

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 1201

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

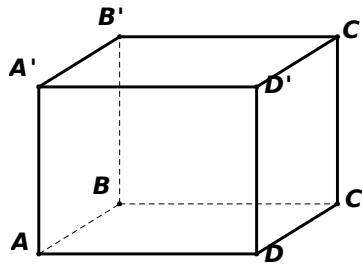
A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2 (tham khảo hình vẽ dưới). Độ dài vector $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{A'C'}$ bằng



A. $4\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{2}$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0

B. 2

C. -4

D. 3

Câu 4. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

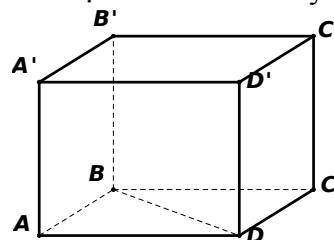
A. 0,62

B. 0,79

C. 0,78

D. 0,61

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. BD song song với $(CB'D')$

B. BD song song với $(A'C'D')$

C. BD vuông góc với $(ADD'A')$

D. BD vuông góc với $(ACC'A')$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.
 B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
 C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.
 D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. $\frac{3}{2}$.
 B. 9 .
 C. 8 .
 D. 6 .

Câu 8. Phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $\left\{ x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$.
 B. $y = 1$.
 C. $y = -1$.
 D. $y = 4$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Mặt phẳng (Q) qua M và song song với (P) có phương trình là

- A. $x + 2y + z - 6 = 0$.
 B. $x + 2y + z - 1 = 0$.
 C. $x + 2y + z - 4 = 0$.
 D. $x + 2y + z + 4 = 0$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a, AC = 2a$ cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
 B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
 C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
 D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- A. $x = -4$.
 B. $x = -3$.
 C. $x = 4$.
 D. $x = 3$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hộp có chứa 5 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng, được đánh số khác nhau). Bạn Nam lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ trong hộp và không hoàn lại, tiếp đó bạn Minh lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ trong hộp.

- a) Xác suất để bạn Nam lấy được 1 viên bi màu đỏ là $\frac{7}{12}$.
 b) Xác suất bạn Minh lấy được 2 viên bi màu đỏ, biết rằng bạn Nam đã lấy được 1 viên bi màu xanh là $\frac{7}{22}$.
 c) Xác suất để bạn Nam lấy được 1 viên bi màu xanh và bạn Minh lấy được 1 viên bi màu xanh và 1 viên bi màu đỏ là $\frac{5}{22}$.

d) Biết rằng bạn Minh lấy được ít nhất một viên bi màu đỏ, xác suất bạn Nam lấy được một viên bi màu đỏ là $\frac{9}{16}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

a) Hàm số có đạo hàm là $y' = 3x^2 - 6x + 4$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(1; -1)$.

d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) bằng 1 đơn vị diện tích.

Câu 3. Một người điều khiển xe ô tô với vận tốc 72 km/h thì phát hiện ở phía trước cách vị trí xe một đoạn 100 mét có công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là 36 km/h . Hai giây sau đó, tài xế bắt đầu đạp phanh giảm tốc với vận tốc $v_1(t) = at + b \text{ (m/s)}$ ($a, b \in \mathbb{R}, a < 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc độ. Khi ô tô vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ đạt đúng 36 km/h . Sau khi đi qua hết đoạn đường công trường dài 200 mét với vận tốc không đổi, xe bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v_2(t_1) = mt_1 + n \text{ (m/s)}$ ($m, n \in \mathbb{R}, m > 0$), trong đó t_1 là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô vừa ra khỏi công trường. Biết rằng đúng 10 giây sau khi tăng tốc, xe đạt vận tốc 72 km/h .

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi bắt đầu giảm tốc độ là 40 m .

b) Hàm số vận tốc trong giai đoạn giảm tốc là $v_1(t) = -2,5t + 40 \text{ (m/s)}$.

c) Ô tô đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.

d) Quãng đường ô tô đi được kể từ khi phát hiện có công trường đang thi công đến khi đạt vận tốc 72 km/h là 450 m .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là km), mặt đất được xem là mặt phẳng (Oxy) . Một khu vực cấm bay được giới hạn bởi một khối cầu (S) có tâm $I(0; 0; 4)$ và bán kính $R = 3$. Một thiết bị bay không người lái (drone) cất cánh từ điểm $A(5; 5; 6)$ và bay theo đường thẳng với vector vận tốc $\vec{v} = (-2; -1; -2)$. Cho biết Δ là đường thẳng chứa quỹ đạo bay của drone.

a) Đường bay Δ của drone có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

b) Khoảng cách từ tâm I của khu vực cấm bay (S) đến mặt đất bằng 4 km .

c) Đường bay Δ của drone đi xuyên qua khu vực cấm bay (S) .

d) Người ta muốn đặt một trạm thu phát sóng tại điểm K trên mặt đất sao cho tổng khoảng cách $KA + KI$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của trạm K là $(2; 2; 0)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

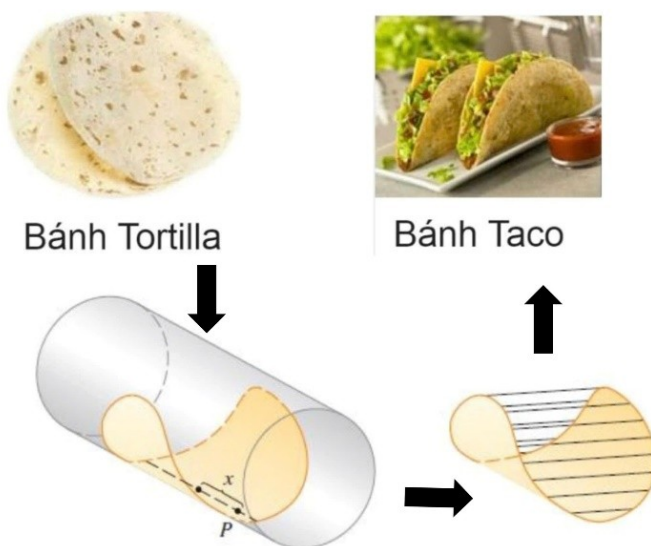
Câu 1. Để hưởng ứng chiến dịch “Giao thông xanh”, một đơn vị vận tải tại Quảng Ninh dự định lắp đặt hai loại trụ sạc cho đội xe điện: Trụ sạc nhanh (Loại X) và Trụ sạc siêu cấp (Loại Y). Diện tích bãi đỗ xe dành cho việc lắp đặt này là 18 m^2 và tổng nguồn điện khả dụng là 24 kW . Mỗi trụ loại X cần 2 m^2 diện tích và tiêu thụ 3 kW điện. Mỗi trụ loại Y cần 3 m^2 diện tích và tiêu thụ 3 kW điện. Do yêu cầu kỹ thuật, số lượng trụ sạc nhanh (Loại X) không được vượt quá 8 trụ. Biết rằng mỗi trụ loại X mang lại lợi nhuận 4 triệu đồng/tháng và mỗi trụ loại Y mang lại lợi nhuận 5 triệu đồng/tháng. Hỏi tổng lợi nhuận lớn nhất có thể đạt được trong mỗi tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 2. Để quảng bá hình ảnh du lịch Quảng Ninh trong mùa cao điểm, một nhóm bạn trẻ dự định thực hiện chiến dịch nội dung trên hai nền tảng: TikTok (Kênh A) và YouTube Short (Kênh B) trong đúng 10 ngày. Do

đặc thù sản xuất video, mỗi ngày nhóm chỉ tập trung đăng tải và tương tác trên một nền tảng duy nhất. Nếu dành x ngày cho Kênh A, số lượt tiếp cận thu về là: $P_A = x^2 + 2x$ (nghìn lượt). Nếu dành y ngày cho Kênh B, số lượt tiếp cận thu về là: $P_B = 326y - 27y^2$ (nghìn lượt).

Biết rằng do thuật toán của nền tảng, nhóm quyết định dành cho Kênh B không quá 6 ngày. Hỏi nhóm bạn trẻ nên phân bổ bao nhiêu ngày cho Kênh A để tổng số lượt tiếp cận trên cả hai nền tảng là lớn nhất?

Câu 3. Bánh Taco là một món ăn đặc trưng của Mexico, bánh Taco được tạo thành từ một chiếc bánh Tortilla (bánh ngô) cuộn quanh thức ăn. Cụ thể, để làm một chiếc bánh Taco ta lấy bánh Tortilla tròn có đường kính 20 cm đặt vào mặt trong của hình trụ có bán kính $R = 4$ cm, dọc theo đường kính của Tortilla và gấp bánh lại quanh hình trụ. Sau đó ta sẽ đổ đầy thịt, phô mai, và rau củ đến tận mép bánh. Gọi x là khoảng cách từ tâm bánh Tortilla đến một điểm P trên đường kính (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích của bánh Taco theo đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Một chiếc đèn hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $5\sqrt{6}$ mét. Người ta định trang trí đèn bằng dây led nối thẳng từ đỉnh B đến mặt bên SCD . Xác định khoảng cách ngắn nhất của dây led để đảm bảo yêu cầu trên biết rằng kết quả chỉ được lấy đến chữ số thứ nhất của hàng thập phân và tính theo đơn vị mét.

Câu 5. Công ty X giao cho hai xí nghiệp I và II sản xuất 20000 sản phẩm. Xí nghiệp I sản xuất 15000 sản phẩm và có tỷ lệ phế phẩm là 4%, xí nghiệp II có tỷ lệ phế phẩm là 6%. Công ty có một hệ thống dùng để phát hiện phế phẩm cho các sản phẩm của hai xí nghiệp trên. Biết rằng nếu một phế phẩm đi qua hệ thống thì nó chỉ phát hiện được 95% và hệ thống dự đoán đúng được 92% nếu một sản phẩm không là phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm rồi cho đi qua hệ thống. Tính xác suất để sản phẩm được chọn của xí nghiệp I biết rằng sản phẩm đó bị hệ thống báo là phế phẩm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, (đơn vị dài trên trục tính bằng mét), một con châu chấu đang ở vị trí $O(0;0;0)$ và dự định nhảy đến $C(6;5;5)$. Con châu chấu chỉ có thể nhảy theo ba hướng $\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1)$ và điều đặc biệt là nó sẽ không thể nhảy hai lần liên tiếp theo hướng $\vec{k} = (0;0;1)$. Mỗi lần nhảy của con châu chấu chỉ nhảy được quãng đường bằng 1m. Gọi T là số cách con châu chấu di chuyển từ O đến C . Bốn chữ số đầu tiên của T là bao nhiêu?

----- HẾT -----
ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	C	D	C	A	D	A	D	C	B	C

PHẦN II. Đúng / Sai

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	S	S	Đ
Câu 2	S	S	S	Đ
Câu 3	Đ	S	Đ	Đ
Câu 4	S	Đ	S	Đ

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	34	4	711	$4\frac{4}{9}$	0,72	3659

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1.

$$f'(x) = 2 \sin x$$

$$\int 2 \sin x, dx = -2 \cos x + C$$

Ta có

Chọn A.

Câu 2.

Trong hình lập phương cạnh 2, ta có:

$$\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'C'} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \quad AB = AD = 2$$

Vì và nên:

$$|\vec{u}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

Chọn B.

Câu 3.

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và giá trị cực tiểu là -4 .

Chọn C.**Câu 4.**

Lấy trung điểm các khoảng điểm:

6,75; 7,25; 7,75; 8,25; 8,75; 9,25; 9,75

$$n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$$

Tổng tần số:

$$\bar{x} \approx 8,12$$

Trung bình xấp xỉ:

$$S^2 = \frac{1}{82} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2 \approx 0,6086 \approx 0,61$$

Phương sai:

Chọn D.**Câu 5.**

Đặt hình lập phương với $\overline{BD}$ là đường chéo đáy.

Mặt phẳng $(ADD'A')$ là mặt bên. Đường thẳng BD không vuông góc với mặt phẳng này vì BD không song song với pháp tuyến của mặt phẳng $(ADD'A')$.

Trong khi đó, $BD \perp (ACC'A')$ vì mặt phẳng $(ACC'A')$ chứa đường chéo AC , còn $BD \perp AC$ trong hình vuông đáy.

Mệnh đề sai là:

Chọn C.

Câu 6. Mặt cầu tâm $I(0; -2; 1)$, bán kính $R = 5$ có phương trình:

$$x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$$

Chọn A.

$$u_1 = 3 \quad q = 2$$

Câu 7. Cấp số nhân có , công bội .

$$u_2 = u_1 q = 3 \cdot 2 = 6$$

Chọn D.

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 8. .

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra: .

Chọn A.

$$y = \frac{4x+1}{x-1}$$

Câu 9. Hàm số: .

Bậc tử và mẫu bằng nhau nên tiệm cận ngang là tỉ số hệ số cao nhất:

$$y = \frac{4}{1} = 4$$

Chọn D.

$$(P): x + 2y + z = 0 \quad \vec{n} = (1; 2; 1)$$

Câu 10. Mặt phẳng có vectơ pháp tuyến .

$$(Q) \quad (P) \quad x + 2y + z + d = 0$$

Mặt phẳng song song với nên có dạng: .

$$(Q) \quad M(1; 2; -1) \quad 1 + 2 \cdot 2 + (-1) + d = 0$$

Vì đi qua nên:

$$\Rightarrow 4 + d = 0 \Rightarrow d = -4$$

$$x + 2y + z - 4 = 0$$

Vậy: .

Chọn C.

$$ABC \quad A \quad AB = a, AC = 2a$$

Câu 11. Đáy vuông tại , có .

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$$

Diện tích đáy:

$$SA = a\sqrt{3}$$

Chiều cao khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Thể tích:

Chọn B.

$$3^{x-2} = 9$$

Câu 12. Phương trình:

$$9 = 3^2 \quad x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4$$

Vì nên:

Chọn C.

PHẦN II

Câu 1

Hộp có 5 bi xanh, 7 bi đỏ, tổng 12 viên.

$$P = \frac{7}{12}$$

a) Xác suất Nam lấy được bi đỏ:

Mệnh đề **đúng**.

b) Biết Nam lấy được 1 bi xanh, còn lại 11 viên gồm 4 xanh, 7 đỏ.

$$P = \frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$$

Xác suất Minh lấy được 2 bi đỏ:

$$\frac{21}{55} \neq \frac{7}{22}$$

Mà

Mệnh đề **sai**.

$$P_1 = \frac{5}{12}$$

c) Xác suất Nam lấy 1 bi xanh:

$$P_2 = \frac{C_4^1 C_7^1}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$$

Khi đó còn 4 xanh, 7 đỏ. Xác suất Minh lấy 1 xanh và 1 đỏ:

$$P = P_1 P_2 = \frac{5}{12} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{33}$$

Vậy:

$$\frac{7}{33} \neq \frac{5}{22}$$

Mà

Mệnh đề **sai**.

d)

A

Gọi là biến cố Nam lấy được bi đỏ.

B

Gọi là biến cố Minh lấy được ít nhất một bi đỏ.

$$P(A \cap B) = \frac{7}{12} \left(1 - \frac{C_5^2}{C_{11}^2} \right) = \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{11} = \frac{21}{44}$$

Ta có:

Xác suất Minh lấy được ít nhất một bi đỏ:

$$P(B) = 1 - \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = 1 - \frac{10}{66} = \frac{28}{33}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{21}{44}}{\frac{28}{33}} = \frac{9}{16}$$

Do đó:

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận câu 1: a Đ, b S, c S, d Đ.

$$y = x^3 - 3x^2 - 1$$

Câu 2 Cho hàm số:

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

Ta có:

$$y' = 3x^2 - 6x + 4$$

a) Đề cho là sai.

Mệnh đề **sai**.

$$(0; 2)$$

b) Trên khoảng :

$$x > 0, x - 2 < 0 \quad y' = 3x(x - 2) < 0$$

nên .

$$(0; 2)$$

Hàm số nghịch biến trên , không đồng biến.

Mệnh đề **sai**.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm bậc ba là điểm uốn.

Ta có:

$$y'' = 6x - 6$$

.

$$y'' = 0 \Rightarrow x = 1$$

.

$$y(1) = 1 - 3 - 1 = -3$$

.

$$I(1; -3)$$

$$I(1; -1)$$

Vậy tâm đối xứng là , không phải .

Mệnh đề **sai**.

$$y' = 0$$

d) Các điểm cực trị ứng với :

$$3x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad x = 2$$

hoặc .

$$A(0; -1) \quad B(2; -5)$$

Khi đó: , .

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |0 \cdot (-5) - 2 \cdot (-1)| = 1$$

Diện tích tam giác : .

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận câu 2: a S, b S, c S, d Đ.

Câu 3

$$72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \quad 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

Đổi đơn vị: , .

$$20 \text{ m/s}$$

a) Trong 2 giây đầu xe chưa phanh, đi với vận tốc .

$$s = 20 \cdot 2 = 40 \text{ m}$$

Quãng đường đi được: .

Mệnh đề **đúng**.

$$100 - 40 = 60 \text{ m}$$

b) Sau 2 giây, xe còn cách biển báo: .

$$v_1(t) = at + b$$

Giai đoạn giảm tốc có vận tốc: .

$$t = 0 \quad 20 \text{ m/s} \quad b = 20$$

Tại , xe bắt đầu giảm tốc với vận tốc nên .

$$10 \text{ m/s}$$

Khi đến biển báo, vận tốc còn .

$$T$$

Gọi thời gian giảm tốc là .

$$\frac{20+10}{2} \cdot T = 60 \Rightarrow 15T = 60 \Rightarrow T = 4$$

Khi đó: .

$$a = \frac{10-20}{4} = -2,5$$

Do đó: .

$$v_1(t) = -2,5t + 20$$

Vậy: .

$$v_1(t) = -2,5t + 40$$

Đề cho là sai.

Mệnh đề **sai**.

c)

$$4$$

Theo trên, thời gian từ lúc bắt đầu giảm tốc đến khi tới biển báo là giây.

Mệnh đề **đúng**.

d)

Tổng quãng đường gồm:

- Trước khi phanh: 40 m.
- Khi giảm tốc đến biển báo: 60 m.
- Đi qua công trường: 200 m.
- Tăng tốc trong 10 giây từ 10 m/s lên 20 m/s:

$$s = \frac{10 + 20}{2} \cdot 10 = 150 \text{ m}$$

$$S = 40 + 60 + 200 + 150 = 450 \text{ m}$$

Tổng:

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận câu 3: a Đ, b S, c Đ, d Đ.

Câu 4

Drone xuất phát từ $A(5; 5; 6)$, vector vận tốc: $\vec{v} = (-2; -1; -2)$.

$$\vec{v} = (-2; -1; -2)$$

a) Một vector chỉ phương của đường bay phải song song với

Vector cùng phương có thể là $(2; 1; 2)$, không phải $(2; -1; 2)$.

Mệnh đề **sai**.

b) Tâm khu vực cấm bay là $I(0; 0; 4)$.

Mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , tức $z = 0$.

Khoảng cách từ I đến mặt đất là: $d = |4| = 4 \text{ km}$.

Mệnh đề **đúng**.

c)

$$\vec{v} = (-2; -1; -2)$$

Đường bay đi qua A và có vector chỉ phương $\vec{v}$.

$$d = \frac{\left| \left[\vec{AI}, \vec{v} \right] \right|}{|\vec{v}|}$$

Khoảng cách từ I đến đường bay:

$$\vec{AI} = I - A = (-5; -5; -2)$$

Ta có:

$$\left| \left[\vec{AI}, \vec{v} \right] \right| = 5\sqrt{5}$$

Tính được:

$$|\vec{v}| = 3$$

$$d = \frac{5\sqrt{5}}{3} \approx 3,73$$

Suy ra:

$$R = 3$$

Bán kính khu vực cấm bay là R .

$$d > R$$

Vì $d > R$ nên đường bay không đi xuyên qua khu vực cấm bay.

Mệnh đề **sai**.

d)

Cần tìm K trên mặt phẳng $z = 0$ sao cho $KA + KI$ nhỏ nhất.

Phản xạ của $I(0; 0; 4)$ qua mặt phẳng $z = 0$, được: $I'(0; 0; -4)$.

Khi đó $KA + KI$ nhỏ nhất khi K là giao điểm của đường thẳng AI' với mặt phẳng $z = 0$.

Đường thẳng AI' :

$$A(5; 5; 6) \quad I'(0; 0; -4)$$

$$\vec{AI'} = (-5; -5; -10)$$

$$(x; y; z) = (5; 5; 6) + t(-5; -5; -10)$$

Tham số:

$$z = 0$$

Cho :

$$6 - 10t = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{5}$$

$$x = 5 - 5 \cdot \frac{3}{5} = 2 \quad y = 5 - 5 \cdot \frac{3}{5} = 2$$

Suy ra: , .

$$K(2; 2; 0)$$

Vậy .

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận câu 4: a S, b Đ, c S, d Đ.

PHẦN III

Câu 1

Gọi x là số trụ loại X, y là số trụ loại Y.

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 18 \\ 3x + 3y \leq 24 \\ x \leq 8 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Điều kiện:

$$3x + 3y \leq 24 \Rightarrow x + y \leq 8$$

Rút gọn điều kiện điện: .

$$P = 4x + 5y$$

Lợi nhuận: .

Xét các đỉnh miền nghiệm:

$$(0; 0) \quad P = 0$$

$$\bullet \quad (8; 0) \quad P = 32$$

$$\bullet \quad (0; 6) \quad P = 30$$

$$\bullet \quad \begin{matrix} : \\ 2x + 3y = 18 \end{matrix} \quad \begin{matrix} : \\ x + y = 8 \end{matrix}$$

• Giao của và :

$$x + y = 8 \Rightarrow x = 8 - y$$

Từ

$$2x + 3y = 18$$

Thay vào :

$$2(8 - y) + 3y = 18$$

$$\Rightarrow 16 + y = 18 \Rightarrow y = 2, x = 6$$

$$P = 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 24 + 10 = 34$$

Khi đó:

Vậy lợi nhuận lớn nhất là **34 triệu đồng**.

Đáp án: 34.

Câu 2

$$x \qquad \qquad \qquad y$$

Gọi x là số ngày dành cho kênh A, y là số ngày dành cho kênh B.

$$x + y = 10$$

Có:

$$y \leq 6 \Rightarrow x \geq 4$$

Do kênh B không quá 6 ngày nên:

$$P = P_A + P_B = x^2 + 2x + 326y - 27y^2$$

Tổng lượt tiếp cận:

$$y = 10 - x$$

Thay :

$$P = x^2 + 2x + 326(10 - x) - 27(10 - x)^2$$

$$P = -26x^2 + 216x + 560$$

Rút gọn:

Đây là parabol quay xuống. Đỉnh có hoành độ:

$$x = \frac{-216}{2 \cdot (-26)} = \frac{54}{13} \approx 4,15$$

Vì x là số ngày nguyên và $x \geq 4$, xét gần đỉnh nhất:

$$x = 4 \quad \text{hoặc} \quad x = 5$$

$$P(4) = -26 \cdot 16 + 216 \cdot 4 + 560 = 1008$$

$$P(5) = -26 \cdot 25 + 216 \cdot 5 + 560 = 990$$

Vậy tổng lượt tiếp cận lớn nhất khi $x = 4$.

Đáp án: 4.

Câu 3

Bánh Tortilla có đường kính 20 cm nên bán kính là 10 cm.

Tại vị trí cách tâm một đoạn x , độ dài dây cung của bánh Tortilla là: $2\sqrt{100 - x^2}$.

Khi cuộn quanh hình trụ bán kính $R = 4$, độ dài cung này tương ứng với góc ở tâm:

$$\theta(x) = \frac{2\sqrt{100 - x^2}}{4} = \frac{\sqrt{100 - x^2}}{2}$$

Diện tích tiết diện phần nhân tại vị trí x là diện tích hình quạt trừ tam giác:

$$A(x) = \frac{R^2}{2} (\theta - \sin \theta)$$

$$A(x) = 8 \left(\frac{\sqrt{100 - x^2}}{2} - \sin \frac{\sqrt{100 - x^2}}{2} \right)$$

Vì $R = 4$ nên:

Thể tích bánh Taco:

$$V = \int_{-10}^{10} 8 \left(\frac{\sqrt{100 - x^2}}{2} - \sin \frac{\sqrt{100 - x^2}}{2} \right) dx$$

$$V \approx 710,648 \text{ cm}^3$$

Tính gần đúng:

$$V \approx 711 \text{ cm}^3$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Đáp án: 711.

Câu 4

Lều là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy và cạnh bên đều bằng 5,6 m.

Cần nối dây ngắn nhất từ B đến mặt bên SCD .

Với đáp án của đề, ta xét khoảng cách ngắn nhất từ B đến tam giác mặt bên SCD . Chân vuông góc từ B xuống mặt phẳng (SCD) nằm ngoài tam giác SCD , nên điểm gần nhất thuộc cạnh SC .

$$BSC \quad SB = SC = BC = 5,6$$

Xét tam giác BSC :

Vậy tam giác BSC đều.

Khoảng cách ngắn nhất từ B đến cạnh SC là đường cao tam giác đều:

$$d = \frac{5,6\sqrt{3}}{2} = 2,8\sqrt{3} \approx 4,85 \text{ m}$$

Theo đáp án đề, lấy một chữ số thập phân:

$$d \approx 4,9 \text{ m}$$

Đáp án: 4,9.

Câu 5

Xí nghiệp I sản xuất 15000 trong 20000 sản phẩm nên:

$$P(I) = \frac{15000}{20000} = 0,75$$

$$P(II) = 0,25$$

Xí nghiệp II:

Tỉ lệ phế phẩm:

$$P(D|I) = 0,04$$

$$P(D|II) = 0,06$$

Hệ thống phát hiện đúng phế phẩm 95%:

$$P(+|D) = 0,95$$

Hệ thống dự đoán đúng sản phẩm không phế phẩm 92%, nên báo nhầm phế phẩm là:

$$P(+|\bar{D}) = 1 - 0,92 = 0,08$$

Với sản phẩm của xí nghiệp I:

$$P(+|I) = 0,04 \cdot 0,95 + 0,96 \cdot 0,08 = 0,1148$$

Với sản phẩm của xí nghiệp II:

$$P(+|II) = 0,06 \cdot 0,95 + 0,94 \cdot 0,08 = 0,1322$$

$$P(I|+) = \frac{P(I)P(+|I)}{P(I)P(+|I) + P(II)P(+|II)}$$

Cần tính:

Thay số:

$$P(I|+) = \frac{0,75 \cdot 0,1148}{0,75 \cdot 0,1148 + 0,25 \cdot 0,1322}$$

$$P(I|+) \approx 0,7226$$

$$P(I|+) \approx 0,72$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

Đáp án: 0,72.

Câu 6

Con châu chấu cần đi từ $O(0;0;0)$ đến $C(6;5;5)$.

Nó phải nhảy:

- 6 lần theo hướng $\vec{i}$,
- 5 lần theo hướng $\vec{j}$,
- 5 lần theo hướng $\vec{k}$.

$$6 + 5 + 5 = 16$$

Tổng số bước là: .

Điều kiện: không có hai bước liên tiếp theo hướng $\vec{k}$.

Trước hết, sắp xếp 11 bước không phải $\vec{k}$, gồm 6 bước $\vec{i}$ và 5 bước $\vec{j}$.

$$C_{11}^6 = 462$$

Số cách sắp xếp là: .

Sau khi sắp xếp 11 bước này, có 12 vị trí trống để đặt các bước $\vec{k}$: trước bước đầu, sau bước cuối và 10 khe giữa các bước.

Để không có hai bước $\vec{k}$ liên tiếp, mỗi khe đặt nhiều nhất 1 bước $\vec{k}$.

$$\vec{k} \quad C_{12}^5 = 792$$

Chọn 5 trong 12 khe để đặt 5 bước $\vec{k}$: .

$$T = C_{11}^6 \cdot C_{12}^5 = 462 \cdot 792 = 365904$$

Vậy số cách: .

Bốn chữ số đầu tiên của T là: **3659**.