

PHẦN 1. Trắc nghiệm (thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 2)$. B. $(2; -1; 3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(2; 1; 3)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $y = 2$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(2; -2; -1)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là.

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $[-3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 5: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra cuối học kỳ II môn Toán của các bạn học sinh lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[65; 70)$	$[70; 75)$	$[75; 80)$	$[80; 85)$	$[85; 90)$
Số học sinh	2	3	15	20	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25 . B. 20 . C. 30 . D. 15 .

Câu 6: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

- A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$. B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$.
C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$. D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$.

Câu 7: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 2025 và chiều cao bằng 60 là

- A. 40500 . B. 121500 . C. 1965 . D. 33,75 .

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbf{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 2. C. -5. D. -3.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=3$ là:

- A. $x=2$ B. $x=5$ C. $x=14$ D. $x=41$

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x$, $y=-2x^2+2x$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ là:

- A. 1. B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 11: Cấp số cộng (u_n) có $u_1=-1$ và $u_9=23$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 10 B. 14 C. 11 D. 8

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của $\overline{AB} + \overline{CC'}$

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. 2

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai (thí sinh làm từ câu 13 đến câu 16)

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2+4}{x}$.

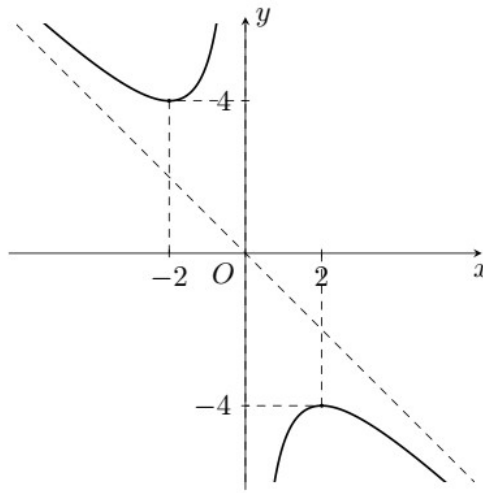
a) Đạo hàm của hàm số đã cho $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	4	$+\infty$	$-\infty$	-4	$-\infty$

d) Đồ thị của hàm số đã cho là



$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 9)$, đường thẳng d và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$.

- Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.
- Điểm M thuộc đường thẳng d .
- Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1-t; 2+2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .
- Đường thẳng D đi qua M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Câu 3: Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- A và B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là 0,3.
- Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Câu 4: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.
- Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

PHẦN III. Trả lời ngắn (thí sinh làm từ câu 17 đến câu 22)

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Tính cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

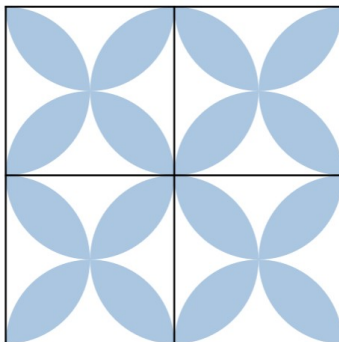
Câu 2: Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Câu 3: Cuối mỗi tháng anh Bình đều gửi tiết kiệm 1 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm theo phương thức tính lãi kép với kì hạn 1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy?

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng 10. Tính thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 5: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích $330ml$. Tìm bán kính của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng $80cm$ (xem hình bên dưới):



Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}cm$. Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh (ở đề của các em là màu đen) có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở sản xuất dự định sản xuất 100000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN 1. Trắc nghiệm (thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 2)$. B. $(2; -1; 3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$ có 1 VTPT là $(2; -1; 3)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $y = 2$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

$y = \frac{2x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là $x = -2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(2; -2; -1)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -5; 1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $B(2; -2; -1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (1; -5; 1)$ làm véc-tơ chỉ

phương có phương trình là $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là.

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $[-3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8 \Leftrightarrow 2x+3 \geq -3 \Leftrightarrow x \geq -3$.

Câu 5: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra cuối học kỳ II môn Toán của các bạn học sinh lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[65; 70)$	$[70; 75)$	$[75; 80)$	$[80; 85)$	$[85; 90)$
---------------------	------------	------------	------------	------------	------------

Số học sinh	2	3	15	20	5
-------------	---	---	----	----	---

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 25

B. 20

C. 30

D. 15

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên: $R = 90 - 65 = 25$

Câu 6: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int (e^x + 2\sin x) dx = e^x - 2\cos x + C$$

$$F(0) = 20 \Leftrightarrow 1 - 2 + C = 20 \Leftrightarrow C = 21$$

Vậy: $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$

Câu 7: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 2025 và chiều cao bằng 60 là

A. 40500

B. 121500

C. 1965

D. 33,75

Lời giải

Chọn A

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2025 \cdot 60 = 40500$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbf{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

A. 3

B. 2

C. -5

D. -3

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y_{cd} + y_{ct} = 2 - 5 = -3$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 3$ là:

A. $x = 2$

B. $x = 5$

C. $x = 14$

D. $x = 41$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(2x-1) = 3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^3 \Leftrightarrow x = 14$

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là:

- A. 1 | B. $\frac{2}{3}$ | C. $\frac{1}{2}$ | D. $\frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$S = \int_0^1 \left| (x^2 - 2x) - (-2x^2 + 2x) \right| dx = \int_0^1 |3x^2 - 4x| dx = 1$$

Diện tích hình phẳng cần tìm:

Câu 11: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_9 = 23$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 10 | B. 14 | C. 11 | D. 8

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_9 = u_1 + 8d \Leftrightarrow 23 = -1 + 8d \Leftrightarrow d = 3$

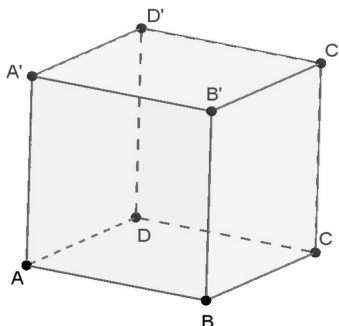
Khi đó $u_5 = -1 + 4.3 = 11$

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của $\overline{AB} + \overline{CC'}$

- A. $\sqrt{2}$ | B. $\sqrt{3}$ | C. 1 | D. 2

Lời giải

Chọn A



Ta có: $|\overline{AB} + \overline{CC'}| = |\overline{AB} + \overline{BB'}| = |\overline{AB'}|$

Xét hình vuông $ABB'A'$ có cạnh bằng 1 ta có: $AB' = \sqrt{2} \Rightarrow |\overline{AB} + \overline{CC'}| = \sqrt{2}$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai (thí sinh làm từ câu 13 đến câu 16)

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$

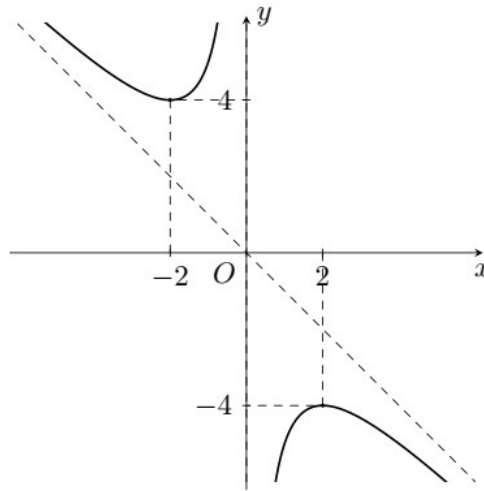
a) Đạo hàm của hàm số đã cho $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	4	$+\infty$	$-\infty$	-4	$-\infty$

d) Đồ thị của hàm số đã cho là



Lời giải

a) Đúng.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$y = \frac{x^2 + 4}{x} = x + \frac{4}{x} \Rightarrow y \neq 1 - \frac{4}{x^2}$$

b) Đúng.

$$y \neq \frac{x^2 - 4}{x^2} \Rightarrow x \neq 0$$

$$y > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$y < 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 < x < 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$$

c) Sai.

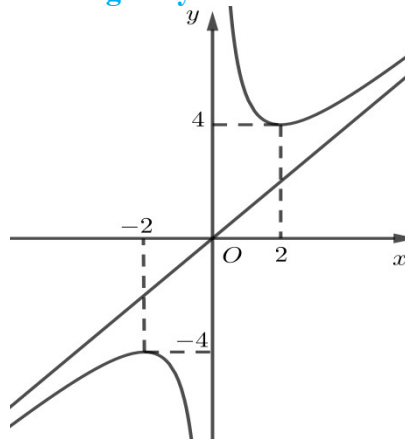
Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y			$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Diagram illustrating the mapping of the x -axis to the y -axis for a function $y = f(x)$. The x -axis is marked with $-\infty, -2, 0, 2, +\infty$. The y -axis is marked with $-\infty, -4, 4, +\infty$. The derivative y' is indicated between the axes: $+$ for $x < -2$, 0 at $x = -2$, $-$ for $-2 < x < 0$, $-$ for $0 < x < 2$, 0 at $x = 2$, and $+$ for $x > 2$. Arrows show the mapping: $x = -\infty \rightarrow y = -\infty$, $x = -2 \rightarrow y = -4$, $x = 0 \rightarrow y = -\infty$, $x = 2 \rightarrow y = +\infty$, and $x = +\infty \rightarrow y = +\infty$.

d) Sai.

Đồ thị của hàm số đã cho là



$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 9)$, đường thẳng d và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$.

- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.
- b) Điểm M thuộc đường thẳng d .
- c) Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1-t; 2+2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .
- d) Đường thẳng D đi qua M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Lời giải

a) Đúng.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

b) Sai.

Điểm M không thuộc đường thẳng d .

c) Đúng.

Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1-t; 2+2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .

d) Đúng.

Gọi N là giao điểm của đường thẳng D và đường thẳng d . Khi đó tọa độ của N có dạng $N(t; -1-t; 2+2t)$.

Ta có: $\vec{MN} = (t-3; -2-t; 7+2t)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Vì $D \parallel (\alpha)$ nên $\vec{MN} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow t-3-2-t+7+2t=0 \Leftrightarrow t=1$.

$\Rightarrow N(1; -2; 4) \Rightarrow \vec{MN} = (-2; -3; 5)$.

Vậy đường thẳng D đi qua $N(1; -2; 4)$ và có một vector chỉ phương là $(2; 3; 5)$ nên đường thẳng D phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

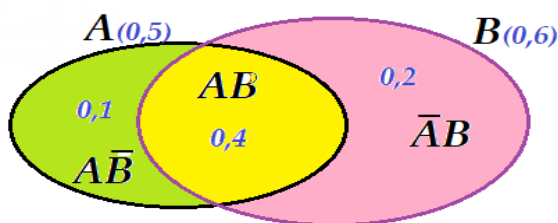
Câu 3: Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- A và B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là 0,3.
- Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.
- Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Ta có biểu đồ Ven:



a) **SAI.**

Ta có:
$$\left. \begin{aligned} P(A).P(B) &= 0,5.0,6 = 0,3 \\ P(A \cap B) &= 0,4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A).P(B) \neq P(A \cap B) \Rightarrow A, B \text{ không là hai biến cố độc lập.}$$

b) **ĐÚNG.**

Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là: $P(\bar{A}B) + P(\bar{B}A) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.

c) **SAI.**

Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8 \neq 0,4.$$

d) **SAI.** Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $P(B|\bar{A})$.

Lại có: $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \Leftrightarrow P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

$$\Leftrightarrow 0,6 = 0,5.0,8 + (1-0,5).P(B|\bar{A}) \Leftrightarrow P(B|\bar{A}) = 0,4 \neq 0,8.$$

Câu 4: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- a) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
 b) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.
 c) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
 d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

- a) **ĐÚNG.** Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là:

$$C(10) = 100 + 30 \cdot 10 = 400 \text{ triệu đồng.}$$

- b) **SAI.** Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là:
 $x \cdot P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 10(45 - 0,001 \cdot 10^2) = 449$ triệu đồng.

- c) **ĐÚNG.** Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = x \cdot P(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

- d) **ĐÚNG.**

Xét hàm số lợi nhuận $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100 \Rightarrow H'(x) = -0,003x^2 + 15, x \in [0; 100]$

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \approx 70,7 \in [0; 100]$$

BBT:

x	0	$50\sqrt{2}$	100	
$H'(x)$		+	0	-
$H(x)$			$H_{\max}$	

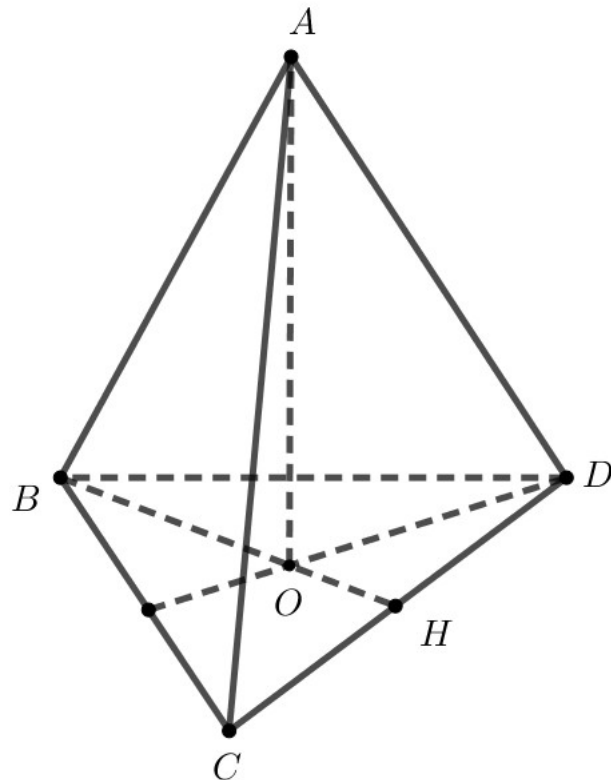
Từ BBT, suy ra để thu được lợi nhuận lớn nhất thì nhà máy A cần bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng.

PHẦN III. Trả lời ngắn (thí sinh làm từ câu 17 đến 22)

- Câu 1:** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Tính cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Trả lời: 0,57



Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , H là trung điểm của CD .

$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $BO = \frac{2}{3}BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$AO \perp (BCD)$ tại O .

Suy ra BO là hình chiếu của AB lên (BCD) .

Góc giữa AB và (BCD) bằng góc giữa AB và BO và bằng $\angle ABO$.

$$\cos \angle ABO = \frac{BO}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,57$$

Vậy cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) là $0,57$.

Câu 2: Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi A : “Lấy 3 bi cùng màu”.

Suy ra phải lấy 3 bi xanh.

$$\text{Đ} \quad P(A) = \frac{C_5^3}{C_6^3} = \frac{1}{2}$$

$\bar{A}$: “Lấy 3 bi khác màu” có nghĩa là lấy 2 xanh và 1 đỏ.

Suy ra
$$P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$$

B : “Hai bi lấy ra ở hộp II cùng màu”.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}$$

Nếu A là điều kiện thì hộp II có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh.

$$\text{Đ} \quad P(B|A) = \frac{C_3^2 + C_4^2}{C_7^2} = \frac{3}{7}$$

Nếu $\bar{A}$ là điều kiện thì hộp II có 5 viên bi đỏ và 2 viên bi xanh.

$$\text{Đ} \quad P(B|\bar{A}) = \frac{C_2^2 + C_5^2}{C_7^2} = \frac{11}{21}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{11}{21} \times \frac{1}{2}} = 0,45$$

Do đó

Câu 3: Cuối mỗi tháng anh Bình đều gửi tiết kiệm 1 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm theo phương thức tính lãi kép với kì hạn 1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy?

Lời giải

ĐA: 13.

Gọi T_i là số tiền anh Bình có sau i tháng.

$$T_1 = 1;$$

$$T_2 = T_1(1+8\%) + 1 = 1 + (1+8\%);$$

$$T_3 = T_2(1+8\%) + 1 = 1 + (1+8\%) + (1+8\%)^2;$$

$$T_n = T_{n-1}(1+8\%) + 1 = 1 + (1+8\%) + \dots + (1+8\%)^{n-1}$$

Anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy suy ra

$$T_n \geq 21 \Leftrightarrow \frac{(1+8\%)^n - 1}{(1+8\%) - 1} \geq 21 \Leftrightarrow n \geq 12,8$$

Sau 13 tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$

bảng 10. Tính thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

ĐA: 5196.

Gọi x, y, z lần lượt là độ dài 3 cạnh của hình hộp chữ nhật.

Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng 10 suy ra $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{10^2}$.

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq 3\sqrt{\frac{1}{(xyz)^2}} \Leftrightarrow xyz \geq 5196$$

Do đó

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = xyz$ (đvtt).

Vậy thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là 5196.

Câu 5: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích $330ml$. Tìm bán kính của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimét và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 3,74

Gọi chiều cao và bán kính của hình trụ lần lượt là h, R ($cm; h, R > 0$)

$$V = hS = h\pi R^2 = 330 \Leftrightarrow 2h\pi R = \frac{660}{R}$$

Ta có:

$$S_{tq} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \frac{660}{R} + 2\pi R^2$$

Ta có diện tích vật dùng để làm là

Cách 1:

Xét hàm số $f(x) = \frac{660}{x} + 2\pi x^2$ với $x > 0$

$$f'(x) = \frac{-660}{x^2} + 4\pi x = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} = x_0$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

x	0	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_0)$	$+\infty$

$$R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \approx 3,74 (cm)$$

Vậy khi bán kính của hộp là

Cách 2:

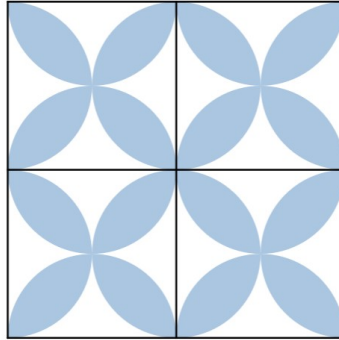
Áp dụng bất đẳng thức Am – gm:

$$S_{tq} = \frac{660}{R} + 2\pi R^2 = \frac{330}{R} + \frac{330}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{330}{R} \cdot \frac{330}{R} \cdot 2\pi R^2} = 6\sqrt[3]{27225\pi}$$

$$\frac{330}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{165}{\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \approx 3,74 (cm)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

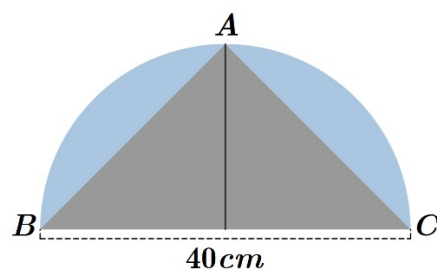
Câu 6: Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng $80cm$ (xem hình bên dưới):



Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}cm$. Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh (ở đề của các em là màu đen) có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở sản xuất dự định sản xuất 100000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 2,65



Theo đề bài, độ dài đoạn nối tâm sẽ là đoạn độ dài đoạn thẳng AB . Nên tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền $BC = AB\sqrt{2} = 40cm = 0,4m$.

Do tính chất đối xứng nên diện tích của một cánh hoa trong một bông hoa sẽ bằng diện tích nửa đường tròn đường kính BC trừ cho diện tích tam giác vuông cân có cạnh huyền BC .

Khi đó, diện tích 4 bông hoa sẽ là:

$$S_0 = 4 \cdot S = 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,2^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,4 \right) = 0,32\pi - 0,64 (m^2)$$

Tổng số tiền cơ sở sản xuất dành cho giai đoạn tráng men này là:

$$T = \frac{100.000 \left[50.000 S_0 + 30.000 (0,8^2 - S_0) \right]}{1000000000} \approx 2,65 \quad (\text{tỉ đồng}).$$

----- **HẾT** -----