: "Học sinh đó đỗ Đại học".

Ta cần tính $P(A|B)$. Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A)$ và $P(B|\bar{A})$. Ta có:

$$P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp D_{00}
 $\Rightarrow P(B|A) = 0,7$

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp D_{00} là $P(B|\bar{A}) = 0,5$

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 0,7}{0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,5} \approx 0,68.$$

Câu 47. Một cuộc thi có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 20 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn Hạnh lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Phúc

lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $100a - 99b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -491

Phần giải chi tiết

Xét các biến cố:

A: "Bạn Hạnh lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội";

B: "Bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên".

Khi đó, $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$.

Nếu bạn Hạnh chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có

16 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên, suy ra $P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn Hạnh chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó

có 15 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên, suy ra $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Phúc lấy được bộ câu hỏi về chủ đề

tự nhiên là: $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}$.

Suy ra $a = 4, b = 9$ và $100a - 99b = -491$.

Câu 48. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6; P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$.

Trả lời: $0,5$

Lời giải

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,3}{0,6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Ta có:

Câu 49. Một lớp học có 95 sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kì thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tính xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nam.

Trả lời: $0,3$

Lời giải

Gọi A là biến cố "gọi được sinh viên nam".

Gọi B là biến cố "gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê",

Ta đi tính $P(B|A)$. Ta có: $n(A) = \frac{40}{95}$ và $n(A \cap B) = \frac{12}{95}$.

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{12}{95} : \frac{40}{95} = 0,3$$

Do đó:

Câu 50. Một bình đựng 3 bi xanh và 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên lần 1 một viên bi (không hoàn lại), rồi lần 2 một viên bi. Tính xác suất để lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng.

Lời giải

Đáp án: 0,3

Gọi A là biến cố “Lần 1 lấy một viên bi xanh”. Khi đó $P(A) = \frac{3}{5}$.

Gọi B là biến cố “Lần 2 lấy một viên bi trắng”.

Gọi C là biến cố “Lần 1 lấy một viên bi xanh, lần 2 lấy một viên bi trắng”.

Nếu A đã xảy ra thì trong bình chỉ còn 2 bi xanh, 2 bi trắng. Khi đó $P(B|A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Mà $C = AB$. Do đó theo công thức nhân ta có:

$$P(C) = P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Câu 51. Biết $\int_0^1 x(1-x^2)^{2024} dx = \frac{1}{2m}$, với m là các số nguyên dương. Khi đó giá trị của m bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 2025

$$\int_0^1 x(1-x^2)^{2024} dx = \frac{-1}{2} \int_0^1 (1-x^2)^{2024} d(1-x^2) = \frac{-1}{2} \cdot \frac{(1-x^2)^{2025}}{2025} \Big|_0^1 = \frac{1}{2 \cdot 2025}$$

$$\Rightarrow m = 2025.$$