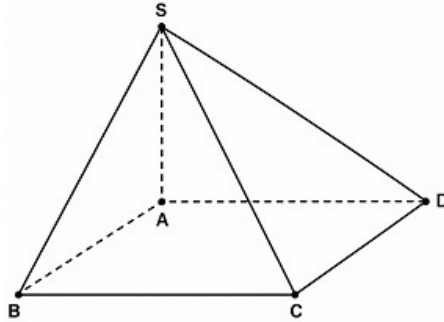


Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.



Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SAC) . B. (SAD) . C. (SBC) . D. (SAB) .

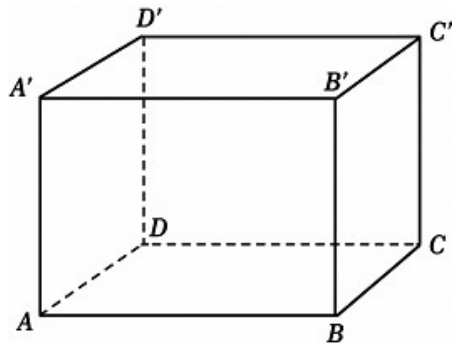
Câu 2. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > -1$ là

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $y = -1$. C. $y = 2$. D. $x = -1$.

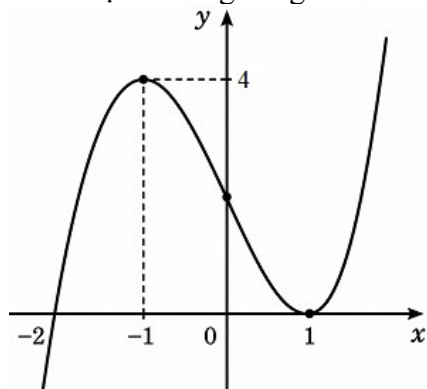
Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Vector $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{BD'}$. B. $\overrightarrow{BC'}$. C. $\overrightarrow{BA'}$. D. $\overrightarrow{BD}$.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-3}$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình . Một vector chỉ phương của Δ có tọa độ là

- A. $(2; 1; 3)$. B. $(1; 2; 4)$. C. $(1; -2; 4)$. D. $(2; 1; -3)$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x$ trên $(-\infty; +\infty)$ là

- A. $-3 \cos x + C$. B. $3 \sin x + C$. C. $-3 \sin x + C$. D. $3 \cos x + C$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 9 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với (P) có phương trình là

- A. $x + 3y + 4z + 5 = 0$. B. $x + 3y - 4z + 6 = 0$. C. $x + 3y - 4z + 5 = 0$. D. $x + 3y - 4z - 5 = 0$.

Câu 9. Biết $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$. Giá trị của $\int_1^3 6(f(x) + x) dx$ bằng

- A. $6 \ln 2 + 24$. B. 28 . C. 20 . D. $\ln 3 + 24$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + nx + p}{qx + r}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	8	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ -4 $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$	$\searrow$ 4 $\nearrow$ $+\infty$		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4 . B. 3 . C. 4 . D. -1 .

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 4, u_3 = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $u_1 = 6$. B. $u_1 = 0$. C. $u_1 = 8$. D. $u_1 = 2$.

Câu 12. Xét mẫu số liệu cho bởi bảng ghép nhóm sau đây:

Nhóm	$(0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Tần số	6	12	14	8	5

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- A. $[8; 12)$. B. $[16; 20)$. C. $[12; 16)$. D. $[4; 8)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộp có chứa 9 quả bóng màu xanh và 16 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có cùng hình dạng, kích thước và khối lượng. Bạn Nguyệt lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp đó không trả lại. Nếu bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu xanh thì bạn Đức lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả bóng từ số bóng còn lại trong hộp. Nếu bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu đỏ thì bạn Đức lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả bóng từ số bóng còn lại trong hộp.

- a) Xác suất để bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu xanh là $0,4$.
b) Nếu bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu xanh thì xác suất để bạn Đức lấy được ít nhất một quả bóng màu đỏ là $0,46$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- c) Nếu bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu đỏ thì xác suất để bạn Đức lấy được ít nhất một quả bóng màu xanh là $0,78$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) Biết rằng trong tất cả các quả bóng hai bạn Nguyệt và Đức lấy ra có đủ cả bóng màu xanh và bóng màu đỏ, thì xác suất để bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu xanh là $0,39$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C) và hai điểm $A(-4; 2); B(2; 8)$.

- a) $\forall x \neq 1$, hàm số đã cho có đạo hàm $y' = \frac{-5}{(x-1)^2}$.
- b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm $I(3; 1)$.
- c) Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[2; 5]$. Khi đó $4m + M = 25$.
- d) Điểm $K(a; b) \in (C)$ sao cho trục tâm H của tam giác KAB thuộc vào đường thẳng $d: 5x + 4y + 3 = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $4a^2 - 3b$ bằng 6 .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-2; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

- a) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $2x + y + 2z + 1 = 0$.
- b) Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $(0; 3; -1)$.
- c) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$.
- d) Gọi M là điểm di động trên mặt phẳng (P) sao cho M luôn cách đều hai điểm A và B . Khoảng cách ngắn nhất từ M đến gốc tọa độ O bằng $3\sqrt{3}$.

Câu 4. Trong một phòng thí nghiệm, số lượng vi khuẩn gây hại tại thời điểm t được kí hiệu bằng $N(t)$ (đơn vị: con). Người ta nhận thấy rằng trong giai đoạn đầu khi môi trường chưa bị hạn chế, tốc độ biến thiên của số lượng vi khuẩn tuân theo quy luật hàm mũ và được mô hình hóa bởi hàm số $N'(t) = Ae^{kt}$, trong đó A, k là các hằng số dương, t là thời gian (đơn vị: giờ). Từ các nghiên cứu thực nghiệm sau khi xử lý và làm tròn số liệu, người ta ước lượng được $A = 1000 \ln 2$ và tại thời điểm $t = 1$ giờ có 3000 vi khuẩn; $N'(1) = 2000 \ln 2$. Biết rằng mức độ an toàn cho phép là không quá 129000 con.

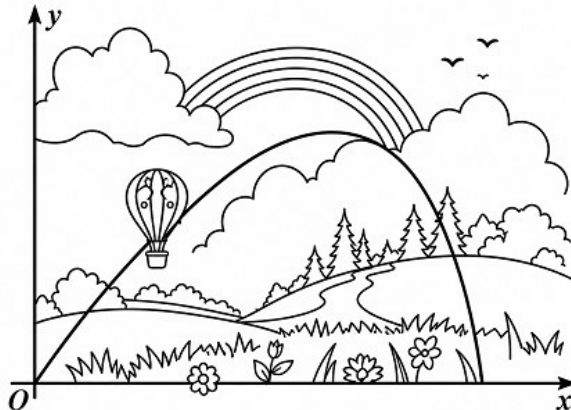
- a) $k = \ln 2$.
- b) Số vi khuẩn tại thời điểm $t = 6$ giờ là 63000 con.
- c) Số lượng vi khuẩn bắt đầu vượt ngưỡng an toàn từ sau thời điểm $t = 7$ giờ.
- d) Tại thời điểm $t = 7$ giờ người ta tiến hành xử lý để giảm số lượng vi khuẩn theo quy luật: $M(t) = 129000 \cdot e^{-0,5(t-7)}$ với $M(t)$ là số con vi khuẩn ở thời điểm t giờ ($t \geq 7$). Khi đó, sau $3 \ln 2$ giờ kể từ khi bắt đầu xử lý, số vi khuẩn còn lại 64500 con.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

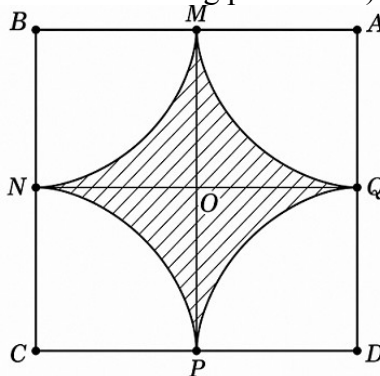
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2, AD = 2\sqrt{3}$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{2\sqrt{15}}{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Khi đặt trong mặt phẳng tọa độ Oxy với trục Ox nằm ngang trên mặt đất, trục Oy hướng thẳng lên trên (tham khảo hình vẽ), đơn vị trong hệ trục là 1 kilômét thì đường đi của một khinh khí cầu bắt đầu xuất phát từ điểm O được mô phỏng là một phần đồ thị của hàm số bậc hai trên bậc nhất $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$.

Biết đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại điểm thứ hai có tọa độ $(8;0)$ và đạt cực đại tại điểm có tọa độ $(6;4)$. Sau khi đi qua điểm cực đại và đang trong quá trình hạ cánh, tại thời điểm khi khí cầu cách mặt đất 2500 mét thì hình chiếu của nó trên trục Ox cách gốc tọa độ bao nhiêu kilômét?



Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn AB, BC, CD và DA . Các cung QM, MN, NP, PQ lần lượt là các cung tròn của các đường tròn tâm A, B, C, D với bán kính bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Biết diện tích “tứ giác cong” $MNPQ$ (miền bị gạch chéo trong hình vẽ) bằng $25(4 - \pi) \text{ dm}^2$. Hỏi khi cho “tứ giác cong” $MNPQ$ quay quanh trục NQ ta thu được vật thể có thể tích bằng bao nhiêu đềximét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 4. Hai cột điện AC, BD dựng vuông góc với mặt đất và cách nhau 100 mét ($AB = CD = 100$ mét). Một dây điện được treo từ đầu A cột này đến đầu B cột kia (tham khảo hình vẽ) với $AC = BD$. Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho tia Ox trùng với tia OD (O là trung điểm CD), tia Oy cùng hướng với tia CA , mỗi đơn vị trên các trục là 1 mét. Khi đó, người ta thấy rằng dây điện nằm trong mặt phẳng Oxy và tạo thành một

$$y = 202 \left(e^{\frac{x}{404}} + e^{-\frac{x}{404}} \right) - 386$$

đường cong catenary có phương trình , với $-50 \leq x \leq 50$.

Gọi khoảng cách từ điểm thấp nhất trên dây điện đến đường thẳng nằm ngang AB là độ võng của dây điện. Hỏi độ võng của dây điện bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

$$d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 1 = 0$, đường thẳng và hai điểm

$A(-1; -3; 11), B\left(\frac{1}{2}; 0; 8\right)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho M luôn cách đường thẳng d một khoảng bằng 2 và $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NB}$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm M và N bằng bao nhiêu?

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên cặp số bất kì $(x; y)$ thỏa mãn x, y thuộc tập hợp $\{2008; 2008^2; 2008^3; \dots; 2008^{24}; 2008^{25}\}$. Xét biến cố A : “ $\log_x y$ có giá trị là một số nguyên”. Biết rằng xác suất của biến cố A bằng $\frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

===== Hết =====

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	A	D	A	A	D	B	C	C	C	A	A

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Sai	Sai	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
Câu 3	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Sai	Đúng	Sai

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	8	7,5	75,3	3,1	1	712

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I.

Câu 1.

$$SA \perp (ABCD) \quad SA \perp CD$$

Ta có nên .

$$ABCD \quad CD \perp AD$$

Vì là hình chữ nhật nên .

$$(SAD)$$

$$SA$$

$$AD$$

$$CD$$

$$SA$$

Trong mặt phẳng có hai đường thẳng cắt nhau là và . Do đồng thời vuông góc với

$$AD \quad CD \perp (SAD)$$

và , suy ra: .

Chọn B.

Câu 2.

$$x > 0$$

Điều kiện: .

$$\log_{0,5} x > -1$$

Ta có:

$$0,5 < 1$$

Vì cơ số nên khi bỏ logarit phải đổi chiều bất phương trình:

$$x < (0,5)^{-1} = 2$$

$$x > 0 \quad x \in (0; 2)$$

Kết hợp điều kiện , ta được: .

Chọn A.**Câu 3.**

$$y = \frac{2x-3}{x+1}$$

Hàm số: .

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

Tiệm cận đứng là nghiệm của mẫu số: .

$$x=-1 \quad 2x-3=-5 \neq 0 \quad x=-1$$

Tại , tử số , nên là tiệm cận đứng.

Chọn D.**Câu 4.**

$$ABCD.A'B'C'D' \quad \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$$

Trong hình hộp :

Ba vectơ này lần lượt đi theo ba cạnh xuất phát từ B . Tổng của chúng chính là vectơ đi từ B đến D' :

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$$

Chọn A.**Câu 5.**

$$x = -1 \quad x = 1$$

Quan sát đồ thị hàm bậc ba: hàm số có cực đại tại và cực tiểu tại .

$$(-\infty; -1) \quad (1; +\infty)$$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng: và .

$$(1; +\infty)$$

Trong các đáp án chỉ có khoảng phù hợp.

Chọn A.

Câu 6.

$$\Delta \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-3}$$

Đường thẳng có phương trình: .

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng là bộ các mẫu số:

$$\vec{u} = (2; 1; -3)$$

Chọn D.

Câu 7.

$$f(x) = 3 \cos x$$

Ta có: .

$$\int 3 \cos x, dx = 3 \sin x + C$$

Suy ra họ nguyên hàm là: .

Chọn B.

Câu 8.

$$(P): x + 3y - 4z + 9 = 0 \quad \vec{n} = (1; 3; -4)$$

Mặt phẳng có vector pháp tuyến: .

$$(Q) \perp (P) \quad (Q) \quad x + 3y - 4z + D = 0$$

Vì nên có dạng: .

$$(Q) \quad M(1; 2; 3) \quad 1 + 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + D = 0$$

Mặt phẳng đi qua nên:

$$\Leftrightarrow 1 + 6 - 12 + D = 0 \Rightarrow D = 5$$

$$(Q): x + 3y - 4z + 5 = 0$$

Vậy: .

Chọn C.

Câu 9.

$$F(x) = \frac{1}{x} \qquad f(x)$$

Vì là một nguyên hàm của nên:

$$\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1) = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

$$\int_1^3 6(f(x) + x) dx$$

Ta cần tính:

$$= 6 \left(\int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 x dx \right) = 6 \left(-\frac{2}{3} + \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 \right)$$

$$= 6 \left(-\frac{2}{3} + \frac{9-1}{2} \right) = 6 \left(-\frac{2}{3} + 4 \right) = 6 \cdot \frac{10}{3} = 20$$

Chọn C.

Câu 10.

Dựa vào bảng biến thiên:

Hàm số có một điểm cực đại với giá trị -4 và một điểm cực tiểu với giá trị 4 .

Câu hỏi yêu cầu **giá trị cực tiểu** của hàm số, nên giá trị cần tìm là: 4 .

Chọn C.

Câu 11.

Cấp số cộng (u_n) có:

$$u_2 = 4, \quad u_3 = 2$$

$$d = u_3 - u_2 = 2 - 4 = -2$$

Công sai là:

$$u_2 = u_1 + d$$

Suy ra:

$$4 = u_1 - 2$$

$$u_1 = 6$$

Chọn A.

Câu 12.

Bảng tần số:

Nhóm	(0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Tần số	6	12	14	8	5

Nhóm chứa một là nhóm có tần số lớn nhất.

Tần số lớn nhất là 14, ứng với nhóm [8; 12).

Chọn A.

Phần II.

Câu 1

Hộp có 9 bóng xanh, 16 bóng đỏ, tổng cộng 25 bóng.

$$0,4$$

a) Xác suất để bạn Nguyệt lấy được quả bóng màu xanh là 0,4.

$$P(\text{Nguyệt lấy bóng xanh}) = \frac{9}{25} = 0,36$$

Ta có:

$$0,4$$

Không phải.

Kết luận: Sai.

$$0,46$$

b) Nếu bạn Nguyệt lấy được bóng xanh thì xác suất để Đức lấy được ít nhất một bóng đỏ là 0,46.

Sau khi Nguyệt lấy được 1 bóng xanh, trong hộp còn:

- 8 bóng xanh;
- 16 bóng đỏ;
- tổng cộng 24 bóng.

Đức lấy đồng thời 2 bóng. Xác suất Đức lấy được ít nhất một bóng đỏ là:

$1 - P(\text{Đúc lấy ca 2 bóng xanh})$

$$= 1 - \frac{C_8^2}{C_{24}^2} = 1 - \frac{28}{276} = \frac{248}{276} \approx 0,90$$

0,46

Không phải .

Kết luận: Sai.

0,78

c) Nếu bạn Nguyệt lấy được bóng đỏ thì xác suất để Đức lấy được ít nhất một bóng xanh là .

Sau khi Nguyệt lấy được 1 bóng đỏ, trong hộp còn:

- 9 bóng xanh;
- 15 bóng đỏ;
- tổng cộng 24 bóng.

Đức lấy đồng thời 3 bóng. Xác suất Đức lấy được ít nhất một bóng xanh là:

$1 - P(\text{Đúc lấy ca 3 bóng đỏ})$

$$= 1 - \frac{C_{15}^3}{C_{24}^3} = 1 - \frac{455}{2024} = \frac{1569}{2024} \approx 0,7752$$

0,78

Làm tròn đến hàng phần trăm được .

Kết luận: Đúng.

d) Biết rằng trong tất cả các quả bóng hai bạn lấy ra có đủ cả bóng xanh và bóng đỏ, xác suất để
0,39

Nguyệt lấy được bóng xanh là .

E

Gọi là biến cố: “trong các quả bóng hai bạn lấy ra có đủ cả bóng xanh và bóng đỏ”.

$P(\text{Nguyệt xanh} | E)$

Ta cần tính: .

Trường hợp 1: Nguyệt lấy bóng xanh.

Khi đó Đức lấy 2 bóng từ 8 xanh, 16 đỏ. Để có đủ hai màu, Đức phải lấy ít nhất một bóng đỏ.

$$P(\text{Nguyệt xanh và } E) = \frac{9}{25} \cdot \left(1 - \frac{C_8^2}{C_{24}^2}\right) = \frac{9}{25} \cdot \frac{62}{69}$$

Trường hợp 2: Nguyệt lấy bóng đỏ.

Khi đó Đức lấy 3 bóng từ 9 xanh, 15 đỏ. Để có đủ hai màu, Đức phải lấy ít nhất một bóng xanh.

$$P(\text{Nguyệt đỏ và } E) = \frac{16}{25} \cdot \left(1 - \frac{C_{15}^3}{C_{24}^3}\right) = \frac{16}{25} \cdot \frac{1569}{2024}$$

$$P(\text{Nguyệt xanh} | E) = \frac{P(\text{Nguyệt xanh và } E)}{P(E)}$$

Vậy:

$$= \frac{\frac{9}{25} \cdot \frac{62}{69}}{\frac{9}{25} \cdot \frac{62}{69} + \frac{16}{25} \cdot \frac{1569}{2024}} = \frac{341}{864} \approx 0,3947$$

0,39

Làm tròn đến hàng phần trăm được

Kết luận: Đúng.

Câu 2

Cho hàm số:

$$y = f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$$

$$\forall x \neq 1 \quad y' = \frac{-5}{(x-1)^2}$$

a) , hàm số đã cho có đạo hàm .

$$y' = \frac{3(x-1) - (3x+2)}{(x-1)^2} = \frac{3x-3-3x-2}{(x-1)^2} = \frac{-5}{(x-1)^2}$$

Ta có:

Kết luận: Đúng.

$I(3;1)$

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm .

$$f(x) = \frac{3x+2}{x-1} = 3 + \frac{5}{x-1}$$

Ta biến đổi:

$$x = 1 \qquad y = 3$$

Suy ra đồ thị có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang .

$$I(1;3)$$

Tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận: .

$$I(3;1)$$

Không phải .

Kết luận: Sai.

$$m, M$$

$$y = f(x) \qquad [2;5]$$

c) Gọi lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số trên . Khi đó
 $4m + M = 25$

$$y' = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$$

Ta có:

$$[2;5]$$

Do đó hàm số nghịch biến trên .

Suy ra:

$$M = f(2) = \frac{3 \cdot 2 + 2}{2 - 1} = 8$$

$$m = f(5) = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5 - 1} = \frac{17}{4}$$

$$4m + M = 4 \cdot \frac{17}{4} + 8 = 17 + 8 = 25$$

Khi đó:

Kết luận: Đúng.

$$K(a;b) \in (C)$$

$$H$$

$$KAB$$

$$d : 5x + 4y + 3 = 0$$

d) Điểm sao cho trục tâm của tam giác thuộc đường thẳng .
 $4a^2 - 3b = 6$

Khi đó .

$$K(a; b) \in (C) \quad b = \frac{3a+2}{a-1}$$

Vì nên: .

$$A(-4; 2), B(2; 8)$$

Ta có: .

$$AB \quad \frac{8-2}{2-(-4)} = 1$$

Đường thẳng có hệ số góc: .

Vậy đường cao qua K vuông góc với AB có hệ số góc -1 , nên có dạng:

$$x + y = a + b$$

Vì H thuộc đường cao qua K và thuộc đường thẳng d , nên:

$$\begin{cases} x_H + y_H = a + b \\ 5x_H + 4y_H + 3 = 0 \end{cases}$$

Từ đó:

$$H(-4(a+b)-3; 5(a+b)+3)$$

Mặt khác, AH vuông góc với BK , nên: .

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BK} = 0$$

$$b = \frac{3a+2}{a-1} \quad (a-2)(a+4)(2a+3)^2 = 0$$

Thay vào, rút gọn được: .

Hai giá trị $a=2$ và $a=-4$ làm K trùng với B hoặc A , tam giác suy biến nên loại.

$$a = -\frac{3}{2}$$

Do đó: .

$$b = \frac{3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 2}{-\frac{3}{2} - 1} = 1$$

Suy ra: .

$$4a^2 - 3b = 4 \cdot \frac{9}{4} - 3 = 9 - 3 = 6$$

Vậy:

Kết luận: Đúng.

Câu 3

$$A(2; 4; 1), B(-2; 2; -3) \quad (P): x + y + z - 3 = 0$$

Cho và mặt phẳng

$$AB \quad 2x + y + 2z + 1 = 0$$

a) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là .

AB

Trung điểm của là:

$$I\left(\frac{2 + (-2)}{2}; \frac{4 + 2}{2}; \frac{1 + (-3)}{2}\right) = (0; 3; -1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -4)$$

Ta có:

$$AB \quad I \quad \overrightarrow{AB}$$

Mặt phẳng trung trực của đoạn đi qua và nhận làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình là:

$$-4(x - 0) - 2(y - 3) - 4(z + 1) = 0 \Leftrightarrow -4x - 2y + 6 - 4z - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x - 2y - 4z + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 1 = 0$$

$$2x + y + 2z + 1 = 0$$

Đề cho là sai.

Kết luận: Sai.

$$I \quad AB \quad (0; 3; -1)$$

b) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng là .

$$I(0; 3; -1)$$

Như đã tính ở trên:

Kết luận: Đúng.

$$AB \quad x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$$

c) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $\quad$.

$$AB \quad I(0; 3; -1)$$

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I .

$$AB = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36} = 6$$

Ta có: $\quad$.

$$R = \frac{AB}{2} = 3$$

Bán kính mặt cầu là: $\quad$.

$$x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $\quad$.

Kết luận: Đúng.

d) Gọi M là điểm di động trên mặt phẳng (P) sao cho M luôn cách đều hai điểm A và B . Khoảng

cách ngắn nhất từ M đến gốc tọa độ O bằng $3\sqrt{3}$.

Vì M cách đều A và B , nên M thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn AB :

$$2x + y + 2z - 1 = 0$$

Đồng thời M thuộc mặt phẳng: $x + y + z - 3 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

Ta xét giao tuyến của hai mặt phẳng:

$$x + z = -2$$

Lấy phương trình thứ hai trừ phương trình thứ nhất:

$$z = -2 - x$$

Suy ra: $\quad$.

$$x + y + z = 3 \quad x + y - 2 - x = 3 \Rightarrow y = 5$$

Thay vào $\quad$:

$$M(x; 5; -2 - x)$$

Vậy:

$$OM^2 = x^2 + 5^2 + (-2 - x)^2 = x^2 + 25 + (x + 2)^2$$

Khi đó:

$$= 2x^2 + 4x + 29 = 2(x + 1)^2 + 27$$

$$OM^2 \geq 27$$

Do đó OM nhỏ nhất bằng $3\sqrt{3}$, suy ra:

$$OM_{\min} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Kết luận: Đúng.

Câu 4

$$N'(t) = Ae^{kt} \quad A = 1000 \ln 2$$

Ta có: , với

$$N(1) = 3000, \quad N'(1) = 2000 \ln 2$$

Ngoài ra:

$$k = \ln 2$$

a)

$$N'(1) = 1000 \ln 2 \cdot e^k = 2000 \ln 2$$

Ta có:

$$e^k = 2$$

Suy ra:

$$k = \ln 2$$

Vậy:

Kết luận: Đúng.

$$t = 6 \quad 63000$$

b) Số vi khuẩn tại thời điểm $t = 6$ giờ là 63000 con.

$$N'(t) = 1000 \ln 2 \cdot 2^t$$

Từ câu a), ta có:

$$N(t) = 1000 \cdot 2^t + C$$

Suy ra:

$$N(1) = 3000 \quad 1000 \cdot 2^1 + C = 3000 \Rightarrow C = 1000$$

Vì nên:

$$N(t) = 1000(2^t + 1)$$

Do đó:

$$t = 6 \quad N(6) = 1000(2^6 + 1) = 1000(64 + 1) = 65000$$

Tại :

$$63000$$

Không phải

Kết luận: Sai.

$$t = 7$$

c) Số lượng vi khuẩn bắt đầu vượt ngưỡng an toàn từ sau thời điểm giờ.

$$129000$$

Ngưỡng an toàn là không quá con.

Ta xét:

$$N(t) > 129000 \Leftrightarrow 1000(2^t + 1) > 129000 \Leftrightarrow 2^t + 1 > 129$$

$$\Leftrightarrow 2^t > 128 \Leftrightarrow 2^t > 2^7 \Leftrightarrow t > 7$$

$$t = 7 \quad N(7) = 129000$$

$$t = 7$$

Tại thì , chưa vượt ngưỡng. Sau thời điểm thì số vi khuẩn bắt đầu vượt ngưỡng an toàn.

Kết luận: Đúng.

$$3 \ln 2$$

$$64500$$

d) Sau giờ kể từ khi bắt đầu xử lý, số vi khuẩn còn lại con.

$$M(t) = 129000e^{-0,5(t-7)}, \quad t \geq 7$$

Sau khi xử lý, số vi khuẩn tuân theo:

$$3 \ln 2$$

$$t = 7 + 3 \ln 2$$

Sau giờ kể từ khi bắt đầu xử lý, thời điểm tương ứng là:

$$M(7 + 3 \ln 2) = 129000e^{-0,5(3 \ln 2)} = 129000e^{-\frac{3}{2} \ln 2}$$

Khi đó:

$$= \frac{129000}{2^{\frac{3}{2}}} \approx 45608,4$$

64500

Không phải

Kết luận: Sai.

Phần III.

Câu 1

Đặt hệ trục tọa độ:

$$A(0; 0; 0), B(2; 0; 0), D(0; 2\sqrt{3}; 0), C(2; 2\sqrt{3}; 0)$$

$$SA \perp (ABCD)$$

Vì , đặt:

$$S(0; 0; h) \quad h = SA > 0$$

với

$$(SBD)$$

$$S, B, D$$

Mặt phẳng đi qua ba điểm nên có dạng:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{z}{h} = 1$$

Hay:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2\sqrt{3}} + \frac{z}{h} - 1 = 0$$

$$C(2; 2\sqrt{3}; 0)$$

$$(SBD)$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng là:

$$d = \frac{\left| \frac{2}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{0}{h} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{h^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{h^2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{h^2}}} = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

Theo đề: .

$$\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{h^2}} = \frac{12}{5}$$

Bình phương hai vế: .

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{h^2} = \frac{5}{12}$$

Suy ra:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{12}$$

$$h^2 = 12$$

$$SA = h = 2\sqrt{3}$$

Vậy: .

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Diện tích đáy: .

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 8$$

Thể tích khối chóp: .

Đáp số: 8.

Câu 2

$O(0;0)$

$(8;0)$

Vì hình khí cầu xuất phát từ $O(0;0)$ và đồ thị cắt trục hoành tại điểm thứ hai $(8;0)$ nên tử số có hai nghiệm và .

$$f(x) = \frac{ax(x-8)}{x+d}$$

Do đó đặt: .

$$f'(x) = \frac{a(x^2 + 2dx - 8d)}{(x+d)^2}$$

Ta có:

$$(6; 4) \quad f'(6) = 0 \quad f(6) = 4$$

Đồ thị đạt cực đại tại nên: và .

$$f'(6) = 0$$

Từ :

$$36 + 12d - 8d = 0$$

$$36 + 4d = 0$$

$$d = -9$$

$$f(x) = \frac{ax(x-8)}{x-9}$$

Vậy:

$$f(6) = 4 \quad f(6) = \frac{a \cdot 6(6-8)}{6-9} = \frac{-12a}{-3} = 4a$$

Dùng điều kiện :

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

Suy ra:

$$f(x) = \frac{x(x-8)}{x-9}$$

Do đó:

$$2500 \quad y = 2,5$$

Khi khinh khí cầu cách mặt đất mét tức là km.

$$\frac{x(x-8)}{x-9} = 2,5 = \frac{5}{2}$$

Giải phương trình:

$$2x(x-8) = 5(x-9)$$

Suy ra:

$$2x^2 - 16x = 5x - 45$$

$$2x^2 - 21x + 45 = 0$$

$$\Delta = 21^2 - 4 \cdot 2 \cdot 45 = 441 - 360 = 81$$

Ta có:

$$x = \frac{21 \pm 9}{4}$$

Suy ra:

$$x = 3 \quad x = 7,5$$

Do đó: hoặc

$$x = 6 \quad x > 6$$

Vì sau khi đi qua điểm cực đại tại và đang hạ cánh nên chọn

$$x = 7,5$$

Vậy:

Đáp số: 7,5 km.

Câu 3

a

Gọi cạnh hình vuông là dm.

$$r = \frac{a}{2}$$

Các cung tròn có bán kính bằng nửa cạnh hình vuông:

Diện tích “tứ giác cong” bằng diện tích hình vuông trừ đi diện tích bốn góc tròn, tức là trừ đi diện tích một

$$\frac{a}{2}$$

hình tròn bán kính :

$$S = a^2 - \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 = a^2 - \frac{\pi a^2}{4} = \frac{a^2(4 - \pi)}{4}$$

$$\frac{a^2(4 - \pi)}{4} = 25(4 - \pi)$$

Theo đề:

$$\frac{a^2}{4} = 25$$

Suy ra:

$$a^2 = 100$$

$$a = 10$$

$$r = 5$$

Vậy bán kính các cung tròn là: dm.

$$O(0; 0)$$

$$NQ$$

Chọn hệ trục sao cho tâm hình vuông là , trục quay là trục hoành.

$$0 \leq x \leq 5$$

Nửa trên của miền cong có biên là cung tròn. Xét nửa bên phải, với , bán kính khi quay quanh trục

$$NQ \quad y = 5 - \sqrt{25 - (x - 5)^2}$$

là:

Do đối xứng qua trục tung, thể tích vật thể là:

$$V = 2\pi \int_0^5 \left(5 - \sqrt{25 - (x - 5)^2} \right)^2 dx$$

Đặt , khi thì , khi thì .

$$V = 2\pi \int_{-5}^0 \left(5 - \sqrt{25 - t^2} \right)^2 dt$$

Khi đó:

$$\left(5 - \sqrt{25 - t^2} \right)^2 = 50 - t^2 - 10\sqrt{25 - t^2}$$

Ta có:

$$\int_{-5}^0 \left(5 - \sqrt{25 - t^2} \right)^2 dt$$

Do đó:

$$= \int_{-5}^0 \left(50 - t^2 - 10\sqrt{25 - t^2} \right) dt = 250 - \frac{125}{3} - 10 \cdot \frac{25\pi}{4}$$

$$= \frac{625}{3} - \frac{125\pi}{2}$$

$$V = 2\pi \left(\frac{625}{3} - \frac{125\pi}{2} \right) = 125\pi \left(\frac{10}{3} - \pi \right) \approx 75,296$$

Vậy:

$$V \approx 75,3$$

Làm tròn đến hàng phần mười:

Đáp số: 75,3 dm³.

Câu 4

Dây điện có phương trình:

$$y = 202 \left(e^{\frac{x}{404}} + e^{-\frac{x}{404}} \right) - 386, \quad -50 \leq x \leq 50$$

Do hàm số đối xứng qua trục Oy , điểm thấp nhất của dây điện ứng với $x = 0$.

$$y_{\min} = 202(1+1) - 386 = 404 - 386 = 18$$

Khi đó:

Hai đầu dây A, B ứng với $x = -50$ và $x = 50$. Vì đối xứng nên đường thẳng AB nằm ngang có tung độ:

$$y_{AB} = y(50)$$

$$y(50) = 202 \left(e^{\frac{50}{404}} + e^{-\frac{50}{404}} \right) - 386$$

Ta có:

$$h = y(50) - y(0)$$

Độ võng của dây điện là:

$$= 202 \left(e^{\frac{50}{404}} + e^{-\frac{50}{404}} \right) - 386 - 18$$

$$= 202 \left(e^{\frac{50}{404}} + e^{-\frac{50}{404}} \right) - 404$$

$$h \approx 3,098$$

Tính gần đúng:

$$h \approx 3,1$$

Làm tròn đến hàng phần mười: .

Đáp số: 3,1 m.

Câu 5

Mặt phẳng:

$$(P) : y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$$

Đường thẳng:

Đường thẳng d song song với trục Oy , đi qua điểm có hoành độ $x = 1$ và cao độ $z = 1$.

$$M(x; 1; z)$$

Gọi: .

$$d(M, d) = \sqrt{(x-1)^2 + (z-1)^2}$$

Khoảng cách từ M đến đường thẳng d là: .

$$d(M, d) = 2$$

Theo đề: .

$$(x-1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

Suy ra: .

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn trong mặt phẳng $y = 1$, tâm $I(1; 1)$ trong hệ tọa độ (x, z) , bán kính 2 .

Bây giờ xét điểm $N(x; 1; z)$ thuộc mặt phẳng (P) và thỏa mãn:

$$NA = 2NB$$

$$A(-1; -3; 1), \quad B\left(\frac{1}{2}; 0; 8\right)$$

Với: .

$$NA^2 = (x+1)^2 + (1+3)^2 + (z-11)^2$$

Ta có:

$$= (x+1)^2 + 16 + (z-11)^2$$

$$NB^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (1-0)^2 + (z-8)^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 + (z-8)^2$$

Và:

$$NA = 2NB$$

$$NA^2 = 4NB^2$$

Điều kiện tương đương:

$$(x+1)^2 + 16 + (z-11)^2 = 4 \left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 + (z-8)^2 \right]$$

Suy ra:

$$(x-1)^2 + (z-7)^2 = 9$$

Rút gọn được:

Vậy tập hợp điểm N là đường tròn trong mặt phẳng $y=1$, tâm $J(1;7)$ trong hệ tọa độ (x,z) , bán kính 3.

$$I(1;1), \quad R_I = 2 \quad J(1;7), \quad R_J = 3$$

Hai đường tròn có:

$$IJ = 6$$

Khoảng cách hai tâm:

$$IJ = 6 > 2 + 3 = 5$$

Vì M và N là:

$$IJ - R_I - R_J = 6 - 2 - 3 = 1$$

Đáp số: 1.

Câu 6

$$\{2008; 2008^2; 2008^3; \dots; 2008^{24}; 2008^{25}\}$$

Tập hợp đã cho là:

$$2008^k \quad k = 1, 2, \dots, 25$$

Mỗi phần tử có dạng với

$$(x; y)$$

Chọn ngẫu nhiên cặp có thứ tự , đặt:

$$x = 2008^i, \quad y = 2008^j$$

$$i, j \in \{1; 2; \dots; 25\}$$

với .

$$\log_x y = \log_{2008^i} 2008^j = \frac{j}{i}$$

Khi đó: .

$$\log_x y = \frac{j}{i} \in \mathbb{Q}$$

Để là số nguyên thì: .

$$j \text{ chia hết cho } i$$

Tức là chia hết cho .

$$i \text{ chia hết cho } j \left\lfloor \frac{25}{i} \right\rfloor$$

Với mỗi , số giá trị thỏa mãn là: .

$$\sum_{i=1}^{25} \left\lfloor \frac{25}{i} \right\rfloor$$

Số cặp thuận lợi là:

$$= 25 + 12 + 8 + 6 + 5 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + \dots + 1$$

Từ $i = 13$ đến $i = 25$ có 13 số hạng bằng 1.

$$25 + 12 + 8 + 6 + 5 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 13 = 87$$

Do đó số cặp thuận lợi là: .

$$25 \cdot 25 = 625$$

Tổng số cặp có thứ tự là: .

$$P(A) = \frac{87}{625}$$

Vậy xác suất là: .

$$a = 87, \quad b = 625$$

Phân số đã tối giản nên: .

$$a + b = 87 + 625 = 712$$

Suy ra:

Đáp số: 712.