

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$ và $\vec{v} = (1; 3; 1)$. Toạ độ của véc-tơ $\vec{u} + 2\vec{v}$ tương ứng là
A. $(3; 4; 0)$ **B.** $(1; -2; -2)$ **C.** $(4; 7; 1)$ **D.** $(5; 5; -1)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai véc-tơ đơn vị trên hai trục toạ độ Ox, Oy . Toạ độ điểm A là
A. $A(2; 1; 0)$ **B.** $A(0; 2; 1)$ **C.** $A(0; 1; 1)$ **D.** $A(1; 1; 1)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng
A. 2. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$ **D.** $2\sqrt{5}$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 0; -1), \vec{v} = (2; 1; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và điểm $B(3; 1; 1)$. Toạ độ điểm đối xứng với A qua B là
A. $(1; -2; -4)$ **B.** $(0; 3; -1)$ **C.** $(4; 3; 2)$ **D.** $(0; -1; 3)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; -6; 3)$ **B.** $D(6; 6; 3)$ **C.** $D(6; -6; -3)$ **D.** $D(6; 6; -3)$.
- Câu 7:** Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm của tam giác có toạ độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\vec{AB} + \vec{AC}$ có toạ độ là
A. $(0; -9; 9)$ **B.** $(0; 6; 9)$ **C.** $(0; 9; -9)$ **D.** $(0; 6; -9)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6), B(-3; -1; -4), (5; -1; 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\triangle ABC$ cân. **B.** $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn.
C. $\triangle ABC$ vuông. **D.** $\triangle ABC$ đều.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1), P(1; m-1; 2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?
A. $m = 2$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 0$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng
A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ **B.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ **D.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Toạ độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $(-2; 11; 1)$. B. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m = -6$ D. $m = -2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

$\vec{a} = (2; -1; 0)$

a)

$\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 7)$

b)

$3\vec{b} = (9; 3; -12)$

c)

$\vec{u} = (m; n; p)$

$\vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c} \quad n^2 - m - p = -15$

d) Nếu

sao cho

thì

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2, -2, 1)$, $B(-4, 2, 4)$, $C(-4, 0, 1)$. Các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

$M\left(-1, 0, \frac{5}{2}\right)$

BC

a) là trung điểm của .

$G(-2, 0, 2)$

ABC

b) là trọng tâm tam giác .

$N(8; -6; -2)$

B

A

c) là điểm đối xứng của qua .

$E(-14; 8; 11)$

B

AOE

d) Tọa độ điểm thỏa là trọng tâm tam giác .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{OA} = (2; -1; 5)$ và điểm $B(5; -5; 7)$.

$A(2; -1; 5)$

a) Tọa độ của điểm là .

$C(a; b; c)$

ΔABC

$G(1; 1; 1)$

$a + b + c = -4$

b) Gọi thỏa mãn nhận làm trọng tâm. Khi đó .

$$A, B, M(x, y; 1) \quad x + y = 3$$

c) Nếu thẳng hàng thì tổng .

d) Cho $N \in (Oxy)$ để $\triangle ABN$ vuông cân tại A . Tổng hoành độ và tung độ của điểm N bằng 3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(-2; 3; 1)$.

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N . Tọa độ của điểm E là $(-4; -1; 3)$.

c) Cho $P(1; m-1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 $2a + b + c = 9$
 Khi đó .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

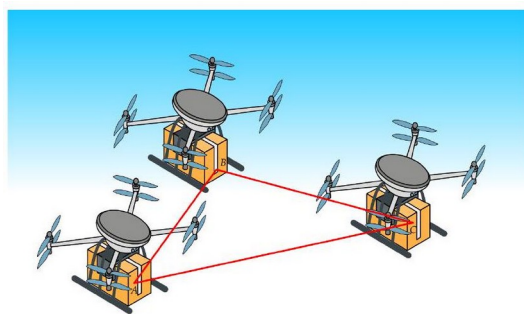
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng bao nhiêu?

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ với $M(1; 0; 0), N(2; -1; 1), Q(0; 1; 0), M'(1; 2; 1)$. Biết tọa độ điểm $P'(a; b; c)$. Khi đó giá trị tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

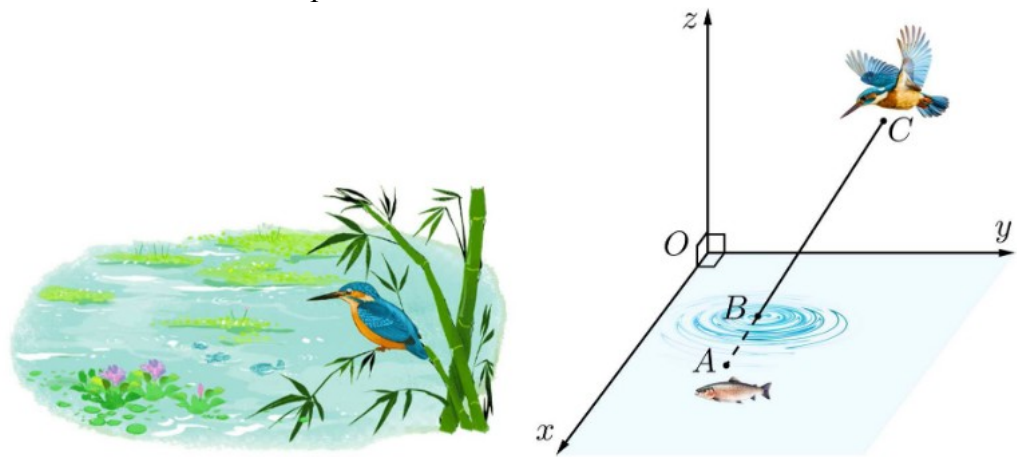
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 0; 0), B(3; 2; 4), C(0; 5; 4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.

Câu 5: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; 1; 1), B(5; 7; 9), C(9; 11; 4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 6: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét). Một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá

cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ điểm $B(a;b;c)$ lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.



LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$ và $\vec{v} = (1; 3; 1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} + 2\vec{v}$ tương ứng là

- A.** $(3; 4; 0)$ **B.** $(1; -2; -2)$ **C.** $(4; 7; 1)$ **D.** $(5; 5; -1)$

Lời giải

$$(\vec{u} + 2\vec{v}) \quad (x; y; z) \quad \begin{cases} x = 2 + 2 \cdot 1 \\ y = 1 + 2 \cdot 3 \\ z = -1 + 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \\ z = 1. \end{cases}$$

Gọi tọa độ của véc-tơ là . Khi đó

$$\vec{u} + 2\vec{v} \quad (4; 7; 1)$$

Vậy tọa độ của véc-tơ là .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai véc-tơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- A.** $A(2; 1; 0)$ **B.** $A(0; 2; 1)$ **C.** $A(0; 1; 1)$ **D.** $A(1; 1; 1)$

Lời giải

$$\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow A(2; 1; 0)$$

Ta có .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng

- A.** 2. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$ **D.** $2\sqrt{5}$

Lời giải

$$d(I, Ox) = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$

Ta có

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 0; -1), \vec{v} = (2; 1; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.2 + 0.1 + (-1)(-2) = 4$$

Ta có

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và điểm $B(3; 1; 1)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua B là

A. $(1; -2; -4)$ B. $(0; 3; -1)$ C. $(4; 3; 2)$ D. $(0; -1; 3)$

Lời giải

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua B .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A = 4 \\ y_{A'} = 2y_B - y_A = 3 \\ z_{A'} = 2z_B - z_A = 2. \end{cases} \quad A'(4;3;2)$$

B AA' $[z_{A'} = 2z_B - z_A = 2, \quad A'(4; 3; 2)$
 Khi đó B là trung điểm của AA' , ta có $z_B = 1$. Vậy

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(6; -6; 3)$ **B.** $D(6; 6; 3)$ **C.** $D(6; -6; -3)$ **D.** $D(6; 6; -3)$

Lời giải

$$D(x; y; z) \quad \overline{AB} = (-4; -2; 2) \quad \overline{DC} = (2 - x; 4 - y; -1 - z)$$

Gọi α . Ta có α và

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2 - x \\ -2 = 4 - y \\ 2 = -1 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = -3. \end{cases}$$

$ABCD$
 Tứ giác là hình bình hành

$$D(6;6;-3)$$

Vậy

Câu 7: Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

A. $(0; -9; 9)$ **B.** $(0; 6; 9)$ **C.** $(0; 9; -9)$ **D.** $(0; 6; -9)$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AG} = (0; 2; -3)$.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} = 2 \cdot \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} = (0; 6; -9)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6), B(-3; -1; -4), C(5; -1; 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. ΔABC cân.

B. ΔABC có 3 góc nhọn.

C. ΔABC vuông.

D. ΔABC đều.

Lời giải

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10) \\ \overrightarrow{AC} = (3; 0; -6) \\ \overrightarrow{BC} = (8; 0; 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{25 + 0 + 100} = 5\sqrt{5} \\ AC = \sqrt{9 + 0 + 36} = 3\sqrt{5} \\ BC = \sqrt{64 + 0 + 16} = 4\sqrt{5} \end{cases}$$

Ta có

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ nên ΔABC vuông tại C .

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1), P(1; m-1; 2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow (3; 2; -2) \cdot (2; m-2; 1) = 0 \Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2), \overrightarrow{AC} = (5; 4; -1)$$

Ta có

$$\cos \widehat{BAC} = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$$

Khi đó:

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

A. $(-2; 11; 1)$.

B. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$.

Lời giải

Ta có $AB = \sqrt{26}, BC = \sqrt{104}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc B suy ra $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$.

Mặt khác: D thuộc đoạn $AC \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$.

Giả sử $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (x-1; y-2; z+1), \overrightarrow{AC} = (-5; 5; 6)$ suy ra

$$\begin{cases} x-1 = -\frac{5}{3} \\ y-2 = \frac{5}{3} \\ z+1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 0$

B. $m = 2$

C. $m = -6$

D. $m = -2$

Lời giải

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2), \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1)$$

Tam giác MNP vuông tại N khi $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 6 + 2(m-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

$$\vec{a} = (2; -1; 0)$$

a)

$$\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 7)$$

b)

$$3\vec{b} = (9; 3; -12)$$

c)

$$\vec{u} = (m; n; p)$$

$$\vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c} \quad n^2 - m - p = -15$$

d) Nếu

sao cho

thì

Lời giải

$$\vec{a} = (2; -1; 0), \vec{b} = (3; 0; -4), \vec{c} = (1; 5; -7)$$

a) Đúng: Ta có

$$\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; -7)$$

b) Sai:

$$3\vec{b} = (9; 0; -12)$$

c) Sai:

$$\vec{u} = (m; n; p) \quad \vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c} \Rightarrow \begin{cases} m - 2 = 10 \\ n + 1 = 5 \\ p - 0 = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ n = 4 \\ p = -19 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (12; 4; -19)$$

d) Sai: Gọi thì

$$n^2 - m - p = 23$$

Khi đó .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2, -2, 1), B(-4, 2, 4), C(-4, 0, 1)$. Các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $M\left(-1, 0, \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC .

b) $G(-2, 0, 2)$ là trọng tâm tam giác ABC .

c) $N(8; -6; -2)$ là điểm đối xứng của B qua A .

d) Tọa độ điểm $E(-14; 8; 11)$ thỏa B là trọng tâm tam giác AOE .

Lời giải

a) Sai: Do tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

$$M\left(\frac{-4 + (-4)}{2}; \frac{2 + 0}{2}; \frac{4 + 1}{2}\right) \text{ hay } M\left(-4; 1; \frac{5}{2}\right)$$

b) Đúng: Do tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$G\left(\frac{2 + (-4) + (-4)}{3}; \frac{-2 + 2 + 0}{3}; \frac{1 + 4 + 1}{3}\right) \text{ hay } G(-2; 0; 2)$$

c) Đúng: N là điểm đối xứng của B qua A thì N là trung điểm AN .

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_N}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_N}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_B - x_A \\ y_N = 2y_B - y_A \\ z_N = 2z_B - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 8 \\ y_N = -6 \\ z_N = -2 \end{cases} \Rightarrow N(8; -6; -2)$$

d) Đúng: B là trọng tâm tam giác AOE .

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_O + x_E}{3} \\ y_B = \frac{y_A + y_O + y_E}{3} \\ z_B = \frac{z_A + z_O + z_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 3x_B - x_A - x_O \\ y_E = 3y_B - y_A - y_O \\ z_E = 3z_B - z_A - z_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -14 \\ y_E = 8 \\ z_E = 11 \end{cases} \Rightarrow E(-14; 8; 11)$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 5)$ và điểm $B(5; -5; 7)$.

a) Tọa độ của điểm $A(2; -1; 5)$ là .

b) Gọi $C(a; b; c)$ thỏa mãn $\triangle ABC$ nhận $G(1; 1; 1)$ làm trọng tâm. Khi đó $a + b + c = -4$.

c) Nếu $A, B, M(x; y; 1)$ thẳng hàng thì tổng $x + y = 3$.

d) Cho $N \in (Oxy)$ để $\triangle ABN$ vuông cân tại A . Tổng hoành độ và tung độ của điểm N bằng 3.

Lời giải

a) Đúng: Ta có tọa độ của điểm $A(2; -1; 5)$ là .

$$\square ABC \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{2 + 5 + x_C}{3} \\ 1 = \frac{-1 - 5 + y_C}{3} \\ 1 = \frac{5 + 7 + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -4 \\ y_C = 9 \\ z_C = -9 \end{cases} \Rightarrow C(-4; 9; -9)$$

b) Đúng: G là trọng tâm .

$$a + b + c = -4$$

Suy ra

$$\overrightarrow{AB} = (3; -4; 2), \overrightarrow{AM} = (x - 2; y + 1; -4)$$

c) Đúng: Ta có

$$\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = k \cdot 3 \\ y + 1 = k(-4) \\ -4 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \\ k = -2 \end{cases}$$

A, B, M

Ba điểm thẳng hàng khi và chỉ khi

$$x + y = 3$$

Suy ra

$$N \in (Oxy) \Rightarrow N(x; y; 0) \quad \overrightarrow{AN} = (x - 2; y + 1; -5), \overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$$

d) Sai. Ta có

suy ra

$$A \Leftrightarrow \begin{cases} AN \perp AB & (1) \\ AN = AB & (2) \end{cases}$$

ΔABN

Ta có vuông cân tại

$$(1) \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3(x - 2) - 4(y + 1) - 10 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - 5$$

$$(2) \Leftrightarrow AN^2 = AB^2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + 25 = 9 + 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + \left(\frac{3x}{4} - 4\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + \frac{9x^2}{16} - 6x + 16 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{16}{5}$$

$$y = -\frac{13}{5} \Rightarrow N\left(\frac{16}{5}; -\frac{13}{5}; 0\right) \quad x_N + y_N = \frac{3}{5}$$

Suy ra

Vậy

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$.

M Oy $(-2; 3; 1)$

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N . Tọa độ của điểm E là $(-4; -1; 3)$.

c) Cho $P(1; m - 1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 $2a + b + c = 9$
 Khi đó .

Lời giải

a) Sai: Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(0; 3; 0)$.

$$ME \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \frac{2 + x_E}{2} \\ 1 = \frac{3 + y_E}{2} \\ 1 = \frac{-1 + z_E}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -4 \\ y_E = -1 \\ z_E = 3 \end{cases} \Rightarrow E(-4; -1; 3)$$

b) Đúng: Vì N là trung điểm của .

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2); \overrightarrow{NP} = (2; m - 2; 2)$$

c) Đúng: Ta có .

$$\Delta MNP \quad N \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 3.2 + 2.(m - 2) + (-2).2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

vuông tại .

$$3\overrightarrow{JM} - \overrightarrow{JN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2 - x) - (-1 - x) = 0 \\ 3(3 - y) - (1 - y) = 0 \\ 3(-1 - z) - (1 - z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = 4 \\ z = -2 \end{cases}$$

d) Sai. Gọi $J(x; y; z)$ thỏa

$$J\left(\frac{7}{2}; 4; -2\right)$$

Suy ra .

$$T = |3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}| = |3\overrightarrow{IJ} + 3\overrightarrow{JM} - \overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{JN}| = |2\overrightarrow{IJ}| = 2IJ$$

Khi đó .

T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi I là hình chiếu của J trên $(Oxy) \Leftrightarrow I\left(\frac{7}{2}; 4; 0\right)$.

$$a = \frac{7}{2}; b = 4; c = 0 \quad 2a + b + c = 11$$

Vậy . Suy ra .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên trục Ox , suy ra $H(-2; 0; 0)$.

$$d_{(A, Ox)} = AH = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5$$

Khi đó

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}} = -\frac{2}{5} = -0,4$$

Ta có

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ với $M(1; 0; 0)$, $N(2; -1; 1)$, $Q(0; 1; 0)$, $M'(1; 2; 1)$. Biết tọa độ điểm $P'(a; b; c)$. Khi đó giá trị tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\overrightarrow{MN} = (1; -1; 1); \overrightarrow{MQ} = (-1; 1; 0); \overrightarrow{MM'} = (0; 2; 1)$$

Ta có

$$\overrightarrow{MP'} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MM'} = (0; 2; 2)$$

Do đó

$$\begin{cases} a - 1 = 0 \\ b - 0 = 2 \\ c - 0 = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1; b = 2; c = 2 \quad a + b + c = 5$$

Suy ra

. Vậy .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(3; 2; 4)$, $C(0; 5; 4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.

Lời giải

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + 2x_C}{4} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B + 2y_C}{4} = 3 \\ z_I = \frac{z_A + z_B + 2z_C}{4} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1; 3; 3)$$

Lấy điểm I sao cho

$$P = (\overline{MA})^2 + (\overline{MB})^2 + 2(\overline{MC})^2 = (\overline{MI} + \overline{IA})^2 + (\overline{MI} + \overline{IB})^2 + 2(\overline{MI} + \overline{IC})^2$$

$$= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\overline{MI}(\overline{IA} + \overline{IB} + 2\overline{IC}) = 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2$$

P đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(Oxy) \Leftrightarrow M(1;3;0)$.

$$\overline{MI} = (0;0;3), \overline{IA} = (0;-3;-3), \overline{IB} = (2;-1;1), \overline{IC} = (-1;2;1)$$

Khi đó

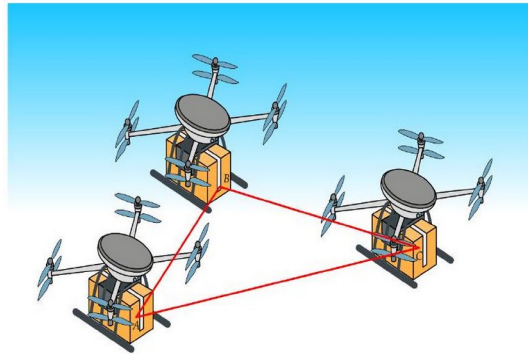
$$MI = 3, IA = 3\sqrt{2}, IB = \sqrt{6}, IC = \sqrt{6}$$

Suy ra

$$P_{\min} = 4.3^2 + (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 = 66$$

Vậy

Câu 5: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1), B(5;7;9), C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng là:

$$d_1 = AB = \sqrt{(5-1)^2 + (7-1)^2 + (9-1)^2} = 2\sqrt{29}$$

;

$$d_2 = BC = \sqrt{(9-5)^2 + (11-7)^2 + (4-9)^2} = \sqrt{57}$$

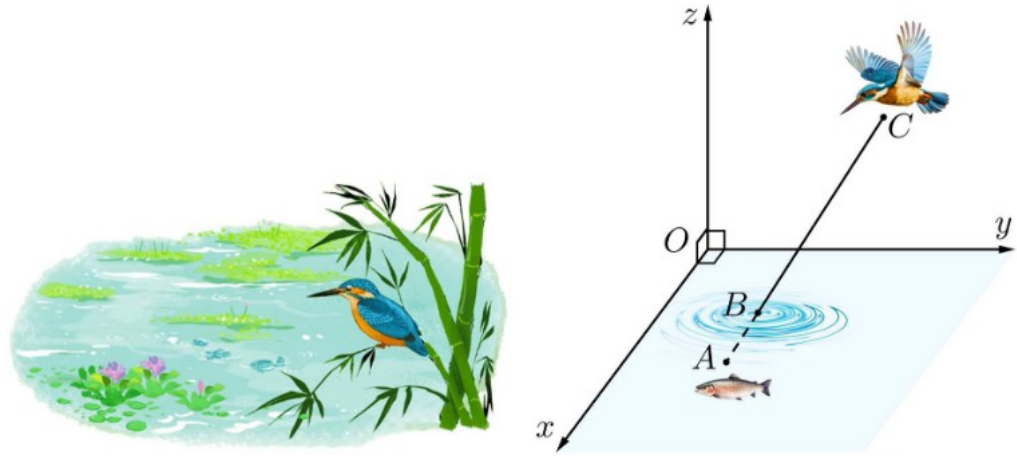
;

$$d_3 = AC = \sqrt{(9-1)^2 + (11-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{173}$$

$$d_1 + d_2 + d_3 = 2\sqrt{29} + \sqrt{57} + \sqrt{173} \approx 31,5$$

Suy ra

Câu 6: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét). Một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ điểm $B(a;b;c)$ lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.



Lời giải

Ta có: $A(1,5;1;-0,5)$ và $C(1;3;2)$. Khi đó ta có: $\overrightarrow{AC}(-0,5;2;2,5)$

Khi đó phương trình đường thẳng AC là
$$\begin{cases} x = -0,5t + 1 \\ y = 2t + 3 \\ z = 2,5t + 2 \end{cases}$$
 suy ra $2,5t + 2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{4}{5}$.

Khi đó $\begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{7}{5} \\ z = 0 \end{cases}$ hay $B\left(\frac{7}{5}; \frac{7}{5}; 0\right)$ nên $a = \frac{7}{5}; b = \frac{7}{5}; c = 0$ suy ra $a + b + c = \frac{7}{5} + \frac{7}{5} = \frac{14}{5} = 2,8$.